

2. Ukázková písomka

1. Nech má združená hustota pravdepodobnosti náhodného vektora (X, Y) tvar

$$f_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} c(x + y^2) & \text{ak } 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1, \\ 0 & \text{ináč.} \end{cases}$$

Určte a) konštantu c ; b) marginálne hustoty pre X a Y ; c) združenú distribučnú funkciu (X, Y) .

2. Odhadnite pravdepodobnosť, s akou bude počet bodiek 1, ktoré padnú v 1000 nezávislých hodoch s nespravodlivou kockou, ak počet bodiek 1 : 2 : 3 : 4 : 5 : 6 padá v pomere 2 : 3 : 1 : 1 : 1 : 2, v intervale $\langle 140, 200 \rangle$.
3. Nech $(3, 2, 5, 3, 7, 4, 6, 2, 8)$ sú realizácia náhodného výberu z rovnomerného rozdelenia $R(a, b)$, kde a a b sú neznáme parametre. Momentovou metódou odhadnite a a b .
4. Majiteľ IT firmy nechal testovať spoľahlivosť nových USB kľúčov. Nariadil vybrať z dodávky náhodne 50 kľúčov. Zistilo sa, že výberový priemer doby bezporuchovej prevádzky je 20 000 I/O operácií a výberová smerodajná odchýlka je 900 operácií. So spoľahlivosťou 95% určte

- a) ľavostranný interval spoľahlivosti,
- b) pravostranný interval spoľahlivosti,
- c) obojstranný interval spoľahlivosti,

pre bezporuchovú dobu prevádzky USB kľúčov.

5. Uvažujme náhodný výber $(X_1, X_2, \dots, X_{100})$ z normálneho rozdelenia $N(\mu, \sigma^2)$ s neznámou strednou hodnotou ale známym rozptylom 0.64. Testujte hypotézu $H_0 : \mu = 3$ proti alternatívnej hypotéze $H_A : \mu < 3$.
 - a) Zvoľte vhodnú testovaciu štatistiku $T(X)$.
 - b) Určte kritický obor W^* pre testovaciu štatistiku.
 - c) Formulujte záver testu pre hladinu významnosti 0.5.
 - d) Vypočítajte p -hodnotu a formulujte záver testu.