

Matematická analýza 1

2025/2026

4. Reálne funkcie

Pre správne zobrazenie, fungovanie tooltipov, 2D a 3D animácií je nevyhnutné súbor otvoriť pomocou programu Adobe Reader (zásuvný modul Adobe PDF Plug-In webového prehliadača nestačí).

Kliknutím na text pred ikonou  získate nápomoc.

Kliknutím na skratku v modrej lište vpravo hore sa dostanete na príslušný slajd, druhým kliknutím sa dostanete na koniec tohto slajdu.

Obsah

- 1 Základné pojmy
- 2 Operácie s funkciami
- 3 Vlastnosti funkcií I – ohraničenosť, extrémny, monotónnosť
- 4 Vlastnosti funkcií II – párnosť, nepárnosť, periodickosť, konvexnosť a konkávnosť

Základné pojmy – Definícia funkcie

Zobrazenie (funkcia) $y = f(x) : D(f) \rightarrow H(f)$ sa nazýva:



Základné pojmy – Definícia funkcie

Zobrazenie (funkcia) $y = f(x) : D(f) \rightarrow H(f)$ sa nazýva:

- Funkcia reálnej premennej,
- Reálna funkcia,



Základné pojmy – Definícia funkcie

Zobrazenie (funkcia) $y = f(x) : D(f) \rightarrow H(f)$ sa nazýva:

- Funkcia reálnej premennej, ak $x \in R$, t. j. $D(f) \subset R$.
- Reálna funkcia,



Základné pojmy – Definícia funkcie

Zobrazenie (funkcia) $y = f(x) : D(f) \rightarrow H(f)$ sa nazýva:

- Funkcia reálnej premennej, ak $x \in R$, t. j. $D(f) \subset R$.
- Reálna funkcia, ak $f(x) \in R$, t. j. $H(f) \subset R$.



Základné pojmy – Definícia funkcie

Zobrazenie (funkcia) $y = f(x) : D(f) \rightarrow H(f)$ sa nazýva:

- Funkcia reálnej premennej, ak $x \in R$, t. j. $D(f) \subset R$.
 - Reálna funkcia, ak $f(x) \in R$, t. j. $H(f) \subset R$.
-
- Pokým neurčíme ináč, bude funkcia znamenať reálnu funkciu reálnej premennej,



Základné pojmy – Definícia funkcie

Zobrazenie (funkcia) $y = f(x) : D(f) \rightarrow H(f)$ sa nazýva:

- Funkcia reálnej premennej, ak $x \in R$, t. j. $D(f) \subset R$. [$x \in R$ nezávislá premenná, vzor.]
- Reálna funkcia, ak $f(x) \in R$, t. j. $H(f) \subset R$. [$y = f(x) \in R$ závislá premenná, funkčná hodnota, obraz.]
- Pokým neurčíme ináč, bude funkcia znamenať reálnu funkciu reálnej premennej, t. j. $D(f), H(f) \subset R$.



Základné pojmy – Definícia funkcie

Zobrazenie (funkcia) $y = f(x) : D(f) \rightarrow H(f)$ sa nazýva:

- Funkcia reálnej premennej, ak $x \in R$, t. j. $D(f) \subset R$. [$x \in R$ nezávislá premenná, vzor.]
- Reálna funkcia, ak $f(x) \in R$, t. j. $H(f) \subset R$. [$y = f(x) \in R$ závislá premenná, funkčná hodnota, obraz.]
- Pokým neurčíme ináč, bude funkcia znamenať reálnu funkciu reálnej premennej, t. j. $D(f), H(f) \subset R$.
- $A \subset D(f)$,



Základné pojmy – Definícia funkcie

Zobrazenie (funkcia) $y = f(x) : D(f) \rightarrow H(f)$ sa nazýva:

- Funkcia reálnej premennej, ak $x \in R$, t. j. $D(f) \subset R$. [$x \in R$ nezávislá premenná, vzor.]
- Reálna funkcia, ak $f(x) \in R$, t. j. $H(f) \subset R$. [$y = f(x) \in R$ závislá premenná, funkčná hodnota, obraz.]
- Pokým neurčíme ináč, bude funkcia znamenať reálnu funkciu reálnej premennej, t. j. $D(f), H(f) \subset R$.
- $A \subset D(f)$, potom $f(A) = \{f(x), x \in A\}$ nazývame obraz množiny A .



Základné pojmy – Definícia funkcie

Zobrazenie (funkcia) $y = f(x) : D(f) \rightarrow H(f)$ sa nazýva:

- **Funkcia reálnej premennej**, ak $x \in R$, t. j. $D(f) \subset R$. [$x \in R$ nezávislá premenná, vzor.]
- **Reálna funkcia**, ak $f(x) \in R$, t. j. $H(f) \subset R$. [$y = f(x) \in R$ závislá premenná, funkčná hodnota, obraz.]
- Pokým neurčíme ináč, bude funkcia **znamenáť** reálnu funkciu reálnej premennej, t. j. $D(f), H(f) \subset R$.
- $A \subset D(f)$, potom $f(A) = \{f(x), x \in A\}$ nazývame **obraz množiny A**.
- $D(f) = \{x, \text{pre ktoré existuje } y, \text{ že } [x; y] \in f\}$ (množina všetkých vzorov)



Základné pojmy – Definícia funkcie

Zobrazenie (funkcia) $y = f(x) : D(f) \rightarrow H(f)$ sa nazýva:

- **Funkcia reálnej premennej**, ak $x \in R$, t. j. $D(f) \subset R$. [$x \in R$ nezávislá premenná, vzor.]
- **Reálna funkcia**, ak $f(x) \in R$, t. j. $H(f) \subset R$. [$y = f(x) \in R$ závislá premenná, funkčná hodnota, obraz.]
- Pokým neurčíme ináč, bude funkcia **znamenáť** reálnu funkciu reálnej premennej, t. j. $D(f), H(f) \subset R$.
- $A \subset D(f)$, potom $f(A) = \{f(x), x \in A\}$ nazývame **obraz množiny A**.
- $D(f) = \{x, \text{pre ktoré existuje } y, \text{ že } [x; y] \in f\}$ (množina všetkých vzorov) sa nazýva **definičný obor f**.



Základné pojmy – Definícia funkcie

Zobrazenie (funkcia) $y = f(x) : D(f) \rightarrow H(f)$ sa nazýva:

- **Funkcia reálnej premennej**, ak $x \in R$, t. j. $D(f) \subset R$. [$x \in R$ nezávislá premenná, vzor.]
- **Reálna funkcia**, ak $f(x) \in R$, t. j. $H(f) \subset R$. [$y = f(x) \in R$ závislá premenná, funkčná hodnota, obraz.]
- Pokým neurčíme ináč, bude funkcia **znamenat** reálnu funkciu reálnej premennej, t. j. $D(f), H(f) \subset R$.
- $A \subset D(f)$, potom $f(A) = \{f(x), x \in A\}$ nazývame **obraz množiny A** .
- $D(f) = \{x, \text{pre ktoré existuje } y, \text{ že } [x; y] \in f\}$ (množina všetkých vzorov) sa nazýva **definičný obor f** .
Ak nie je $D(f)$ daný, potom myslíme maximálny možný,



Základné pojmy – Definícia funkcie

Zobrazenie (funkcia) $y = f(x) : D(f) \rightarrow H(f)$ sa nazýva:

- **Funkcia reálnej premennej**, ak $x \in R$, t. j. $D(f) \subset R$. [$x \in R$ nezávislá premenná, vzor.]
- **Reálna funkcia**, ak $f(x) \in R$, t. j. $H(f) \subset R$. [$y = f(x) \in R$ závislá premenná, funkčná hodnota, obraz.]
- Pokým neurčíme ináč, bude funkcia **znamenáť** reálnu funkciu reálnej premennej, t. j. $D(f), H(f) \subset R$.
- $A \subset D(f)$, potom $f(A) = \{f(x), x \in A\}$ nazývame **obraz množiny A**.
- $D(f) = \{x, \text{pre ktoré existuje } y, \text{ že } [x; y] \in f\}$ (množina všetkých vzorov) sa nazýva **definičný obor f**.
Ak nie je $D(f)$ daný, potom myslíme maximálny možný, tzv. **prirodzený**.



Základné pojmy – Definícia funkcie

Zobrazenie (funkcia) $y = f(x) : D(f) \rightarrow H(f)$ sa nazýva:

- **Funkcia reálnej premennej**, ak $x \in R$, t. j. $D(f) \subset R$. [$x \in R$ nezávislá premenná, vzor.]
- **Reálna funkcia**, ak $f(x) \in R$, t. j. $H(f) \subset R$. [$y = f(x) \in R$ závislá premenná, funkčná hodnota, obraz.]
- Pokým neurčíme ináč, bude funkcia **znamenáť** reálnu funkciu reálnej premennej, t. j. $D(f), H(f) \subset R$.
- $A \subset D(f)$, potom $f(A) = \{f(x), x \in A\}$ nazývame **obraz množiny A**.
- $D(f) = \{x, \text{pre ktoré existuje } y, \text{ že } [x; y] \in f\}$ (množina všetkých vzorov) sa nazýva **definičný obor f**.
Ak nie je $D(f)$ daný, potom myslíme maximálny možný, tzv. **prirodzený**.
- $H(f) = \{y, \text{pre ktoré existuje } x, \text{ že } [x; y] \in f\}$ (množina všetkých obrazov)



Základné pojmy – Definícia funkcie

Zobrazenie (funkcia) $y = f(x) : D(f) \rightarrow H(f)$ sa nazýva:

- **Funkcia reálnej premennej**, ak $x \in R$, t. j. $D(f) \subset R$. [$x \in R$ nezávislá premenná, vzor.]
- **Reálna funkcia**, ak $f(x) \in R$, t. j. $H(f) \subset R$. [$y = f(x) \in R$ závislá premenná, funkčná hodnota, obraz.]
- Pokým neurčíme ináč, bude funkcia **znamenáť** reálnu funkciu reálnej premennej, t. j. $D(f), H(f) \subset R$.
- $A \subset D(f)$, potom $f(A) = \{f(x), x \in A\}$ nazývame **obraz množiny A**.
- $D(f) = \{x, \text{pre ktoré existuje } y, \text{ že } [x; y] \in f\}$ (množina všetkých vzorov) sa nazýva **definičný obor f**.
Ak nie je $D(f)$ daný, potom myslíme maximálny možný, tzv. **prirodzený**.
- $H(f) = \{y, \text{pre ktoré existuje } x, \text{ že } [x; y] \in f\} = \{f(x), x \in D(f)\}$ (množina všetkých obrazov)



Základné pojmy – Definícia funkcie

Zobrazenie (funkcia) $y = f(x) : D(f) \rightarrow H(f)$ sa nazýva:

- **Funkcia reálnej premennej**, ak $x \in R$, t. j. $D(f) \subset R$. [$x \in R$ nezávislá premenná, vzor.]
- **Reálna funkcia**, ak $f(x) \in R$, t. j. $H(f) \subset R$. [$y = f(x) \in R$ závislá premenná, funkčná hodnota, obraz.]
- Pokým neurčíme ináč, bude funkcia **znamenáť** reálnu funkciu reálnej premennej, t. j. $D(f), H(f) \subset R$.
- $A \subset D(f)$, potom $f(A) = \{f(x), x \in A\}$ nazývame **obraz množiny A**.
- $D(f) = \{x, \text{pre ktoré existuje } y, \text{ že } [x; y] \in f\}$ (množina všetkých vzorov) sa nazýva **definičný obor f**.
Ak nie je $D(f)$ daný, potom myslíme maximálny možný, tzv. **prirodzený**.
- $H(f) = \{y, \text{pre ktoré existuje } x, \text{ že } [x; y] \in f\} = \{f(x), x \in D(f)\} = f(D(f))$ (množina všetkých obrazov)



Základné pojmy – Definícia funkcie

Zobrazenie (funkcia) $y = f(x) : D(f) \rightarrow H(f)$ sa nazýva:

- **Funkcia reálnej premennej**, ak $x \in R$, t. j. $D(f) \subset R$. [$x \in R$ nezávislá premenná, vzor.]
- **Reálna funkcia**, ak $f(x) \in R$, t. j. $H(f) \subset R$. [$y = f(x) \in R$ závislá premenná, funkčná hodnota, obraz.]
- Pokým neurčíme ináč, bude funkcia **znamenáť** reálnu funkciu reálnej premennej, t. j. $D(f), H(f) \subset R$.
- $A \subset D(f)$, potom $f(A) = \{f(x), x \in A\}$ nazývame **obraz množiny A** .
- $D(f) = \{x, \text{pre ktoré existuje } y, \text{ že } [x; y] \in f\}$ (množina všetkých vzorov) sa nazýva **definičný obor f** .
Ak nie je $D(f)$ daný, potom myslíme maximálny možný, tzv. **prirodzený**.
- $H(f) = \{y, \text{pre ktoré existuje } x, \text{ že } [x; y] \in f\} = \{f(x), x \in D(f)\} = f(D(f))$ (množina všetkých obrazov) sa nazýva **obor hodnôt f** .



Základné pojmy – Definícia funkcie

Zobrazenie (funkcia) $y = f(x) : D(f) \rightarrow H(f)$ sa nazýva:

- **Funkcia reálnej premennej**, ak $x \in R$, t. j. $D(f) \subset R$. [$x \in R$ nezávislá premenná, vzor.]
- **Reálna funkcia**, ak $f(x) \in R$, t. j. $H(f) \subset R$. [$y = f(x) \in R$ závislá premenná, funkčná hodnota, obraz.]
- Pokým neurčíme ináč, bude funkcia **znamenáť** reálnu funkciu reálnej premennej, t. j. $D(f), H(f) \subset R$.
- $A \subset D(f)$, potom $f(A) = \{f(x), x \in A\}$ nazývame **obraz množiny A**.
- $D(f) = \{x, \text{pre ktoré existuje } y, \text{ že } [x; y] \in f\}$ (množina všetkých vzorov) sa nazýva **definičný obor f**.
Ak nie je $D(f)$ daný, potom myslíme maximálny možný, tzv. **prirodzený**.
- $H(f) = \{y, \text{pre ktoré existuje } x, \text{ že } [x; y] \in f\} = \{f(x), x \in D(f)\} = f(D(f))$ (množina všetkých obrazov) sa nazýva **obor hodnôt f**.
- Množina $\{[x; y], x \in D(f), y = f(x)\} = \{[x; f(x)], x \in D(f)\}$ sa nazýva **graf funkcie f**.



Základné pojmy – Definícia funkcie

Zobrazenie (funkcia) $y = f(x) : D(f) \rightarrow H(f)$ sa nazýva:

- **Funkcia reálnej premennej**, ak $x \in R$, t. j. $D(f) \subset R$. [$x \in R$ nezávislá premenná, vzor.]
- **Reálna funkcia**, ak $f(x) \in R$, t. j. $H(f) \subset R$. [$y = f(x) \in R$ závislá premenná, funkčná hodnota, obraz.]
- Pokým neurčíme ináč, bude funkcia **znamenáť** reálnu funkciu reálnej premennej, t. j. $D(f), H(f) \subset R$.
- $A \subset D(f)$, potom $f(A) = \{f(x), x \in A\}$ nazývame **obraz množiny A**.
- $D(f) = \{x, \text{pre ktoré existuje } y, \text{ že } [x; y] \in f\}$ (množina všetkých vzorov) sa nazýva **definičný obor f**.
Ak nie je $D(f)$ daný, potom myslíme maximálny možný, tzv. **prirodzený**.
- $H(f) = \{y, \text{pre ktoré existuje } x, \text{ že } [x; y] \in f\} = \{f(x), x \in D(f)\} = f(D(f))$ (množina všetkých obrazov) sa nazýva **obor hodnôt f**.
- Množina $\{[x; y], x \in D(f), y = f(x)\} = \{[x; f(x)], x \in D(f)\}$ sa nazýva **graf funkcie f**.
[f (reálnu funkciu reálnej premennej) tvoria usporiadané dvojice $[x; f(x)] \in R^2$,

Základné pojmy – Definícia funkcie

Zobrazenie (funkcia) $y = f(x) : D(f) \rightarrow H(f)$ sa nazýva:

- **Funkcia reálnej premennej**, ak $x \in R$, t. j. $D(f) \subset R$. [$x \in R$ nezávislá premenná, vzor.]
- **Reálna funkcia**, ak $f(x) \in R$, t. j. $H(f) \subset R$. [$y = f(x) \in R$ závislá premenná, funkčná hodnota, obraz.]
- Pokým neurčíme ináč, bude funkcia **znamenáť** reálnu funkciu reálnej premennej, t. j. $D(f), H(f) \subset R$.
- $A \subset D(f)$, potom $f(A) = \{f(x), x \in A\}$ nazývame **obraz množiny A**.
- $D(f) = \{x, \text{pre ktoré existuje } y, \text{ že } [x; y] \in f\}$ (množina všetkých vzorov) sa nazýva **definičný obor f**.
Ak nie je $D(f)$ daný, potom myslíme maximálny možný, tzv. **prirodzený**.
- $H(f) = \{y, \text{pre ktoré existuje } x, \text{ že } [x; y] \in f\} = \{f(x), x \in D(f)\} = f(D(f))$ (množina všetkých obrazov) sa nazýva **obor hodnôt f**.
- Množina $\{[x; y], x \in D(f), y = f(x)\} = \{[x; f(x)], x \in D(f)\}$ sa nazýva **graf funkcie f**.
[f (reálnu funkciu reálnej premennej) tvoria usporiadané dvojice $[x; f(x)] \in R^2$, t. j. f môžeme graficky zobrazit v rovine R^2 .]

Základné pojmy – Injekcia, surjekcia, bijekcia

Funkcia (zobrazenie) $f : A \rightarrow B$ sa nazýva:



Základné pojmy – Injekcia, surjekcia, bijekcia

Funkcia (zobrazenie) $f : A \rightarrow B$ sa nazýva:

- Injektívna (injekcia, prostá),
- Surjektívna (surjekcia, na),
- Bijektívna (bijekcia, prostá na),

Základné pojmy – Injekcia, surjekcia, bijekcia

Funkcia (zobrazenie) $f : A \rightarrow B$ sa nazýva:

- Injektívna (injekcia, *prostá*), *ak* $\forall x_1, x_2 \in A: x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$.
- Surjektívna (surjekcia, *na*),
- Bijektívna (bijekcia, *prostá na*),

Základné pojmy – Injekcia, surjekcia, bijekcia

Funkcia (zobrazenie) $f : A \rightarrow B$ sa nazýva:

- Injektívna (injekcia, *prostá*), ak $\forall x_1, x_2 \in A: x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$.

Resp. (obrátaná implikácia) ak: $\forall x_1, x_2 \in A: f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$.

- Surjektívna (surjekcia, *na*),

- Bijektívna (bijekcia, *prostá na*),

Základné pojmy – Injekcia, surjekcia, bijekcia

Funkcia (zobrazenie) $f : A \rightarrow B$ sa nazýva:

- Injektívna (injekcia, **prostá**), ak $\forall x_1, x_2 \in A: x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$.

[Rôznym vzorom x_1, x_2 z množiny A prislúchajú rôzne obrazy $f(x_1), f(x_2)$ z množiny B .]

Resp. (obrátená implikácia) ak: $\forall x_1, x_2 \in A: f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$.

[Ak sa rovnajú obrazy $f(x_1), f(x_2)$, potom sa rovnajú aj vzory x_1, x_2 .]

- Surjektívna (surjekcia, **na**),

- Bijektívna (bijekcia, **prostá na**),

Základné pojmy – Injekcia, surjekcia, bijekcia

Funkcia (zobrazenie) $f : A \rightarrow B$ sa nazýva:

- Injektívna (injekcia, **prostá**), ak $\forall x_1, x_2 \in A: x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$.

[Rôznym vzorom x_1, x_2 z množiny A prislúchajú rôzne obrazy $f(x_1), f(x_2)$ z množiny B .]

Resp. (obrátená implikácia) ak: $\forall x_1, x_2 \in A: f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$.

[Ak sa rovnajú obrazy $f(x_1), f(x_2)$, potom sa rovnajú aj vzory x_1, x_2 .]

- Surjektívna (surjekcia, **na**), ak $\forall y \in B \exists x \in A: y = f(x)$,

- Bijektívna (bijekcia, **prostá na**),

Základné pojmy – Injekcia, surjekcia, bijekcia

Funkcia (zobrazenie) $f : A \rightarrow B$ sa nazýva:

- Injektívna (injekcia, **prostá**), ak $\forall x_1, x_2 \in A: x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$.

[Rôznym vzorom x_1, x_2 z množiny A prislúchajú rôzne obrazy $f(x_1), f(x_2)$ z množiny B .]

Resp. (obrátená implikácia) ak: $\forall x_1, x_2 \in A: f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$.

[Ak sa rovnajú obrazy $f(x_1), f(x_2)$, potom sa rovnajú aj vzory x_1, x_2 .]

- Surjektívna (surjekcia, **na**), ak $\forall y \in B \exists x \in A: y = f(x)$, t. j. $f(A) = B$.

- Bijektívna (bijekcia, **prostá na**),



Základné pojmy – Injekcia, surjekcia, bijekcia

Funkcia (zobrazenie) $f : A \rightarrow B$ sa nazýva:

- Injektívna (injekcia, **prostá**), ak $\forall x_1, x_2 \in A: x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$.

[Rôznym vzorom x_1, x_2 z množiny A prislúchajú rôzne obrazy $f(x_1), f(x_2)$ z množiny B .]

Resp. (obrátená implikácia) ak: $\forall x_1, x_2 \in A: f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$.

[Ak sa rovnajú obrazy $f(x_1), f(x_2)$, potom sa rovnajú aj vzory x_1, x_2 .]

- Surjektívna (surjekcia, **na**), ak $\forall y \in B \exists x \in A: y = f(x)$, t. j. $f(A) = B$.

[Ku každému obrazu $y \in B$ existuje vzor $x \in A$ taký, že $y = f(x)$.]

- Bijektívna (bijekcia, **prostá na**),



Základné pojmy – Injekcia, surjekcia, bijekcia

Funkcia (zobrazenie) $f : A \rightarrow B$ sa nazýva:

- **Injektívna** (injekcia, **prostá**), ak $\forall x_1, x_2 \in A: x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$.

[Rôznym vzorom x_1, x_2 z množiny A prislúchajú rôzne obrazy $f(x_1), f(x_2)$ z množiny B .]

Resp. (obrátená implikácia) ak: $\forall x_1, x_2 \in A: f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$.

[Ak sa rovnajú obrazy $f(x_1), f(x_2)$, potom sa rovnajú aj vzory x_1, x_2 .]

- **Surjektívna** (surjekcia, **na**), ak $\forall y \in B \exists x \in A: y = f(x)$, t. j. $f(A) = B$.

[Ku každému obrazu $y \in B$ existuje vzor $x \in A$ taký, že $y = f(x)$.]

- **Bijektívna** (bijekcia, **prostá na**), ak je **injektívna** a **súčasne** **surjektívna**.

Základné pojmy – Injekcia, surjekcia, bijekcia

Funkcia (zobrazenie) $f : A \rightarrow B$ sa nazýva:

- **Injektívna** (injekcia, **prostá**), ak $\forall x_1, x_2 \in A: x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$.

[Rôznym vzorom x_1, x_2 z množiny A prislúchajú rôzne obrazy $f(x_1), f(x_2)$ z množiny B .]

Resp. (obrátená implikácia) ak: $\forall x_1, x_2 \in A: f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$.

[Ak sa rovnajú obrazy $f(x_1), f(x_2)$, potom sa rovnajú aj vzory x_1, x_2 .]

- **Surjektívna** (surjekcia, **na**), ak $\forall y \in B \exists x \in A: y = f(x)$, t. j. $f(A) = B$.

[Ku každému obrazu $y \in B$ existuje vzor $x \in A$ taký, že $y = f(x)$.]

- **Bijektívna** (bijekcia, **prostá na**), ak je **injektívna** a **súčasne** **surjektívna**.

Pre funkciu $y = f(x)$, $x \in D(f)$,

Základné pojmy – Injekcia, surjekcia, bijekcia

Funkcia (zobrazenie) $f : A \rightarrow B$ sa nazýva:

- **Injektívna** (injekcia, **prostá**), ak $\forall x_1, x_2 \in A: x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$.

[Rôznym vzorom x_1, x_2 z množiny A prislúchajú rôzne obrazy $f(x_1), f(x_2)$ z množiny B .]

Resp. (obrátená implikácia) ak: $\forall x_1, x_2 \in A: f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$.

[Ak sa rovnajú obrazy $f(x_1), f(x_2)$, potom sa rovnajú aj vzory x_1, x_2 .]

- **Surjektívna** (surjekcia, **na**), ak $\forall y \in B \exists x \in A: y = f(x)$, t. j. $f(A) = B$.

[Ku každému obrazu $y \in B$ existuje vzor $x \in A$ taký, že $y = f(x)$.]

- **Bijektívna** (bijekcia, **prostá na**), ak je **injektívna** a **súčasne** **surjektívna**.

Pre funkciu $y = f(x)$, $x \in D(f)$, t. j. funkciu $y = f(x): D(f) \rightarrow H(f)$ platí:

Základné pojmy – Injekcia, surjekcia, bijekcia

Funkcia (zobrazenie) $f : A \rightarrow B$ sa nazýva:

- **Injektívna** (injekcia, **prostá**), ak $\forall x_1, x_2 \in A: x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$.

[Rôznym vzorom x_1, x_2 z množiny A prislúchajú rôzne obrazy $f(x_1), f(x_2)$ z množiny B .]

Resp. (obrátená implikácia) ak: $\forall x_1, x_2 \in A: f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$.

[Ak sa rovnajú obrazy $f(x_1), f(x_2)$, potom sa rovnajú aj vzory x_1, x_2 .]

- **Surjektívna** (surjekcia, **na**), ak $\forall y \in B \exists x \in A: y = f(x)$, t. j. $f(A) = B$.

[Ku každému obrazu $y \in B$ existuje vzor $x \in A$ taký, že $y = f(x)$.]

- **Bijektívna** (bijekcia, **prostá na**), ak je **injektívna** a **súčasne** **surjektívna**.

Pre funkciu $y = f(x)$, $x \in D(f)$, t. j. funkciu $y = f(x): D(f) \rightarrow H(f)$ platí:

- f je vždy **surjektívna**,

Základné pojmy – Injekcia, surjekcia, bijekcia

Funkcia (zobrazenie) $f : A \rightarrow B$ sa nazýva:

- **Injektívna** (injekcia, **prostá**), ak $\forall x_1, x_2 \in A: x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$.

[Rôznym vzorom x_1, x_2 z množiny A prislúchajú rôzne obrazy $f(x_1), f(x_2)$ z množiny B .]

Resp. (obrátená implikácia) ak: $\forall x_1, x_2 \in A: f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$.

[Ak sa rovnajú obrazy $f(x_1), f(x_2)$, potom sa rovnajú aj vzory x_1, x_2 .]

- **Surjektívna** (surjekcia, **na**), ak $\forall y \in B \exists x \in A: y = f(x)$, t. j. $f(A) = B$.

[Ku každému obrazu $y \in B$ existuje vzor $x \in A$ taký, že $y = f(x)$.]

- **Bijektívna** (bijekcia, **prostá na**), ak je **injektívna** a **súčasne** **surjektívna**.

Pre funkciu $y = f(x)$, $x \in D(f)$, t. j. funkciu $y = f(x): D(f) \rightarrow H(f)$ platí:

- f je vždy **surjektívna**, pretože $H(f) = \{y \in R, \text{ pre ktoré existuje } x \in R, \text{ že } [x; y] \in f\}$.

Základné pojmy – Injekcia, surjekcia, bijekcia

Funkcia (zobrazenie) $f : A \rightarrow B$ sa nazýva:

- **Injektívna** (injekcia, **prostá**), ak $\forall x_1, x_2 \in A: x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$.

[Rôznym vzorom x_1, x_2 z množiny A prislúchajú rôzne obrazy $f(x_1), f(x_2)$ z množiny B .]

Resp. (obrátená implikácia) ak: $\forall x_1, x_2 \in A: f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$.

[Ak sa rovnajú obrazy $f(x_1), f(x_2)$, potom sa rovnajú aj vzory x_1, x_2 .]

- **Surjektívna** (surjekcia, **na**), ak $\forall y \in B \exists x \in A: y = f(x)$, t. j. $f(A) = B$.

[Ku každému obrazu $y \in B$ existuje vzor $x \in A$ taký, že $y = f(x)$.]

- **Bijektívna** (bijekcia, **prostá na**), ak je **injektívna** a **súčasne** **surjektívna**.

Pre funkciu $y = f(x)$, $x \in D(f)$, t. j. funkciu $y = f(x): D(f) \rightarrow H(f)$ platí:

- f je vždy **surjektívna**, pretože $H(f) = \{y \in R, \text{ pre ktoré existuje } x \in R, \text{ že } [x; y] \in f\}$.
- f je **injektívna**, ak pre všetky $x_1, x_2 \in D(f)$, $x_1 \neq x_2$ platí $f(x_1) \neq f(x_2)$.

Základné pojmy – Injekcia, surjekcia, bijekcia

Funkcia (zobrazenie) $f : A \rightarrow B$ sa nazýva:

- **Injektívna** (injekcia, **prostá**), ak $\forall x_1, x_2 \in A: x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$.

[Rôznym vzorom x_1, x_2 z množiny A prislúchajú rôzne obrazy $f(x_1), f(x_2)$ z množiny B .]

Resp. (obrátená implikácia) ak: $\forall x_1, x_2 \in A: f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$.

[Ak sa rovnajú obrazy $f(x_1), f(x_2)$, potom sa rovnajú aj vzory x_1, x_2 .]

- **Surjektívna** (surjekcia, **na**), ak $\forall y \in B \exists x \in A: y = f(x)$, t. j. $f(A) = B$.

[Ku každému obrazu $y \in B$ existuje vzor $x \in A$ taký, že $y = f(x)$.]

- **Bijektívna** (bijekcia, **prostá na**), ak je **injektívna** a **súčasne** **surjektívna**. 

Pre funkciu $y = f(x)$, $x \in D(f)$, t. j. funkciu $y = f(x): D(f) \rightarrow H(f)$ platí:

- f je vždy **surjektívna**, pretože $H(f) = \{y \in R, \text{ pre ktoré existuje } x \in R, \text{ že } [x; y] \in f\}$.
- f je **injektívna**, ak pre všetky $x_1, x_2 \in D(f)$, $x_1 \neq x_2$ platí $f(x_1) \neq f(x_2)$.
- f je **bijektívna**, ak je **injektívna**

Základné pojmy – Injekcia, surjekcia, bijekcia

Funkcia (zobrazenie) $f : A \rightarrow B$ sa nazýva:

- **Injektívna** (injekcia, **prostá**), ak $\forall x_1, x_2 \in A: x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$.

[Rôznym vzorom x_1, x_2 z množiny A prislúchajú rôzne obrazy $f(x_1), f(x_2)$ z množiny B .]

Resp. (obrátená implikácia) ak: $\forall x_1, x_2 \in A: f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$.

[Ak sa rovnajú obrazy $f(x_1), f(x_2)$, potom sa rovnajú aj vzory x_1, x_2 .]

- **Surjektívna** (surjekcia, **na**), ak $\forall y \in B \exists x \in A: y = f(x)$, t. j. $f(A) = B$.

[Ku každému obrazu $y \in B$ existuje vzor $x \in A$ taký, že $y = f(x)$.]

- **Bijektívna** (bijekcia, **prostá na**), ak je **injektívna** a **súčasne** **surjektívna**. 

Pre funkciu $y = f(x)$, $x \in D(f)$, t. j. funkciu $y = f(x): D(f) \rightarrow H(f)$ platí:

- f je vždy **surjektívna**, pretože $H(f) = \{y \in R, \text{ pre ktoré existuje } x \in R, \text{ že } [x; y] \in f\}$.
- f je **injektívna**, ak pre všetky $x_1, x_2 \in D(f)$, $x_1 \neq x_2$ platí $f(x_1) \neq f(x_2)$.
- f je **bijektívna**, ak je **injektívna** (surjektívna je vždy).

Základné pojmy – Explicitne, parametricky, implicitne

Funkciu $y = f(x)$, $x \in D(f)$ môžeme definovať viacerými spôsobmi:

Základné pojmy – Explicitne, parametricky, implicitne

Funkciu $y = f(x)$, $x \in D(f)$ môžeme definovať viacerými spôsobmi:

- Explicitne
- Parametricky
- Implicitne

Základné pojmy – Explicitne, parametricky, implicitne

Funkciu $y = f(x)$, $x \in D(f)$ môžeme definovať viacerými spôsobmi:

- **Explicitne** predpisom (analytickým vzorcom) $y = f(x)$.
- **Parametricky**
- **Implicitne**

Základné pojmy – Explicitne, parametricky, implicitne

Funkciu $y = f(x)$, $x \in D(f)$ môžeme definovať viacerými spôsobmi:

- **Explicitne** predpisom (analytickým vzorcom) $y = f(x)$.
- **Parametricky** pomocnými funkciami $x = \alpha(t)$, $y = \beta(t)$, $t \in J$, $J \subset \mathbb{R}$.
- **Implicitne**



Základné pojmy – Explicitne, parametricky, implicitne

Funkciu $y = f(x)$, $x \in D(f)$ môžeme definovať viacerými spôsobmi:

- **Explicitne** predpisom (analytickým vzorcom) $y = f(x)$.
- **Parametricky** pomocnými funkciami $x = \alpha(t)$, $y = \beta(t)$, $t \in J$, $J \subset \mathbb{R}$.
[Funkciu f môžeme vždy parametrizovať funkciami $x = t$, $y = f(t)$, $t \in D(f)$.]
- **Implicitne**



Základné pojmy – Explicitne, parametricky, implicitne

Funkciu $y = f(x)$, $x \in D(f)$ môžeme definovať viacerými spôsobmi:

- **Explicitne** predpisom (analytickým vzorcom) $y = f(x)$.
- **Parametricky** pomocnými funkciami $x = \alpha(t)$, $y = \beta(t)$, $t \in J$, $J \subset \mathbb{R}$.
[Funkciu f môžeme vždy parametrizovať funkciami $x = t$, $y = f(t)$, $t \in D(f)$.]
- **Implicitne** rovnicou $F(x, y) = 0$ a podmienkami pre x , y .



Základné pojmy – Explicitne, parametricky, implicitne

Funkciu $y = f(x)$, $x \in D(f)$ môžeme definovať viacerými spôsobmi:

- **Explicitne** predpisom (analytickým vzorcom) $y = f(x)$.
- **Parametricky** pomocnými funkciami $x = \alpha(t)$, $y = \beta(t)$, $t \in J$, $J \subset \mathbb{R}$.
[Funkciu f môžeme vždy parametrizovať funkciami $x = t$, $y = f(t)$, $t \in D(f)$.]
- **Implicitne** rovnicou $F(x, y) = 0$ a podmienkami pre x , y .

Napríklad funkciu $y = |x|$, $x \in \mathbb{R}$ môžeme definovať:

Základné pojmy – Explicitne, parametricky, implicitne

Funkciu $y = f(x)$, $x \in D(f)$ môžeme definovať viacerými spôsobmi:

- **Explicitne** predpisom (analytickým vzorcom) $y = f(x)$.
- **Parametricky** pomocnými funkciami $x = \alpha(t)$, $y = \beta(t)$, $t \in J$, $J \subset \mathbb{R}$.
[Funkciu f môžeme vždy parametrizovať funkciami $x = t$, $y = f(t)$, $t \in D(f)$.]
- **Implicitne** rovnicou $F(x, y) = 0$ a podmienkami pre x , y .

Napríklad funkciu $y = |x|$, $x \in \mathbb{R}$ môžeme definovať:

• Explicitne:

• Parametricky:

• Implicitne:

Základné pojmy – Explicitne, parametricky, implicitne

Funkciu $y = f(x)$, $x \in D(f)$ môžeme definovať viacerými spôsobmi:

- **Explicitne** predpisom (analytickým vzorcom) $y = f(x)$.
- **Parametricky** pomocnými funkciami $x = \alpha(t)$, $y = \beta(t)$, $t \in J$, $J \subset \mathbb{R}$.
[Funkciu f môžeme vždy parametrizovať funkciami $x = t$, $y = f(t)$, $t \in D(f)$.]
- **Implicitne** rovnicou $F(x, y) = 0$ a podmienkami pre x , y .

Napríklad funkciu $y = |x|$, $x \in \mathbb{R}$ môžeme definovať:

- **Explicitne:** $y = \sqrt{x^2}$, $x \in \mathbb{R}$,
- **Parametricky:** $x = t$, $t \in \mathbb{R}$,
 $y = |t|$,
- **Implicitne:** $y^2 - x^2 = 0$, $y \geq 0$,

Základné pojmy – Explicitne, parametricky, implicitne

Funkciu $y = f(x)$, $x \in D(f)$ môžeme definovať viacerými spôsobmi:

- **Explicitne** predpisom (analytickým vzorcom) $y = f(x)$.
- **Parametricky** pomocnými funkciami $x = \alpha(t)$, $y = \beta(t)$, $t \in J$, $J \subset \mathbb{R}$.
[Funkciu f môžeme vždy parametrizovať funkciami $x = t$, $y = f(t)$, $t \in D(f)$.]
- **Implicitne** rovnicou $F(x, y) = 0$ a podmienkami pre x , y .

Napríklad funkciu $y = |x|$, $x \in \mathbb{R}$ môžeme definovať:

• **Explicitne:** $y = \sqrt{x^2}$, $x \in \mathbb{R}$, resp. $y = \max \{-x, x\}$,

• **Parametricky:** $x = t$, $t \in \mathbb{R}$, resp. $x = t$, $t \in \mathbb{R}$,
 $y = |t|$, $y = \sqrt{t^2}$,

• **Implicitne:** $y^2 - x^2 = 0$, $y \geq 0$, resp. $y - |x| = 0$,

Základné pojmy – Explicitne, parametricky, implicitne

Funkciu $y = f(x)$, $x \in D(f)$ môžeme definovať viacerými spôsobmi:

- **Explicitne** predpisom (analytickým vzorcom) $y = f(x)$.
- **Parametricky** pomocnými funkciami $x = \alpha(t)$, $y = \beta(t)$, $t \in J$, $J \subset \mathbb{R}$.
[Funkciu f môžeme vždy parametrizovať funkciami $x = t$, $y = f(t)$, $t \in D(f)$.]
- **Implicitne** rovnicou $F(x, y) = 0$ a podmienkami pre x , y .

Napríklad funkciu $y = |x|$, $x \in \mathbb{R}$ môžeme definovať:

- **Explicitne:** $y = \sqrt{x^2}$, $x \in \mathbb{R}$, resp. $y = \max \{-x, x\}$, resp. $y = \begin{cases} -x & \text{pre } x < 0, \\ x & \text{pre } x \geq 0. \end{cases}$
- **Parametricky:** $x = t$, $t \in \mathbb{R}$,
 $y = |t|$, resp. $x = t$, $t \in \mathbb{R}$,
 $y = \sqrt{t^2}$, resp. $x = t^3$, $t \in \mathbb{R}$.
 $y = |t^3|$,
- **Implicitne:** $y^2 - x^2 = 0$, $y \geq 0$, resp. $y - |x| = 0$, resp. $y - \sqrt{x^2} = 0$.

Základné pojmy – Karteziánsky a polárny súradnicový systém

Karteziánsky súradnicový systém.

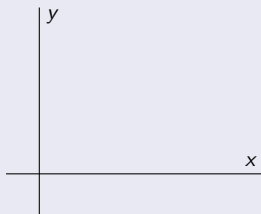
[Pravouhlý súradnicový systém.]

Polárny súradnicový systém.

Základné pojmy – Karteziánsky a polárny súradnicový systém

Karteziánsky súradnicový systém.

[Pravouhlý súradnicový systém.]



- Súradnicové osi x (x-ová os) a y (y-ová os).

Polárny súradnicový systém.

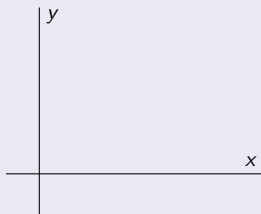
- Pól (počiatok) súradnicového systému 0.

0•

Základné pojmy – Karteziánsky a polárny súradnicový systém

Karteziánsky súradnicový systém.

[Pravouhlý súradnicový systém.]



- Súradnicové osi x (x -ová os) a y (y -ová os).

[Dve na seba kolmé priamky.]

Polárny súradnicový systém.

- Pól (počiatok) súradnicového systému 0.

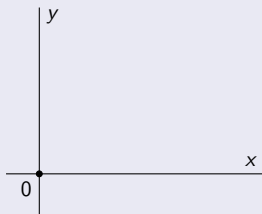
[Bod v rovine.]

0 •

Základné pojmy – Karteziánsky a polárny súradnicový systém

Karteziánsky súradnicový systém.

[Pravouhlý súradnicový systém.]



- Súradnicové osi x (x-ová os) a y (y-ová os).
- Počiatok súradnicového systému 0.

[Dve na seba kolmé priamky.]

Polárny súradnicový systém.

- Pól (počiatok) súradnicového systému 0.
- Polárna poloos o .

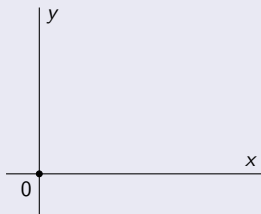
[Bod v rovine.]



Základné pojmy – Karteziánsky a polárny súradnicový systém

Karteziánsky súradnicový systém.

[Pravouhlý súradnicový systém.]



- Súradnicové osi x (x-ová os) a y (y-ová os).
- Počiatok súradnicového systému 0.

[Dve na seba kolmé priamky.]

[Priesečník osí x a y .]

Polárny súradnicový systém.

[Pól zodpovedá počiatku 0. Poloos o zodpovedá kladnej poloosi x .]

- Pól (počiatok) súradnicového systému 0.
- Polárna poloos o .

[Bod v rovine.]

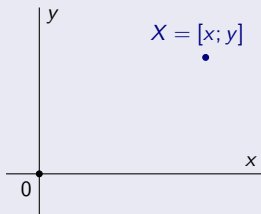
[Polpriamka vychádzajúca z pólu 0.]



Základné pojmy – Karteziánsky a polárny súradnicový systém

Karteziánsky súradnicový systém.

[Pravouhlý súradnicový systém.]



- Súradnicové osi x (x -ová os) a y (y -ová os).

[Dve na seba kolmé priamky.]

- Počiatok súradnicového systému 0.

[Priesečník osí x a y .]

- Každému bodu $X \in R^2$ sú priradené súradnice $[x; y]$:

Polárny súradnicový systém.

[Pól zodpovedá počiatku 0. Poloos o zodpovedá kladnej poloosi x .]

$$X = [\varphi; \rho]$$

- Pól (počiatok) súradnicového systému 0.

[Bod v rovine.]

- Polárna poloos o .

[Polpriamka vychádzajúca z pólu 0.]

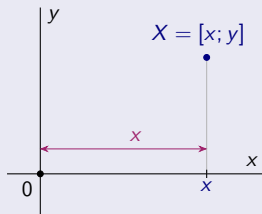
- Každému bodu $X \in R^2$ sú priradené súradnice $[\varphi; \rho]$:



Základné pojmy – Karteziánsky a polárny súradnicový systém

Karteziánsky súradnicový systém.

[Pravouhlý súradnicový systém.]



- Súradnicové osi x (x -ová os) a y (y -ová os).

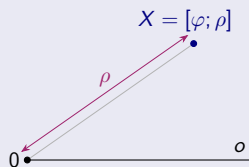
[Dve na seba kolmé priamky.]

- Počiatok súradnicového systému 0 .

[Priesečník osí x a y .]

- Každému bodu $X \in R^2$ sú priradené súradnice $[x; y]$:
 $x \in R$ (x -ová súradnica).

Polárny súradnicový systém.

[Pól zodpovedá počiatku 0 . Poloos o zodpovedá kladnej poloosi x .]

- Pól (počiatok) súradnicového systému 0 .

[Bod v rovine.]

- Polárna poloos o .

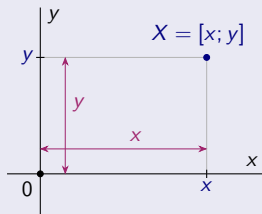
[Polpriamka vychádzajúca z pólu 0 .]

- Každému bodu $X \in R^2$ sú priradené súradnice $[\varphi; \rho]$:
 $\rho \geq 0$ (sprievodič, rádiusvektor).

Základné pojmy – Karteziánsky a polárny súradnicový systém

Karteziánsky súradnicový systém.

[Pravouhlý súradnicový systém.]



- Súradnicové osi x (x-ová os) a y (y-ová os).

[Dve na seba kolmé priamky.]

- Počiatok súradnicového systému 0.

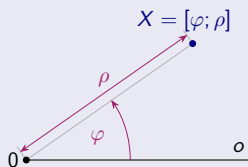
[Priesečník osí x a y .]

- Každému bodu $X \in R^2$ sú priradené súradnice $[x; y]$:

$$x \in R \text{ (x-ová súradnica).}$$

$$y \in R \text{ (y-ová súradnica).}$$

Polárny súradnicový systém.

[Pól zodpovedá počiatku 0. Poloos o zodpovedá kladnej poloosi x .]

- Pól (počiatok) súradnicového systému 0.

[Bod v rovine.]

- Polárna poloos o .

[Polpriamka vychádzajúca z pólu 0.]

- Každému bodu $X \in R^2$ sú priradené súradnice $[\varphi; \rho]$:

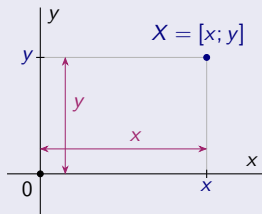
$$\rho \geq 0 \text{ (sprievodič, rádiusvektor).}$$

$$\varphi \in R \text{ (polárny uhol, amplitúda).}$$

Základné pojmy – Karteziánsky a polárny súradnicový systém

Karteziánsky súradnicový systém.

[Pravouhlý súradnicový systém.]



- Súradnicové osi x (x-ová os) a y (y-ová os).

[Dve na seba kolmé priamky.]

- Počiatok súradnicového systému 0.

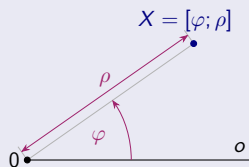
[Priesečník osí x a y .]

- Každému bodu $X \in R^2$ sú priradené súradnice $[x; y]$:

$$x \in R \text{ (x-ová súradnica).}$$

$$y \in R \text{ (y-ová súradnica).}$$

Polárny súradnicový systém.

[Pól zodpovedá počiatku 0. Poloos o zodpovedá kladnej poloosi x .]

- Pól (počiatok) súradnicového systému 0.

[Bod v rovine.]

- Polárna poloos o .

[Polpriamka vychádzajúca z pólu 0.]

- Každému bodu $X \in R^2$ sú priradené súradnice $[\varphi; \rho]$:

$$\rho \geq 0 \text{ (sprievodič, rádiusvektor).}$$

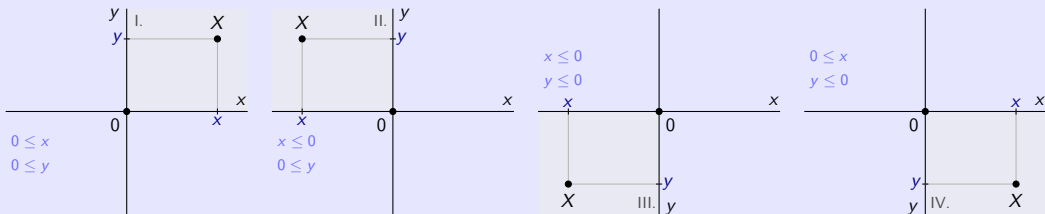
[Vzdialenosť X od pólu 0.]

$$\varphi \in R \text{ (polárny uhol, amplitúda).}$$

[Orientovaný uhol poloosi o s polpriamkou OX .]

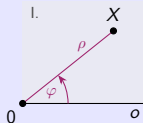
Základné pojmy – Karteziánsky a polárny súradnicový systém

- Bod $X = [x; y] \in \mathbb{R}^2$ má v karteziánskom systéme jednoznačne určené súradnice $X = [x; y]$.

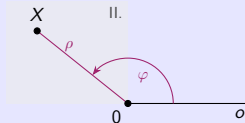


Základné pojmy – Karteziánsky a polárny súradnicový systém

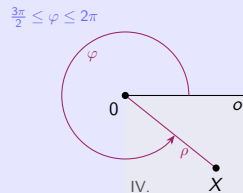
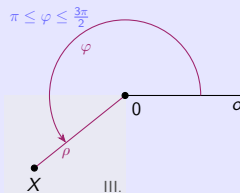
- Bod $X = [x; y] \in \mathbb{R}^2$ má v karteziánskom systéme jednoznačne určené súradnice $X = [x; y]$.
- Bod $X = [\varphi; \rho] \in \mathbb{R}^2$ má polárnom systéme nekonečne veľa vyjadrení $X = [\varphi + 2k\pi; \rho]$, $k \in \mathbb{Z}$ (ľubovoľné).



$$0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$$

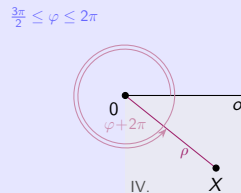
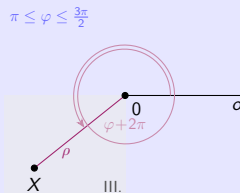
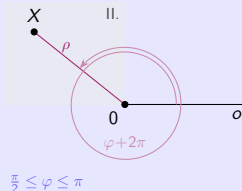
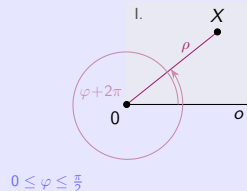


$$\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \pi$$



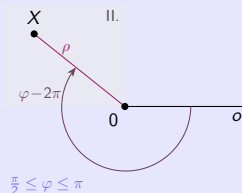
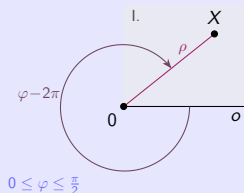
Základné pojmy – Karteziánsky a polárny súradnicový systém

- Bod $X = [x; y] \in \mathbb{R}^2$ má v karteziánskom systéme jednoznačne určené súradnice $X = [x; y]$.
- Bod $X = [\varphi; \rho] \in \mathbb{R}^2$ má polárnom systéme nekonečne veľa vyjadrení $X = [\varphi + 2k\pi; \rho]$, $k \in \mathbb{Z}$ (ľubovoľné).

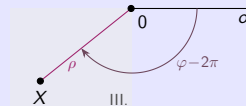


Základné pojmy – Karteziánsky a polárny súradnicový systém

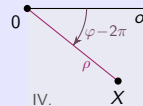
- Bod $X = [x; y] \in \mathbb{R}^2$ má v karteziánskom systéme jednoznačne určené súradnice $X = [x; y]$.
- Bod $X = [\varphi; \rho] \in \mathbb{R}^2$ má polárnom systéme nekonečne veľa vyjadrení $X = [\varphi + 2k\pi; \rho]$, $k \in \mathbb{Z}$ (ľubovoľné).



$$\pi \leq \varphi \leq \frac{3\pi}{2}$$

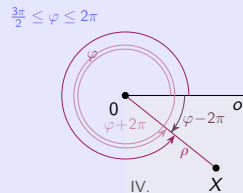
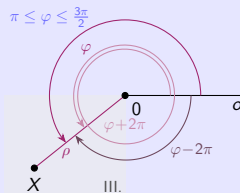
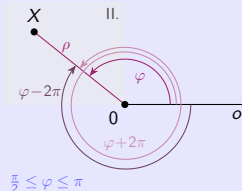
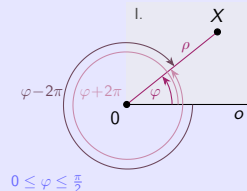


$$\frac{3\pi}{2} \leq \varphi \leq 2\pi$$



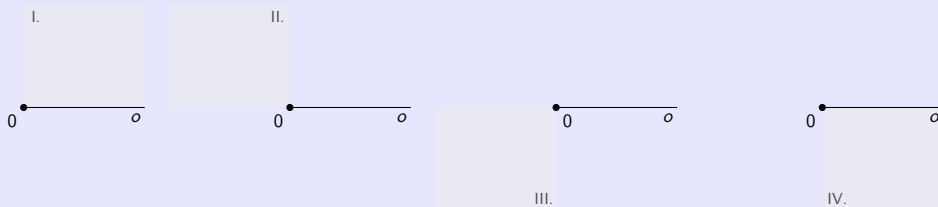
Základné pojmy – Karteziánsky a polárny súradnicový systém

- Bod $X = [x; y] \in \mathbb{R}^2$ má v karteziánskom systéme jednoznačne určené súradnice $X = [x; y]$.
- Bod $X = [\varphi; \rho] \in \mathbb{R}^2$ má polárnom systéme nekonečne veľa vyjadrení $X = [\varphi + 2k\pi; \rho]$, $k \in \mathbb{Z}$ (ľubovoľné).
[Pre rozsah uhla φ sa zvykne určiť interval dĺžky 2π , najčastejšie $\langle 0; 2\pi \rangle$, $\langle 0; 2\pi \rangle$, resp. $\langle -\pi; \pi \rangle$.]



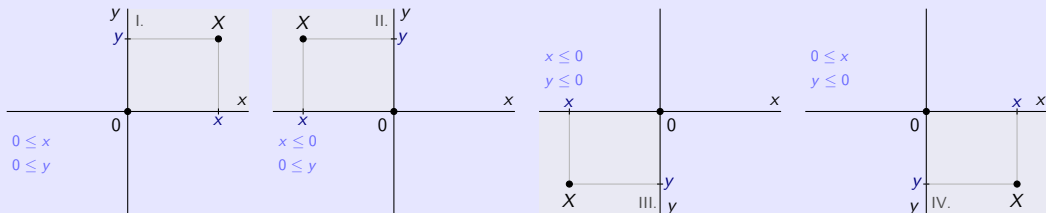
Základné pojmy – Karteziánsky a polárny súradnicový systém

- Bod $X = [x; y] \in R^2$ má v karteziánskom systéme jednoznačne určené súradnice $X = [x; y]$.
- Bod $X = [\varphi; \rho] \in R^2$ má polárnom systéme nekonečne veľa vyjadrení $X = [\varphi + 2k\pi; \rho]$, $k \in Z$ (ľubovoľné).
[Pre rozsah uhla φ sa zvykne určiť interval dĺžky 2π , najčastejšie $\langle 0; 2\pi \rangle$, $\langle 0; 2\pi \rangle$, resp. $\langle -\pi; \pi \rangle$.]
- Pól 0 má nekonečne veľa vyjadrení $0 = [\varphi; 0]$, kde $\varphi \in R$ (ľubovoľné).



Základné pojmy – Karteziánsky a polárny súradnicový systém

- Bod $X = [x; y] \in \mathbb{R}^2$ má v karteziánskom systéme jednoznačne určené súradnice $X = [x; y]$.
- Bod $X = [\varphi; \rho] \in \mathbb{R}^2$ má v polárnom systéme nekonečne veľa vyjadrení $X = [\varphi + 2k\pi; \rho]$, $k \in \mathbb{Z}$ (ľubovoľné).
[Pre rozsah uhla φ sa zvykne určiť interval dĺžky 2π , najčastejšie $\langle 0; 2\pi \rangle$, $\langle 0; 2\pi \rangle$, resp. $\langle -\pi; \pi \rangle$.]
- Pól 0 má nekonečne veľa vyjadrení $0 = [\varphi; 0]$, kde $\varphi \in \mathbb{R}$ (ľubovoľné).

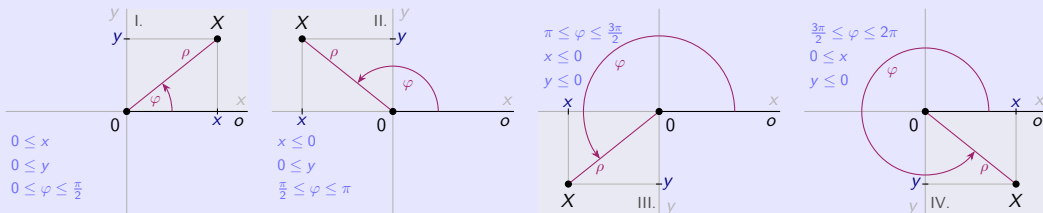


- $X = [x; y] \in \mathbb{R}^2$, $X \neq [0; 0]$.

[Karteziánske súradnice.]

Základné pojmy – Karteziánsky a polárny súradnicový systém

- Bod $X = [x; y] \in R^2$ má v karteziánskom systéme jednoznačne určené súradnice $X = [x; y]$.
- Bod $X = [\varphi; \rho] \in R^2$ má polárnom systéme nekonečne veľa vyjadrení $X = [\varphi + 2k\pi; \rho]$, $k \in Z$ (ľubovoľné).
[Pre rozsah uhla φ sa zvykne určiť interval dĺžky 2π , najčastejšie $\langle 0; 2\pi \rangle$, $\langle 0; 2\pi \rangle$, resp. $\langle -\pi; \pi \rangle$.]
- Pól 0 má nekonečne veľa vyjadrení $0 = [\varphi; 0]$, kde $\varphi \in R$ (ľubovoľné).

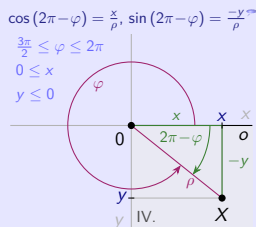
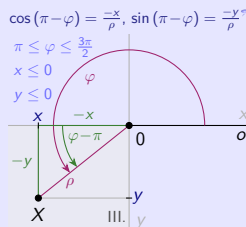
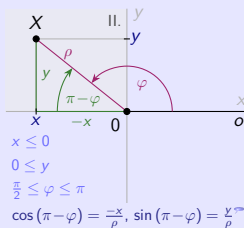
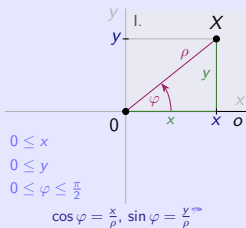


- $X = [x; y] \in R^2$, $X \neq [0; 0]$.

[Karteziánske súradnice.]

Základné pojmy – Karteziánsky a polárny súradnicový systém

- Bod $X = [x; y] \in R^2$ má v karteziánskom systéme jednoznačne určené súradnice $X = [x; y]$.
- Bod $X = [\varphi; \rho] \in R^2$ má polárnom systéme nekonečne veľa vyjadrení $X = [\varphi + 2k\pi; \rho]$, $k \in Z$ (ľubovoľné).
[Pre rozsah uhla φ sa zvykne určiť interval dĺžky 2π , najčastejšie $\langle 0; 2\pi \rangle$, $\langle 0; 2\pi \rangle$, resp. $\langle -\pi; \pi \rangle$.]
- Pól 0 má nekonečne veľa vyjadrení $0 = [\varphi; 0]$, kde $\varphi \in R$ (ľubovoľné).



- $X = [x; y] \in R^2$, $X \neq [0; 0]$.

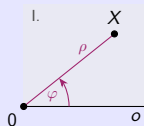
[Karteziánske súradnice.]

$$\Rightarrow \bullet \rho = \sqrt{x^2 + y^2}, \bullet \cos \varphi = \frac{x}{\rho} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}, \bullet \sin \varphi = \frac{y}{\rho} = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}.$$

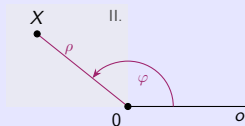
[Polárne súradnice.]

Základné pojmy – Karteziánsky a polárny súradnicový systém

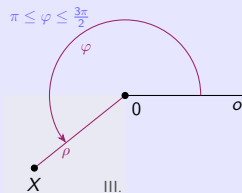
- Bod $X = [x; y] \in R^2$ má v karteziánskom systéme jednoznačne určené súradnice $X = [x; y]$.
- Bod $X = [\varphi; \rho] \in R^2$ má polárnom systéme nekonečne veľa vyjadrení $X = [\varphi + 2k\pi; \rho]$, $k \in Z$ (ľubovoľné).
[Pre rozsah uhla φ sa zvykne určiť interval dĺžky 2π , najčastejšie $\langle 0; 2\pi \rangle$, $\langle 0; 2\pi \rangle$, resp. $\langle -\pi; \pi \rangle$.]
- Pól 0 má nekonečne veľa vyjadrení $0 = [\varphi; 0]$, kde $\varphi \in R$ (ľubovoľné).



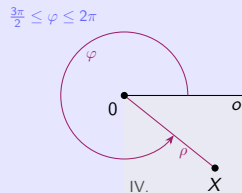
$$0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$$



$$\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \pi$$



$$\pi \leq \varphi \leq \frac{3\pi}{2}$$

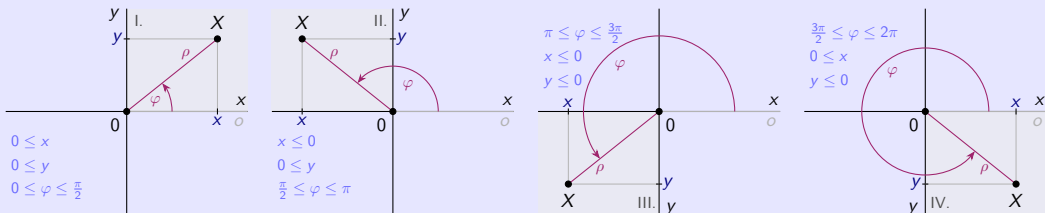


$$\frac{3\pi}{2} \leq \varphi \leq 2\pi$$

- $X = [x; y] \in R^2$, $X \neq [0; 0]$.
 $\Rightarrow$ • $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$, • $\cos \varphi = \frac{x}{\rho} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}$, • $\sin \varphi = \frac{y}{\rho} = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}$.
 [Karteziánske súradnice.] [Polárne súradnice.]
- $X = [\varphi; \rho] \in R \times \langle 0; \infty \rangle$.
 [Polárne súradnice.]

Základné pojmy – Karteziánsky a polárny súradnicový systém

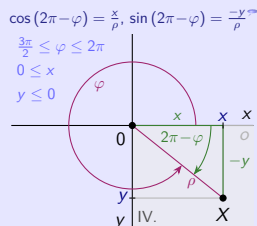
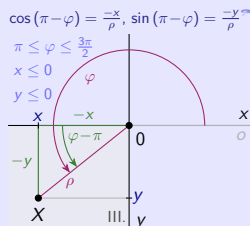
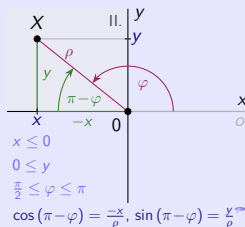
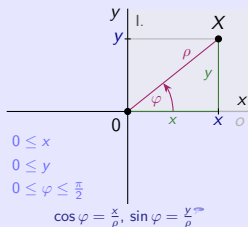
- Bod $X = [x; y] \in R^2$ má v karteziánskom systéme jednoznačne určené súradnice $X = [x; y]$.
- Bod $X = [\varphi; \rho] \in R^2$ má v polárnom systéme nekonečne veľa vyjadrení $X = [\varphi + 2k\pi; \rho]$, $k \in Z$ (ľubovoľné).
[Pre rozsah uhla φ sa zvykne určiť interval dĺžky 2π , najčastejšie $\langle 0; 2\pi \rangle$, $\langle 0; 2\pi \rangle$, resp. $\langle -\pi; \pi \rangle$.]
- Pól 0 má nekonečne veľa vyjadrení $0 = [\varphi; 0]$, kde $\varphi \in R$ (ľubovoľné).



- $X = [x; y] \in R^2$, $X \neq [0; 0]$. [Karteziánske súradnice.]
 $\Rightarrow$ • $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$, • $\cos \varphi = \frac{x}{\rho} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}$, • $\sin \varphi = \frac{y}{\rho} = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}$. [Polárne súradnice.]
- $X = [\varphi; \rho] \in R \times \langle 0; \infty \rangle$. [Polárne súradnice.]

Základné pojmy – Karteziánsky a polárny súradnicový systém

- Bod $X = [x; y] \in R^2$ má v karteziánskom systéme jednoznačne určené súradnice $X = [x; y]$.
- Bod $X = [\varphi; \rho] \in R^2$ má polárnom systéme nekonečne veľa vyjadrení $X = [\varphi + 2k\pi; \rho]$, $k \in Z$ (ľubovoľné).
[Pre rozsah uhla φ sa zvykne určiť interval dĺžky 2π , najčastejšie $\langle 0; 2\pi \rangle$, $\langle 0; 2\pi \rangle$, resp. $\langle -\pi; \pi \rangle$.]
- Pól 0 má nekonečne veľa vyjadrení $0 = [\varphi; 0]$, kde $\varphi \in R$ (ľubovoľné).



- $X = [x; y] \in R^2$, $X \neq [0; 0]$.

[Karteziánske súradnice.]

$$\Rightarrow \bullet \rho = \sqrt{x^2 + y^2}, \bullet \cos \varphi = \frac{x}{\rho} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}, \bullet \sin \varphi = \frac{y}{\rho} = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}.$$

[Polárne súradnice.]

- $X = [\varphi; \rho] \in R \times \langle 0; \infty \rangle$.

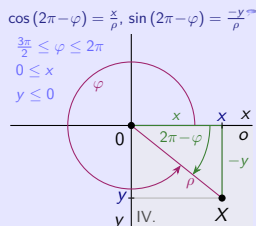
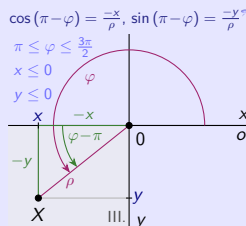
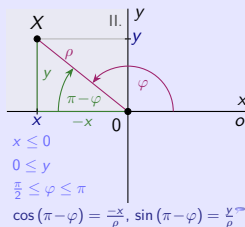
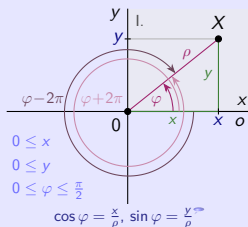
[Polárne súradnice.]

$$\Rightarrow \bullet x = \rho \cos \varphi, \bullet y = \rho \sin \varphi, \bullet X = [\rho \cos \varphi; \rho \sin \varphi].$$

[Karteziánske súradnice.]

Základné pojmy – Karteziánsky a polárny súradnicový systém

- Bod $X = [x; y] \in R^2$ má v karteziánskom systéme jednoznačne určené súradnice $X = [x; y]$.
- Bod $X = [\varphi; \rho] \in R^2$ má polárnom systéme nekonečne veľa vyjadrení $X = [\varphi + 2k\pi; \rho]$, $k \in Z$ (ľubovoľné).
[Pre rozsah uhla φ sa zvykne určiť interval dĺžky 2π , najčastejšie $\langle 0; 2\pi \rangle$, $\langle 0; 2\pi \rangle$, resp. $\langle -\pi; \pi \rangle$.]
- Pól 0 má nekonečne veľa vyjadrení $0 = [\varphi; 0]$, kde $\varphi \in R$ (ľubovoľné).



- $X = [x; y] \in R^2$, $X \neq [0; 0]$.

[Karteziánske súradnice.]

$$\Rightarrow \bullet \rho = \sqrt{x^2 + y^2}, \bullet \cos \varphi = \frac{x}{\rho} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}, \bullet \sin \varphi = \frac{y}{\rho} = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}.$$

[Polárne súradnice.]

- $X = [\varphi; \rho] \in R \times \langle 0; \infty \rangle$.

[Polárne súradnice.]

$$\Rightarrow \bullet x = \rho \cos \varphi, \bullet y = \rho \sin \varphi, \bullet X = [\rho \cos \varphi; \rho \sin \varphi].$$

[Karteziánske súradnice.]

Základné pojmy – Príklady funkcií

Funkcia f má v karteziánskom systéme (pravouhlom) tvar:

Funkcia f má v polárnom systéme tvar:

Základné pojmy – Príklady funkcií

Funkcia f má v karteziánskom systéme (pravouhlom) tvar:

- $f = \{[x; y], x \in D(f), y = f(x)\},$

Funkcia f má v polárnom systéme tvar:

- $f = \{[\varphi; \rho], \varphi \in D(f), \rho = f(\varphi)\},$

Základné pojmy – Príklady funkcií

Funkcia f má v karteziánskom systéme (pravouhlom) tvar:

- $f = \{[x; y], x \in D(f), y = f(x)\}$, t. j.
- $f: y = f(x), x \in D(f)$.

Funkcia f má v polárnom systéme tvar:

- $f = \{[\varphi; \rho], \varphi \in D(f), \rho = f(\varphi)\}$, t. j.
- $f: \rho = f(\varphi), \varphi \in D(f)$.

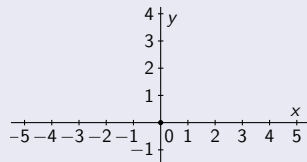
Základné pojmy – Príklady funkcií

Funkcia f má v karteziánskom systéme (pravouhlom) tvar:

$$\bullet f = \{[x; y], x \in D(f), y = f(x)\}, \text{ t. j. } \bullet f: y = f(x), x \in D(f).$$

$$\bullet y = f_1(x) = 1, x \in \mathbb{R}.$$

[Konštantná funkcia.]

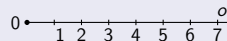


Funkcia f má v polárnom systéme tvar:

$$\bullet f = \{[\varphi; \rho], \varphi \in D(f), \rho = f(\varphi)\}, \text{ t. j. } \bullet f: \rho = f(\varphi), \varphi \in D(f).$$

$$\bullet \rho = f_1(\varphi) = 1, \varphi \in \mathbb{R}.$$

[Konštantná funkcia.]



Základné pojmy – Príklady funkcií

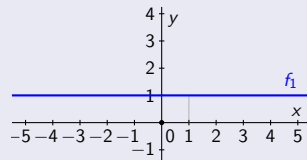
Funkcia f má v karteziánskom systéme (pravouhlom) tvar:

$$\bullet f = \{[x; y], x \in D(f), y = f(x)\}, \text{ t. j. } \bullet f: y = f(x), x \in D(f).$$

$$\bullet y = f_1(x) = 1, x \in \mathbb{R}.$$

[Konštantná funkcia.]

Grafom f_1 je priamka (rovnobežná s osou x).



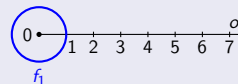
Funkcia f má v polárnom systéme tvar:

$$\bullet f = \{[\varphi; \rho], \varphi \in D(f), \rho = f(\varphi)\}, \text{ t. j. } \bullet f: \rho = f(\varphi), \varphi \in D(f).$$

$$\bullet \rho = f_1(\varphi) = 1, \varphi \in \mathbb{R}.$$

[Konštantná funkcia.]

Grafom f_1 je kružnica (so stredom 0 a polomerom 1).



Základné pojmy – Príklady funkcií

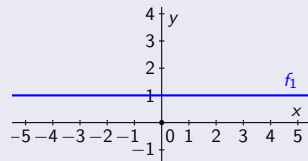
Funkcia f má v karteziánskom systéme (pravouhlom) tvar:

$$\bullet f = \{[x; y], x \in D(f), y = f(x)\}, \text{ t. j. } \bullet f: y = f(x), x \in D(f).$$

$$\bullet y = f_1(x) = 1, x \in \mathbb{R}.$$

[Konštantná funkcia.]

Grafom f_1 je priamka (rovnobežná s osou x).



Funkcia f má v polárnom systéme tvar:

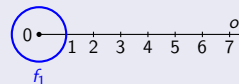
$$\bullet f = \{[\varphi; \rho], \varphi \in D(f), \rho = f(\varphi)\}, \text{ t. j. } \bullet f: \rho = f(\varphi), \varphi \in D(f).$$

$$\bullet \rho = f_1(\varphi) = 1, \varphi \in \mathbb{R}.$$

[Konštantná funkcia.]

Grafom f_1 je kružnica (so stredom 0 a polomerom 1).

[Kružnica v pravouhlom systéme nie je grafom funkcie.]



Základné pojmy – Príklady funkcií

Funkcia f má v karteziánskom systéme (pravouhľom) tvar:

$$\bullet f = \{[x; y], x \in D(f), y = f(x)\}, \text{ t. j. } \bullet f: y = f(x), x \in D(f).$$

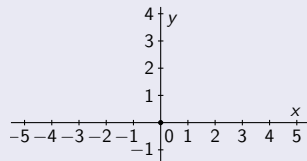
$$\bullet y = f_1(x) = 1, x \in R.$$

[Konštantná funkcia.]

Grafom f_1 je priamka (rovnobežná s osou x).

$$\bullet y = f_2(x) = x, x \geq 0.$$

[Identita.]



Funkcia f má v polárnom systéme tvar:

$$\bullet f = \{[\varphi; \rho], \varphi \in D(f), \rho = f(\varphi)\}, \text{ t. j. } \bullet f: \rho = f(\varphi), \varphi \in D(f).$$

$$\bullet \rho = f_1(\varphi) = 1, \varphi \in R.$$

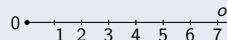
[Konštantná funkcia.]

Grafom f_1 je kružnica (so stredom 0 a polomerom 1).

[Kružnica v pravouhľom systéme nie je grafom funkcie.]

$$\bullet \rho = f_2(\varphi) = \varphi, \varphi \geq 0.$$

[Identita.]



Základné pojmy – Príklady funkcií

Funkcia f má v karteziánskom systéme (pravouhľom) tvar:

$$\bullet f = \{[x; y], x \in D(f), y = f(x)\}, \text{ t. j. } \bullet f: y = f(x), x \in D(f).$$

$$\bullet y = f_1(x) = 1, x \in R.$$

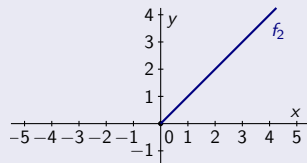
[Konštantná funkcia.]

Grafom f_1 je priamka (rovnobežná s osou x).

$$\bullet y = f_2(x) = x, x \geq 0.$$

[Identita.]

Grafom f_2 je polpriamka (začínajúca v bode 0).



Funkcia f má v polárnom systéme tvar:

$$\bullet f = \{[\varphi; \rho], \varphi \in D(f), \rho = f(\varphi)\}, \text{ t. j. } \bullet f: \rho = f(\varphi), \varphi \in D(f).$$

$$\bullet \rho = f_1(\varphi) = 1, \varphi \in R.$$

[Konštantná funkcia.]

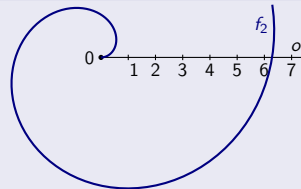
Grafom f_1 je kružnica (so stredom 0 a polomerom 1).

[Kružnica v pravouhlom systéme nie je grafom funkcie.]

$$\bullet \rho = f_2(\varphi) = \varphi, \varphi \geq 0.$$

[Identita.]

Grafom f_2 je špirála (začínajúca v bode 0).



Základné pojmy – Príklady funkcií

Funkcia f má v karteziánskom systéme (pravouhľom) tvar:

$$\bullet f = \{[x; y], x \in D(f), y = f(x)\}, \text{ t. j. } \bullet f: y = f(x), x \in D(f).$$

$$\bullet y = f_1(x) = 1, x \in R.$$

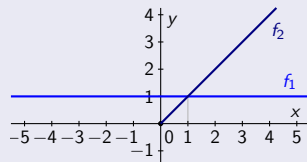
[Konštantná funkcia.]

Grafom f_1 je priamka (rovnobežná s osou x).

$$\bullet y = f_2(x) = x, x \geq 0.$$

[Identita.]

Grafom f_2 je polpriamka (začínajúca v bode 0).



Funkcia f má v polárnom systéme tvar:

$$\bullet f = \{[\varphi; \rho], \varphi \in D(f), \rho = f(\varphi)\}, \text{ t. j. } \bullet f: \rho = f(\varphi), \varphi \in D(f).$$

$$\bullet \rho = f_1(\varphi) = 1, \varphi \in R.$$

[Konštantná funkcia.]

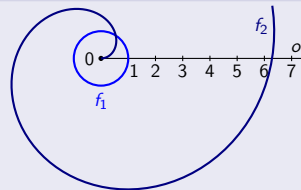
Grafom f_1 je kružnica (so stredom 0 a polomerom 1).

[Kružnica v pravouhľom systéme nie je grafom funkcie.]

$$\bullet \rho = f_2(\varphi) = \varphi, \varphi \geq 0.$$

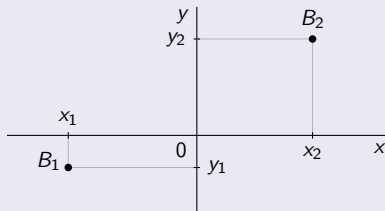
[Identita.]

Grafom f_2 je špirála (začínajúca v bode 0).



Základné pojmy – Rovnica priamky

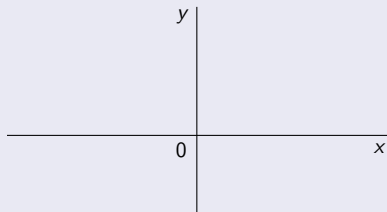
Nájdite rovnicu priamky v rovine, ktorá prechádza bodmi $B_1 = [x_1; y_1]$, $B_2 = [x_2; y_2]$, kde $x_1, x_2, x_3, x_4 \in R$.



Základné pojmy – Rovnica priamky

Nájdite rovnicu priamky v rovine, ktorá prechádza bodmi $B_1 = [x_1; y_1]$, $B_2 = [x_2; y_2]$, kde $x_1, x_2, x_3, x_4 \in R$.

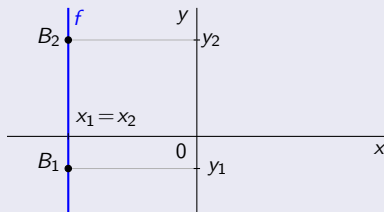
- $x_1 = x_2$.
- $x_1 \neq x_2$.



Základné pojmy – Rovnica priamky

Nájdite rovnicu priamky v rovine, ktorá prechádza bodmi $B_1 = [x_1; y_1]$, $B_2 = [x_2; y_2]$, kde $x_1, x_2, x_3, x_4 \in R$.

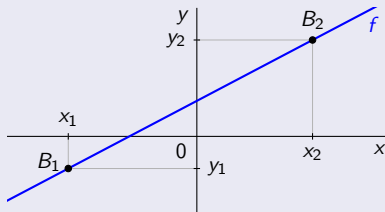
- $x_1 = x_2$. $\Rightarrow$ • Hľadaná priamka má tvar $f: x = x_1, y \in R$ a nereprezentuje funkciu.
- $x_1 \neq x_2$. •



Základné pojmy – Rovnica priamky

Nájdite rovnicu priamky v rovine, ktorá prechádza bodmi $B_1 = [x_1; y_1]$, $B_2 = [x_2; y_2]$, kde $x_1, x_2, x_3, x_4 \in \mathbb{R}$.

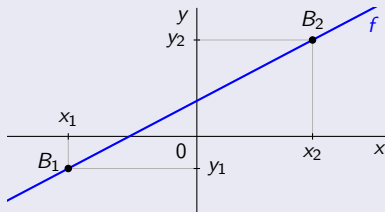
- $x_1 = x_2$. $\Rightarrow$ • Hľadaná priamka má tvar $f: x = x_1, y \in \mathbb{R}$ a nereprezentuje funkciu.
- $x_1 \neq x_2$. $\Rightarrow$ • Hľadaná priamka je grafom funkcie $f: y = ax + b, x \in \mathbb{R}$.



Základné pojmy – Rovnica priamky

Nájdite rovnicu priamky v rovine, ktorá prechádza bodmi $B_1 = [x_1; y_1]$, $B_2 = [x_2; y_2]$, kde $x_1, x_2, x_3, x_4 \in R$.

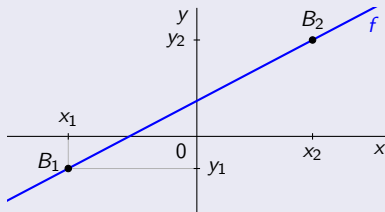
- $x_1 = x_2$. $\Rightarrow$ • Hľadaná priamka má tvar $f: x = x_1, y \in R$ a nereprezentuje funkciu.
- $x_1 \neq x_2$. $\Rightarrow$ • Hľadaná priamka je grafom funkcie $f: y = ax + b, x \in R$. [Musíme určiť koeficienty a, b , aby $B_1, B_2 \in f$.]



Základné pojmy – Rovnica priamky

Nájdite rovnicu priamky v rovine, ktorá prechádza bodmi $B_1 = [x_1; y_1]$, $B_2 = [x_2; y_2]$, kde $x_1, x_2, x_3, x_4 \in R$.

- $x_1 = x_2$. $\Rightarrow$ • Hľadaná priamka má tvar $f: x = x_1, y \in R$ a nereprezentuje funkciu.
- $x_1 \neq x_2$. $\Rightarrow$ • Hľadaná priamka je grafom funkcie $f: y = ax + b, x \in R$. [Musíme určiť koeficienty a, b , aby $B_1, B_2 \in f$.]

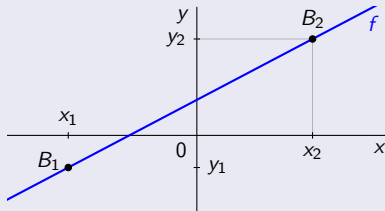


$$\bullet B_1 = [x_1; y_1] \in f. \Rightarrow \bullet y_1 = ax_1 + b.$$

Základné pojmy – Rovnica priamky

Nájdite rovnicu priamky v rovine, ktorá prechádza bodmi $B_1 = [x_1; y_1]$, $B_2 = [x_2; y_2]$, kde $x_1, x_2, x_3, x_4 \in R$.

- $x_1 = x_2$. $\Rightarrow$ • Hľadaná priamka má tvar $f: x = x_1, y \in R$ a nereprezentuje funkciu.
- $x_1 \neq x_2$. $\Rightarrow$ • Hľadaná priamka je grafom funkcie $f: y = ax + b, x \in R$. [Musíme určiť koeficienty a, b , aby $B_1, B_2 \in f$.]

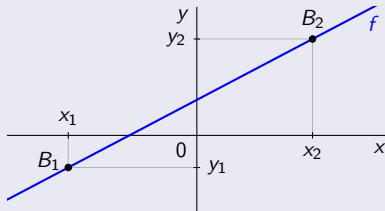


- $B_1 = [x_1; y_1] \in f$. $\Rightarrow$ • $y_1 = ax_1 + b$.
- $B_2 = [x_2; y_2] \in f$. $\Rightarrow$ • $y_2 = ax_2 + b$.

Základné pojmy – Rovnica priamky

Nájdite rovnicu priamky v rovine, ktorá prechádza bodmi $B_1 = [x_1; y_1]$, $B_2 = [x_2; y_2]$, kde $x_1, x_2, x_3, x_4 \in R$.

- $x_1 = x_2$. $\Rightarrow$ • Hľadaná priamka má tvar $f: x = x_1, y \in R$ a nereprezentuje funkciu.
- $x_1 \neq x_2$. $\Rightarrow$ • Hľadaná priamka je grafom funkcie $f: y = ax + b, x \in R$. [Musíme určiť koeficienty a, b , aby $B_1, B_2 \in f$.]



$$\bullet B_1 = [x_1; y_1] \in f. \Rightarrow \bullet y_1 = ax_1 + b.$$

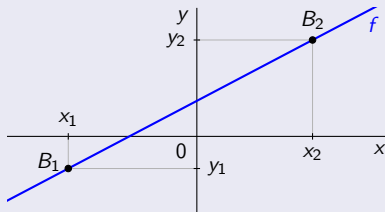
$$\bullet B_2 = [x_2; y_2] \in f. \Rightarrow \bullet y_2 = ax_2 + b.$$

$$y_2 - y_1 = ax_2 + b - ax_1 - b$$

Základné pojmy – Rovnica priamky

Nájdite rovnicu priamky v rovine, ktorá prechádza bodmi $B_1 = [x_1; y_1]$, $B_2 = [x_2; y_2]$, kde $x_1, x_2, x_3, x_4 \in R$.

- $x_1 = x_2$. $\Rightarrow$ • Hľadaná priamka má tvar $f: x = x_1, y \in R$ a nereprezentuje funkciu.
- $x_1 \neq x_2$. $\Rightarrow$ • Hľadaná priamka je grafom funkcie $f: y = ax + b, x \in R$. [Musíme určiť koeficienty a, b , aby $B_1, B_2 \in f$.]



$$\bullet B_1 = [x_1; y_1] \in f. \Rightarrow \bullet y_1 = ax_1 + b.$$

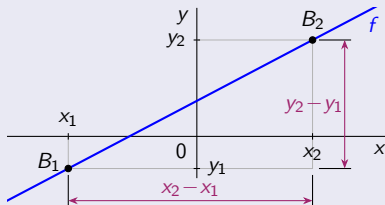
$$\bullet B_2 = [x_2; y_2] \in f. \Rightarrow \bullet y_2 = ax_2 + b.$$

$$y_2 - y_1 = ax_2 + b - ax_1 - b = a(x_2 - x_1).$$

Základné pojmy – Rovnica priamky

Nájdite rovnicu priamky v rovine, ktorá prechádza bodmi $B_1 = [x_1; y_1]$, $B_2 = [x_2; y_2]$, kde $x_1, x_2, x_3, x_4 \in \mathbb{R}$.

- $x_1 = x_2$. $\Rightarrow$ • Hľadaná priamka má tvar $f: x = x_1, y \in \mathbb{R}$ a nereprezentuje funkciu.
- $x_1 \neq x_2$. $\Rightarrow$ • Hľadaná priamka je grafom funkcie $f: y = ax + b, x \in \mathbb{R}$. [Musíme určiť koeficienty a, b , aby $B_1, B_2 \in f$.]



$$\bullet B_1 = [x_1; y_1] \in f. \Rightarrow \bullet y_1 = ax_1 + b.$$

$$\bullet B_2 = [x_2; y_2] \in f. \Rightarrow \bullet y_2 = ax_2 + b.$$

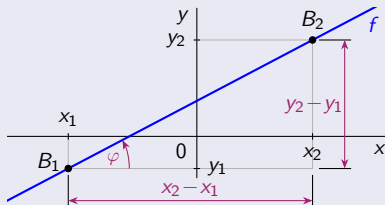
$$y_2 - y_1 = ax_2 + b - ax_1 - b = a(x_2 - x_1).$$

$$\Rightarrow \bullet a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Základné pojmy – Rovnica priamky

Nájdite rovnicu priamky v rovine, ktorá prechádza bodmi $B_1 = [x_1; y_1]$, $B_2 = [x_2; y_2]$, kde $x_1, x_2, x_3, x_4 \in \mathbb{R}$.

- $x_1 = x_2$. $\Rightarrow$ • Hľadaná priamka má tvar $f: x = x_1, y \in \mathbb{R}$ a nereprezentuje funkciu.
- $x_1 \neq x_2$. $\Rightarrow$ • Hľadaná priamka je grafom funkcie $f: y = ax + b, x \in \mathbb{R}$. [Musíme určiť koeficienty a, b , aby $B_1, B_2 \in f$.]



$$\bullet B_1 = [x_1; y_1] \in f. \Rightarrow \bullet y_1 = ax_1 + b.$$

$$\bullet B_2 = [x_2; y_2] \in f. \Rightarrow \bullet y_2 = ax_2 + b.$$

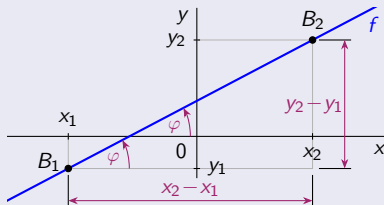
$$y_2 - y_1 = ax_2 + b - ax_1 - b = a(x_2 - x_1).$$

$$\Rightarrow \bullet a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \operatorname{tg} \varphi.$$

Základné pojmy – Rovnica priamky

Nájdite rovnicu priamky v rovine, ktorá prechádza bodmi $B_1 = [x_1; y_1]$, $B_2 = [x_2; y_2]$, kde $x_1, x_2, x_3, x_4 \in \mathbb{R}$.

- $x_1 = x_2$. $\Rightarrow$ • Hľadaná priamka má tvar $f: x = x_1, y \in \mathbb{R}$ a nereprezentuje funkciu.
- $x_1 \neq x_2$. $\Rightarrow$ • Hľadaná priamka je grafom funkcie $f: y = ax + b, x \in \mathbb{R}$. [Musíme určiť koeficienty a, b , aby $B_1, B_2 \in f$.]



$$\bullet B_1 = [x_1; y_1] \in f. \Rightarrow \bullet y_1 = ax_1 + b.$$

$$\bullet B_2 = [x_2; y_2] \in f. \Rightarrow \bullet y_2 = ax_2 + b.$$

$$y_2 - y_1 = ax_2 + b - ax_1 - b = a(x_2 - x_1).$$

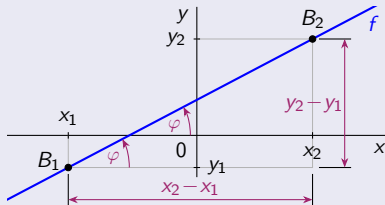
$$\Rightarrow \bullet a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \operatorname{tg} \varphi.$$

[a je smernica priamky f .]

Základné pojmy – Rovnica priamky

Nájdite rovnicu priamky v rovine, ktorá prechádza bodmi $B_1 = [x_1; y_1]$, $B_2 = [x_2; y_2]$, kde $x_1, x_2, x_3, x_4 \in \mathbb{R}$.

- $x_1 = x_2$. $\Rightarrow$ • Hľadaná priamka má tvar $f: x = x_1, y \in \mathbb{R}$ a nereprezentuje funkciu.
- $x_1 \neq x_2$. $\Rightarrow$ • Hľadaná priamka je grafom funkcie $f: y = ax + b, x \in \mathbb{R}$. [Musíme určiť koeficienty a, b , aby $B_1, B_2 \in f$.]



$$\bullet B_1 = [x_1; y_1] \in f. \Rightarrow \bullet y_1 = ax_1 + b.$$

$$\bullet B_2 = [x_2; y_2] \in f. \Rightarrow \bullet y_2 = ax_2 + b.$$

$$y_2 - y_1 = ax_2 + b - ax_1 - b = a(x_2 - x_1).$$

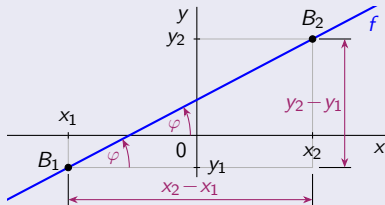
$$\Rightarrow \bullet a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \operatorname{tg} \varphi. \quad [a \text{ je smernica priamky } f.]$$

$$\Rightarrow \bullet b = y_1 - ax_1 = y_1 - \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} x_1$$

Základné pojmy – Rovnica priamky

Nájdite rovnicu priamky v rovine, ktorá prechádza bodmi $B_1 = [x_1; y_1]$, $B_2 = [x_2; y_2]$, kde $x_1, x_2, x_3, x_4 \in R$.

- $x_1 = x_2$. $\Rightarrow$ • Hľadaná priamka má tvar $f: x = x_1, y \in R$ a nereprezentuje funkciu.
- $x_1 \neq x_2$. $\Rightarrow$ • Hľadaná priamka je grafom funkcie $f: y = ax + b, x \in R$. [Musíme určiť koeficienty a, b , aby $B_1, B_2 \in f$.]



$$\bullet B_1 = [x_1; y_1] \in f. \Rightarrow \bullet y_1 = ax_1 + b.$$

$$\bullet B_2 = [x_2; y_2] \in f. \Rightarrow \bullet y_2 = ax_2 + b.$$

$$y_2 - y_1 = ax_2 + b - ax_1 - b = a(x_2 - x_1).$$

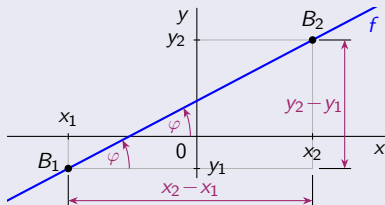
$$\Rightarrow \bullet a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \operatorname{tg} \varphi. \quad [a \text{ je smernica priamky } f.]$$

$$\Rightarrow \bullet b = y_1 - ax_1 = y_1 - \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} x_1 = \frac{y_1(x_2 - x_1) - x_1(y_2 - y_1)}{x_2 - x_1}$$

Základné pojmy – Rovnica priamky

Nájdite rovnicu priamky v rovine, ktorá prechádza bodmi $B_1 = [x_1; y_1]$, $B_2 = [x_2; y_2]$, kde $x_1, x_2, x_3, x_4 \in R$.

- $x_1 = x_2$. $\Rightarrow$ • Hľadaná priamka má tvar $f: x = x_1, y \in R$ a nereprezentuje funkciu.
- $x_1 \neq x_2$. $\Rightarrow$ • Hľadaná priamka je grafom funkcie $f: y = ax + b, x \in R$. [Musíme určiť koeficienty a, b , aby $B_1, B_2 \in f$.]



$$\bullet B_1 = [x_1; y_1] \in f. \Rightarrow \bullet y_1 = ax_1 + b.$$

$$\bullet B_2 = [x_2; y_2] \in f. \Rightarrow \bullet y_2 = ax_2 + b.$$

$$y_2 - y_1 = ax_2 + b - ax_1 - b = a(x_2 - x_1).$$

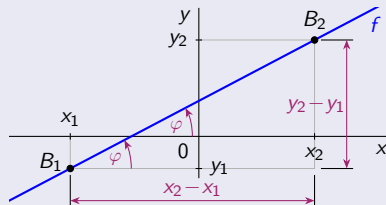
$$\Rightarrow \bullet a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \operatorname{tg} \varphi. \quad [a \text{ je smernica priamky } f.]$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \bullet b &= y_1 - ax_1 = y_1 - \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} x_1 = \frac{y_1(x_2 - x_1) - x_1(y_2 - y_1)}{x_2 - x_1} \\ &= \frac{y_1 x_2 - y_1 x_1 - (x_1 y_2 - x_1 y_1)}{x_2 - x_1} = \frac{y_1 x_2 - y_1 x_1 - y_2 x_1 + y_1 x_1}{x_2 - x_1} \end{aligned}$$

Základné pojmy – Rovnica priamky

Nájdite rovnicu priamky v rovine, ktorá prechádza bodmi $B_1 = [x_1; y_1]$, $B_2 = [x_2; y_2]$, kde $x_1, x_2, x_3, x_4 \in R$.

- $x_1 = x_2$. $\Rightarrow$ • Hľadaná priamka má tvar $f: x = x_1, y \in R$ a nereprezentuje funkciu.
- $x_1 \neq x_2$. $\Rightarrow$ • Hľadaná priamka je grafom funkcie $f: y = ax + b, x \in R$. [Musíme určiť koeficienty a, b , aby $B_1, B_2 \in f$.]



$$\bullet B_1 = [x_1; y_1] \in f. \Rightarrow \bullet y_1 = ax_1 + b.$$

$$\bullet B_2 = [x_2; y_2] \in f. \Rightarrow \bullet y_2 = ax_2 + b.$$

$$y_2 - y_1 = ax_2 + b - ax_1 - b = a(x_2 - x_1).$$

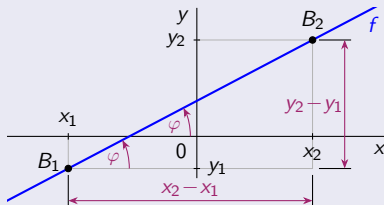
$$\Rightarrow \bullet a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \operatorname{tg} \varphi. \quad [a \text{ je smernica priamky } f.]$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \bullet b &= y_1 - ax_1 = y_1 - \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} x_1 = \frac{y_1(x_2 - x_1) - x_1(y_2 - y_1)}{x_2 - x_1} \\ &= \frac{y_1 x_2 - y_1 x_1 - (x_1 y_2 - x_1 y_1)}{x_2 - x_1} = \frac{y_1 x_2 - y_1 x_1 - y_2 x_1 + y_1 x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y_1 x_2 - y_2 x_1}{x_2 - x_1}. \end{aligned}$$

Základné pojmy – Rovnica priamky

Nájdite rovnicu priamky v rovine, ktorá prechádza bodmi $B_1 = [x_1; y_1]$, $B_2 = [x_2; y_2]$, kde $x_1, x_2, x_3, x_4 \in R$.

- $x_1 = x_2$. $\Rightarrow$ • Hľadaná priamka má tvar $f: x = x_1, y \in R$ a nereprezentuje funkciu.
- $x_1 \neq x_2$. $\Rightarrow$ • Hľadaná priamka je grafom funkcie $f: y = ax + b, x \in R$. [Musíme určiť koeficienty a, b , aby $B_1, B_2 \in f$.]



$$\bullet B_1 = [x_1; y_1] \in f. \Rightarrow \bullet y_1 = ax_1 + b.$$

$$\bullet B_2 = [x_2; y_2] \in f. \Rightarrow \bullet y_2 = ax_2 + b.$$

$$y_2 - y_1 = ax_2 + b - ax_1 - b = a(x_2 - x_1).$$

$$\Rightarrow \bullet a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \operatorname{tg} \varphi. \quad [a \text{ je smernica priamky } f.]$$

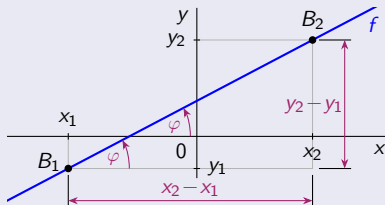
$$\begin{aligned} \Rightarrow \bullet b &= y_1 - ax_1 = y_1 - \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} x_1 = \frac{y_1(x_2 - x_1) - x_1(y_2 - y_1)}{x_2 - x_1} \\ &= \frac{y_1 x_2 - y_1 x_1 - (x_1 y_2 - x_1 y_1)}{x_2 - x_1} = \frac{y_1 x_2 - y_1 x_1 - y_2 x_1 + y_1 x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y_1 x_2 - y_2 x_1}{x_2 - x_1}. \end{aligned}$$

$$f: y = ax + b$$

Základné pojmy – Rovnica priamky

Nájdite rovnicu priamky v rovine, ktorá prechádza bodmi $B_1 = [x_1; y_1]$, $B_2 = [x_2; y_2]$, kde $x_1, x_2, x_3, x_4 \in R$.

- $x_1 = x_2$. $\Rightarrow$ • Hľadaná priamka má tvar $f: x = x_1, y \in R$ a nereprezentuje funkciu.
- $x_1 \neq x_2$. $\Rightarrow$ • Hľadaná priamka je grafom funkcie $f: y = ax + b, x \in R$. [Musíme určiť koeficienty a, b , aby $B_1, B_2 \in f$.]



$$\bullet B_1 = [x_1; y_1] \in f. \Rightarrow \bullet y_1 = ax_1 + b.$$

$$\bullet B_2 = [x_2; y_2] \in f. \Rightarrow \bullet y_2 = ax_2 + b.$$

$$y_2 - y_1 = ax_2 + b - ax_1 - b = a(x_2 - x_1).$$

$$\Rightarrow \bullet a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \operatorname{tg} \varphi. \quad [a \text{ je smernica priamky } f.]$$

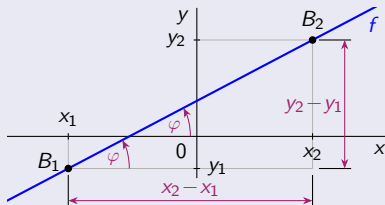
$$\begin{aligned} \Rightarrow \bullet b &= y_1 - ax_1 = y_1 - \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} x_1 = \frac{y_1(x_2 - x_1) - x_1(y_2 - y_1)}{x_2 - x_1} \\ &= \frac{y_1 x_2 - y_1 x_1 - (x_1 y_2 - x_1 y_1)}{x_2 - x_1} = \frac{y_1 x_2 - y_1 x_1 - y_2 x_1 + y_1 x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y_1 x_2 - y_2 x_1}{x_2 - x_1}. \end{aligned}$$

$$f: y = ax + b = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} x + \frac{y_1 x_2 - y_2 x_1}{x_2 - x_1}$$

Základné pojmy – Rovnica priamky

Nájdite rovnicu priamky v rovine, ktorá prechádza bodmi $B_1 = [x_1; y_1]$, $B_2 = [x_2; y_2]$, kde $x_1, x_2, x_3, x_4 \in R$.

- $x_1 = x_2$. $\Rightarrow$ • Hľadaná priamka má tvar $f: x = x_1, y \in R$ a nereprezentuje funkciu.
- $x_1 \neq x_2$. $\Rightarrow$ • Hľadaná priamka je grafom funkcie $f: y = ax + b, x \in R$. [Musíme určiť koeficienty a, b , aby $B_1, B_2 \in f$.]



$$\bullet B_1 = [x_1; y_1] \in f. \Rightarrow \bullet y_1 = ax_1 + b.$$

$$\bullet B_2 = [x_2; y_2] \in f. \Rightarrow \bullet y_2 = ax_2 + b.$$

$$y_2 - y_1 = ax_2 + b - ax_1 - b = a(x_2 - x_1).$$

$$\Rightarrow \bullet a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \operatorname{tg} \varphi. \quad [a \text{ je smernica priamky } f.]$$

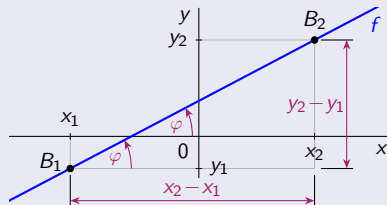
$$\begin{aligned} \Rightarrow \bullet b &= y_1 - ax_1 = y_1 - \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} x_1 = \frac{y_1(x_2 - x_1) - x_1(y_2 - y_1)}{x_2 - x_1} \\ &= \frac{y_1 x_2 - y_1 x_1 - (x_1 y_2 - x_1 y_1)}{x_2 - x_1} = \frac{y_1 x_2 - y_1 x_1 - y_2 x_1 + y_1 x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y_1 x_2 - y_2 x_1}{x_2 - x_1}. \end{aligned}$$

$$f: y = ax + b = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} x + \frac{y_1 x_2 - y_2 x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y_2 x - y_1 x + y_1 x_2 - y_2 x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y_2(x - x_1) + y_1(-x + x_2)}{x_2 - x_1}.$$

Základné pojmy – Rovnica priamky

Nájdite rovnicu priamky v rovine, ktorá prechádza bodmi $B_1 = [x_1; y_1]$, $B_2 = [x_2; y_2]$, kde $x_1, x_2, x_3, x_4 \in R$.

- $x_1 = x_2$. $\Rightarrow$ • Hľadaná priamka má tvar $f: x = x_1, y \in R$ a nereprezentuje funkciu.
- $x_1 \neq x_2$. $\Rightarrow$ • Hľadaná priamka je grafom funkcie $f: y = ax + b, x \in R$. [Musíme určiť koeficienty a, b , aby $B_1, B_2 \in f$.]



$$\bullet B_1 = [x_1; y_1] \in f. \Rightarrow \bullet y_1 = ax_1 + b.$$

$$\bullet B_2 = [x_2; y_2] \in f. \Rightarrow \bullet y_2 = ax_2 + b.$$

$$y_2 - y_1 = ax_2 + b - ax_1 - b = a(x_2 - x_1).$$

$$\Rightarrow \bullet a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \operatorname{tg} \varphi. \quad [a \text{ je smernica priamky } f.]$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \bullet b &= y_1 - ax_1 = y_1 - \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} x_1 = \frac{y_1(x_2 - x_1) - x_1(y_2 - y_1)}{x_2 - x_1} \\ &= \frac{y_1 x_2 - y_1 x_1 - (x_1 y_2 - x_1 y_1)}{x_2 - x_1} = \frac{y_1 x_2 - y_1 x_1 - y_2 x_1 + y_1 x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y_1 x_2 - y_2 x_1}{x_2 - x_1}. \end{aligned}$$

$$f: y = ax + b = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} x + \frac{y_1 x_2 - y_2 x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y_2 x - y_1 x + y_1 x_2 - y_2 x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y_2(x - x_1) + y_1(-x + x_2)}{x_2 - x_1}.$$

$$\Rightarrow \bullet f: y = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} \cdot y_2 + \frac{x_2 - x}{x_2 - x_1} \cdot y_1, x \in R.$$

Operácie s funkciami – Rovnosť a usporiadanie funkcií

- Funkcie sú množiny usporiadaných dvojíc $[x; f(x)]$,



Operácie s funkciami – Rovnosť a usporiadanie funkcií

- Funkcie sú množiny usporiadaných dvojíc $[x; f(x)]$,
t. j. relácie a operácie s nimi, musíme chápať ako relácie a operácie s množinami.



Operácie s funkciami – Rovnosť a usporiadanie funkcií

- Funkcie sú množiny usporiadaných dvojíc $[x; f(x)]$,
t. j. relácie a operácie s nimi, musíme chápať ako relácie a operácie s množinami.

Funkcie $y = f(x)$, $x \in D(f)$ a $y = g(x)$, $x \in D(g)$:

Funkcie $y = f(x)$, $x \in D(f)$ a $y = g(x)$, $x \in D(g)$, množina $A \subset D(f) \cap D(g)$:

Operácie s funkciami – Rovnosť a usporiadanie funkcií

- Funkcie sú množiny usporiadaných dvojíc $[x; f(x)]$,

t. j. relácie a operácie s nimi, musíme chápať ako relácie a operácie s množinami.

Funkcie $y=f(x)$, $x \in D(f)$ a $y=g(x)$, $x \in D(g)$:

- $f = g$ (funkcie f a g sa rovnajú),
- $f \neq g$ (funkcie f a g sa nerovnajú),

Funkcie $y=f(x)$, $x \in D(f)$ a $y=g(x)$, $x \in D(g)$, množina $A \subset D(f) \cap D(g)$:

- $f = g$, $x \in A$

Operácie s funkciami – Rovnosť a usporiadanie funkcií

- Funkcie sú množiny usporiadaných dvojíc $[x; f(x)]$,
t. j. relácie a operácie s nimi, musíme chápať ako relácie a operácie s množinami.

Funkcie $y=f(x)$, $x \in D(f)$ a $y=g(x)$, $x \in D(g)$:

[Globálna vlastnosť na definičných oboroch.]

- $f = g$ (funkcie f a g sa rovnajú), ak $D(f) = D(g)$
- $f \neq g$ (funkcie f a g sa nerovnajú),

Funkcie $y=f(x)$, $x \in D(f)$ a $y=g(x)$, $x \in D(g)$, množina $A \subset D(f) \cap D(g)$:

[Lokálna vlastnosť na A .]

- $f = g$, $x \in A$ (funkcie f , g sa rovnajú na množine A),

Operácie s funkciami – Rovnosť a usporiadanie funkcií

- Funkcie sú množiny usporiadaných dvojíc $[x; f(x)]$,

t. j. relácie a operácie s nimi, musíme chápať ako relácie a operácie s množinami.

Funkcie $y=f(x)$, $x \in D(f)$ a $y=g(x)$, $x \in D(g)$:

[Globálna vlastnosť na definičných oboroch.]

- $f = g$ (funkcie f a g sa rovnajú), ak $D(f) = D(g)$ a pre všetky $x \in D(f)$ platí $f(x) = g(x)$.
- $f \neq g$ (funkcie f a g sa nerovnajú),

Funkcie $y=f(x)$, $x \in D(f)$ a $y=g(x)$, $x \in D(g)$, množina $A \subset D(f) \cap D(g)$:

[Lokálna vlastnosť na A .]

- $f = g$, $x \in A$ (funkcie f , g sa rovnajú na množine A),

Operácie s funkciami – Rovnosť a usporiadanie funkcií

- Funkcie sú množiny usporiadaných dvojíc $[x; f(x)]$,
t. j. relácie a operácie s nimi, musíme chápať ako relácie a operácie s množinami.

Funkcie $y=f(x)$, $x \in D(f)$ a $y=g(x)$, $x \in D(g)$:

[Globálna vlastnosť na definičných oboroch.]

- $f = g$ (funkcie f a g sa rovnajú), ak $D(f) = D(g)$ a pre všetky $x \in D(f)$ platí $f(x) = g(x)$.
- $f \neq g$ (funkcie f a g sa nerovnajú), ak neplatí $f = g$,

Funkcie $y=f(x)$, $x \in D(f)$ a $y=g(x)$, $x \in D(g)$, množina $A \subset D(f) \cap D(g)$:

[Lokálna vlastnosť na A .]

- $f = g$, $x \in A$ (funkcie f , g sa rovnajú na množine A),

Operácie s funkciami – Rovnosť a usporiadanie funkcií

- Funkcie sú množiny usporiadaných dvojíc $[x; f(x)]$,

t. j. relácie a operácie s nimi, musíme chápať ako relácie a operácie s množinami.

Funkcie $y=f(x)$, $x \in D(f)$ a $y=g(x)$, $x \in D(g)$:

[Globálna vlastnosť na definičných oboroch.]

- $f = g$ (funkcie f a g sa rovnajú), ak $D(f) = D(g)$ a pre všetky $x \in D(f)$ platí $f(x) = g(x)$.
- $f \neq g$ (funkcie f a g sa nerovnajú), ak neplatí $f = g$, t. j. $D(f) \neq D(g)$

Funkcie $y=f(x)$, $x \in D(f)$ a $y=g(x)$, $x \in D(g)$, množina $A \subset D(f) \cap D(g)$:

[Lokálna vlastnosť na A .]

- $f = g$, $x \in A$ (funkcie f , g sa rovnajú na množine A),

Operácie s funkciami – Rovnosť a usporiadanie funkcií

- Funkcie sú množiny usporiadaných dvojíc $[x; f(x)]$,

t. j. relácie a operácie s nimi, musíme chápať ako relácie a operácie s množinami.

Funkcie $y=f(x)$, $x \in D(f)$ a $y=g(x)$, $x \in D(g)$:

[Globálna vlastnosť na definičných oboroch.]

- $f = g$ (funkcie f a g sa rovnajú), ak $D(f) = D(g)$ a pre všetky $x \in D(f)$ platí $f(x) = g(x)$.
- $f \neq g$ (funkcie f a g sa nerovnajú), ak neplatí $f = g$, t. j. $D(f) \neq D(g)$ alebo $f(x) \neq g(x)$ pre nejaké $x \in R$.

Funkcie $y=f(x)$, $x \in D(f)$ a $y=g(x)$, $x \in D(g)$, množina $A \subset D(f) \cap D(g)$:

[Lokálna vlastnosť na A .]

- $f = g$, $x \in A$ (funkcie f , g sa rovnajú na množine A),

Operácie s funkciami – Rovnosť a usporiadanie funkcií

- Funkcie sú množiny usporiadaných dvojíc $[x; f(x)]$,

t. j. relácie a operácie s nimi, musíme chápať ako relácie a operácie s množinami.

Funkcie $y=f(x)$, $x \in D(f)$ a $y=g(x)$, $x \in D(g)$:

[Globálna vlastnosť na definičných oboroch.]

- $f = g$ (funkcie f a g sa rovnajú), ak $D(f) = D(g)$ a pre všetky $x \in D(f)$ platí $f(x) = g(x)$.
- $f \neq g$ (funkcie f a g sa nerovnajú), ak neplatí $f = g$, t. j. $D(f) \neq D(g)$ alebo $f(x) \neq g(x)$ pre nejaké $x \in R$.
[Neexistuje $g(x)$ v nejakom bode $x \in D(f)$,

Funkcie $y=f(x)$, $x \in D(f)$ a $y=g(x)$, $x \in D(g)$, množina $A \subset D(f) \cap D(g)$:

[Lokálna vlastnosť na A .]

- $f = g$, $x \in A$ (funkcie f , g sa rovnajú na množine A),

Operácie s funkciami – Rovnosť a usporiadanie funkcií

- Funkcie sú množiny usporiadaných dvojíc $[x; f(x)]$,

t. j. relácie a operácie s nimi, musíme chápať ako relácie a operácie s množinami.

Funkcie $y=f(x)$, $x \in D(f)$ a $y=g(x)$, $x \in D(g)$:

[Globálna vlastnosť na definičných oboroch.]

- $f = g$ (funkcie f a g sa rovnajú), ak $D(f) = D(g)$ a pre všetky $x \in D(f)$ platí $f(x) = g(x)$.
- $f \neq g$ (funkcie f a g sa nerovnajú), ak neplatí $f = g$, t. j. $D(f) \neq D(g)$ alebo $f(x) \neq g(x)$ pre nejaké $x \in R$.

[Neexistuje $g(x)$ v nejakom bode $x \in D(f)$, neexistuje $f(x)$ v nejakom bode $x \in D(g)$]

Funkcie $y=f(x)$, $x \in D(f)$ a $y=g(x)$, $x \in D(g)$, množina $A \subset D(f) \cap D(g)$:

[Lokálna vlastnosť na A .]

- $f = g$, $x \in A$ (funkcie f , g sa rovnajú na množine A),

Operácie s funkciami – Rovnosť a usporiadanie funkcií

- Funkcie sú množiny usporiadaných dvojíc $[x; f(x)]$,

t. j. relácie a operácie s nimi, musíme chápať ako relácie a operácie s množinami.

Funkcie $y=f(x)$, $x \in D(f)$ a $y=g(x)$, $x \in D(g)$:

[Globálna vlastnosť na definičných oboroch.]

- $f = g$ (funkcie f a g sa rovnajú), ak $D(f) = D(g)$ a pre všetky $x \in D(f)$ platí $f(x) = g(x)$.
- $f \neq g$ (funkcie f a g sa nerovnajú), ak neplatí $f = g$, t. j. $D(f) \neq D(g)$ alebo $f(x) \neq g(x)$ pre nejaké $x \in R$.

[Neexistuje $g(x)$ v nejakom bode $x \in D(f)$, neexistuje $f(x)$ v nejakom bode $x \in D(g)$ alebo $f(x) \neq g(x)$ pre nejaké $x \in D(g) \cap D(f)$.]

Funkcie $y=f(x)$, $x \in D(f)$ a $y=g(x)$, $x \in D(g)$, množina $A \subset D(f) \cap D(g)$:

[Lokálna vlastnosť na A .]

- $f = g$, $x \in A$ (funkcie f , g sa rovnajú na množine A),

Operácie s funkciami – Rovnosť a usporiadanie funkcií

- Funkcie sú množiny usporiadaných dvojíc $[x; f(x)]$,

t. j. relácie a operácie s nimi, musíme chápať ako relácie a operácie s množinami.

Funkcie $y=f(x)$, $x \in D(f)$ a $y=g(x)$, $x \in D(g)$:

[Globálna vlastnosť na definičných oboroch.]

- $f = g$ (funkcie f a g sa rovnajú), ak $D(f) = D(g)$ a pre všetky $x \in D(f)$ platí $f(x) = g(x)$.
- $f \neq g$ (funkcie f a g sa nerovnajú), ak neplatí $f = g$, t. j. $D(f) \neq D(g)$ alebo $f(x) \neq g(x)$ pre nejaké $x \in R$.

[Neexistuje $g(x)$ v nejakom bode $x \in D(f)$, neexistuje $f(x)$ v nejakom bode $x \in D(g)$ alebo $f(x) \neq g(x)$ pre nejaké $x \in D(g) \cap D(f)$.]

Funkcie $y=f(x)$, $x \in D(f)$ a $y=g(x)$, $x \in D(g)$, množina $A \subset D(f) \cap D(g)$:

[Lokálna vlastnosť na A .]

- $f = g$, $x \in A$ (funkcie f , g sa rovnajú na množine A),

ak pre všetky $x \in A$ platí $f(x) = g(x)$,



Operácie s funkciami – Rovnosť a usporiadanie funkcií

- Funkcie sú množiny usporiadaných dvojíc $[x; f(x)]$,

t. j. relácie a operácie s nimi, musíme chápať ako relácie a operácie s množinami.

Funkcie $y = f(x)$, $x \in D(f)$ a $y = g(x)$, $x \in D(g)$:

[Globálna vlastnosť na definičných oboroch.]

- $f = g$ (funkcie f a g sa rovnajú), ak $D(f) = D(g)$ a pre všetky $x \in D(f)$ platí $f(x) = g(x)$.
- $f \neq g$ (funkcie f a g sa nerovnajú), ak neplatí $f = g$, t. j. $D(f) \neq D(g)$ alebo $f(x) \neq g(x)$ pre nejaké $x \in R$.

[Neexistuje $g(x)$ v nejakom bode $x \in D(f)$, neexistuje $f(x)$ v nejakom bode $x \in D(g)$ alebo $f(x) \neq g(x)$ pre nejaké $x \in D(g) \cap D(f)$.]

Funkcie $y = f(x)$, $x \in D(f)$ a $y = g(x)$, $x \in D(g)$, množina $A \subset D(f) \cap D(g)$:

[Lokálna vlastnosť na A .]

- $f = g$, $x \in A$ (funkcie f , g sa rovnajú na množine A),

resp. $f < g$, $x \in A$,

ak pre všetky $x \in A$ platí

resp. $f(x) < g(x)$,



Operácie s funkciami – Rovnosť a usporiadanie funkcií

- Funkcie sú množiny usporiadaných dvojíc $[x; f(x)]$,

t. j. relácie a operácie s nimi, musíme chápať ako relácie a operácie s množinami.

Funkcie $y=f(x)$, $x \in D(f)$ a $y=g(x)$, $x \in D(g)$:

[Globálna vlastnosť na definičných oboroch.]

- $f = g$ (funkcie f a g sa rovnajú), ak $D(f) = D(g)$ a pre všetky $x \in D(f)$ platí $f(x) = g(x)$.
- $f \neq g$ (funkcie f a g sa nerovnajú), ak neplatí $f = g$, t. j. $D(f) \neq D(g)$ alebo $f(x) \neq g(x)$ pre nejaké $x \in R$.

[Neexistuje $g(x)$ v nejakom bode $x \in D(f)$, neexistuje $f(x)$ v nejakom bode $x \in D(g)$ alebo $f(x) \neq g(x)$ pre nejaké $x \in D(g) \cap D(f)$.]

Funkcie $y=f(x)$, $x \in D(f)$ a $y=g(x)$, $x \in D(g)$, množina $A \subset D(f) \cap D(g)$:

[Lokálna vlastnosť na A .]

- $f = g$, $x \in A$ (funkcie f , g sa rovnajú na množine A),
resp. $f < g$, $x \in A$, resp. $f \leq g$, $x \in A$,

ak pre všetky $x \in A$ platí

- resp. $f(x) < g(x)$, resp. $f(x) \leq g(x)$,



Operácie s funkciami – Rovnosť a usporiadanie funkcií

- Funkcie sú množiny usporiadaných dvojíc $[x; f(x)]$,

t. j. relácie a operácie s nimi, musíme chápať ako relácie a operácie s množinami.

Funkcie $y=f(x)$, $x \in D(f)$ a $y=g(x)$, $x \in D(g)$:

[Globálna vlastnosť na definičných oboroch.]

- $f = g$ (funkcie f a g sa rovnajú), ak $D(f) = D(g)$ a pre všetky $x \in D(f)$ platí $f(x) = g(x)$.
- $f \neq g$ (funkcie f a g sa nerovnajú), ak neplatí $f = g$, t. j. $D(f) \neq D(g)$ alebo $f(x) \neq g(x)$ pre nejaké $x \in R$.

[Neexistuje $g(x)$ v nejakom bode $x \in D(f)$, neexistuje $f(x)$ v nejakom bode $x \in D(g)$ alebo $f(x) \neq g(x)$ pre nejaké $x \in D(f) \cap D(g)$.]

Funkcie $y=f(x)$, $x \in D(f)$ a $y=g(x)$, $x \in D(g)$, množina $A \subset D(f) \cap D(g)$:

[Lokálna vlastnosť na A .]

- $f = g$, $x \in A$ (funkcie f , g sa rovnajú na množine A),
 resp. $\bullet f < g$, $x \in A$, resp. $\bullet f \leq g$, $x \in A$, resp. $\bullet f > g$, $x \in A$,

ak pre všetky $x \in A$ platí

- resp. $\bullet f(x) < g(x)$, resp. $\bullet f(x) \leq g(x)$, resp. $\bullet f(x) > g(x)$,



Operácie s funkciami – Rovnosť a usporiadanie funkcií

- Funkcie sú množiny usporiadaných dvojíc $[x; f(x)]$,

t. j. relácie a operácie s nimi, musíme chápať ako relácie a operácie s množinami.

Funkcie $y=f(x)$, $x \in D(f)$ a $y=g(x)$, $x \in D(g)$:

[Globálna vlastnosť na definičných oboroch.]

- $f = g$ (funkcie f a g sa rovnajú), ak $D(f) = D(g)$ a pre všetky $x \in D(f)$ platí $f(x) = g(x)$.
- $f \neq g$ (funkcie f a g sa nerovnajú), ak neplatí $f = g$, t. j. $D(f) \neq D(g)$ alebo $f(x) \neq g(x)$ pre nejaké $x \in R$.

[Neexistuje $g(x)$ v nejakom bode $x \in D(f)$, neexistuje $f(x)$ v nejakom bode $x \in D(g)$ alebo $f(x) \neq g(x)$ pre nejaké $x \in D(g) \cap D(f)$.]

Funkcie $y=f(x)$, $x \in D(f)$ a $y=g(x)$, $x \in D(g)$, množina $A \subset D(f) \cap D(g)$:

[Lokálna vlastnosť na A .]

- $f = g$, $x \in A$ (funkcie f , g sa rovnajú na množine A),
 resp. $\bullet f < g$, $x \in A$, resp. $\bullet f \leq g$, $x \in A$, resp. $\bullet f > g$, $x \in A$, resp. $\bullet f \geq g$, $x \in A$,

ak pre všetky $x \in A$ platí

- resp. $\bullet f(x) < g(x)$, resp. $\bullet f(x) \leq g(x)$, resp. $\bullet f(x) > g(x)$, resp. $\bullet f(x) \geq g(x)$.



Operácie s funkciami – Rovnosť a usporiadanie funkcií

- Funkcie sú množiny usporiadaných dvojíc $[x; f(x)]$,

t. j. relácie a operácie s nimi, musíme chápať ako relácie a operácie s množinami.

Funkcie $y=f(x)$, $x \in D(f)$ a $y=g(x)$, $x \in D(g)$:

[Globálna vlastnosť na definičných oboroch.]

- $f = g$ (funkcie f a g sa rovnajú), ak $D(f) = D(g)$ a pre všetky $x \in D(f)$ platí $f(x) = g(x)$.
- $f \neq g$ (funkcie f a g sa nerovnajú), ak neplatí $f = g$, t. j. $D(f) \neq D(g)$ alebo $f(x) \neq g(x)$ pre nejaké $x \in R$.

[Neexistuje $g(x)$ v nejakom bode $x \in D(f)$, neexistuje $f(x)$ v nejakom bode $x \in D(g)$ alebo $f(x) \neq g(x)$ pre nejaké $x \in D(g) \cap D(f)$.]

Funkcie $y=f(x)$, $x \in D(f)$ a $y=g(x)$, $x \in D(g)$, množina $A \subset D(f) \cap D(g)$:

[Lokálna vlastnosť na A .]

- $f = g$, $x \in A$ (funkcie f , g sa rovnajú na množine A),
 resp. $\bullet f < g$, $x \in A$, resp. $\bullet f \leq g$, $x \in A$, resp. $\bullet f > g$, $x \in A$, resp. $\bullet f \geq g$, $x \in A$,
 ak pre všetky $x \in A$ platí $f(x) = g(x)$,
 resp. $\bullet f(x) < g(x)$, resp. $\bullet f(x) \leq g(x)$, resp. $\bullet f(x) > g(x)$, resp. $\bullet f(x) \geq g(x)$.



Operácie s funkciami – Rovnosť a usporiadanie funkcií

- Funkcie sú množiny usporiadaných dvojíc $[x; f(x)]$,

t. j. relácie a operácie s nimi, musíme chápať ako relácie a operácie s množinami.

Funkcie $y = f(x)$, $x \in D(f)$ a $y = g(x)$, $x \in D(g)$:

[Globálna vlastnosť na definičných oboroch.]

- $f = g$ (funkcie f a g sa rovnajú), ak $D(f) = D(g)$ a pre všetky $x \in D(f)$ platí $f(x) = g(x)$.
- $f \neq g$ (funkcie f a g sa nerovnajú), ak neplatí $f = g$, t. j. $D(f) \neq D(g)$ alebo $f(x) \neq g(x)$ pre nejaké $x \in R$.

[Neexistuje $g(x)$ v nejakom bode $x \in D(f)$, neexistuje $f(x)$ v nejakom bode $x \in D(g)$ alebo $f(x) \neq g(x)$ pre nejaké $x \in D(g) \cap D(f)$.]

Funkcie $y = f(x)$, $x \in D(f)$ a $y = g(x)$, $x \in D(g)$, množina $A \subset D(f) \cap D(g)$:

[Lokálna vlastnosť na A .]

- $f = g$, $x \in A$ (funkcie f , g sa rovnajú na množine A),
 resp. $\bullet f < g$, $x \in A$, resp. $\bullet f \leq g$, $x \in A$, resp. $\bullet f > g$, $x \in A$, resp. $\bullet f \geq g$, $x \in A$,
 ak pre všetky $x \in A$ platí $f(x) = g(x)$,
 resp. $\bullet f(x) < g(x)$, resp. $\bullet f(x) \leq g(x)$, resp. $\bullet f(x) > g(x)$, resp. $\bullet f(x) \geq g(x)$.

- Funkcie vo všeobecnosti nemôžeme porovnávať.

Operácie s funkciami – Rovnosť a usporiadanie funkcií

- Funkcie sú množiny usporiadaných dvojíc $[x; f(x)]$,

t. j. relácie a operácie s nimi, musíme chápať ako relácie a operácie s množinami.

Funkcie $y = f(x)$, $x \in D(f)$ a $y = g(x)$, $x \in D(g)$:

[Globálna vlastnosť na definičných oboroch.]

- $f = g$ (funkcie f a g sa rovnajú), ak $D(f) = D(g)$ a pre všetky $x \in D(f)$ platí $f(x) = g(x)$.
- $f \neq g$ (funkcie f a g sa nerovnajú), ak neplatí $f = g$, t. j. $D(f) \neq D(g)$ alebo $f(x) \neq g(x)$ pre nejaké $x \in R$.

[Neexistuje $g(x)$ v nejakom bode $x \in D(f)$, neexistuje $f(x)$ v nejakom bode $x \in D(g)$ alebo $f(x) \neq g(x)$ pre nejaké $x \in D(f) \cap D(g)$.]

Funkcie $y = f(x)$, $x \in D(f)$ a $y = g(x)$, $x \in D(g)$, množina $A \subset D(f) \cap D(g)$:

[Lokálna vlastnosť na A .]

- $f = g$, $x \in A$ (funkcie f , g sa rovnajú na množine A),
 resp. $\bullet f < g$, $x \in A$, resp. $\bullet f \leq g$, $x \in A$, resp. $\bullet f > g$, $x \in A$, resp. $\bullet f \geq g$, $x \in A$,
 ak pre všetky $x \in A$ platí $f(x) = g(x)$,
 resp. $\bullet f(x) < g(x)$, resp. $\bullet f(x) \leq g(x)$, resp. $\bullet f(x) > g(x)$, resp. $\bullet f(x) \geq g(x)$.

- Funkcie vo všeobecnosti nemôžeme porovnávať.
- Môžeme určiť množiny, na ktorých platí $f < g$, $f = g$, $f > g$, resp. $f \leq g$, $f \geq g$.

Operácie s funkciami – Zúženie (reštrikcia) funkcie

- Funkcie **môžeme** sčítavať, odčítavať, násobiť, deliť, umocňovať. . .

Operácie s funkciami – Zúženie (reštrikcia) funkcie

- Funkcie **môžeme** sčítavať, odčítavať, násobiť, deliť, umocňovať. . .

Funkcie $y=f(x)$, $x \in D(f)$ a $y=g(x)$, $x \in D(g)$, číslo $n \in \mathbb{N}$.

Operácie s funkciami – Zúženie (reštrikcia) funkcie

- Funkcie môžeme sčítavať, odčítavať, násobiť, deliť, umocňovať. . .

Funkcie $y=f(x)$, $x \in D(f)$ a $y=g(x)$, $x \in D(g)$, číslo $n \in \mathbb{N}$.

Pre $x \in D(f) \cap D(g)$ definujeme:

Operácie s funkciami – Zúženie (reštrikcia) funkcie

- Funkcie **môžeme** sčítavať, odčítavať, násobiť, deliť, umocňovať. . .

Funkcie $y=f(x)$, $x \in D(f)$ a $y=g(x)$, $x \in D(g)$, číslo $n \in \mathbb{N}$.

Pre $x \in D(f) \cap D(g)$ definujeme:

- $(f \pm g)(x) = f(x) \pm g(x)$.

Operácie s funkciami – Zúženie (reštrikcia) funkcie

- Funkcie **môžeme** sčítavať, odčítavať, násobiť, deliť, umocňovať. . .

Funkcie $y=f(x)$, $x \in D(f)$ a $y=g(x)$, $x \in D(g)$, číslo $n \in \mathbb{N}$.

Pre $x \in D(f) \cap D(g)$ definujeme:

- $(f \pm g)(x) = f(x) \pm g(x)$.
- $(fg)(x) = f(x) \cdot g(x)$.

Operácie s funkciami – Zúženie (reštrikcia) funkcie

- Funkcie môžeme sčítavať, odčítavať, násobiť, deliť, umocňovať...

Funkcie $y=f(x)$, $x \in D(f)$ a $y=g(x)$, $x \in D(g)$, číslo $n \in \mathbb{N}$.

Pre $x \in D(f) \cap D(g)$ definujeme:

$$\bullet (f \pm g)(x) = f(x) \pm g(x). \quad \bullet (fg)(x) = f(x) \cdot g(x). \quad \bullet \left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)} \text{ pre } g(x) \neq 0.$$

Operácie s funkciami – Zúženie (reštrikcia) funkcie

- Funkcie môžeme sčítavať, odčítavať, násobiť, deliť, umocňovať...

Funkcie $y=f(x)$, $x \in D(f)$ a $y=g(x)$, $x \in D(g)$, číslo $n \in \mathbb{N}$.

Pre $x \in D(f) \cap D(g)$ definujeme:

$$\bullet (f \pm g)(x) = f(x) \pm g(x). \quad \bullet (fg)(x) = f(x) \cdot g(x). \quad \bullet \left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)} \text{ pre } g(x) \neq 0.$$

Pre $x \in D(f)$ definujeme:

Operácie s funkciami – Zúženie (reštrikcia) funkcie

- Funkcie môžeme sčítavať, odčítavať, násobiť, deliť, umocňovať...

Funkcie $y=f(x)$, $x \in D(f)$ a $y=g(x)$, $x \in D(g)$, číslo $n \in \mathbb{N}$.

Pre $x \in D(f) \cap D(g)$ definujeme:

$$\bullet (f \pm g)(x) = f(x) \pm g(x). \quad \bullet (fg)(x) = f(x) \cdot g(x). \quad \bullet \left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)} \text{ pre } g(x) \neq 0.$$

Pre $x \in D(f)$ definujeme:

$$\bullet |f|(x) = |f(x)|.$$

Operácie s funkciami – Zúženie (reštrikcia) funkcie

- Funkcie môžeme sčítavať, odčítavať, násobiť, deliť, umocňovať...

Funkcie $y=f(x)$, $x \in D(f)$ a $y=g(x)$, $x \in D(g)$, číslo $n \in \mathbb{N}$.

Pre $x \in D(f) \cap D(g)$ definujeme:

$$\bullet (f \pm g)(x) = f(x) \pm g(x). \quad \bullet (fg)(x) = f(x) \cdot g(x). \quad \bullet \left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)} \text{ pre } g(x) \neq 0.$$

Pre $x \in D(f)$ definujeme:

$$\bullet |f|(x) = |f(x)|. \quad \bullet f^n(x) = [f(x)]^n.$$

Operácie s funkciami – Zúženie (reštrikcia) funkcie

- Funkcie môžeme sčítavať, odčítavať, násobiť, deliť, umocňovať...

Funkcie $y=f(x)$, $x \in D(f)$ a $y=g(x)$, $x \in D(g)$, číslo $n \in \mathbb{N}$.

Pre $x \in D(f) \cap D(g)$ definujeme:

$$\bullet (f \pm g)(x) = f(x) \pm g(x). \quad \bullet (fg)(x) = f(x) \cdot g(x). \quad \bullet \left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)} \text{ pre } g(x) \neq 0.$$

Pre $x \in D(f)$ definujeme:

$$\bullet |f|(x) = |f(x)|. \quad \bullet f^n(x) = [f(x)]^n.$$

Funkcia $y=f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$.

Operácie s funkciami – Zúženie (reštrikcia) funkcie

- Funkcie môžeme sčítavať, odčítavať, násobiť, deliť, umocňovať...

Funkcie $y = f(x)$, $x \in D(f)$ a $y = g(x)$, $x \in D(g)$, číslo $n \in \mathbb{N}$.

Pre $x \in D(f) \cap D(g)$ definujeme:

$$\bullet (f \pm g)(x) = f(x) \pm g(x). \quad \bullet (fg)(x) = f(x) \cdot g(x). \quad \bullet \left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)} \text{ pre } g(x) \neq 0.$$

Pre $x \in D(f)$ definujeme:

$$\bullet |f|(x) = |f(x)|. \quad \bullet f^n(x) = [f(x)]^n.$$

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$.

Funkcia $y = h(x)$, $x \in A$ sa nazýva **zúženie (reštrikcia)** funkcie f na množinu A ,

Operácie s funkciami – Zúženie (reštrikcia) funkcie

- Funkcie môžeme sčítavať, odčítavať, násobiť, deliť, umocňovať...

Funkcie $y = f(x)$, $x \in D(f)$ a $y = g(x)$, $x \in D(g)$, číslo $n \in \mathbb{N}$.

Pre $x \in D(f) \cap D(g)$ definujeme:

$$\bullet (f \pm g)(x) = f(x) \pm g(x). \quad \bullet (fg)(x) = f(x) \cdot g(x). \quad \bullet \left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)} \text{ pre } g(x) \neq 0.$$

Pre $x \in D(f)$ definujeme:

$$\bullet |f|(x) = |f(x)|. \quad \bullet f^n(x) = [f(x)]^n.$$

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$.

Funkcia $y = h(x)$, $x \in A$ sa nazýva **zúženie (reštrikcia)** funkcie f na množinu A , označenie $h = f|_A$,

Operácie s funkciami – Zúženie (reštrikcia) funkcie

- Funkcie môžeme sčítavať, odčítavať, násobiť, deliť, umocňovať...

Funkcie $y = f(x)$, $x \in D(f)$ a $y = g(x)$, $x \in D(g)$, číslo $n \in \mathbb{N}$.

Pre $x \in D(f) \cap D(g)$ definujeme:

$$\bullet (f \pm g)(x) = f(x) \pm g(x). \quad \bullet (fg)(x) = f(x) \cdot g(x). \quad \bullet \left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)} \text{ pre } g(x) \neq 0.$$

Pre $x \in D(f)$ definujeme:

$$\bullet |f|(x) = |f(x)|. \quad \bullet f^n(x) = [f(x)]^n.$$

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$.

Funkcia $y = h(x)$, $x \in A$ sa nazýva **zúženie (reštrikcia)** funkcie f na množinu A , označenie $h = f|_A$,
ak pre všetky $x \in A$ platí $h(x) = f(x)$.

Operácie s funkciami – Zúženie (reštrikcia) funkcie

- Funkcie môžeme sčítavať, odčítavať, násobiť, deliť, umocňovať...

Funkcie $y = f(x)$, $x \in D(f)$ a $y = g(x)$, $x \in D(g)$, číslo $n \in \mathbb{N}$.

Pre $x \in D(f) \cap D(g)$ definujeme:

$$\bullet (f \pm g)(x) = f(x) \pm g(x). \quad \bullet (fg)(x) = f(x) \cdot g(x). \quad \bullet \left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)} \text{ pre } g(x) \neq 0.$$

Pre $x \in D(f)$ definujeme:

$$\bullet |f|(x) = |f(x)|. \quad \bullet f^n(x) = [f(x)]^n.$$

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$.

Funkcia $y = h(x)$, $x \in A$ sa nazýva **zúženie (reštrikcia)** funkcie f na množinu A , označenie $h = f|_A$,

ak pre všetky $x \in A$ platí $h(x) = f(x)$.

[Graf funkcie h je časťou grafu funkcie f .]

Operácie s funkciami – Zúženie (reštrikcia) funkcie

- Funkcie môžeme sčítavať, odčítavať, násobiť, deliť, umocňovať...

Funkcie $y = f(x)$, $x \in D(f)$ a $y = g(x)$, $x \in D(g)$, číslo $n \in \mathbb{N}$.

Pre $x \in D(f) \cap D(g)$ definujeme:

$$\bullet (f \pm g)(x) = f(x) \pm g(x). \quad \bullet (fg)(x) = f(x) \cdot g(x). \quad \bullet \left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)} \text{ pre } g(x) \neq 0.$$

Pre $x \in D(f)$ definujeme:

$$\bullet |f|(x) = |f(x)|. \quad \bullet f^n(x) = [f(x)]^n.$$

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$.

Funkcia $y = h(x)$, $x \in A$ sa nazýva **zúženie (reštrikcia)** funkcie f na množinu A , označenie $h = f|_A$,

ak pre všetky $x \in A$ platí $h(x) = f(x)$.

[Graf funkcie h je časťou grafu funkcie f .]

- Dirichletova funkcia $\chi(x) = \begin{cases} 1 & \text{pre } x \in \mathbb{Q}, \\ 0 & \text{pre } x \in I. \end{cases}$
- $f: y = x^2$, $x \in \mathbb{R}$. $g: y = x^2$, $x \in \langle 0; 2 \rangle$.
- $f: y = 0$, $x \in \langle 0; 1 \rangle$. $g: y = \lfloor x \rfloor$.

Operácie s funkciami – Zúženie (reštrikcia) funkcie

- Funkcie môžeme sčítavať, odčítavať, násobiť, deliť, umocňovať...

Funkcie $y = f(x)$, $x \in D(f)$ a $y = g(x)$, $x \in D(g)$, číslo $n \in \mathbb{N}$.

Pre $x \in D(f) \cap D(g)$ definujeme:

$$\bullet (f \pm g)(x) = f(x) \pm g(x). \quad \bullet (fg)(x) = f(x) \cdot g(x). \quad \bullet \left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)} \text{ pre } g(x) \neq 0.$$

Pre $x \in D(f)$ definujeme:

$$\bullet |f|(x) = |f(x)|. \quad \bullet f^n(x) = [f(x)]^n.$$

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$.

Funkcia $y = h(x)$, $x \in A$ sa nazýva **zúženie (reštrikcia)** funkcie f na množinu A , označenie $h = f|_A$,

ak pre všetky $x \in A$ platí $h(x) = f(x)$.

[Graf funkcie h je časťou grafu funkcie f .]

$$\bullet \text{ Dirichletova funkcia } \chi(x) = \begin{cases} 1 & \text{pre } x \in \mathbb{Q}, \\ 0 & \text{pre } x \in \mathbb{I}. \end{cases} \Rightarrow \bullet \chi|_Q: y = 1, x \in \mathbb{Q}.$$

$$\bullet f: y = x^2, x \in \mathbb{R}. \quad \bullet g: y = x^2, x \in \langle 0; 2 \rangle. \quad \Rightarrow \bullet$$

$$\bullet f: y = 0, x \in \langle 0; 1 \rangle. \quad \bullet g: y = \lfloor x \rfloor. \quad \Rightarrow \bullet$$

Operácie s funkciami – Zúženie (reštrikcia) funkcie

- Funkcie môžeme sčítavať, odčítavať, násobiť, deliť, umocňovať...

Funkcie $y = f(x)$, $x \in D(f)$ a $y = g(x)$, $x \in D(g)$, číslo $n \in \mathbb{N}$.

Pre $x \in D(f) \cap D(g)$ definujeme:

$$\bullet (f \pm g)(x) = f(x) \pm g(x). \quad \bullet (fg)(x) = f(x) \cdot g(x). \quad \bullet \left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)} \text{ pre } g(x) \neq 0.$$

Pre $x \in D(f)$ definujeme:

$$\bullet |f|(x) = |f(x)|. \quad \bullet f^n(x) = [f(x)]^n.$$

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$.

Funkcia $y = h(x)$, $x \in A$ sa nazýva **zúženie (reštrikcia)** funkcie f na množinu A , označenie $h = f|_A$,

ak pre všetky $x \in A$ platí $h(x) = f(x)$.

[Graf funkcie h je časťou grafu funkcie f .]

$$\bullet \text{ Dirichletova funkcia } \chi(x) = \begin{cases} 1 & \text{pre } x \in \mathbb{Q}, \\ 0 & \text{pre } x \in \mathbb{I}. \end{cases} \Rightarrow \bullet \chi|_Q: y = 1, x \in Q. \quad \bullet \chi|_I: y = 0, x \in I.$$

$$\bullet f: y = x^2, x \in \mathbb{R}. \quad \bullet g: y = x^2, x \in \langle 0; 2 \rangle. \Rightarrow \bullet g = f|_{\langle 0; 2 \rangle}.$$

$$\bullet f: y = 0, x \in \langle 0; 1 \rangle. \quad \bullet g: y = \lfloor x \rfloor. \Rightarrow \bullet f = g|_{\langle 0; 1 \rangle}.$$

Operácie s funkciami – Nulový bod, zložená funkcia

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$.



Operácie s funkciami – Nulový bod, zložená funkcia

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$.

Bod $c \in D(f)$ sa nazýva nulový bod (koreň) funkcie f ,



Operácie s funkciami – Nulový bod, zložená funkcia

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$.

Bod $c \in D(f)$ sa nazýva **nulový bod** (**koreň**) funkcie f , ak platí $f(c) = 0$.



Operácie s funkciami – Nulový bod, zložená funkcia

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$.

Bod $c \in D(f)$ sa nazýva **nulový bod** (**koreň**) funkcie f , ak platí $f(c) = 0$.

- Korene funkcie f nájdeme riešením rovnice $f(x) = 0$, $x \in D(f)$.



Operácie s funkciami – Nulový bod, zložená funkcia

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$.

Bod $c \in D(f)$ sa nazýva **nulový bod (koreň)** funkcie f , ak platí $f(c) = 0$.

- Korene funkcie f nájdeme riešením rovnice $f(x) = 0$, $x \in D(f)$.

[V praxi väčšinou korene rovnice hľadáme pomocou približných numerických metód.]



Operácie s funkciami – Nulový bod, zložená funkcia

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$.

Bod $c \in D(f)$ sa nazýva **nulový bod (koreň)** funkcie f , ak platí $f(c) = 0$.

- Korene funkcie f nájdeme riešením rovnice $f(x) = 0$, $x \in D(f)$.

[V praxi väčšinou korene rovnice hľadáme pomocou približných numerických metód.]

Funkcie $y = f(x)$, $x \in D(f)$ a $y = g(x)$, $x \in D(g)$, pričom platí $H(f) \subset D(g)$.

Operácie s funkciami – Nulový bod, zložená funkcia

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$.

Bod $c \in D(f)$ sa nazýva **nulový bod (koreň)** funkcie f , ak platí $f(c) = 0$.

- Korene funkcie f nájdeme riešením rovnice $f(x) = 0$, $x \in D(f)$.

[V praxi väčšinou korene rovnice hľadáme pomocou približných numerických metód.]

Funkcie $y = f(x)$, $x \in D(f)$ a $y = g(x)$, $x \in D(g)$, pričom platí $H(f) \subset D(g)$.

Zloženou funkciou f a g nazývame funkciu $y = F(x) = g[f(x)]$, $x \in D(f)$,

Operácie s funkciami – Nulový bod, zložená funkcia

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$.

Bod $c \in D(f)$ sa nazýva **nulový bod (koreň)** funkcie f , ak platí $f(c) = 0$.

- Korene funkcie f nájdeme riešením rovnice $f(x) = 0$, $x \in D(f)$.

[V praxi väčšinou korene rovnice hľadáme pomocou približných numerických metód.]

Funkcie $y = f(x)$, $x \in D(f)$ a $y = g(x)$, $x \in D(g)$, pričom platí $H(f) \subset D(g)$.

Zloženou funkciou f a g nazývame funkciu $y = F(x) = g[f(x)]$, $x \in D(f)$,

označenie $F = g(f)$, resp. $F = f \circ g$.

Operácie s funkciami – Nulový bod, zložená funkcia

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$.

Bod $c \in D(f)$ sa nazýva **nulový bod (koreň)** funkcie f , ak platí $f(c) = 0$.

- Korene funkcie f nájdeme riešením rovnice $f(x) = 0$, $x \in D(f)$.

[V praxi väčšinou korene rovnice hľadáme pomocou približných numerických metód.]

Funkcie $y = f(x)$, $x \in D(f)$ a $y = g(x)$, $x \in D(g)$, pričom platí $H(f) \subset D(g)$.

Zloženou funkciou f a g nazývame funkciu $y = F(x) = g[f(x)]$, $x \in D(f)$,

označenie $F = g(f)$, resp. $F = f \circ g$.

- Funkcia f sa nazýva **vnútorná zložka**,

Operácie s funkciami – Nulový bod, zložená funkcia

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$.

Bod $c \in D(f)$ sa nazýva **nulový bod (koreň)** funkcie f , ak platí $f(c) = 0$.

- Korene funkcie f nájdeme riešením rovnice $f(x) = 0$, $x \in D(f)$.

[V praxi väčšinou korene rovnice hľadáme pomocou približných numerických metód.]

Funkcie $y = f(x)$, $x \in D(f)$ a $y = g(x)$, $x \in D(g)$, pričom platí $H(f) \subset D(g)$.

Zloženou funkciou f a g nazývame funkciu $y = F(x) = g[f(x)]$, $x \in D(f)$,

označenie $F = g(f)$, resp. $F = f \circ g$.

- Funkcia f sa nazýva **vnútorná zložka**,

- Funkcia g sa nazýva **vonkajšia zložka**.

Operácie s funkciami – Nulový bod, zložená funkcia

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$.

Bod $c \in D(f)$ sa nazýva **nulový bod (koreň)** funkcie f , ak platí $f(c) = 0$.

- Korene funkcie f nájdeme riešením rovnice $f(x) = 0$, $x \in D(f)$.

[V praxi väčšinou korene rovnice hľadáme pomocou približných numerických metód.]

Funkcie $y = f(x)$, $x \in D(f)$ a $y = g(x)$, $x \in D(g)$, pričom platí $H(f) \subset D(g)$.

Zloženou funkciou f a g nazývame funkciu $y = F(x) = g[f(x)]$, $x \in D(f)$,
označenie $F = g(f)$, resp. $F = f \circ g$.

- Funkcia f sa nazýva **vnútorná zložka**,

- Funkcia g sa nazýva **vonkajšia zložka**.

- Ak sú funkcie f , g zadané analyticky $u = f(x)$, $y = g(x)$, $H(f) \subset D(g)$,

Operácie s funkciami – Nulový bod, zložená funkcia

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$.

Bod $c \in D(f)$ sa nazýva **nulový bod (koreň)** funkcie f , ak platí $f(c) = 0$.

- Korene funkcie f nájdeme riešením rovnice $f(x) = 0$, $x \in D(f)$.

[V praxi väčšinou korene rovnice hľadáme pomocou približných numerických metód.]

Funkcie $y = f(x)$, $x \in D(f)$ a $y = g(x)$, $x \in D(g)$, pričom platí $H(f) \subset D(g)$.

Zloženou funkciou f a g nazývame funkciu $y = F(x) = g[f(x)]$, $x \in D(f)$,

označenie $F = g(f)$, resp. $F = f \circ g$.

- Funkcia f sa nazýva **vnútorná zložka**,

- Funkcia g sa nazýva **vonkajšia zložka**.

- Ak sú funkcie f , g zadané analyticky $u = f(x)$, $y = g(x)$, $H(f) \subset D(g)$,

potom vzorec pre zloženú funkciu $g(f)$ dostaneme, ak výraz $f(x)$ dosadíme za u do vzorca $g(u)$.

Operácie s funkciami – Nulový bod, zložená funkcia

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$.

Bod $c \in D(f)$ sa nazýva **nulový bod (koreň)** funkcie f , ak platí $f(c) = 0$.

- Korene funkcie f nájdeme riešením rovnice $f(x) = 0$, $x \in D(f)$.

[V praxi väčšinou korene rovnice hľadáme pomocou približných numerických metód.]

Funkcie $y = f(x)$, $x \in D(f)$ a $y = g(x)$, $x \in D(g)$, pričom platí $H(f) \subset D(g)$.

Zloženou funkciou f a g nazývame funkciu $y = F(x) = g[f(x)]$, $x \in D(f)$,

označenie $F = g(f)$, resp. $F = f \circ g$.

- Funkcia f sa nazýva **vnútorná zložka**,

- Funkcia g sa nazýva **vonkajšia zložka**.

- Ak sú funkcie f , g zadané analyticky $u = f(x)$, $y = g(x)$, $H(f) \subset D(g)$,

potom vzorec pre zloženú funkciu $g(f)$ dostaneme, ak výraz $f(x)$ dosadíme za u do vzorca $g(u)$.

[Substitúcia premennej u výrazom $f(x)$.]

Operácie s funkciami – Nulový bod, zložená funkcia

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$.

Bod $c \in D(f)$ sa nazýva **nulový bod (koreň)** funkcie f , ak platí $f(c) = 0$.

- Korene funkcie f nájdeme riešením rovnice $f(x) = 0$, $x \in D(f)$.

[V praxi väčšinou korene rovnice hľadáme pomocou približných numerických metód.]

Funkcie $y = f(x)$, $x \in D(f)$ a $y = g(x)$, $x \in D(g)$, pričom platí $H(f) \subset D(g)$.

Zloženou funkciou f a g nazývame funkciu $y = F(x) = g[f(x)]$, $x \in D(f)$,

označenie $F = g(f)$, resp. $F = f \circ g$.

- Funkcia f sa nazýva **vnútorná zložka**,

- Funkcia g sa nazýva **vonkajšia zložka**.

- Ak sú funkcie f , g zadané analyticky $u = f(x)$, $y = g(x)$, $H(f) \subset D(g)$,

potom vzorec pre zloženú funkciu $g(f)$ dostaneme, ak výraz $f(x)$ dosadíme za u do vzorca $g(u)$.

[Substitúcia premennej u výrazom $f(x)$.]

- Rozklad (zloženej) funkcie na zložky (vnútornú a vonkajšiu) nebýva jednoznačný,

Operácie s funkciami – Nulový bod, zložená funkcia

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$.

Bod $c \in D(f)$ sa nazýva **nulový bod (koreň)** funkcie f , ak platí $f(c) = 0$.

- Korene funkcie f nájdeme riešením rovnice $f(x) = 0$, $x \in D(f)$.

[V praxi väčšinou korene rovnice hľadáme pomocou približných numerických metód.]

Funkcie $y = f(x)$, $x \in D(f)$ a $y = g(x)$, $x \in D(g)$, pričom platí $H(f) \subset D(g)$.

Zloženou funkciou f a g nazývame funkciu $y = F(x) = g[f(x)]$, $x \in D(f)$,
označenie $F = g(f)$, resp. $F = f \circ g$.

- Funkcia f sa nazýva **vnútorná zložka**,
- Funkcia g sa nazýva **vonkajšia zložka**.

- Ak sú funkcie f , g zadané analyticky $u = f(x)$, $y = g(x)$, $H(f) \subset D(g)$,
potom vzorec pre zloženú funkciu $g(f)$ dostaneme, ak výraz $f(x)$ dosadíme za u do vzorca $g(u)$.
[Substitúcia premennej u výrazom $f(x)$.]

- Rozklad (zloženej) funkcie na zložky (vnútornú a vonkajšiu) nebýva jednoznačný,

[Rozklad na zložky musíme prispôbiť našim možnostiam a daným požiadavkám.]

Operácie s funkciami – Príklad na skladanie funkcií

Funkcie $f: y = \sin x: R \rightarrow \langle -1; 1 \rangle$ a $g: y = \sqrt{x+1}: \langle -1; \infty \rangle \rightarrow \langle 0; \infty \rangle$.

Operácie s funkciami – Príklad na skladanie funkcií

Funkcie $f: y = \sin x: R \rightarrow \langle -1; 1 \rangle$ a $g: y = \sqrt{x+1}: \langle -1; \infty \rangle \rightarrow \langle 0; \infty \rangle$.

Určte zložené funkcie $f(g)$, $g(f)$, $f(f)$, $g(g)$.

Operácie s funkciami – Príklad na skladanie funkcií

Funkcie $f: y = \sin x: \mathbb{R} \rightarrow \langle -1; 1 \rangle$ a $g: y = \sqrt{x+1}: \langle -1; \infty \rangle \rightarrow \langle 0; \infty \rangle$.

Určte zložené funkcie $f(g)$, $g(f)$, $f(f)$, $g(g)$.

- $f(g)$:

- $g(f)$:

- $f(f)$:

- $g(g)$:

Operácie s funkciami – Príklad na skladanie funkcií

Funkcie $f: y = \sin x: R \rightarrow \langle -1; 1 \rangle$ a $g: y = \sqrt{x+1}: \langle -1; \infty \rangle \rightarrow \langle 0; \infty \rangle$.

Určte zložené funkcie $f(g)$, $g(f)$, $f(f)$, $g(g)$.

- $f(g): y = f[g(x)]$

- $g(f): y = g[f(x)]$

- $f(f): y = f[f(x)]$

- $g(g): y = g[g(x)]$

Operácie s funkciami – Príklad na skladanie funkcií

Funkcie $f: y = \sin x: R \rightarrow \langle -1; 1 \rangle$ a $g: y = \sqrt{x+1}: \langle -1; \infty \rangle \rightarrow \langle 0; \infty \rangle$.

Určte zložené funkcie $f(g)$, $g(f)$, $f(f)$, $g(g)$.

$$\bullet f(g): y = f[g(x)] = \begin{cases} f(\sqrt{x+1}) = \sin \sqrt{x+1} \end{cases}$$

$$\bullet g(f): y = g[f(x)] = \begin{cases} g(\sin x) = \sqrt{\sin x + 1} \end{cases}$$

$$\bullet f(f): y = f[f(x)] = \begin{cases} f(\sin x) = \sin(\sin x) \end{cases}$$

$$\bullet g(g): y = g[g(x)] = \begin{cases} g(\sqrt{x+1}) = \sqrt{\sqrt{x+1} + 1} \end{cases}$$

Operácie s funkciami – Príklad na skladanie funkcií

Funkcie $f: y = \sin x: R \rightarrow \langle -1; 1 \rangle$ a $g: y = \sqrt{x+1}: \langle -1; \infty \rangle \rightarrow \langle 0; \infty \rangle$.

Určte zložené funkcie $f(g)$, $g(f)$, $f(f)$, $g(g)$.

$$\bullet f(g): y = f[g(x)] = \begin{cases} \sin(g(x)) & = \sin \sqrt{x+1} \end{cases}$$

$$\bullet g(f): y = g[f(x)] = \begin{cases} \sqrt{f(x)+1} & = \sqrt{\sin x + 1} \end{cases}$$

$$\bullet f(f): y = f[f(x)] = \begin{cases} \sin(f(x)) & = \sin(\sin x) \end{cases}$$

$$\bullet g(g): y = g[g(x)] = \begin{cases} \sqrt{g(x)+1} & = \sqrt{\sqrt{x+1} + 1} \end{cases}$$

Operácie s funkciami – Príklad na skladanie funkcií

Funkcie $f: y = \sin x: R \rightarrow \langle -1; 1 \rangle$ a $g: y = \sqrt{x+1}: \langle -1; \infty \rangle \rightarrow \langle 0; \infty \rangle$.

Určte zložené funkcie $f(g)$, $g(f)$, $f(f)$, $g(g)$.

$$\bullet f(g): y = f[g(x)] = \begin{cases} f(\sqrt{x+1}) = \sin \sqrt{x+1} \\ \sin(g(x)) = \sin \sqrt{x+1} \end{cases}$$

$$\bullet g(f): y = g[f(x)] = \begin{cases} g(\sin x) = \sqrt{\sin x + 1} \\ \sqrt{f(x) + 1} = \sqrt{\sin x + 1} \end{cases}$$

$$\bullet f(f): y = f[f(x)] = \begin{cases} f(\sin x) = \sin(\sin x) \\ \sin(f(x)) = \sin(\sin x) \end{cases}$$

$$\bullet g(g): y = g[g(x)] = \begin{cases} g(\sqrt{x+1}) = \sqrt{\sqrt{x+1} + 1} \\ \sqrt{g(x) + 1} = \sqrt{\sqrt{x+1} + 1} \end{cases}$$

Operácie s funkciami – Príklad na skladanie funkcií

Funkcie $f: y = \sin x: R \rightarrow \langle -1; 1 \rangle$ a $g: y = \sqrt{x+1}: \langle -1; \infty \rangle \rightarrow \langle 0; \infty \rangle$.

Určte zložené funkcie $f(g)$, $g(f)$, $f(f)$, $g(g)$.

$$\bullet f(g): y = f[g(x)] = \left\{ \begin{array}{l} f(\sqrt{x+1}) \\ \sin(g(x)) \end{array} \right\} = \sin \sqrt{x+1}: \langle -1; \infty \rangle \rightarrow \langle -1; 1 \rangle.$$

$$\bullet g(f): y = g[f(x)] = \left\{ \begin{array}{l} g(\sin x) \\ \sqrt{f(x)+1} \end{array} \right\} = \sqrt{\sin x + 1}: R \rightarrow \langle 0; \sqrt{2} \rangle.$$

$$\bullet f(f): y = f[f(x)] = \left\{ \begin{array}{l} f(\sin x) \\ \sin(f(x)) \end{array} \right\} = \sin(\sin x): R \rightarrow \langle -1; 1 \rangle.$$

$$\bullet g(g): y = g[g(x)] = \left\{ \begin{array}{l} g(\sqrt{x+1}) \\ \sqrt{g(x)+1} \end{array} \right\} = \sqrt{\sqrt{x+1} + 1}: \langle -1; \infty \rangle \rightarrow \langle 1; \infty \rangle.$$

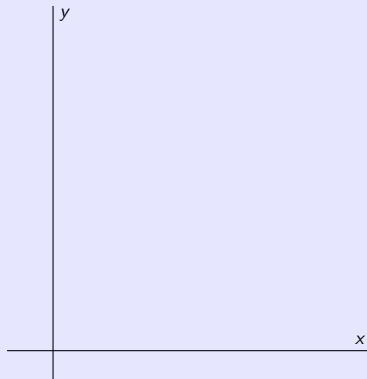
Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia zloženej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu zloženej funkcie $g[f]$.

Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia zloženej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu zloženej funkcie $g[f]$.

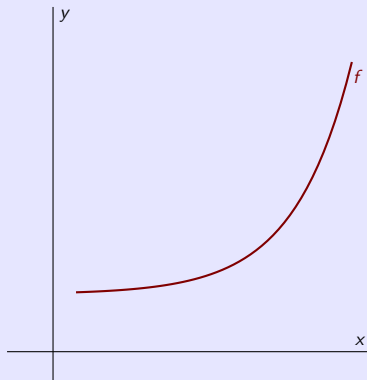
Zostrojte $g(f)$,



Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia zloženej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu zloženej funkcie $g[f]$.

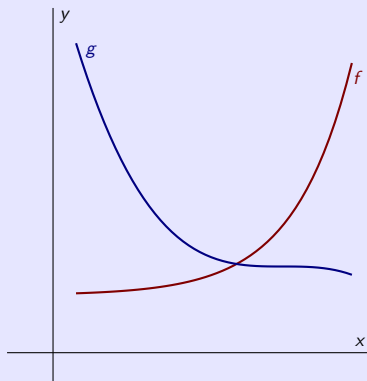
Zostrojte $g(f)$, ak $y = f(x)$, $x \in D(f)$ je vnútorná zložka,



Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia zloženej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu zloženej funkcie $g[f]$.

Zostrojte $g(f)$, ak $y = f(x)$, $x \in D(f)$ je vnútorná zložka,
 $y = g(x)$, $x \in D(g)$ je vonkajšia zložka,

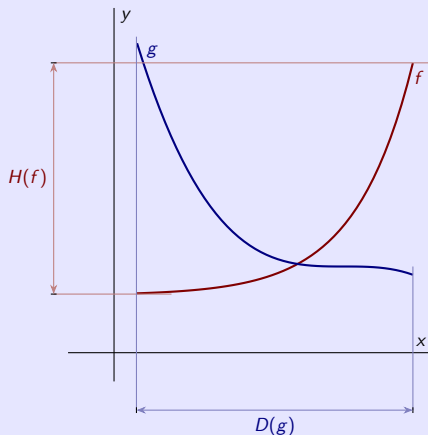


Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia zloženej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu zloženej funkcie $g[f]$.

Zostrojte $g(f)$, ak $y = f(x)$, $x \in D(f)$ je vnútorná zložka,

$y = g(x)$, $x \in D(g)$ je vonkajšia zložka, $H(f) \subset D(g)$.

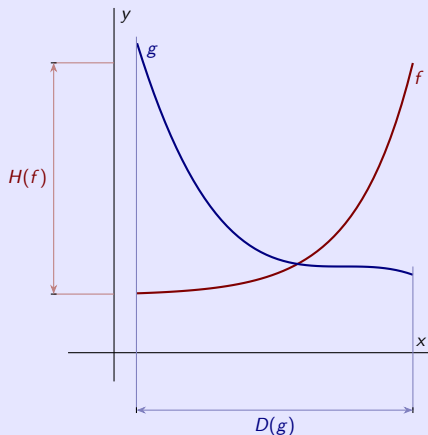


Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia zloženej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu zloženej funkcie $g[f]$.

Zostrojte $g(f)$, ak $y = f(x)$, $x \in D(f)$ je vnútorná zložka,

$y = g(x)$, $x \in D(g)$ je vonkajšia zložka, $H(f) \subset D(g)$.

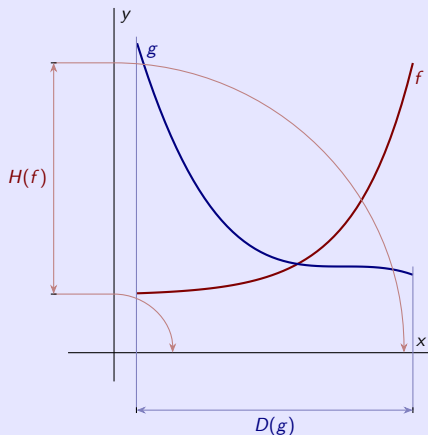


Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia zloženej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu zloženej funkcie $g[f]$.

Zostrojte $g(f)$, ak $y = f(x)$, $x \in D(f)$ je vnútorná zložka,

$y = g(x)$, $x \in D(g)$ je vonkajšia zložka, $H(f) \subset D(g)$.

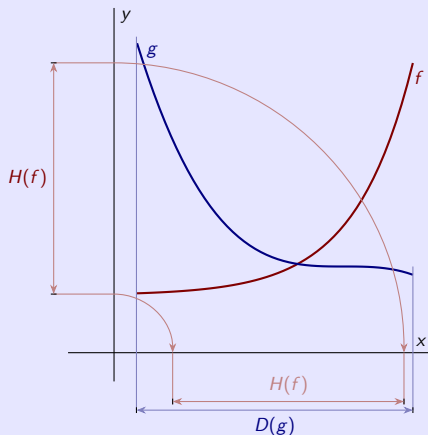


Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia zloženej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu zloženej funkcie $g[f]$.

Zostrojte $g(f)$, ak $y = f(x)$, $x \in D(f)$ je vnútorná zložka,

$y = g(x)$, $x \in D(g)$ je vonkajšia zložka, $H(f) \subset D(g)$.

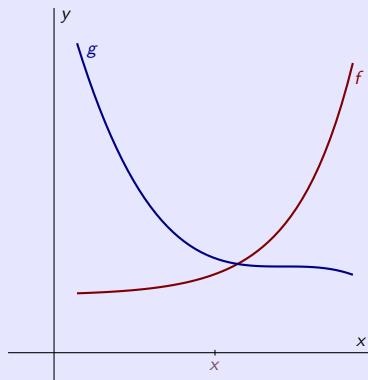


Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia zloženej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu zloženej funkcie $g[f]$.

Zostrojte $g(f)$, ak $y = f(x)$, $x \in D(f)$ je vnútorná zložka,

$y = g(x)$, $x \in D(g)$ je vonkajšia zložka, $H(f) \subset D(g)$.



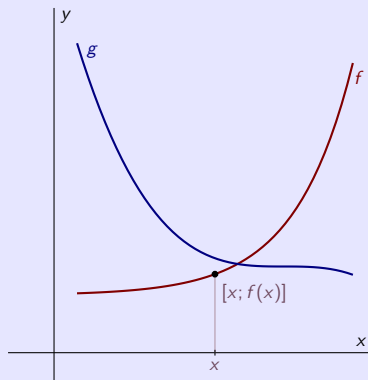
• Zvoľme na osi x bod $x \in D(f)$.

Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia zloženej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu zloženej funkcie $g[f]$.

Zostrojte $g(f)$, ak $y = f(x)$, $x \in D(f)$ je vnútorná zložka,

$y = g(x)$, $x \in D(g)$ je vonkajšia zložka, $H(f) \subset D(g)$.



• Zvoľme na osi x bod $x \in D(f)$.

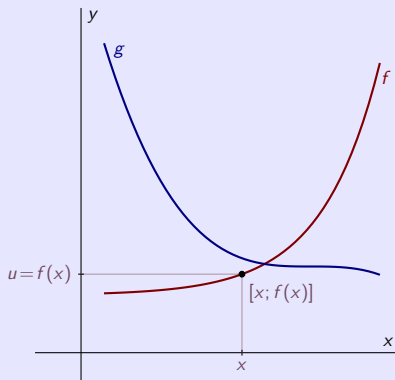
• Označme bod $[x; f(x)] \in f$.

Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia zloženej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu zloženej funkcie $g[f]$.

Zostrojte $g(f)$, ak $y = f(x)$, $x \in D(f)$ je vnútorná zložka,

$y = g(x)$, $x \in D(g)$ je vonkajšia zložka, $H(f) \subset D(g)$.



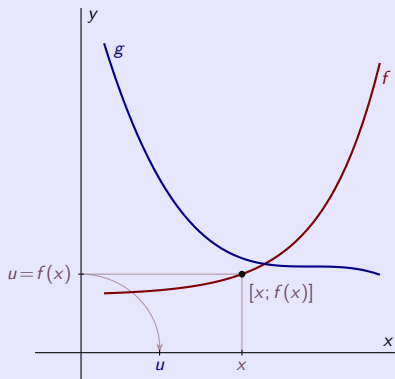
- Zvoľme na osi x bod $x \in D(f)$.
- Označme bod $[x; f(x)] \in f$.
- Označme na osi y hodnotu $u = f(x)$.

Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia zloženej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu zloženej funkcie $g[f]$.

Zostrojte $g(f)$, ak $y = f(x)$, $x \in D(f)$ je vnútorná zložka,

$y = g(x)$, $x \in D(g)$ je vonkajšia zložka, $H(f) \subset D(g)$.



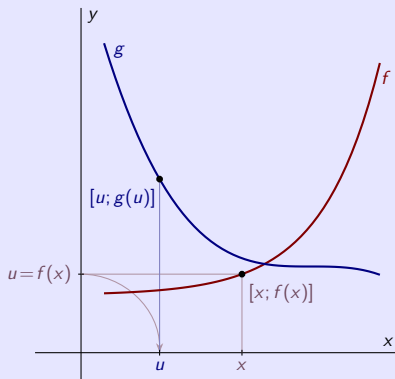
- Zvoľme na osi x bod $x \in D(f)$.
- Označme bod $[x; f(x)] \in f$.
- Označme na osi y hodnotu $u = f(x)$.
- Označme na osi x hodnotu u .

Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia zloženej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu zloženej funkcie $g[f]$.

Zostrojte $g(f)$, ak $y = f(x)$, $x \in D(f)$ je vnútorná zložka,

$y = g(x)$, $x \in D(g)$ je vonkajšia zložka, $H(f) \subset D(g)$.



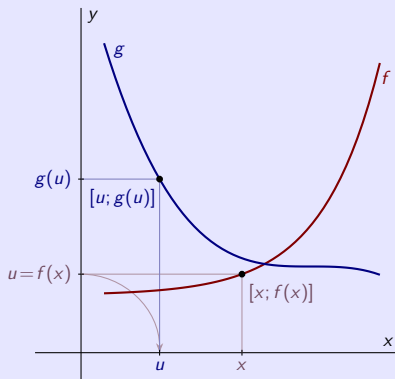
- Zvoľme na osi x bod $x \in D(f)$.
- Označme bod $[x; f(x)] \in f$.
- Označme na osi y hodnotu $u = f(x)$.
- Označme na osi x hodnotu u .
- Označme bod $[u; g(u)] \in g$.

Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia zloženej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu zloženej funkcie $g[f]$.

Zostrojte $g(f)$, ak $y = f(x)$, $x \in D(f)$ je vnútorná zložka,

$y = g(x)$, $x \in D(g)$ je vonkajšia zložka, $H(f) \subset D(g)$.



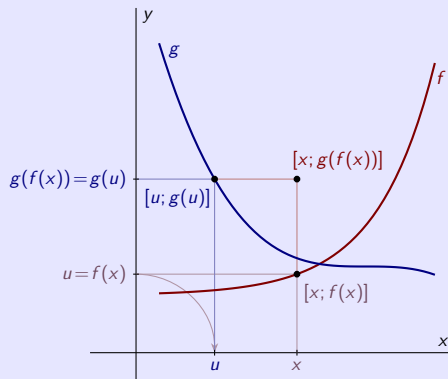
- Zvoľme na osi x bod $x \in D(f)$.
- Označme bod $[x; f(x)] \in f$.
- Označme na osi y hodnotu $u = f(x)$.
- Označme na osi x hodnotu u .
- Označme bod $[u; g(u)] \in g$.
- Označme na osi y hodnotu $g(u)$.

Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia zloženej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu zloženej funkcie $g[f]$.

Zostrojte $g(f)$, ak $y = f(x)$, $x \in D(f)$ je vnútorná zložka,

$y = g(x)$, $x \in D(g)$ je vonkajšia zložka, $H(f) \subset D(g)$.



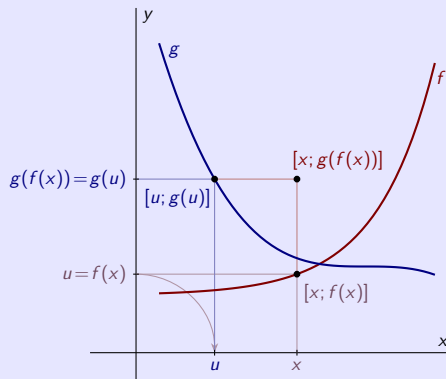
- Zvoľme na osi x bod $x \in D(f)$.
- Označme bod $[x; f(x)] \in f$.
- Označme na osi y hodnotu $u = f(x)$.
- Označme na osi x hodnotu u .
- Označme bod $[u; g(u)] \in g$.
- Označme na osi y hodnotu $g(u)$.
- Označme bod $[x; g(f(x))]$, pričom $g(f(x)) = g(u)$.

Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia zloženej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu zloženej funkcie $g[f]$.

Zostrojte $g(f)$, ak $y = f(x)$, $x \in D(f)$ je vnútorná zložka,

$y = g(x)$, $x \in D(g)$ je vonkajšia zložka, $H(f) \subset D(g)$.



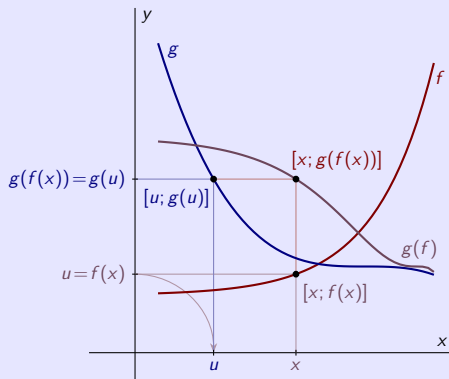
- Zvoľme na osi x bod $x \in D(f)$.
 - Označme bod $[x; f(x)] \in f$.
 - Označme na osi y hodnotu $u = f(x)$.
 - Označme na osi x hodnotu u .
 - Označme bod $[u; g(u)] \in g$.
 - Označme na osi y hodnotu $g(u)$.
 - Označme bod $[x; g(f(x))]$, pričom $g(f(x)) = g(u)$.
- $[x; g(f(x))]$ je hľadaný bod grafu $g(f)$.

Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia zloženej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu zloženej funkcie $g[f]$.

Zostrojte $g(f)$, ak $y = f(x)$, $x \in D(f)$ je vnútorná zložka,

$y = g(x)$, $x \in D(g)$ je vonkajšia zložka, $H(f) \subset D(g)$.



- Zvoľme na osi x bod $x \in D(f)$.
 - Označme bod $[x; f(x)] \in f$.
 - Označme na osi y hodnotu $u = f(x)$.
 - Označme na osi x hodnotu u .
 - Označme bod $[u; g(u)] \in g$.
 - Označme na osi y hodnotu $g(u)$.
 - Označme bod $[x; g(f(x))]$, pričom $g(f(x)) = g(u)$.
- $[x; g(f(x))]$ je hľadaný bod grafu $g(f)$.

- Postup opakujeme pre každé $x \in D(f)$.

Operácie s funkciami – Identita, inverzná funkcia

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$ sa nazýva

Operácie s funkciami – Identita, inverzná funkcia

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$ sa nazýva

identická (identita),

Operácie s funkciami – Identita, inverzná funkcia

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$ sa nazýva

identická (identita), ak sa každý obraz y zhoduje so svojim vzorom x .

Operácie s funkciami – Identita, inverzná funkcia

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$ sa nazýva

identická (identita), ak sa každý obraz y zhoduje so svojim vzorom x .

[Funkcia $y = f(x) = x$, $H(f) = D(f)$, t. j. $y = x$, $x \in D(f)$.]

Operácie s funkciami – Identita, inverzná funkcia

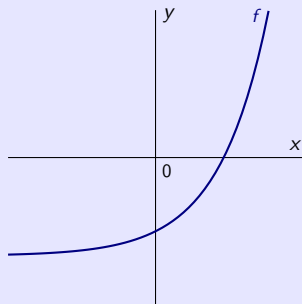
Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$ sa nazýva

identická (identita), ak sa každý obraz y zhoduje so svojim vzorom x .

[Funkcia $y = f(x) = x$, $H(f) = D(f)$, t. j. $y = x$, $x \in D(f)$.]

Funkcia $y = f(x): D(f) \rightarrow H(f)$ je **prostá**.

[Funkcia f je zároveň aj bijektívna.]



Operácie s funkciami – Identita, inverzná funkcia

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$ sa nazýva

identická (identita), ak sa každý obraz y zhoduje so svojim vzorom x .

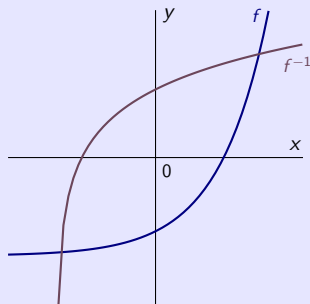
[Funkcia $y = f(x) = x$, $H(f) = D(f)$, t. j. $y = x$, $x \in D(f)$.]

Funkcia $y = f(x): D(f) \rightarrow H(f)$ je **prostá**.

[Funkcia f je zároveň aj bijektívna.]

Inverzná funkcia k funkcii f sa nazýva funkcia

$$x = f^{-1}(y): H(f) \rightarrow D(f)$$



Operácie s funkciami – Identita, inverzná funkcia

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$ sa nazýva

identická (identita), ak sa každý obraz y zhoduje so svojim vzorom x .

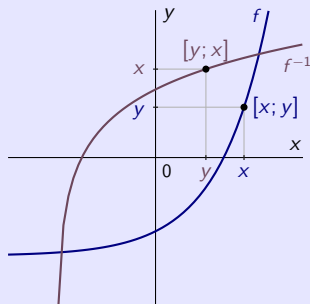
[Funkcia $y = f(x) = x$, $H(f) = D(f)$, t. j. $y = x$, $x \in D(f)$.]

Funkcia $y = f(x): D(f) \rightarrow H(f)$ je **prostá**.

[Funkcia f je zároveň aj bijektívna.]

Inverzná funkcia k funkcii f sa nazýva funkcia

$x = f^{-1}(y): H(f) \rightarrow D(f)$ **taká, že** $[x; y] \in f$ **práve vtedy, ak** $[y; x] \in f^{-1}$.



Operácie s funkciami – Identita, inverzná funkcia

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$ sa nazýva

identická (identita), ak sa každý obraz y zhoduje so svojim vzorom x .

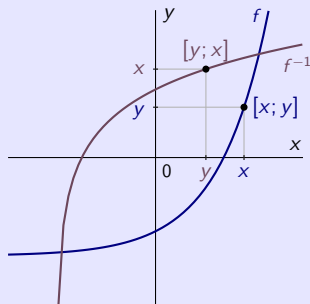
[Funkcia $y = f(x) = x$, $H(f) = D(f)$, t. j. $y = x$, $x \in D(f)$.]

Funkcia $y = f(x): D(f) \rightarrow H(f)$ je **prostá**.

[Funkcia f je zároveň aj bijektívna.]

Inverzná funkcia k funkcii f sa nazýva funkcia

$x = f^{-1}(y): H(f) \rightarrow D(f)$ **taká, že** $[x; y] \in f$ **práve vtedy, ak** $[y; x] \in f^{-1}$.



Pre funkcie f a f^{-1} platí:

Operácie s funkciami – Identita, inverzná funkcia

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$ sa nazýva

identická (identita), ak sa každý obraz y zhoduje so svojim vzorom x .

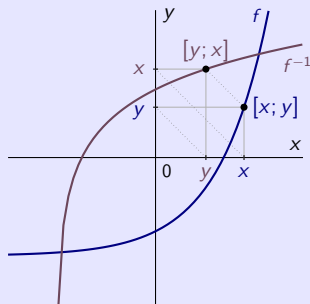
[Funkcia $y = f(x) = x$, $H(f) = D(f)$, t. j. $y = x$, $x \in D(f)$.]

Funkcia $y = f(x): D(f) \rightarrow H(f)$ je **prostá**.

[Funkcia f je zároveň aj bijektívna.]

Inverzná funkcia k funkcii f sa nazýva funkcia

$x = f^{-1}(y): H(f) \rightarrow D(f)$ **taká, že** $[x; y] \in f$ **práve vtedy, ak** $[y; x] \in f^{-1}$.



Pre funkcie f a f^{-1} platí:

$$\bullet [x; y] \in f \Leftrightarrow [y; x] \in f^{-1}.$$

[$y = f(x) \Leftrightarrow x = f^{-1}(y)$.]

Operácie s funkciami – Identita, inverzná funkcia

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$ sa nazýva

identická (identita), ak sa každý obraz y zhoduje so svojim vzorom x .

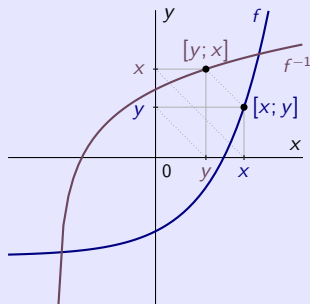
[Funkcia $y = f(x) = x$, $H(f) = D(f)$, t. j. $y = x$, $x \in D(f)$.]

Funkcia $y = f(x): D(f) \rightarrow H(f)$ je **prostá**.

[Funkcia f je zároveň aj bijektívna.]

Inverzná funkcia k funkcii f sa nazýva funkcia

$x = f^{-1}(y): H(f) \rightarrow D(f)$ **taká, že** $[x; y] \in f$ **práve vtedy, ak** $[y; x] \in f^{-1}$.



Pre funkcie f a f^{-1} platí:

- $[x; y] \in f \Leftrightarrow [y; x] \in f^{-1}$.

[$y = f(x) \Leftrightarrow x = f^{-1}(y)$.]

- Body $[x; y] \in f$, $[y; x] \in f^{-1}$ sa líšia iba poradím prvkov.

Operácie s funkciami – Identita, inverzná funkcia

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$ sa nazýva

identická (identita), ak sa každý obraz y zhoduje so svojim vzorom x .

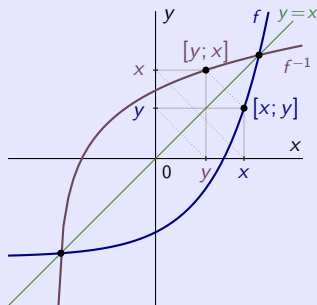
[Funkcia $y = f(x) = x$, $H(f) = D(f)$, t. j. $y = x$, $x \in D(f)$.]

Funkcia $y = f(x): D(f) \rightarrow H(f)$ je **prostá**.

[Funkcia f je zároveň aj bijektívna.]

Inverzná funkcia k funkcii f sa nazýva funkcia

$x = f^{-1}(y): H(f) \rightarrow D(f)$ **taká, že** $[x; y] \in f$ **práve vtedy, ak** $[y; x] \in f^{-1}$.



Pre funkcie f a f^{-1} platí:

- $[x; y] \in f \Leftrightarrow [y; x] \in f^{-1}$. [$y = f(x) \Leftrightarrow x = f^{-1}(y)$.]
- Body $[x; y] \in f$, $[y; x] \in f^{-1}$ sa líšia iba poradím prvkov.
- Grafy funkcií f , f^{-1} sú osovo súmerné podľa priamky $y = x$.

Operácie s funkciami – Identita, inverzná funkcia

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$ sa nazýva

identická (identita), ak sa každý obraz y zhoduje so svojim vzorom x .

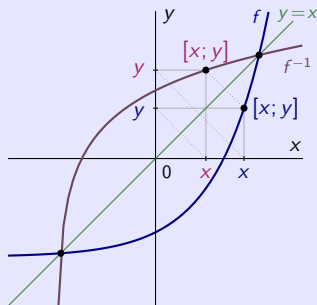
[Funkcia $y = f(x) = x$, $H(f) = D(f)$, t. j. $y = x$, $x \in D(f)$.]

Funkcia $y = f(x): D(f) \rightarrow H(f)$ je **prostá**.

[Funkcia f je zároveň aj bijektívna.]

Inverzná funkcia k funkcii f sa nazýva funkcia

$x = f^{-1}(y): H(f) \rightarrow D(f)$ **taká**, že $[x; y] \in f$ práve vtedy, ak $[y; x] \in f^{-1}$.



Pre funkcie f a f^{-1} platí:

- $[x; y] \in f \Leftrightarrow [y; x] \in f^{-1}$. [$y = f(x) \Leftrightarrow x = f^{-1}(y)$.]
- Body $[x; y] \in f$, $[y; x] \in f^{-1}$ sa líšia iba poradím prvkov.
- Grafy funkcií f , f^{-1} sú osovo súmerné podľa priamky $y = x$.
- Namiesto $x = f^{-1}(y)$ píšeme $y = f^{-1}(x)$.

Operácie s funkciami – Identita, inverzná funkcia

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$ sa nazýva

identická (identita), ak sa každý obraz y zhoduje so svojim vzorom x .

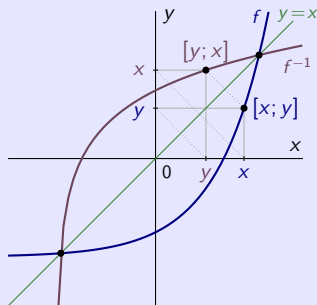
[Funkcia $y = f(x) = x$, $H(f) = D(f)$, t. j. $y = x$, $x \in D(f)$.]

Funkcia $y = f(x): D(f) \rightarrow H(f)$ je **prostá**.

[Funkcia f je zároveň aj bijektívna.]

Inverzná funkcia k funkcii f sa nazýva funkcia

$x = f^{-1}(y): H(f) \rightarrow D(f)$ **taká**, že $[x; y] \in f$ práve vtedy, ak $[y; x] \in f^{-1}$.



Pre funkcie f a f^{-1} platí:

- $[x; y] \in f \Leftrightarrow [y; x] \in f^{-1}$. [$y = f(x) \Leftrightarrow x = f^{-1}(y)$.]
- Body $[x; y] \in f$, $[y; x] \in f^{-1}$ sa líšia iba poradím prvkov.
- Grafy funkcií f , f^{-1} sú osovo súmerné podľa priamky $y = x$.
- Namiesto $x = f^{-1}(y)$ píšeme $y = f^{-1}(x)$.

[Spravidla sa dodržiava pravidlo, že argumenty (nezávislé premenné) oboch funkcií f , f^{-1} značíme rovnakým symbolom x .]

Operácie s funkciami – Vlastnosti inverznej funkcie

Funkcia $y = f(x): D(f) \rightarrow H(f)$ je prostá.

[Funkcia f je zároveň aj bijektívna.]

Operácie s funkciami – Vlastnosti inverznej funkcie

Funkcia $y = f(x): D(f) \rightarrow H(f)$ je prostá.

[Funkcia f je zároveň aj bijektívna.]

$\Rightarrow$ • $f^{-1}: H(f) \rightarrow D(f)$ je bijekcia.

Operácie s funkciami – Vlastnosti inverznej funkcie

Funkcia $y = f(x): D(f) \rightarrow H(f)$ je prostá.

[Funkcia f je zároveň aj bijektívna.]

$\Rightarrow$ • $f^{-1}: H(f) \rightarrow D(f)$ je bijekcia. • $[f^{-1}]^{-1} = f$.

Operácie s funkciami – Vlastnosti inverznej funkcie

Funkcia $y = f(x): D(f) \rightarrow H(f)$ je prostá.

[Funkcia f je zároveň aj bijektívna.]

- $\Rightarrow$
- $f^{-1}: H(f) \rightarrow D(f)$ je bijekcia.
 - $[f^{-1}]^{-1} = f$.
 - $f^{-1}[f(x)] = x$ pre všetky $x \in D(f)$.

Operácie s funkciami – Vlastnosti inverznej funkcie

Funkcia $y = f(x): D(f) \rightarrow H(f)$ je prostá.

[Funkcia f je zároveň aj bijektívna.]

$\Rightarrow$ • $f^{-1}: H(f) \rightarrow D(f)$ je bijekcia.

• $f^{-1}[f(x)] = x$ pre všetky $x \in D(f)$.

• $[f^{-1}]^{-1} = f$.

• $f[f^{-1}(y)] = y$ pre všetky $y \in H(f)$.

Operácie s funkciami – Vlastnosti inverznej funkcie

Funkcia $y = f(x): D(f) \rightarrow H(f)$ je prostá.

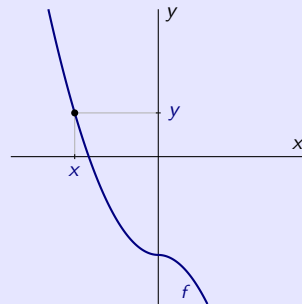
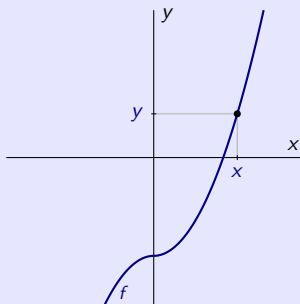
[Funkcia f je zároveň aj bijektívna.]

$\Rightarrow$ • $f^{-1}: H(f) \rightarrow D(f)$ je bijekcia.

• $f^{-1}[f(x)] = x$ pre všetky $x \in D(f)$.

• $[f^{-1}]^{-1} = f$.

• $f[f^{-1}(y)] = y$ pre všetky $y \in H(f)$.



Funkcia $f: D(f) \rightarrow H(f)$ je rastúca.

Funkcia $f: D(f) \rightarrow H(f)$ je klesajúca.

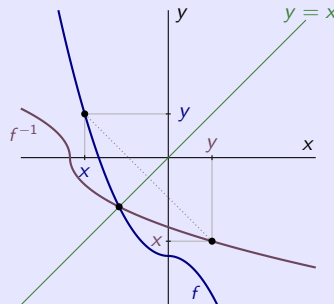
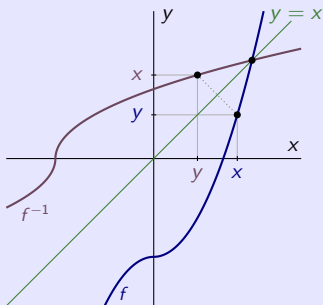
Operácie s funkciami – Vlastnosti inverznej funkcie

Funkcia $y = f(x): D(f) \rightarrow H(f)$ je prostá.

[Funkcia f je zároveň aj bijektívna.]

- $\Rightarrow$
- $f^{-1}: H(f) \rightarrow D(f)$ je bijekcia.
 - $f^{-1}[f(x)] = x$ pre všetky $x \in D(f)$.

- $[f^{-1}]^{-1} = f$.
- $f[f^{-1}(y)] = y$ pre všetky $y \in H(f)$.



Funkcia $f: D(f) \rightarrow H(f)$ je rastúca.

- $\Leftrightarrow$
- $f^{-1}: H(f) \rightarrow D(f)$ je rastúca.

Funkcia $f: D(f) \rightarrow H(f)$ je klesajúca.

- $\Leftrightarrow$
- $f^{-1}: H(f) \rightarrow D(f)$ je klesajúca.

Operácie s funkciami – Inverzná funkcia a monotónnosť

Parametrický tvar funkcie f je $x = \alpha(t)$, $y = \beta(t)$, $t \in J$,

Operácie s funkciami – Inverzná funkcia a monotónnosť

Parametrický tvar funkcie f je $x = \alpha(t)$, $y = \beta(t)$, $t \in J$, pričom α je **prostá** funkcia.

Operácie s funkciami – Inverzná funkcia a monotónnosť

Parametrický tvar funkcie f je $x = \alpha(t)$, $y = \beta(t)$, $t \in J$, pričom α je **prostá** funkcia.

$\Rightarrow$ • Existuje inverzná funkcia $t = \alpha^{-1}(x): \alpha(J) \rightarrow J$.

Operácie s funkciami – Inverzná funkcia a monotónnosť

Parametrický tvar funkcie f je $x = \alpha(t)$, $y = \beta(t)$, $t \in J$, pričom α je **prostá** funkcia.

- $\Rightarrow$
- Existuje inverzná funkcia $t = \alpha^{-1}(x): \alpha(J) \rightarrow J$.
 - Funkcia f má explicitný tvar $y = \beta(\alpha^{-1}(x))$, $x \in \alpha(J)$.

Operácie s funkciami – Inverzná funkcia a monotónnosť

Parametrický tvar funkcie f je $x = \alpha(t)$, $y = \beta(t)$, $t \in J$, pričom α je **prostá** funkcia.

$\Rightarrow$ • Existuje inverzná funkcia $t = \alpha^{-1}(x): \alpha(J) \rightarrow J$.

• Funkcia f má explicitný tvar $y = \beta(\alpha^{-1}(x))$, $x \in \alpha(J)$.

[Tento prechod k explicitnému vyjadreniu funkcie f nazývame vylúčenie parametra t .]

Operácie s funkciami – Inverzná funkcia a monotónnosť

Parametrický tvar funkcie f je $x = \alpha(t)$, $y = \beta(t)$, $t \in J$, pričom α je **prostá** funkcia.

$\Rightarrow$ • Existuje inverzná funkcia $t = \alpha^{-1}(x): \alpha(J) \rightarrow J$.

• Funkcia f má explicitný tvar $y = \beta(\alpha^{-1}(x))$, $x \in \alpha(J)$.

[Tento prechod k explicitnému vyjadreniu funkcie f nazývame **vylúčenie parametra t** .]

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$ je **rýdzo monotónna** (rastúca, resp. klesajúca).



Operácie s funkciami – Inverzná funkcia a monotónnosť

Parametrický tvar funkcie f je $x = \alpha(t)$, $y = \beta(t)$, $t \in J$, pričom α je **prostá** funkcia.

$\Rightarrow$ • Existuje inverzná funkcia $t = \alpha^{-1}(x): \alpha(J) \rightarrow J$.

• Funkcia f má explicitný tvar $y = \beta(\alpha^{-1}(x))$, $x \in \alpha(J)$.

[Tento prechod k explicitnému vyjadreniu funkcie f nazývame **vylúčenie parametra t** .]

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$ je **rýdzo monotónna** (rastúca, resp. klesajúca).

$\Rightarrow$ • Funkcia f je **prostá** (t. j. aj bijektívna).

Operácie s funkciami – Inverzná funkcia a monotónnosť

Parametrický tvar funkcie f je $x = \alpha(t)$, $y = \beta(t)$, $t \in J$, pričom α je **prostá** funkcia.

$\Rightarrow$ • Existuje inverzná funkcia $t = \alpha^{-1}(x): \alpha(J) \rightarrow J$.

• Funkcia f má explicitný tvar $y = \beta(\alpha^{-1}(x))$, $x \in \alpha(J)$.

[Tento prechod k explicitnému vyjadreniu funkcie f nazývame **vylúčenie parametra t** .]

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$ je **rýdzo monotónna** (rastúca, resp. klesajúca).

$\Rightarrow$ • Funkcia f je **prostá** (t. j. aj bijektívna).

[Opačné tvrdenie neplatí.]

• Funkcia f môže byť **prostá** a nemusí byť **rýdzo monotónna**.

Operácie s funkciami – Inverzná funkcia a monotónnosť

Parametrický tvar funkcie f je $x = \alpha(t)$, $y = \beta(t)$, $t \in J$, pričom α je **prostá** funkcia.

$\Rightarrow$ • Existuje inverzná funkcia $t = \alpha^{-1}(x): \alpha(J) \rightarrow J$.

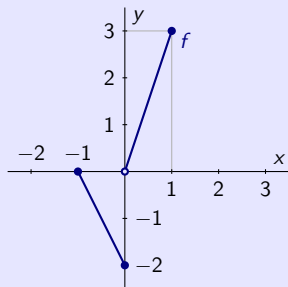
• Funkcia f má explicitný tvar $y = \beta(\alpha^{-1}(x))$, $x \in \alpha(J)$.

[Tento prechod k explicitnému vyjadreniu funkcie f nazývame **vylúčenie parametra t** .]

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$ je **rýdzo monotónna** (rastúca, resp. klesajúca).

$\Rightarrow$ • Funkcia f je **prostá** (t. j. aj bijektívna).

[Opačné tvrdenie neplatí.]



• Funkcia f môže byť **prostá** a nemusí byť **rýdzo monotónna**.

$$f: y = \begin{cases} -2x - 2 & \text{pre } x \in \langle -1; 0 \rangle, \\ 3x & \text{pre } x \in (0; 1 \rangle. \end{cases}$$

Operácie s funkciami – Inverzná funkcia a monotónnosť

Parametrický tvar funkcie f je $x = \alpha(t)$, $y = \beta(t)$, $t \in J$, pričom α je **prostá** funkcia.

$\Rightarrow$ • Existuje inverzná funkcia $t = \alpha^{-1}(x): \alpha(J) \rightarrow J$.

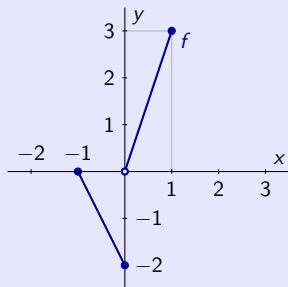
• Funkcia f má explicitný tvar $y = \beta(\alpha^{-1}(x))$, $x \in \alpha(J)$.

[Tento prechod k explicitnému vyjadreniu funkcie f nazývame **vylúčenie parametra t** .]

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$ je **rýdzo monotónna** (rastúca, resp. klesajúca).

$\Rightarrow$ • Funkcia f je **prostá** (t. j. aj bijektívna).

[Opačné tvrdenie neplatí.]



• Funkcia f môže byť **prostá** a nemusí byť **rýdzo monotónna**.

$$f: y = \begin{cases} -2x - 2 & \text{pre } x \in \langle -1; 0 \rangle, \\ 3x & \text{pre } x \in (0; 1 \rangle. \end{cases}$$

Funkcia f je **prostá**,

Operácie s funkciami – Inverzná funkcia a monotónnosť

Parametrický tvar funkcie f je $x = \alpha(t)$, $y = \beta(t)$, $t \in J$, pričom α je **prostá** funkcia.

$\Rightarrow$ • Existuje inverzná funkcia $t = \alpha^{-1}(x): \alpha(J) \rightarrow J$.

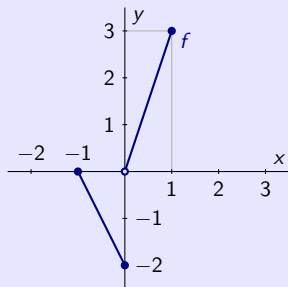
• Funkcia f má explicitný tvar $y = \beta(\alpha^{-1}(x))$, $x \in \alpha(J)$.

[Tento prechod k explicitnému vyjadreniu funkcie f nazývame **vylúčenie parametra t** .]

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$ je **rýdzo monotónna** (rastúca, resp. klesajúca).

$\Rightarrow$ • Funkcia f je **prostá** (t. j. aj bijektívna).

[Opačné tvrdenie neplatí.]



• Funkcia f môže byť **prostá** a nemusí byť **rýdzo monotónna**.

$$f: y = \begin{cases} -2x - 2 & \text{pre } x \in \langle -1; 0 \rangle, \\ 3x & \text{pre } x \in (0; 1]. \end{cases}$$

[f je klesajúca na $\langle -1; 0 \rangle$.]

[f je rastúca na $(0; 1]$.]

Funkcia f je **prostá**, ale nie je **rýdzo monotónna** na $\langle -1; 1 \rangle$.

Operácie s funkciami – Inverzná funkcia a monotónnosť

Parametrický tvar funkcie f je $x = \alpha(t)$, $y = \beta(t)$, $t \in J$, pričom α je **prostá** funkcia.

$\Rightarrow$ • Existuje inverzná funkcia $t = \alpha^{-1}(x): \alpha(J) \rightarrow J$.

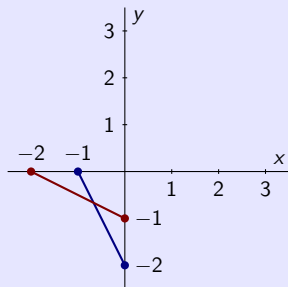
• Funkcia f má explicitný tvar $y = \beta(\alpha^{-1}(x))$, $x \in \alpha(J)$.

[Tento prechod k explicitnému vyjadreniu funkcie f nazývame **vylúčenie parametra t** .]

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$ je **rýdzo monotónna** (rastúca, resp. klesajúca).

$\Rightarrow$ • Funkcia f je **prostá** (t. j. aj bijektívna).

[Opačné tvrdenie neplatí.]



• Funkcia f môže byť **prostá** a nemusí byť **rýdzo monotónna**.

• $f: y = \begin{cases} -2x - 2 & \text{pre } x \in \langle -1; 0 \rangle, \end{cases}$

[f je klesajúca na $\langle -1; 0 \rangle$.]

[f je rastúca na $(0; 1)$.]

Funkcia f je **prostá**, ale nie je **rýdzo monotónna** na $\langle -1; 1 \rangle$.

• $f^{-1}: y = \begin{cases} -\frac{x}{2} - 1 & \text{pre } x \in \langle -2; 0 \rangle, \end{cases}$ [$y = -2x - 2 \Rightarrow 2x = -y - 2 \Rightarrow x = -\frac{y}{2} - 1$.]

Operácie s funkciami – Inverzná funkcia a monotónnosť

Parametrický tvar funkcie f je $x = \alpha(t)$, $y = \beta(t)$, $t \in J$, pričom α je **prostá** funkcia.

$\Rightarrow$ • Existuje inverzná funkcia $t = \alpha^{-1}(x): \alpha(J) \rightarrow J$.

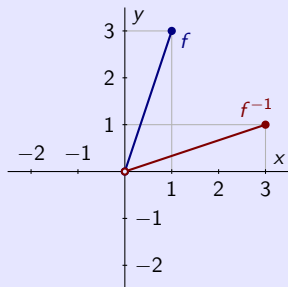
• Funkcia f má explicitný tvar $y = \beta(\alpha^{-1}(x))$, $x \in \alpha(J)$.

[Tento prechod k explicitnému vyjadreniu funkcie f nazývame **vylúčenie parametra t** .]

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$ je **rýdzo monotónna** (rastúca, resp. klesajúca).

$\Rightarrow$ • Funkcia f je **prostá** (t. j. aj bijektívna).

[Opačné tvrdenie neplatí.]



• Funkcia f môže byť **prostá** a nemusí byť **rýdzo monotónna**.

$$\bullet f: y = \begin{cases} 3x & \text{pre } x \in (0; 1). \end{cases}$$

[f je klesajúca na $\langle -1; 0 \rangle$.]

[f je rastúca na $(0; 1)$.]

Funkcia f je **prostá**, ale nie je **rýdzo monotónna** na $\langle -1; 1 \rangle$.

$$\bullet f^{-1}: y = \begin{cases} \frac{x}{3} & \text{pre } x \in (0; 3). \end{cases}$$

[$y = 3x \Rightarrow x = \frac{y}{3}$.]

Operácie s funkciami – Inverzná funkcia a monotónnosť

Parametrický tvar funkcie f je $x = \alpha(t)$, $y = \beta(t)$, $t \in J$, pričom α je **prostá** funkcia.

$\Rightarrow$ • Existuje inverzná funkcia $t = \alpha^{-1}(x): \alpha(J) \rightarrow J$.

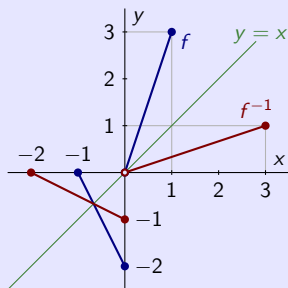
• Funkcia f má explicitný tvar $y = \beta(\alpha^{-1}(x))$, $x \in \alpha(J)$.

[Tento prechod k explicitnému vyjadreniu funkcie f nazývame **vylúčenie parametra t** .]

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$ je **rýdzo monotónna** (rastúca, resp. klesajúca).

$\Rightarrow$ • Funkcia f je **prostá** (t. j. aj bijektívna).

[Opačné tvrdenie neplatí.]



• Funkcia f môže byť **prostá** a nemusí byť **rýdzo monotónna**.

$$f: y = \begin{cases} -2x - 2 & \text{pre } x \in \langle -1; 0 \rangle, \\ 3x & \text{pre } x \in (0; 1]. \end{cases}$$

[f je klesajúca na $\langle -1; 0 \rangle$.]

[f je rastúca na $(0; 1]$.]

Funkcia f je **prostá**, ale nie je **rýdzo monotónna** na $\langle -1; 1 \rangle$.

$$f^{-1}: y = \begin{cases} -\frac{x}{2} - 1 & \text{pre } x \in \langle -2; 0 \rangle, \\ \frac{x}{3} & \text{pre } x \in (0; 3]. \end{cases}$$

[$y = -2x - 2 \Rightarrow 2x = -y - 2 \Rightarrow x = -\frac{y}{2} - 1$.]

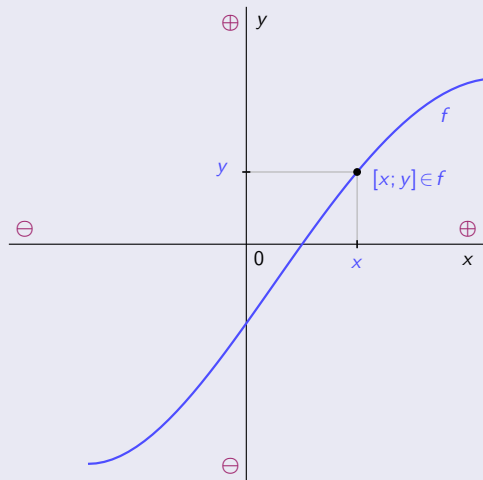
[$y = 3x \Rightarrow x = \frac{y}{3}$.]

Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia inverznej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}: H(f) \rightarrow D(f)$ k funkcii $f: D(f) \rightarrow H(f)$.

Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia inverznej funkcie

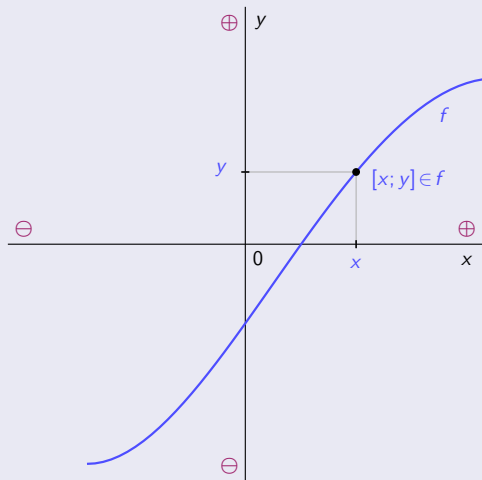
Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}: H(f) \rightarrow D(f)$ k funkcii $f: D(f) \rightarrow H(f)$.



- $f: D(f) \rightarrow H(f)$, platí $[x; y] \in f$.

Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia inverznej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}: H(f) \rightarrow D(f)$ k funkcii $f: D(f) \rightarrow H(f)$.

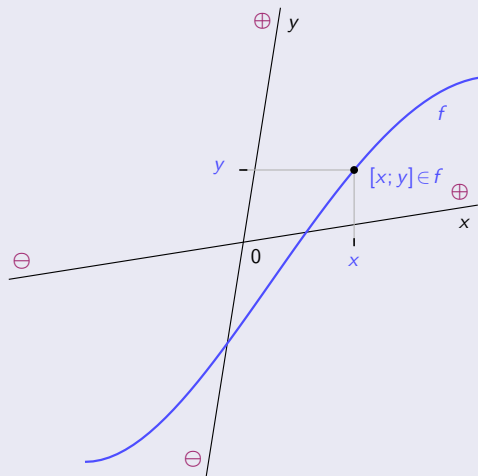


• $f: D(f) \rightarrow H(f)$, platí $[x; y] \in f$.

• Vymeníme súradnicové osi x a y .

Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia inverznej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}: H(f) \rightarrow D(f)$ k funkcii $f: D(f) \rightarrow H(f)$.

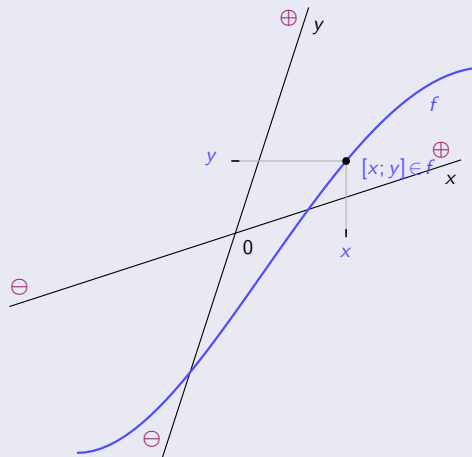


• $f: D(f) \rightarrow H(f)$, platí $[x; y] \in f$.

• Vymeníme súradnicové osi x a y .

Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia inverznej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}: H(f) \rightarrow D(f)$ k funkcii $f: D(f) \rightarrow H(f)$.

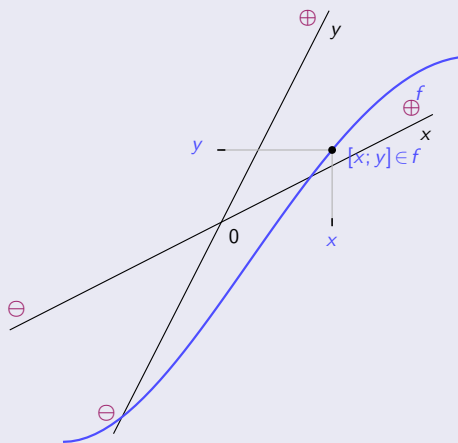


• $f: D(f) \rightarrow H(f)$, platí $[x; y] \in f$.

• Vymeníme súradnicové osi x a y .

Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia inverznej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}: H(f) \rightarrow D(f)$ k funkcii $f: D(f) \rightarrow H(f)$.

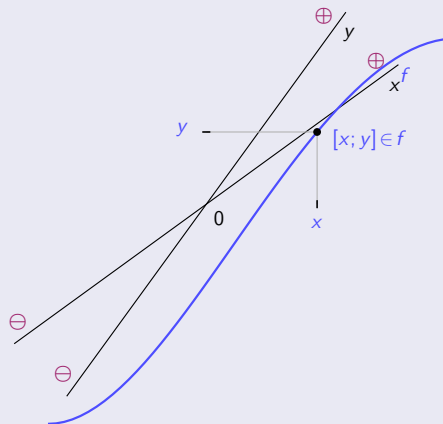


• $f: D(f) \rightarrow H(f)$, platí $[x; y] \in f$.

• Vymeníme súradnicové osi x a y .

Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia inverznej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}: H(f) \rightarrow D(f)$ k funkcii $f: D(f) \rightarrow H(f)$.

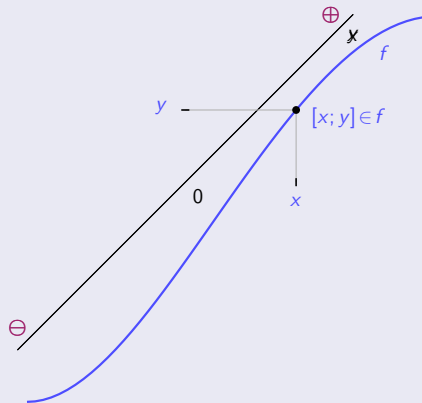


• $f: D(f) \rightarrow H(f)$, platí $[x; y] \in f$.

• Vymeníme súradnicové osi x a y .

Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia inverznej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}: H(f) \rightarrow D(f)$ k funkcii $f: D(f) \rightarrow H(f)$.

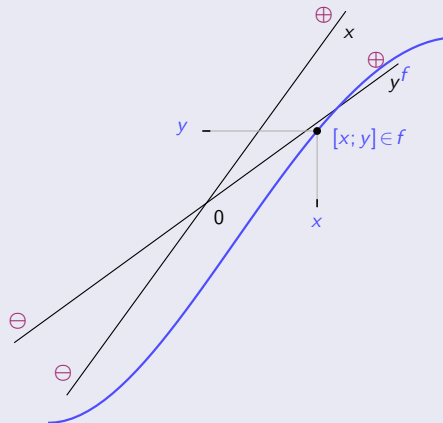


• $f: D(f) \rightarrow H(f)$, platí $[x; y] \in f$.

• Vymeníme súradnicové osi x a y .

Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia inverznej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}: H(f) \rightarrow D(f)$ k funkcii $f: D(f) \rightarrow H(f)$.

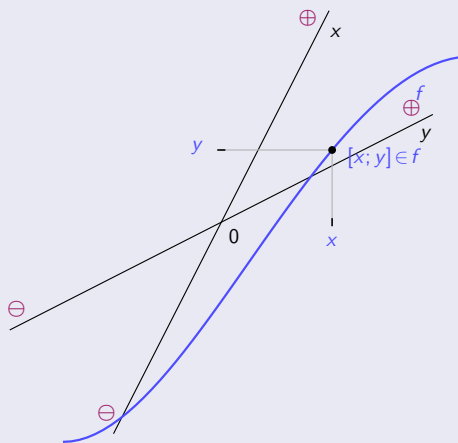


• $f: D(f) \rightarrow H(f)$, platí $[x; y] \in f$.

• Vymeníme súradnicové osi x a y .

Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia inverznej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}: H(f) \rightarrow D(f)$ k funkcii $f: D(f) \rightarrow H(f)$.

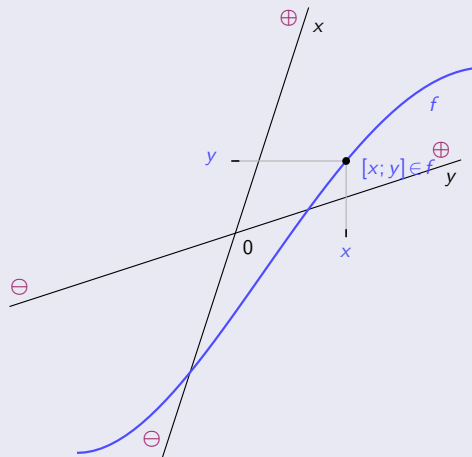


• $f: D(f) \rightarrow H(f)$, platí $[x; y] \in f$.

• Vymeníme súradnicové osi x a y .

Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia inverznej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}: H(f) \rightarrow D(f)$ k funkcii $f: D(f) \rightarrow H(f)$.

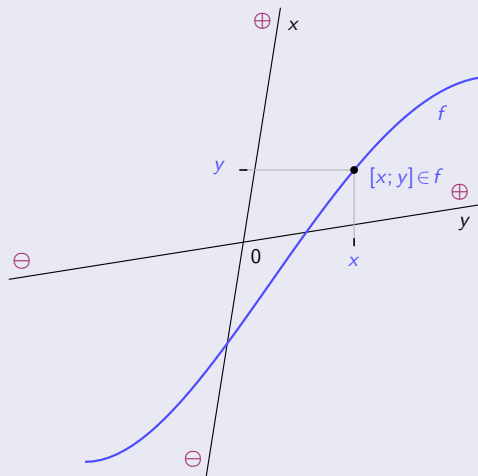


• $f: D(f) \rightarrow H(f)$, platí $[x; y] \in f$.

• Vymeníme súradnicové osi x a y .

Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia inverznej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}: H(f) \rightarrow D(f)$ k funkcii $f: D(f) \rightarrow H(f)$.

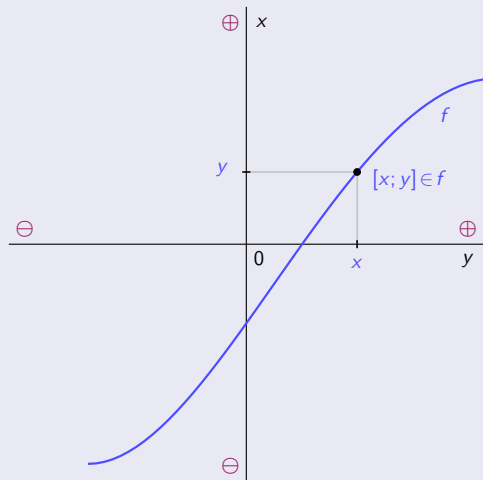


• $f: D(f) \rightarrow H(f)$, platí $[x; y] \in f$.

• Vymeníme súradnicové osi x a y .

Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia inverznej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}: H(f) \rightarrow D(f)$ k funkcii $f: D(f) \rightarrow H(f)$.

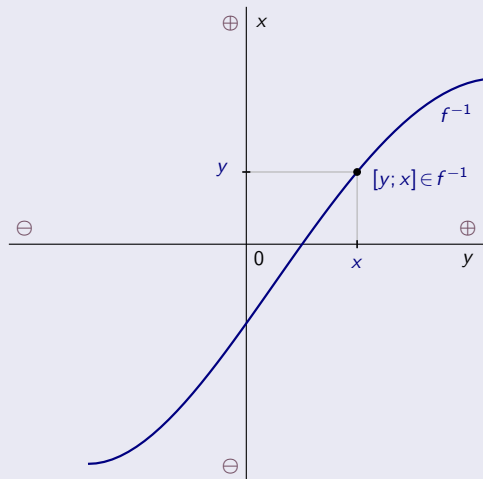


• $f: D(f) \rightarrow H(f)$, platí $[x; y] \in f$.

• Vymeníme súradnicové osi x a y .

Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia inverznej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}: H(f) \rightarrow D(f)$ k funkcii $f: D(f) \rightarrow H(f)$.



• $f: D(f) \rightarrow H(f)$, platí $[x; y] \in f$.

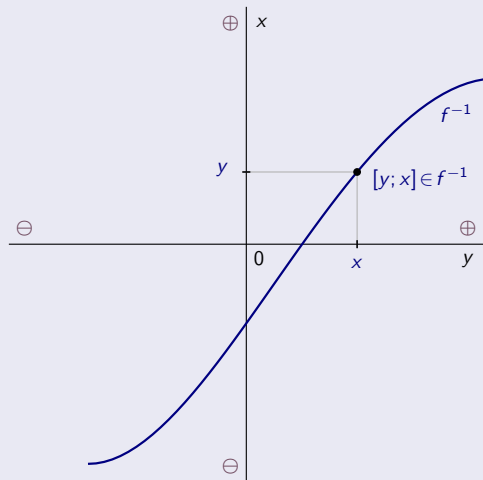
• Vymeníme súradnicové osi x a y .

Z grafu funkcie f sa stane graf funkcie f^{-1} .

[Bod $[x; y] \in f$ práve vtedy, ak bod $[y; x] \in f^{-1}$.]

Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia inverznej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}: H(f) \rightarrow D(f)$ k funkcii $f: D(f) \rightarrow H(f)$.



• $f: D(f) \rightarrow H(f)$, platí $[x; y] \in f$.

• Vymeníme súradnicové osi x a y .

Z grafu funkcie f sa stane graf funkcie f^{-1} .

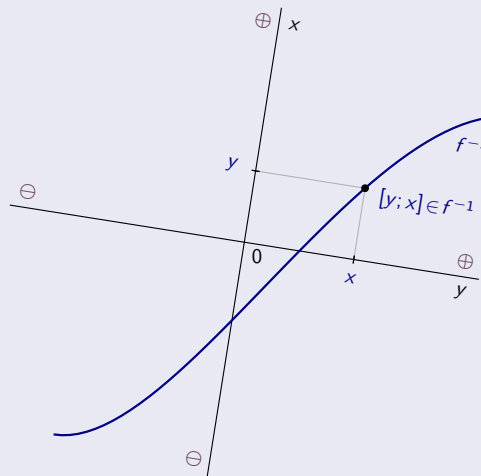
[Bod $[x; y] \in f$ práve vtedy, ak bod $[y; x] \in f^{-1}$.]

• Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) otočíme o uhol -90° .

[Systém otočíme o uhol $\pi/2$ v smere hodinových ručičiek.]

Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia inverznej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}: H(f) \rightarrow D(f)$ k funkcii $f: D(f) \rightarrow H(f)$.



• $f: D(f) \rightarrow H(f)$, platí $[x; y] \in f$.

• Vymeníme súradnicové osi X a y .

Z grafu funkcie f sa stane graf funkcie f^{-1} .

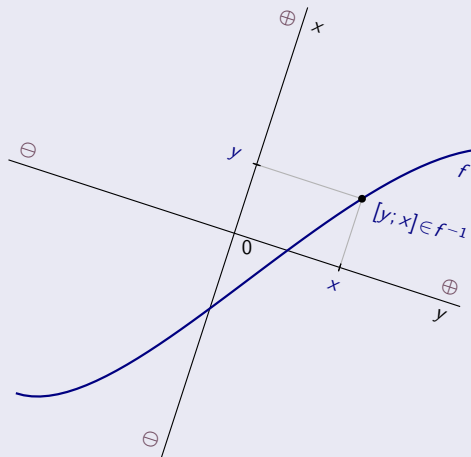
[Bod $[x; y] \in f$ práve vtedy, ak bod $[y; x] \in f^{-1}$.]

• Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) otočíme o uhol -90° .

[Systém otočíme o uhol $\pi/2$ v smere hodinových ručičiek.]

Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia inverznej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}: H(f) \rightarrow D(f)$ k funkcii $f: D(f) \rightarrow H(f)$.



• $f: D(f) \rightarrow H(f)$, platí $[x; y] \in f$.

• Vymeníme súradnicové osi X a y .

Z grafu funkcie f sa stane graf funkcie f^{-1} .

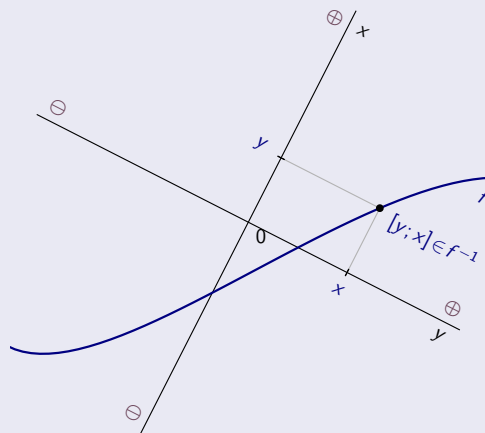
[Bod $[x; y] \in f$ práve vtedy, ak bod $[y; x] \in f^{-1}$.]

• Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) otočíme o uhol -90° .

[Systém otočíme o uhol $\pi/2$ v smere hodinových ručičiek.]

Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia inverznej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}: H(f) \rightarrow D(f)$ k funkcii $f: D(f) \rightarrow H(f)$.



• $f: D(f) \rightarrow H(f)$, platí $[x; y] \in f$.

• Vymeníme súradnicové osi X a y .

Z grafu funkcie f sa stane graf funkcie f^{-1} .

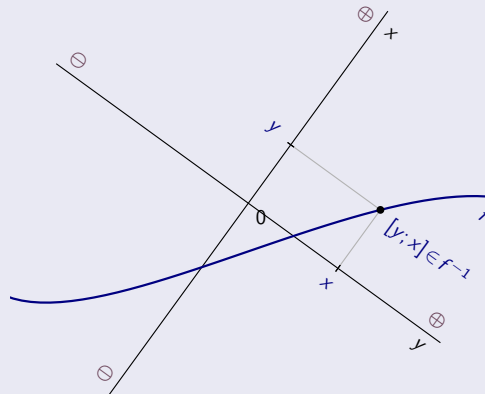
[Bod $[x; y] \in f$ práve vtedy, ak bod $[y; x] \in f^{-1}$.]

• Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) otočíme o uhol -90° .

[Systém otočíme o uhol $\pi/2$ v smere hodinových ručičiek.]

Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia inverznej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}: H(f) \rightarrow D(f)$ k funkcii $f: D(f) \rightarrow H(f)$.



• $f: D(f) \rightarrow H(f)$, platí $[x; y] \in f$.

• Vymeníme súradnicové osi X a Y .

Z grafu funkcie f sa stane graf funkcie f^{-1} .

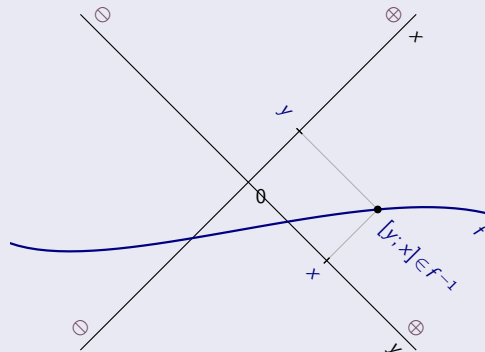
[Bod $[x; y] \in f$ práve vtedy, ak bod $[y; x] \in f^{-1}$.]

• Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) otočíme o uhol -90° .

[Systém otočíme o uhol $\pi/2$ v smere hodinových ručičiek.]

Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia inverznej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}: H(f) \rightarrow D(f)$ k funkcii $f: D(f) \rightarrow H(f)$.



• $f: D(f) \rightarrow H(f)$, platí $[x; y] \in f$.

• Vymeníme súradnicové osi x a y .

Z grafu funkcie f sa stane graf funkcie f^{-1} .

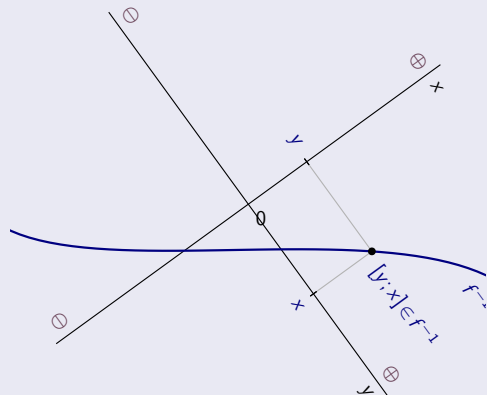
[Bod $[x; y] \in f$ práve vtedy, ak bod $[y; x] \in f^{-1}$.]

• Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) otočíme o uhol -90° .

[Systém otočíme o uhol $\pi/2$ v smere hodinových ručičiek.]

Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia inverznej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}: H(f) \rightarrow D(f)$ k funkcii $f: D(f) \rightarrow H(f)$.



• $f: D(f) \rightarrow H(f)$, platí $[x; y] \in f$.

• Vymeníme súradnicové osi X a y .

Z grafu funkcie f sa stane graf funkcie f^{-1} .

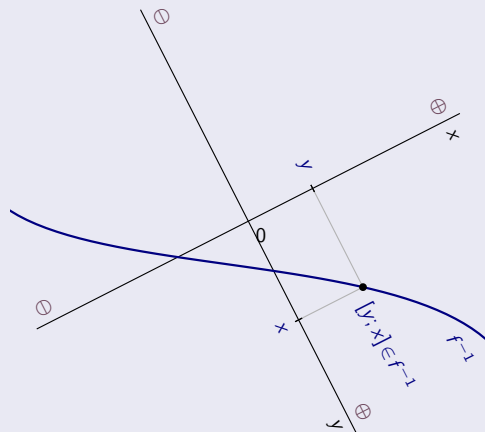
[Bod $[x; y] \in f$ práve vtedy, ak bod $[y; x] \in f^{-1}$.]

• Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) otočíme o uhol -90° .

[Systém otočíme o uhol $\pi/2$ v smere hodinových ručičiek.]

Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia inverznej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}: H(f) \rightarrow D(f)$ k funkcii $f: D(f) \rightarrow H(f)$.



• $f: D(f) \rightarrow H(f)$, platí $[x; y] \in f$.

• Vymeníme súradnicové osi X a Y .

Z grafu funkcie f sa stane graf funkcie f^{-1} .

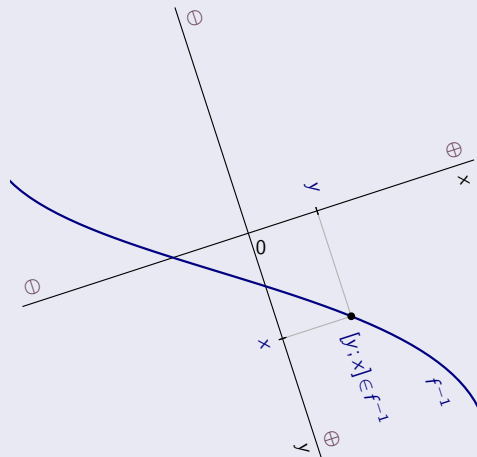
[Bod $[x; y] \in f$ práve vtedy, ak bod $[y; x] \in f^{-1}$.]

• Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) otočíme o uhol -90° .

[Systém otočíme o uhol $\pi/2$ v smere hodinových ručičiek.]

Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia inverznej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}: H(f) \rightarrow D(f)$ k funkcii $f: D(f) \rightarrow H(f)$.



• $f: D(f) \rightarrow H(f)$, platí $[x; y] \in f$.

• Vymeníme súradnicové osi x a y .

Z grafu funkcie f sa stane graf funkcie f^{-1} .

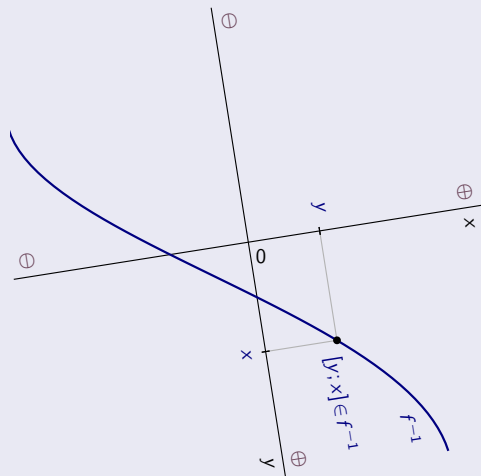
[Bod $[x; y] \in f$ práve vtedy, ak bod $[y; x] \in f^{-1}$.]

• Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) otočíme o uhol -90° .

[Systém otočíme o uhol $\pi/2$ v smere hodinových ručičiek.]

Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia inverznej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}: H(f) \rightarrow D(f)$ k funkcii $f: D(f) \rightarrow H(f)$.



• $f: D(f) \rightarrow H(f)$, platí $[x; y] \in f$.

• Vymeníme súradnicové osi x a y .

Z grafu funkcie f sa stane graf funkcie f^{-1} .

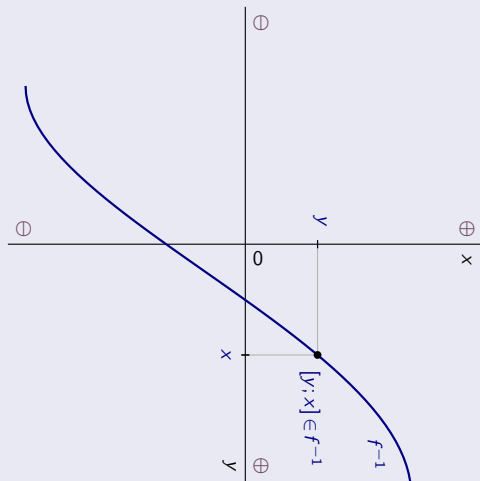
[Bod $[x; y] \in f$ práve vtedy, ak bod $[y; x] \in f^{-1}$.]

• Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) otočíme o uhol -90° .

[Systém otočíme o uhol $\pi/2$ v smere hodinových ručičiek.]

Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia inverznej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}: H(f) \rightarrow D(f)$ k funkcii $f: D(f) \rightarrow H(f)$.



• $f: D(f) \rightarrow H(f)$, platí $[x; y] \in f$.

• Vymeníme súradnicové osi x a y .

Z grafu funkcie f sa stane graf funkcie f^{-1} .

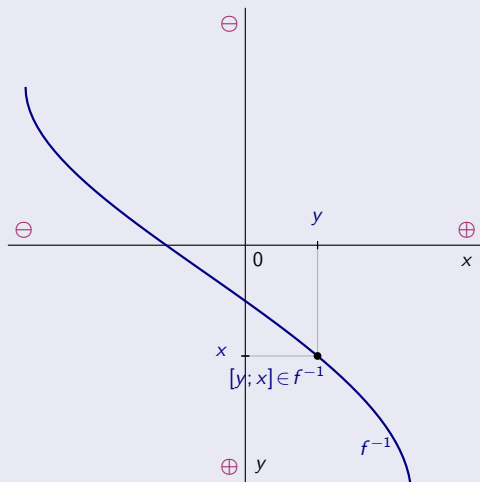
[Bod $[x; y] \in f$ práve vtedy, ak bod $[y; x] \in f^{-1}$.]

• Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) otočíme o uhol -90° .

[Systém otočíme o uhol $\pi/2$ v smere hodinových ručičiek.]

Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia inverznej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}: H(f) \rightarrow D(f)$ k funkcii $f: D(f) \rightarrow H(f)$.



• $f: D(f) \rightarrow H(f)$, platí $[x; y] \in f$.

• Vymeníme súradnicové osi X a y .

Z grafu funkcie f sa stane graf funkcie f^{-1} .

[Bod $[x; y] \in f$ práve vtedy, ak bod $[y; x] \in f^{-1}$.]

• Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) otočíme o uhol -90° .

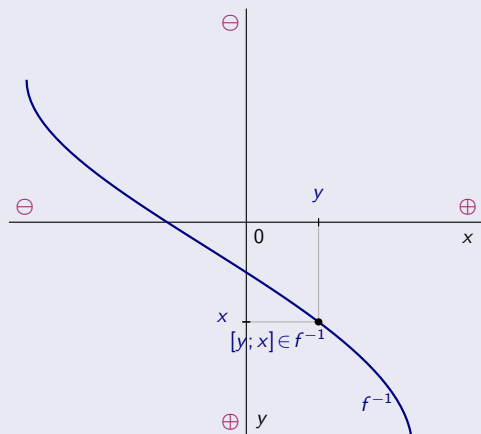
[Systém otočíme o uhol $\pi/2$ v smere hodinových ručičiek.]

• Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) preklopíme okolo osi X .

[Systém zobrazíme súmerne podľa osi x .]

Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia inverznej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}: H(f) \rightarrow D(f)$ k funkcii $f: D(f) \rightarrow H(f)$.



• $f: D(f) \rightarrow H(f)$, platí $[x; y] \in f$.

• Vymeníme súradnicové osi X a y .

Z grafu funkcie f sa stane graf funkcie f^{-1} .

[Bod $[x; y] \in f$ práve vtedy, ak bod $[y; x] \in f^{-1}$.]

• Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) otočíme o uhol -90° .

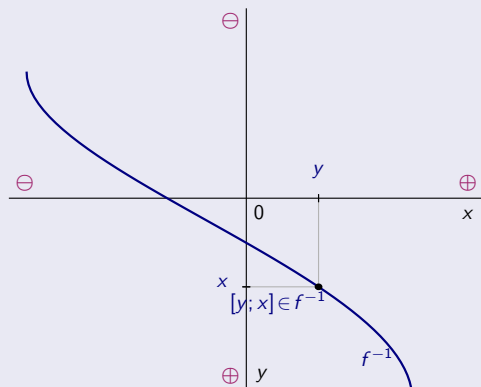
[Systém otočíme o uhol $\pi/2$ v smere hodinových ručičiek.]

• Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) preklopíme okolo osi X .

[Systém zobrazíme súmerne podľa osi x .]

Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia inverznej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}: H(f) \rightarrow D(f)$ k funkcii $f: D(f) \rightarrow H(f)$.



• $f: D(f) \rightarrow H(f)$, platí $[x; y] \in f$.

• Vymeníme súradnicové osi X a y .

Z grafu funkcie f sa stane graf funkcie f^{-1} .

[Bod $[x; y] \in f$ práve vtedy, ak bod $[y; x] \in f^{-1}$.]

• Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) otočíme o uhol -90° .

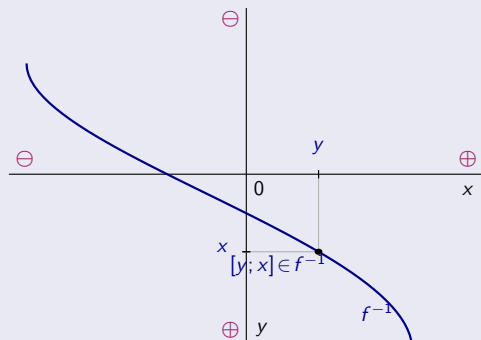
[Systém otočíme o uhol $\pi/2$ v smere hodinových ručičiek.]

• Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) preklopíme okolo osi X .

[Systém zobrazíme súmerne podľa osi x .]

Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia inverznej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}: H(f) \rightarrow D(f)$ k funkcii $f: D(f) \rightarrow H(f)$.



• $f: D(f) \rightarrow H(f)$, platí $[x; y] \in f$.

• Vymeníme súradnicové osi X a y .

Z grafu funkcie f sa stane graf funkcie f^{-1} .

[Bod $[x; y] \in f$ práve vtedy, ak bod $[y; x] \in f^{-1}$.]

• Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) otočíme o uhol -90° .

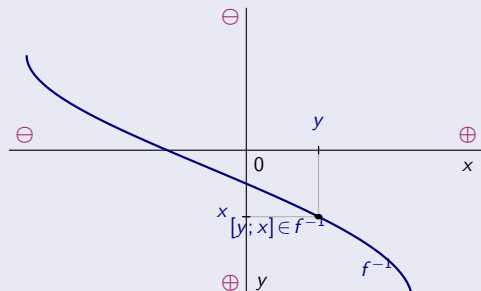
[Systém otočíme o uhol $\pi/2$ v smere hodinových ručičiek.]

• Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) preklopíme okolo osi X .

[Systém zobrazíme súmerne podľa osi x .]

Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia inverznej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}: H(f) \rightarrow D(f)$ k funkcii $f: D(f) \rightarrow H(f)$.



• $f: D(f) \rightarrow H(f)$, platí $[x; y] \in f$.

• Vymeníme súradnicové osi X a y .

Z grafu funkcie f sa stane graf funkcie f^{-1} .

[Bod $[x; y] \in f$ práve vtedy, ak bod $[y; x] \in f^{-1}$.]

• Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) otočíme o uhol -90° .

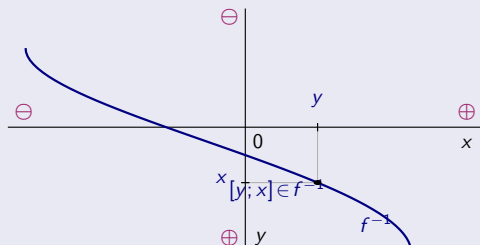
[Systém otočíme o uhol $\pi/2$ v smere hodinových ručičiek.]

• Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) preklopíme okolo osi X .

[Systém zobrazíme súmerne podľa osi x .]

Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia inverznej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}: H(f) \rightarrow D(f)$ k funkcii $f: D(f) \rightarrow H(f)$.



• $f: D(f) \rightarrow H(f)$, platí $[x; y] \in f$.

• Vymeníme súradnicové osi X a y .

Z grafu funkcie f sa stane graf funkcie f^{-1} .

[Bod $[x; y] \in f$ práve vtedy, ak bod $[y; x] \in f^{-1}$.]

• Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) otočíme o uhol -90° .

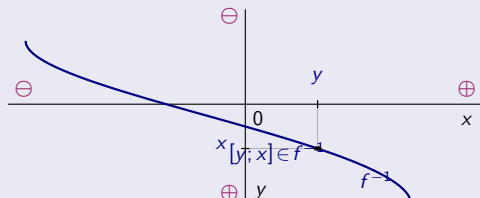
[Systém otočíme o uhol $\pi/2$ v smere hodinových ručičiek.]

• Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) preklopíme okolo osi X .

[Systém zobrazíme súmerne podľa osi x .]

Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia inverznej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}: H(f) \rightarrow D(f)$ k funkcii $f: D(f) \rightarrow H(f)$.



- $f: D(f) \rightarrow H(f)$, platí $[x; y] \in f$.

- Vymeníme súradnicové osi X a y .

Z grafu funkcie f sa stane graf funkcie f^{-1} .

[Bod $[x; y] \in f$ práve vtedy, ak bod $[y; x] \in f^{-1}$.]

- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) otočíme o uhol -90° .

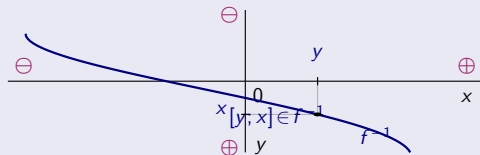
[Systém otočíme o uhol $\pi/2$ v smere hodinových ručičiek.]

- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) preklopíme okolo osi X .

[Systém zobrazíme súmerne podľa osi x .]

Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia inverznej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}: H(f) \rightarrow D(f)$ k funkcii $f: D(f) \rightarrow H(f)$.



- $f: D(f) \rightarrow H(f)$, platí $[x; y] \in f$.

- Vymeníme súradnicové osi X a y .

Z grafu funkcie f sa stane graf funkcie f^{-1} .

[Bod $[x; y] \in f$ práve vtedy, ak bod $[y; x] \in f^{-1}$.]

- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) otočíme o uhol -90° .

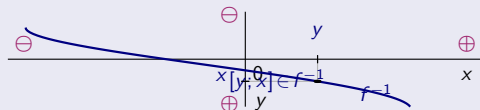
[Systém otočíme o uhol $\pi/2$ v smere hodinových ručičiek.]

- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) preklopíme okolo osi X .

[Systém zobrazíme súmerne podľa osi x .]

Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia inverznej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}: H(f) \rightarrow D(f)$ k funkcii $f: D(f) \rightarrow H(f)$.



- $f: D(f) \rightarrow H(f)$, platí $[x; y] \in f$.

- Vymeníme súradnicové osi X a y .

Z grafu funkcie f sa stane graf funkcie f^{-1} .

[Bod $[x; y] \in f$ práve vtedy, ak bod $[y; x] \in f^{-1}$.]

- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) otočíme o uhol -90° .

[Systém otočíme o uhol $\pi/2$ v smere hodinových ručičiek.]

- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) preklopíme okolo osi X .

[Systém zobrazíme súmerne podľa osi x .]

Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia inverznej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}: H(f) \rightarrow D(f)$ k funkcii $f: D(f) \rightarrow H(f)$.



- $f: D(f) \rightarrow H(f)$, platí $[x; y] \in f$.

- Vymeníme súradnicové osi X a y .

Z grafu funkcie f sa stane graf funkcie f^{-1} .

[Bod $[x; y] \in f$ práve vtedy, ak bod $[y; x] \in f^{-1}$.]

- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) otočíme o uhol -90° .

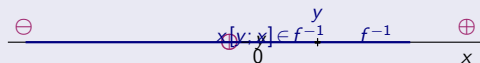
[Systém otočíme o uhol $\pi/2$ v smere hodinových ručičiek.]

- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) preklopíme okolo osi X .

[Systém zobrazíme súmerne podľa osi x .]

Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia inverznej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}: H(f) \rightarrow D(f)$ k funkcii $f: D(f) \rightarrow H(f)$.



• $f: D(f) \rightarrow H(f)$, platí $[x; y] \in f$.

• Vymeníme súradnicové osi X a Y .

Z grafu funkcie f sa stane graf funkcie f^{-1} .

[Bod $[x; y] \in f$ práve vtedy, ak bod $[y; x] \in f^{-1}$.]

• Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) otočíme o uhol -90° .

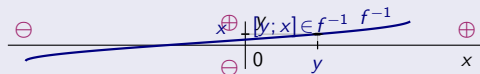
[Systém otočíme o uhol $\pi/2$ v smere hodinových ručičiek.]

• Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) preklopíme okolo osi X .

[Systém zobrazíme súmerne podľa osi x .]

Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia inverznej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}: H(f) \rightarrow D(f)$ k funkcii $f: D(f) \rightarrow H(f)$.



- $f: D(f) \rightarrow H(f)$, platí $[x; y] \in f$.

- Vymeníme súradnicové osi X a y .

Z grafu funkcie f sa stane graf funkcie f^{-1} .

[Bod $[x; y] \in f$ práve vtedy, ak bod $[y; x] \in f^{-1}$.]

- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) otočíme o uhol -90° .

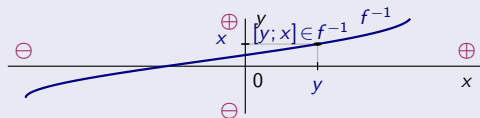
[Systém otočíme o uhol $\pi/2$ v smere hodinových ručičiek.]

- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) preklopíme okolo osi X .

[Systém zobrazíme súmerne podľa osi x .]

Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia inverznej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}: H(f) \rightarrow D(f)$ k funkcii $f: D(f) \rightarrow H(f)$.



- $f: D(f) \rightarrow H(f)$, platí $[x; y] \in f$.

- Vymeníme súradnicové osi X a y .

Z grafu funkcie f sa stane graf funkcie f^{-1} .

[Bod $[x; y] \in f$ práve vtedy, ak bod $[y; x] \in f^{-1}$.]

- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) otočíme o uhol -90° .

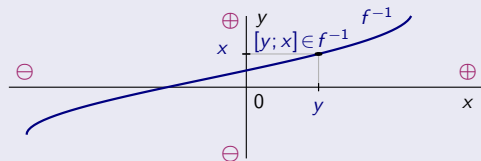
[Systém otočíme o uhol $\pi/2$ v smere hodinových ručičiek.]

- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) preklopíme okolo osi X .

[Systém zobrazíme súmerne podľa osi x .]

Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia inverznej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}: H(f) \rightarrow D(f)$ k funkcii $f: D(f) \rightarrow H(f)$.



• $f: D(f) \rightarrow H(f)$, platí $[x; y] \in f$.

• Vymeníme súradnicové osi X a Y .

Z grafu funkcie f sa stane graf funkcie f^{-1} .

[Bod $[x; y] \in f$ práve vtedy, ak bod $[y; x] \in f^{-1}$.]

• Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) otočíme o uhol -90° .

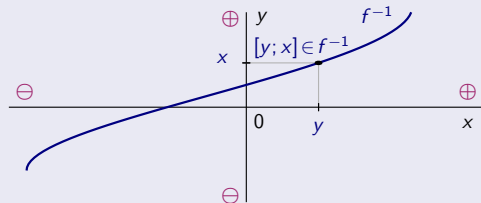
[Systém otočíme o uhol $\pi/2$ v smere hodinových ručičiek.]

• Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) preklopíme okolo osi X .

[Systém zobrazíme súmerne podľa osi x .]

Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia inverznej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}: H(f) \rightarrow D(f)$ k funkcii $f: D(f) \rightarrow H(f)$.



• $f: D(f) \rightarrow H(f)$, platí $[x; y] \in f$.

• Vymeníme súradnicové osi X a y .

Z grafu funkcie f sa stane graf funkcie f^{-1} .

[Bod $[x; y] \in f$ práve vtedy, ak bod $[y; x] \in f^{-1}$.]

• Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) otočíme o uhol -90° .

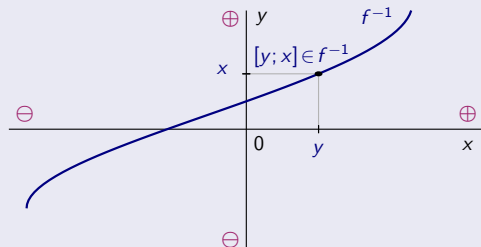
[Systém otočíme o uhol $\pi/2$ v smere hodinových ručičiek.]

• Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) preklopíme okolo osi X .

[Systém zobrazíme súmerne podľa osi x .]

Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia inverznej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}: H(f) \rightarrow D(f)$ k funkcii $f: D(f) \rightarrow H(f)$.



• $f: D(f) \rightarrow H(f)$, platí $[x; y] \in f$.

• Vymeníme súradnicové osi X a y .

Z grafu funkcie f sa stane graf funkcie f^{-1} .

[Bod $[x; y] \in f$ práve vtedy, ak bod $[y; x] \in f^{-1}$.]

• Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) otočíme o uhol -90° .

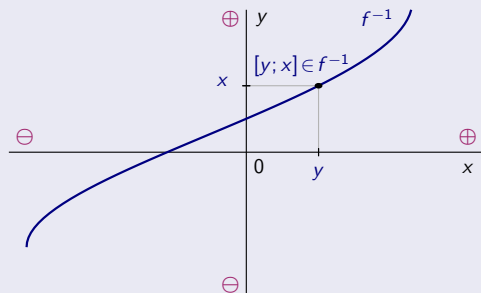
[Systém otočíme o uhol $\pi/2$ v smere hodinových ručičiek.]

• Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) preklopíme okolo osi X .

[Systém zobrazíme súmerne podľa osi x .]

Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia inverznej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}: H(f) \rightarrow D(f)$ k funkcii $f: D(f) \rightarrow H(f)$.



• $f: D(f) \rightarrow H(f)$, platí $[x; y] \in f$.

• Vymeníme súradnicové osi X a Y .

Z grafu funkcie f sa stane graf funkcie f^{-1} .

[Bod $[x; y] \in f$ práve vtedy, ak bod $[y; x] \in f^{-1}$.]

• Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) otočíme o uhol -90° .

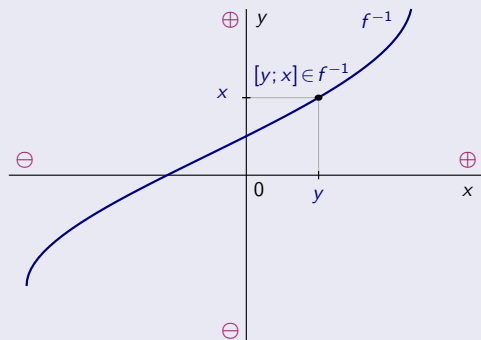
[Systém otočíme o uhol $\pi/2$ v smere hodinových ručičiek.]

• Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) preklopíme okolo osi X .

[Systém zobrazíme súmerne podľa osi x .]

Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia inverznej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}: H(f) \rightarrow D(f)$ k funkcii $f: D(f) \rightarrow H(f)$.



• $f: D(f) \rightarrow H(f)$, platí $[x; y] \in f$.

• Vymeníme súradnicové osi X a y .

Z grafu funkcie f sa stane graf funkcie f^{-1} .

[Bod $[x; y] \in f$ práve vtedy, ak bod $[y; x] \in f^{-1}$.]

• Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) otočíme o uhol -90° .

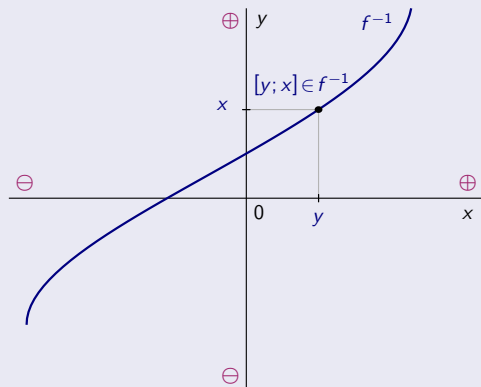
[Systém otočíme o uhol $\pi/2$ v smere hodinových ručičiek.]

• Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) preklopíme okolo osi X .

[Systém zobrazíme súmerne podľa osi x .]

Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia inverznej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}: H(f) \rightarrow D(f)$ k funkcii $f: D(f) \rightarrow H(f)$.



• $f: D(f) \rightarrow H(f)$, platí $[x; y] \in f$.

• Vymeníme súradnicové osi X a y .

Z grafu funkcie f sa stane graf funkcie f^{-1} .

[Bod $[x; y] \in f$ práve vtedy, ak bod $[y; x] \in f^{-1}$.]

• Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) otočíme o uhol -90° .

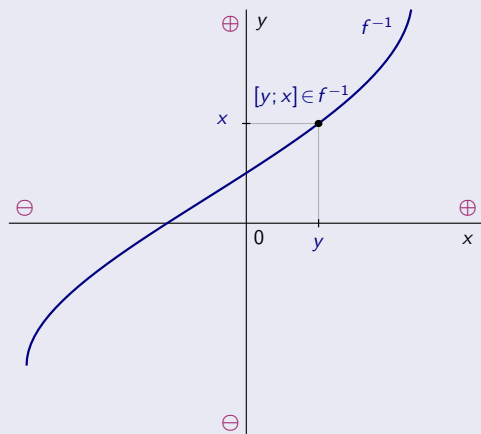
[Systém otočíme o uhol $\pi/2$ v smere hodinových ručičiek.]

• Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) preklopíme okolo osi X .

[Systém zobrazíme súmerne podľa osi x .]

Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia inverznej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}: H(f) \rightarrow D(f)$ k funkcii $f: D(f) \rightarrow H(f)$.



• $f: D(f) \rightarrow H(f)$, platí $[x; y] \in f$.

• Vymeníme súradnicové osi X a y .

Z grafu funkcie f sa stane graf funkcie f^{-1} .

[Bod $[x; y] \in f$ práve vtedy, ak bod $[y; x] \in f^{-1}$.]

• Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) otočíme o uhol -90° .

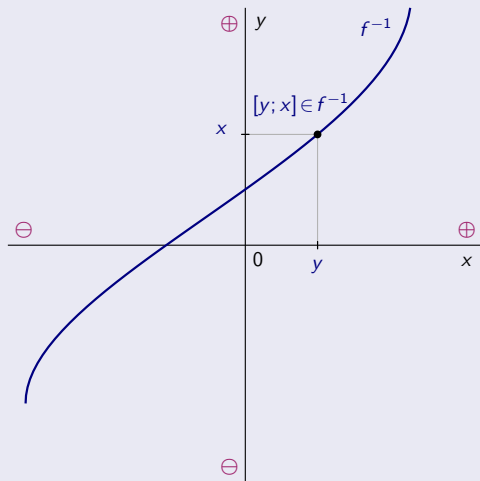
[Systém otočíme o uhol $\pi/2$ v smere hodinových ručičiek.]

• Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) preklopíme okolo osi X .

[Systém zobrazíme súmerne podľa osi x .]

Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia inverznej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}: H(f) \rightarrow D(f)$ k funkcii $f: D(f) \rightarrow H(f)$.



• $f: D(f) \rightarrow H(f)$, platí $[x; y] \in f$.

• Vymeníme súradnicové osi X a Y .

Z grafu funkcie f sa stane graf funkcie f^{-1} .

[Bod $[x; y] \in f$ práve vtedy, ak bod $[y; x] \in f^{-1}$.]

• Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) otočíme o uhol -90° .

[Systém otočíme o uhol $\pi/2$ v smere hodinových ručičiek.]

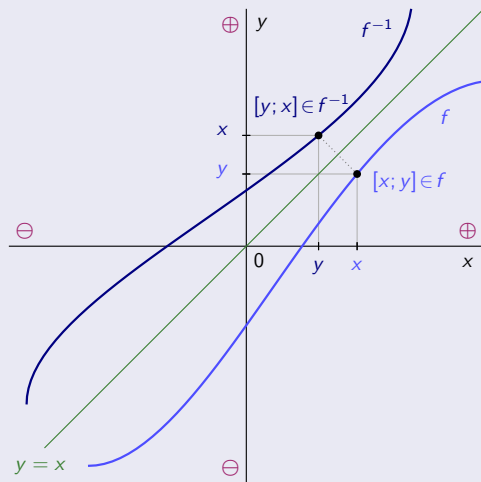
• Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) preklopíme okolo osi X .

[Systém zobrazíme súmerne podľa osi x .]

Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) je zobrazený v zvyčajnom tvare.

Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia inverznej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}: H(f) \rightarrow D(f)$ k funkcii $f: D(f) \rightarrow H(f)$.



• $f: D(f) \rightarrow H(f)$, platí $[x; y] \in f$.

• Vymeníme súradnicové osi X a y .

Z grafu funkcie f sa stane graf funkcie f^{-1} .

[Bod $[x; y] \in f$ práve vtedy, ak bod $[y; x] \in f^{-1}$.]

• Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) otočíme o uhol -90° .

[Systém otočíme o uhol $\pi/2$ v smere hodinových ručičiek.]

• Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) preklopíme okolo osi X .

[Systém zobrazíme súmerne podľa osi x .]

Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) je zobrazený v zvyčajnom tvare.

• $f^{-1}: H(f) \rightarrow D(f)$, platí $[y; x] \in f^{-1}$.

Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia inverznej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}: H(f) \rightarrow D(f)$ k funkcii $f: D(f) \rightarrow H(f)$.

- $f: D(f) \rightarrow H(f)$, platí $[x; y] \in f$.

- Vymeníme súradnicové osi X a Y .

Z grafu funkcie f sa stane graf funkcie f^{-1} .

[Bod $[x; y] \in f$ práve vtedy, ak bod $[y; x] \in f^{-1}$.]

- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) otočíme o uhol -90° .

[Systém otočíme o uhol $\pi/2$ v smere hodinových ručičiek.]

- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) preklopíme okolo osi X .

[Systém zobrazíme súmerne podľa osi x .]

Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) je zobrazený v zvyčajnom tvare.

- $f^{-1}: H(f) \rightarrow D(f)$, platí $[y; x] \in f^{-1}$.



Vlastnosti funkcií I – Lokálne a globálne vlastnosti

Vlastnosť funkcie $y = f(x)$, $x \in D(f)$ sa nazýva:

Vlastnosti funkcií I – Lokálne a globálne vlastnosti

Vlastnosť funkcie $y = f(x)$, $x \in D(f)$ sa nazýva:

- Globálna (absolútna),
- Lokálna na množine $A \subset D(f)$,

Vlastnosti funkcií I – Lokálne a globálne vlastnosti

Vlastnosť funkcie $y = f(x)$, $x \in D(f)$ sa nazýva:

- Globálna (absolútna), ak platí pre všetky $x \in D(f)$.
- Lokálna na množine $A \subset D(f)$, ak platí pre všetky $x \in A$.

Vlastnosti funkcií I – Lokálne a globálne vlastnosti

Vlastnosť funkcie $y = f(x)$, $x \in D(f)$ sa nazýva:

- **Globálna** (**absolútna**), ak platí pre všetky $x \in D(f)$.
- **Lokálna** na množine $A \subset D(f)$, ak platí pre všetky $x \in A$.

[Vlastnosť na celom definičnom obore $D(f)$.]

[Vlastnosť na podmnožine definičného oboru A .]

Vlastnosti funkcií I – Lokálne a globálne vlastnosti

Vlastnosť funkcie $y = f(x)$, $x \in D(f)$ sa nazýva:

- **Globálna (absolútna)**, ak platí pre všetky $x \in D(f)$. [Vlastnosť na celom definičnom obore $D(f)$.]
- **Lokálna** na množine $A \subset D(f)$, ak platí pre všetky $x \in A$. [Vlastnosť na podmnožine definičného oboru A .]
- Prívlastky globálna, absolútna, resp. na množine $D(f)$ často vynechávame a hovoríme „iba“ o vlastnosti funkcie f .

Vlastnosti funkcií I – Lokálne a globálne vlastnosti

Vlastnosť funkcie $y = f(x)$, $x \in D(f)$ sa nazýva:

- **Globálna (absolútna)**, ak platí pre všetky $x \in D(f)$. [Vlastnosť na celom definičnom obore $D(f)$.]
- **Lokálna** na množine $A \subset D(f)$, ak platí pre všetky $x \in A$. [Vlastnosť na podmnožine definičného oboru A .]
- Prívlastky globálna, absolútna, resp. na množine $D(f)$ často vynechávame a hovoríme „iba“ o vlastnosti funkcie f .
- Lokálne vlastnosti sa často vyšetrujú v nejakom okolí $O(c) \subset D(f)$ bodu $c \in D(f)$ alebo na intervale $I \subset D(f)$.

Vlastnosti funkcií I – Lokálne a globálne vlastnosti

Vlastnosť funkcie $y = f(x)$, $x \in D(f)$ sa nazýva:

- **Globálna (absolútna)**, ak platí pre všetky $x \in D(f)$. [Vlastnosť na celom definičnom obore $D(f)$.]
- **Lokálna** na množine $A \subset D(f)$, ak platí pre všetky $x \in A$. [Vlastnosť na podmnožine definičného oboru A .]
- Prívlastky globálna, absolútna, resp. na množine $D(f)$ často vynechávame a hovoríme „iba“ o vlastnosti funkcie f .
- Lokálne vlastnosti sa často vyšetrujú v nejakom okolí $O(c) \subset D(f)$ bodu $c \in D(f)$ alebo na intervale $I \subset D(f)$.

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$ sa nazýva **na množine $A \subset D(f)$** :

Vlastnosti funkcií I – Lokálne a globálne vlastnosti

Vlastnosť funkcie $y = f(x)$, $x \in D(f)$ sa nazýva:

- **Globálna (absolútna)**, ak platí pre všetky $x \in D(f)$. [Vlastnosť na celom definičnom obore $D(f)$.]
- **Lokálna** na množine $A \subset D(f)$, ak platí pre všetky $x \in A$. [Vlastnosť na podmnožine definičného oboru A .]
- Prívlastky globálna, absolútna, resp. na množine $D(f)$ často vynechávame a hovoríme „iba“ o vlastnosti funkcie f .
- Lokálne vlastnosti sa často vyšetrujú v nejakom okolí $O(c) \subset D(f)$ bodu $c \in D(f)$ alebo na intervale $I \subset D(f)$.

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$ sa nazýva **na množine $A \subset D(f)$** :

- **Zhora ohraničená**, ak existuje číslo $M \in \mathbb{R}$ také, že pre všetky $x \in A$ platí $f(x) \leq M$.
- **Zdola ohraničená**, ak existuje číslo $m \in \mathbb{R}$ také, že pre všetky $x \in A$ platí $m \leq f(x)$.

Vlastnosti funkcií I – Lokálne a globálne vlastnosti

Vlastnosť funkcie $y = f(x)$, $x \in D(f)$ sa nazýva:

- **Globálna (absolútna)**, ak platí pre všetky $x \in D(f)$. [Vlastnosť na celom definičnom obore $D(f)$.]
- **Lokálna** na množine $A \subset D(f)$, ak platí pre všetky $x \in A$. [Vlastnosť na podmnožine definičného oboru A .]
- Prívlastky globálna, absolútna, resp. na množine $D(f)$ často vynechávame a hovoríme „iba“ o vlastnosti funkcie f .
- Lokálne vlastnosti sa často vyšetrujú v nejakom okolí $O(c) \subset D(f)$ bodu $c \in D(f)$ alebo na intervale $I \subset D(f)$.

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$ sa nazýva **na množine $A \subset D(f)$** :

- **Zhora ohraničená**, ak existuje číslo $M \in \mathbb{R}$ také, že pre všetky $x \in A$ platí $f(x) \leq M$.
- **Zhora neohraničená**, ak nie je ohraničená zhora.
- **Zdola ohraničená**, ak existuje číslo $m \in \mathbb{R}$ také, že pre všetky $x \in A$ platí $m \leq f(x)$.
- **Zdola neohraničená**, ak nie je ohraničená zdola.

Vlastnosti funkcií I – Lokálne a globálne vlastnosti

Vlastnosť funkcie $y = f(x)$, $x \in D(f)$ sa nazýva:

- **Globálna (absolútna)**, ak platí pre všetky $x \in D(f)$. [Vlastnosť na celom definičnom obore $D(f)$.]
- **Lokálna** na množine $A \subset D(f)$, ak platí pre všetky $x \in A$. [Vlastnosť na podmnožine definičného oboru A .]
- Prívlastky globálna, absolútna, resp. na množine $D(f)$ často vynechávame a hovoríme „iba“ o vlastnosti funkcie f .
- Lokálne vlastnosti sa často vyšetrujú v nejakom okolí $O(c) \subset D(f)$ bodu $c \in D(f)$ alebo na intervale $I \subset D(f)$.

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$ sa nazýva **na množine $A \subset D(f)$** :

- **Zhora ohraničená**, ak existuje číslo $M \in \mathbb{R}$ také, že pre všetky $x \in A$ platí $f(x) \leq M$.
- **Zhora neohraničená**, ak nie je ohraničená zhora.
- **Zdola ohraničená**, ak existuje číslo $m \in \mathbb{R}$ také, že pre všetky $x \in A$ platí $m \leq f(x)$.
- **Zdola neohraničená**, ak nie je ohraničená zdola.
- **Ohraničená**, ak je ohraničená zhora a súčasne je ohraničená zdola.

Vlastnosti funkcií I – Lokálne a globálne vlastnosti

Vlastnosť funkcie $y = f(x)$, $x \in D(f)$ sa nazýva:

- **Globálna (absolútna)**, ak platí pre všetky $x \in D(f)$. [Vlastnosť na celom definičnom obore $D(f)$.]
- **Lokálna** na množine $A \subset D(f)$, ak platí pre všetky $x \in A$. [Vlastnosť na podmnožine definičného oboru A .]
- **Prívlastky** globálna, absolútna, resp. na množine $D(f)$ často vynechávame a hovoríme „iba“ o vlastnosti funkcie f .
- Lokálne vlastnosti sa často vyšetrujú v nejakom okolí $O(c) \subset D(f)$ bodu $c \in D(f)$ alebo na intervale $I \subset D(f)$.

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$ sa nazýva **na množine $A \subset D(f)$** :

- **Zhora ohraničená**, ak existuje číslo $M \in \mathbb{R}$ také, že pre všetky $x \in A$ platí $f(x) \leq M$.
- **Zhora neohraničená**, ak nie je ohraničená zhora.
- **Zdola ohraničená**, ak existuje číslo $m \in \mathbb{R}$ také, že pre všetky $x \in A$ platí $m \leq f(x)$.
- **Zdola neohraničená**, ak nie je ohraničená zdola.
- **Ohraničená**, ak je ohraničená zhora a súčasne je ohraničená zdola.
- **Neohraničená**, ak nie je ohraničená zhora alebo nie je ohraničená zdola.

Vlastnosti funkcií I – Príklady

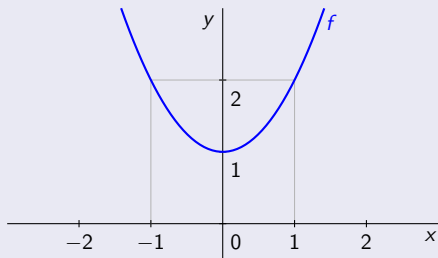
Funkcia $f: y = x^2 + 1$.

Funkcia $f: y = \frac{1}{x^2+1}$.

Vlastnosti funkcií I – Príklady

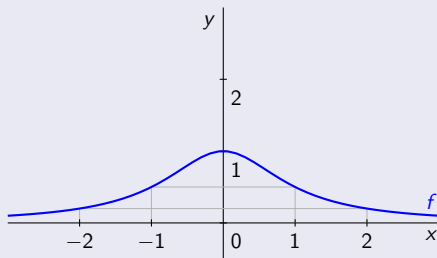
Funkcia $f: y = x^2 + 1$.

- $D(f) = \mathbb{R}$.



Funkcia $f: y = \frac{1}{x^2 + 1}$.

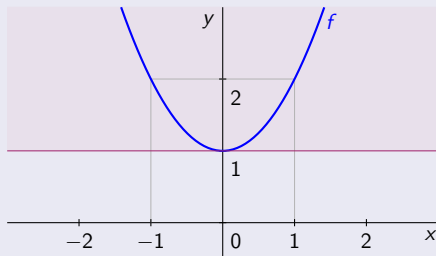
- $D(f) = \mathbb{R}$.



Vlastnosti funkcií I – Príklady

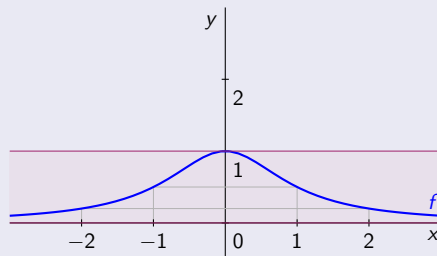
Funkcia $f: y = x^2 + 1$.

- $D(f) = \mathbb{R}$.
- f je ohraničená zdola.



Funkcia $f: y = \frac{1}{x^2 + 1}$.

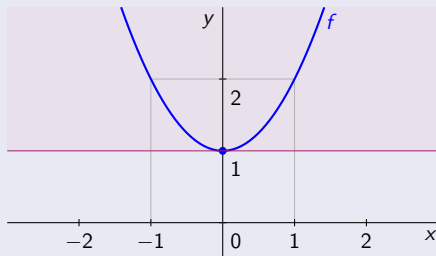
- $D(f) = \mathbb{R}$.
- f je ohraničená.



Vlastnosti funkcií I – Príklady

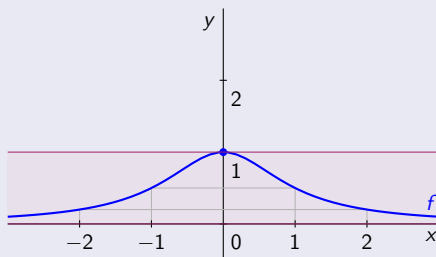
Funkcia $f: y = x^2 + 1$.

- $D(f) = \mathbb{R}$.
- f je ohraničená zdola. [$1 \leq f(x)$ pre všetky $x \in \mathbb{R}$.]



Funkcia $f: y = \frac{1}{x^2 + 1}$.

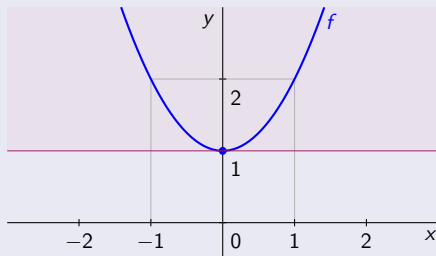
- $D(f) = \mathbb{R}$.
- $H(f) = (0; 1)$.
- f je ohraničená. [$0 < f(x) \leq 1$ pre všetky $x \in \mathbb{R}$.]



Vlastnosti funkcií I – Príklady

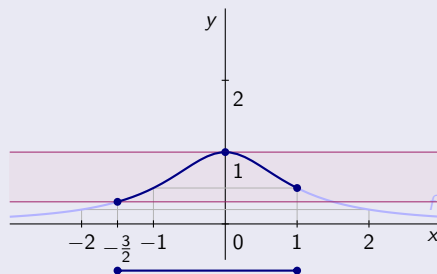
Funkcia $f: y = x^2 + 1$.

- $D(f) = \mathbb{R}$.
- $H(f) = \langle 1; \infty \rangle$.
- f je ohraničená zdola. [$1 \leq f(x)$ pre všetky $x \in \mathbb{R}$.]
- f nie je ohraničená zhora.



Funkcia $f: y = \frac{1}{x^2 + 1}$.

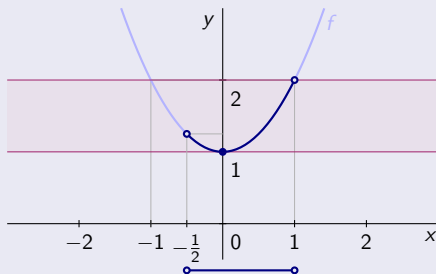
- $D(f) = \mathbb{R}$.
- $H(f) = (0; 1]$.
- f je ohraničená. [$0 < f(x) \leq 1$ pre všetky $x \in \mathbb{R}$.]
- f je ohraničená na $\langle -\frac{3}{2}; 1 \rangle$.



Vlastnosti funkcií I – Príklady

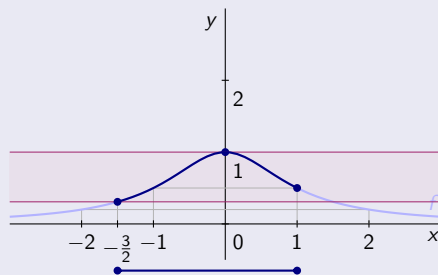
Funkcia $f: y = x^2 + 1$.

- $D(f) = \mathbb{R}$.
- $H(f) = \langle 1; \infty \rangle$.
- f je ohraničená zdola. [$1 \leq f(x)$ pre všetky $x \in \mathbb{R}$.]
- f nie je ohraničená zhora.
- f je ohraničená na $(-\frac{1}{2}; 1)$.



Funkcia $f: y = \frac{1}{x^2 + 1}$.

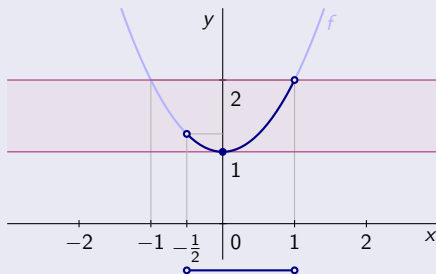
- $D(f) = \mathbb{R}$.
- $H(f) = (0; 1)$.
- f je ohraničená. [$0 < f(x) \leq 1$ pre všetky $x \in \mathbb{R}$.]
- f je ohraničená na $(-\frac{3}{2}; 1)$.
[$\frac{4}{13} \leq f(x) \leq 1$ pre všetky $x \in (-\frac{3}{2}; 1)$.]



Vlastnosti funkcií I – Príklady

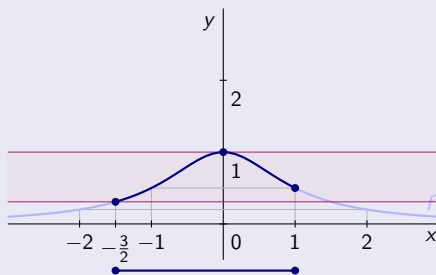
Funkcia $f: y = x^2 + 1$.

- $D(f) = R$.
- $H(f) = \langle 1; \infty \rangle$.
- f je ohraničená zdola. [$1 \leq f(x)$ pre všetky $x \in R$.]
- f nie je ohraničená zhora.
- f je ohraničená na $(-\frac{1}{2}; 1)$.
[$1 \leq f(x) < 2$ pre všetky $x \in (-\frac{1}{2}; 1)$.]



Funkcia $f: y = \frac{1}{x^2 + 1}$.

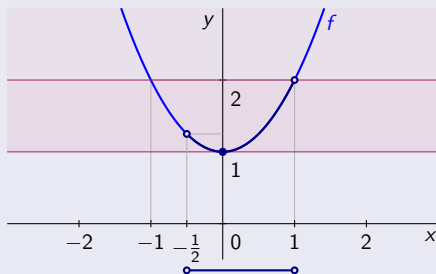
- $D(f) = R$.
- $H(f) = (0; 1)$.
- f je ohraničená. [$0 < f(x) \leq 1$ pre všetky $x \in R$.]
- f je ohraničená na $(-\frac{3}{2}; 1)$.
[$\frac{4}{13} \leq f(x) \leq 1$ pre všetky $x \in (-\frac{3}{2}; 1)$.]
- f je ohraničená na každej $A \subset R$.



Vlastnosti funkcií I – Príklady

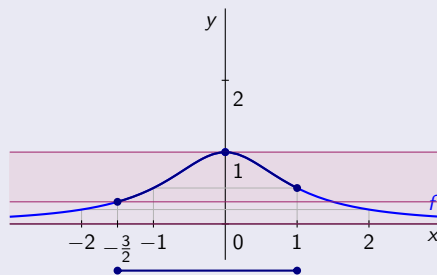
Funkcia $f: y = x^2 + 1$.

- $D(f) = R$.
- $H(f) = \langle 1; \infty \rangle$.
- f je ohraničená zdola. [$1 \leq f(x)$ pre všetky $x \in R$.]
- f nie je ohraničená zhora.
- f je ohraničená na $(-\frac{1}{2}; 1)$.
[$1 \leq f(x) < 2$ pre všetky $x \in (-\frac{1}{2}; 1)$.]



Funkcia $f: y = \frac{1}{x^2 + 1}$.

- $D(f) = R$.
- $H(f) = (0; 1)$.
- f je ohraničená. [$0 < f(x) \leq 1$ pre všetky $x \in R$.]
- f je ohraničená na $(-\frac{3}{2}; 1)$.
[$\frac{4}{13} \leq f(x) \leq 1$ pre všetky $x \in (-\frac{3}{2}; 1)$.]
- f je ohraničená na každej $A \subset R$.



Vlastnosti funkcií I – Infimum a suprémum funkcie

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$.

Vlastnosti funkcií I – Infimum a suprémum funkcie

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$.

- $\sup f(D(f)) = \sup H(f) = \sup \{f(x); x \in D(f)\},$
- $\inf f(D(f)) = \inf H(f) = \inf \{f(x); x \in D(f)\},$

Vlastnosti funkcií I – Infimum a suprénum funkcie

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$.

- $\sup f(D(f)) = \sup H(f) = \sup \{f(x); x \in D(f)\}$, označenie $\sup f(x)$,
- $\inf f(D(f)) = \inf H(f) = \inf \{f(x); x \in D(f)\}$, označenie $\inf f(x)$,

Vlastnosti funkcií I – Infimum a suprénum funkcie

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$.

- $\sup f(D(f)) = \sup H(f) = \sup \{f(x); x \in D(f)\}$, označenie $\sup f(x)$,
sa nazýva **suprénum** funkcie f .
- $\inf f(D(f)) = \inf H(f) = \inf \{f(x); x \in D(f)\}$, označenie $\inf f(x)$,
sa nazýva **infimum** funkcie f .

Vlastnosti funkcií I – Infimum a suprérum funkcie

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$.

- $\sup f(D(f)) = \sup H(f) = \sup \{f(x); x \in D(f)\}$, označenie $\sup f(x)$,
sa nazýva **suprérum** funkcie f .

- $\inf f(D(f)) = \inf H(f) = \inf \{f(x); x \in D(f)\}$, označenie $\inf f(x)$,
sa nazýva **infimum** funkcie f .

- $\sup f(A) = \sup_{x \in A} f(x) = \sup \{f(x); x \in A\}$,

- $\inf f(A) = \inf_{x \in A} f(x) = \inf \{f(x); x \in A\}$,

Vlastnosti funkcií I – Infimum a suprénum funkcie

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$.

- $\sup f(D(f)) = \sup H(f) = \sup \{f(x); x \in D(f)\}$, označenie $\sup f(x)$,
sa nazýva **suprénum** funkcie f .

- $\inf f(D(f)) = \inf H(f) = \inf \{f(x); x \in D(f)\}$, označenie $\inf f(x)$,
sa nazýva **infimum** funkcie f .

- $\sup f(A) = \sup_{x \in A} f(x) = \sup \{f(x); x \in A\}$, označenie $\sup f(x)$, $x \in A$,

- $\inf f(A) = \inf_{x \in A} f(x) = \inf \{f(x); x \in A\}$, označenie $\inf f(x)$, $x \in A$,

Vlastnosti funkcií I – Infimum a suprémum funkcie

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$.

- $\sup f(D(f)) = \sup H(f) = \sup \{f(x); x \in D(f)\}$, označenie $\sup f(x)$,
sa nazýva **suprémum** funkcie f .

- $\inf f(D(f)) = \inf H(f) = \inf \{f(x); x \in D(f)\}$, označenie $\inf f(x)$,
sa nazýva **infimum** funkcie f .

- $\sup f(A) = \sup_{x \in A} f(x) = \sup \{f(x); x \in A\}$, označenie $\sup f(x)$, $x \in A$,
sa nazýva **suprémum** funkcie f na množine A .

- $\inf f(A) = \inf_{x \in A} f(x) = \inf \{f(x); x \in A\}$, označenie $\inf f(x)$, $x \in A$,
sa nazýva **infimum** funkcie f na množine A .

Vlastnosti funkcií I – Infimum a suprérum funkcie

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$.

- $\sup f(D(f)) = \sup H(f) = \sup \{f(x); x \in D(f)\}$, označenie $\sup f(x)$,

sa nazýva **suprérum** funkcie f .

[Globálne suprérum na $D(f)$.]

- $\inf f(D(f)) = \inf H(f) = \inf \{f(x); x \in D(f)\}$, označenie $\inf f(x)$,

sa nazýva **infimum** funkcie f .

[Globálne infimum na $D(f)$.]

- $\sup f(A) = \sup_{x \in A} f(x) = \sup \{f(x); x \in A\}$, označenie $\sup f(x)$, $x \in A$,

sa nazýva **suprérum** funkcie f na množine A .

[Lobálne suprérum na A .]

- $\inf f(A) = \inf_{x \in A} f(x) = \inf \{f(x); x \in A\}$, označenie $\inf f(x)$, $x \in A$,

sa nazýva **infimum** funkcie f na množine A .

[Lobálne infimum na A .]

Vlastnosti funkcií I – Infimum a suprérum funkcie

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$.

- $\sup f(D(f)) = \sup H(f) = \sup \{f(x); x \in D(f)\}$, označenie $\sup f(x)$,

sa nazýva **suprérum** funkcie f .

[Globálne suprérum na $D(f)$.]

- $\inf f(D(f)) = \inf H(f) = \inf \{f(x); x \in D(f)\}$, označenie $\inf f(x)$,

sa nazýva **infimum** funkcie f .

[Globálne infimum na $D(f)$.]

- $\sup f(A) = \sup_{x \in A} f(x) = \sup \{f(x); x \in A\}$, označenie $\sup f(x)$, $x \in A$,

sa nazýva **suprérum** funkcie f na množine A .

[Lobálne suprérum na A .]

- $\inf f(A) = \inf_{x \in A} f(x) = \inf \{f(x); x \in A\}$, označenie $\inf f(x)$, $x \in A$,

sa nazýva **infimum** funkcie f na množine A .

[Lobálne infimum na A .]

- f je na množine $A \subset D(f)$ $\left\{ \begin{array}{l} \text{zhora neohraničená.} \\ \text{(zhora i zdola) ohraničená.} \\ \text{zdola neohraničená.} \end{array} \right.$

Vlastnosti funkcií I – Infimum a suprérum funkcie

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$.

- $\sup f(D(f)) = \sup H(f) = \sup \{f(x); x \in D(f)\}$, označenie $\sup f(x)$,

sa nazýva **suprérum** funkcie f .

[Globálne suprérum na $D(f)$.]

- $\inf f(D(f)) = \inf H(f) = \inf \{f(x); x \in D(f)\}$, označenie $\inf f(x)$,

sa nazýva **infimum** funkcie f .

[Globálne infimum na $D(f)$.]

- $\sup f(A) = \sup_{x \in A} f(x) = \sup \{f(x); x \in A\}$, označenie $\sup f(x)$, $x \in A$,

sa nazýva **suprérum** funkcie f na množine A .

[Lobálne suprérum na A .]

- $\inf f(A) = \inf_{x \in A} f(x) = \inf \{f(x); x \in A\}$, označenie $\inf f(x)$, $x \in A$,

sa nazýva **infimum** funkcie f na množine A .

[Lobálne infimum na A .]

- f je na množine $A \subset D(f)$ $\left\{ \begin{array}{ll} \text{zhora neohraničená.} \Rightarrow & \bullet \sup \{f(x); x \in A\} = \infty. \\ \text{(zhora i zdola) ohraničená.} & \\ \text{zdola neohraničená.} \Rightarrow & \bullet \inf \{f(x); x \in A\} = -\infty. \end{array} \right.$

Vlastnosti funkcií I – Infimum a suprérum funkcie

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$.

- $\sup f(D(f)) = \sup H(f) = \sup \{f(x); x \in D(f)\}$, označenie $\sup f(x)$,

sa nazýva **suprérum** funkcie f .

[Globálne suprérum na $D(f)$.]

- $\inf f(D(f)) = \inf H(f) = \inf \{f(x); x \in D(f)\}$, označenie $\inf f(x)$,

sa nazýva **infimum** funkcie f .

[Globálne infimum na $D(f)$.]

- $\sup f(A) = \sup_{x \in A} f(x) = \sup \{f(x); x \in A\}$, označenie $\sup f(x)$, $x \in A$,

sa nazýva **suprérum** funkcie f na množine A .

[Lobálne suprérum na A .]

- $\inf f(A) = \inf_{x \in A} f(x) = \inf \{f(x); x \in A\}$, označenie $\inf f(x)$, $x \in A$,

sa nazýva **infimum** funkcie f na množine A .

[Lobálne infimum na A .]

- f je na množine $A \subset D(f)$ $\left\{ \begin{array}{l} \text{zhora neohraničená.} \Rightarrow \\ \text{(zhora i zdola) ohraničená.} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \bullet \sup \{f(x); x \in A\} \in R. \\ \bullet \inf \{f(x); x \in A\} \in R. \end{array} \right. \\ \text{zdola neohraničená.} \end{array} \right.$

Vlastnosti funkcií I – Infimum a suprémum funkcie

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$.

- $\sup f(D(f)) = \sup H(f) = \sup \{f(x); x \in D(f)\}$, označenie $\sup f(x)$,

sa nazýva **suprémum** funkcie f .

[Globálne suprémum na $D(f)$.]

- $\inf f(D(f)) = \inf H(f) = \inf \{f(x); x \in D(f)\}$, označenie $\inf f(x)$,

sa nazýva **infimum** funkcie f .

[Globálne infimum na $D(f)$.]

- $\sup f(A) = \sup_{x \in A} f(x) = \sup \{f(x); x \in A\}$, označenie $\sup f(x)$, $x \in A$,

sa nazýva **suprémum** funkcie f na množine A .

[Lobálne suprémum na A .]

$$\inf f(A) = \inf_{x \in A} f(x) = \inf \{f(x); x \in A\}, \text{ označenie } \inf f(x), x \in A,$$

sa nazýva **infimum** funkcie f na množine A .

[Lobálne infimum na A .]

- f je na množine $A \subset D(f)$

{	zhora neohraničená. $\Rightarrow$	• $\sup \{f(x); x \in A\} = \infty$.
	(zhora i zdola) ohraničená. $\Rightarrow$	• $\sup \{f(x); x \in A\} \in \mathbb{R}$. • $\inf \{f(x); x \in A\} \in \mathbb{R}$.
	zdola neohraničená. $\Rightarrow$	• $\inf \{f(x); x \in A\} = -\infty$.

Vlastnosti funkcií I – Minimum a maximum funkcie

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$, bod $c \in A$.

Vlastnosti funkcií I – Minimum a maximum funkcie

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$, bod $c \in A$.

Funkcia f nadobúda (má) v bode c extrém (maximum, minimum) na množine A :

Vlastnosti funkcií I – Minimum a maximum funkcie

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$, bod $c \in A$.

Funkcia f nadobúda (má) v bode c extrém (maximum, minimum) na množine A :

- $f(c)$ je maximum (maximálna, najväčšia hodnota),
- $f(c)$ je minimum (minimálna, najmenšia hodnota),

Vlastnosti funkcií I – Minimum a maximum funkcie

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$, bod $c \in A$.

Funkcia f nadobúda (má) v bode c extrém (maximum, minimum) na množine A :

- $f(c)$ je maximum (maximálna, najväčšia hodnota), označenie $f(c) = \max f(x)$, $x \in A$,
- $f(c)$ je minimum (minimálna, najmenšia hodnota), označenie $f(c) = \min f(x)$, $x \in A$,

Vlastnosti funkcií I – Minimum a maximum funkcie

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$, bod $c \in A$.

Funkcia f **nadobúda (má)** v bode c **extrém** (maximum, minimum) na množine A :

- $f(c)$ je **maximum** (**maximálna, najväčšia hodnota**), **označenie** $f(c) = \max f(x)$, $x \in A$,
ak pre všetky $x \in A$ platí $f(x) \leq f(c)$.
- $f(c)$ je **minimum** (**minimálna, najmenšia hodnota**), **označenie** $f(c) = \min f(x)$, $x \in A$,
ak pre všetky $x \in A$ platí $f(c) \leq f(x)$.

Vlastnosti funkcií I – Minimum a maximum funkcie

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$, bod $c \in A$.

Funkcia f nadobúda (má) v bode c extrém (maximum, minimum) na množine A :

- $f(c)$ je maximum (maximálna, najväčšia hodnota), označenie $f(c) = \max f(x)$, $x \in A$,

ak pre všetky $x \in A$ platí $f(x) \leq f(c)$.

$$[f(c) = \max f(A) = \max_{x \in A} f(x) = \max \{f(x); x \in A\}.]$$

- $f(c)$ je minimum (minimálna, najmenšia hodnota), označenie $f(c) = \min f(x)$, $x \in A$,

ak pre všetky $x \in A$ platí $f(c) \leq f(x)$.

$$[f(c) = \min f(A) = \min_{x \in A} f(x) = \min \{f(x); x \in A\}.]$$

Vlastnosti funkcií I – Minimum a maximum funkcie

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$, bod $c \in A$.

Funkcia f **nadobúda (má)** v bode c **extrém** (maximum, minimum) na množine A :

- $f(c)$ je **maximum** (maximálna, najväčšia hodnota), označenie $f(c) = \max f(x)$, $x \in A$,

ak pre všetky $x \in A$ platí $f(x) \leq f(c)$.

$$[f(c) = \max f(A) = \max_{x \in A} f(x) = \max \{f(x); x \in A\}.]$$

- $f(c)$ je **minimum** (minimálna, najmenšia hodnota), označenie $f(c) = \min f(x)$, $x \in A$,

ak pre všetky $x \in A$ platí $f(c) \leq f(x)$.

$$[f(c) = \min f(A) = \min_{x \in A} f(x) = \min \{f(x); x \in A\}.]$$

- $f(c)$ je **ostré (rýdze) maximum**,
- $f(c)$ je **ostré (rýdze) minimum**,

Vlastnosti funkcií I – Minimum a maximum funkcie

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$, bod $c \in A$.

Funkcia f **nadobúda (má)** v bode c **extrém** (maximum, minimum) na množine A :

- $f(c)$ je **maximum** (maximálna, najväčšia hodnota), označenie $f(c) = \max f(x)$, $x \in A$,

ak pre všetky $x \in A$ platí $f(x) \leq f(c)$.

$$[f(c) = \max f(A) = \max_{x \in A} f(x) = \max \{f(x); x \in A\}.]$$

- $f(c)$ je **minimum** (minimálna, najmenšia hodnota), označenie $f(c) = \min f(x)$, $x \in A$,

ak pre všetky $x \in A$ platí $f(c) \leq f(x)$.

$$[f(c) = \min f(A) = \min_{x \in A} f(x) = \min \{f(x); x \in A\}.]$$

- $f(c)$ je **ostré (rýdze) maximum**, ak pre všetky $x \in A$, $x \neq c$ platí $f(x) < f(c)$.

- $f(c)$ je **ostré (rýdze) minimum**, ak pre všetky $x \in A$, $x \neq c$ platí $f(c) < f(x)$.

Vlastnosti funkcií I – Minimum a maximum funkcie

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$, bod $c \in A$.

Funkcia f **nadobúda (má)** v bode c **extrém** (maximum, minimum) na množine A :

- $f(c)$ je **maximum** (maximálna, najväčšia hodnota), označenie $f(c) = \max f(x)$, $x \in A$,

ak pre všetky $x \in A$ platí $f(x) \leq f(c)$.

$$[f(c) = \max f(A) = \max_{x \in A} f(x) = \max \{f(x); x \in A\}.]$$

- $f(c)$ je **minimum** (minimálna, najmenšia hodnota), označenie $f(c) = \min f(x)$, $x \in A$,

ak pre všetky $x \in A$ platí $f(c) \leq f(x)$.

$$[f(c) = \min f(A) = \min_{x \in A} f(x) = \min \{f(x); x \in A\}.]$$

- $f(c)$ je **ostré (rýdze) maximum**, ak pre všetky $x \in A$, $x \neq c$ platí $f(x) < f(c)$.

- $f(c)$ je **ostré (rýdze) minimum**, ak pre všetky $x \in A$, $x \neq c$ platí $f(c) < f(x)$.

- Ak $A = D(f)$, potom sa extrémny funkcie f nazývajú **globálne (absolútne)**,

Vlastnosti funkcií I – Minimum a maximum funkcie

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$, bod $c \in A$.

Funkcia f **nadobúda (má)** v bode c **extrém** (maximum, minimum) na množine A :

- $f(c)$ je **maximum** (maximálna, najväčšia hodnota), označenie $f(c) = \max f(x)$, $x \in A$,

ak pre všetky $x \in A$ platí $f(x) \leq f(c)$.

$$[f(c) = \max f(A) = \max_{x \in A} f(x) = \max \{f(x); x \in A\}.]$$

- $f(c)$ je **minimum** (minimálna, najmenšia hodnota), označenie $f(c) = \min f(x)$, $x \in A$,

ak pre všetky $x \in A$ platí $f(c) \leq f(x)$.

$$[f(c) = \min f(A) = \min_{x \in A} f(x) = \min \{f(x); x \in A\}.]$$

- $f(c)$ je **ostré (rýdze) maximum**, ak pre všetky $x \in A$, $x \neq c$ platí $f(x) < f(c)$.

- $f(c)$ je **ostré (rýdze) minimum**, ak pre všetky $x \in A$, $x \neq c$ platí $f(c) < f(x)$.

- Ak $A = D(f)$, potom sa extrémny funkcie f nazývajú **globálne (absolútne)**,

označenie $f(c) = \min f(x)$, resp. $f(c) = \max f(x)$.

Vlastnosti funkcií I – Minimum a maximum funkcie

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$, bod $c \in A$.

Funkcia f **nadobúda (má)** v bode c **extrém** (maximum, minimum) na množine A :

- $f(c)$ je **maximum** (maximálna, najväčšia hodnota), označenie $f(c) = \max f(x)$, $x \in A$,

ak pre všetky $x \in A$ platí $f(x) \leq f(c)$.

$$[f(c) = \max f(A) = \max_{x \in A} f(x) = \max \{f(x); x \in A\}.]$$

- $f(c)$ je **minimum** (minimálna, najmenšia hodnota), označenie $f(c) = \min f(x)$, $x \in A$,

ak pre všetky $x \in A$ platí $f(c) \leq f(x)$.

$$[f(c) = \min f(A) = \min_{x \in A} f(x) = \min \{f(x); x \in A\}.]$$

- $f(c)$ je **ostré (rýdze) maximum**, ak pre všetky $x \in A$, $x \neq c$ platí $f(x) < f(c)$.

- $f(c)$ je **ostré (rýdze) minimum**, ak pre všetky $x \in A$, $x \neq c$ platí $f(c) < f(x)$.

- Ak $A = D(f)$, potom sa extrémny funkcie f nazývajú **globálne** (absolútne),

označenie $f(c) = \min f(x)$, resp. $f(c) = \max f(x)$.

- Ak $A \subset D(f)$, potom sa extrémny funkcie f nazývajú **lokálne** (na množine A).

Vlastnosti funkcií I – Minimum a maximum funkcie

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$, bod $c \in A$.

Funkcia f **nadobúda (má)** v bode c **extrém** (maximum, minimum) na množine A :

- $f(c)$ je **maximum** (maximálna, najväčšia hodnota), označenie $f(c) = \max f(x)$, $x \in A$,

ak pre všetky $x \in A$ platí $f(x) \leq f(c)$.

$$[f(c) = \max f(A) = \max_{x \in A} f(x) = \max \{f(x); x \in A\}.]$$

- $f(c)$ je **minimum** (minimálna, najmenšia hodnota), označenie $f(c) = \min f(x)$, $x \in A$,

ak pre všetky $x \in A$ platí $f(c) \leq f(x)$.

$$[f(c) = \min f(A) = \min_{x \in A} f(x) = \min \{f(x); x \in A\}.]$$

- $f(c)$ je **ostré (rýdze) maximum**, ak pre všetky $x \in A$, $x \neq c$ platí $f(x) < f(c)$.

- $f(c)$ je **ostré (rýdze) minimum**, ak pre všetky $x \in A$, $x \neq c$ platí $f(c) < f(x)$.

- Ak $A = D(f)$, potom sa extrémny funkcie f nazývajú **globálne (absolútne)**,

označenie $f(c) = \min f(x)$, resp. $f(c) = \max f(x)$.

- Ak $A \subset D(f)$, potom sa extrémny funkcie f nazývajú **lokálne (na množine A)**.

[Lokálne extrémny funkcie f postačí vyšetrovať na nejakom (ľubovoľnom) okolí $O(c) \subset D(f)$ alebo na intervale $I \subset D(f)$.]

Vlastnosti funkcií I – Príklady

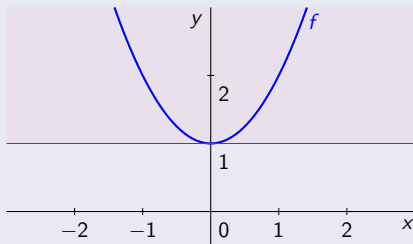
Funkcia $f: y = x^2 + 1$,

Funkcia $f: y = \frac{1}{x^2+1}$,

Vlastnosti funkcií I – Príklady

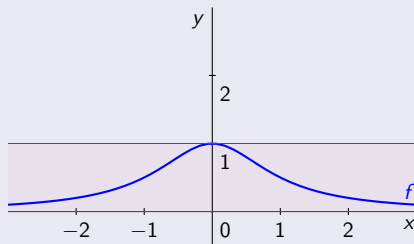
Funkcia $f: y = x^2 + 1, R \rightarrow \langle 1; \infty \rangle$.

- f je ohraničená zdola ale nie zhora.



Funkcia $f: y = \frac{1}{x^2 + 1}, R \rightarrow (0; 1]$.

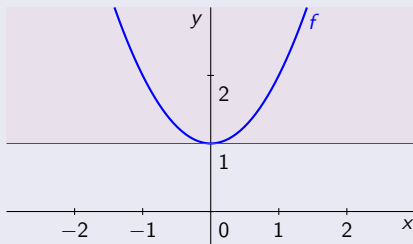
- f je ohraničená zdola a aj zhora.



Vlastnosti funkcií I – Príklady

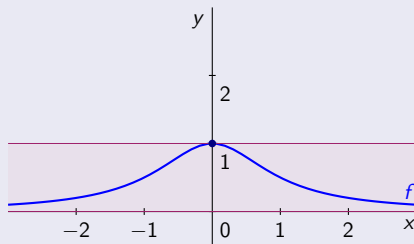
Funkcia $f: y = x^2 + 1, R \rightarrow \langle 1; \infty \rangle$.

- f je ohraničená zdola ale nie zhora.
- $\max f(x)$ neexistuje. • $\sup f(x) = \infty$.



Funkcia $f: y = \frac{1}{x^2+1}, R \rightarrow (0; 1]$.

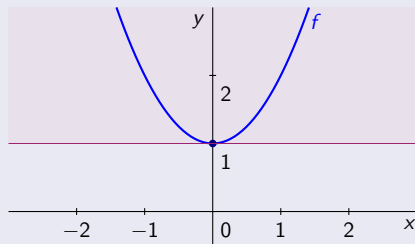
- f je ohraničená zdola a aj zhora.
- $\max f(x) = \sup f(x) = 1$.



Vlastnosti funkcií I – Príklady

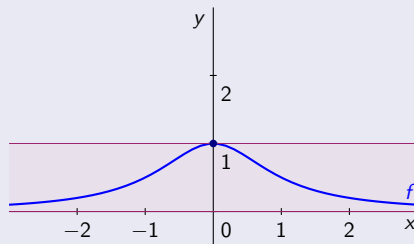
Funkcia $f: y = x^2 + 1, R \rightarrow \langle 1; \infty \rangle$.

- f je ohraničená zdola ale nie zhora.
- $\max f(x)$ neexistuje. • $\sup f(x) = \infty$.
- $\min f(x) = \inf f(x) = 1$.



Funkcia $f: y = \frac{1}{x^2 + 1}, R \rightarrow (0; 1]$.

- f je ohraničená zdola a aj zhora.
- $\max f(x) = \sup f(x) = 1$.
- $\min f(x)$ neexistuje. • $\inf f(x) = 0$.

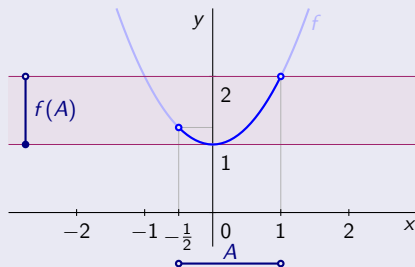


Vlastnosti funkcií I – Príklady

Funkcia $f: y = x^2 + 1, R \rightarrow \langle 1; \infty \rangle$.

- f je ohraničená zdola ale nie zhora.
- $\max f(x)$ neexistuje. • $\sup f(x) = \infty$.
- $\min f(x) = \inf f(x) = 1$.

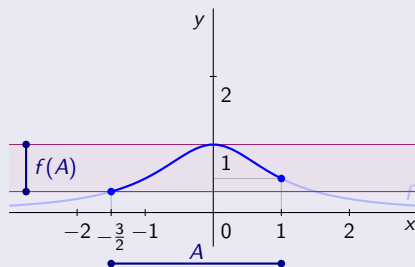
$A = (-\frac{1}{2}; 1)$. $\Rightarrow$ • $f(A) = \langle 1; 2 \rangle$.



Funkcia $f: y = \frac{1}{x^2+1}, R \rightarrow (0; 1]$.

- f je ohraničená zdola a aj zhora.
- $\max f(x) = \sup f(x) = 1$.
- $\min f(x)$ neexistuje. • $\inf f(x) = 0$.

$A = (-\frac{3}{2}; 1)$. $\Rightarrow$ • $f(A) = \langle \frac{4}{13}; 1 \rangle$.



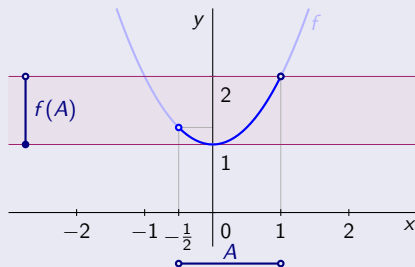
Vlastnosti funkcií I – Príklady

Funkcia $f: y = x^2 + 1, R \rightarrow \langle 1; \infty \rangle$.

- f je ohraničená zdola ale nie zhora.
- $\max f(x)$ neexistuje. • $\sup f(x) = \infty$.
- $\min f(x) = \inf f(x) = 1$.

$A = (-\frac{1}{2}; 1)$. $\Rightarrow$ • $f(A) = \langle 1; 2 \rangle$.

- $\max f(A)$ neexistuje. • $\sup f(A) = 2$.

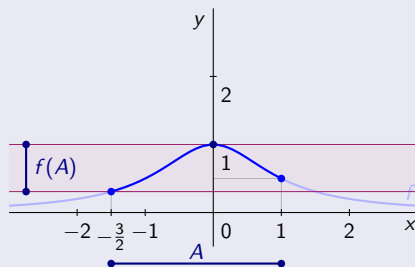


Funkcia $f: y = \frac{1}{x^2+1}, R \rightarrow (0; 1]$.

- f je ohraničená zdola a aj zhora.
- $\max f(x) = \sup f(x) = 1$.
- $\min f(x)$ neexistuje. • $\inf f(x) = 0$.

$A = \langle -\frac{3}{2}; 1 \rangle$. $\Rightarrow$ • $f(A) = \langle \frac{4}{13}; 1 \rangle$.

- $\max f(A) = \sup f(A) = 1$.



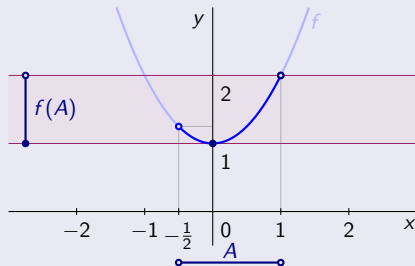
Vlastnosti funkcií I – Príklady

Funkcia $f: y = x^2 + 1, R \rightarrow \langle 1; \infty \rangle$.

- f je ohraničená zdola ale nie zhora.
- $\max f(x)$ neexistuje. • $\sup f(x) = \infty$.
- $\min f(x) = \inf f(x) = 1$.

$A = (-\frac{1}{2}; 1)$. $\Rightarrow$ • $f(A) = \langle 1; 2 \rangle$.

- $\max f(A)$ neexistuje. • $\sup f(A) = 2$.
- $\min f(A) = \inf f(A) = 1$.

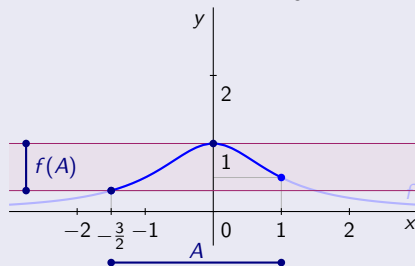


Funkcia $f: y = \frac{1}{x^2+1}, R \rightarrow (0; 1]$.

- f je ohraničená zdola a aj zhora.
- $\max f(x) = \sup f(x) = 1$.
- $\min f(x)$ neexistuje. • $\inf f(x) = 0$.

$A = \langle -\frac{3}{2}; 1 \rangle$. $\Rightarrow$ • $f(A) = \langle \frac{4}{13}; 1 \rangle$.

- $\max f(A) = \sup f(A) = 1$.
- $\min f(A) = \inf f(A) = \frac{4}{13}$.



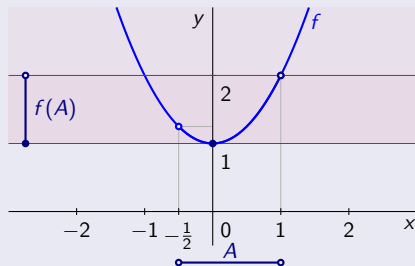
Vlastnosti funkcií I – Príklady

Funkcia $f: y = x^2 + 1, R \rightarrow \langle 1; \infty \rangle$.

- f je ohraničená zdola ale nie zhora.
- $\max f(x)$ neexistuje. • $\sup f(x) = \infty$.
- $\min f(x) = \inf f(x) = 1$.

$A = (-\frac{1}{2}; 1)$. $\Rightarrow$ • $f(A) = \langle 1; 2 \rangle$.

- $\max f(A)$ neexistuje. • $\sup f(A) = 2$.
- $\min f(A) = \inf f(A) = 1$.

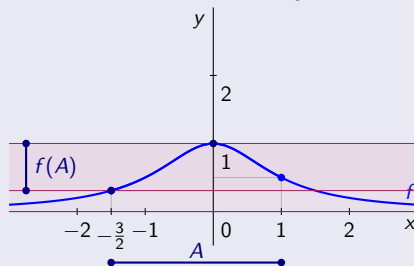


Funkcia $f: y = \frac{1}{x^2+1}, R \rightarrow (0; 1]$.

- f je ohraničená zdola a aj zhora.
- $\max f(x) = \sup f(x) = 1$.
- $\min f(x)$ neexistuje. • $\inf f(x) = 0$.

$A = \langle -\frac{3}{2}; 1 \rangle$. $\Rightarrow$ • $f(A) = \langle \frac{4}{13}; 1 \rangle$.

- $\max f(A) = \sup f(A) = 1$.
- $\min f(A) = \inf f(A) = \frac{4}{13}$.



Vlastnosti funkcií I – Monotónnosť funkcie na množine

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$.



Vlastnosti funkcií I – Monotónnosť funkcie na množine

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$.

Funkcia f sa nazýva **monotónna** na množine A :

[Ak spĺňa aspoň jednu z nasledujúcich vlastností.]

Vlastnosti funkcií I – Monotónnosť funkcie na množine

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$.

Funkcia f sa nazýva **monotónna** na množine A :

[Ak spĺňa aspoň jednu z nasledujúcich vlastností.]

- **Rastúca** (rastie),
- **Klesajúca** (klesá),

Vlastnosti funkcií I – Monotónnosť funkcie na množine

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$.

Funkcia f sa nazýva **monotónna** na množine A :

[Ak spĺňa aspoň jednu z nasledujúcich vlastností.]

- **Rastúca** (rastie),
- **Klesajúca** (klesá),
- **Neklesajúca** (neklesá),
- **Nerastúca** (nerastie),

Vlastnosti funkcií I – Monotónnosť funkcie na množine

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$.

Funkcia f sa nazýva **monotónna** na množine A :

[Ak spĺňa aspoň jednu z nasledujúcich vlastností.]

- **Rastúca** (rastie),
- **Klesajúca** (klesá),
- **Neklesajúca** (neklesá),
- **Nerastúca** (nerastie),
- **Konštantná**,

Vlastnosti funkcií I – Monotónnosť funkcie na množine

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$.

Funkcia f sa nazýva **monotónna** na množine A :

[Ak spĺňa aspoň jednu z nasledujúcich vlastností.]

• **Rastúca** (rastie),
• **Klesajúca** (klesá),

} ak pre všetky $x_1, x_2 \in A$, $x_1 < x_2$ platí $\begin{cases} f(x_1) < f(x_2). \\ f(x_1) > f(x_2). \end{cases}$

• **Neklesajúca** (neklesá),

• **Nerastúca** (nerastie),

• **Konštantná**,

Vlastnosti funkcií I – Monotónnosť funkcie na množine

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$.

Funkcia f sa nazýva **monotónna** na množine A :

[Ak spĺňa aspoň jednu z nasledujúcich vlastností.]

- **Rastúca** (rastie),
 - **Klesajúca** (klesá),
- } ak pre všetky $x_1, x_2 \in A$, $x_1 < x_2$ platí $\begin{cases} f(x_1) < f(x_2). \\ f(x_1) > f(x_2). \end{cases}$
-
- **Neklesajúca** (neklesá),
 - **Nerastúca** (nerastie),
- } ak pre všetky $x_1, x_2 \in A$, $x_1 < x_2$ platí $\begin{cases} f(x_1) \leq f(x_2). \\ f(x_1) \geq f(x_2). \end{cases}$
-
- **Konštantná**,

Vlastnosti funkcií I – Monotónnosť funkcie na množine

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$.

Funkcia f sa nazýva **monotónna** na množine A :

[Ak spĺňa aspoň jednu z nasledujúcich vlastností.]

- **Rastúca** (rastie),
 - **Klesajúca** (klesá),
- } ak pre všetky $x_1, x_2 \in A$, $x_1 < x_2$ platí $\begin{cases} f(x_1) < f(x_2). \\ f(x_1) > f(x_2). \end{cases}$
-
- **Neklesajúca** (neklesá),
 - **Nerastúca** (nerastie),
- } ak pre všetky $x_1, x_2 \in A$, $x_1 < x_2$ platí $\begin{cases} f(x_1) \leq f(x_2). \\ f(x_1) \geq f(x_2). \end{cases}$
-
- **Konštantná**, ak pre všetky $x_1, x_2 \in A$ platí $f(x_1) = f(x_2)$,

Vlastnosti funkcií I – Monotónnosť funkcie na množine

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$.

Funkcia f sa nazýva **monotónna** na množine A :

[Ak spĺňa aspoň jednu z nasledujúcich vlastností.]

- **Rastúca** (rastie),
 - **Klesajúca** (klesá),
- $\left. \vphantom{\begin{matrix} \bullet \\ \bullet \end{matrix}} \right\}$ ak pre všetky $x_1, x_2 \in A$, $x_1 < x_2$ platí $\begin{cases} f(x_1) < f(x_2). \\ f(x_1) > f(x_2). \end{cases}$
-
- **Neklesajúca** (neklesá),
 - **Nerastúca** (nerastie),
- $\left. \vphantom{\begin{matrix} \bullet \\ \bullet \end{matrix}} \right\}$ ak pre všetky $x_1, x_2 \in A$, $x_1 < x_2$ platí $\begin{cases} f(x_1) \leq f(x_2). \\ f(x_1) \geq f(x_2). \end{cases}$
-
- **Konštantná**, ak pre všetky $x_1, x_2 \in A$ platí $f(x_1) = f(x_2)$, označenie $f(x) = \text{konšt.}$

Vlastnosti funkcií I – Monotónnosť funkcie na množine

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$.

Funkcia f sa nazýva **monotónna** na množine A :

[Ak spĺňa aspoň jednu z nasledujúcich vlastností.]

• **Rastúca** (rastie),
 • **Klesajúca** (klesá),

$$\left. \vphantom{\begin{matrix} \bullet \\ \bullet \end{matrix}} \right\} \text{ ak pre všetky } x_1, x_2 \in A, x_1 < x_2 \text{ platí } \begin{cases} f(x_1) < f(x_2). \\ f(x_1) > f(x_2). \end{cases}$$

• **Neklesajúca** (neklesá),
 • **Nerastúca** (nerastie),

$$\left. \vphantom{\begin{matrix} \bullet \\ \bullet \end{matrix}} \right\} \text{ ak pre všetky } x_1, x_2 \in A, x_1 < x_2 \text{ platí } \begin{cases} f(x_1) \leq f(x_2). \\ f(x_1) \geq f(x_2). \end{cases}$$

• **Konštantná**, ak pre všetky $x_1, x_2 \in A$ platí $f(x_1) = f(x_2)$, označenie $f(x) = \text{konšt.}$

[Existuje $c \in \mathbb{R}$ také, že pre všetky $x \in A$ platí $f(x) = c$.]

Vlastnosti funkcií I – Monotónnosť funkcie na množine

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$.

Funkcia f sa nazýva **monotónna** na množine A :

[Ak spĺňa aspoň jednu z nasledujúcich vlastností.]

• **Rastúca** (rastie),
 • **Klesajúca** (klesá),

$$\left. \begin{array}{l} \bullet \text{ Rastúca (rastie),} \\ \bullet \text{ Klesajúca (klesá),} \end{array} \right\} \text{ ak pre všetky } x_1, x_2 \in A, x_1 < x_2 \text{ platí } \left\{ \begin{array}{l} f(x_1) < f(x_2). \\ f(x_1) > f(x_2). \end{array} \right\} \text{ rýdzo (ostro) monotónna}$$

• **Neklesajúca** (neklesá),
 • **Nerastúca** (nerastie),

$$\left. \begin{array}{l} \bullet \text{ Neklesajúca (neklesá),} \\ \bullet \text{ Nerastúca (nerastie),} \end{array} \right\} \text{ ak pre všetky } x_1, x_2 \in A, x_1 < x_2 \text{ platí } \left\{ \begin{array}{l} f(x_1) \leq f(x_2). \\ f(x_1) \geq f(x_2). \end{array} \right.$$

• **Konštantná**, ak pre všetky $x_1, x_2 \in A$ platí $f(x_1) = f(x_2)$, označenie $f(x) = \text{konšt.}$

[Existuje $c \in R$ také, že pre všetky $x \in A$ platí $f(x) = c$.]

Vlastnosti funkcií I – Monotónnosť funkcie na množine

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$.

Funkcia f sa nazýva **monotónna** na množine A :

[Ak spĺňa aspoň jednu z nasledujúcich vlastností.]

• **Rastúca** (rastie),
 • **Klesajúca** (klesá),

$$\left. \begin{array}{l} \bullet \text{ Rastúca (rastie),} \\ \bullet \text{ Klesajúca (klesá),} \end{array} \right\} \text{ ak pre všetky } x_1, x_2 \in A, x_1 < x_2 \text{ platí } \left\{ \begin{array}{l} f(x_1) < f(x_2). \\ f(x_1) > f(x_2). \end{array} \right\} \text{ rýdzo (ostro) monotónna}$$

• **Neklesajúca** (neklesá),
 • **Nerastúca** (nerastie),

$$\left. \begin{array}{l} \bullet \text{ Neklesajúca (neklesá),} \\ \bullet \text{ Nerastúca (nerastie),} \end{array} \right\} \text{ ak pre všetky } x_1, x_2 \in A, x_1 < x_2 \text{ platí } \left\{ \begin{array}{l} f(x_1) \leq f(x_2). \\ f(x_1) \geq f(x_2). \end{array} \right.$$

• **Konštantná**, ak pre všetky $x_1, x_2 \in A$ platí $f(x_1) = f(x_2)$, označenie $f(x) = \text{konšt.}$

[Existuje $c \in R$ také, že pre všetky $x \in A$ platí $f(x) = c$.]

• Konštantná funkcia (na množine A) je súčasne neklesajúca a aj nerastúca (na množine A).

Vlastnosti funkcií I – Monotónnosť funkcie na množine

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$.

Funkcia f sa nazýva **monotónna** na množine A :

[Ak spĺňa aspoň jednu z nasledujúcich vlastností.]

• **Rastúca** (rastie),
 • **Klesajúca** (klesá),

$$\left. \begin{array}{l} \bullet \text{ Rastúca (rastie),} \\ \bullet \text{ Klesajúca (klesá),} \end{array} \right\} \text{ ak pre všetky } x_1, x_2 \in A, x_1 < x_2 \text{ platí } \left\{ \begin{array}{l} f(x_1) < f(x_2). \\ f(x_1) > f(x_2). \end{array} \right\} \text{ rýdzo (ostro) monotónna}$$

• **Neklesajúca** (neklesá),
 • **Nerastúca** (nerastie),

$$\left. \begin{array}{l} \bullet \text{ Neklesajúca (neklesá),} \\ \bullet \text{ Nerastúca (nerastie),} \end{array} \right\} \text{ ak pre všetky } x_1, x_2 \in A, x_1 < x_2 \text{ platí } \left\{ \begin{array}{l} f(x_1) \leq f(x_2). \\ f(x_1) \geq f(x_2). \end{array} \right.$$

• **Konštantná**, ak pre všetky $x_1, x_2 \in A$ platí $f(x_1) = f(x_2)$, označenie $f(x) = \text{konšt.}$

[Existuje $c \in R$ také, že pre všetky $x \in A$ platí $f(x) = c$.]

• Konštantná funkcia (na množine A) je súčasne neklesajúca a aj nerastúca (na množine A).

• Ak $A = D(f)$, potom **globálne (absolútne) vlastnosti** funkcie f (na celom definičnom obore).

Vlastnosti funkcií I – Monotónnosť funkcie na množine

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$.

Funkcia f sa nazýva **monotónna** na množine A :

[Ak spĺňa aspoň jednu z nasledujúcich vlastností.]

• **Rastúca** (rastie),
 • **Klesajúca** (klesá),

$$\left. \begin{array}{l} \bullet \text{ Rastúca (rastie),} \\ \bullet \text{ Klesajúca (klesá),} \end{array} \right\} \text{ ak pre všetky } x_1, x_2 \in A, x_1 < x_2 \text{ platí } \left\{ \begin{array}{l} f(x_1) < f(x_2). \\ f(x_1) > f(x_2). \end{array} \right\} \text{ rýdzo (ostro) monotónna}$$

• **Neklesajúca** (neklesá),
 • **Nerastúca** (nerastie),

$$\left. \begin{array}{l} \bullet \text{ Neklesajúca (neklesá),} \\ \bullet \text{ Nerastúca (nerastie),} \end{array} \right\} \text{ ak pre všetky } x_1, x_2 \in A, x_1 < x_2 \text{ platí } \left\{ \begin{array}{l} f(x_1) \leq f(x_2). \\ f(x_1) \geq f(x_2). \end{array} \right.$$

• **Konštantná**, ak pre všetky $x_1, x_2 \in A$ platí $f(x_1) = f(x_2)$, označenie $f(x) = \text{konšt.}$

[Existuje $c \in R$ také, že pre všetky $x \in A$ platí $f(x) = c$.]

• Konštantná funkcia (na množine A) je súčasne neklesajúca a aj nerastúca (na množine A).

• Ak $A = D(f)$, potom **globálne (absolútne) vlastnosti** funkcie f (na celom definičnom obore).

[f je rastúca, f je neklesajúca, f je monotónna, ...]

Vlastnosti funkcií I – Monotónnosť funkcie na množine

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$.

Funkcia f sa nazýva **monotónna** na množine A :

[Ak spĺňa aspoň jednu z nasledujúcich vlastností.]

• **Rastúca** (rastie),
 • **Klesajúca** (klesá),

$$\left. \begin{array}{l} \bullet \text{ Rastúca (rastie),} \\ \bullet \text{ Klesajúca (klesá),} \end{array} \right\} \text{ ak pre všetky } x_1, x_2 \in A, x_1 < x_2 \text{ platí } \left\{ \begin{array}{l} f(x_1) < f(x_2). \\ f(x_1) > f(x_2). \end{array} \right\} \text{ rýdzo (ostro) monotónna}$$

• **Neklesajúca** (neklesá),
 • **Nerastúca** (nerastie),

$$\left. \begin{array}{l} \bullet \text{ Neklesajúca (neklesá),} \\ \bullet \text{ Nerastúca (nerastie),} \end{array} \right\} \text{ ak pre všetky } x_1, x_2 \in A, x_1 < x_2 \text{ platí } \left\{ \begin{array}{l} f(x_1) \leq f(x_2). \\ f(x_1) \geq f(x_2). \end{array} \right.$$

• **Konštantná**, ak pre všetky $x_1, x_2 \in A$ platí $f(x_1) = f(x_2)$, označenie $f(x) = \text{konšt.}$

[Existuje $c \in R$ také, že pre všetky $x \in A$ platí $f(x) = c$.]

• Konštantná funkcia (na množine A) je súčasne neklesajúca a aj nerastúca (na množine A).

• Ak $A = D(f)$, potom **globálne (absolútne) vlastnosti** funkcie f (na celom definičnom obore).

[f je rastúca, f je neklesajúca, f je monotónna, ...]

• Ak $A \subset D(f)$, potom **lokálne vlastnosti** funkcie f (na množine A).

Vlastnosti funkcií I – Monotónnosť funkcie na množine

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$.

Funkcia f sa nazýva **monotónna** na množine A :

[Ak spĺňa aspoň jednu z nasledujúcich vlastností.]

• **Rastúca** (rastie),
 • **Klesajúca** (klesá),

$$\left. \begin{array}{l} \bullet \text{ Rastúca (rastie),} \\ \bullet \text{ Klesajúca (klesá),} \end{array} \right\} \text{ ak pre všetky } x_1, x_2 \in A, x_1 < x_2 \text{ platí } \left\{ \begin{array}{l} f(x_1) < f(x_2). \\ f(x_1) > f(x_2). \end{array} \right\} \text{ rýdzo (ostro) monotónna}$$

• **Neklesajúca** (neklesá),
 • **Nerastúca** (nerastie),

$$\left. \begin{array}{l} \bullet \text{ Neklesajúca (neklesá),} \\ \bullet \text{ Nerastúca (nerastie),} \end{array} \right\} \text{ ak pre všetky } x_1, x_2 \in A, x_1 < x_2 \text{ platí } \left\{ \begin{array}{l} f(x_1) \leq f(x_2). \\ f(x_1) \geq f(x_2). \end{array} \right.$$

• **Konštantná**, ak pre všetky $x_1, x_2 \in A$ platí $f(x_1) = f(x_2)$, označenie $f(x) = \text{konšt.}$

[Existuje $c \in R$ také, že pre všetky $x \in A$ platí $f(x) = c$.]

• Konštantná funkcia (na množine A) je súčasne neklesajúca a aj nerastúca (na množine A).

• Ak $A = D(f)$, potom **globálne (absolútne) vlastnosti** funkcie f (na celom definičnom obore).

[f je rastúca, f je neklesajúca, f je monotónna, ...]

• Ak $A \subset D(f)$, potom **lokálne vlastnosti** funkcie f (na množine A).

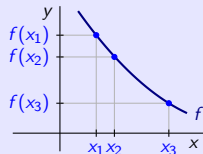
[f je rastúca na množine A , f je neklesajúca na intervale A , ...]

Vlastnosti funkcií I – Príklady



$$f(x_1) < f(x_2) < f(x_3)$$

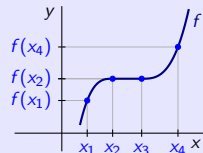
Rastúca funkcia



Klesajúca funkcia

$$f(x_1) > f(x_2) > f(x_3)$$

Vlastnosti funkcií I – Príklady



$$f(x_1) < f(x_2) = f(x_3) < f(x_4)$$

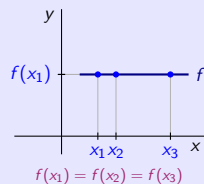
Neklesajúca funkcia



Nerastúca funkcia

$$f(x_1) > f(x_2) = f(x_3) > f(x_4)$$

Vlastnosti funkcií I – Príklady



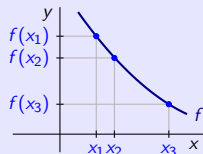
Konštantná funkcia

Vlastnosti funkcií I – Príklady



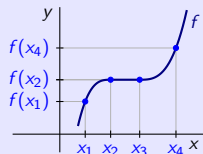
$$f(x_1) < f(x_2) < f(x_3)$$

Rastúca funkcia



Klesajúca funkcia

$$f(x_1) > f(x_2) > f(x_3)$$



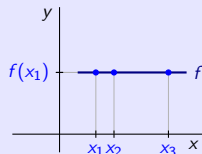
$$f(x_1) < f(x_2) = f(x_3) < f(x_4)$$

Neklesajúca funkcia



Nerastúca funkcia

$$f(x_1) > f(x_2) = f(x_3) > f(x_4)$$



$$f(x_1) = f(x_2) = f(x_3)$$

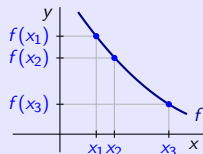
Konštantná funkcia

Vlastnosti funkcií I – Príklady



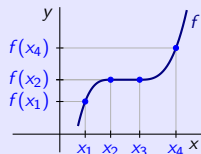
$$f(x_1) < f(x_2) < f(x_3)$$

Rastúca funkcia



Klesajúca funkcia

$$f(x_1) > f(x_2) > f(x_3)$$



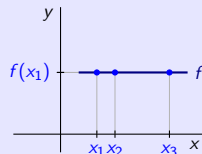
$$f(x_1) < f(x_2) = f(x_3) < f(x_4)$$

Neklesajúca funkcia



Nerastúca funkcia

$$f(x_1) > f(x_2) = f(x_3) > f(x_4)$$



$$f(x_1) = f(x_2) = f(x_3)$$

Konštantná funkcia

Funkcia $f: y = x^2 + 1$,

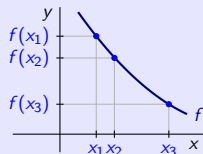
Funkcia $f: y = \frac{1}{x^2 + 1}$,

Vlastnosti funkcií I – Príklady



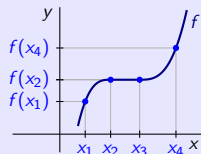
$$f(x_1) < f(x_2) < f(x_3)$$

Rastúca funkcia



Klesajúca funkcia

$$f(x_1) > f(x_2) > f(x_3)$$



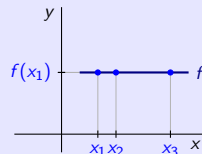
$$f(x_1) < f(x_2) = f(x_3) < f(x_4)$$

Neklesajúca funkcia



Nerastúca funkcia

$$f(x_1) > f(x_2) = f(x_3) > f(x_4)$$

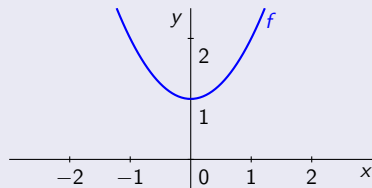


$$f(x_1) = f(x_2) = f(x_3)$$

Konštantná funkcia

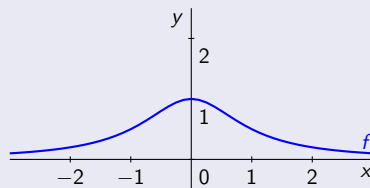
Funkcia $f: y = x^2 + 1, R \rightarrow \langle 1; \infty \rangle$.

- f nie je monotónna.



Funkcia $f: y = \frac{1}{x^2+1}, R \rightarrow (0; 1]$.

- f nie je monotónna.

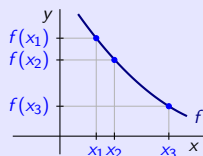


Vlastnosti funkcií I – Príklady



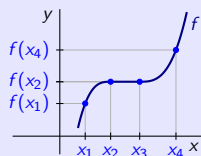
$$f(x_1) < f(x_2) < f(x_3)$$

Rastúca funkcia



Klesajúca funkcia

$$f(x_1) > f(x_2) > f(x_3)$$



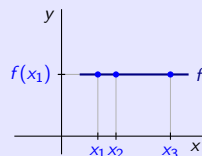
$$f(x_1) < f(x_2) = f(x_3) < f(x_4)$$

Neklesajúca funkcia



Nerastúca funkcia

$$f(x_1) > f(x_2) = f(x_3) > f(x_4)$$

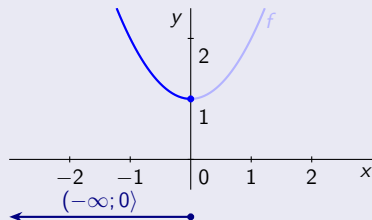


$$f(x_1) = f(x_2) = f(x_3)$$

Konštantná funkcia

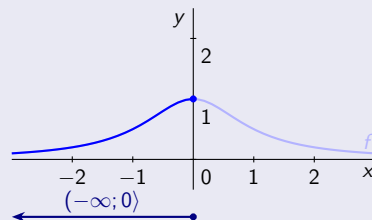
Funkcia $f: y = x^2 + 1, R \rightarrow \langle 1; \infty \rangle$.

- f nie je monotónna.
- f klesá na $(-\infty; 0]$



Funkcia $f: y = \frac{1}{x^2+1}, R \rightarrow (0; 1]$.

- f nie je monotónna.
- f rastie na $(-\infty; 0]$

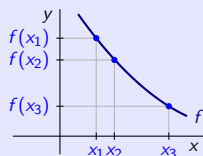


Vlastnosti funkcií I – Príklady



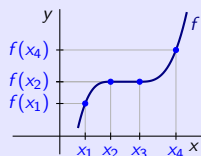
$$f(x_1) < f(x_2) < f(x_3)$$

Rastúca funkcia



Klesajúca funkcia

$$f(x_1) > f(x_2) > f(x_3)$$



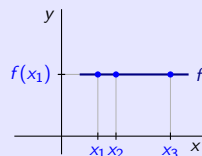
$$f(x_1) < f(x_2) = f(x_3) < f(x_4)$$

Neklesajúca funkcia



Nerastúca funkcia

$$f(x_1) > f(x_2) = f(x_3) > f(x_4)$$

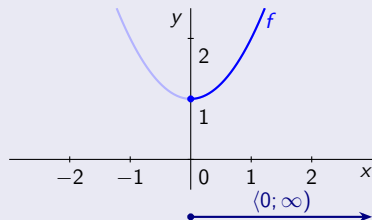


$$f(x_1) = f(x_2) = f(x_3)$$

Konštantná funkcia

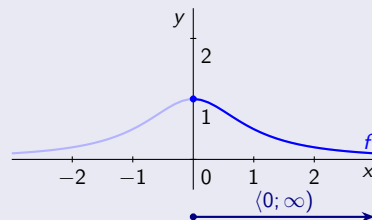
Funkcia $f: y = x^2 + 1, R \rightarrow \langle 1; \infty \rangle$.

- f nie je monotónna.
- f klesá na $(-\infty; 0)$ a rastie na $\langle 0; \infty \rangle$.



Funkcia $f: y = \frac{1}{x^2+1}, R \rightarrow (0; 1]$.

- f nie je monotónna.
- f rastie na $(-\infty; 0)$ a klesá na $\langle 0; \infty \rangle$.

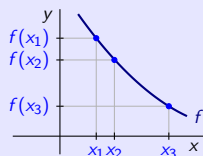


Vlastnosti funkcií I – Príklady



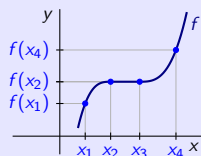
$$f(x_1) < f(x_2) < f(x_3)$$

Rastúca funkcia



Klesajúca funkcia

$$f(x_1) > f(x_2) > f(x_3)$$



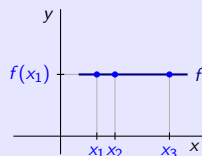
$$f(x_1) < f(x_2) = f(x_3) < f(x_4)$$

Neklesajúca funkcia



Nerastúca funkcia

$$f(x_1) > f(x_2) = f(x_3) > f(x_4)$$

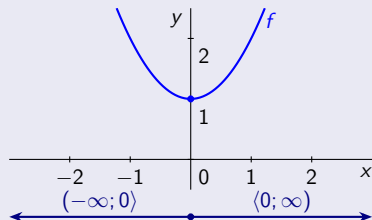


$$f(x_1) = f(x_2) = f(x_3)$$

Konštantná funkcia

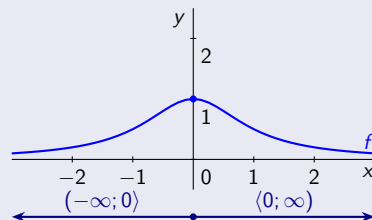
Funkcia $f: y = x^2 + 1, R \rightarrow \langle 1; \infty \rangle$.

- f nie je monotónna.
- f klesá na $(-\infty; 0)$ a rastie na $\langle 0; \infty \rangle$.



Funkcia $f: y = \frac{1}{x^2 + 1}, R \rightarrow (0; 1]$.

- f nie je monotónna.
- f rastie na $(-\infty; 0)$ a klesá na $\langle 0; \infty \rangle$.



Vlastnosti funkcií I – Monotónnosť funkcie v bode

- Niekedy je výhodné definovať monotónnosť funkcie v konkrétnom bode definičného oboru.



Vlastnosti funkcií I – Monotónnosť funkcie v bode

- Niekedy je výhodné definovať monotónnosť funkcie v konkrétnom bode definičného oboru.

Funkcia $f: y = f(x), x \in D(f)$ bod $c \in D(f)$.

Vlastnosti funkcií I – Monotónnosť funkcie v bode

- Niekedy je výhodné definovať monotónnosť funkcie v konkrétnom bode definičného oboru.

Funkcia $f: y = f(x), x \in D(f)$ bod $c \in D(f)$.

Funkcia f sa nazýva v bode c :

Vlastnosti funkcií I – Monotónnosť funkcie v bode

- Niekedy je výhodné definovať monotónnosť funkcie v konkrétnom bode definičného oboru.

Funkcia $f: y = f(x), x \in D(f)$ bod $c \in D(f)$.

Funkcia f sa nazýva v bode c :

- Rastúca,
- Klesajúca,
- Neklesajúca,
- Nerastúca,

Vlastnosti funkcií I – Monotónnosť funkcie v bode

- Niekedy je výhodné definovať monotónnosť funkcie v konkrétnom bode definičného oboru.

Funkcia $f: y = f(x), x \in D(f)$ bod $c \in D(f)$.

Funkcia f sa nazýva v bode c :

- Rastúca, ak existuje okolie $O(c)$ také, že pre všetky
- Klesajúca, ak existuje okolie $O(c)$ také, že pre všetky
- Neklesajúca, ak existuje okolie $O(c)$ také, že pre všetky
- Nerastúca, ak existuje okolie $O(c)$ také, že pre všetky

Vlastnosti funkcií I – Monotónnosť funkcie v bode

- Niekedy je výhodné definovať monotónnosť funkcie v konkrétnom bode definičného oboru.

Funkcia $f: y = f(x)$, $x \in D(f)$ bod $c \in D(f)$.

Funkcia f sa nazýva v bode c :

- Rastúca,** ak existuje okolie $O(c)$ také, že pre všetky
$$\begin{cases} x \in O^-(c) & \text{platí } f(x) < f(c), \\ x \in O^+(c) & \text{platí } f(c) < f(x). \end{cases}$$
- Klesajúca,** ak existuje okolie $O(c)$ také, že pre všetky
- Neklesajúca,** ak existuje okolie $O(c)$ také, že pre všetky
- Nerastúca,** ak existuje okolie $O(c)$ také, že pre všetky

Vlastnosti funkcií I – Monotónnosť funkcie v bode

- Niekedy je výhodné definovať monotónnosť funkcie v konkrétnom bode definičného oboru.

Funkcia $f: y = f(x)$, $x \in D(f)$ bod $c \in D(f)$.

Funkcia f sa nazýva v bode c :

- Rastúca,** ak existuje okolie $O(c)$ také, že pre všetky $\begin{cases} x \in O^-(c) & \text{platí } f(x) < f(c), \\ x \in O^+(c) & \text{platí } f(c) < f(x). \end{cases}$
- Klesajúca,** ak existuje okolie $O(c)$ také, že pre všetky $\begin{cases} x \in O^-(c) & \text{platí } f(x) > f(c), \\ x \in O^+(c) & \text{platí } f(c) > f(x). \end{cases}$
- Neklesajúca,** ak existuje okolie $O(c)$ také, že pre všetky
- Nerastúca,** ak existuje okolie $O(c)$ také, že pre všetky

Vlastnosti funkcií I – Monotónnosť funkcie v bode

- Niekedy je výhodné definovať monotónnosť funkcie v konkrétnom bode definičného oboru.

Funkcia $f: y = f(x)$, $x \in D(f)$ bod $c \in D(f)$.

Funkcia f sa nazýva v bode c :

- Rastúca,** ak existuje okolie $O(c)$ také, že pre všetky
$$\begin{cases} x \in O^-(c) & \text{platí } f(x) < f(c), \\ x \in O^+(c) & \text{platí } f(c) < f(x). \end{cases}$$
- Klesajúca,** ak existuje okolie $O(c)$ také, že pre všetky
$$\begin{cases} x \in O^-(c) & \text{platí } f(x) > f(c), \\ x \in O^+(c) & \text{platí } f(c) > f(x). \end{cases}$$
- Neklesajúca,** ak existuje okolie $O(c)$ také, že pre všetky
$$\begin{cases} x \in O^-(c) & \text{platí } f(x) \leq f(c), \\ x \in O^+(c) & \text{platí } f(c) \leq f(x). \end{cases}$$
- Nerastúca,** ak existuje okolie $O(c)$ také, že pre všetky

Vlastnosti funkcií I – Monotónnosť funkcie v bode

- Niekedy je výhodné definovať monotónnosť funkcie v konkrétnom bode definičného oboru.

Funkcia $f: y = f(x)$, $x \in D(f)$ bod $c \in D(f)$.

Funkcia f sa nazýva v bode c :

- Rastúca,** ak existuje okolie $O(c)$ také, že pre všetky $\begin{cases} x \in O^-(c) & \text{platí } f(x) < f(c), \\ x \in O^+(c) & \text{platí } f(c) < f(x). \end{cases}$
- Klesajúca,** ak existuje okolie $O(c)$ také, že pre všetky $\begin{cases} x \in O^-(c) & \text{platí } f(x) > f(c), \\ x \in O^+(c) & \text{platí } f(c) > f(x). \end{cases}$
- Neklesajúca,** ak existuje okolie $O(c)$ také, že pre všetky $\begin{cases} x \in O^-(c) & \text{platí } f(x) \leq f(c), \\ x \in O^+(c) & \text{platí } f(c) \leq f(x). \end{cases}$
- Nerastúca,** ak existuje okolie $O(c)$ také, že pre všetky $\begin{cases} x \in O^-(c) & \text{platí } f(x) \geq f(c), \\ x \in O^+(c) & \text{platí } f(c) \geq f(x). \end{cases}$

Vlastnosti funkcií I – Monotónnosť funkcie v bode

- Niekedy je výhodné definovať monotónnosť funkcie v konkrétnom bode definičného oboru.

Funkcia $f: y = f(x), x \in D(f)$ bod $c \in D(f)$.

Funkcia f sa nazýva v bode c :

- Rastúca,** ak existuje okolie $O(c)$ také, že pre všetky $\begin{cases} x \in O^-(c) & \text{platí } f(x) < f(c), \\ x \in O^+(c) & \text{platí } f(c) < f(x). \end{cases}$
- Klesajúca,** ak existuje okolie $O(c)$ také, že pre všetky $\begin{cases} x \in O^-(c) & \text{platí } f(x) > f(c), \\ x \in O^+(c) & \text{platí } f(c) > f(x). \end{cases}$
- Neklesajúca,** ak existuje okolie $O(c)$ také, že pre všetky $\begin{cases} x \in O^-(c) & \text{platí } f(x) \leq f(c), \\ x \in O^+(c) & \text{platí } f(c) \leq f(x). \end{cases}$
- Nerastúca,** ak existuje okolie $O(c)$ také, že pre všetky $\begin{cases} x \in O^-(c) & \text{platí } f(x) \geq f(c), \\ x \in O^+(c) & \text{platí } f(c) \geq f(x). \end{cases}$

- Ak je funkcia f rastúca v bode $c \in D(f)$,
- Ak je funkcia f klesajúca v bode $c \in D(f)$,

Vlastnosti funkcií I – Monotónnosť funkcie v bode

- Niekedy je výhodné definovať monotónnosť funkcie v konkrétnom bode definičného oboru.

Funkcia $f: y = f(x)$, $x \in D(f)$ bod $c \in D(f)$.

Funkcia f sa nazýva v bode c :

- Rastúca,** ak existuje okolie $O(c)$ také, že pre všetky $\begin{cases} x \in O^-(c) & \text{platí } f(x) < f(c), \\ x \in O^+(c) & \text{platí } f(c) < f(x). \end{cases}$
- Klesajúca,** ak existuje okolie $O(c)$ také, že pre všetky $\begin{cases} x \in O^-(c) & \text{platí } f(x) > f(c), \\ x \in O^+(c) & \text{platí } f(c) > f(x). \end{cases}$
- Neklesajúca,** ak existuje okolie $O(c)$ také, že pre všetky $\begin{cases} x \in O^-(c) & \text{platí } f(x) \leq f(c), \\ x \in O^+(c) & \text{platí } f(c) \leq f(x). \end{cases}$
- Nerastúca,** ak existuje okolie $O(c)$ také, že pre všetky $\begin{cases} x \in O^-(c) & \text{platí } f(x) \geq f(c), \\ x \in O^+(c) & \text{platí } f(c) \geq f(x). \end{cases}$

- Ak je funkcia f rastúca v bode $c \in D(f)$, potom nemusí byť rastúca v jeho okolí $O(c)$.
- Ak je funkcia f klesajúca v bode $c \in D(f)$, potom nemusí byť klesajúca v jeho okolí $O(c)$.

Vlastnosti funkcií I – Monotónnosť funkcie

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, interval $(a; b) \subset D(f)$.

Vlastnosti funkcií I – Monotónnosť funkcie

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, interval $(a; b) \subset D(f)$.

- f je rastúca na $(a; b)$. $\Leftrightarrow$ • f je rastúca v každom bode $c \in (a; b)$.

Vlastnosti funkcií I – Monotónnosť funkcie

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, interval $(a; b) \subset D(f)$.

- f je rastúca na $(a; b)$. $\Leftrightarrow$ • f je rastúca v každom bode $c \in (a; b)$.
- f je klesajúca na $(a; b)$. $\Leftrightarrow$ • f je klesajúca v každom bode $c \in (a; b)$.

Vlastnosti funkcií I – Monotónnosť funkcie

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, interval $(a; b) \subset D(f)$.

- f je rastúca na $(a; b)$. $\Leftrightarrow$ • f je rastúca v každom bode $c \in (a; b)$.
- f je klesajúca na $(a; b)$. $\Leftrightarrow$ • f je klesajúca v každom bode $c \in (a; b)$.

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$.

Vlastnosti funkcií I – Monotónnosť funkcie

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, interval $(a; b) \subset D(f)$.

- f je rastúca na $(a; b)$. $\Leftrightarrow$ • f je rastúca v každom bode $c \in (a; b)$.
- f je klesajúca na $(a; b)$. $\Leftrightarrow$ • f je klesajúca v každom bode $c \in (a; b)$.

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$.

- f je konštantná na A . $\Leftrightarrow$ • f je neklesajúca a súčasne nerastúca na množine A .

Vlastnosti funkcií I – Monotónnosť funkcie

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, interval $(a; b) \subset D(f)$.

- f je rastúca na $(a; b)$. $\Leftrightarrow$ • f je rastúca v každom bode $c \in (a; b)$.
- f je klesajúca na $(a; b)$. $\Leftrightarrow$ • f je klesajúca v každom bode $c \in (a; b)$.

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$.

- f je konštantná na A . $\Leftrightarrow$ • f je neklesajúca a súčasne nerastúca na množine A .
- f je rastúca na A . $\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \bullet f \text{ je neklesajúca na množine } A. \end{array} \right.$
- f je klesajúca na A . $\Rightarrow$ • f je nerastúca na množine A .

Vlastnosti funkcií I – Monotónnosť funkcie

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, interval $(a; b) \subset D(f)$.

- f je rastúca na $(a; b)$. $\Leftrightarrow$ • f je rastúca v každom bode $c \in (a; b)$.
- f je klesajúca na $(a; b)$. $\Leftrightarrow$ • f je klesajúca v každom bode $c \in (a; b)$.

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$.

- f je konštantná na A . $\Leftrightarrow$ • f je neklesajúca a súčasne nerastúca na množine A .
- f je rastúca na A . $\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \bullet f \text{ je neklesajúca na množine } A. \\ \bullet f \text{ je rastúca v každom vnútornom bode } c \in A. \end{array} \right.$
- f je klesajúca na A . $\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \bullet f \text{ je nerastúca na množine } A. \\ \bullet f \text{ je klesajúca v každom vnútornom bode } c \in A. \end{array} \right.$

Vlastnosti funkcií I – Monotónnosť funkcie

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, interval $(a; b) \subset D(f)$.

- f je rastúca na $(a; b)$. $\Leftrightarrow$ • f je rastúca v každom bode $c \in (a; b)$.
- f je klesajúca na $(a; b)$. $\Leftrightarrow$ • f je klesajúca v každom bode $c \in (a; b)$.

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$.

- f je konštantná na A . $\Leftrightarrow$ • f je neklesajúca a súčasne nerastúca na množine A .
- f je rastúca na A . $\Rightarrow \begin{cases} \bullet f \text{ je neklesajúca na množine } A. \\ \bullet f \text{ je rastúca v každom vnútornom bode } c \in A. \end{cases}$
- f je rastúca na A . $\Leftrightarrow$ • f je neklesajúca na množine A
a na každej podmnožine $B \subset A$ (s aspoň dvomi prvkami) nie je konštantná.
- f je klesajúca na A . $\Rightarrow \begin{cases} \bullet f \text{ je nerastúca na množine } A. \\ \bullet f \text{ je klesajúca v každom vnútornom bode } c \in A. \end{cases}$
- f je klesajúca na A . $\Leftrightarrow$ • f je nerastúca na množine A
a na každej podmnožine $B \subset A$ (s aspoň dvomi prvkami) nie je konštantná.

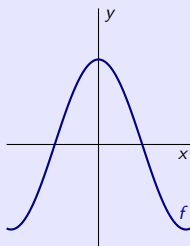
Vlastnosti funkcií II – Párna a nepárna funkcia

Funkcia $f: y = f(x), x \in D(f)$ sa nazýva:

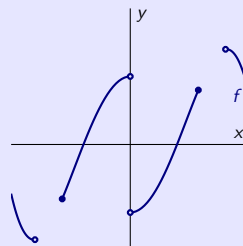
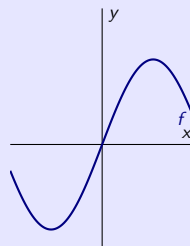
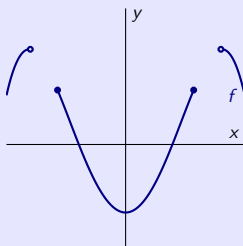
Vlastnosti funkcií II – Párna a nepárna funkcia

Funkcia $f: y = f(x), x \in D(f)$ sa nazýva:

- Párna,
- Nepárna,



Párna funkcia

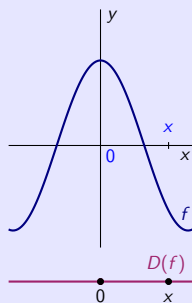


Nepárna funkcia

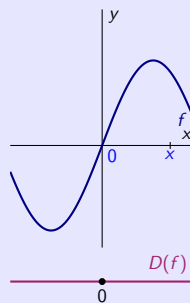
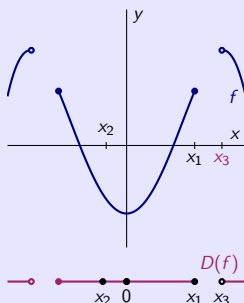
Vlastnosti funkcií II – Párna a nepárna funkcia

Funkcia $f: y = f(x), x \in D(f)$ sa nazýva:

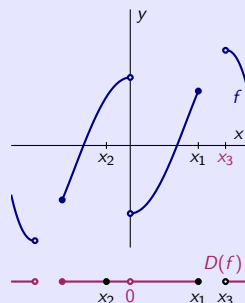
- **Párna**, ak pre všetky $x \in D(f)$
- **Nepárna**, ak pre všetky $x \in D(f)$



Párna funkcia



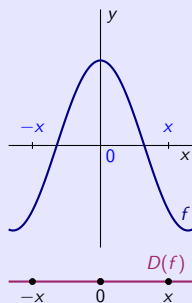
Nepárna funkcia



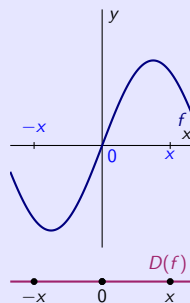
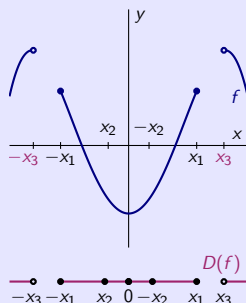
Vlastnosti funkcií II – Párna a nepárna funkcia

Funkcia $f: y = f(x), x \in D(f)$ sa nazýva:

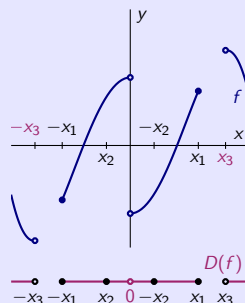
- **Párna**, ak pre všetky $x \in D(f)$ platí $-x \in D(f)$
- **Nepárna**, ak pre všetky $x \in D(f)$ platí $-x \in D(f)$



Párna funkcia



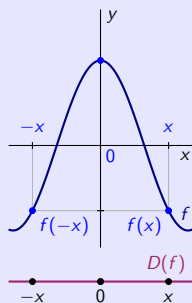
Nepárna funkcia



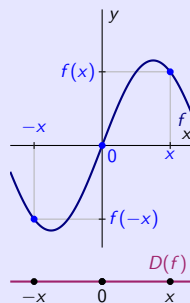
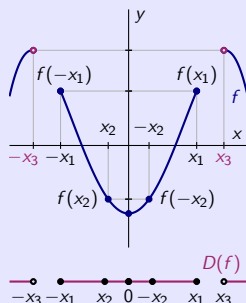
Vlastnosti funkcií II – Párna a nepárna funkcia

Funkcia $f: y = f(x), x \in D(f)$ sa nazýva:

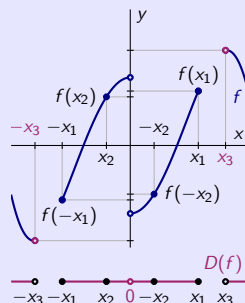
- **Párna**, ak pre všetky $x \in D(f)$ platí $-x \in D(f)$ a navyše $f(x) = f(-x)$.
- **Nepárna**, ak pre všetky $x \in D(f)$ platí $-x \in D(f)$ a navyše $f(x) = -f(-x)$.



Párna funkcia



Nepárna funkcia



Vlastnosti funkcií II – Párna a nepárna funkcia

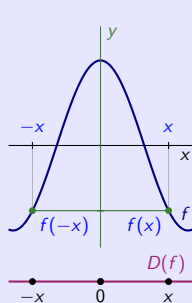
Funkcia $f: y = f(x), x \in D(f)$ sa nazýva:

- **Párna**, ak pre všetky $x \in D(f)$ platí $-x \in D(f)$ a navyše $f(x) = f(-x)$.

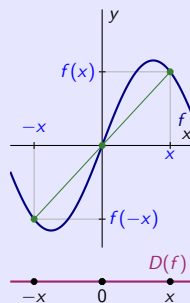
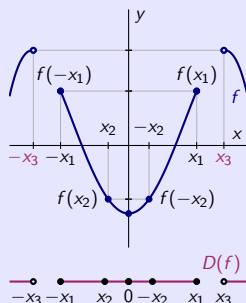
[Graf párnej funkcie je (osovo) súmerný podľa súradnicovej osi y.]

- **Nepárna**, ak pre všetky $x \in D(f)$ platí $-x \in D(f)$ a navyše $f(x) = -f(-x)$.

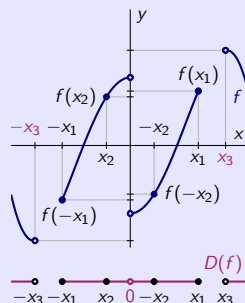
[Graf nepárnej funkcie je (bodovo) súmerný podľa počiatku súradnicového systému 0.]



Párna funkcia



Nepárna funkcia



Vlastnosti funkcií II – Párna a nepárna funkcia

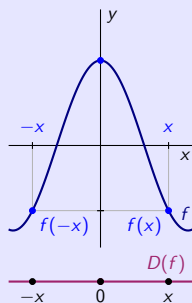
Funkcia $f: y = f(x), x \in D(f)$ sa nazýva:

- **Párna**, ak pre všetky $x \in D(f)$ platí $-x \in D(f)$ a navyše $f(x) = f(-x)$.

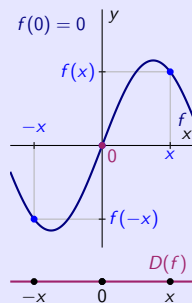
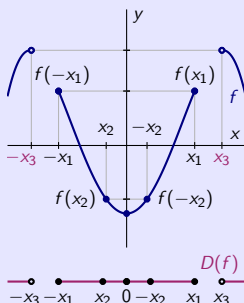
[Graf párnej funkcie je (osoivo) súmerný podľa súradnicovej osi y .]

- **Nepárna**, ak pre všetky $x \in D(f)$ platí $-x \in D(f)$ a navyše $f(x) = -f(-x)$.

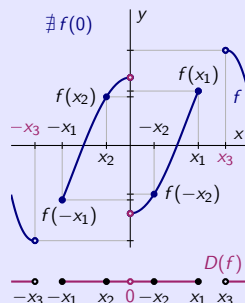
[Graf nepárnej funkcie je (bodovo) súmerný podľa počiatku súradnicového systému 0. Ak $0 \in D(f)$, potom platí $f(0) = 0$.]



Párna funkcia



Nepárna funkcia



Vlastnosti funkcií II – Párna a nepárna funkcia

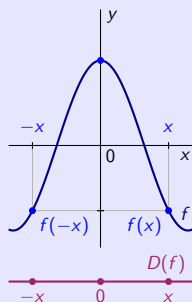
Funkcia $f: y = f(x), x \in D(f)$ sa nazýva:

- **Párna**, ak pre všetky $x \in D(f)$ platí $-x \in D(f)$ a navyše $f(x) = f(-x)$.

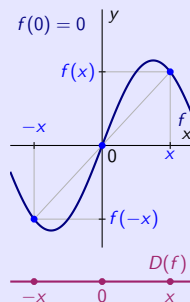
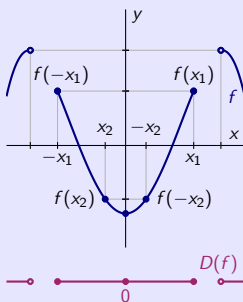
[Graf párnej funkcie je (osoivo) súmerný podľa súradnicovej osi y .]

- **Nepárna**, ak pre všetky $x \in D(f)$ platí $-x \in D(f)$ a navyše $f(x) = -f(-x)$.

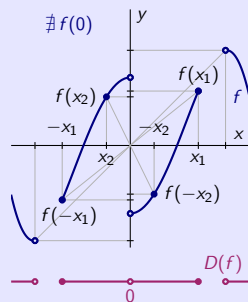
[Graf nepárnej funkcie je (bodovo) súmerný podľa počiatku súradnicového systému 0. Ak $0 \in D(f)$, potom platí $f(0) = 0$.]



Párna funkcia

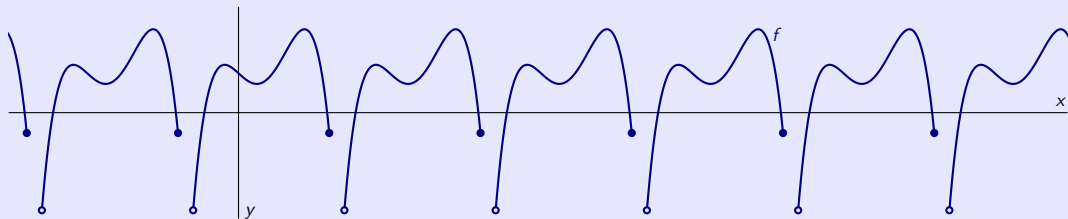


Nepárna funkcia



Vlastnosti funkcií II – Periodická funkcia

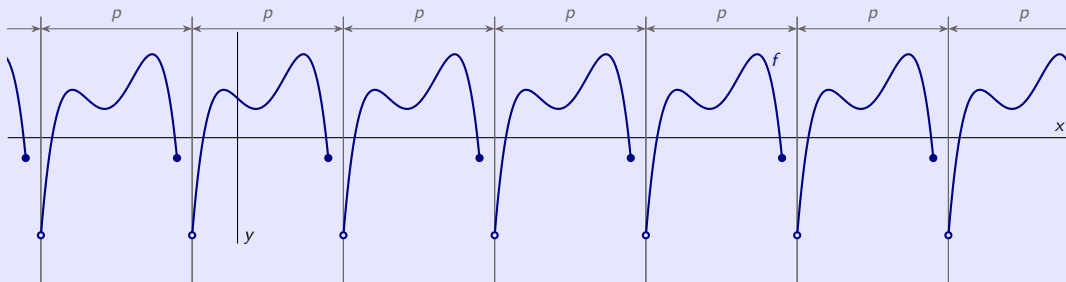
Funkcia $f: y = f(x)$, $x \in D(f)$ sa nazýva



Vlastnosti funkcií II – Periodická funkcia

Funkcia $f: y = f(x)$, $x \in D(f)$ sa nazýva

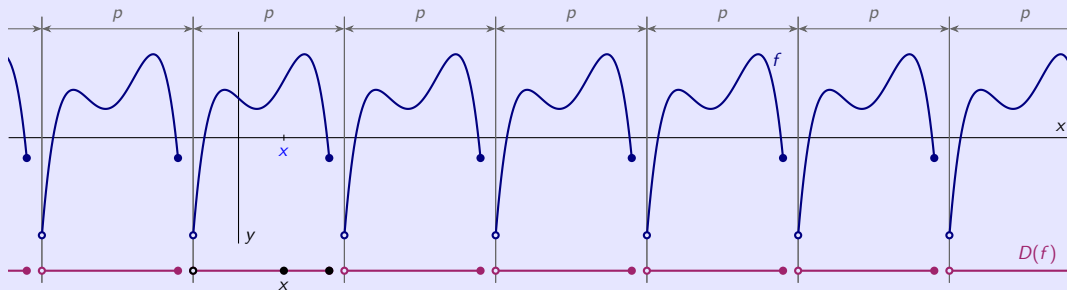
periodická, ak existuje číslo $p \in \mathbb{R}$, $p \neq 0$, ktoré nazývame **perióda** funkcie f ,



Vlastnosti funkcií II – Periodická funkcia

Funkcia $f: y = f(x)$, $x \in D(f)$ sa nazýva

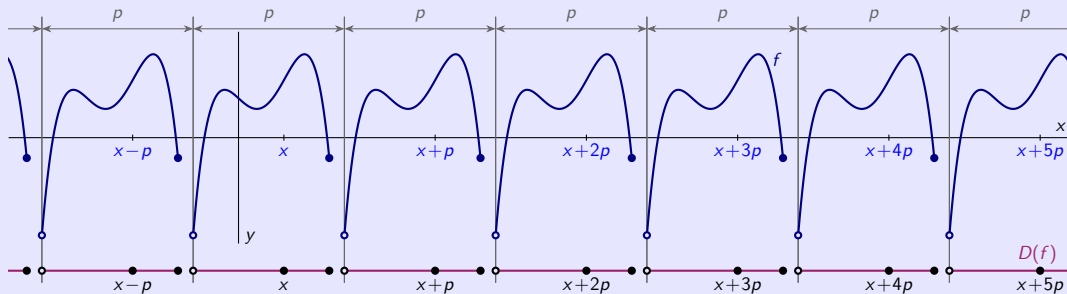
periodická, ak existuje číslo $p \in \mathbb{R}$, $p \neq 0$, ktoré nazývame **perióda** funkcie f ,
také že pre všetky $x \in D(f)$



Vlastnosti funkcií II – Periodická funkcia

Funkcia $f: y = f(x)$, $x \in D(f)$ sa nazýva

periodická, ak existuje číslo $p \in \mathbb{R}$, $p \neq 0$, ktoré nazývame **perióda** funkcie f ,
také že pre všetky $x \in D(f)$ platí $x \pm p \in D(f)$

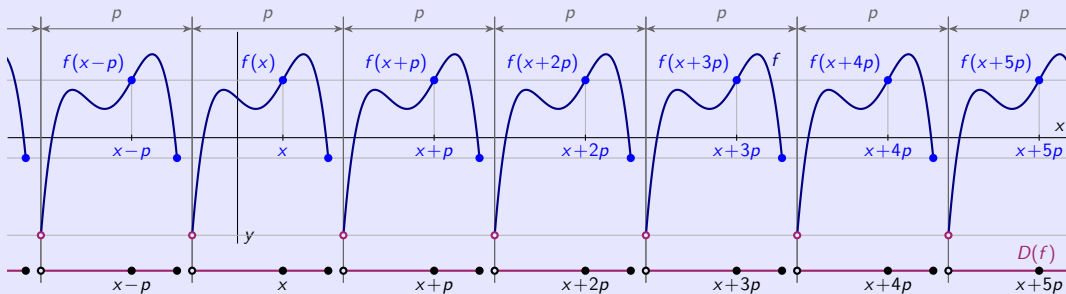


Vlastnosti funkcií II – Periodická funkcia

Funkcia $f: y = f(x)$, $x \in D(f)$ sa nazýva

periodická, ak existuje číslo $p \in \mathbb{R}$, $p \neq 0$, ktoré nazývame **perióda** funkcie f ,

také že pre všetky $x \in D(f)$ platí $x \pm p \in D(f)$ a navyše platí $f(x) = f(x \pm p)$.



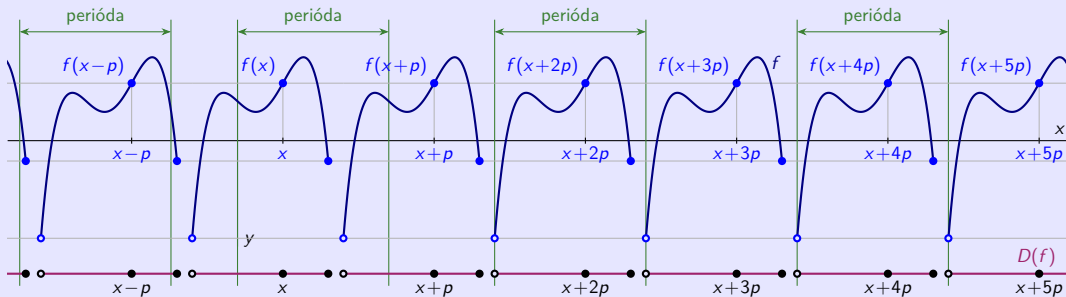
Vlastnosti funkcií II – Periodická funkcia

Funkcia $f: y = f(x), x \in D(f)$ sa nazýva

periodická, ak existuje číslo $p \in \mathbb{R}, p \neq 0$, ktoré nazývame **perióda** funkcie f ,

také že pre všetky $x \in D(f)$ platí $x \pm p \in D(f)$ a navyše platí $f(x) = f(x \pm p)$.

- Každý interval s dĺžkou periódy $p > 0$ sa nazýva **interval periodicity**. [Periódá môže byť aj záporná, t. j. $p < 0$.]



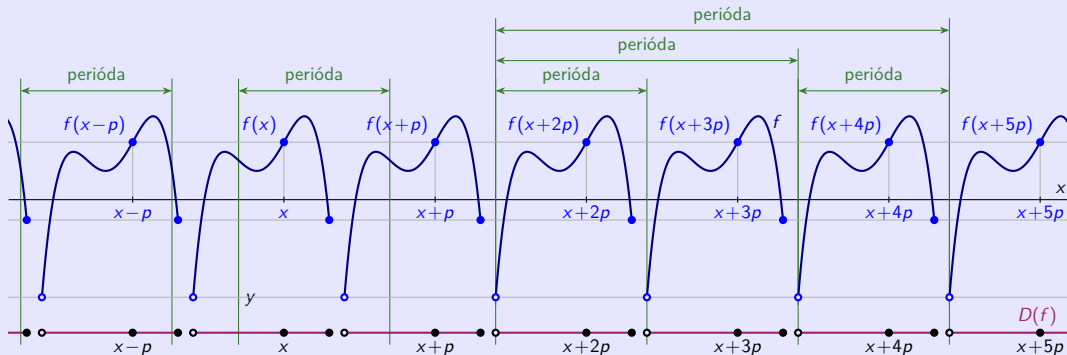
Vlastnosti funkcií II – Periodická funkcia

Funkcia $f: y = f(x), x \in D(f)$ sa nazýva

periodická, ak existuje číslo $p \in \mathbb{R}, p \neq 0$, ktoré nazývame **perióda** funkcie f ,

také že pre všetky $x \in D(f)$ platí $x \pm p \in D(f)$ a navyše platí $f(x) = f(x \pm p)$.

- Každý interval s dĺžkou periódy $p > 0$ sa nazýva **interval periodicity**. [Periódá môže byť aj záporná, t. j. $p < 0$.]



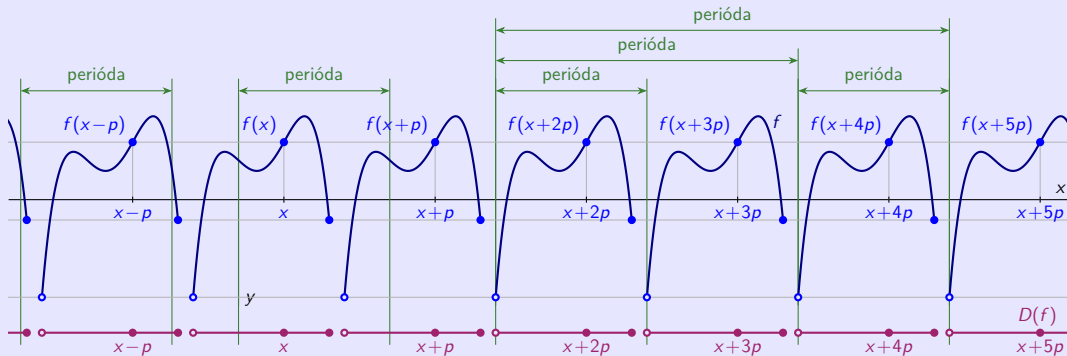
Vlastnosti funkcií II – Periodická funkcia

Funkcia $f: y = f(x), x \in D(f)$ sa nazýva

periodická, ak existuje číslo $p \in \mathbb{R}, p \neq 0$, ktoré nazývame **perióda** funkcie f ,

také že pre všetky $x \in D(f)$ platí $x \pm p \in D(f)$ a navyše platí $f(x) = f(x \pm p)$.

- Každý interval s dĺžkou periódy $p > 0$ sa nazýva **interval periodicity**. [Perióda môže byť aj záporná, t. j. $p < 0$.]
- Najmenšia kladná perióda $p > 0$ (pokiaľ existuje)



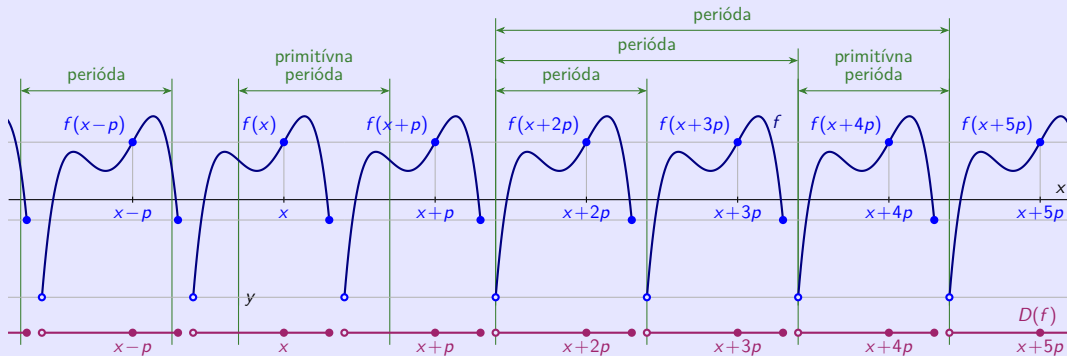
Vlastnosti funkcií II – Periodická funkcia

Funkcia $f: y = f(x), x \in D(f)$ sa nazýva

periodická, ak existuje číslo $p \in \mathbb{R}, p \neq 0$, ktoré nazývame **perióda** funkcie f ,

také že pre všetky $x \in D(f)$ platí $x \pm p \in D(f)$ a navyše platí $f(x) = f(x \pm p)$.

- Každý interval s dĺžkou periódy $p > 0$ sa nazýva **interval periodicity**. [Perióda môže byť aj záporná, t. j. $p < 0$.]
- Najmenšia kladná perióda $p > 0$ (pokiaľ existuje) sa nazýva **primitívna (základná) perióda**.



Vlastnosti funkcií II – Vlastnosti periodickej funkcie

Funkcia $f: y = f(x)$, $x \in D(f)$ je periodická s periódou $p \in \mathbb{R}$, $p \neq 0$.

Vlastnosti funkcií II – Vlastnosti periodickej funkcie

Funkcia $f: y = f(x)$, $x \in D(f)$ je periodická s periódou $p \in \mathbb{R}$, $p \neq 0$.

$\Rightarrow$ • Pre každé $m \in \mathbb{Z}$, $m \neq 0$ je f periodická s periódou mp .

Vlastnosti funkcií II – Vlastnosti periodickej funkcie

Funkcia $f: y = f(x), x \in D(f)$ je periodická s periódou $p \in \mathbb{R}, p \neq 0$.

$\Rightarrow$ • Pre každé $m \in \mathbb{Z}, m \neq 0$ je f periodická s periódou mp . [Periódami sú aj $-p, 2p, -2p, 3p, -3p, 4p, -4p, \dots$]

Vlastnosti funkcií II – Vlastnosti periodickej funkcie

Funkcia $f: y = f(x)$, $x \in D(f)$ je periodická s periódou $p \in \mathbb{R}$, $p \neq 0$.

- $\Rightarrow$
- Pre každé $m \in \mathbb{Z}$, $m \neq 0$ je f periodická s periódou mp . [Periódami sú aj $-p$, $2p$, $-2p$, $3p$, $-3p$, $4p$, $-4p$, ...]
 - f je periodická s kladnou periódou $|p| > 0$

Vlastnosti funkcií II – Vlastnosti periodickej funkcie

Funkcia $f: y = f(x)$, $x \in D(f)$ je periodická s periódou $p \in \mathbb{R}$, $p \neq 0$.

- $\Rightarrow$
- Pre každé $m \in \mathbb{Z}$, $m \neq 0$ je f periodická s periódou mp . [Periódami sú aj $-p$, $2p$, $-2p$, $3p$, $-3p$, $4p$, $-4p$, ...]
 - f je periodická s kladnou periódou $|p| > 0$ a stačí ju vyšetrovať na (ľubovoľnom) intervale s dĺžkou $|p|$.

Vlastnosti funkcií II – Vlastnosti periodickej funkcie

Funkcia $f: y = f(x)$, $x \in D(f)$ je periodická s periódou $p \in \mathbb{R}$, $p \neq 0$.

- $\Rightarrow$
- Pre každé $m \in \mathbb{Z}$, $m \neq 0$ je f periodická s periódou mp . [Periódami sú aj $-p$, $2p$, $-2p$, $3p$, $-3p$, $4p$, $-4p$, ...]
 - f je periodická s kladnou periódou $|p| > 0$ a stačí ju vyšetrovať na (ľubovoľnom) intervale s dĺžkou $|p|$.
 - f nemusí mať primitívnu periódu.

Vlastnosti funkcií II – Vlastnosti periodickej funkcie

Funkcia $f: y = f(x)$, $x \in D(f)$ je periodická s periódou $p \in \mathbb{R}$, $p \neq 0$.

- $\Rightarrow$
- Pre každé $m \in \mathbb{Z}$, $m \neq 0$ je f periodická s periódou mp . [Periódami sú aj $-p$, $2p$, $-2p$, $3p$, $-3p$, $4p$, $-4p$, ...]
 - f je periodická s kladnou periódou $|p| > 0$ a stačí ju vyšetrovať na (ľubovoľnom) intervale s dĺžkou $|p|$.
 - f nemusí mať primitívnu periódu.

[Funkcia $y = 1$, $x \in \mathbb{R}$ je periodická, periódou je každé $p \in \mathbb{R}$, $p \neq 0$. Primitívna perióda neexistuje.]

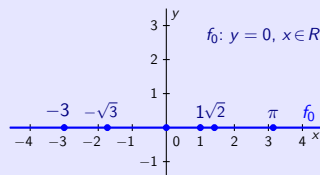
Vlastnosti funkcií II – Vlastnosti periodickej funkcie

Funkcia $f: y = f(x)$, $x \in D(f)$ je periodická s periódou $p \in \mathbb{R}$, $p \neq 0$.

- ⇒
- Pre každé $m \in \mathbb{Z}$, $m \neq 0$ je f periodická s periódou mp . [Periódami sú aj $-p$, $2p$, $-2p$, $3p$, $-3p$, $4p$, $-4p$, ...]
 - f je periodická s kladnou periódou $|p| > 0$ a stačí ju vyšetrovať na (ľubovoľnom) intervale s dĺžkou $|p|$.
 - f nemusí mať primitívnu periódu.

[Funkcia $y = 1$, $x \in \mathbb{R}$ je periodická, periódou je každé $p \in \mathbb{R}$, $p \neq 0$. Primitívna perióda neexistuje.]

- Konštantná funkcia $f_0: y = 0$, $x \in \mathbb{R}$ je párna, je nepárna, je periodická.



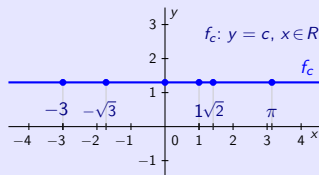
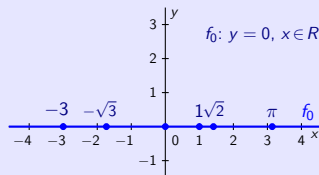
Vlastnosti funkcií II – Vlastnosti periodickej funkcie

Funkcia $f: y = f(x)$, $x \in D(f)$ je periodická s periódou $p \in \mathbb{R}$, $p \neq 0$.

- ⇒
- Pre každé $m \in \mathbb{Z}$, $m \neq 0$ je f periodická s periódou mp . [Periódami sú aj $-p$, $2p$, $-2p$, $3p$, $-3p$, $4p$, $-4p$, ...]
 - f je periodická s kladnou periódou $|p| > 0$ a stačí ju vyšetrovať na (ľubovoľnom) intervale s dĺžkou $|p|$.
 - f nemusí mať primitívnu periódu.

[Funkcia $y = 1$, $x \in \mathbb{R}$ je periodická, periódou je každé $p \in \mathbb{R}$, $p \neq 0$. Primitívna perióda neexistuje.]

- Konštantná funkcia $f_0: y = 0$, $x \in \mathbb{R}$ je párna, je nepárna, je periodická.
- Konštantná funkcia $f_c: y = c$, $x \in \mathbb{R}$, pre $c \in \mathbb{R}$, $c \neq 0$, je párna, nie je nepárna, je periodická.



Vlastnosti funkcií II – Vlastnosti periodickej funkcie

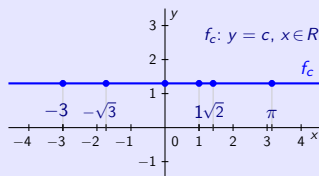
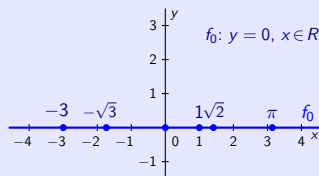
Funkcia $f: y = f(x)$, $x \in D(f)$ je periodická s periódou $p \in \mathbb{R}$, $p \neq 0$.

- ⇒ • Pre každé $m \in \mathbb{Z}$, $m \neq 0$ je f periodická s periódou mp . [Periódami sú aj $-p$, $2p$, $-2p$, $3p$, $-3p$, $4p$, $-4p$, ...]
- f je periodická s kladnou periódou $|p| > 0$ a stačí ju vyšetovať na (ľubovoľnom) intervale s dĺžkou $|p|$.
- f nemusí mať primitívnu periódu.

[Funkcia $y = 1$, $x \in \mathbb{R}$ je periodická, periódou je každé $p \in \mathbb{R}$, $p \neq 0$. Primitívna perióda neexistuje.]

- Konštantná funkcia $f_0: y = 0$, $x \in \mathbb{R}$ je párna, je nepárna, je periodická.
- Konštantná funkcia $f_c: y = c$, $x \in \mathbb{R}$, pre $c \in \mathbb{R}$, $c \neq 0$, je párna, nie je nepárna, je periodická.

[Periódou (v oboch prípadoch) je každé $p \in \mathbb{R}$, $p \neq 0$. Primitívna perióda neexistuje.]



Vlastnosti funkcií II – Vlastnosti periodickej funkcie

Funkcia $f: y = f(x)$, $x \in D(f)$ je periodická s periódou $p \in \mathbb{R}$, $p \neq 0$.

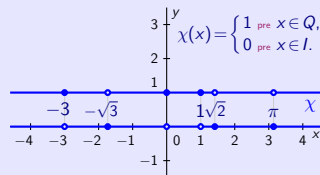
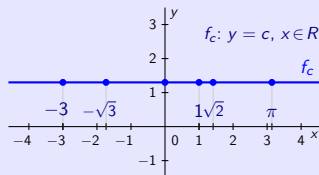
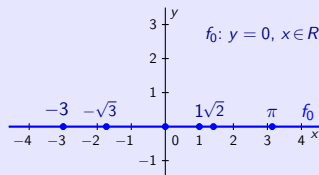
- $\Rightarrow$
- Pre každé $m \in \mathbb{Z}$, $m \neq 0$ je f periodická s periódou mp . [Periódami sú aj $-p, 2p, -2p, 3p, -3p, 4p, -4p, \dots$]
 - f je periodická s kladnou periódou $|p| > 0$ a stačí ju vyšetovať na (ľubovoľnom) intervale s dĺžkou $|p|$.
 - f nemusí mať primitívnu periódu.

[Funkcia $y = 1$, $x \in \mathbb{R}$ je periodická, periódou je každé $p \in \mathbb{R}$, $p \neq 0$. Primitívna perióda neexistuje.]

- Konštantná funkcia $f_0: y = 0$, $x \in \mathbb{R}$ je párna, je nepárna, je periodická.
- Konštantná funkcia $f_c: y = c$, $x \in \mathbb{R}$, pre $c \in \mathbb{R}$, $c \neq 0$, je párna, nie je nepárna, je periodická.

[Periódou (v oboch prípadoch) je každé $p \in \mathbb{R}$, $p \neq 0$. Primitívna perióda neexistuje.]

- Dirichletova funkcia $y = \chi(x)$, $x \in \mathbb{R}$ je párna, nie je nepárna, je periodická.



Vlastnosti funkcií II – Vlastnosti periodickej funkcie

Funkcia $f: y = f(x)$, $x \in D(f)$ je periodická s periódou $p \in \mathbb{R}$, $p \neq 0$.

- ⇒
- Pre každé $m \in \mathbb{Z}$, $m \neq 0$ je f periodická s periódou mp . [Periódami sú aj $-p$, $2p$, $-2p$, $3p$, $-3p$, $4p$, $-4p$, ...]
 - f je periodická s kladnou periódou $|p| > 0$ a stačí ju vyšetrovať na (ľubovoľnom) intervale s dĺžkou $|p|$.
 - f nemusí mať primitívnu periódu.

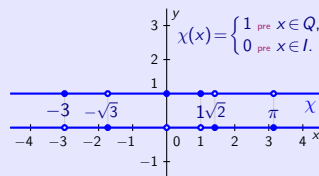
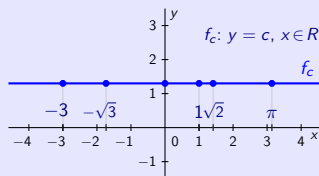
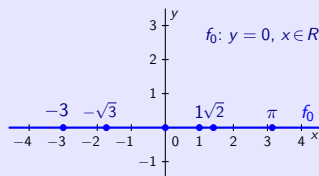
[Funkcia $y = 1$, $x \in \mathbb{R}$ je periodická, periódou je každé $p \in \mathbb{R}$, $p \neq 0$. Primitívna perióda neexistuje.]

- Konštantná funkcia $f_0: y = 0$, $x \in \mathbb{R}$ je párna, je nepárna, je periodická.
- Konštantná funkcia $f_c: y = c$, $x \in \mathbb{R}$, pre $c \in \mathbb{R}$, $c \neq 0$, je párna, nie je nepárna, je periodická.

[Periódou (v oboch prípadoch) je každé $p \in \mathbb{R}$, $p \neq 0$. Primitívna perióda neexistuje.]

- Dirichletova funkcia $y = \chi(x)$, $x \in \mathbb{R}$ je párna, nie je nepárna, je periodická.

[Periódou je každé $p \in \mathbb{Q}$, $p \neq 0$. Primitívna perióda neexistuje.]



Vlastnosti funkcií II – Vlastnosti periodickej funkcie

Funkcia $f: y = f(x)$, $x \in D(f)$ je periodická s periódou $p \in \mathbb{R}$, $p \neq 0$.

- ⇒ • Pre každé $m \in \mathbb{Z}$, $m \neq 0$ je f periodická s periódou mp . [Periódami sú aj $-p$, $2p$, $-2p$, $3p$, $-3p$, $4p$, $-4p$, ...]
- f je periodická s kladnou periódou $|p| > 0$ a stačí ju vyšetovať na (ľubovoľnom) intervale s dĺžkou $|p|$.
- f nemusí mať primitívnu periódu.

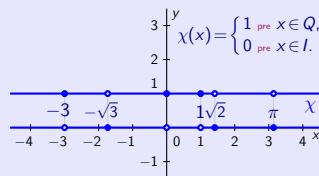
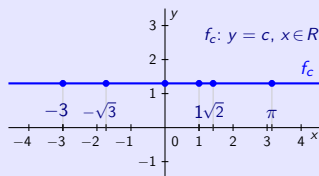
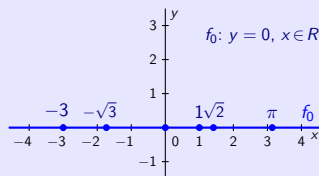
[Funkcia $y = 1$, $x \in \mathbb{R}$ je periodická, periódou je každé $p \in \mathbb{R}$, $p \neq 0$. Primitívna perióda neexistuje.]

- Konštantná funkcia $f_0: y = 0$, $x \in \mathbb{R}$ je párna, je nepárna, je periodická.
- Konštantná funkcia $f_c: y = c$, $x \in \mathbb{R}$, pre $c \in \mathbb{R}$, $c \neq 0$, je párna, nie je nepárna, je periodická.

[Periódou (v oboch prípadoch) je každé $p \in \mathbb{R}$, $p \neq 0$. Primitívna perióda neexistuje.]

- Dirichletova funkcia $y = \chi(x)$, $x \in \mathbb{R}$ je párna, nie je nepárna, je periodická.

[Periódou je každé $p \in \mathbb{Q}$, $p \neq 0$. Primitívna perióda neexistuje. $p \notin \mathbb{I}$, pretože súčet iracionálnych čísel môže byť racionálny, napr. $-\pi + \pi = 0$.]



Vlastnosti funkcií II – Príklady

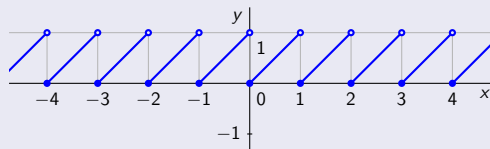
Funkcia $f: y = x - \lfloor x \rfloor, x \in \mathbb{R}$.

Funkcia $f: y = (-1)^{\lfloor x \rfloor}, x \in \mathbb{R}$.

Vlastnosti funkcií II – Príklady

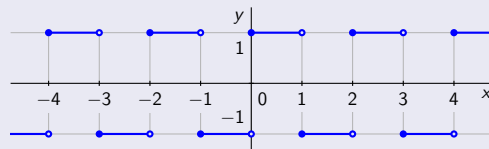
Funkcia $f: y = x - \lfloor x \rfloor, x \in \mathbb{R}$.

- f nie je párna



Funkcia $f: y = (-1)^{\lfloor x \rfloor}, x \in \mathbb{R}$.

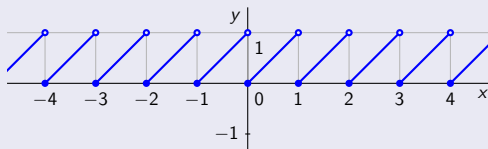
- f nie je párna



Vlastnosti funkcií II – Príklady

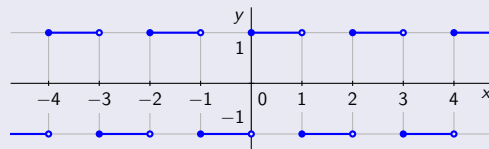
Funkcia $f: y = x - \lfloor x \rfloor, x \in \mathbb{R}$.

- f nie je párna a nie je nepárna.



Funkcia $f: y = (-1)^{\lfloor x \rfloor}, x \in \mathbb{R}$.

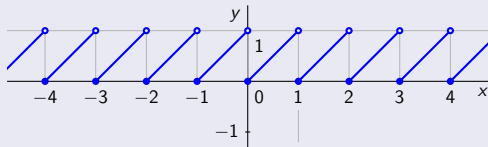
- f nie je párna a nie je nepárna.



Vlastnosti funkcií II – Príklady

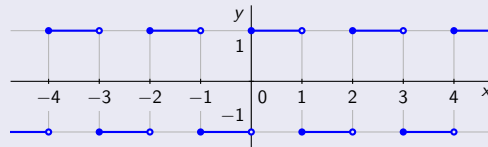
Funkcia $f: y = x - \lfloor x \rfloor, x \in \mathbb{R}$.

- f nie je párna a nie je nepárna.
- f je periodická,



Funkcia $f: y = (-1)^{\lfloor x \rfloor}, x \in \mathbb{R}$.

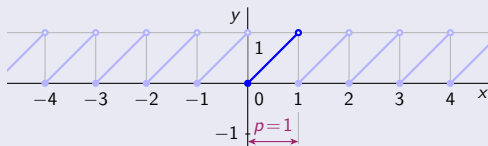
- f nie je párna a nie je nepárna.
- f je periodická,



Vlastnosti funkcií II – Príklady

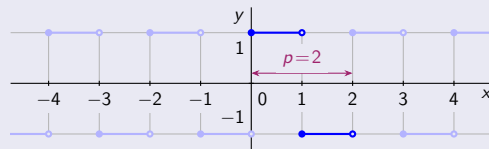
Funkcia $f: y = x - \lfloor x \rfloor, x \in \mathbb{R}$.

- f nie je párna a nie je nepárna.
- f je periodická, primitívna perióda $p = 1$.



Funkcia $f: y = (-1)^{\lfloor x \rfloor}, x \in \mathbb{R}$.

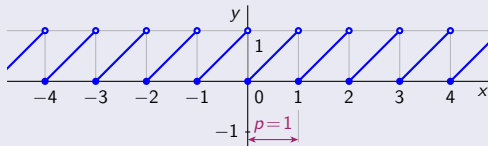
- f nie je párna a nie je nepárna.
- f je periodická, primitívna perióda $p = 2$.



Vlastnosti funkcií II – Príklady

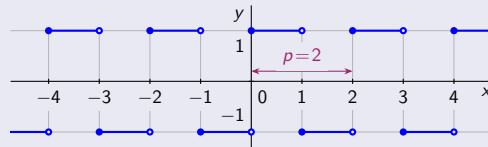
Funkcia $f: y = x - \lfloor x \rfloor, x \in \mathbb{R}$.

- f nie je párna a nie je nepárna.
- f je periodická, primitívna perióda $p = 1$.



Funkcia $f: y = (-1)^{\lfloor x \rfloor}, x \in \mathbb{R}$.

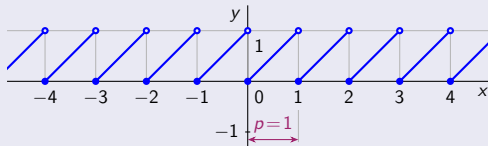
- f nie je párna a nie je nepárna.
- f je periodická, primitívna perióda $p = 2$.



Vlastnosti funkcií II – Príklady

Funkcia $f: y = x - \lfloor x \rfloor, x \in \mathbb{R}$.

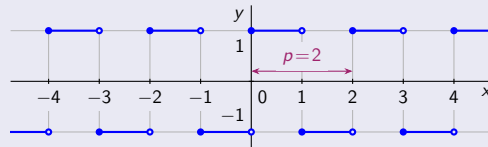
- f nie je párna a nie je nepárna.
- f je periodická, primitívna perióda $p = 1$.



Funkcia $f: y = \sin x, x \in \mathbb{R}$.

Funkcia $f: y = (-1)^{\lfloor x \rfloor}, x \in \mathbb{R}$.

- f nie je párna a nie je nepárna.
- f je periodická, primitívna perióda $p = 2$.

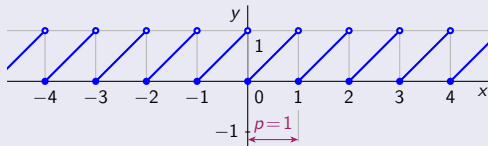


Funkcia $f: y = \cos x, x \in \mathbb{R}$.

Vlastnosti funkcií II – Príklady

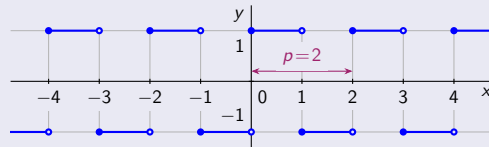
Funkcia $f: y = x - \lfloor x \rfloor, x \in \mathbb{R}$.

- f nie je párna a nie je nepárna.
- f je periodická, primitívna perióda $p = 1$.



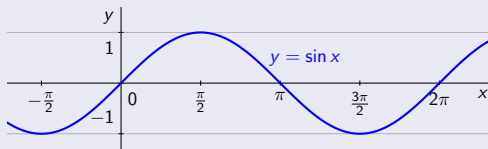
Funkcia $f: y = (-1)^{\lfloor x \rfloor}, x \in \mathbb{R}$.

- f nie je párna a nie je nepárna.
- f je periodická, primitívna perióda $p = 2$.



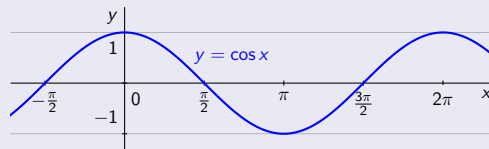
Funkcia $f: y = \sin x, x \in \mathbb{R}$.

- f je nepárna.



Funkcia $f: y = \cos x, x \in \mathbb{R}$.

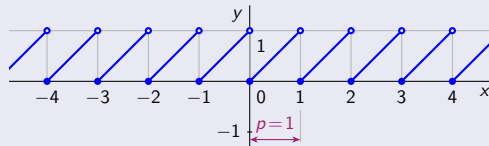
- f je párna.



Vlastnosti funkcií II – Príklady

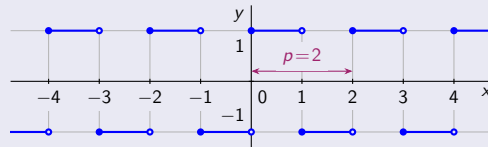
Funkcia $f: y = x - \lfloor x \rfloor, x \in \mathbb{R}$.

- f nie je párna a nie je nepárna.
- f je periodická, primitívna perióda $p = 1$.



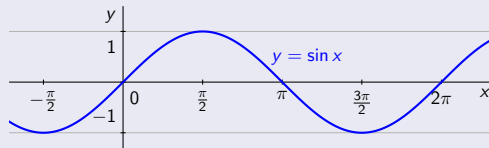
Funkcia $f: y = (-1)^{\lfloor x \rfloor}, x \in \mathbb{R}$.

- f nie je párna a nie je nepárna.
- f je periodická, primitívna perióda $p = 2$.



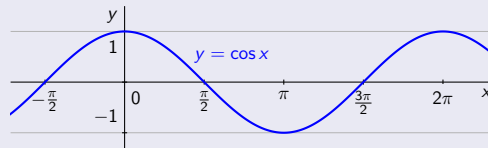
Funkcia $f: y = \sin x, x \in \mathbb{R}$.

- f je nepárna.
- f je periodická,



Funkcia $f: y = \cos x, x \in \mathbb{R}$.

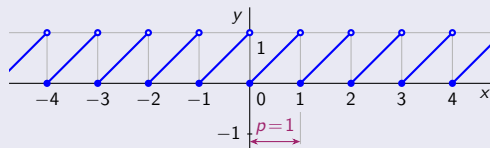
- f je párna.
- f je periodická,



Vlastnosti funkcií II – Príklady

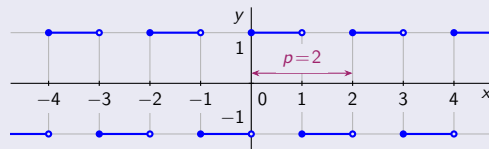
Funkcia $f: y = x - [x], x \in \mathbb{R}$.

- f nie je párna a nie je nepárna.
- f je periodická, primitívna perióda $p = 1$.



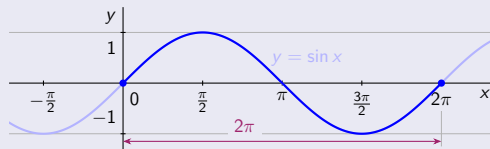
Funkcia $f: y = (-1)^{[x]}, x \in \mathbb{R}$.

- f nie je párna a nie je nepárna.
- f je periodická, primitívna perióda $p = 2$.



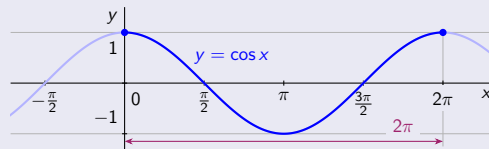
Funkcia $f: y = \sin x, x \in \mathbb{R}$.

- f je nepárna.
- f je periodická, primitívna perióda 2π .



Funkcia $f: y = \cos x, x \in \mathbb{R}$.

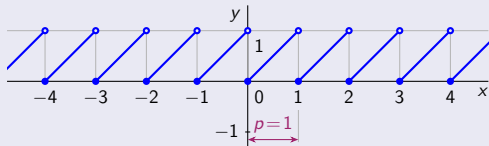
- f je párna.
- f je periodická, primitívna perióda 2π .



Vlastnosti funkcií II – Príklady

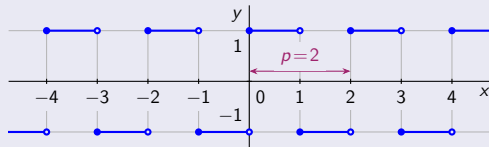
Funkcia $f: y = x - [x], x \in \mathbb{R}$.

- f nie je párna a nie je nepárna.
- f je periodická, primitívna perióda $p = 1$.



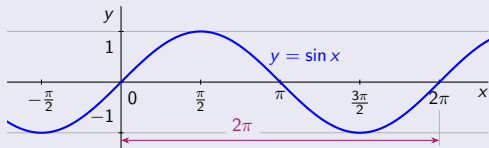
Funkcia $f: y = (-1)^{[x]}, x \in \mathbb{R}$.

- f nie je párna a nie je nepárna.
- f je periodická, primitívna perióda $p = 2$.



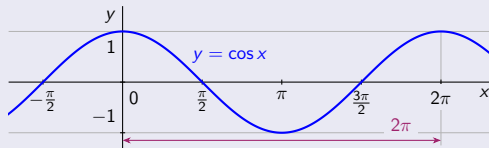
Funkcia $f: y = \sin x, x \in \mathbb{R}$.

- f je nepárna.
- f je periodická, primitívna perióda 2π .



Funkcia $f: y = \cos x, x \in \mathbb{R}$.

- f je párna.
- f je periodická, primitívna perióda 2π .



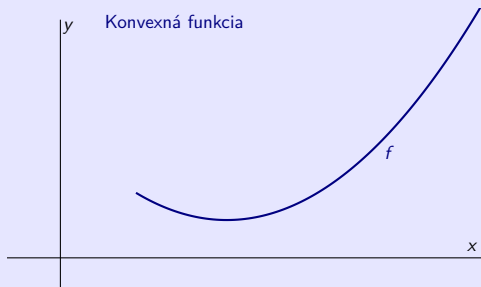
Vlastnosti funkcií II – Konvexnosť a konkávnosť na intervale

Funkcia $f: y = f(x), x \in D(f)$, sa nazýva **na intervale** $I \subset D(f)$:

Vlastnosti funkcií II – Konvexnosť a konkávnosť na intervale

Funkcia $f: y = f(x)$, $x \in D(f)$, sa nazýva **na intervale** $I \subset D(f)$:

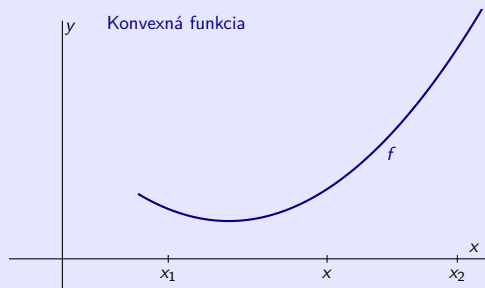
- Konvexná,
- Rýdzo (ostro) konvexná,



Vlastnosti funkcií II – Konvexnosť a konkávnosť na intervale

Funkcia $f: y = f(x)$, $x \in D(f)$, sa nazýva **na intervale** $I \subset D(f)$:

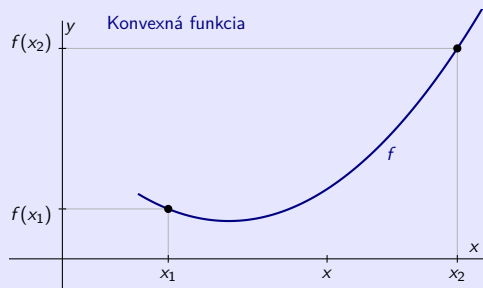
- **Konvexná,** $\left. \vphantom{\begin{matrix} \bullet \\ \bullet \end{matrix}} \right\}$ ak pre všetky $x, x_1, x_2 \in I$,
- **Rýdzo (ostro) konvexná,** $\left. \vphantom{\begin{matrix} \bullet \\ \bullet \end{matrix}} \right\}$ ak pre všetky $x, x_1, x_2 \in I$,



Vlastnosti funkcií II – Konvexnosť a konkávnosť na intervale

Funkcia $f: y = f(x)$, $x \in D(f)$, sa nazýva **na intervale** $I \subset D(f)$:

- **Konvexná,** $\left. \vphantom{\begin{matrix} \bullet \\ \bullet \end{matrix}} \right\}$ ak pre všetky $x, x_1, x_2 \in I$, $x_1 < x < x_2$
- **Rýdzo (ostro) konvexná,** $\left. \vphantom{\begin{matrix} \bullet \\ \bullet \end{matrix}} \right\}$ ak pre všetky $x, x_1, x_2 \in I$, $x_1 < x < x_2$

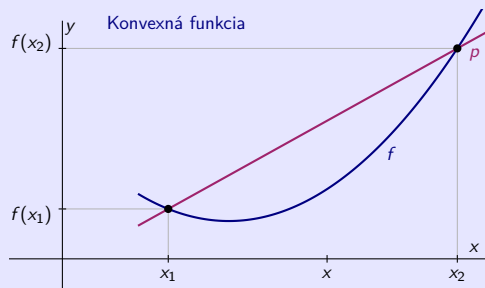


Vlastnosti funkcií II – Konvexnosť a konkávnosť na intervale

Funkcia $f: y = f(x)$, $x \in D(f)$, sa nazýva **na intervale** $I \subset D(f)$:

- **Konvexná,** $\left. \begin{array}{l} \end{array} \right\} \text{ak pre všetky } x, x_1, x_2 \in I, x_1 < x < x_2 \text{ platí}$
- **Rýdzo (ostro) konvexná,** $\left. \begin{array}{l} \end{array} \right\} \text{ak pre všetky } x, x_1, x_2 \in I, x_1 < x < x_2 \text{ platí}$

[Priamka p spája body $[x_1; f(x_1)]$, $[x_2; f(x_2)]$.]



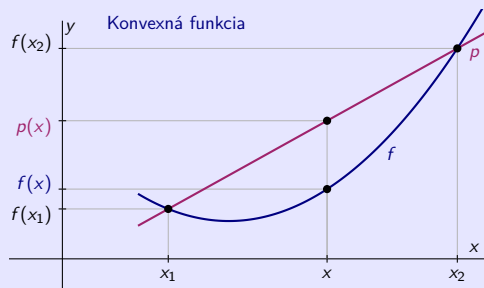
Vlastnosti funkcií II – Konvexnosť a konkávnosť na intervale

Funkcia $f: y = f(x)$, $x \in D(f)$, sa nazýva **na intervale** $I \subset D(f)$:

- **Konvexná,** $\left\{ \begin{array}{l} \text{ak pre všetky } x, x_1, x_2 \in I, x_1 < x < x_2 \text{ platí} \end{array} \right\} \left\{ f(x) \leq p(x) \right\}.$
- **Rýdzo (ostro) konvexná,** $\left\{ \begin{array}{l} \text{ak pre všetky } x, x_1, x_2 \in I, x_1 < x < x_2 \text{ platí} \end{array} \right\} \left\{ f(x) < p(x) \right\}.$

$$p(x) = f(x_1) \frac{x_2 - x}{x_2 - x_1} + f(x_2) \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}.$$

[Priamka p spája body $[x_1; f(x_1)]$, $[x_2; f(x_2)]$.]



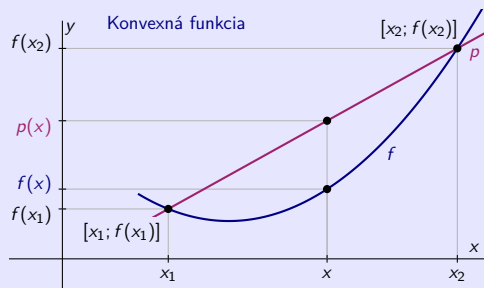
Vlastnosti funkcií II – Konvexnosť a konkávnosť na intervale

Funkcia $f: y = f(x)$, $x \in D(f)$, sa nazýva **na intervale** $I \subset D(f)$:

- **Konvexná,** $\left\{ \begin{array}{l} \text{ak pre všetky } x, x_1, x_2 \in I, x_1 < x < x_2 \text{ platí} \end{array} \right\} \left\{ f(x) \leq p(x) \right\}.$
- **Rýdzo (ostro) konvexná,** $\left\{ \begin{array}{l} \text{ak pre všetky } x, x_1, x_2 \in I, x_1 < x < x_2 \text{ platí} \end{array} \right\} \left\{ f(x) < p(x) \right\}.$

$$p(x) = f(x_1) \frac{x_2 - x}{x_2 - x_1} + f(x_2) \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}.$$

[Priamka p spája body $[x_1; f(x_1)]$, $[x_2; f(x_2)]$.]



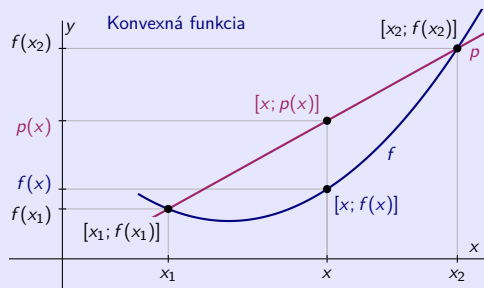
Vlastnosti funkcií II – Konvexnosť a konkávnosť na intervale

Funkcia $f: y = f(x)$, $x \in D(f)$, sa nazýva **na intervale** $I \subset D(f)$:

- **Konvexná,** $\left\{ \begin{array}{l} \text{ak pre všetky } x, x_1, x_2 \in I, x_1 < x < x_2 \text{ platí} \end{array} \right\} \left\{ f(x) \leq p(x) \right\}.$
- **Rýdzo (ostro) konvexná,** $\left\{ \begin{array}{l} \text{ak pre všetky } x, x_1, x_2 \in I, x_1 < x < x_2 \text{ platí} \end{array} \right\} \left\{ f(x) < p(x) \right\}.$

$$p(x) = f(x_1) \frac{x_2 - x}{x_2 - x_1} + f(x_2) \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}.$$

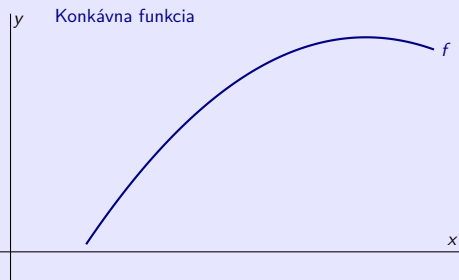
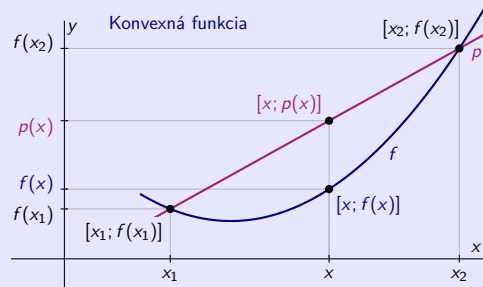
[Priamka p spája body $[x_1; f(x_1)]$, $[x_2; f(x_2)]$.]



Vlastnosti funkcií II – Konvexnosť a konkávnosť na intervale

Funkcia $f: y = f(x)$, $x \in D(f)$, sa nazýva **na intervale** $I \subset D(f)$:

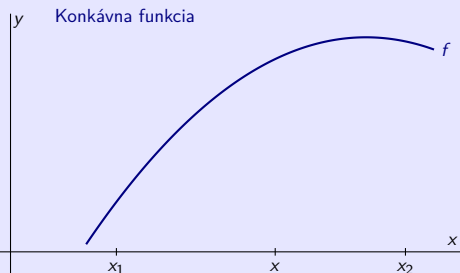
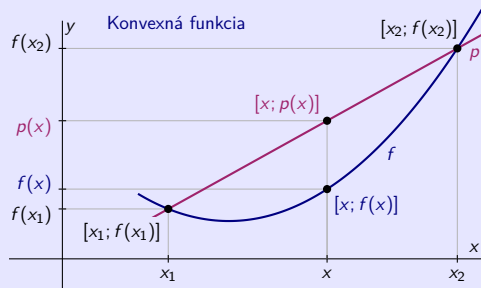
- Konkávna,
- Rýdzo (ostro) konkávna,



Vlastnosti funkcií II – Konvexnosť a konkávnosť na intervale

Funkcia $f: y = f(x)$, $x \in D(f)$, sa nazýva **na intervale** $I \subset D(f)$:

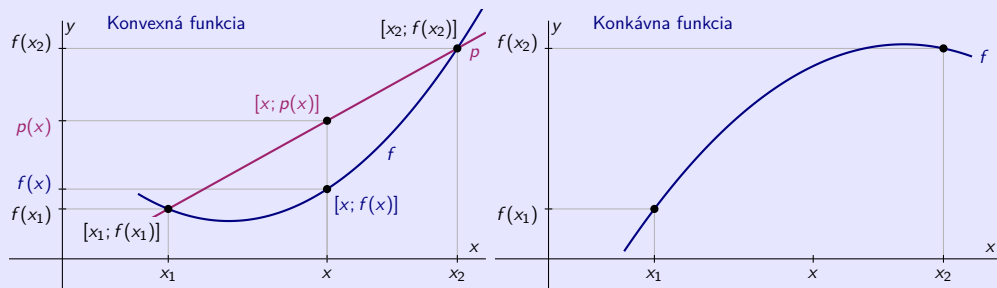
- **Konkávna**, $\left. \vphantom{\begin{matrix} \bullet \\ \bullet \end{matrix}} \right\}$ ak pre všetky $x, x_1, x_2 \in I$,
- **Rýdzo (ostro) konkávna**, $\left. \vphantom{\begin{matrix} \bullet \\ \bullet \end{matrix}} \right\}$ ak pre všetky $x, x_1, x_2 \in I$,



Vlastnosti funkcií II – Konvexnosť a konkávnosť na intervale

Funkcia $f: y = f(x)$, $x \in D(f)$, sa nazýva **na intervale** $I \subset D(f)$:

- **Konkávna,** $\left. \vphantom{\begin{matrix} \bullet \\ \bullet \end{matrix}} \right\}$ ak pre všetky $x, x_1, x_2 \in I$, $x_1 < x < x_2$
- **Rýdzo (ostro) konkávna,** $\left. \vphantom{\begin{matrix} \bullet \\ \bullet \end{matrix}} \right\}$ ak pre všetky $x, x_1, x_2 \in I$, $x_1 < x < x_2$

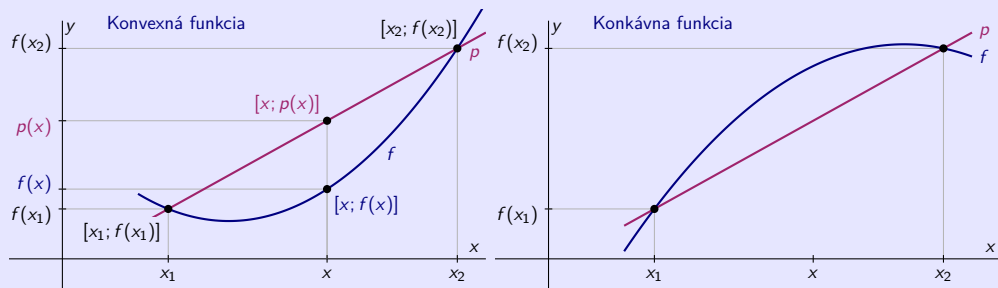


Vlastnosti funkcií II – Konvexnosť a konkávnosť na intervale

Funkcia $f: y = f(x)$, $x \in D(f)$, sa nazýva **na intervale** $I \subset D(f)$:

- **Konkávna**, $\left. \vphantom{\begin{matrix} \bullet \\ \bullet \end{matrix}} \right\}$ ak pre všetky $x, x_1, x_2 \in I$, $x_1 < x < x_2$ platí
- **Rýdzo (ostro) konkávna**, $\left. \vphantom{\begin{matrix} \bullet \\ \bullet \end{matrix}} \right\}$ ak pre všetky $x, x_1, x_2 \in I$, $x_1 < x < x_2$ platí

[Priamka p spája body $[x_1; f(x_1)]$, $[x_2; f(x_2)]$.]



Vlastnosti funkcií II – Konvexnosť a konkávnosť na intervale

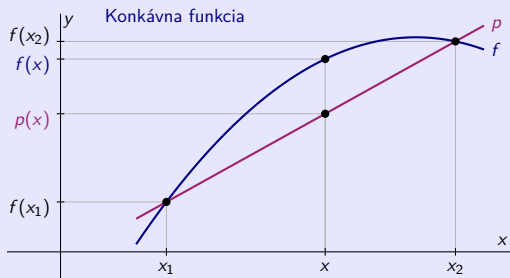
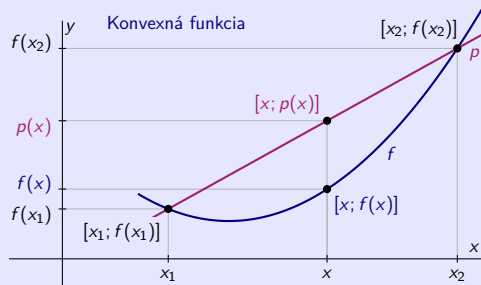
Funkcia $f: y = f(x)$, $x \in D(f)$, sa nazýva **na intervale** $I \subset D(f)$:

• **Konkávna**, $\left\{ \begin{array}{l} \text{ak pre všetky } x, x_1, x_2 \in I, x_1 < x < x_2 \text{ platí} \\ f(x) \geq p(x). \end{array} \right.$

• **Rýdzo (ostro) konkávna**, $\left\{ \begin{array}{l} \text{ak pre všetky } x, x_1, x_2 \in I, x_1 < x < x_2 \text{ platí} \\ f(x) > p(x). \end{array} \right.$

$$p(x) = f(x_1) \frac{x_2 - x}{x_2 - x_1} + f(x_2) \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}.$$

[Priamka p spája body $[x_1; f(x_1)]$, $[x_2; f(x_2)]$.]



Vlastnosti funkcií II – Konvexnosť a konkávnosť na intervale

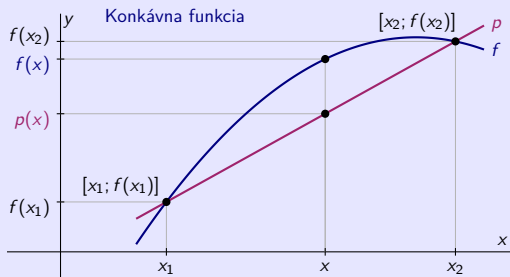
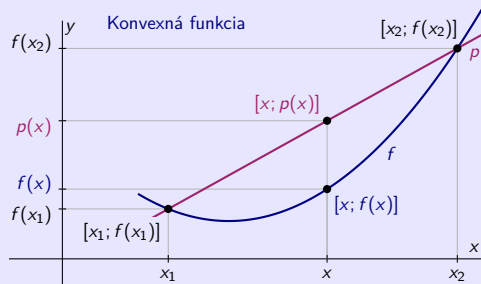
Funkcia $f: y = f(x)$, $x \in D(f)$, sa nazýva **na intervale** $I \subset D(f)$:

• **Konkávna**, $\left\{ \begin{array}{l} \text{ak pre všetky } x, x_1, x_2 \in I, x_1 < x < x_2 \text{ platí} \\ f(x) \geq p(x). \end{array} \right.$

• **Rýdzo (ostro) konkávna**, $\left\{ \begin{array}{l} \text{ak pre všetky } x, x_1, x_2 \in I, x_1 < x < x_2 \text{ platí} \\ f(x) > p(x). \end{array} \right.$

$$p(x) = f(x_1) \frac{x_2 - x}{x_2 - x_1} + f(x_2) \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}.$$

[Priamka p spája body $[x_1; f(x_1)]$, $[x_2; f(x_2)]$.]



Vlastnosti funkcií II – Konvexnosť a konkávnosť na intervale

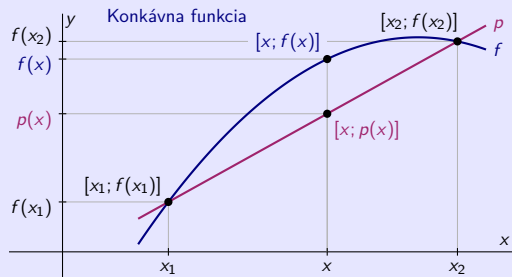
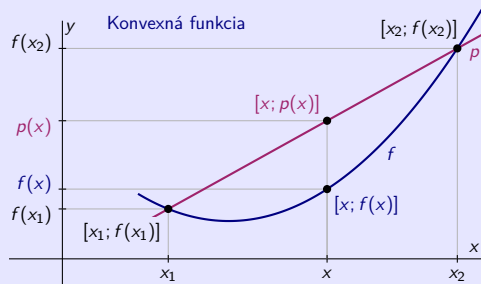
Funkcia $f: y = f(x)$, $x \in D(f)$, sa nazýva **na intervale** $I \subset D(f)$:

• **Konkávna**, $\left\{ \begin{array}{l} \text{ak pre všetky } x, x_1, x_2 \in I, x_1 < x < x_2 \text{ platí} \\ f(x) \geq p(x). \end{array} \right.$

• **Rýdzo (ostro) konkávna**, $\left\{ \begin{array}{l} \text{ak pre všetky } x, x_1, x_2 \in I, x_1 < x < x_2 \text{ platí} \\ f(x) > p(x). \end{array} \right.$

$$p(x) = f(x_1) \frac{x_2 - x}{x_2 - x_1} + f(x_2) \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$$

[Priamka p spája body $[x_1; f(x_1)]$, $[x_2; f(x_2)]$.]



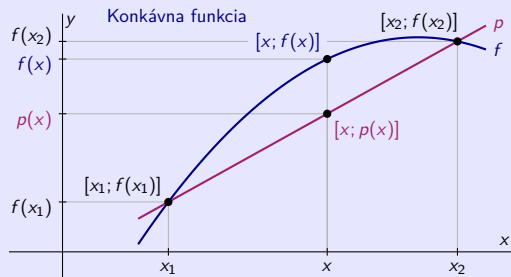
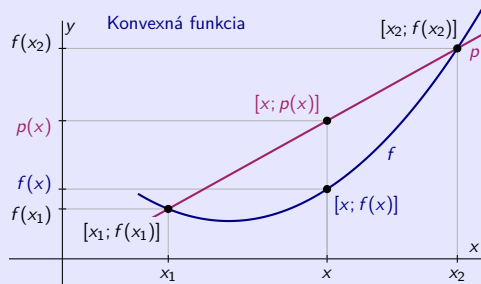
Vlastnosti funkcií II – Konvexnosť a konkávnosť na intervale

Funkcia $f: y = f(x)$, $x \in D(f)$, sa nazýva **na intervale** $I \subset D(f)$:

- Konvexná,
 - Konkávna,
- ak pre všetky $x, x_1, x_2 \in I$, $x_1 < x < x_2$ platí $\begin{cases} f(x) \leq p(x). \\ f(x) \geq p(x). \end{cases}$
- Rýdzo (ostro) konvexná,
 - Rýdzo (ostro) konkávna,
- ak pre všetky $x, x_1, x_2 \in I$, $x_1 < x < x_2$ platí $\begin{cases} f(x) < p(x). \\ f(x) > p(x). \end{cases}$

$$p(x) = f(x_1) \frac{x_2 - x}{x_2 - x_1} + f(x_2) \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}.$$

[Priamka p spája body $[x_1; f(x_1)]$, $[x_2; f(x_2)]$.]



Vlastnosti funkcií II – Konvexnosť a konkávnosť na intervale

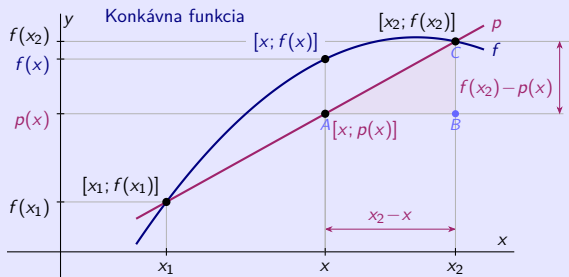
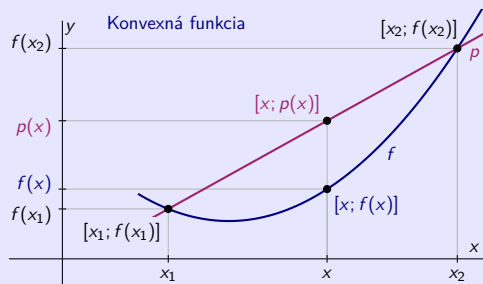
Funkcia $f: y = f(x)$, $x \in D(f)$, sa nazýva **na intervale** $I \subset D(f)$:

- Konvexná,
 - Konkávna,
- ak pre všetky $x, x_1, x_2 \in I$, $x_1 < x < x_2$ platí
- $$\begin{cases} f(x) \leq p(x). \\ f(x) \geq p(x). \end{cases}$$
-
- Rýdzo (ostro) konvexná,
 - Rýdzo (ostro) konkávna,
- ak pre všetky $x, x_1, x_2 \in I$, $x_1 < x < x_2$ platí
- $$\begin{cases} f(x) < p(x). \\ f(x) > p(x). \end{cases}$$

• Trojuholníky ABC ,

$$|BC| : |AB| = \frac{f(x_2) - p(x)}{x_2 - x}$$

[Priamka p spája body $[x_1; f(x_1)]$, $[x_2; f(x_2)]$.]



Vlastnosti funkcií II – Konvexnosť a konkávnosť na intervale

Funkcia $f: y = f(x)$, $x \in D(f)$, sa nazýva **na intervale** $I \subset D(f)$:

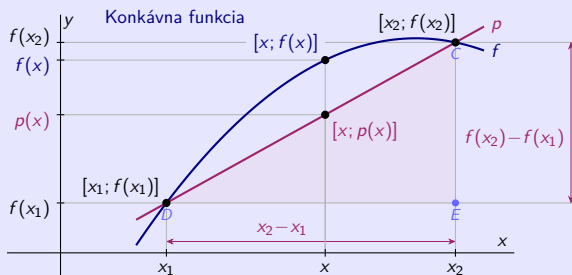
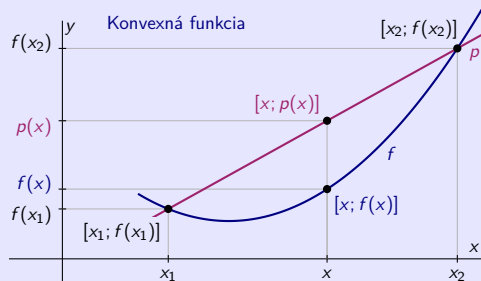
- Konvexná,
 - Konkávna,
- ak pre všetky $x, x_1, x_2 \in I$, $x_1 < x < x_2$ platí $\begin{cases} f(x) \leq p(x). \\ f(x) \geq p(x). \end{cases}$
- Rýdzo (ostro) konvexná,
 - Rýdzo (ostro) konkávna,
- ak pre všetky $x, x_1, x_2 \in I$, $x_1 < x < x_2$ platí $\begin{cases} f(x) < p(x). \\ f(x) > p(x). \end{cases}$

• Trojuholníky ABC , DEC

$$|BC| : |AB| = \frac{f(x_2) - p(x)}{x_2 - x}$$

$$|EC| : |DE| = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$$

[Priamka p spája body $[x_1; f(x_1)]$, $[x_2; f(x_2)]$.]



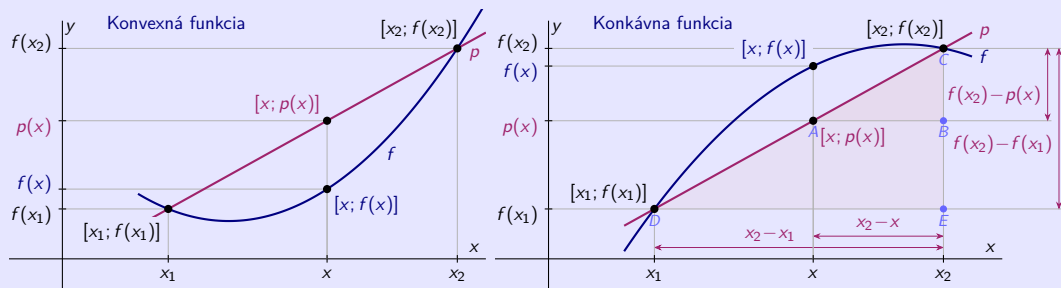
Vlastnosti funkcií II – Konvexnosť a konkávnosť na intervale

Funkcia $f: y = f(x)$, $x \in D(f)$, sa nazýva **na intervale** $I \subset D(f)$:

- Konvexná,
 - Konkávna,
- $$\left. \begin{array}{l} \text{• Konvexná,} \\ \text{• Konkávna,} \end{array} \right\} \text{ ak pre všetky } x, x_1, x_2 \in I, x_1 < x < x_2 \text{ platí } \begin{cases} f(x) \leq p(x). \\ f(x) \geq p(x). \end{cases}$$
-
- Rýdzo (ostro) konvexná,
 - Rýdzo (ostro) konkávna,
- $$\left. \begin{array}{l} \text{• Rýdzo (ostro) konvexná,} \\ \text{• Rýdzo (ostro) konkávna,} \end{array} \right\} \text{ ak pre všetky } x, x_1, x_2 \in I, x_1 < x < x_2 \text{ platí } \begin{cases} f(x) < p(x). \\ f(x) > p(x). \end{cases}$$

• Trojuholníky ABC , DEC sú podobné: $|BC| : |AB| = \frac{f(x_2) - p(x)}{x_2 - x} = |EC| : |DE| = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$.

[Priamka p spája body $[x_1; f(x_1)]$, $[x_2; f(x_2)]$.]



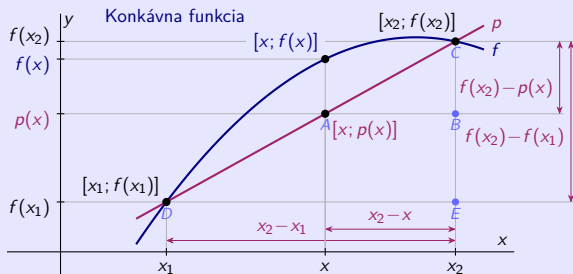
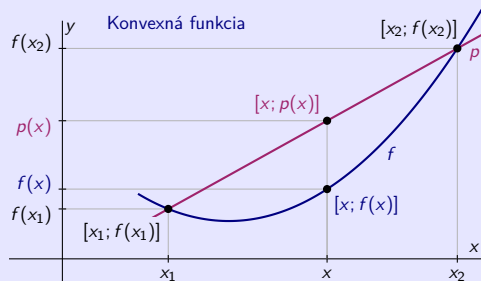
Vlastnosti funkcií II – Konvexnosť a konkávnosť na intervale

Funkcia $f: y = f(x)$, $x \in D(f)$, sa nazýva **na intervale** $I \subset D(f)$:

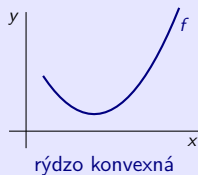
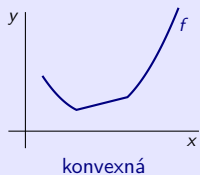
- Konvexná,
 - Konkávna,
- $$\left. \begin{array}{l} \text{ak pre všetky } x, x_1, x_2 \in I, x_1 < x < x_2 \text{ platí} \end{array} \right\} \begin{cases} f(x) \leq p(x). \\ f(x) \geq p(x). \end{cases}$$
-
- Rýdzo (ostro) konvexná,
 - Rýdzo (ostro) konkávna,
- $$\left. \begin{array}{l} \text{ak pre všetky } x, x_1, x_2 \in I, x_1 < x < x_2 \text{ platí} \end{array} \right\} \begin{cases} f(x) < p(x). \\ f(x) > p(x). \end{cases}$$

• Trojuholníky ABC , DEC sú podobné: $|BC| : |AB| = \frac{f(x_2) - p(x)}{x_2 - x} = |EC| : |DE| = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$. $\Rightarrow$ • $p(x) = f(x_1) \frac{x_2 - x}{x_2 - x_1} + f(x_2) \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$.

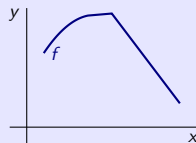
[Priamka p spája body $[x_1; f(x_1)]$, $[x_2; f(x_2)]$.]



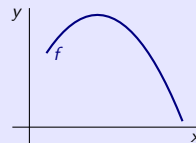
Vlastnosti funkcií II – Konvexnosť a konkávnosť v bode



Vlastnosti funkcií II – Konvexnosť a konkávnosť v bode

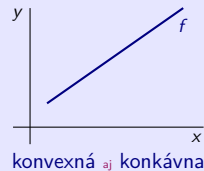


konkávna

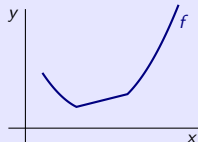


rýdzo konkávna

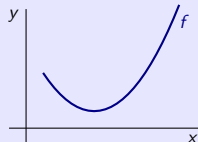
Vlastnosti funkcií II – Konvexnosť a konkávnosť v bode



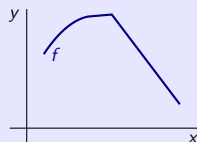
Vlastnosti funkcií II – Konvexnosť a konkávnosť v bode



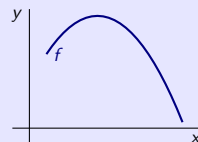
konvexná



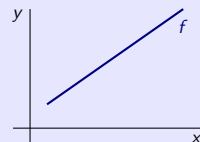
rýdzo konvexná



konkávna



rýdzo konkávna

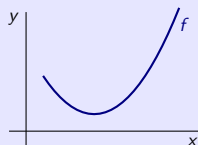


konvexná aj konkávna

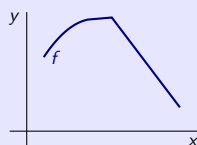
Vlastnosti funkcií II – Konvexnosť a konkávnosť v bode



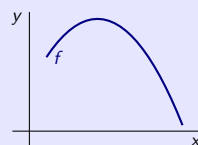
konvexná



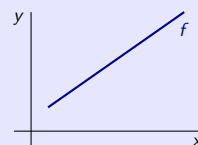
rýdzo konvexná



konkávna



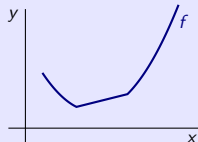
rýdzo konkávna



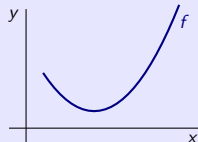
konvexná aj konkávna

Funkcia $f: y = f(x)$, $x \in D(f)$ je na intervale $I \subset D(f)$:

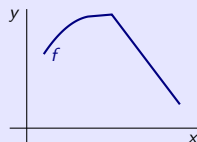
Vlastnosti funkcií II – Konvexnosť a konkávnosť v bode



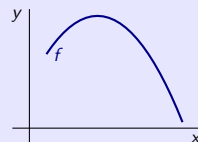
konvexná



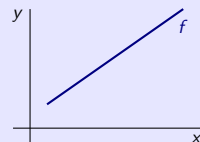
rýdzo konvexná



konkávna



rýdzo konkávna



konvexná aj konkávna

Funkcia $f: y = f(x)$, $x \in D(f)$ je na intervale $I \subset D(f)$:

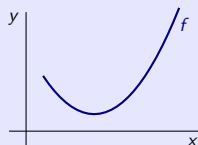
- Konvexná.

- Konkávna.

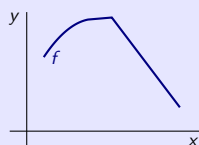
Vlastnosti funkcií II – Konvexnosť a konkávnosť v bode



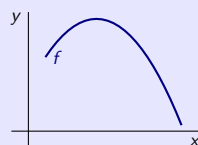
konvexná



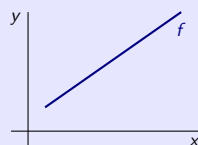
rýdzo konvexná



konkávna



rýdzo konkávna



konvexná aj konkávna

Funkcia $f: y = f(x)$, $x \in D(f)$ je na intervale $I \subset D(f)$:

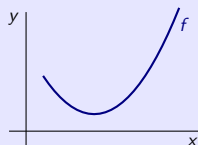
• Konvexná. $\Leftrightarrow$ • Pre všetky $x_1, x_2 \in I$, $x_1 \neq x_2$, $p \in (0; 1)$, $q = 1 - p$

• Konkávna. $\Leftrightarrow$ • Pre všetky $x_1, x_2 \in I$, $x_1 \neq x_2$, $p \in (0; 1)$, $q = 1 - p$

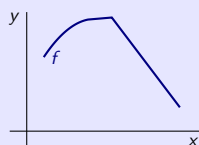
Vlastnosti funkcií II – Konvexnosť a konkávnosť v bode



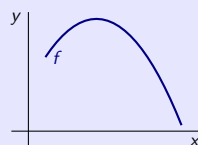
konvexná



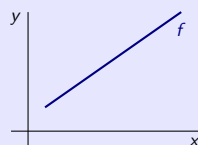
rýdzo konvexná



konkávna



rýdzo konkávna



konvexná aj konkávna

Funkcia $f: y = f(x)$, $x \in D(f)$ je na intervale $I \subset D(f)$:

- Konvexná. $\Leftrightarrow$ • Pre všetky $x_1, x_2 \in I$, $x_1 \neq x_2$, $p \in (0; 1)$, $q = 1 - p$

$$\text{platí } f(px_1 + qx_2) \leq pf(x_1) + qf(x_2).$$

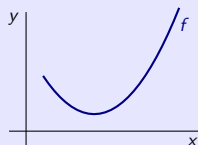
- Konkávna. $\Leftrightarrow$ • Pre všetky $x_1, x_2 \in I$, $x_1 \neq x_2$, $p \in (0; 1)$, $q = 1 - p$

$$\text{platí } f(px_1 + qx_2) \geq pf(x_1) + qf(x_2).$$

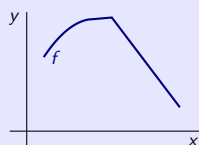
Vlastnosti funkcií II – Konvexnosť a konkávnosť v bode



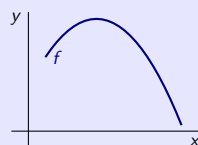
konvexná



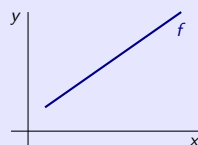
rýdzo konvexná



konkávna



rýdzo konkávna



konvexná aj konkávna

Funkcia $f: y = f(x)$, $x \in D(f)$ je na intervale $I \subset D(f)$:

- Konvexná. $\Leftrightarrow$ • Pre všetky $x_1, x_2 \in I$, $x_1 \neq x_2$, $p \in (0; 1)$, $q = 1 - p$

$$\text{platí } f(px_1 + qx_2) \leq pf(x_1) + qf(x_2).$$

- Konkávna. $\Leftrightarrow$ • Pre všetky $x_1, x_2 \in I$, $x_1 \neq x_2$, $p \in (0; 1)$, $q = 1 - p$

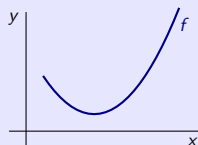
$$\text{platí } f(px_1 + qx_2) \geq pf(x_1) + qf(x_2).$$

Funkcia $f: y = f(x)$, $x \in D(f)$ sa nazýva **v bode** $c \in D(f)$:

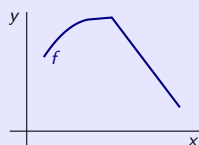
Vlastnosti funkcií II – Konvexnosť a konkávnosť v bode



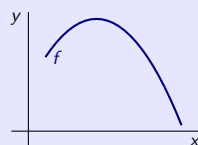
konvexná



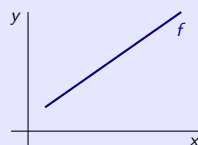
rýdzo konvexná



konkávna



rýdzo konkávna



konvexná aj konkávna

Funkcia $f: y = f(x)$, $x \in D(f)$ je na intervale $I \subset D(f)$:

- Konvexná. $\Leftrightarrow$ • Pre všetky $x_1, x_2 \in I$, $x_1 \neq x_2$, $p \in (0; 1)$, $q = 1 - p$

$$\text{platí } f(px_1 + qx_2) \leq pf(x_1) + qf(x_2).$$

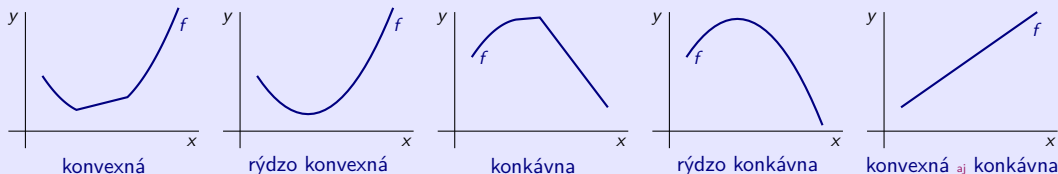
- Konkávna. $\Leftrightarrow$ • Pre všetky $x_1, x_2 \in I$, $x_1 \neq x_2$, $p \in (0; 1)$, $q = 1 - p$

$$\text{platí } f(px_1 + qx_2) \geq pf(x_1) + qf(x_2).$$

Funkcia $f: y = f(x)$, $x \in D(f)$ sa nazýva **v bode** $c \in D(f)$:

- Rýdzo konvexná,
- Rýdzo konkávna,

Vlastnosti funkcií II – Konvexnosť a konkávnosť v bode



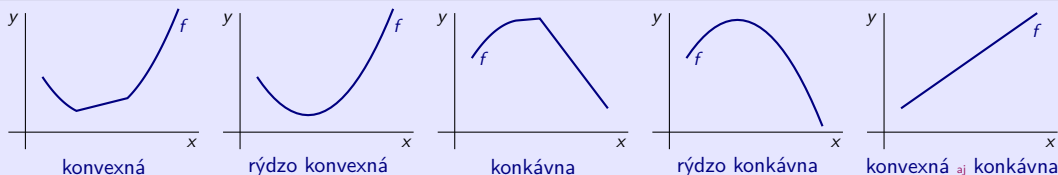
Funkcia $f: y = f(x)$, $x \in D(f)$ je na intervale $I \subset D(f)$:

- Konvexná. $\Leftrightarrow$ • Pre všetky $x_1, x_2 \in I$, $x_1 \neq x_2$, $p \in (0; 1)$, $q = 1 - p$
 $\text{platí } f(px_1 + qx_2) \leq pf(x_1) + qf(x_2).$
- Konkávna. $\Leftrightarrow$ • Pre všetky $x_1, x_2 \in I$, $x_1 \neq x_2$, $p \in (0; 1)$, $q = 1 - p$
 $\text{platí } f(px_1 + qx_2) \geq pf(x_1) + qf(x_2).$

Funkcia $f: y = f(x)$, $x \in D(f)$ sa nazýva **v bode** $c \in D(f)$:

- Rýdzo konvexná,
 - Rýdzo konkávna,
- } ak existuje okolie $O(c)$, v ktorom je funkcia f

Vlastnosti funkcií II – Konvexnosť a konkávnosť v bode



Funkcia $f: y = f(x)$, $x \in D(f)$ je na intervale $I \subset D(f)$:

- Konvexná. $\Leftrightarrow$ • Pre všetky $x_1, x_2 \in I$, $x_1 \neq x_2$, $p \in (0; 1)$, $q = 1 - p$
 $\text{platí } f(px_1 + qx_2) \leq pf(x_1) + qf(x_2).$
- Konkávna. $\Leftrightarrow$ • Pre všetky $x_1, x_2 \in I$, $x_1 \neq x_2$, $p \in (0; 1)$, $q = 1 - p$
 $\text{platí } f(px_1 + qx_2) \geq pf(x_1) + qf(x_2).$

Funkcia $f: y = f(x)$, $x \in D(f)$ sa nazýva **v bode** $c \in D(f)$:

- Rýdzo konvexná,
 - Rýdzo konkávna,
- ak existuje okolie $O(c)$, v ktorom je funkcia f $\begin{cases} \text{rýdzo konvexná.} \\ \text{rýdzo konkávna.} \end{cases}$

Vlastnosti funkcií II – Inflexný bod a príklady

Funkcia $f: y = f(x)$, $x \in D(f)$, bod $c \in D(f)$.

Vlastnosti funkcií II – Inflexný bod a príklady

Funkcia $f: y = f(x)$, $x \in D(f)$, bod $c \in D(f)$.

Funkcia f má inflexiu v bode c (bod c sa nazýva inflexný),

Vlastnosti funkcií II – Inflexný bod a príklady

Funkcia $f: y = f(x)$, $x \in D(f)$, bod $c \in D(f)$.

Funkcia f má inflexiu v bode c (bod c sa nazýva inflexný), ak existuje okolie $O(c)$,

Vlastnosti funkcií II – Inflexný bod a príklady

Funkcia $f: y = f(x)$, $x \in D(f)$, bod $c \in D(f)$.

Funkcia f má inflexiu v bode c (bod c sa nazýva inflexný), ak existuje okolie $O(c)$, také, že

- v intervale $O^-(c)$ je f rýdzo konvexná a v intervale $O^+(c)$ je f rýdzo konkávna,

[V bode c sa mení rýdza konvexnosť na rýdzu konkávnosť,

Vlastnosti funkcií II – Inflexný bod a príklady

Funkcia $f: y = f(x)$, $x \in D(f)$, bod $c \in D(f)$.

Funkcia f má **inflexiu** v bode c (bod c sa nazýva **inflexný**), ak existuje okolie $O(c)$, také, že

- v intervale $O^-(c)$ je f rýdzo konvexná a v intervale $O^+(c)$ je f rýdzo konkávna,
- resp. • v intervale $O^-(c)$ je f rýdzo konkávna a v intervale $O^+(c)$ je f rýdzo konvexná.

[V bode c sa mení rýdza konvexnosť na rýdzu konkávnosť, resp. sa mení rýdza konkávnosť na rýdzu konvexnosť.]

Vlastnosti funkcií II – Inflexný bod a príklady

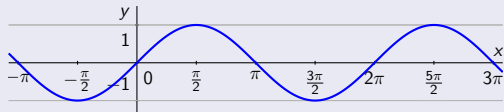
Funkcia $f: y = f(x)$, $x \in D(f)$, bod $c \in D(f)$.

Funkcia f má **inflexiu** v bode c (bod c sa nazýva **inflexný**), ak existuje okolie $O(c)$, také, že

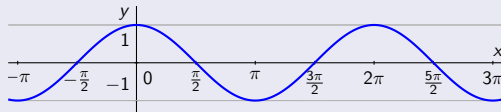
- v intervale $O^-(c)$ je f rýdzo konvexná a v intervale $O^+(c)$ je f rýdzo konkávna,
- resp. • v intervale $O^-(c)$ je f rýdzo konkávna a v intervale $O^+(c)$ je f rýdzo konvexná.

[V bode c sa mení rýdza konvexnosť na rýdzu konkávnosť, resp. sa mení rýdza konkávnosť na rýdzu konvexnosť.]

Funkcia $f: y = \sin x$, $x \in \mathbb{R}$.



Funkcia $f: y = \cos x$, $x \in \mathbb{R}$.



Vlastnosti funkcií II – Inflexný bod a príklady

Funkcia $f: y = f(x)$, $x \in D(f)$, bod $c \in D(f)$.

Funkcia f má **inflexiu** v bode c (bod c sa nazýva **inflexný**), ak existuje okolie $O(c)$, také, že

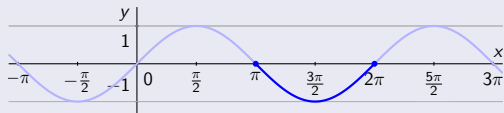
- v intervale $O^-(c)$ je f rýdzo konvexná a v intervale $O^+(c)$ je f rýdzo konkávna,
- resp. • v intervale $O^-(c)$ je f rýdzo konkávna a v intervale $O^+(c)$ je f rýdzo konvexná.

[V bode c sa mení rýdza konvexnosť na rýdzu konkávnosť, resp. sa mení rýdza konkávnosť na rýdzu konvexnosť.]

Funkcia $f: y = \sin x$, $x \in \mathbb{R}$.

- f je rýdzo konvexná

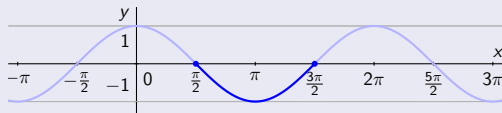
na intervale $\langle \pi; 2\pi \rangle$.



Funkcia $f: y = \cos x$, $x \in \mathbb{R}$.

- f je rýdzo konvexná

na intervale $\langle \frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2} \rangle$.



Vlastnosti funkcií II – Inflexný bod a príklady

Funkcia $f: y = f(x)$, $x \in D(f)$, bod $c \in D(f)$.

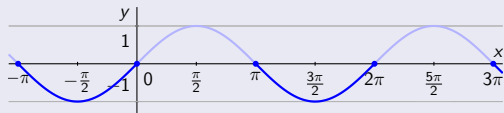
Funkcia f má **inflexiu** v bode c (bod c sa nazýva **inflexný**), ak existuje okolie $O(c)$, také, že

- v intervale $O^-(c)$ je f rýdzo konvexná a v intervale $O^+(c)$ je f rýdzo konkávna,
- resp. • v intervale $O^-(c)$ je f rýdzo konkávna a v intervale $O^+(c)$ je f rýdzo konvexná.

[V bode c sa mení rýdza konvexnosť na rýdzu konkávnosť, resp. sa mení rýdza konkávnosť na rýdzu konvexnosť.]

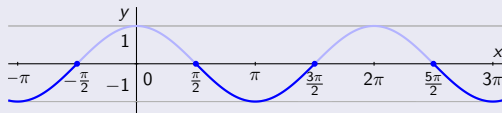
Funkcia $f: y = \sin x$, $x \in \mathbb{R}$.

- f je rýdzo konvexná
na intervaloch $\langle \pi + 2k\pi; 2\pi + 2k\pi \rangle$, $k \in \mathbb{Z}$.



Funkcia $f: y = \cos x$, $x \in \mathbb{R}$.

- f je rýdzo konvexná
na intervaloch $\langle \frac{3\pi}{2} + 2k\pi; \frac{\pi}{2} + 2k\pi \rangle$, $k \in \mathbb{Z}$.



Vlastnosti funkcií II – Inflexný bod a príklady

Funkcia $f: y = f(x)$, $x \in D(f)$, bod $c \in D(f)$.

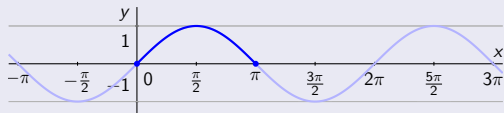
Funkcia f má **inflexiu** v bode c (bod c sa nazýva **inflexný**), ak existuje okolie $O(c)$, také, že

- v intervale $O^-(c)$ je f rýdzo konvexná a v intervale $O^+(c)$ je f rýdzo konkávna,
- resp. • v intervale $O^-(c)$ je f rýdzo konkávna a v intervale $O^+(c)$ je f rýdzo konvexná.

[V bode c sa mení rýdza konvexnosť na rýdzu konkávnosť, resp. sa mení rýdza konkávnosť na rýdzu konvexnosť.]

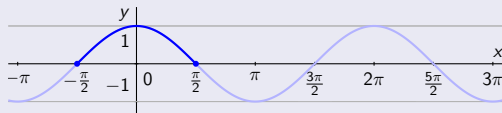
Funkcia $f: y = \sin x$, $x \in \mathbb{R}$.

- f je rýdzo konvexná
na intervaloch $\langle \pi + 2k\pi; 2\pi + 2k\pi \rangle$, $k \in \mathbb{Z}$.
- f je rýdzo konkávna
na intervale $\langle 0; \pi \rangle$.



Funkcia $f: y = \cos x$, $x \in \mathbb{R}$.

- f je rýdzo konvexná
na intervaloch $\langle \frac{3\pi}{2} + 2k\pi; \frac{\pi}{2} + 2k\pi \rangle$, $k \in \mathbb{Z}$.
- f je rýdzo konkávna
na intervale $\langle -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \rangle$.



Vlastnosti funkcií II – Inflexný bod a príklady

Funkcia $f: y = f(x)$, $x \in D(f)$, bod $c \in D(f)$.

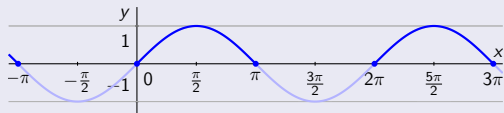
Funkcia f má **inflexiu** v bode c (bod c sa nazýva **inflexný**), ak existuje okolie $O(c)$, také, že

- v intervale $O^-(c)$ je f rýdzo konvexná a v intervale $O^+(c)$ je f rýdzo konkávna,
- resp. • v intervale $O^-(c)$ je f rýdzo konkávna a v intervale $O^+(c)$ je f rýdzo konvexná.

[V bode c sa mení rýdza konvexnosť na rýdzu konkávnosť, resp. sa mení rýdza konkávnosť na rýdzu konvexnosť.]

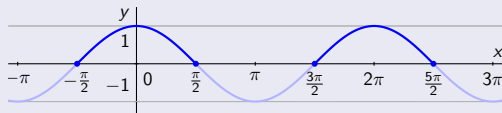
Funkcia $f: y = \sin x$, $x \in \mathbb{R}$.

- f je rýdzo konvexná
na intervaloch $\langle \pi + 2k\pi; 2\pi + 2k\pi \rangle$, $k \in \mathbb{Z}$.
- f je rýdzo konkávna
na intervaloch $\langle 0 + 2k\pi; \pi + 2k\pi \rangle$, $k \in \mathbb{Z}$.



Funkcia $f: y = \cos x$, $x \in \mathbb{R}$.

- f je rýdzo konvexná
na intervaloch $\langle \frac{3\pi}{2} + 2k\pi; \frac{\pi}{2} + 2k\pi \rangle$, $k \in \mathbb{Z}$.
- f je rýdzo konkávna
na intervaloch $\langle -\frac{\pi}{2} + 2k\pi; \frac{\pi}{2} + 2k\pi \rangle$, $k \in \mathbb{Z}$.



Vlastnosti funkcií II – Inflexný bod a príklady

Funkcia $f: y = f(x)$, $x \in D(f)$, bod $c \in D(f)$.

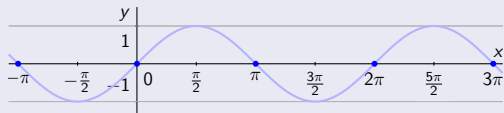
Funkcia f má **inflexiu** v bode c (bod c sa nazýva **inflexný**), ak existuje okolie $O(c)$, také, že

- v intervale $O^-(c)$ je f rýdzo konvexná a v intervale $O^+(c)$ je f rýdzo konkávna,
- resp. • v intervale $O^-(c)$ je f rýdzo konkávna a v intervale $O^+(c)$ je f rýdzo konvexná.

[V bode c sa mení rýdza konvexnosť na rýdzu konkávnosť, resp. sa mení rýdza konkávnosť na rýdzu konvexnosť.]

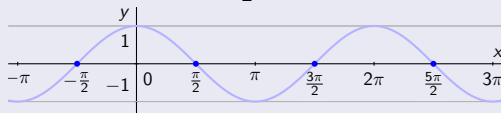
Funkcia $f: y = \sin x$, $x \in \mathbb{R}$.

- f je rýdzo konvexná
na intervaloch $\langle \pi + 2k\pi; 2\pi + 2k\pi \rangle$, $k \in \mathbb{Z}$.
- f je rýdzo konkávna
na intervaloch $\langle 0 + 2k\pi; \pi + 2k\pi \rangle$, $k \in \mathbb{Z}$.
- Inflexné body sú $0 + k\pi = k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.



Funkcia $f: y = \cos x$, $x \in \mathbb{R}$.

- f je rýdzo konvexná
na intervaloch $\langle \frac{3\pi}{2} + 2k\pi; \frac{\pi}{2} + 2k\pi \rangle$, $k \in \mathbb{Z}$.
- f je rýdzo konkávna
na intervaloch $\langle -\frac{\pi}{2} + 2k\pi; \frac{\pi}{2} + 2k\pi \rangle$, $k \in \mathbb{Z}$.
- Inflexné body sú $\frac{\pi}{2} + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.



Vlastnosti funkcií II – Inflexný bod a príklady

Funkcia $f: y = f(x)$, $x \in D(f)$, bod $c \in D(f)$.

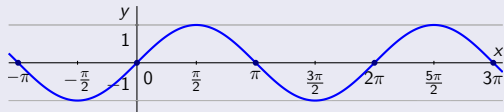
Funkcia f má **inflexiu** v bode c (bod c sa nazýva **inflexný**), ak existuje okolie $O(c)$, také, že

- v intervale $O^-(c)$ je f rýdzo konvexná a v intervale $O^+(c)$ je f rýdzo konkávna,
- resp. • v intervale $O^-(c)$ je f rýdzo konkávna a v intervale $O^+(c)$ je f rýdzo konvexná.

[V bode c sa mení rýdza konvexnosť na rýdzu konkávnosť, resp. sa mení rýdza konkávnosť na rýdzu konvexnosť.]

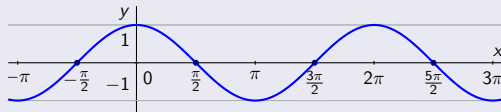
Funkcia $f: y = \sin x$, $x \in \mathbb{R}$.

- f je rýdzo konvexná
na intervaloch $\langle \pi + 2k\pi; 2\pi + 2k\pi \rangle$, $k \in \mathbb{Z}$.
- f je rýdzo konkávna
na intervaloch $\langle 0 + 2k\pi; \pi + 2k\pi \rangle$, $k \in \mathbb{Z}$.
- Inflexné body sú $0 + k\pi = k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.



Funkcia $f: y = \cos x$, $x \in \mathbb{R}$.

- f je rýdzo konvexná
na intervaloch $\langle \frac{3\pi}{2} + 2k\pi; \frac{\pi}{2} + 2k\pi \rangle$, $k \in \mathbb{Z}$.
- f je rýdzo konkávna
na intervaloch $\langle -\frac{\pi}{2} + 2k\pi; \frac{\pi}{2} + 2k\pi \rangle$, $k \in \mathbb{Z}$.
- Inflexné body sú $\frac{\pi}{2} + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.



Koniec 4. časti

Ďakujem za pozornosť.