Matematická analýza 1

2024/2025

5. Elementárne funkcie

Pre správne zobrazenie, fungovanie tooltipov, 2D a 3D animácií je nevyhnutné súbor otvoriť pomocou programu Adobe Reader (zásuvný modul Adobe PDF Plug-In webového prehliadača nestačí).

Kliknutím na text pred ikonou získate nápomoc.
Kliknutím na skratku v modrej lište vpravo hore sa dostanete na príslušný slajd, druhým kliknutím sa dostanete na koniec tohto slajdu.

Obsah

Elementárne funkcie – Základné elementárne funkcie

Elementárne funkcie majú veľký praktický význam.

Elementárne funkcie – Základné elementárne funkcie

Elementárne funkcie majú veľký praktický význam.

- Môžeme pomocou nich (jednoducho a relatívne presne) aproximovať mnohé zložité funkcie.

Elementárne funkcie – Základné elementárne funkcie

Elementárne funkcie majú veľký praktický význam.

- Môžeme pomocou nich (jednoducho a relatívne presne) aproximovať mnohé zložité funkcie.
- Môžeme pomocou nich (aspoň približne) popísať (prírodné, ekonomické, technické, spoločenské, . . .) zákonitosti a javy.

Elementárne funkcie – Základné elementárne funkcie

Elementárne funkcie majú veľký praktický význam.

- Môžeme pomocou nich (jednoducho a relatívne presne) aproximovať mnohé zložité funkcie.
- Môžeme pomocou nich (aspoň približne) popísať (prírodné, ekonomické, technické, spoločenské, . . .) zákonitosti a javy.

Základnou elementárnou funkciou nazývame každú z funkcií:

Elementárne funkcie – Základné elementárne funkcie

Elementárne funkcie majú veľký praktický význam.

- Môžeme pomocou nich (jednoducho a relatívne presne) aproximovať mnohé zložité funkcie.
- Môžeme pomocou nich (aspoň približne) popísať (prírodné, ekonomické, technické, spoločenské, ...) zákonitosti a javy.

Základnou elementárnou funkciou nazývame každú z funkcií:

- $y = \text{konšt.}$,

Elementárne funkcie – Základné elementárne funkcie

Elementárne funkcie majú veľký praktický význam.

- Môžeme pomocou nich (jednoducho a relatívne presne) aproximovať mnohé zložité funkcie.
- Môžeme pomocou nich (aspoň približne) popísať (prírodné, ekonomické, technické, spoločenské, ...) zákonitosti a javy.

Základnou elementárnou funkciou nazývame každú z funkcií:

- $y = \text{konšt.}$,
- $y = x$,

Elementárne funkcie – Základné elementárne funkcie

Elementárne funkcie majú veľký praktický význam.

- Môžeme pomocou nich (jednoducho a relatívne presne) aproximovať mnohé zložité funkcie.
- Môžeme pomocou nich (aspoň približne) popísať (prírodné, ekonomické, technické, spoločenské, ...) zákonitosti a javy.

Základnou elementárnou funkciou nazývame každú z funkcií:

- $y = \text{konšt.}$,
- $y = x$,
- $y = e^x$,

Elementárne funkcie – Základné elementárne funkcie

Elementárne funkcie majú veľký praktický význam.

- Môžeme pomocou nich (jednoducho a relatívne presne) aproximovať mnohé zložité funkcie.
- Môžeme pomocou nich (aspoň približne) popísať (prírodné, ekonomické, technické, spoločenské, . . .) zákonitosti a javy.

Základnou elementárnou funkciou nazývame každú z funkcií:

- $y = \text{konšt.}$,
- $y = x$,
- $y = e^x$,
- $y = \ln x$,

Elementárne funkcie – Základné elementárne funkcie

Elementárne funkcie majú veľký praktický význam.

- Môžeme pomocou nich (jednoducho a relatívne presne) aproximovať mnohé zložité funkcie.
- Môžeme pomocou nich (aspoň približne) popísať (prírodné, ekonomické, technické, spoločenské, . . .) zákonitosti a javy.

Základnou elementárnou funkciou nazývame každú z funkcií:

- $y = \text{konšt.}$,
- $y = x$,
- $y = \mathrm{e}^x$,
- $y = \ln x$,
- $y = \sin x$,

Elementárne funkcie – Základné elementárne funkcie

Elementárne funkcie majú veľký praktický význam.

- Môžeme pomocou nich (jednoducho a relatívne presne) aproximovať mnohé zložité funkcie.
- Môžeme pomocou nich (aspoň približne) popísať (prírodné, ekonomické, technické, spoločenské, ...) zákonitosti a javy.

Základnou elementárnou funkciou nazývame každú z funkcií:

- $y = \text{konšt.}$,
- $y = x$,
- $y = e^x$,
- $y = \ln x$,
- $y = \sin x$,
- $y = \arcsin x$,

Elementárne funkcie – Základné elementárne funkcie

Elementárne funkcie majú veľký praktický význam.

- Môžeme pomocou nich (jednoducho a relatívne presne) aproximovať mnohé zložité funkcie.
- Môžeme pomocou nich (aspoň približne) popísať (prírodné, ekonomické, technické, spoločenské, ...) zákonitosti a javy.

Základnou elementárnou funkciou nazývame každú z funkcií:

- $y = \text{konšt.}$,
- $y = x$,
- $y = e^x$,
- $y = \ln x$,
- $y = \sin x$,
- $y = \arcsin x$,
- $y = \operatorname{arctg} x$.

Elementárne funkcie – Základné elementárne funkcie

Elementárne funkcie majú veľký praktický význam.

- Môžeme pomocou nich (jednoducho a relatívne presne) aproximovať mnohé zložité funkcie.
- Môžeme pomocou nich (aspoň približne) popísať (prírodné, ekonomické, technické, spoločenské, ...) zákonitosti a javy.

Základnou elementárnou funkciou nazývame každú z funkcií:

- $y = \text{konšt.}$,
- $y = x$,
- $y = e^x$,
- $y = \ln x$,
- $y = \sin x$,
- $y = \arcsin x$,
- $y = \operatorname{arctg} x$.

Elementárnou funkciou nazývame

Elementárne funkcie – Základné elementárne funkcie

Elementárne funkcie majú veľký praktický význam.

- Môžeme pomocou nich (jednoducho a relatívne presne) aproximovať mnohé zložité funkcie.
- Môžeme pomocou nich (aspoň približne) popísať (prírodné, ekonomické, technické, spoločenské, ...) zákonitosti a javy.

Základnou elementárnou funkciou nazývame každú z funkcií:

- $y = \text{konšt.}$,
- $y = x$,
- $y = e^x$,
- $y = \ln x$,
- $y = \sin x$,
- $y = \arcsin x$,
- $y = \operatorname{arctg} x$.

Elementárnou funkciou nazývame

každú funkciu, ktorú dokážeme utvoriť zo základných elementárnych funkcií pomocou:

Elementárne funkcie – Základné elementárne funkcie

Elementárne funkcie majú veľký praktický význam.

- Môžeme pomocou nich (jednoducho a relatívne presne) aproximovať mnohé zložité funkcie.
- Môžeme pomocou nich (aspoň približne) popísať (prírodné, ekonomické, technické, spoločenské, ...) zákonitosti a javy.

Základnou elementárnou funkciou nazývame každú z funkcií:

- $y = \text{konšt.}$,
- $y = x$,
- $y = e^x$,
- $y = \ln x$,
- $y = \sin x$,
- $y = \arcsin x$,
- $y = \operatorname{arctg} x$.

Elementárnou funkciou nazývame

každú funkciu, ktorú dokážeme utvoriť zo základných elementárnych funkcií pomocou:

- sčítania,

Elementárne funkcie – Základné elementárne funkcie

Elementárne funkcie majú veľký praktický význam.

- Môžeme pomocou nich (jednoducho a relatívne presne) aproximovať mnohé zložité funkcie.
- Môžeme pomocou nich (aspoň približne) popísať (prírodné, ekonomické, technické, spoločenské, ...) zákonitosti a javy.

Základnou elementárnou funkciou nazývame každú z funkcií:

- $y = \text{konšt.}$,
- $y = x$,
- $y = e^x$,
- $y = \ln x$,
- $y = \sin x$,
- $y = \arcsin x$,
- $y = \operatorname{arctg} x$.

Elementárnou funkciou nazývame

každú funkciu, ktorú dokážeme utvoriť zo základných elementárnych funkcií pomocou:

- sčítania,
- odčítania,

Elementárne funkcie – Základné elementárne funkcie

Elementárne funkcie majú veľký praktický význam.

- Môžeme pomocou nich (jednoducho a relatívne presne) aproximovať mnohé zložité funkcie.
- Môžeme pomocou nich (aspoň približne) popísať (prírodné, ekonomické, technické, spoločenské, ...) zákonitosti a javy.

Základnou elementárnou funkciou nazývame každú z funkcií:

- $y = \text{konšt.}$,
- $y = x$,
- $y = e^x$,
- $y = \ln x$,
- $y = \sin x$,
- $y = \arcsin x$,
- $y = \operatorname{arctg} x$.

Elementárnou funkciou nazývame

každú funkciu, ktorú dokážeme utvoriť zo základných elementárnych funkcií pomocou:

- sčítania,
- odčítania,
- násobenia,

Elementárne funkcie – Základné elementárne funkcie

Elementárne funkcie majú veľký praktický význam.

- Môžeme pomocou nich (jednoducho a relatívne presne) aproximovať mnohé zložité funkcie.
- Môžeme pomocou nich (aspoň približne) popísať (prírodné, ekonomické, technické, spoločenské, ...) zákonitosti a javy.

Základnou elementárnou funkciou nazývame každú z funkcií:

- $y = \text{konšt.}$,
- $y = x$,
- $y = e^x$,
- $y = \ln x$,
- $y = \sin x$,
- $y = \arcsin x$,
- $y = \operatorname{arctg} x$.

Elementárnou funkciou nazývame

každú funkciu, ktorú dokážeme utvoriť zo základných elementárnych funkcií pomocou:

- sčítania,
- odčítania,
- násobenia,
- delenia,

Elementárne funkcie – Základné elementárne funkcie

Elementárne funkcie majú veľký praktický význam.

- Môžeme pomocou nich (jednoducho a relatívne presne) aproximovať mnohé zložité funkcie.
- Môžeme pomocou nich (aspoň približne) popísať (prírodné, ekonomické, technické, spoločenské, ...) zákonitosti a javy.

Základnou elementárnou funkciou nazývame každú z funkcií:

- $y = \text{konšt.}$,
- $y = x$,
- $y = e^x$,
- $y = \ln x$,
- $y = \sin x$,
- $y = \arcsin x$,
- $y = \operatorname{arctg} x$.

Elementárnou funkciou nazývame

každú funkciu, ktorú dokážeme utvoriť zo základných elementárnych funkcií pomocou:

- sčítania,
- odčítania,
- násobenia,
- delenia,
- skladania funkcií.

Elementárne funkcie – Základné elementárne funkcie

Elementárne funkcie majú veľký praktický význam.

- Môžeme pomocou nich (jednoducho a relatívne presne) aproximovať mnohé zložité funkcie.
- Môžeme pomocou nich (aspoň približne) popísať (prírodné, ekonomické, technické, spoločenské, . . .) zákonitosti a javy.

Základnou elementárnou funkciou nazývame každú z funkcií:

- $y = \text{konšt.}$,
- $y = x$,
- $y = e^x$,
- $y = \ln x$,
- $y = \sin x$,
- $y = \arcsin x$,
- $y = \operatorname{arctg} x$.

Elementárnou funkciou nazývame

každú funkciu, ktorú dokážeme utvoriť zo základných elementárnych funkcií pomocou:

- sčítania,
- odčítania,
- násobenia,
- delenia,
- skladania funkcií.

- Zúženie ľubovoľnej elementárnej funkcie na nejakú množinu je opäť elementárna funkcia.

Elementárne funkcie – Základné elementárne funkcie

Elementárne funkcie majú veľký praktický význam.

- Môžeme pomocou nich (jednoducho a relatívne presne) aproximovať mnohé zložité funkcie.
- Môžeme pomocou nich (aspoň približne) popísať (prírodné, ekonomické, technické, spoločenské, ...) zákonitosti a javy.

Základnou elementárnou funkciou nazývame každú z funkcií:

- $y = \text{konšt.}$,
- $y = x$,
- $y = e^x$,
- $y = \ln x$,
- $y = \sin x$,
- $y = \arcsin x$,
- $y = \operatorname{arctg} x$.

Elementárnou funkciou nazývame

každú funkciu, ktorú dokážeme utvoriť zo základných elementárnych funkcií pomocou:

- sčítania,
- odčítania,
- násobenia,
- delenia,
- skladania funkcií.

- Zúženie ľubovoľnej elementárnej funkcie na nejakú množinu je opäť elementárna funkcia.

Elementárne funkcie sú napríklad funkcie:

Elementárne funkcie – Základné elementárne funkcie

Elementárne funkcie majú veľký praktický význam.

- Môžeme pomocou nich (jednoducho a relatívne presne) aproximovať mnohé zložité funkcie.
- Môžeme pomocou nich (aspoň približne) popísať (prírodné, ekonomické, technické, spoločenské, …) zákonitosti a javy.

Základnou elementárnou funkciou nazývame každú z funkcií:

- $y = \text{konšt.}$,
- $y = x$,
- $y = e^x$,
- $y = \ln x$,
- $y = \sin x$,
- $y = \arcsin x$,
- $y = \operatorname{arctg} x$.

Elementárnou funkciou nazývame

každú funkciu, ktorú dokážeme utvoriť zo základných elementárnych funkcií pomocou:

- sčítania,
- odčítania,
- násobenia,
- delenia,
- skladania funkcií.

- Zúženie ľubovoľnej elementárnej funkcie na nejakú množinu je opäť elementárna funkcia.

Elementárne funkcie sú napríklad funkcie:

- $y = 2x$,
- $y = 2x,\ x \in \langle 0; 1)$,
- $y = 2x^2$,
- $y = 2 + x$,
- $y = 2 \sin \frac{x+2}{x-1}$, atď.

Elementárne funkcie – Rozdelenie elementárnych funkcií

Elementárne funkcie:

Elementárne funkcie – Rozdelenie elementárnych funkcií

Elementárne funkcie:

- Polynóm (racionálna celistvá funkcia).

Elementárne funkcie – Rozdelenie elementárnych funkcií

Elementárne funkcie:

- Polynóm (racionálna celistvá funkcia).
- Racionálna lomená funkcia (podiel polynómov).

Elementárne funkcie – Rozdelenie elementárnych funkcií

Elementárne funkcie:

- Polynóm (racionálna celistvá funkcia).
- Racionálna lomená funkcia (podiel polynómov).
- Mocninná funkcia ($y = x^r$, $r \in R$).

Elementárne funkcie – Rozdelenie elementárnych funkcií

Elementárne funkcie:

- Polynóm (racionálna celistvá funkcia).
- Racionálna lomená funkcia (podiel polynómov).
- Mocninná funkcia ($y = x^r$, $r \in R$).
- Exponenciálna funkcia ($y = a^x$, $a > 0$).

Elementárne funkcie – Rozdelenie elementárnych funkcií

Elementárne funkcie:

- Polynóm (racionálna celistvá funkcia).
- Racionálna lomená funkcia (podiel polynómov).
- Mocninná funkcia ($y = x^r$, $r \in R$).
- Exponenciálna funkcia ($y = a^x$, $a > 0$).
- Logaritmická funkcia.

Elementárne funkcie – Rozdelenie elementárnych funkcií

Elementárne funkcie:

- Polynóm (racionálna celistvá funkcia).
- Racionálna lomená funkcia (podiel polynómov).
- Mocninná funkcia ($y = x^r$, $r \in R$).
- Exponenciálna funkcia ($y = a^x$, $a > 0$).
- Logaritmická funkcia.
- Goniometrické funkcie (sínus, kosínus, tangens, kotangens).

Elementárne funkcie – Rozdelenie elementárnych funkcií

Elementárne funkcie:

- Polynóm (racionálna celistvá funkcia).
- Racionálna lomená funkcia (podiel polynómov).
- Mocninná funkcia ($y = x^r$, $r \in R$).
- Exponenciálna funkcia ($y = a^x$, $a > 0$).
- Logaritmická funkcia.
- Goniometrické funkcie (sínus, kosínus, tangens, kotangens).
- Cyklometrické funkcie (inverzné ku goniometrickým funkciám).

Elementárne funkcie – Rozdelenie elementárnych funkcií

Elementárne funkcie:

- Polynóm (racionálna celistvá funkcia).
- Racionálna lomená funkcia (podiel polynómov).
- Mocninná funkcia ($y = x^r$, $r \in R$).
- Exponenciálna funkcia ($y = a^x$, $a > 0$).
- Logaritmická funkcia.
- Goniometrické funkcie (sínus, kosínus, tangens, kotangens).
- Cyklometrické funkcie (inverzné ku goniometrickým funkciám).
- Hyperbolické funkcie (sínus hyperbolický, kosínus hyperbolický, tangens hyperbolický, kotangens hyperbolický).

Elementárne funkcie – Rozdelenie elementárnych funkcií

Elementárne funkcie:

- Polynóm (racionálna celistvá funkcia).
- Racionálna lomená funkcia (podiel polynómov).
- Mocninná funkcia ($y = x^r$, $r \in R$).
- Exponenciálna funkcia ($y = a^x$, $a > 0$).
- Logaritmická funkcia.
- Goniometrické funkcie (sínus, kosínus, tangens, kotangens).
- Cyklometrické funkcie (inverzné ku goniometrickým funkciám).
- Hyperbolické funkcie (sínus hyperbolický, kosínus hyperbolický, tangens hyperbolický, kotangens hyperbolický).
- Hyperbolometrické funkcie (inverzné ku hyperbolickým funkciám).

Elementárne funkcie – Rozdelenie elementárnych funkcií

Elementárne funkcie:

- Polynóm (racionálna celistvá funkcia).
- Racionálna lomená funkcia (podiel polynómov).
- Mocninná funkcia ($y = x^r$, $r \in R$).
- Exponenciálna funkcia ($y = a^x$, $a > 0$).
- Logaritmická funkcia.
- Goniometrické funkcie (sínus, kosínus, tangens, kotangens).
- Cyklometrické funkcie (inverzné ku goniometrickým funkciám).
- Hyperbolické funkcie (sínus hyperbolický, kosínus hyperbolický, tangens hyperbolický, kotangens hyperbolický).
- Hyperbolometrické funkcie (inverzné ku hyperbolickým funkciám).

Taktiež všetky funkcie, ktoré z týchto funkcií dokážeme vytvoriť pomocou sčítania, odčítania, násobenia, delenia a skladania funkcií.

Polynóm – Definícia

Polynóm (racionálna celistvá funkcia) sa nazýva

Polynóm – Definícia

Polynóm (racionálna celistvá funkcia) sa nazýva

funkcia $f_n \colon y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_nx^n$.

Polynóm – Definícia

Polynóm (racionálna celistvá funkcia) sa nazýva

funkcia $f_n\colon\, y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_nx^n$.

- Čísla $a_0, a_1, \ldots, a_n \in R,\ a_n \neq 0$ nazývame koeficienty polynómu.

Polynóm – Definícia

Polynóm (racionálna celistvá funkcia) sa nazýva

funkcia $f_n\colon\ y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_nx^n$.

- Čísla $a_0, a_1, \ldots, a_n \in R$, $a_n \neq 0$ nazývame koeficienty polynómu.
- Číslo $n \in N \cup \{0\}$ nazývame stupeň polynómu.

Polynóm – Definícia

Polynóm (racionálna celistvá funkcia) sa nazýva

funkcia $f_n\colon\ y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_nx^n$.

- Čísla $a_0, a_1, \ldots, a_n \in R,\ a_n \neq 0$ nazývame koeficienty polynómu.
- Číslo $n \in N \cup \{0\}$ nazývame stupeň polynómu. [Špeciálne, nulová funkcia $y = 0$ má stupeň -1.]

Polynóm – Definícia

Polynóm (racionálna celistvá funkcia) sa nazýva

funkcia $f_n\colon\ y = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \cdots + a_n x^n$.

- Čísla $a_0, a_1, \ldots, a_n \in R,\ a_n \neq 0$ nazývame **koeficienty polynómu**.
- Číslo $n \in N \cup \{0\}$ nazývame **stupeň polynómu**. [Špeciálne, nulová funkcia $y = 0$ má stupeň -1.]

- Prirodzený definičný obor $D(f_n) = R$.

Polynóm – Definícia

Polynóm (racionálna celistvá funkcia) sa nazýva

funkcia $f_n\colon\ y = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \cdots + a_n x^n$.

- Čísla $a_0, a_1, \ldots, a_n \in R$, $a_n \neq 0$ nazývame koeficienty polynómu.
- Číslo $n \in N \cup \{0\}$ nazývame stupeň polynómu. [Špeciálne, nulová funkcia $y = 0$ má stupeň -1.]

- Prirodzený definičný obor $D(f_n) = R$.
- Funkcia f_n, $n \in N$ má práve n komplexných (z množiny C) koreňov (vrátane reálnych a násobnosti).

Polynóm – Definícia

Polynóm (racionálna celistvá funkcia) sa nazýva

funkcia $f_n\colon\ y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_nx^n$.

- Čísla $a_0, a_1, \ldots, a_n \in R$, $a_n \neq 0$ nazývame **koeficienty polynómu**.
- Číslo $n \in N \cup \{0\}$ nazývame **stupeň polynómu**. [Špeciálne, nulová funkcia $y = 0$ má stupeň -1.]

- Prirodzený definičný obor $D(f_n) = R$.
- Funkcia f_n, $n \in N$ má práve n komplexných (z množiny C) koreňov (vrátane reálnych a násobnosti).

  [Ak má f_n komplexný koreň $x = \alpha + \mathrm{i}\,\beta$, potom má aj komplexne združený koreň $\overline{x} = \alpha - \mathrm{i}\,\beta$.]

Polynóm – Definícia

Polynóm (racionálna celistvá funkcia) sa nazýva

funkcia $f_n\colon\ y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_nx^n$.

- Čísla $a_0, a_1, \ldots, a_n \in R$, $a_n \neq 0$ nazývame koeficienty polynómu.
- Číslo $n \in N \cup \{0\}$ nazývame stupeň polynómu. [Špeciálne, nulová funkcia $y = 0$ má stupeň -1.]

- Prirodzený definičný obor $D(f_n) = R$.
- Funkcia f_n, $n \in N$ má práve n komplexných (z množiny C) koreňov (vrátane reálnych a násobnosti).
  [Ak má f_n komplexný koreň $x = \alpha + \mathrm{i}\,\beta$, potom má aj komplexne združený koreň $\overline{x} = \alpha - \mathrm{i}\,\beta$.]
- Funkcia f_n, $n \in N$ má najviac n reálnych (z množiny R) koreňov.

Polynóm – Definícia

Polynóm (racionálna celistvá funkcia) sa nazýva

funkcia $f_n\colon y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_nx^n$.

- Čísla $a_0, a_1, \ldots, a_n \in R$, $a_n \neq 0$ nazývame **koeficienty polynómu**.
- Číslo $n \in N \cup \{0\}$ nazývame **stupeň polynómu**. [Špeciálne, nulová funkcia $y = 0$ má stupeň -1.]

- Prirodzený definičný obor $D(f_n) = R$.
- Funkcia f_n, $n \in N$ má práve n komplexných (z množiny C) koreňov (vrátane reálnych a násobnosti).

  [Ak má f_n komplexný koreň $x = \alpha + \mathrm{i}\,\beta$, potom má aj komplexne združený koreň $\overline{x} = \alpha - \mathrm{i}\,\beta$.]
- Funkcia f_n, $n \in N$ má najviac n reálnych (z množiny R) koreňov.

Pre párne n $(n = 2k,\ k \in N)$ polynóm f_n nemusí mať reálne korene.

Polynóm – Definícia

Polynóm (racionálna celistvá funkcia) sa nazýva

funkcia $f_n\colon\ y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_nx^n$.

- Čísla $a_0, a_1, \ldots, a_n \in R$, $a_n \neq 0$ nazývame **koeficienty polynómu**.
- Číslo $n \in N \cup \{0\}$ nazývame **stupeň polynómu**. [Špeciálne, nulová funkcia $y = 0$ má stupeň -1.]

- Prirodzený definičný obor $D(f_n) = R$.
- Funkcia f_n, $n \in N$ má práve n komplexných (z množiny C) koreňov (vrátane reálnych a násobnosti).

  [Ak má f_n komplexný koreň $x = \alpha + \mathrm{i}\,\beta$, potom má aj komplexne združený koreň $\overline{x} = \alpha - \mathrm{i}\,\beta$.]
- Funkcia f_n, $n \in N$ má najviac n reálnych (z množiny R) koreňov.

Pre párne n $(n = 2k,\ k \in N)$ polynóm f_n nemusí mať reálne korene.

Pre nepárne n $(n = 2k-1,\ k \in N)$ má polynóm f_n aspoň jeden reálny koreň.

Polynóm – Definícia

Polynóm (racionálna celistvá funkcia) sa nazýva

funkcia $f_n\colon\ y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_nx^n$.

- Čísla $a_0, a_1, \ldots, a_n \in R$, $a_n \neq 0$ nazývame koeficienty polynómu.
- Číslo $n \in N \cup \{0\}$ nazývame stupeň polynómu. [Špeciálne, nulová funkcia $y = 0$ má stupeň -1.]

- Prirodzený definičný obor $D(f_n) = R$.
- Funkcia f_n, $n \in N$ má práve n komplexných (z množiny C) koreňov (vrátane reálnych a násobnosti).

  [Ak má f_n komplexný koreň $x = \alpha + \mathrm{i}\,\beta$, potom má aj komplexne združený koreň $\overline{x} = \alpha - \mathrm{i}\,\beta$.]
- Funkcia f_n, $n \in N$ má najviac n reálnych (z množiny R) koreňov.

  Pre párne n ($n = 2k$, $k \in N$) polynóm f_n nemusí mať reálne korene.

  [Pre n párne má f_n párny počet reálnych koreňov (vrátane násobnosti).]

  Pre nepárne n ($n = 2k-1$, $k \in N$) má polynóm f_n aspoň jeden reálny koreň.

  [Pre n nepárne má f_n nepárny počet reálnych koreňov (vrátane násobnosti).]

Polynóm – Definícia

Polynóm (racionálna celistvá funkcia) sa nazýva

funkcia $f_n\colon\, y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_nx^n$.

- Čísla $a_0, a_1, \ldots, a_n \in R$, $a_n \neq 0$ nazývame **koeficienty polynómu**.
- Číslo $n \in N \cup \{0\}$ nazývame **stupeň polynómu**. [Špeciálne, nulová funkcia $y = 0$ má stupeň -1.]

- Prirodzený definičný obor $D(f_n) = R$.
- Funkcia f_n, $n \in N$ má práve n komplexných (z množiny C) koreňov (vrátane reálnych a násobnosti).

  [Ak má f_n komplexný koreň $x = \alpha + \mathrm{i}\,\beta$, potom má aj komplexne združený koreň $\overline{x} = \alpha - \mathrm{i}\,\beta$.]
- Funkcia f_n, $n \in N$ má najviac n reálnych (z množiny R) koreňov.

  Pre párne n $(n = 2k,\ k \in N)$ polynóm f_n nemusí mať reálne korene.

  [Pre n párne má f_n párny počet reálnych koreňov (vrátane násobnosti).]

  Pre nepárne n $(n = 2k-1,\ k \in N)$ má polynóm f_n aspoň jeden reálny koreň.

  [Pre n nepárne má f_n nepárny počet reálnych koreňov (vrátane násobnosti).]
- Ak má funkcia f_n, $n \geq 2$ reálny koreň $c \in R$,

Polynóm – Definícia

Polynóm (racionálna celistvá funkcia) sa nazýva

funkcia $f_n\colon\ y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_nx^n$.

- Čísla $a_0, a_1, \ldots, a_n \in R$, $a_n \neq 0$ nazývame **koeficienty polynómu**.
- Číslo $n \in N \cup \{0\}$ nazývame **stupeň polynómu**. [Špeciálne, nulová funkcia $y = 0$ má stupeň -1.]

- Prirodzený definičný obor $D(f_n) = R$.
- Funkcia f_n, $n \in N$ má práve n komplexných (z množiny C) koreňov (vrátane reálnych a násobnosti).

  [Ak má f_n komplexný koreň $x = \alpha + \mathrm{i}\,\beta$, potom má aj komplexne združený koreň $\overline{x} = \alpha - \mathrm{i}\,\beta$.]
- Funkcia f_n, $n \in N$ má najviac n reálnych (z množiny R) koreňov.

  Pre párne n $(n = 2k,\ k \in N)$ polynóm f_n nemusí mať reálne korene.

  [Pre n párne má f_n párny počet reálnych koreňov (vrátane násobnosti).]

  Pre nepárne n $(n = 2k-1,\ k \in N)$ má polynóm f_n aspoň jeden reálny koreň.

  [Pre n nepárne má f_n nepárny počet reálnych koreňov (vrátane násobnosti).]
- Ak má funkcia f_n, $n \geq 2$ reálny koreň $c \in R$,

  potom ju môžeme rozložiť na tvar $f_n(x) = (x - c) \cdot f_{n-1}(x)$, kde f_{n-1} je nejaký polynóm stupňa $n - 1$.

Polynóm – Príklady

Konštantná funkcia sa nazýva

Lineárna funkcia sa nazýva

Kvadratická funkcia sa nazýva

Kubická funkcia sa nazýva

Polynóm – Príklady

Konštantná funkcia sa nazýva

polynóm $f_0\colon\ y = a_0.$

Lineárna funkcia sa nazýva

polynóm $f_1\colon\ y = a_1x + a_0$

Kvadratická funkcia sa nazýva

polynóm $f_2\colon\ y = a_2x^2 + a_1x + a_0,\ a_2 \neq 0.$

Kubická funkcia sa nazýva

polynóm $f_3\colon\ y = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0,\ a_3 \neq 0.$

Polynóm – Príklady

Konštantná funkcia sa nazýva

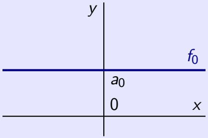
polynóm $f_0\colon y = a_0.$ [Grafom f_0 je priamka rovnobežná s osou x.]

Lineárna funkcia sa nazýva

polynóm $f_1\colon y = a_1 x + a_0$ [Pre $a_1 = 0$ je funkcia f_1 konštantná.

Kvadratická funkcia sa nazýva

polynóm $f_2\colon y = a_2 x^2 + a_1 x + a_0,\ a_2 \neq 0.$



Konštantná funkcia

Kubická funkcia sa nazýva

polynóm $f_3\colon y = a_3 x^3 + a_2 x^2 + a_1 x + a_0,\ a_3 \neq 0.$

Polynóm – Príklady

Konštantná funkcia sa nazýva

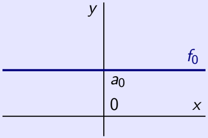
polynóm $f_0\colon\ y = a_0.$ [Grafom f_0 je priamka rovnobežná s osou x.]

Lineárna funkcia sa nazýva

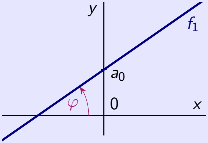
polynóm $f_1\colon\ y = a_1x + a_0$ [Pre $a_1 = 0$ je funkcia f_1 konštantná. Grafom f_1 je priamka so smernicou $a_1 = \operatorname{tg}\varphi$.]

Kvadratická funkcia sa nazýva

polynóm $f_2\colon\ y = a_2x^2 + a_1x + a_0,\ a_2 \neq 0.$



Konštantná funkcia



Lineárna funkcia

Kubická funkcia sa nazýva

polynóm $f_3\colon\ y = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0,\ a_3 \neq 0.$

Polynóm – Príklady

Konštantná funkcia sa nazýva

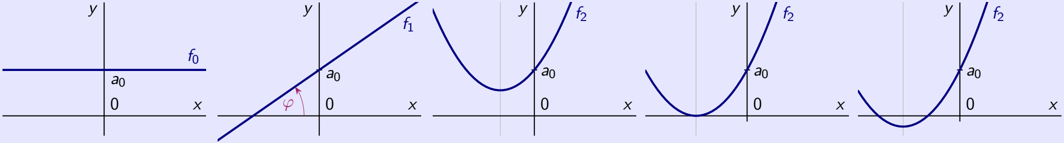
polynóm $f_0\colon y = a_0$. [Grafom f_0 je priamka rovnobežná s osou x.]

Lineárna funkcia sa nazýva

polynóm $f_1\colon y = a_1 x + a_0$ [Pre $a_1 = 0$ je funkcia f_1 konštantná. Grafom f_1 je priamka so smernicou $a_1 = \operatorname{tg} \varphi$.]

Kvadratická funkcia sa nazýva

polynóm $f_2\colon y = a_2 x^2 + a_1 x + a_0,\ a_2 \neq 0$. [Grafom f_2 je parabola, pričom jej os je rovnobežná s osou y.]



Konštantná funkcia | Lineárna funkcia | Kvadratická funkcia | Kvadratická funkcia | Kvadratická funkcia

Kubická funkcia sa nazýva

polynóm $f_3\colon y = a_3 x^3 + a_2 x^2 + a_1 x + a_0,\ a_3 \neq 0$.

Polynóm – Príklady

Konštantná funkcia sa nazýva

[Pre $a_0 \neq 0$ nemá f_1 korene.]

polynóm $f_0\colon y = a_0.$

[Grafom f_0 je priamka rovnobežná s osou x.]

Lineárna funkcia sa nazýva

polynóm $f_1\colon y = a_1x + a_0$

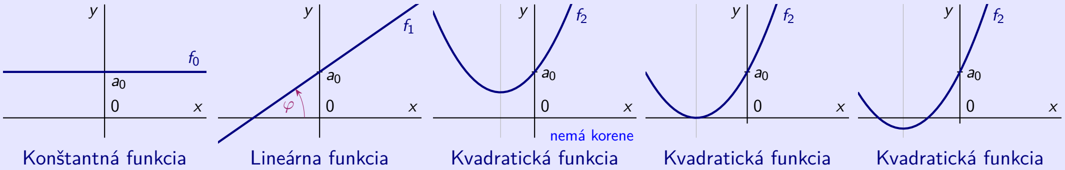
[Pre $a_1 = 0$ je funkcia f_1 konštantná. Grafom f_1 je priamka so smernicou $a_1 = \operatorname{tg} \varphi$.]

Kvadratická funkcia sa nazýva

[f_2 má 0,

polynóm $f_2\colon y = a_2x^2 + a_1x + a_0,\ a_2 \neq 0.$

[Grafom f_2 je parabola, pričom jej os je rovnobežná s osou y.]



Kubická funkcia sa nazýva

polynóm $f_3\colon y = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0,\ a_3 \neq 0.$

Polynóm – Príklady

Konštantná funkcia sa nazýva

[Pre $a_0 \neq 0$ nemá f_1 korene.]

polynóm $f_0\colon\, y = a_0.$

[Grafom f_0 je priamka rovnobežná s osou x.]

Lineárna funkcia sa nazýva

[Pre $a_1 \neq 0$ má f_1 jeden reálny koreň $c = -\frac{a_0}{a_1}$.]

polynóm $f_1\colon\, y = a_1 x + a_0$

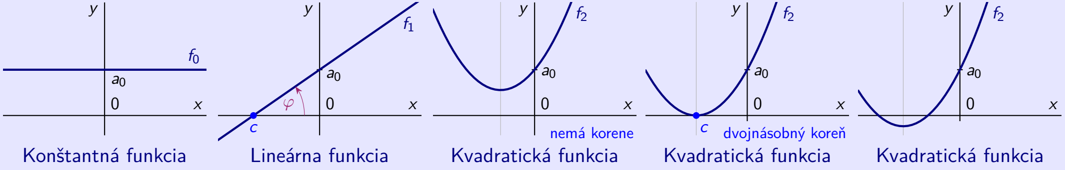
[Pre $a_1 = 0$ je funkcia f_1 konštantná. Grafom f_1 je priamka so smernicou $a_1 = \operatorname{tg}\varphi$.]

Kvadratická funkcia sa nazýva

[f_2 má 0, 1 (dvojnásobný)

polynóm $f_2\colon\, y = a_2 x^2 + a_1 x + a_0,\ a_2 \neq 0.$

[Grafom f_2 je parabola, pričom jej os je rovnobežná s osou y.]



Kubická funkcia sa nazýva

polynóm $f_3\colon\, y = a_3 x^3 + a_2 x^2 + a_1 x + a_0,\ a_3 \neq 0.$

Polynóm – Príklady

Konštantná funkcia sa nazýva

[Pre $a_0 \neq 0$ nemá f_1 korene.]

polynóm $f_0\colon y = a_0$.

[Grafom f_0 je priamka rovnobežná s osou x.]

Lineárna funkcia sa nazýva

[Pre $a_1 \neq 0$ má f_1 jeden reálny koreň $c = -\frac{a_0}{a_1}$.]

polynóm $f_1\colon y = a_1 x + a_0$

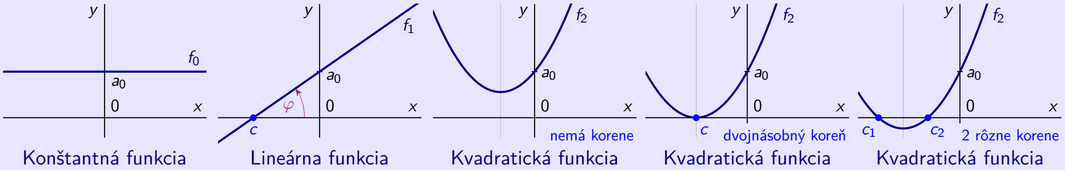
[Pre $a_1 = 0$ je funkcia f_1 konštantná. Grafom f_1 je priamka so smernicou $a_1 = \operatorname{tg} \varphi$.]

Kvadratická funkcia sa nazýva

[f_2 má 0, 1 (dvojnásobný) alebo 2 (rôzne) reálne korene.]

polynóm $f_2\colon y = a_2 x^2 + a_1 x + a_0,\ a_2 \neq 0$.

[Grafom f_2 je parabola, pričom jej os je rovnobežná s osou y.]



Kubická funkcia sa nazýva

polynóm $f_3\colon y = a_3 x^3 + a_2 x^2 + a_1 x + a_0,\ a_3 \neq 0$.

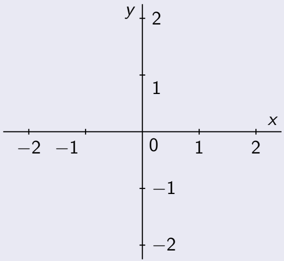
Polynóm – Príklady

Funkcia f_n: $y = x^n$, $n \in N$, $x \in R$.

Polynóm – Príklady

Funkcia $f_n\colon y = x^n,\ n \in N,\ x \in R.$

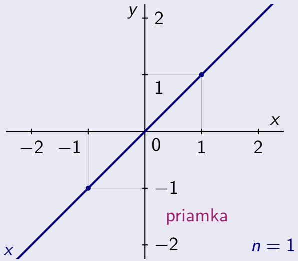
- Grafom je tzv. parabola stupňa n.



Polynóm – Príklady

Funkcia f_n: $y = x^n$, $n \in N$, $x \in R$.

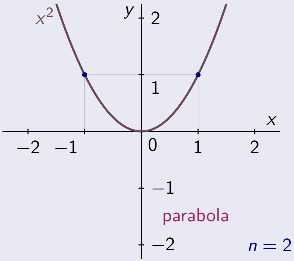
- Grafom je tzv. parabola stupňa n.



Polynóm – Príklady

Funkcia f_n: $y = x^n$, $n \in N$, $x \in R$.

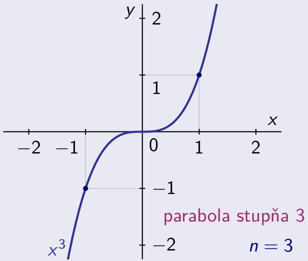
- Grafom je tzv. parabola stupňa n.



Polynóm – Príklady

Funkcia f_n: $y = x^n$, $n \in N$, $x \in R$.

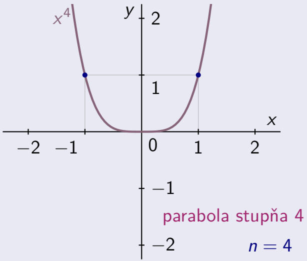
- Grafom je tzv. parabola stupňa n.



Polynóm – Príklady

Funkcia f_n: $y = x^n$, $n \in N$, $x \in R$.

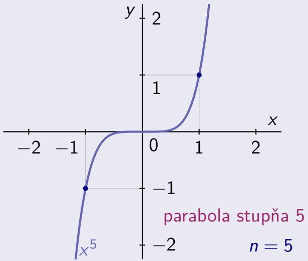
- Grafom je tzv. parabola stupňa n.



Polynóm – Príklady

Funkcia f_n: $y = x^n$, $n \in N$, $x \in R$.

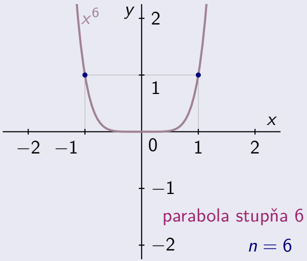
- Grafom je tzv. parabola stupňa n.



Polynóm – Príklady

Funkcia f_n: $y = x^n$, $n \in N$, $x \in R$.

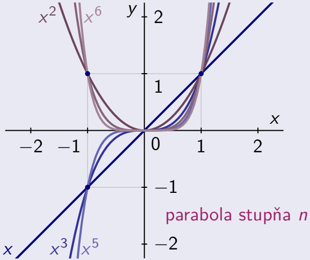
- Grafom je tzv. parabola stupňa n.



Polynóm – Príklady

Funkcia $f_n\colon y = x^n,\ n \in N,\ x \in R.$

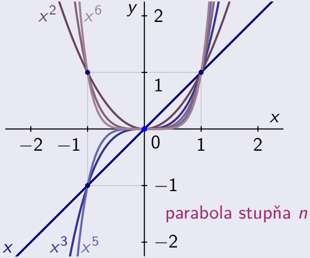
- Grafom je tzv. parabola stupňa n.



Polynóm – Príklady

Funkcia f_n: $y = x^n$, $n \in N$, $x \in R$.

- Grafom je tzv. parabola stupňa n.
- $x = 0$ je jediný koreň f_n.

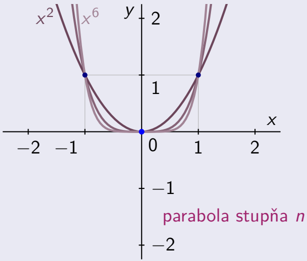


Polynóm – Príklady

Funkcia f_n: $y = x^n$, $n \in N$, $x \in R$.

- Grafom je tzv. parabola stupňa n.
- $x = 0$ je jediný koreň f_n.

n je párne.



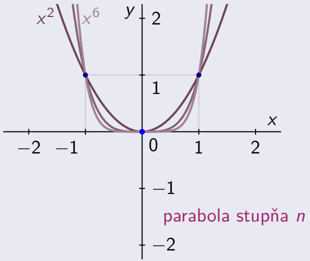
Polynóm – Príklady

Funkcia f_n: $y = x^n$, $n \in N$, $x \in R$.

- Grafom je tzv. parabola stupňa n.
- $x = 0$ je jediný koreň f_n.

n je párne. $\Rightarrow$

- f_n je párna,



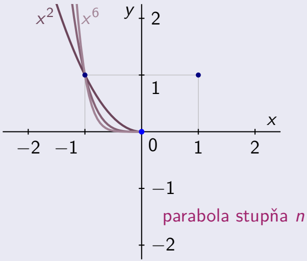
Polynóm – Príklady

Funkcia f_n: $y = x^n$, $n \in N$, $x \in R$.

- Grafom je tzv. parabola stupňa n.
- $x = 0$ je jediný koreň f_n.

n je párne. $\Rightarrow$

- f_n je párna, je klesajúca na $(-\infty; 0\rangle$,



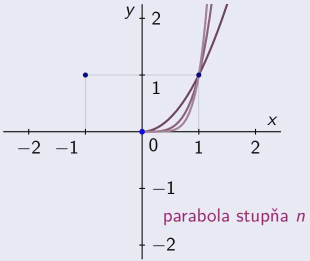
Polynóm – Príklady

Funkcia $f_n\colon y = x^n,\ n \in N,\ x \in R.$

- Grafom je tzv. parabola stupňa n.
- $x = 0$ je jediný koreň f_n.

n je párne. $\Rightarrow$

- f_n je párna, je klesajúca na $(-\infty; 0\rangle$,
  je rastúca na $\langle 0; \infty)$,



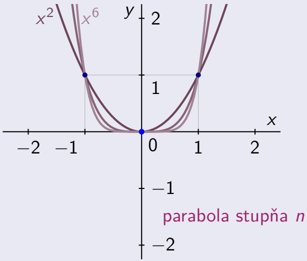
Polynóm – Príklady

Funkcia $f_n\colon\, y = x^n,\ n\in N,\ x\in R.$

- Grafom je tzv. parabola stupňa n.
- $x = 0$ je jediný koreň f_n.

n je párne. $\Rightarrow$

- f_n je párna, je klesajúca na $(-\infty; 0\rangle$, je rastúca na $\langle 0; \infty)$, $H(f_n) = \langle 0; \infty)$.



Polynóm – Príklady

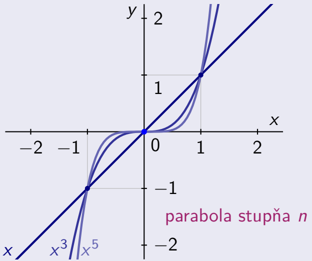
Funkcia f_n: $y = x^n$, $n \in N$, $x \in R$.

- Grafom je tzv. parabola stupňa n.
- $x = 0$ je jediný koreň f_n.

n je párne. $\Rightarrow$

- f_n je párna, je klesajúca na $(-\infty; 0\rangle$, je rastúca na $\langle 0; \infty)$, $H(f_n) = \langle 0; \infty)$.

n je nepárne.



Polynóm – Príklady

Funkcia f_n: $y = x^n$, $n \in N$, $x \in R$.

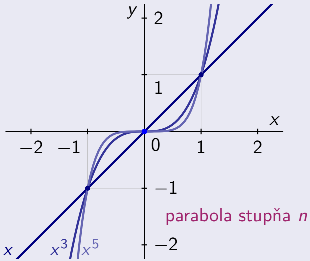
- Grafom je tzv. parabola stupňa n.
- $x = 0$ je jediný koreň f_n.

n je párne. $\Rightarrow$

- f_n je párna, je klesajúca na $(-\infty; 0\rangle$,
  je rastúca na $\langle 0; \infty)$, $H(f_n) = \langle 0; \infty)$.

n je nepárne. $\Rightarrow$

- f_n je nepárna,



Polynóm – Príklady

Funkcia f_n: $y = x^n$, $n \in N$, $x \in R$.

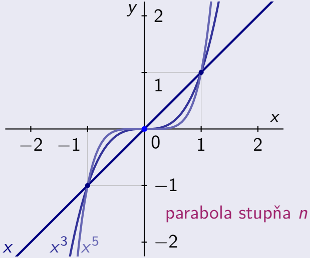
- Grafom je tzv. parabola stupňa n.
- $x = 0$ je jediný koreň f_n.

n je párne. $\Rightarrow$

- f_n je párna, je klesajúca na $(-\infty; 0\rangle$, je rastúca na $\langle 0; \infty)$, $H(f_n) = \langle 0; \infty)$.

n je nepárne. $\Rightarrow$

- f_n je nepárna, je rastúca,



Polynóm – Príklady

Funkcia f_n: $y = x^n$, $n \in N$, $x \in R$.

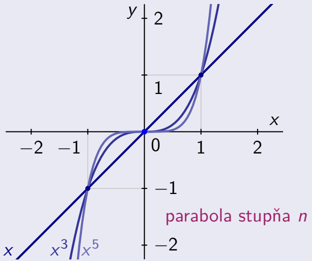
- Grafom je tzv. parabola stupňa n.
- $x = 0$ je jediný koreň f_n.

n je párne. $\Rightarrow$

- f_n je párna, je klesajúca na $(-\infty; 0\rangle$, je rastúca na $\langle 0; \infty)$, $H(f_n) = \langle 0; \infty)$.

n je nepárne. $\Rightarrow$

- f_n je nepárna, je rastúca, $H(f_n) = R$.



Polynóm – Príklady

Funkcia f_n: $y = x^n$, $n \in N$, $x \in R$.

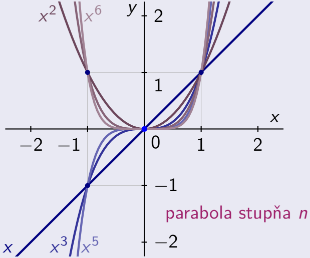
- Grafom je tzv. parabola stupňa n.
- $x = 0$ je jediný koreň f_n.

n je párne. $\Rightarrow$

- f_n je párna, je klesajúca na $(-\infty; 0\rangle$, je rastúca na $\langle 0; \infty)$, $H(f_n) = \langle 0; \infty)$.

n je nepárne. $\Rightarrow$

- f_n je nepárna, je rastúca, $H(f_n) = R$.



Polynóm – Príklady

Funkcia f_n: $y = x^n$, $n \in N$, $x \in R$.

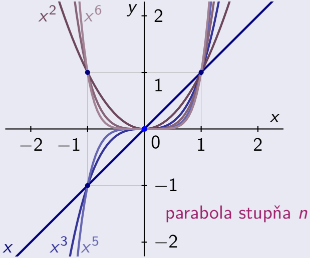
- Grafom je tzv. parabola stupňa n.
- $x = 0$ je jediný koreň f_n.

n je párne. $\Rightarrow$

- f_n je párna, je klesajúca na $(-\infty; 0\rangle$, je rastúca na $\langle 0; \infty)$, $H(f_n) = \langle 0; \infty)$.

n je nepárne. $\Rightarrow$

- f_n je nepárna, je rastúca, $H(f_n) = R$.



Funkcia $f(x) = (x+1)^2(x-1) + c$, $x \in R$.

Polynóm – Príklady

Funkcia f_n: $y = x^n$, $n \in N$, $x \in R$.

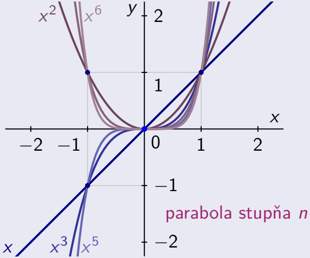
- Grafom je tzv. parabola stupňa n.
- $x = 0$ je jediný koreň f_n.

n je párne. $\Rightarrow$

- f_n je párna, je klesajúca na $(-\infty; 0\rangle$, je rastúca na $\langle 0; \infty)$, $H(f_n) = \langle 0; \infty)$.

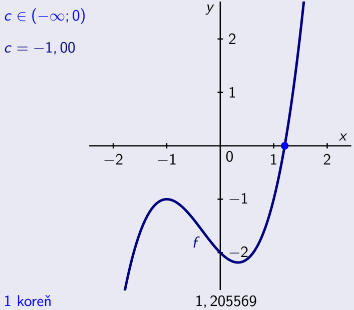
n je nepárne. $\Rightarrow$

- f_n je nepárna, je rastúca, $H(f_n) = R$.



Funkcia $f(x) = (x+1)^2(x-1) + c$, $x \in R$.

- f má 1 koreň pre $c \in (-\infty; 0)$



Polynóm – Príklady

Funkcia $f_n\colon y = x^n,\ n \in N,\ x \in R.$

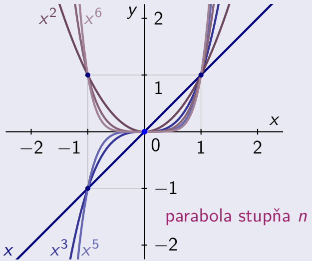
- Grafom je tzv. parabola stupňa n.
- $x = 0$ je jediný koreň f_n.

n je párne. $\Rightarrow$

- f_n je párna, je klesajúca na $(-\infty; 0\rangle$, je rastúca na $\langle 0; \infty)$, $H(f_n) = \langle 0; \infty)$.

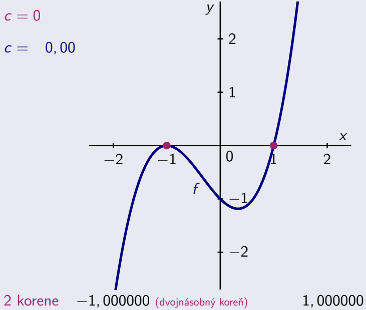
n je nepárne. $\Rightarrow$

- f_n je nepárna, je rastúca, $H(f_n) = R$.



Funkcia $f(x) = (x+1)^2(x-1) + c,\ x \in R.$

- f má 1 koreň pre $c \in (-\infty; 0)$
- f má 2 korene pre $c = 0$



Polynóm – Príklady

Funkcia f_n: $y = x^n$, $n \in N$, $x \in R$.

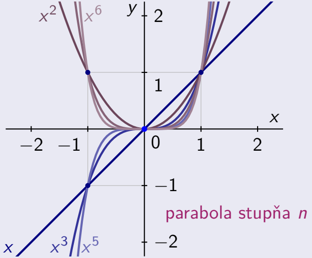
- Grafom je tzv. parabola stupňa n.
- $x = 0$ je jediný koreň f_n.

n je párne. $\Rightarrow$

- f_n je párna, je klesajúca na $(-\infty; 0\rangle$, je rastúca na $\langle 0; \infty)$, $H(f_n) = \langle 0; \infty)$.

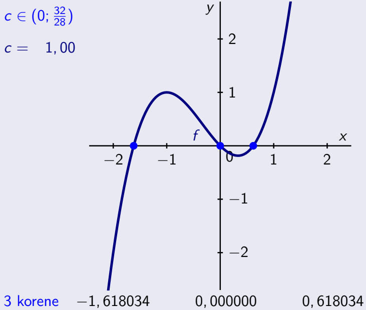
n je nepárne. $\Rightarrow$

- f_n je nepárna, je rastúca, $H(f_n) = R$.



Funkcia $f(x) = (x+1)^2(x-1) + c$, $x \in R$.

- f má 1 koreň pre $c \in (-\infty; 0)$
- f má 2 korene pre $c = 0$
- f má 3 korene pre $c \in (0; \frac{32}{28})$.



Polynóm – Príklady

Funkcia f_n: $y = x^n$, $n \in N$, $x \in R$.

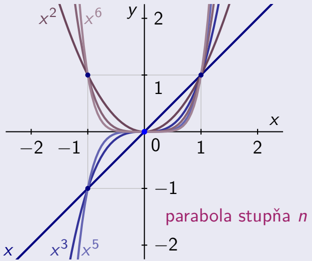
- Grafom je tzv. parabola stupňa n.
- $x = 0$ je jediný koreň f_n.

n je párne. $\Rightarrow$

- f_n je párna, je klesajúca na $(-\infty; 0\rangle$, je rastúca na $\langle 0; \infty)$, $H(f_n) = \langle 0; \infty)$.

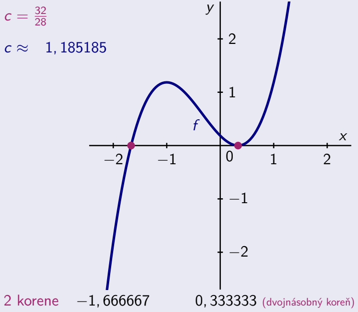
n je nepárne. $\Rightarrow$

- f_n je nepárna, je rastúca, $H(f_n) = R$.



Funkcia $f(x) = (x+1)^2(x-1) + c$, $x \in R$.

- f má 1 koreň pre $c \in (-\infty; 0)$
- f má 2 korene pre $c = 0$ a $c = \frac{32}{28}$.
- f má 3 korene pre $c \in (0; \frac{32}{28})$.



Polynóm – Príklady

Funkcia f_n: $y = x^n$, $n \in N$, $x \in R$.

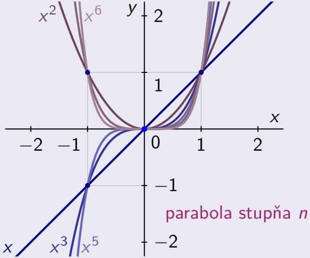
- Grafom je tzv. parabola stupňa n.
- $x = 0$ je jediný koreň f_n.

n je párne. $\Rightarrow$

- f_n je párna, je klesajúca na $(-\infty; 0\rangle$, je rastúca na $\langle 0; \infty)$, $H(f_n) = \langle 0; \infty)$.

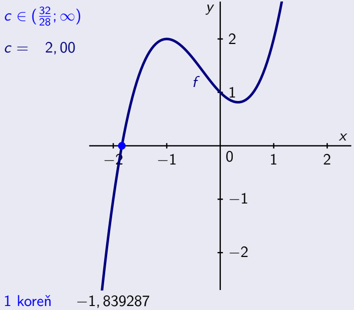
n je nepárne. $\Rightarrow$

- f_n je nepárna, je rastúca, $H(f_n) = R$.



Funkcia $f(x) = (x+1)^2(x-1) + c$, $x \in R$.

- f má 1 koreň pre $c \in (-\infty; 0) \cup (\frac{32}{28}; \infty)$.
- f má 2 korene pre $c = 0$ a $c = \frac{32}{28}$.
- f má 3 korene pre $c \in (0; \frac{32}{28})$.



Polynóm – Príklady

Funkcia $f_n\colon y = x^n,\ n \in N,\ x \in R.$

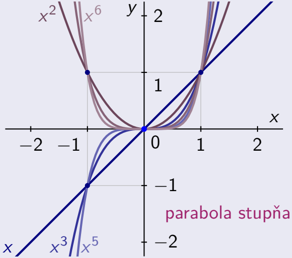
- Grafom je tzv. parabola stupňa n.
- $x = 0$ je jediný koreň f_n.

n je párne. $\Rightarrow$

- f_n je párna, je klesajúca na $(-\infty; 0\rangle$, je rastúca na $\langle 0; \infty)$, $H(f_n) = \langle 0; \infty)$.

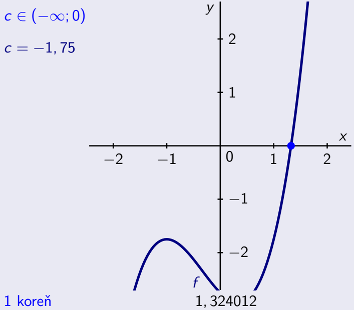
n je nepárne. $\Rightarrow$

- f_n je nepárna, je rastúca, $H(f_n) = R$.



Funkcia $f(x) = (x+1)^2(x-1) + c,\ x \in R.$

- f má 1 koreň pre $c \in (-\infty; 0) \cup (\frac{32}{28}; \infty)$.
- f má 2 korene pre $c = 0$ a $c = \frac{32}{28}$.
- f má 3 korene pre $c \in (0; \frac{32}{28})$.



Racionálna lomená funkcia – Definícia

Racionálna lomená funkcia sa nazýva

Racionálna lomená funkcia – Definícia

Racionálna lomená funkcia sa nazýva

funkcia $f\colon y = \frac{f_n(x)}{f_m(x)} = \frac{a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_nx^n}{b_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+b_mx^m}$. [Podiel dvoch polynómov f_n a f_m.]

Racionálna lomená funkcia – Definícia

Racionálna lomená funkcia sa nazýva

funkcia $f\colon\ y = \dfrac{f_n(x)}{f_m(x)} = \dfrac{a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_nx^n}{b_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+b_mx^m}$. [Podiel dvoch polynómov f_n a f_m.]

- Čísla $a_0, a_1, \ldots, a_n \in R,\ a_n \neq 0$ sú koeficienty polynómu f_n. [Čitateľ zlomku.]

Racionálna lomená funkcia – Definícia

Racionálna lomená funkcia sa nazýva

funkcia $f\colon y = \frac{f_n(x)}{f_m(x)} = \frac{a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_nx^n}{b_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+b_mx^m}$. [Podiel dvoch polynómov f_n a f_m.]

- Čísla $a_0, a_1, \ldots, a_n \in R$, $a_n \neq 0$ sú koeficienty polynómu f_n. [Čitateľ zlomku.]
- Čísla $b_0, b_1, \ldots, b_m \in R$, $b_m \neq 0$ sú koeficienty polynómu f_m. [Menovateľ zlomku.]

Racionálna lomená funkcia – Definícia

Racionálna lomená funkcia sa nazýva

funkcia $f\colon\, y = \frac{f_n(x)}{f_m(x)} = \frac{a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_nx^n}{b_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+b_mx^m}$. [Podiel dvoch polynómov f_n a f_m.]

- Čísla $a_0, a_1, \ldots, a_n \in R$, $a_n \neq 0$ sú koeficienty polynómu f_n. [Čitateľ zlomku.]
- Čísla $b_0, b_1, \ldots, b_m \in R$, $b_m \neq 0$ sú koeficienty polynómu f_m. [Menovateľ zlomku.]
- Čísla $n, m \in N \cup \{0\}$ sú stupne polynómov f_n, f_m.

Racionálna lomená funkcia – Definícia

Racionálna lomená funkcia sa nazýva

funkcia $f\colon\, y = \frac{f_n(x)}{f_m(x)} = \frac{a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_nx^n}{b_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+b_mx^m}$. [Podiel dvoch polynómov f_n a f_m.]

- Čísla $a_0, a_1, \ldots, a_n \in R$, $a_n \neq 0$ sú koeficienty polynómu f_n. [Čitateľ zlomku.]
- Čísla $b_0, b_1, \ldots, b_m \in R$, $b_m \neq 0$ sú koeficienty polynómu f_m. [Menovateľ zlomku.]
- Čísla $n, m \in N \cup \{0\}$ sú stupne polynómov f_n, f_m.

- Prirodzený definičný obor $D(f) = R - \{c \in R,$ pre ktoré $f_m(c) = 0\}$.

Racionálna lomená funkcia – Definícia

Racionálna lomená funkcia sa nazýva

funkcia $f\colon\ y = \frac{f_n(x)}{f_m(x)} = \frac{a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_nx^n}{b_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+b_mx^m}$. [Podiel dvoch polynómov f_n a f_m.]

- Čísla $a_0, a_1, \ldots, a_n \in R,\ a_n \neq 0$ sú koeficienty polynómu f_n. [Čitateľ zlomku.]
- Čísla $b_0, b_1, \ldots, b_m \in R,\ b_m \neq 0$ sú koeficienty polynómu f_m. [Menovateľ zlomku.]
- Čísla $n, m \in N \cup \{0\}$ sú stupne polynómov $f_n,\ f_m$.

- Prirodzený definičný obor $D(f) = R - \{c \in R$, pre ktoré $f_m(c) = 0\}$.

[Aby mala funkcia f zmysel, musí byť menovateľ f_m nenulový, t. j. musíme vylúčiť korene f_m.]

Racionálna lomená funkcia – Definícia

Racionálna lomená funkcia sa nazýva

funkcia $f\colon y = \frac{f_n(x)}{f_m(x)} = \frac{a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_nx^n}{b_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+b_mx^m}$. [Podiel dvoch polynómov f_n a f_m.]

- Čísla $a_0, a_1, \ldots, a_n \in R$, $a_n \neq 0$ sú koeficienty polynómu f_n. [Čitateľ zlomku.]
- Čísla $b_0, b_1, \ldots, b_m \in R$, $b_m \neq 0$ sú koeficienty polynómu f_m. [Menovateľ zlomku.]
- Čísla $n, m \in N \cup \{0\}$ sú stupne polynómov f_n, f_m.

- Prirodzený definičný obor $D(f) = R - \{c \in R$, pre ktoré $f_m(c) = 0\}$.
  [Aby mala funkcia f zmysel, musí byť menovateľ f_m nenulový, t. j. musíme vylúčiť korene f_m.]

- Funkcia f má rovnaké korene ako polynóm f_n (menovateľ).

Racionálna lomená funkcia – Definícia

Racionálna lomená funkcia sa nazýva

funkcia $f\colon\, y = \frac{f_n(x)}{f_m(x)} = \frac{a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_nx^n}{b_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+b_mx^m}$. [Podiel dvoch polynómov f_n a f_m.]

- Čísla $a_0, a_1, \ldots, a_n \in R,\ a_n \neq 0$ sú koeficienty polynómu f_n. [Čitateľ zlomku.]
- Čísla $b_0, b_1, \ldots, b_m \in R,\ b_m \neq 0$ sú koeficienty polynómu f_m. [Menovateľ zlomku.]
- Čísla $n, m \in N \cup \{0\}$ sú stupne polynómov $f_n,\ f_m$.

- Prirodzený definičný obor $D(f) = R - \{c \in R,$ pre ktoré $f_m(c) = 0\}$.
  [Aby mala funkcia f zmysel, musí byť menovateľ f_m nenulový, t. j. musíme vylúčiť korene f_m.]

- Funkcia f má rovnaké korene ako polynóm f_n (menovateľ).
- Ak $f_m\colon\, y = b_0,\ b_0 \neq 0$ $(b_1 = b_2 = \cdots = b_m = 0)$, potom f je polynóm (racionálna celistvá funkcia).

Racionálna lomená funkcia – Definícia

Racionálna lomená funkcia sa nazýva

funkcia $f\colon y=\frac{f_n(x)}{f_m(x)}=\frac{a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_nx^n}{b_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+b_mx^m}$. [Podiel dvoch polynómov f_n a f_m.]

- Čísla $a_0, a_1, \ldots, a_n \in R$, $a_n \neq 0$ sú koeficienty polynómu f_n. [Čitateľ zlomku.]
- Čísla $b_0, b_1, \ldots, b_m \in R$, $b_m \neq 0$ sú koeficienty polynómu f_m. [Menovateľ zlomku.]
- Čísla $n,m \in N \cup \{0\}$ sú stupne polynómov f_n, f_m.

- Prirodzený definičný obor $D(f) = R - \{c \in R$, pre ktoré $f_m(c)=0\}$.
  [Aby mala funkcia f zmysel, musí byť menovateľ f_m nenulový, t. j. musíme vylúčiť korene f_m.]

- Funkcia f má rovnaké korene ako polynóm f_n (menovateľ).
- Ak $f_m\colon y=b_0$, $b_0 \neq 0$ $(b_1=b_2=\cdots=b_m=0)$, potom f je polynóm (racionálna celistvá funkcia).
  [Polynóm je špeciálnym prípadom racionálnej lomenej funkcie.]

Racionálna lomená funkcia – Definícia

Racionálna lomená funkcia sa nazýva

funkcia $f\colon\, y = \frac{f_n(x)}{f_m(x)} = \frac{a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_nx^n}{b_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+b_mx^m}$. [Podiel dvoch polynómov f_n a f_m.]

- Čísla $a_0, a_1, \ldots, a_n \in R,\ a_n \neq 0$ sú koeficienty polynómu f_n. [Čitateľ zlomku.]
- Čísla $b_0, b_1, \ldots, b_m \in R,\ b_m \neq 0$ sú koeficienty polynómu f_m. [Menovateľ zlomku.]
- Čísla $n, m \in N \cup \{0\}$ sú stupne polynómov $f_n,\ f_m$.

- Prirodzený definičný obor $D(f) = R - \{c \in R,$ pre ktoré $f_m(c) = 0\}$.

[Aby mala funkcia f zmysel, musí byť menovateľ f_m nenulový, t. j. musíme vylúčiť korene f_m.]

- Funkcia f má rovnaké korene ako polynóm f_n (menovateľ).
- Ak $f_m\colon\, y = b_0,\ b_0 \neq 0$ $(b_1 = b_2 = \cdots = b_m = 0)$, potom f je polynóm (racionálna celistvá funkcia).

[Polynóm je špeciálnym prípadom racionálnej lomenej funkcie.]

- Pre $n < m$ sa funkcia f nazýva rýdza racionálna lomená.

Racionálna lomená funkcia – Definícia

Racionálna lomená funkcia sa nazýva

funkcia $f\colon\, y = \frac{f_n(x)}{f_m(x)} = \frac{a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_nx^n}{b_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+b_mx^m}$. [Podiel dvoch polynómov f_n a f_m.]

- Čísla $a_0, a_1, \ldots, a_n \in R$, $a_n \neq 0$ sú koeficienty polynómu f_n. [Čitateľ zlomku.]
- Čísla $b_0, b_1, \ldots, b_m \in R$, $b_m \neq 0$ sú koeficienty polynómu f_m. [Menovateľ zlomku.]
- Čísla $n, m \in N \cup \{0\}$ sú stupne polynómov f_n, f_m.

- Prirodzený definičný obor $D(f) = R - \{c \in R$, pre ktoré $f_m(c) = 0\}$.

[Aby mala funkcia f zmysel, musí byť menovateľ f_m nenulový, t. j. musíme vylúčiť korene f_m.]

- Funkcia f má rovnaké korene ako polynóm f_n (menovateľ).
- Ak $f_m\colon\, y = b_0$, $b_0 \neq 0$ $(b_1 = b_2 = \cdots = b_m = 0)$, potom f je polynóm (racionálna celistvá funkcia).

[Polynóm je špeciálnym prípadom racionálnej lomenej funkcie.]

- Pre $n < m$ sa funkcia f nazýva rýdza racionálna lomená.
- Pre $n \geq m$ môžeme funkciu f rozložiť na súčet polynómu (stupňa $n-m$)

Racionálna lomená funkcia – Definícia

Racionálna lomená funkcia sa nazýva

funkcia $f\colon y = \frac{f_n(x)}{f_m(x)} = \frac{a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_nx^n}{b_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+b_mx^m}$. [Podiel dvoch polynómov f_n a f_m.]

- Čísla $a_0, a_1, \ldots, a_n \in R$, $a_n \neq 0$ sú koeficienty polynómu f_n. [Čitateľ zlomku.]
- Čísla $b_0, b_1, \ldots, b_m \in R$, $b_m \neq 0$ sú koeficienty polynómu f_m. [Menovateľ zlomku.]
- Čísla $n, m \in N \cup \{0\}$ sú stupne polynómov f_n, f_m.

- Prirodzený definičný obor $D(f) = R - \{c \in R$, pre ktoré $f_m(c) = 0\}$.

[Aby mala funkcia f zmysel, musí byť menovateľ f_m nenulový, t. j. musíme vylúčiť korene f_m.]

- Funkcia f má rovnaké korene ako polynóm f_n (menovateľ).
- Ak $f_m\colon y = b_0$, $b_0 \neq 0$ $(b_1 = b_2 = \cdots = b_m = 0)$, potom f je polynóm (racionálna celistvá funkcia).

[Polynóm je špeciálnym prípadom racionálnej lomenej funkcie.]

- Pre $n < m$ sa funkcia f nazýva rýdza racionálna lomená.
- Pre $n \geq m$ môžeme funkciu f rozložiť na súčet polynómu (stupňa $n-m$) a funkcie rýdzej racionálnej lomenej.

Racionálna lomená funkcia – Príklad

Funkcia f_n: $y = x^{-n} = \frac{1}{x^n}$, $n \in N$, $x \in R - \{0\}$.

Racionálna lomená funkcia – Príklad

Funkcia f_n: $y = x^{-n} = \frac{1}{x^n}$, $n \in N$, $x \in R - \{0\}$.

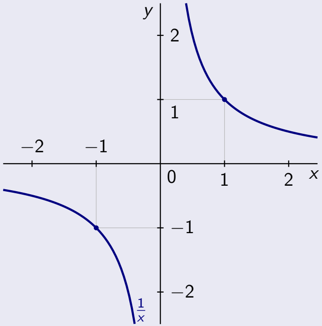
- Grafom je tzv. hyperbola stupňa $n+1$.

Racionálna lomená funkcia – Príklad

Funkcia $f_n\colon\, y = x^{-n} = \frac{1}{x^n},\ n \in N,\ x \in R - \{0\}$.

- Grafom je tzv. hyperbola stupňa $n+1$.

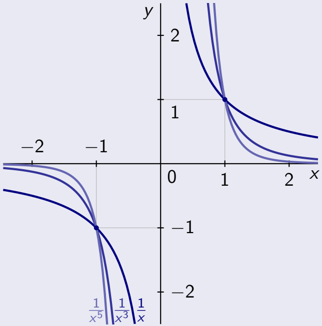
[Graf funkcie $f_1\colon\, y = \frac{1}{x}$ nazývame hyperbola.]

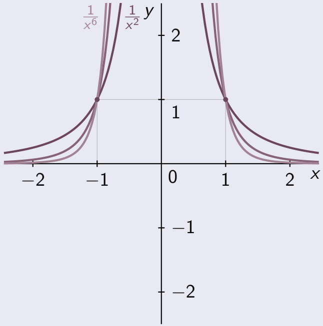


Racionálna lomená funkcia – Príklad

Funkcia $f_n\colon y = x^{-n} = \frac{1}{x^n},\ n \in N,\ x \in R - \{0\}$.

- Grafom je tzv. hyperbola stupňa $n+1$. [Graf funkcie $f_1\colon y = \frac{1}{x}$ nazývame hyperbola.]
- f_n nemá korene (nulové body).





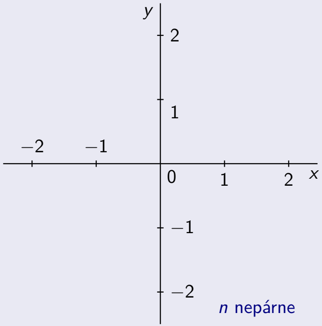
Racionálna lomená funkcia – Príklad

Funkcia $f_n\colon y = x^{-n} = \frac{1}{x^n},\ n \in N,\ x \in R - \{0\}$.

- Grafom je tzv. hyperbola stupňa $n+1$.
- f_n nemá korene (nulové body).

[Graf funkcie $f_1\colon y = \frac{1}{x}$ nazývame hyperbola.]

n je nepárne.



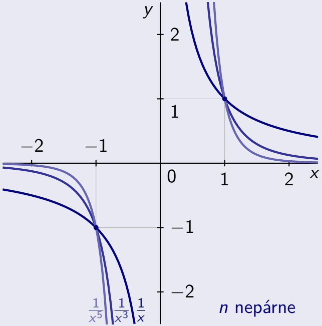
Racionálna lomená funkcia – Príklad

Funkcia $f_n\colon y = x^{-n} = \frac{1}{x^n},\ n \in N,\ x \in R - \{0\}$.

- Grafom je tzv. hyperbola stupňa $n+1$.
- f_n nemá korene (nulové body).

[Graf funkcie $f_1\colon y = \frac{1}{x}$ nazývame hyperbola.]

n je nepárne. $\Rightarrow$ • f_n je nepárna,

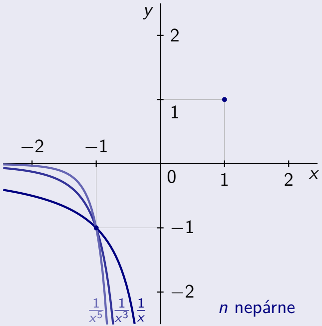


Racionálna lomená funkcia – Príklad

Funkcia $f_n\colon y = x^{-n} = \frac{1}{x^n},\ n \in N,\ x \in R - \{0\}$.

- Grafom je tzv. hyperbola stupňa $n+1$. [Graf funkcie $f_1\colon y = \frac{1}{x}$ nazývame hyperbola.]
- f_n nemá korene (nulové body).

n je nepárne. $\Rightarrow$ • f_n je nepárna, klesá na $(-\infty; 0)$,

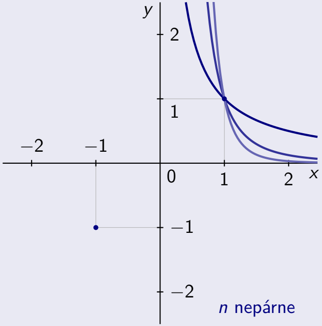


Racionálna lomená funkcia – Príklad

Funkcia $f_n\colon y = x^{-n} = \frac{1}{x^n},\ n \in N,\ x \in R - \{0\}$.

- Grafom je tzv. hyperbola stupňa $n+1$. [Graf funkcie $f_1\colon y = \frac{1}{x}$ nazývame hyperbola.]
- f_n nemá korene (nulové body).

n je nepárne. $\Rightarrow$ • f_n je nepárna, klesá na $(-\infty; 0)$, klesá na $(0; \infty)$,



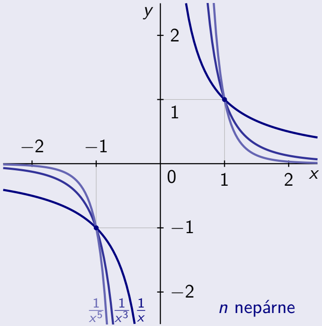
Racionálna lomená funkcia – Príklad

Funkcia $f_n\colon y = x^{-n} = \frac{1}{x^n},\ n \in N,\ x \in R - \{0\}$.

- Grafom je tzv. hyperbola stupňa $n+1$. [Graf funkcie $f_1\colon y = \frac{1}{x}$ nazývame hyperbola.]
- f_n nemá korene (nulové body).

---

n je nepárne. $\Rightarrow$ • f_n je nepárna, klesá na $(-\infty; 0)$, klesá na $(0; \infty)$, $H(f_n) = R - \{0\}$.



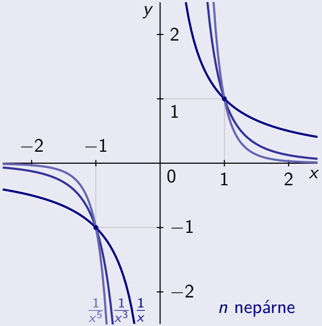
Racionálna lomená funkcia – Príklad

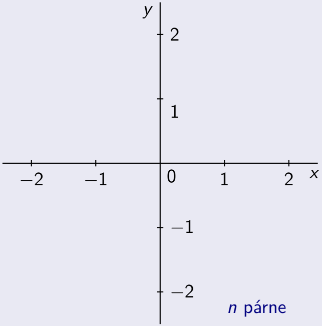
Funkcia $f_n\colon y = x^{-n} = \frac{1}{x^n},\ n \in N,\ x \in R - \{0\}$.

- Grafom je tzv. hyperbola stupňa $n+1$. [Graf funkcie $f_1\colon y = \frac{1}{x}$ nazývame hyperbola.]
- f_n nemá korene (nulové body).

n je nepárne. $\Rightarrow$ • f_n je nepárna, klesá na $(-\infty; 0)$, klesá na $(0; \infty)$, $H(f_n) = R - \{0\}$.

n je párne.





Racionálna lomená funkcia – Príklad

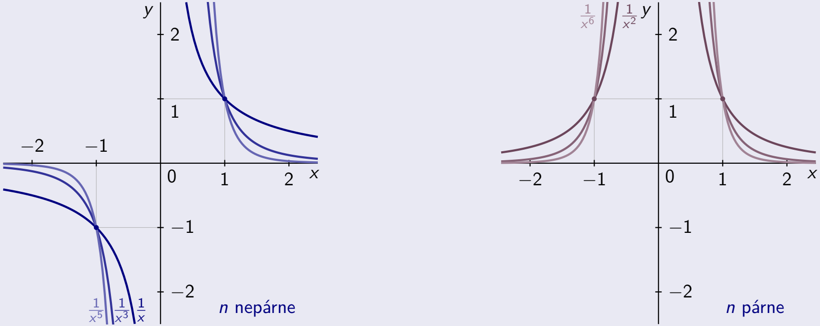
Funkcia $f_n\colon y = x^{-n} = \frac{1}{x^n},\ n \in N,\ x \in R - \{0\}$.

- Grafom je tzv. hyperbola stupňa $n+1$.
- f_n nemá korene (nulové body).

[Graf funkcie $f_1\colon y = \frac{1}{x}$ nazývame hyperbola.]

n je nepárne. $\Rightarrow$ • f_n je nepárna, klesá na $(-\infty; 0)$, klesá na $(0; \infty)$, $H(f_n) = R - \{0\}$.

n je párne. $\Rightarrow$ • f_n je párna,



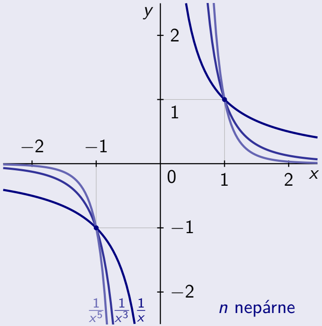
Racionálna lomená funkcia – Príklad

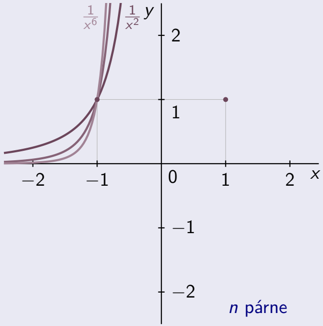
Funkcia $f_n\colon y = x^{-n} = \frac{1}{x^n},\ n \in N,\ x \in R - \{0\}$.

- Grafom je tzv. hyperbola stupňa $n+1$. [Graf funkcie $f_1\colon y = \frac{1}{x}$ nazývame hyperbola.]
- f_n nemá korene (nulové body).

n je nepárne. $\Rightarrow$ • f_n je nepárna, klesá na $(-\infty; 0)$, klesá na $(0; \infty)$, $H(f_n) = R - \{0\}$.

n je párne. $\Rightarrow$ • f_n je párna, rastie na $(-\infty; 0)$,





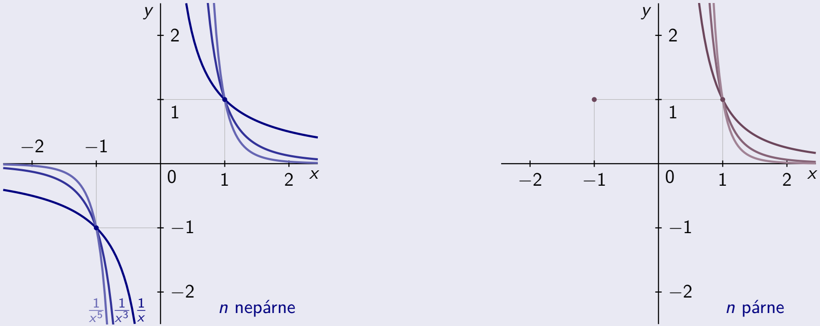
Racionálna lomená funkcia – Príklad

Funkcia $f_n \colon y = x^{-n} = \frac{1}{x^n}$, $n \in N$, $x \in R - \{0\}$.

- Grafom je tzv. hyperbola stupňa $n+1$. [Graf funkcie $f_1 \colon y = \frac{1}{x}$ nazývame hyperbola.]
- f_n nemá korene (nulové body).

n je nepárne. $\Rightarrow$ • f_n je nepárna, klesá na $(-\infty; 0)$, klesá na $(0; \infty)$, $H(f_n) = R - \{0\}$.

n je párne. $\Rightarrow$ • f_n je párna, rastie na $(-\infty; 0)$, klesá na $(0; \infty)$,



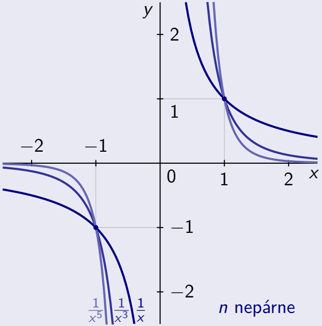
Racionálna lomená funkcia – Príklad

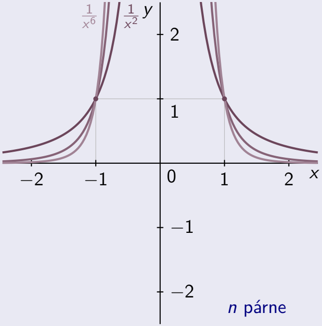
Funkcia $f_n\colon y = x^{-n} = \frac{1}{x^n},\ n \in N,\ x \in R - \{0\}$.

- Grafom je tzv. hyperbola stupňa $n+1$. [Graf funkcie $f_1\colon y = \frac{1}{x}$ nazývame hyperbola.]
- f_n nemá korene (nulové body).

n je nepárne. $\Rightarrow$ • f_n je nepárna, klesá na $(-\infty; 0)$, klesá na $(0; \infty)$, $H(f_n) = R - \{0\}$.

n je párne. $\Rightarrow$ • f_n je párna, rastie na $(-\infty; 0)$, klesá na $(0; \infty)$, $H(f_n) = (0; \infty)$.





Mocninná funkcia – Definícia

Mocninná (mocninová) funkcia sa nazýva

Mocninná funkcia – Definícia

Mocninná (mocninová) funkcia sa nazýva

funkcia $f\colon y = x^r$, kde $r \in R$.

Mocninná funkcia – Definícia

Mocninná (mocninová) funkcia sa nazýva

funkcia $f\colon y = x^r$, kde $r \in R$. [Premenná x je v základe mocniny. Exponent r sa nemení.]

Mocninná funkcia – Definícia

Mocninná (mocninová) funkcia sa nazýva

funkcia $f\colon y = x^r$, kde $r \in R$. [Premenná x je v základe mocniny. Exponent r sa nemení.]

- $r \in Z$.
- $r \notin Z$.

Mocninná funkcia – Definícia

Mocninná (mocninová) funkcia sa nazýva

funkcia $f\colon y = x^r$, kde $r \in R$. [Premenná x je v základe mocniny. Exponent r sa nemení.]

- $r \in Z$. $\begin{cases} r > 0. \\ r = 0. \\ r < 0. \end{cases}$

- $r \notin Z$.

Mocninná funkcia – Definícia

Mocninná (mocninová) funkcia sa nazýva

funkcia $f\colon y = x^r$, kde $r \in R$. [Premenná x je v základe mocniny. Exponent r sa nemení.]

- $r \in Z$. $\begin{cases} r > 0. \Rightarrow \bullet\ f\colon y = x^n, \text{ kde } r = n \in N, \\ r = 0. \\ r < 0. \end{cases}$

- $r \notin Z$.

Mocninná funkcia – Definícia

Mocninná (mocninová) funkcia sa nazýva

funkcia $f\colon y = x^r$, kde $r \in R$. [Premenná x je v základe mocniny. Exponent r sa nemení.]

- $r \in Z$. $\begin{cases} r > 0. \Rightarrow \bullet\ f\colon y = x^n, \text{ kde } r = n \in N, \\ r = 0. \Rightarrow \bullet\ f\colon y = 1, \\ r < 0. \end{cases}$

- $r \notin Z$.

Mocninná funkcia – Definícia

Mocninná (mocninová) funkcia sa nazýva

funkcia $f\colon y = x^r$, kde $r \in R$. [Premenná x je v základe mocniny. Exponent r sa nemení.]

- $r \in Z$. $\begin{cases} r > 0. \Rightarrow \bullet\ f\colon y = x^n, \text{ kde } r = n \in N, \\ r = 0. \Rightarrow \bullet\ f\colon y = 1, \\ r < 0. \Rightarrow \bullet\ f\colon y = \frac{1}{x^n}, \text{ kde } -r = n \in N, \end{cases}$

- $r \notin Z$.

Mocninná funkcia – Definícia

Mocninná (mocninová) funkcia sa nazýva

funkcia $f\colon y = x^r$, kde $r \in R$. [Premenná x je v základe mocniny. Exponent r sa nemení.]

- $r \in Z$. $\begin{cases} r > 0. \Rightarrow \bullet\ f\colon y = x^n, \text{ kde } r = n \in N, & \text{prirodzený } D(f) = R. \\ r = 0. \Rightarrow \bullet\ f\colon y = 1, & \text{prirodzený } D(f) = R. \\ r < 0. \Rightarrow \bullet\ f\colon y = \frac{1}{x^n}, \text{ kde } -r = n \in N, & \text{prirodzený } D(f) = R - \{0\}. \end{cases}$

- $r \notin Z$.

Mocninná funkcia – Definícia

Mocninná (mocninová) funkcia sa nazýva

funkcia $f\colon y = x^r$, kde $r \in R$. [Premenná x je v základe mocniny. Exponent r sa nemení.]

- $r \in Z$.
  - $r > 0. \Rightarrow$ • $f\colon y = x^n$, kde $r = n \in N$, prirodzený $D(f) = R$. [Polynóm.]
  - $r = 0. \Rightarrow$ • $f\colon y = 1$, prirodzený $D(f) = R$. [Konštantná funkcia.]
  - $r < 0. \Rightarrow$ • $f\colon y = \frac{1}{x^n}$, kde $-r = n \in N$, prirodzený $D(f) = R - \{0\}$.

- $r \notin Z$.

Mocninná funkcia – Definícia

Mocninná (mocninová) funkcia sa nazýva

funkcia $f\colon y = x^r$, kde $r \in R$. [Premenná x je v základe mocniny. Exponent r sa nemení.]

- $r \in Z$.
  - $r > 0. \Rightarrow$ • $f\colon y = x^n$, kde $r = n \in N$, prirodzený $D(f) = R$. [Polynóm.]
  - $r = 0. \Rightarrow$ • $f\colon y = 1$, prirodzený $D(f) = R$. [Konštantná funkcia.]
  - $r < 0. \Rightarrow$ • $f\colon y = \frac{1}{x^n}$, kde $-r = n \in N$, prirodzený $D(f) = R - \{0\}$.

- $r \notin Z$.
  - $r > 0.$
  - $r < 0.$

Mocninná funkcia – Definícia

Mocninná (mocninová) funkcia sa nazýva

funkcia $f\colon y = x^r$, kde $r \in R$. [Premenná x je v základe mocniny. Exponent r sa nemení.]

- $r \in Z$.
  - $r > 0. \Rightarrow$ • $f\colon y = x^n$, kde $r = n \in N$, prirodzený $D(f) = R$. [Polynóm.]
  - $r = 0. \Rightarrow$ • $f\colon y = 1$, prirodzený $D(f) = R$. [Konštantná funkcia.]
  - $r < 0. \Rightarrow$ • $f\colon y = \frac{1}{x^n}$, kde $-r = n \in N$, prirodzený $D(f) = R - \{0\}$.

- $r \notin Z$.
  - $r > 0. \Rightarrow$ • $f\colon y = x^r$,
  - $r < 0.$

Mocninná funkcia – Definícia

Mocninná (mocninová) funkcia sa nazýva

funkcia $f\colon y = x^r$, kde $r \in R$. [Premenná x je v základe mocniny. Exponent r sa nemení.]

- $r \in Z$.
  - $r > 0. \Rightarrow$ • $f\colon y = x^n$, kde $r = n \in N$, prirodzený $D(f) = R$. [Polynóm.]
  - $r = 0. \Rightarrow$ • $f\colon y = 1$, prirodzený $D(f) = R$. [Konštantná funkcia.]
  - $r < 0. \Rightarrow$ • $f\colon y = \frac{1}{x^n}$, kde $-r = n \in N$, prirodzený $D(f) = R - \{0\}$.

- $r \notin Z$.
  - $r > 0. \Rightarrow$ • $f\colon y = x^r$,
  - $r < 0. \Rightarrow$ • $f\colon y = x^r = \frac{1}{x^{-r}}$ $(-r > 0)$,

Mocninná funkcia – Definícia

Mocninná (mocninová) funkcia sa nazýva

funkcia $f\colon y = x^r$, kde $r \in R$. [Premenná x je v základe mocniny. Exponent r sa nemení.]

- $r \in Z$.
  - $r > 0. \Rightarrow$ • $f\colon y = x^n$, kde $r = n \in N$, prirodzený $D(f) = R$. [Polynóm.]
  - $r = 0. \Rightarrow$ • $f\colon y = 1$, prirodzený $D(f) = R$. [Konštantná funkcia.]
  - $r < 0. \Rightarrow$ • $f\colon y = \frac{1}{x^n}$, kde $-r = n \in N$, prirodzený $D(f) = R - \{0\}$.

- $r \notin Z$.
  - $r > 0. \Rightarrow$ • $f\colon y = x^r$, prirodzený $D(f) = \langle 0; \infty)$,
  - $r < 0. \Rightarrow$ • $f\colon y = x^r = \frac{1}{x^{-r}}$ $(-r > 0)$, prirodzený $D(f) = (0; \infty)$,

Mocninná funkcia – Definícia

Mocninná (mocninová) funkcia sa nazýva

funkcia $f\colon y = x^r$, kde $r \in R$. [Premenná x je v základe mocniny. Exponent r sa nemení.]

- $r \in Z$. $\begin{cases} r > 0. \Rightarrow \bullet\ f\colon y = x^n, \text{ kde } r = n \in N, & \text{prirodzený } D(f) = R. \quad \text{[Polynóm.]} \\ r = 0. \Rightarrow \bullet\ f\colon y = 1, & \text{prirodzený } D(f) = R. \quad \text{[Konštantná funkcia.]} \\ r < 0. \Rightarrow \bullet\ f\colon y = \frac{1}{x^n}, \text{ kde } -r = n \in N, & \text{prirodzený } D(f) = R - \{0\}. \end{cases}$

- $r \notin Z$. $\begin{cases} r > 0. \Rightarrow \bullet\ f\colon y = x^r, \text{ prirodzený } D(f) = \langle 0; \infty), \ H(f) = \langle 0; \infty). \\ r < 0. \Rightarrow \bullet\ f\colon y = x^r = \frac{1}{x^{-r}} \ (-r > 0), \text{ prirodzený } D(f) = (0; \infty), \ H(f) = (0; \infty). \end{cases}$

Mocninná funkcia – Definícia

Mocninná (mocninová) funkcia sa nazýva

funkcia $f\colon y = x^r$, kde $r \in R$. [Premenná x je v základe mocniny. Exponent r sa nemení.]

- $r \in Z$.
  - $r > 0. \Rightarrow$ • $f\colon y = x^n$, kde $r = n \in N$, prirodzený $D(f) = R$. [Polynóm.]
  - $r = 0. \Rightarrow$ • $f\colon y = 1$, prirodzený $D(f) = R$. [Konštantná funkcia.]
  - $r < 0. \Rightarrow$ • $f\colon y = \frac{1}{x^n}$, kde $-r = n \in N$, prirodzený $D(f) = R - \{0\}$.

- $r \notin Z$.
  - $r > 0. \Rightarrow$ • $f\colon y = x^r$, prirodzený $D(f) = \langle 0; \infty)$, $H(f) = \langle 0; \infty)$.

    f je rastúca,
  - $r < 0. \Rightarrow$ • $f\colon y = x^r = \frac{1}{x^{-r}}$ $(-r > 0)$, prirodzený $D(f) = (0; \infty)$, $H(f) = (0; \infty)$.

    f je klesajúca,

Mocninná funkcia – Definícia

Mocninná (mocninová) funkcia sa nazýva

funkcia $f\colon y = x^r$, kde $r \in R$. [Premenná x je v základe mocniny. Exponent r sa nemení.]

- $r \in Z$.
  - $r > 0. \Rightarrow$ • $f\colon y = x^n$, kde $r = n \in N$, prirodzený $D(f) = R$. [Polynóm.]
  - $r = 0. \Rightarrow$ • $f\colon y = 1$, prirodzený $D(f) = R$. [Konštantná funkcia.]
  - $r < 0. \Rightarrow$ • $f\colon y = \frac{1}{x^n}$, kde $-r = n \in N$, prirodzený $D(f) = R - \{0\}$.

- $r \notin Z$.
  - $r > 0. \Rightarrow$ • $f\colon y = x^r$, prirodzený $D(f) = \langle 0; \infty)$, $H(f) = \langle 0; \infty)$.

    f je rastúca, je prostá

  - $r < 0. \Rightarrow$ • $f\colon y = x^r = \frac{1}{x^{-r}}$ $(-r > 0)$, prirodzený $D(f) = (0; \infty)$, $H(f) = (0; \infty)$.

    f je klesajúca, je prostá

Mocninná funkcia – Definícia

Mocninná (mocninová) funkcia sa nazýva

funkcia $f\colon y = x^r$, kde $r \in R$. [Premenná x je v základe mocniny. Exponent r sa nemení.]

- $r \in Z$.
  - $r > 0. \Rightarrow$ • $f\colon y = x^n$, kde $r = n \in N$, prirodzený $D(f) = R$. [Polynóm.]
  - $r = 0. \Rightarrow$ • $f\colon y = 1$, prirodzený $D(f) = R$. [Konštantná funkcia.]
  - $r < 0. \Rightarrow$ • $f\colon y = \frac{1}{x^n}$, kde $-r = n \in N$, prirodzený $D(f) = R - \{0\}$.

- $r \notin Z$.
  - $r > 0. \Rightarrow$ • $f\colon y = x^r$, prirodzený $D(f) = \langle 0; \infty)$, $H(f) = \langle 0; \infty)$.

    f je rastúca, je prostá (aj bijektívna).
  - $r < 0. \Rightarrow$ • $f\colon y = x^r = \frac{1}{x^{-r}}$ $(-r > 0)$, prirodzený $D(f) = (0; \infty)$, $H(f) = (0; \infty)$.

    f je klesajúca, je prostá (aj bijektívna).

Mocninná funkcia – Definícia

Mocninná (mocninová) funkcia sa nazýva

funkcia $f\colon y = x^r$, kde $r \in R$. [Premenná x je v základe mocniny. Exponent r sa nemení.]

- $r \in Z$.
  - $r > 0. \Rightarrow$ • $f\colon y = x^n$, kde $r = n \in N$, prirodzený $D(f) = R$. [Polynóm.]
  - $r = 0. \Rightarrow$ • $f\colon y = 1$, prirodzený $D(f) = R$. [Konštantná funkcia.]
  - $r < 0. \Rightarrow$ • $f\colon y = \frac{1}{x^n}$, kde $-r = n \in N$, prirodzený $D(f) = R - \{0\}$.

- $r \notin Z$.
  - $r > 0. \Rightarrow$ • $f\colon y = x^r$, prirodzený $D(f) = \langle 0; \infty)$, $H(f) = \langle 0; \infty)$.

    f je rastúca, je prostá (aj bijektívna).

    $f^{-1}\colon y = x^{\frac{1}{r}} = \sqrt[r]{x}$, $x \in \langle 0; \infty)$

  - $r < 0. \Rightarrow$ • $f\colon y = x^r = \frac{1}{x^{-r}}$ $(-r > 0)$, prirodzený $D(f) = (0; \infty)$, $H(f) = (0; \infty)$.

    f je klesajúca, je prostá (aj bijektívna).

Mocninná funkcia – Definícia

Mocninná (mocninová) funkcia sa nazýva

funkcia $f\colon y = x^r$, kde $r \in R$. [Premenná x je v základe mocniny. Exponent r sa nemení.]

- $r \in Z$.
  - $r > 0. \Rightarrow$ • $f\colon y = x^n$, kde $r = n \in N$, prirodzený $D(f) = R$. [Polynóm.]
  - $r = 0. \Rightarrow$ • $f\colon y = 1$, prirodzený $D(f) = R$. [Konštantná funkcia.]
  - $r < 0. \Rightarrow$ • $f\colon y = \frac{1}{x^n}$, kde $-r = n \in N$, prirodzený $D(f) = R - \{0\}$.

- $r \notin Z$.
  - $r > 0. \Rightarrow$ • $f\colon y = x^r$, prirodzený $D(f) = \langle 0; \infty)$, $H(f) = \langle 0; \infty)$.

    f je rastúca, je prostá (aj bijektívna).

    $f^{-1}\colon y = x^{\frac{1}{r}} = \sqrt[r]{x}$, $x \in \langle 0; \infty)$

  - $r < 0. \Rightarrow$ • $f\colon y = x^r = \frac{1}{x^{-r}}$ $(-r > 0)$, prirodzený $D(f) = (0; \infty)$, $H(f) = (0; \infty)$.

    f je klesajúca, je prostá (aj bijektívna).

    $f^{-1}\colon y = x^{\frac{1}{r}} = \frac{1}{x^{-\frac{1}{r}}}$, $x \in (0; \infty)$

Mocninná funkcia – Definícia

Mocninná (mocninová) funkcia sa nazýva

funkcia $f\colon y = x^r$, kde $r \in R$. [Premenná x je v základe mocniny. Exponent r sa nemení.]

- $r \in Z$.
  - $r > 0. \Rightarrow$ • $f\colon y = x^n$, kde $r = n \in N$, prirodzený $D(f) = R$. [Polynóm.]
  - $r = 0. \Rightarrow$ • $f\colon y = 1$, prirodzený $D(f) = R$. [Konštantná funkcia.]
  - $r < 0. \Rightarrow$ • $f\colon y = \frac{1}{x^n}$, kde $-r = n \in N$, prirodzený $D(f) = R - \{0\}$.

- $r \notin Z$.
  - $r > 0. \Rightarrow$ • $f\colon y = x^r$, prirodzený $D(f) = \langle 0; \infty)$, $H(f) = \langle 0; \infty)$.

    f je rastúca, je prostá (aj bijektívna).

    $f^{-1}\colon y = x^{\frac{1}{r}} = \sqrt[r]{x}$, $x \in \langle 0; \infty)$ (tiež mocninná funkcia).
  - $r < 0. \Rightarrow$ • $f\colon y = x^r = \frac{1}{x^{-r}}$ $(-r > 0)$, prirodzený $D(f) = (0; \infty)$, $H(f) = (0; \infty)$.

    f je klesajúca, je prostá (aj bijektívna).

    $f^{-1}\colon y = x^{\frac{1}{r}} = \frac{1}{x^{-\frac{1}{r}}}$, $x \in (0; \infty)$ (tiež mocninná funkcia).

Mocninná funkcia – Definícia

Mocninná (mocninová) funkcia sa nazýva

funkcia $f\colon y = x^r$, kde $r \in R$. [Premenná x je v základe mocniny. Exponent r sa nemení.]

- $r \in Z$.
  - $r > 0. \Rightarrow$ • $f\colon y = x^n$, kde $r = n \in N$, prirodzený $D(f) = R$. [Polynóm.]
  - $r = 0. \Rightarrow$ • $f\colon y = 1$, prirodzený $D(f) = R$. [Konštantná funkcia.]
  - $r < 0. \Rightarrow$ • $f\colon y = \frac{1}{x^n}$, kde $-r = n \in N$, prirodzený $D(f) = R - \{0\}$.

- $r \notin Z$.
  - $r > 0. \Rightarrow$ • $f\colon y = x^r$, prirodzený $D(f) = \langle 0; \infty)$, $H(f) = \langle 0; \infty)$.

    f je rastúca, je prostá (aj bijektívna).

    $f^{-1}\colon y = x^{\frac{1}{r}} = \sqrt[r]{x}$, $x \in \langle 0; \infty)$ (tiež mocninná funkcia).

    [Napr. inverzná funkcia k $f\colon y = x^2$, $x \in \langle 0; \infty)$ má tvar $f^{-1}\colon y = x^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x}$, $x \in \langle 0; \infty)$.]
  - $r < 0. \Rightarrow$ • $f\colon y = x^r = \frac{1}{x^{-r}}$ $(-r > 0)$, prirodzený $D(f) = (0; \infty)$, $H(f) = (0; \infty)$.

    f je klesajúca, je prostá (aj bijektívna).

    $f^{-1}\colon y = x^{\frac{1}{r}} = \frac{1}{x^{-\frac{1}{r}}}$, $x \in (0; \infty)$ (tiež mocninná funkcia).

Mocninná funkcia – Definícia

Mocninná (mocninová) funkcia sa nazýva

funkcia $f\colon y = x^r$, kde $r \in R$. [Premenná x je v základe mocniny. Exponent r sa nemení.]

- $r \in Z$.
  - $r > 0. \Rightarrow$ • $f\colon y = x^n$, kde $r = n \in N$, prirodzený $D(f) = R$. [Polynóm.]
  - $r = 0. \Rightarrow$ • $f\colon y = 1$, prirodzený $D(f) = R$. [Konštantná funkcia.]
  - $r < 0. \Rightarrow$ • $f\colon y = \frac{1}{x^n}$, kde $-r = n \in N$, prirodzený $D(f) = R - \{0\}$.

- $r \notin Z$.
  - $r > 0. \Rightarrow$ • $f\colon y = x^r$, prirodzený $D(f) = \langle 0; \infty)$, $H(f) = \langle 0; \infty)$.

    f je rastúca, je prostá (aj bijektívna).

    $f^{-1}\colon y = x^{\frac{1}{r}} = \sqrt[r]{x}$, $x \in \langle 0; \infty)$ (tiež mocninná funkcia).

    [Napr. inverzná funkcia k $f\colon y = x^2$, $x \in \langle 0; \infty)$ má tvar $f^{-1}\colon y = x^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x}$, $x \in \langle 0; \infty)$.]
  - $r < 0. \Rightarrow$ • $f\colon y = x^r = \frac{1}{x^{-r}}$ $(-r > 0)$, prirodzený $D(f) = (0; \infty)$, $H(f) = (0; \infty)$.

    f je klesajúca, je prostá (aj bijektívna).

    $f^{-1}\colon y = x^{\frac{1}{r}} = \frac{1}{x^{-\frac{1}{r}}}$, $x \in (0; \infty)$ (tiež mocninná funkcia).

    [Napr. inverzná funkcia k $f\colon y = \frac{1}{x^2}$, $x \in (0; \infty)$ má tvar $f^{-1}\colon y = \frac{1}{\sqrt{x}}$, $x \in (0; \infty)$.]

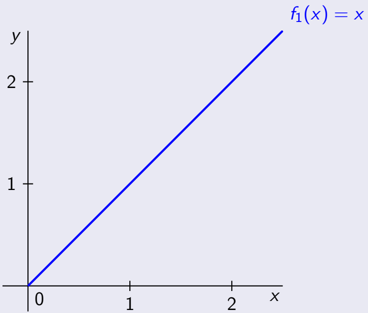
Mocninná funkcia – Príklady

Funkcia $f_r\colon y = x^r,\ r > 0.$

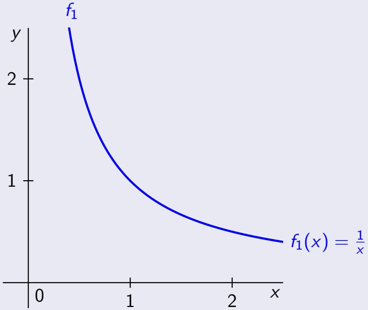
Funkcia $f_r\colon y = \frac{1}{x^r},\ r > 0.$

Mocninná funkcia – Príklady

Funkcia $f_r\colon y = x^r$, $r > 0$.

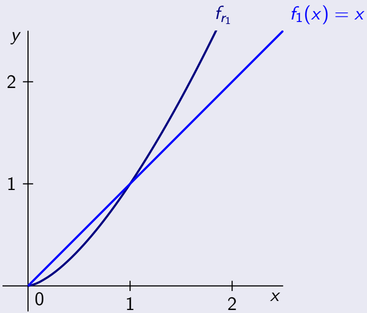


Funkcia $f_r\colon y = \frac{1}{x^r}$, $r > 0$.

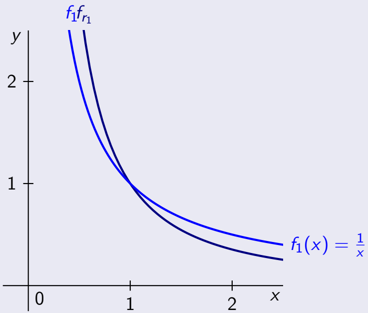


Mocninná funkcia – Príklady

Funkcia $f_r\colon y = x^r,\ r > 0.$

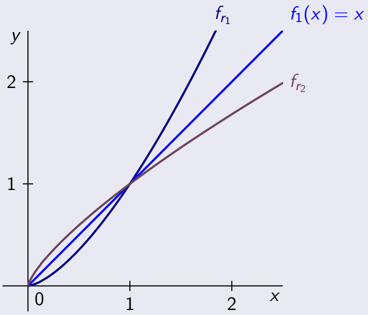


Funkcia $f_r\colon y = \frac{1}{x^r},\ r > 0.$

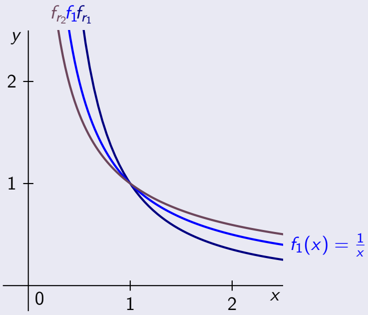


Mocninná funkcia – Príklady

Funkcia $f_r\colon y = x^r,\ r > 0.$



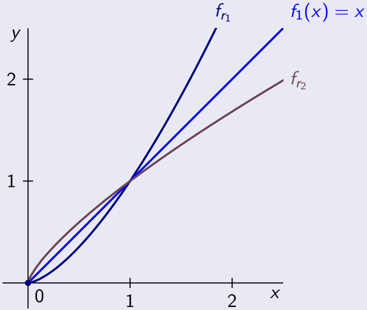
Funkcia $f_r\colon y = \frac{1}{x^r},\ r > 0.$



Mocninná funkcia – Príklady

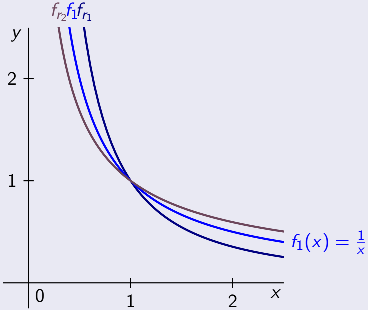
Funkcia $f_r\colon y = x^r,\ r > 0.$

- $f_r\colon \langle 0; \infty) \to \langle 0; \infty).$



Funkcia $f_r\colon y = \frac{1}{x^r},\ r > 0.$

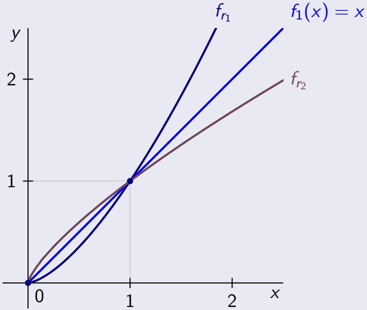
- $f_r\colon (0; \infty) \to (0; \infty).$



Mocninná funkcia – Príklady

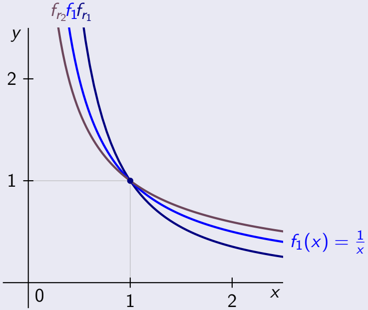
Funkcia $f_r\colon y = x^r,\ r > 0.$

- $f_r\colon \langle 0; \infty) \to \langle 0; \infty).$
- $f_r(1) = 1,$



Funkcia $f_r\colon y = \frac{1}{x^r},\ r > 0.$

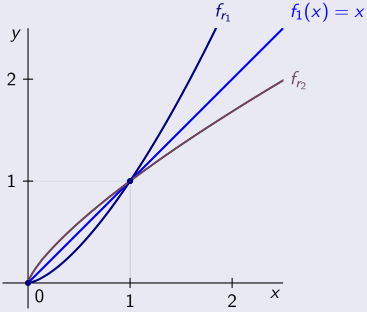
- $f_r\colon (0; \infty) \to (0; \infty).$
- $f_r(1) = 1,$



Mocninná funkcia – Príklady

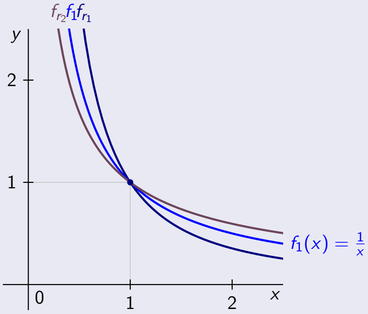
Funkcia $f_r\colon y = x^r$, $r > 0$.

- $f_r\colon \langle 0; \infty) \to \langle 0; \infty)$.
- $f_r(1) = 1$, nulový bod je 0. $[f_r(0) = 0.]$



Funkcia $f_r\colon y = \frac{1}{x^r}$, $r > 0$.

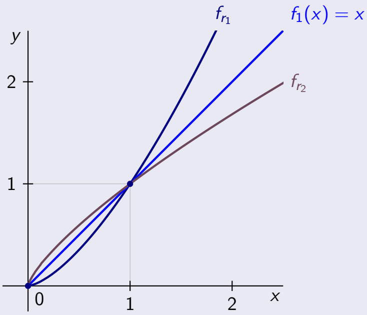
- $f_r\colon (0; \infty) \to (0; \infty)$.
- $f_r(1) = 1$, nulový bod neexistuje.



Mocninná funkcia – Príklady

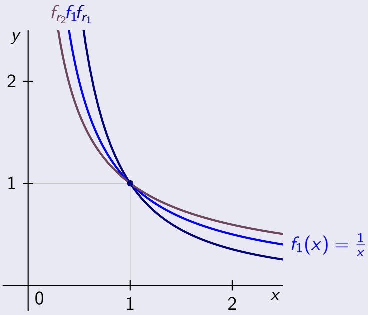
Funkcia $f_r\colon y = x^r,\ r > 0.$

- $f_r\colon \langle 0; \infty) \to \langle 0; \infty).$
- $f_r(1) = 1$, nulový bod je 0. $[f_r(0) = 0.]$
- f_r je rastúca,



Funkcia $f_r\colon y = \frac{1}{x^r},\ r > 0.$

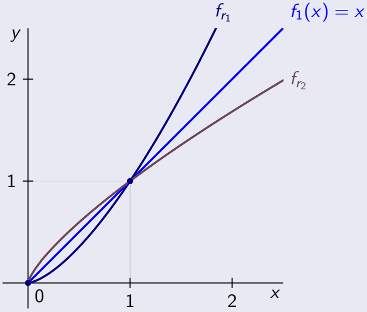
- $f_r\colon (0; \infty) \to (0; \infty).$
- $f_r(1) = 1$, nulový bod neexistuje.
- f_r je klesajúca,



Mocninná funkcia – Príklady

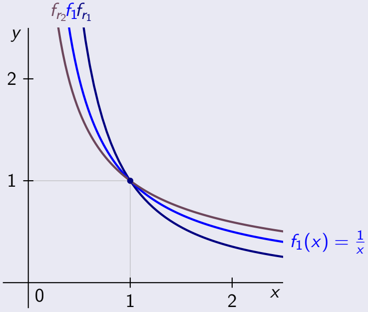
Funkcia $f_r\colon y = x^r,\ r > 0.$

- $f_r\colon \langle 0; \infty) \to \langle 0; \infty).$
- $f_r(1) = 1$, nulový bod je 0. $[f_r(0) = 0.]$
- f_r je rastúca, je bijektívna.



Funkcia $f_r\colon y = \frac{1}{x^r},\ r > 0.$

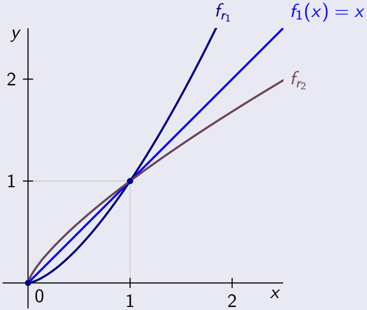
- $f_r\colon (0; \infty) \to (0; \infty).$
- $f_r(1) = 1$, nulový bod neexistuje.
- f_r je klesajúca, je bijektívna.



Mocninná funkcia – Príklady

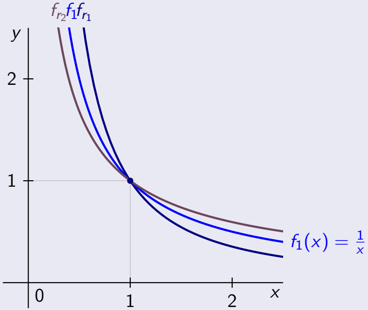
Funkcia $f_r\colon y = x^r,\ r > 0.$

- $f_r\colon \langle 0; \infty) \to \langle 0; \infty).$
- $f_r(1) = 1$, nulový bod je 0. $[f_r(0) = 0.]$
- f_r je rastúca, je bijektívna.
- $f_r^{-1}\colon y = x^{\frac{1}{r}}\colon \langle 0; \infty) \to \langle 0; \infty).$



Funkcia $f_r\colon y = \frac{1}{x^r},\ r > 0.$

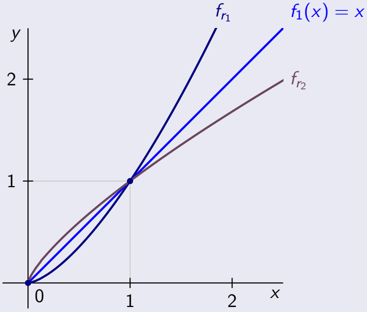
- $f_r\colon (0; \infty) \to (0; \infty).$
- $f_r(1) = 1$, nulový bod neexistuje.
- f_r je klesajúca, je bijektívna.
- $f_r^{-1}\colon y = \frac{1}{x^{\frac{1}{r}}}\colon (0; \infty) \to (0; \infty).$



Mocninná funkcia – Príklady

Funkcia $f_r\colon y = x^r,\ r > 0.$

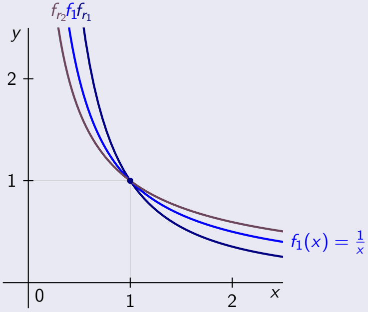
- $f_r\colon \langle 0;\infty) \to \langle 0;\infty).$
- $f_r(1) = 1$, nulový bod je 0. $[f_r(0) = 0.]$
- f_r je rastúca, je bijektívna.
- $f_r^{-1}\colon y = x^{\frac{1}{r}}\colon \langle 0;\infty) \to \langle 0;\infty).$



$r_1 > 1 > r_2$

Funkcia $f_r\colon y = \frac{1}{x^r},\ r > 0.$

- $f_r\colon (0;\infty) \to (0;\infty).$
- $f_r(1) = 1$, nulový bod neexistuje.
- f_r je klesajúca, je bijektívna.
- $f_r^{-1}\colon y = \frac{1}{x^{\frac{1}{r}}}\colon (0;\infty) \to (0;\infty).$

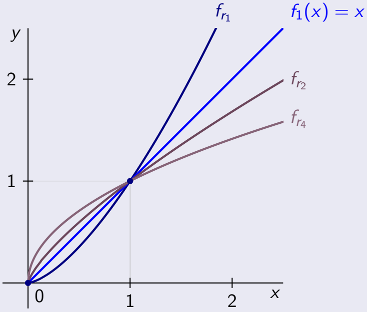


$r_2 < 1 < r_1$

Mocninná funkcia – Príklady

Funkcia $f_r\colon y = x^r$, $r > 0$.

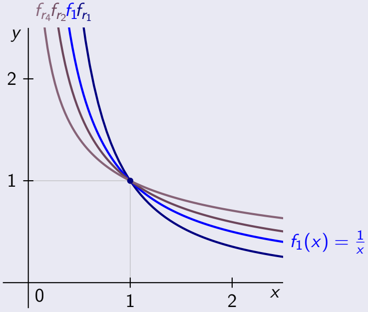
- $f_r\colon \langle 0; \infty) \to \langle 0; \infty)$.
- $f_r(1) = 1$, nulový bod je 0. $[f_r(0) = 0.]$
- f_r je rastúca, je bijektívna.
- $f_r^{-1}\colon y = x^{\frac{1}{r}}\colon \langle 0; \infty) \to \langle 0; \infty)$.



$r_1 > 1 > r_2 > r_4$

Funkcia $f_r\colon y = \frac{1}{x^r}$, $r > 0$.

- $f_r\colon (0; \infty) \to (0; \infty)$.
- $f_r(1) = 1$, nulový bod neexistuje.
- f_r je klesajúca, je bijektívna.
- $f_r^{-1}\colon y = \frac{1}{x^{\frac{1}{r}}}\colon (0; \infty) \to (0; \infty)$.

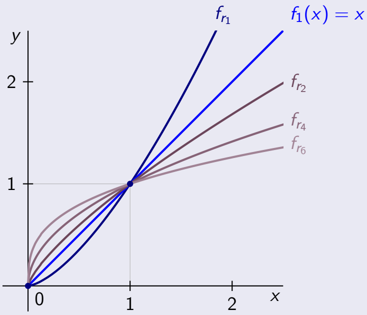


$r_4 < r_2 < 1 < r_1$

Mocninná funkcia – Príklady

Funkcia $f_r\colon y = x^r$, $r > 0$.

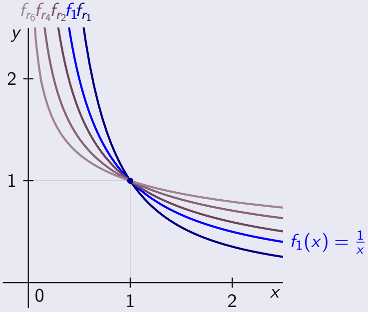
- $f_r\colon \langle 0;\infty) \to \langle 0;\infty)$.
- $f_r(1) = 1$, nulový bod je 0. $[f_r(0) = 0.]$
- f_r je rastúca, je bijektívna.
- $f_r^{-1}\colon y = x^{\frac{1}{r}}\colon \langle 0;\infty) \to \langle 0;\infty)$.



$r_1 > 1 > r_2 > r_4 > r_6$

Funkcia $f_r\colon y = \frac{1}{x^r}$, $r > 0$.

- $f_r\colon (0;\infty) \to (0;\infty)$.
- $f_r(1) = 1$, nulový bod neexistuje.
- f_r je klesajúca, je bijektívna.
- $f_r^{-1}\colon y = \frac{1}{x^{\frac{1}{r}}}\colon (0;\infty) \to (0;\infty)$.

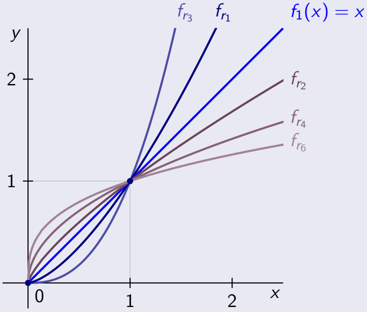


$r_6 < r_4 < r_2 < 1 < r_1$

Mocninná funkcia – Príklady

Funkcia $f_r\colon y = x^r,\ r > 0.$

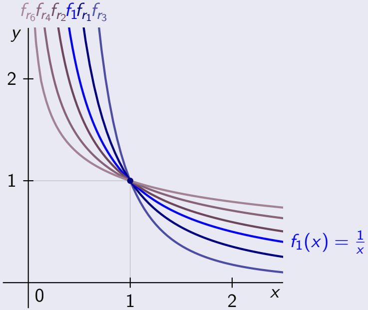
- $f_r\colon \langle 0;\infty) \to \langle 0;\infty).$
- $f_r(1) = 1$, nulový bod je 0. $[f_r(0) = 0.]$
- f_r je rastúca, je bijektívna.
- $f_r^{-1}\colon y = x^{\frac{1}{r}}\colon \langle 0;\infty) \to \langle 0;\infty).$



$r_3 > r_1 > 1 > r_2 > r_4 > r_6$

Funkcia $f_r\colon y = \frac{1}{x^r},\ r > 0.$

- $f_r\colon (0;\infty) \to (0;\infty).$
- $f_r(1) = 1$, nulový bod neexistuje.
- f_r je klesajúca, je bijektívna.
- $f_r^{-1}\colon y = \frac{1}{x^{\frac{1}{r}}}\colon (0;\infty) \to (0;\infty).$

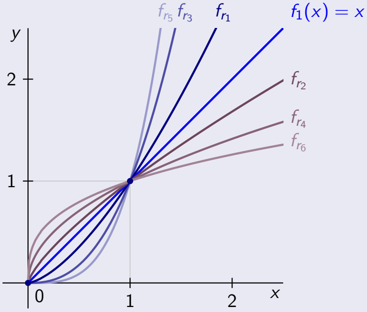


$r_6 < r_4 < r_2 < 1 < r_1 < r_3$

Mocninná funkcia – Príklady

Funkcia $f_r\colon y = x^r$, $r > 0$.

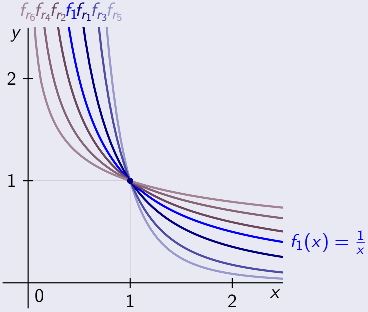
- $f_r\colon \langle 0; \infty) \to \langle 0; \infty)$.
- $f_r(1) = 1$, nulový bod je 0. $[f_r(0) = 0.]$
- f_r je rastúca, je bijektívna.
- $f_r^{-1}\colon y = x^{\frac{1}{r}}\colon \langle 0; \infty) \to \langle 0; \infty)$.



$r_5 > r_3 > r_1 > 1 > r_2 > r_4 > r_6$

Funkcia $f_r\colon y = \frac{1}{x^r}$, $r > 0$.

- $f_r\colon (0; \infty) \to (0; \infty)$.
- $f_r(1) = 1$, nulový bod neexistuje.
- f_r je klesajúca, je bijektívna.
- $f_r^{-1}\colon y = \frac{1}{x^{\frac{1}{r}}}\colon (0; \infty) \to (0; \infty)$.

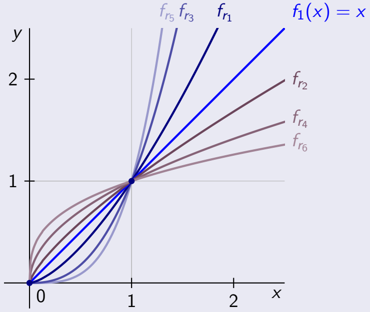


$r_6 < r_4 < r_2 < 1 < r_1 < r_3 < r_5$

Mocninná funkcia – Príklady

Funkcia $f_r\colon y = x^r$, $r > 0$.

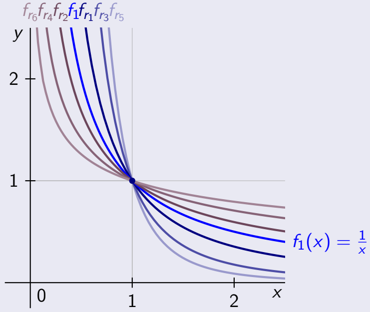
- $f_r\colon \langle 0;\infty) \to \langle 0;\infty)$.
- $f_r(1) = 1$, nulový bod je 0. $[f_r(0) = 0.]$
- f_r je rastúca, je bijektívna.
- $f_r^{-1}\colon y = x^{\frac{1}{r}}\colon \langle 0;\infty) \to \langle 0;\infty)$.



$r_5 > r_3 > r_1 > 1 > r_2 > r_4 > r_6$

Funkcia $f_r\colon y = \frac{1}{x^r}$, $r > 0$.

- $f_r\colon (0;\infty) \to (0;\infty)$.
- $f_r(1) = 1$, nulový bod neexistuje.
- f_r je klesajúca, je bijektívna.
- $f_r^{-1}\colon y = \frac{1}{x^{\frac{1}{r}}}\colon (0;\infty) \to (0;\infty)$.



$r_6 < r_4 < r_2 < 1 < r_1 < r_3 < r_5$

Exponenciálna funkcia – Definícia

Exponenciálna funkcia sa nazýva

Exponenciálna funkcia – Definícia

Exponenciálna funkcia sa nazýva

funkcia $f\colon y = a^x$, kde $a \in R$, $a > 0$.

Exponenciálna funkcia – Definícia

Exponenciálna funkcia sa nazýva

funkcia $f\colon y = a^x$, kde $a \in R$, $a > 0$.

[Premenná x je v exponente mocniny.

Exponenciálna funkcia – Definícia

Exponenciálna funkcia sa nazýva

funkcia $f\colon y = a^x$, kde $a \in R$, $a > 0$. [Premenná x je v exponente mocniny. Základ a sa nemení.]

- Číslo a nazývame základ exponenciálnej funkcie.

Exponenciálna funkcia – Definícia

Exponenciálna funkcia sa nazýva

funkcia $f\colon y = a^x$, kde $a \in R$, $a > 0$. [Premenná x je v exponente mocniny. Základ a sa nemení.]

- Číslo a nazývame základ exponenciálnej funkcie.

- $a = 1$. $\Rightarrow$ • $f\colon y = 1$. [Konštantná funkcia.]

Exponenciálna funkcia – Definícia

Exponenciálna funkcia sa nazýva

funkcia $f\colon y = a^x$, kde $a \in R$, $a > 0$. [Premenná x je v exponente mocniny. Základ a sa nemení.]

- Číslo a nazývame **základ exponenciálnej funkcie**.

- $a = 1$. $\Rightarrow$ • $f\colon y = 1$. [Konštantná funkcia.]

- $a \neq 1$. $\Rightarrow$ • Prirodzený $D(f) = R$,

Exponenciálna funkcia – Definícia

Exponenciálna funkcia sa nazýva

funkcia $f\colon y = a^x$, kde $a \in R$, $a > 0$. [Premenná x je v exponente mocniny. Základ a sa nemení.]

- Číslo a nazývame **základ exponenciálnej funkcie**.

- $a = 1. \Rightarrow$ • $f\colon y = 1.$ [Konštantná funkcia.]

- $a \neq 1. \Rightarrow$ • Prirodzený $D(f) = R$, $H(f) = (0; \infty)$,

Exponenciálna funkcia – Definícia

Exponenciálna funkcia sa nazýva

funkcia $f\colon y = a^x$, kde $a \in R$, $a > 0$. [Premenná x je v exponente mocniny. Základ a sa nemení.]

- Číslo a nazývame **základ exponenciálnej funkcie**.

- $a = 1. \Rightarrow$ • $f\colon y = 1.$ [Konštantná funkcia.]

- $a \neq 1. \Rightarrow$ • Prirodzený $D(f) = R$, $H(f) = (0; \infty)$, f je prostá

Exponenciálna funkcia – Definícia

Exponenciálna funkcia sa nazýva

funkcia $f\colon y = a^x$, kde $a \in R$, $a > 0$. [Premenná x je v exponente mocniny. Základ a sa nemení.]

- Číslo a nazývame **základ exponenciálnej funkcie**.

- $a = 1. \Rightarrow$ • $f\colon y = 1.$ [Konštantná funkcia.]

- $a \neq 1. \Rightarrow$ • Prirodzený $D(f) = R$, $H(f) = (0; \infty)$, f je prostá (aj bijektívna).

Exponenciálna funkcia – Definícia

Exponenciálna funkcia sa nazýva

funkcia $f\colon y = a^x$, kde $a \in R$, $a > 0$. [Premenná x je v exponente mocniny. Základ a sa nemení.]

- Číslo a nazývame základ exponenciálnej funkcie.

- $a = 1$. $\Rightarrow$ • $f\colon y = 1$. [Konštantná funkcia.]

- $a \neq 1$. $\Rightarrow$ • Prirodzený $D(f) = R$, $H(f) = (0; \infty)$, f je prostá (aj bijektívna).
    - Pre $a \in (0; 1)$ je f klesajúca. •
    -
    -

Exponenciálna funkcia – Definícia

Exponenciálna funkcia sa nazýva

funkcia $f\colon y = a^x$, kde $a \in R$, $a > 0$. [Premenná x je v exponente mocniny. Základ a sa nemení.]

- Číslo a nazývame **základ exponenciálnej funkcie**.

- $a = 1. \Rightarrow$ • $f\colon y = 1.$ [Konštantná funkcia.]

- $a \neq 1. \Rightarrow$ • Prirodzený $D(f) = R$, $H(f) = (0; \infty)$, f je prostá (aj bijektívna).
  - Pre $a \in (0; 1)$ je f klesajúca.
  - Pre $a \in (1; \infty)$ je f rastúca.
  -
  -

Exponenciálna funkcia – Definícia

Exponenciálna funkcia sa nazýva

funkcia $f\colon y = a^x$, kde $a \in R$, $a > 0$. [Premenná x je v exponente mocniny. Základ a sa nemení.]

- Číslo a nazývame **základ exponenciálnej funkcie**.

- $a = 1. \Rightarrow$ • $f\colon y = 1.$ [Konštantná funkcia.]

- $a \neq 1. \Rightarrow$ • Prirodzený $D(f) = R$, $H(f) = (0; \infty)$, f je prostá (aj bijektívna).
  - Pre $a \in (0; 1)$ je f klesajúca. • Pre $a \in (1; \infty)$ je f rastúca.
  - Graf funkcie f nazývame **exponenciálna krivka** (**exponenciála**).
  -

Exponenciálna funkcia – Definícia

Exponenciálna funkcia sa nazýva

funkcia $f\colon y = a^x$, kde $a \in R$, $a > 0$. [Premenná x je v exponente mocniny. Základ a sa nemení.]

- Číslo a nazývame základ exponenciálnej funkcie.

- $a = 1.$ $\Rightarrow$ • $f\colon y = 1.$ [Konštantná funkcia.]

- $a \neq 1.$ $\Rightarrow$ • Prirodzený $D(f) = R$, $H(f) = (0; \infty)$, f je prostá (aj bijektívna).
  - Pre $a \in (0; 1)$ je f klesajúca.
  - Pre $a \in (1; \infty)$ je f rastúca.
  - Graf funkcie f nazývame exponenciálna krivka (exponenciála).
  - Každá exponenciála prechádza bodmi $[0; 1]$

Exponenciálna funkcia – Definícia

Exponenciálna funkcia sa nazýva

funkcia $f\colon y = a^x$, kde $a \in R$, $a > 0$. [Premenná x je v exponente mocniny. Základ a sa nemení.]

- Číslo a nazývame základ exponenciálnej funkcie.

- $a = 1$. $\Rightarrow$ • $f\colon y = 1$. [Konštantná funkcia.]

- $a \neq 1$. $\Rightarrow$ • Prirodzený $D(f) = R$, $H(f) = (0; \infty)$, f je prostá (aj bijektívna).
  - Pre $a \in (0; 1)$ je f klesajúca. • Pre $a \in (1; \infty)$ je f rastúca.
  - Graf funkcie f nazývame exponenciálna krivka (exponenciála).
  - Každá exponenciála prechádza bodmi $[0; 1]$ a $[1; a]$.

Exponenciálna funkcia – Definícia

Exponenciálna funkcia sa nazýva

funkcia $f\colon y = a^x$, kde $a \in R$, $a > 0$. [Premenná x je v exponente mocniny. Základ a sa nemení.]

- Číslo a nazývame **základ exponenciálnej funkcie**.

- $a = 1$. $\Rightarrow$ • $f\colon y = 1$. [Konštantná funkcia.]

- $a \neq 1$. $\Rightarrow$ • Prirodzený $D(f) = R$, $H(f) = (0; \infty)$, f je prostá (aj bijektívna).
  - Pre $a \in (0; 1)$ je f klesajúca. • Pre $a \in (1; \infty)$ je f rastúca.
  - Graf funkcie f nazývame **exponenciálna krivka (exponenciála)**.
  - Každá exponenciála prechádza bodmi $[0; 1]$ a $[1; a]$. [$a^0 = 1$, $a^1 = a$.]

Exponenciálna funkcia – Definícia

Exponenciálna funkcia sa nazýva

funkcia $f\colon y = a^x$, kde $a \in R$, $a > 0$. [Premenná x je v exponente mocniny. Základ a sa nemení.]

- Číslo a nazývame základ exponenciálnej funkcie.

- $a = 1. \Rightarrow$ • $f\colon y = 1.$ [Konštantná funkcia.]

- $a \neq 1. \Rightarrow$ • Prirodzený $D(f) = R$, $H(f) = (0; \infty)$, f je prostá (aj bijektívna).
  - Pre $a \in (0; 1)$ je f klesajúca. • Pre $a \in (1; \infty)$ je f rastúca.
  - Graf funkcie f nazývame exponenciálna krivka (exponenciála).
  - Každá exponenciála prechádza bodmi $[0; 1]$ a $[1; a]$. $[a^0 = 1,\ a^1 = a.]$
  - Grafy funkcií $y = a^x$ a $y = a^{-x} = \frac{1}{a^x}$ sú osovo súmerné podľa osi y.

Exponenciálna funkcia – Definícia

Exponenciálna funkcia sa nazýva

funkcia $f\colon y = a^x$, kde $a \in R$, $a > 0$. [Premenná x je v exponente mocniny. Základ a sa nemení.]

- Číslo a nazývame **základ exponenciálnej funkcie**.

- $a = 1$. $\Rightarrow$ • $f\colon y = 1$. [Konštantná funkcia.]

- $a \neq 1$. $\Rightarrow$ • Prirodzený $D(f) = R$, $H(f) = (0; \infty)$, f je prostá (aj bijektívna).
  - Pre $a \in (0; 1)$ je f klesajúca. • Pre $a \in (1; \infty)$ je f rastúca.
  - Graf funkcie f nazývame **exponenciálna krivka (exponenciála)**.
  - Každá exponenciála prechádza bodmi $[0; 1]$ a $[1; a]$. $[a^0 = 1,\ a^1 = a.]$
  - Grafy funkcií $y = a^x$ a $y = a^{-x} = \frac{1}{a^x}$ sú osovo súmerné podľa osi y.

[Pre všetky $a > 0$ platí $a^{-(-x)} = a^x$, t. j. $\left(\frac{1}{a}\right)^{-x} = (a^{-1})^{-x} = a^x$.]

Exponenciálna funkcia – Definícia

Exponenciálna funkcia sa nazýva

funkcia $f\colon y = a^x$, kde $a \in R$, $a > 0$. [Premenná x je v exponente mocniny. Základ a sa nemení.]

- Číslo a nazývame **základ exponenciálnej funkcie**.

- $a = 1$. $\Rightarrow$ • $f\colon y = 1$. [Konštantná funkcia.]

- $a \neq 1$. $\Rightarrow$ • Prirodzený $D(f) = R$, $H(f) = (0; \infty)$, f je prostá (aj bijektívna).
  - Pre $a \in (0; 1)$ je f klesajúca.
  - Pre $a \in (1; \infty)$ je f rastúca.
  - Graf funkcie f nazývame **exponenciálna krivka (exponenciála)**.
  - Každá exponenciála prechádza bodmi $[0; 1]$ a $[1; a]$. [$a^0 = 1$, $a^1 = a$.]
  - Grafy funkcií $y = a^x$ a $y = a^{-x} = \frac{1}{a^x}$ sú osovo súmerné podľa osi y.

    [Pre všetky $a > 0$ platí $a^{-(-x)} = a^x$, t. j. $(\frac{1}{a})^{-x} = (a^{-1})^{-x} = a^x$.]

- $f\colon y = e^x = \exp x$ je najdôležitejšia zo všetkých exponenciálnych funkcií.

Exponenciálna funkcia – Definícia

Exponenciálna funkcia sa nazýva

funkcia $f\colon y = a^x$, kde $a \in R$, $a > 0$. [Premenná x je v exponente mocniny. Základ a sa nemení.]

- Číslo a nazývame základ exponenciálnej funkcie.

- $a = 1$. $\Rightarrow$ • $f\colon y = 1$. [Konštantná funkcia.]

- $a \neq 1$. $\Rightarrow$ • Prirodzený $D(f) = R$, $H(f) = (0; \infty)$, f je prostá (aj bijektívna).
  - Pre $a \in (0; 1)$ je f klesajúca. • Pre $a \in (1; \infty)$ je f rastúca.
  - Graf funkcie f nazývame exponenciálna krivka (exponenciála).
  - Každá exponenciála prechádza bodmi $[0; 1]$ a $[1; a]$. [$a^0 = 1$, $a^1 = a$.]
  - Grafy funkcií $y = a^x$ a $y = a^{-x} = \frac{1}{a^x}$ sú osovo súmerné podľa osi y.

    [Pre všetky $a > 0$ platí $a^{-(-x)} = a^x$, t. j. $(\frac{1}{a})^{-x} = (a^{-1})^{-x} = a^x$.]

- $f\colon y = e^x = \exp x$ je najdôležitejšia zo všetkých exponenciálnych funkcií.
- Základom funkcie $y = e^x$ je iracionálne číslo e

Exponenciálna funkcia – Definícia

Exponenciálna funkcia sa nazýva

funkcia $f\colon y = a^x$, kde $a \in R$, $a > 0$. [Premenná x je v exponente mocniny. Základ a sa nemení.]

- Číslo a nazývame základ exponenciálnej funkcie.

- $a = 1. \Rightarrow$ • $f\colon y = 1.$ [Konštantná funkcia.]

- $a \neq 1. \Rightarrow$ • Prirodzený $D(f) = R$, $H(f) = (0; \infty)$, f je prostá (aj bijektívna).
  - Pre $a \in (0; 1)$ je f klesajúca. • Pre $a \in (1; \infty)$ je f rastúca.
  - Graf funkcie f nazývame exponenciálna krivka (exponenciála).
  - Každá exponenciála prechádza bodmi $[0; 1]$ a $[1; a]$. [$a^0 = 1$, $a^1 = a$.]
  - Grafy funkcií $y = a^x$ a $y = a^{-x} = \frac{1}{a^x}$ sú osovo súmerné podľa osi y.

    [Pre všetky $a > 0$ platí $a^{-(-x)} = a^x$, t. j. $(\frac{1}{a})^{-x} = (a^{-1})^{-x} = a^x$.]

- $f\colon y = \mathrm{e}^x = \exp x$ je najdôležitejšia zo všetkých exponenciálnych funkcií.
- Základom funkcie $y = \mathrm{e}^x$ je iracionálne číslo e ($\mathrm{e} \approx 2{,}718\,281\,828\,459$),

Exponenciálna funkcia – Definícia

Exponenciálna funkcia sa nazýva

funkcia $f\colon y = a^x$, kde $a \in R$, $a > 0$. [Premenná x je v exponente mocniny. Základ a sa nemení.]

- Číslo a nazývame **základ exponenciálnej funkcie**.

- $a = 1$. $\Rightarrow$ • $f\colon y = 1$. [Konštantná funkcia.]

- $a \neq 1$. $\Rightarrow$ • Prirodzený $D(f) = R$, $H(f) = (0; \infty)$, f je prostá (aj bijektívna).
  - Pre $a \in (0; 1)$ je f klesajúca. • Pre $a \in (1; \infty)$ je f rastúca.
  - Graf funkcie f nazývame **exponenciálna krivka (exponenciála)**.
  - Každá exponenciála prechádza bodmi $[0; 1]$ a $[1; a]$. [$a^0 = 1$, $a^1 = a$.]
  - Grafy funkcií $y = a^x$ a $y = a^{-x} = \frac{1}{a^x}$ sú osovo súmerné podľa osi y.

    [Pre všetky $a > 0$ platí $a^{-(-x)} = a^x$, t. j. $(\frac{1}{a})^{-x} = (a^{-1})^{-x} = a^x$.]

- $f\colon y = e^x = \exp x$ je najdôležitejšia zo všetkých exponenciálnych funkcií.
- Základom funkcie $y = e^x$ je iracionálne číslo e ($e \approx 2{,}718\,281\,828\,459$), ktoré nazývame **Eulerovo číslo**.

Exponenciálna funkcia – Príklad

Funkcia $f_a\colon y = a^x,\ x \in R,$ kde $a \in (0; \infty)$.

Exponenciálna funkcia – Príklad

Funkcia $f_a\colon y = a^x,\ x \in R,$ kde $a \in (0; \infty)$.

- $a = 1$.

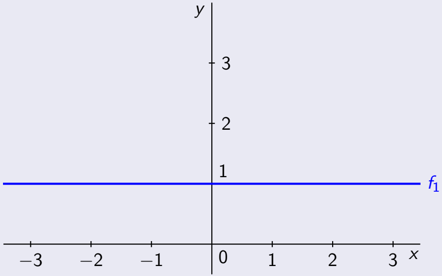
- $a \neq 1$.

Exponenciálna funkcia – Príklad

Funkcia $f_a\colon y = a^x,\ x \in R,$ kde $a \in (0; \infty)$.

- $a = 1. \Rightarrow$ • $f_1\colon y = 1\colon R \to \{1\}$. [Konštantná funkcia.]

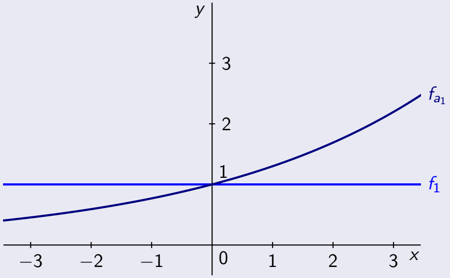
- $a \neq 1$.



Exponenciálna funkcia – Príklad

Funkcia $f_a\colon y = a^x,\ x \in R,$ kde $a \in (0; \infty)$.

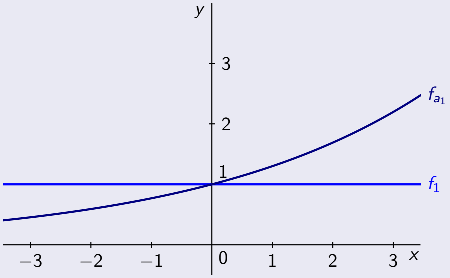
- $a = 1. \Rightarrow$ • $f_1\colon y = 1\colon R \to \{1\}$. [Konštantná funkcia.]
- $a \neq 1. \Rightarrow$ • $f_a\colon R \to (0; \infty)$,



Exponenciálna funkcia – Príklad

Funkcia $f_a\colon y = a^x,\ x \in R,$ kde $a \in (0; \infty)$.

- $a = 1. \Rightarrow$ • $f_1\colon y = 1\colon R \to \{1\}$. [Konštantná funkcia.]
- $a \neq 1. \Rightarrow$ • $f_a\colon R \to (0; \infty)$, f_a je bijektívna,

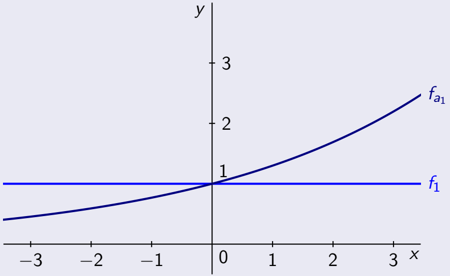


Exponenciálna funkcia – Príklad

Funkcia $f_a\colon y = a^x,\ x \in R,$ kde $a \in (0; \infty)$.

- $a = 1. \Rightarrow$ • $f_1\colon y = 1\colon R \to \{1\}$. [Konštantná funkcia.]

- $a \neq 1. \Rightarrow$ • $f_a\colon R \to (0; \infty)$, f_a je bijektívna, je rýdzo monotónna,



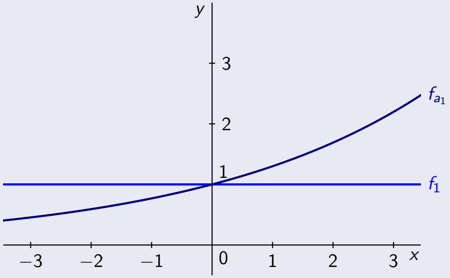
Exponenciálna funkcia – Príklad

Funkcia $f_a\colon y = a^x,\ x \in R,$ kde $a \in (0;\infty)$.

- $a = 1. \Rightarrow$ • $f_1\colon y = 1\colon R \to \{1\}$. [Konštantná funkcia.]

- $a \neq 1. \Rightarrow$ • $f_a\colon R \to (0;\infty)$, f_a je bijektívna, je rýdzo monotónna,

  je rastúca pre $a > 1$,



$1 < a_1$

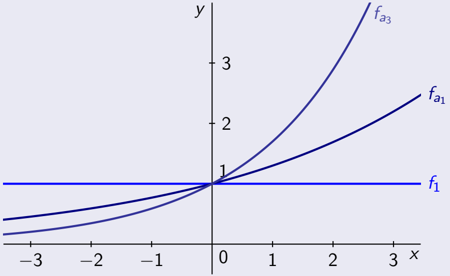
Exponenciálna funkcia – Príklad

Funkcia $f_a\colon y = a^x,\ x \in R,$ kde $a \in (0; \infty)$.

- $a = 1. \Rightarrow$ • $f_1\colon y = 1\colon R \to \{1\}$. [Konštantná funkcia.]

- $a \neq 1. \Rightarrow$ • $f_a\colon R \to (0; \infty)$, f_a je bijektívna, je rýdzo monotónna,

  je rastúca pre $a > 1$,



$1 < a_1 < a_3$

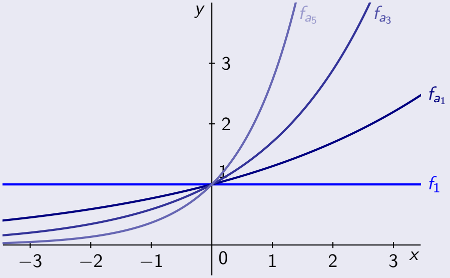
Exponenciálna funkcia – Príklad

Funkcia $f_a\colon y = a^x,\ x \in R,$ kde $a \in (0;\infty)$.

- $a = 1. \Rightarrow$ • $f_1\colon y = 1\colon R \to \{1\}$. [Konštantná funkcia.]

- $a \neq 1. \Rightarrow$ • $f_a\colon R \to (0;\infty)$, f_a je bijektívna, je rýdzo monotónna,

  je rastúca pre $a > 1$,



$1 < a_1 < a_3 < a_5$

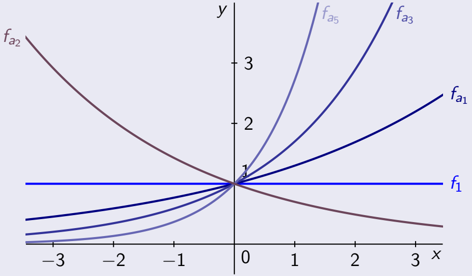
Exponenciálna funkcia – Príklad

Funkcia $f_a\colon y = a^x,\ x \in R,$ kde $a \in (0;\infty)$.

- $a = 1. \Rightarrow$ • $f_1\colon y = 1\colon R \to \{1\}$. [Konštantná funkcia.]

- $a \neq 1. \Rightarrow$ • $f_a\colon R \to (0;\infty)$, f_a je bijektívna, je rýdzo monotónna,

  je rastúca pre $a > 1$, je klesajúca pre $a < 1$,



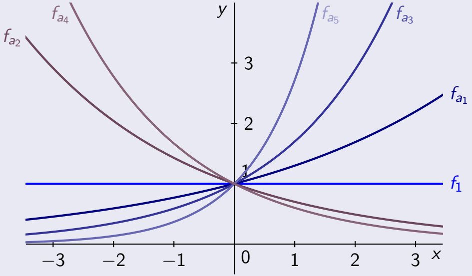
$a_2 < 1 < a_1 < a_3 < a_5$

Exponenciálna funkcia – Príklad

Funkcia $f_a\colon y = a^x,\ x \in R$, kde $a \in (0;\infty)$.

- $a = 1. \Rightarrow$ • $f_1\colon y = 1\colon R \to \{1\}$. [Konštantná funkcia.]

- $a \neq 1. \Rightarrow$ • $f_a\colon R \to (0;\infty)$, f_a je bijektívna, je rýdzo monotónna, je rastúca pre $a > 1$, je klesajúca pre $a < 1$,



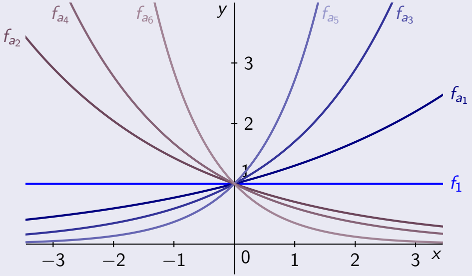
$a_4 < a_2 < 1 < a_1 < a_3 < a_5$

Exponenciálna funkcia – Príklad

Funkcia $f_a\colon y = a^x,\ x \in R,$ kde $a \in (0; \infty)$.

- $a = 1. \Rightarrow$ • $f_1\colon y = 1\colon R \to \{1\}$. [Konštantná funkcia.]

- $a \neq 1. \Rightarrow$ • $f_a\colon R \to (0; \infty)$, f_a je bijektívna, je rýdzo monotónna, je rastúca pre $a > 1$, je klesajúca pre $a < 1$,



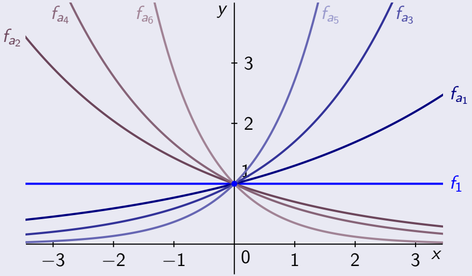
$a_6 < a_4 < a_2 < 1 < a_1 < a_3 < a_5$

Exponenciálna funkcia – Príklad

Funkcia $f_a\colon y = a^x,\ x \in R$, kde $a \in (0;\infty)$.

- $a = 1. \Rightarrow$ • $f_1\colon y = 1\colon R \to \{1\}$. [Konštantná funkcia.]

- $a \neq 1. \Rightarrow$ • $f_a\colon R \to (0;\infty)$, f_a je bijektívna, je rýdzo monotónna, je rastúca pre $a > 1$, je klesajúca pre $a < 1$, $f_a(0) = 1$,



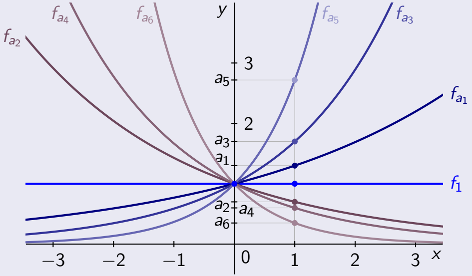
$a_6 < a_4 < a_2 < 1 < a_1 < a_3 < a_5$

Exponenciálna funkcia – Príklad

Funkcia $f_a\colon y = a^x,\ x \in R,$ kde $a \in (0;\infty)$.

- $a = 1. \Rightarrow$ • $f_1\colon y = 1\colon R \to \{1\}$. [Konštantná funkcia.]

- $a \neq 1. \Rightarrow$ • $f_a\colon R \to (0;\infty)$, f_a je bijektívna, je rýdzo monotónna, je rastúca pre $a > 1$, je klesajúca pre $a < 1$, $f_a(0) = 1$, $f_a(1) = a$.

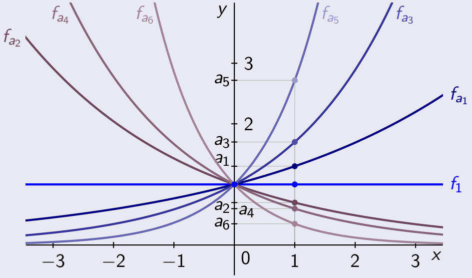


$a_6 < a_4 < a_2 < 1 < a_1 < a_3 < a_5$

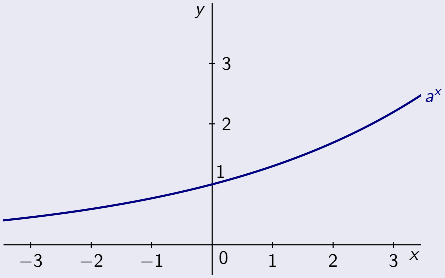
Exponenciálna funkcia – Príklad

Funkcia $f_a\colon y = a^x,\ x \in R,$ kde $a \in (0; \infty)$.

- $a = 1. \Rightarrow$ • $f_1\colon y = 1\colon R \to \{1\}$. [Konštantná funkcia.]
- $a \neq 1. \Rightarrow$ • $f_a\colon R \to (0; \infty)$, f_a je bijektívna, je rýdzo monotónna, je rastúca pre $a > 1$, je klesajúca pre $a < 1$, $f_a(0) = 1$, $f_a(1) = a$.
- Grafy funkcií $f_a\colon y = a^x$



$a_6 < a_4 < a_2 < 1 < a_1 < a_3 < a_5$



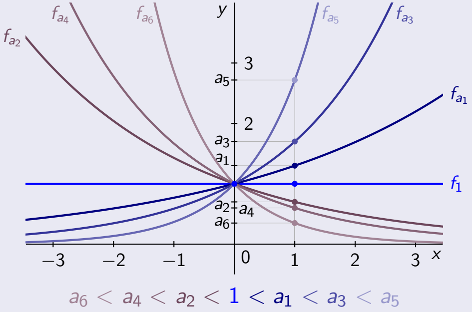
Exponenciálna funkcia – Príklad

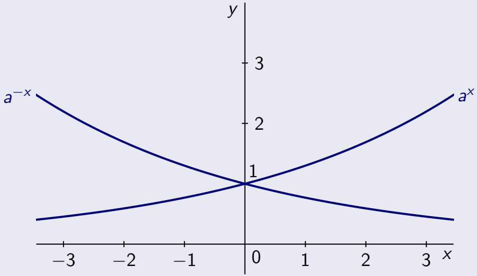
Funkcia $f_a\colon y = a^x,\ x \in R$, kde $a \in (0; \infty)$.

- $a = 1. \Rightarrow$ • $f_1\colon y = 1\colon R \to \{1\}$. [Konštantná funkcia.]

- $a \neq 1. \Rightarrow$ • $f_a\colon R \to (0; \infty)$, f_a je bijektívna, je rýdzo monotónna, je rastúca pre $a > 1$, je klesajúca pre $a < 1$, $f_a(0) = 1$, $f_a(1) = a$.

- Grafy funkcií $f_a\colon y = a^x$ a $f_{a^{-1}}\colon y = a^{-x}$

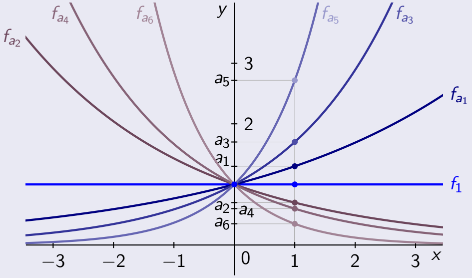


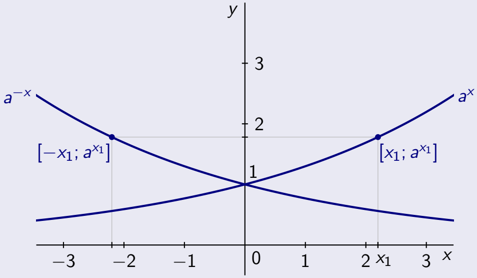


Exponenciálna funkcia – Príklad

Funkcia $f_a\colon y = a^x,\ x \in R$, kde $a \in (0;\infty)$.

- $a = 1. \Rightarrow$ • $f_1\colon y = 1\colon R \to \{1\}$. [Konštantná funkcia.]
- $a \neq 1. \Rightarrow$ • $f_a\colon R \to (0;\infty)$, f_a je bijektívna, je rýdzo monotónna, je rastúca pre $a > 1$, je klesajúca pre $a < 1$, $f_a(0) = 1$, $f_a(1) = a$.
- Grafy funkcií $f_a\colon y = a^x$ a $f_{a^{-1}}\colon y = a^{-x}$ sú osovo súmerné podľa osi y,



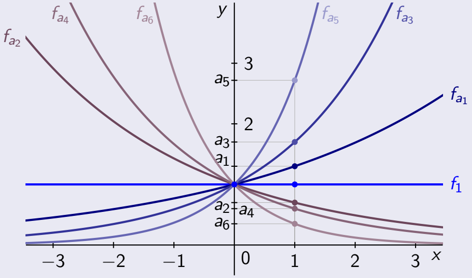


$a_6 < a_4 < a_2 < 1 < a_1 < a_3 < a_5$

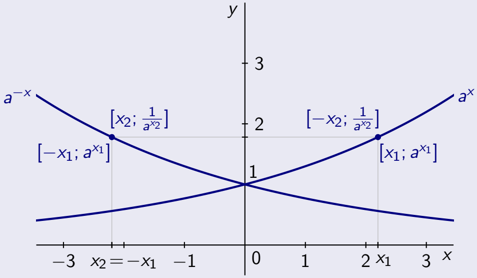
Exponenciálna funkcia – Príklad

Funkcia $f_a\colon y = a^x,\ x \in R$, kde $a \in (0; \infty)$.

- $a = 1. \Rightarrow$ • $f_1\colon y = 1\colon R \to \{1\}$. [Konštantná funkcia.]
- $a \neq 1. \Rightarrow$ • $f_a\colon R \to (0; \infty)$, f_a je bijektívna, je rýdzo monotónna, je rastúca pre $a > 1$, je klesajúca pre $a < 1$, $f_a(0) = 1$, $f_a(1) = a$.
- Grafy funkcií $f_a\colon y = a^x$ a $f_{a^{-1}}\colon y = a^{-x}$ sú osovo súmerné podľa osi y, t. j. pre všetky $x \in R$ platí $f_{a^{-1}}(-x) = (a^{-1})^{-x} = a^x = f_a(x)$.



$a_6 < a_4 < a_2 < 1 < a_1 < a_3 < a_5$



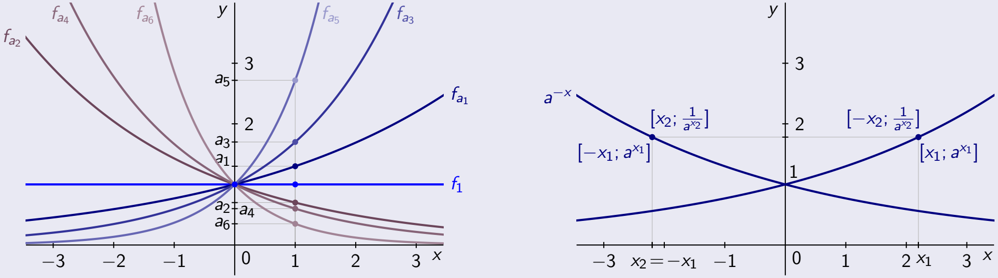
Exponenciálna funkcia – Príklad

Funkcia $f_a\colon y = a^x,\ x \in R,$ kde $a \in (0; \infty)$.

- $a = 1. \Rightarrow$ • $f_1\colon y = 1\colon R \to \{1\}$. [Konštantná funkcia.]

- $a \neq 1. \Rightarrow$ • $f_a\colon R \to (0; \infty)$, f_a je bijektívna, je rýdzo monotónna, je rastúca pre $a > 1$, je klesajúca pre $a < 1$, $f_a(0) = 1$, $f_a(1) = a$.

- Grafy funkcií $f_a\colon y = a^x$ a $f_{a^{-1}}\colon y = a^{-x}$ sú osovo súmerné podľa osi y, t. j. pre všetky $x \in R$ platí $f_{a^{-1}}(-x) = (a^{-1})^{-x} = a^x = f_a(x)$. [$a \in (0; 1). \Leftrightarrow a^{-1} \in (1; \infty)$.]

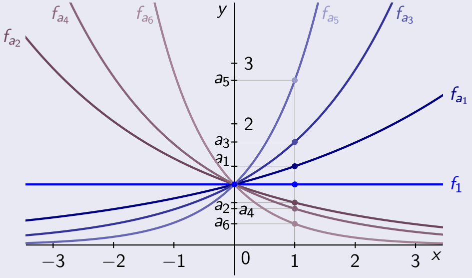


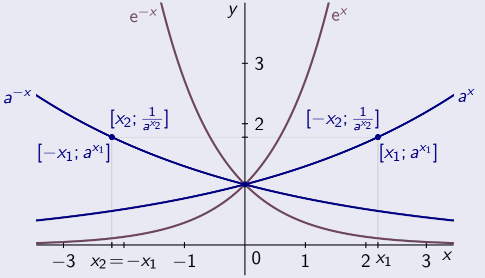
$a_6 < a_4 < a_2 < 1 < a_1 < a_3 < a_5$

Exponenciálna funkcia – Príklad

Funkcia $f_a\colon y = a^x,\ x \in R$, kde $a \in (0;\infty)$.

- $a = 1. \Rightarrow$ • $f_1\colon y = 1\colon R \to \{1\}$. [Konštantná funkcia.]
- $a \neq 1. \Rightarrow$ • $f_a\colon R \to (0;\infty)$, f_a je bijektívna, je rýdzo monotónna, je rastúca pre $a > 1$, je klesajúca pre $a < 1$, $f_a(0) = 1$, $f_a(1) = a$.
- Grafy funkcií $f_a\colon y = a^x$ a $f_{a^{-1}}\colon y = a^{-x}$ sú osovo súmerné podľa osi y, t. j. pre všetky $x \in R$ platí $f_{a^{-1}}(-x) = (a^{-1})^{-x} = a^x = f_a(x)$. [$a \in (0;1). \Leftrightarrow a^{-1} \in (1;\infty)$.]





$a_6 < a_4 < a_2 < 1 < a_1 < a_3 < a_5$

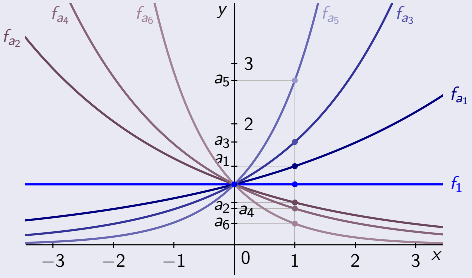
Exponenciálna funkcia – Príklad

Funkcia $f_a\colon y = a^x,\ x \in R$, kde $a \in (0;\infty)$.

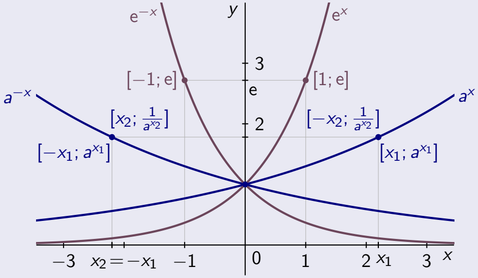
- $a = 1. \Rightarrow$ • $f_1\colon y = 1\colon R \to \{1\}$. [Konštantná funkcia.]

- $a \neq 1. \Rightarrow$ • $f_a\colon R \to (0;\infty)$, f_a je bijektívna, je rýdzo monotónna, je rastúca pre $a > 1$, je klesajúca pre $a < 1$, $f_a(0) = 1$, $f_a(1) = a$.

- Grafy funkcií $f_a\colon y = a^x$ a $f_{a^{-1}}\colon y = a^{-x}$ sú osovo súmerné podľa osi y, t. j. pre všetky $x \in R$ platí $f_{a^{-1}}(-x) = (a^{-1})^{-x} = a^x = f_a(x)$. [$a \in (0;1). \Leftrightarrow a^{-1} \in (1;\infty)$.]



$a_6 < a_4 < a_2 < 1 < a_1 < a_3 < a_5$



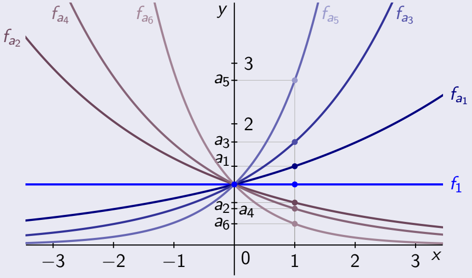
Exponenciálna funkcia – Príklad

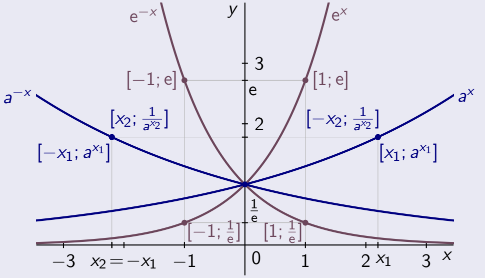
Funkcia $f_a\colon y = a^x,\ x \in R,$ kde $a \in (0; \infty)$.

- $a = 1. \Rightarrow$ • $f_1\colon y = 1\colon R \to \{1\}$. [Konštantná funkcia.]

- $a \neq 1. \Rightarrow$ • $f_a\colon R \to (0; \infty)$, f_a je bijektívna, je rýdzo monotónna, je rastúca pre $a > 1$, je klesajúca pre $a < 1$, $f_a(0) = 1$, $f_a(1) = a$.

- Grafy funkcií $f_a\colon y = a^x$ a $f_{a^{-1}}\colon y = a^{-x}$ sú osovo súmerné podľa osi y, t. j. pre všetky $x \in R$ platí $f_{a^{-1}}(-x) = (a^{-1})^{-x} = a^x = f_a(x)$. [$a \in (0; 1). \Leftrightarrow a^{-1} \in (1; \infty)$.]





$a_6 < a_4 < a_2 < 1 < a_1 < a_3 < a_5$

Logaritmická funkcia – Definícia

Logaritmická funkcia sa nazýva

Logaritmická funkcia – Definícia

Logaritmická funkcia sa nazýva

funkcia $f\colon y = \log_a x$, kde $a \in R$, $a > 0$, $a \neq 1$.

Logaritmická funkcia – Definícia

Logaritmická funkcia sa nazýva

funkcia $f\colon y = \log_a x$, kde $a \in R$, $a > 0$, $a \neq 1$.

- Číslo a nazývame **základ logaritmickej funkcie**.

Logaritmická funkcia – Definícia

Logaritmická funkcia sa nazýva

funkcia $f\colon y = \log_a x$, kde $a \in R$, $a > 0$, $a \neq 1$.

- Číslo a nazývame **základ logaritmickej funkcie**.

- Číslo $y = \log_a x$ pre $x \in (0; \infty)$, $a \in R$, $a > 0$, $a \neq 1$

Logaritmická funkcia – Definícia

Logaritmická funkcia sa nazýva

funkcia $f\colon y = \log_a x$, kde $a \in R$, $a > 0$, $a \neq 1$.

- Číslo a nazývame **základ logaritmickej funkcie**.

- Číslo $y = \log_a x$ pre $x \in (0; \infty)$, $a \in R$, $a > 0$, $a \neq 1$ také, že $x = a^y$

Logaritmická funkcia – Definícia

Logaritmická funkcia sa nazýva

funkcia $f\colon y = \log_a x$, kde $a \in R$, $a > 0$, $a \neq 1$.

- Číslo a nazývame základ logaritmickej funkcie.

- Číslo $y = \log_a x$ pre $x \in (0; \infty)$, $a \in R$, $a > 0$, $a \neq 1$ také, že $x = a^y$ nazývame logaritmus čísla x so základom a (pri základe a).

Logaritmická funkcia – Definícia

Logaritmická funkcia sa nazýva

funkcia $f\colon y = \log_a x$, kde $a \in R$, $a > 0$, $a \neq 1$.

- Číslo a nazývame **základ logaritmickej funkcie**.

- Číslo $y = \log_a x$ pre $x \in (0; \infty)$, $a \in R$, $a > 0$, $a \neq 1$ také, že $x = a^y$ (existuje jediné) nazývame **logaritmus čísla x so základom a (pri základe a)**.

Logaritmická funkcia – Definícia

Logaritmická funkcia sa nazýva

funkcia $f\colon\, y = \log_a x$, kde $a \in R$, $a > 0$, $a \neq 1$.

- Číslo a nazývame základ logaritmickej funkcie.

- Číslo $y = \log_a x$ pre $x \in (0; \infty)$, $a \in R$, $a > 0$, $a \neq 1$ také, že $x = a^y$ (existuje jediné) nazývame logaritmus čísla x so základom a (pri základe a).

- Prirodzený $D(f) = (0; \infty)$,

Logaritmická funkcia – Definícia

Logaritmická funkcia sa nazýva

funkcia $f\colon y = \log_a x$, kde $a \in R$, $a > 0$, $a \neq 1$.

- Číslo a nazývame základ logaritmickej funkcie.

- Číslo $y = \log_a x$ pre $x \in (0; \infty)$, $a \in R$, $a > 0$, $a \neq 1$ také, že $x = a^y$ (existuje jediné) nazývame logaritmus čísla x so základom a (pri základe a).

- Prirodzený $D(f) = (0; \infty)$, $H(f) = (0; \infty)$,

Logaritmická funkcia – Definícia

Logaritmická funkcia sa nazýva

funkcia $f\colon y = \log_a x$, kde $a \in R$, $a > 0$, $a \neq 1$.

- Číslo a nazývame základ logaritmickej funkcie.

- Číslo $y = \log_a x$ pre $x \in (0; \infty)$, $a \in R$, $a > 0$, $a \neq 1$ také, že $x = a^y$ (existuje jediné) nazývame logaritmus čísla x so základom a (pri základe a).

- Prirodzený $D(f) = (0; \infty)$, $H(f) = (0; \infty)$, f je prostá

Logaritmická funkcia – Definícia

Logaritmická funkcia sa nazýva

funkcia $f\colon y = \log_a x$, kde $a \in R$, $a > 0$, $a \neq 1$.

- Číslo a nazývame základ logaritmickej funkcie.

- Číslo $y = \log_a x$ pre $x \in (0; \infty)$, $a \in R$, $a > 0$, $a \neq 1$ také, že $x = a^y$ (existuje jediné) nazývame logaritmus čísla x so základom a (pri základe a).

- Prirodzený $D(f) = (0; \infty)$, $H(f) = (0; \infty)$, f je prostá (aj bijektívna).

Logaritmická funkcia – Definícia

Logaritmická funkcia sa nazýva

funkcia $f\colon y = \log_a x$, kde $a \in R$, $a > 0$, $a \neq 1$.

- Číslo a nazývame základ logaritmickej funkcie.

- Číslo $y = \log_a x$ pre $x \in (0; \infty)$, $a \in R$, $a > 0$, $a \neq 1$ také, že $x = a^y$ (existuje jediné) nazývame logaritmus čísla x so základom a (pri základe a).

- Prirodzený $D(f) = (0; \infty)$, $H(f) = (0; \infty)$, f je prostá (aj bijektívna).
  - Pre $a \in (0; 1)$ je f klesajúca.

Logaritmická funkcia – Definícia

Logaritmická funkcia sa nazýva

funkcia $f\colon y = \log_a x$, kde $a \in R$, $a > 0$, $a \neq 1$.

- Číslo a nazývame základ logaritmickej funkcie.

- Číslo $y = \log_a x$ pre $x \in (0; \infty)$, $a \in R$, $a > 0$, $a \neq 1$ také, že $x = a^y$ (existuje jediné) nazývame logaritmus čísla x so základom a (pri základe a).

- Prirodzený $D(f) = (0; \infty)$, $H(f) = (0; \infty)$, f je prostá (aj bijektívna).
  - Pre $a \in (0; 1)$ je f klesajúca.
  - Pre $a \in (1; \infty)$ je f rastúca.

Logaritmická funkcia – Definícia

Logaritmická funkcia sa nazýva

funkcia $f\colon y = \log_a x$, kde $a \in R$, $a > 0$, $a \neq 1$.

- Číslo a nazývame základ logaritmickej funkcie.

- Číslo $y = \log_a x$ pre $x \in (0; \infty)$, $a \in R$, $a > 0$, $a \neq 1$ také, že $x = a^y$ (existuje jediné) nazývame logaritmus čísla x so základom a (pri základe a).

- Prirodzený $D(f) = (0; \infty)$, $H(f) = (0; \infty)$, f je prostá (aj bijektívna).
  - Pre $a \in (0; 1)$ je f klesajúca.
  - Pre $a \in (1; \infty)$ je f rastúca.
  - Graf funkcie f nazývame logaritmická krivka.

Logaritmická funkcia – Definícia

Logaritmická funkcia sa nazýva

funkcia $f\colon y = \log_a x$, kde $a \in R$, $a > 0$, $a \neq 1$.

- Číslo a nazývame základ logaritmickej funkcie.

- Číslo $y = \log_a x$ pre $x \in (0; \infty)$, $a \in R$, $a > 0$, $a \neq 1$ také, že $x = a^y$ (existuje jediné) nazývame logaritmus čísla x so základom a (pri základe a).

- Prirodzený $D(f) = (0; \infty)$, $H(f) = (0; \infty)$, f je prostá (aj bijektívna).
  - Pre $a \in (0; 1)$ je f klesajúca.
  - Pre $a \in (1; \infty)$ je f rastúca.
  - Graf funkcie f nazývame logaritmická krivka.
  - Každá logaritmická krivka prechádza bodmi $[1; 0]$ a $[a; 1]$.

Logaritmická funkcia – Definícia

Logaritmická funkcia sa nazýva

funkcia $f\colon y = \log_a x$, kde $a \in R,\ a > 0,\ a \neq 1$.

- Číslo a nazývame základ logaritmickej funkcie.

- Číslo $y = \log_a x$ pre $x \in (0; \infty),\ a \in R,\ a > 0,\ a \neq 1$ také, že $x = a^y$ (existuje jediné) nazývame logaritmus čísla x so základom a (pri základe a).

- Prirodzený $D(f) = (0; \infty),\ H(f) = (0; \infty)$, f je prostá (aj bijektívna).
  - Pre $a \in (0; 1)$ je f klesajúca.
  - Pre $a \in (1; \infty)$ je f rastúca.
  - Graf funkcie f nazývame logaritmická krivka.
  - Každá logaritmická krivka prechádza bodmi $[1; 0]$ a $[a; 1]$. $[a^0 = 1, a^1 = a$, t. j. $\log_a 1 = 0,\ \log_a a = 1.]$

Logaritmická funkcia – Definícia

Logaritmická funkcia sa nazýva

funkcia $f\colon y = \log_a x$, kde $a \in R$, $a > 0$, $a \neq 1$.

- Číslo a nazývame základ logaritmickej funkcie.

- Číslo $y = \log_a x$ pre $x \in (0; \infty)$, $a \in R$, $a > 0$, $a \neq 1$ také, že $x = a^y$ (existuje jediné) nazývame logaritmus čísla x so základom a (pri základe a).

- Prirodzený $D(f) = (0; \infty)$, $H(f) = (0; \infty)$, f je prostá (aj bijektívna).
  - Pre $a \in (0; 1)$ je f klesajúca.
  - Pre $a \in (1; \infty)$ je f rastúca.
  - Graf funkcie f nazývame logaritmická krivka.
  - Každá logaritmická krivka prechádza bodmi $[1; 0]$ a $[a; 1]$. $[a^0 = 1, a^1 = a$, t. j. $\log_a 1 = 0$, $\log_a a = 1.]$
  - Grafy funkcií $y = \log_a x$ a $y = \log_{a^{-1}} x = \log_{\frac{1}{a}} x$ sú osovo súmerné podľa osi x.

Logaritmická funkcia – Definícia

Logaritmická funkcia sa nazýva

funkcia $f\colon y = \log_a x$, kde $a \in R,\ a > 0,\ a \neq 1$.

- Číslo a nazývame základ logaritmickej funkcie.

- Číslo $y = \log_a x$ pre $x \in (0; \infty),\ a \in R,\ a > 0,\ a \neq 1$ také, že $x = a^y$ (existuje jediné) nazývame logaritmus čísla x so základom a (pri základe a).

- Prirodzený $D(f) = (0; \infty)$, $H(f) = (0; \infty)$, f je prostá (aj bijektívna).
  - Pre $a \in (0; 1)$ je f klesajúca.
  - Pre $a \in (1; \infty)$ je f rastúca.
  - Graf funkcie f nazývame logaritmická krivka.
  - Každá logaritmická krivka prechádza bodmi $[1; 0]$ a $[a; 1]$. $[a^0 = 1, a^1 = a$, t. j. $\log_a 1 = 0,\ \log_a a = 1.]$
  - Grafy funkcií $y = \log_a x$ a $y = \log_{a^{-1}} x = \log_{\frac{1}{a}} x$ sú osovo súmerné podľa osi x.
- Logaritmus pri základe 10 nazývame dekadický,

Logaritmická funkcia – Definícia

Logaritmická funkcia sa nazýva

funkcia $f\colon y = \log_a x$, kde $a \in R$, $a > 0$, $a \neq 1$.

- Číslo a nazývame základ logaritmickej funkcie.

- Číslo $y = \log_a x$ pre $x \in (0; \infty)$, $a \in R$, $a > 0$, $a \neq 1$ také, že $x = a^y$ (existuje jediné) nazývame logaritmus čísla x so základom a (pri základe a).

- Prirodzený $D(f) = (0; \infty)$, $H(f) = (0; \infty)$, f je prostá (aj bijektívna).
  - Pre $a \in (0; 1)$ je f klesajúca.
  - Pre $a \in (1; \infty)$ je f rastúca.
  - Graf funkcie f nazývame logaritmická krivka.
  - Každá logaritmická krivka prechádza bodmi $[1; 0]$ a $[a; 1]$. $[a^0 = 1, a^1 = a$, t. j. $\log_a 1 = 0$, $\log_a a = 1.]$
  - Grafy funkcií $y = \log_a x$ a $y = \log_{a^{-1}} x = \log_{\frac{1}{a}} x$ sú osovo súmerné podľa osi x.
- Logaritmus pri základe 10 nazývame dekadický, označenie $y = \log_{10} x = \log x$.

Logaritmická funkcia – Definícia

Logaritmická funkcia sa nazýva

funkcia $f\colon y = \log_a x$, kde $a \in R$, $a > 0$, $a \neq 1$.

- Číslo a nazývame **základ logaritmickej funkcie**.

- Číslo $y = \log_a x$ pre $x \in (0; \infty)$, $a \in R$, $a > 0$, $a \neq 1$ také, že $x = a^y$ (existuje jediné) nazývame **logaritmus čísla x so základom a (pri základe a)**.

- Prirodzený $D(f) = (0; \infty)$, $H(f) = (0; \infty)$, f je prostá (aj bijektívna).
  - Pre $a \in (0; 1)$ je f klesajúca.
  - Pre $a \in (1; \infty)$ je f rastúca.
  - Graf funkcie f nazývame **logaritmická krivka**.
  - Každá logaritmická krivka prechádza bodmi $[1; 0]$ a $[a; 1]$. $[a^0 = 1, a^1 = a$, t. j. $\log_a 1 = 0$, $\log_a a = 1.]$
  - Grafy funkcií $y = \log_a x$ a $y = \log_{a^{-1}} x = \log_{\frac{1}{a}} x$ sú osovo súmerné podľa osi x.
- Logaritmus pri základe 10 nazývame **dekadický**, označenie $y = \log_{10} x = \log x$.
- Logaritmus pri základe e nazývame **prirodzený**,

Logaritmická funkcia – Definícia

Logaritmická funkcia sa nazýva

funkcia $f\colon y = \log_a x$, kde $a \in R,\ a > 0,\ a \neq 1$.

- Číslo a nazývame **základ logaritmickej funkcie**.

- Číslo $y = \log_a x$ pre $x \in (0; \infty),\ a \in R,\ a > 0,\ a \neq 1$ také, že $x = a^y$ (existuje jediné) nazývame **logaritmus čísla x so základom a (pri základe a)**.

- Prirodzený $D(f) = (0; \infty)$, $H(f) = (0; \infty)$, f je prostá (aj bijektívna).
  - Pre $a \in (0; 1)$ je f klesajúca.
  - Pre $a \in (1; \infty)$ je f rastúca.
  - Graf funkcie f nazývame **logaritmická krivka**.
  - Každá logaritmická krivka prechádza bodmi $[1; 0]$ a $[a; 1]$. $[a^0 = 1, a^1 = a$, t. j. $\log_a 1 = 0,\ \log_a a = 1.]$
  - Grafy funkcií $y = \log_a x$ a $y = \log_{a^{-1}} x = \log_{\frac{1}{a}} x$ sú osovo súmerné podľa osi x.
- Logaritmus pri základe 10 nazývame **dekadický**, označenie $y = \log_{10} x = \log x$.
- Logaritmus pri základe e nazývame **prirodzený**, označenie $y = \log_e = \ln x$.

Logaritmická funkcia – Definícia

Logaritmická funkcia sa nazýva

funkcia $f\colon y = \log_a x$, kde $a \in R$, $a > 0$, $a \neq 1$.

- Číslo a nazývame základ logaritmickej funkcie.

- Číslo $y = \log_a x$ pre $x \in (0; \infty)$, $a \in R$, $a > 0$, $a \neq 1$ také, že $x = a^y$ (existuje jediné) nazývame logaritmus čísla x so základom a (pri základe a).

- Prirodzený $D(f) = (0; \infty)$, $H(f) = (0; \infty)$, f je prostá (aj bijektívna).
  - Pre $a \in (0; 1)$ je f klesajúca.
  - Pre $a \in (1; \infty)$ je f rastúca.
  - Graf funkcie f nazývame logaritmická krivka.
  - Každá logaritmická krivka prechádza bodmi $[1; 0]$ a $[a; 1]$. $[a^0 = 1, a^1 = a$, t. j. $\log_a 1 = 0$, $\log_a a = 1.]$
  - Grafy funkcií $y = \log_a x$ a $y = \log_{a^{-1}} x = \log_{\frac{1}{a}} x$ sú osovo súmerné podľa osi x.

- Logaritmus pri základe 10 nazývame dekadický, označenie $y = \log_{10} x = \log x$.
- Logaritmus pri základe e nazývame prirodzený, označenie $y = \log_e = \ln x$.

[Prirodzený logaritmus sa aj po anglicky značí $\ln x$. Často (najmä v počítačových programoch) sa používa $\log x$.]

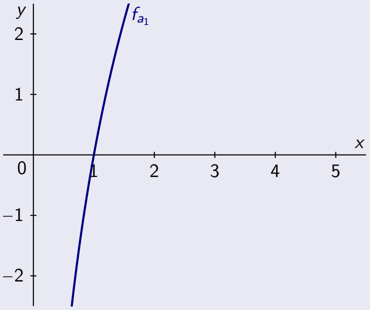
Logaritmická funkcia – Príklad

Funkcia $f_a\colon y = \log_a x,\ x \in (0;\infty),$ kde $a \in (0;\infty),\ a \neq 1.$

Logaritmická funkcia – Príklad

Funkcia $f_a\colon y = \log_a x,\ x \in (0;\infty)$, kde $a \in (0;\infty),\ a \neq 1$.

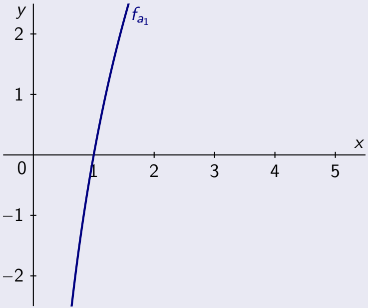
- $f_a\colon (0;\infty) \to R$



Logaritmická funkcia – Príklad

Funkcia $f_a\colon y = \log_a x,\ x \in (0;\infty)$, kde $a \in (0;\infty),\ a \neq 1.$

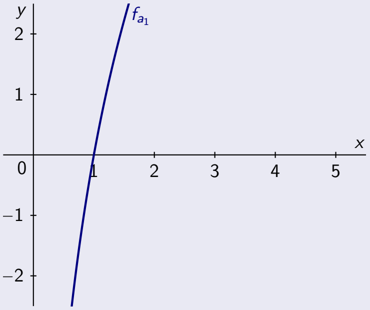
- $f_a\colon (0;\infty) \to R$ je bijektívna,



Logaritmická funkcia – Príklad

Funkcia $f_a\colon y = \log_a x,\ x \in (0; \infty)$, kde $a \in (0; \infty),\ a \neq 1.$

- $f_a\colon (0; \infty) \to R$ je bijektívna, je rýdzo monotónna,

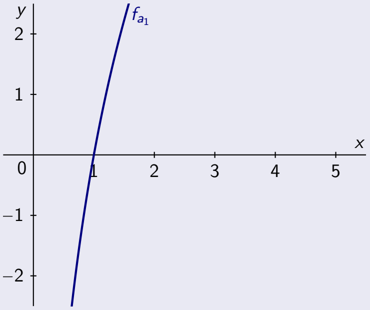


Logaritmická funkcia – Príklad

Funkcia $f_a\colon y = \log_a x,\ x \in (0;\infty)$, kde $a \in (0;\infty),\ a \neq 1$.

- $f_a\colon (0;\infty) \to R$ je bijektívna, je rýdzo monotónna,

  je rastúca pre $a > 1$,



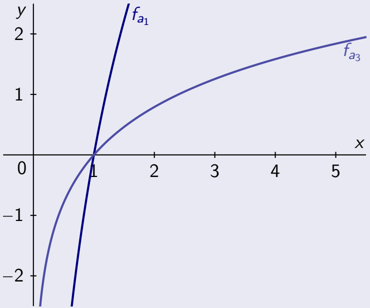
$1 < a_1$

Logaritmická funkcia – Príklad

Funkcia $f_a\colon y = \log_a x,\ x \in (0;\infty)$, kde $a \in (0;\infty),\ a \neq 1.$

- $f_a\colon (0;\infty) \to R$ je bijektívna, je rýdzo monotónna,

je rastúca pre $a > 1$,



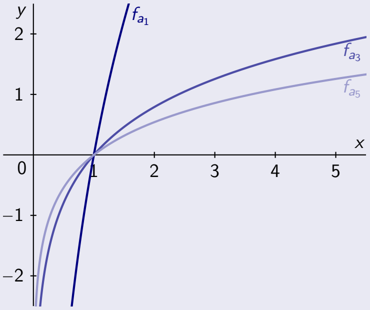
$1 < a_1 < a_3$

Logaritmická funkcia – Príklad

Funkcia $f_a\colon y = \log_a x,\ x \in (0; \infty)$, kde $a \in (0; \infty),\ a \neq 1$.

- $f_a\colon (0; \infty) \to R$ je bijektívna, je rýdzo monotónna,

  je rastúca pre $a > 1$,



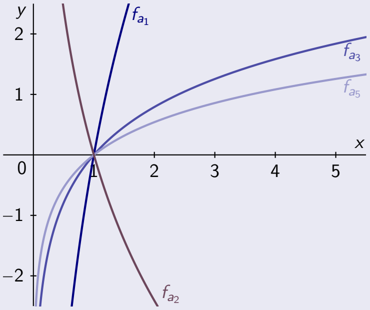
$1 < a_1 < a_3 < a_5$

Logaritmická funkcia – Príklad

Funkcia $f_a\colon y = \log_a x,\ x \in (0;\infty)$, kde $a \in (0;\infty),\ a \neq 1$.

- $f_a\colon (0;\infty) \to R$ je bijektívna, je rýdzo monotónna,

je rastúca pre $a > 1$, je klesajúca pre $a < 1$,



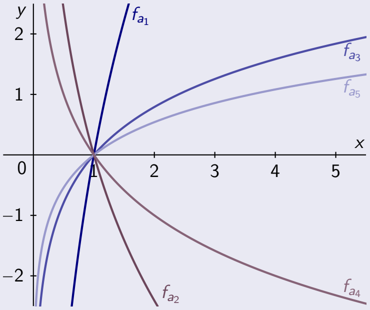
$a_2 < 1 < a_1 < a_3 < a_5$

Logaritmická funkcia – Príklad

Funkcia $f_a\colon y = \log_a x,\ x \in (0;\infty)$, kde $a \in (0;\infty),\ a \neq 1$.

- $f_a\colon (0;\infty) \to R$ je bijektívna, je rýdzo monotónna,

  je rastúca pre $a > 1$, je klesajúca pre $a < 1$,



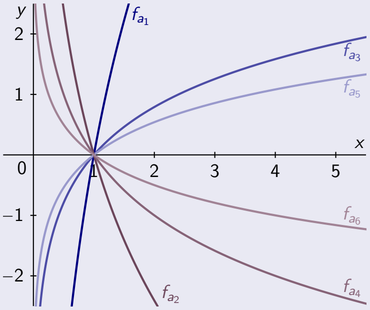
$a_4 < a_2 < 1 < a_1 < a_3 < a_5$

Logaritmická funkcia – Príklad

Funkcia $f_a\colon y = \log_a x,\ x \in (0;\infty)$, kde $a \in (0;\infty),\ a \neq 1$.

- $f_a\colon (0;\infty) \to R$ je bijektívna, je rýdzo monotónna,

je rastúca pre $a > 1$, je klesajúca pre $a < 1$,



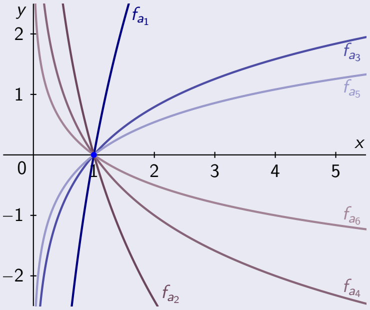
$a_6 < a_4 < a_2 < 1 < a_1 < a_3 < a_5$

Logaritmická funkcia – Príklad

Funkcia $f_a\colon y = \log_a x,\ x \in (0;\infty)$, kde $a \in (0;\infty),\ a \neq 1$.

- $f_a\colon (0;\infty) \to R$ je bijektívna, je rýdzo monotónna,

  je rastúca pre $a > 1$, je klesajúca pre $a < 1$, $f_a(1) = 0$,

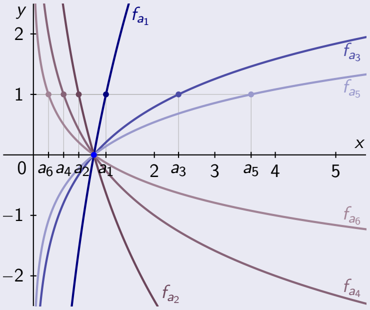


$a_6 < a_4 < a_2 < 1 < a_1 < a_3 < a_5$

Logaritmická funkcia – Príklad

Funkcia $f_a\colon y = \log_a x$, $x \in (0;\infty)$, kde $a \in (0;\infty)$, $a \neq 1$.

- $f_a\colon (0;\infty) \to R$ je bijektívna, je rýdzo monotónna, je rastúca pre $a > 1$, je klesajúca pre $a < 1$, $f_a(1) = 0$, $f_a(a) = 1$.



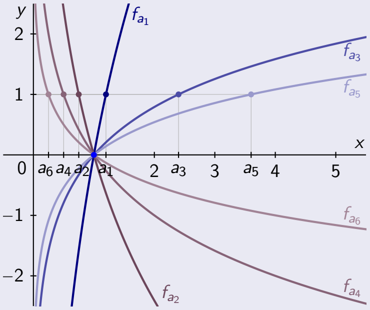
$a_6 < a_4 < a_2 < 1 < a_1 < a_3 < a_5$

Logaritmická funkcia – Príklad

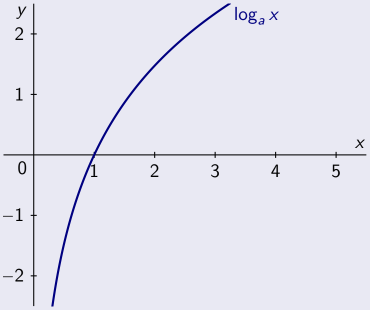
Funkcia $f_a\colon y = \log_a x,\ x \in (0;\infty)$, kde $a \in (0;\infty),\ a \neq 1$.

- $f_a\colon (0;\infty) \to R$ je bijektívna, je rýdzo monotónna,
  je rastúca pre $a > 1$, je klesajúca pre $a < 1$, $f_a(1) = 0,\ f_a(a) = 1$.

- Grafy funkcií $f_a\colon y = \log_a x$



$a_6 < a_4 < a_2 < 1 < a_1 < a_3 < a_5$

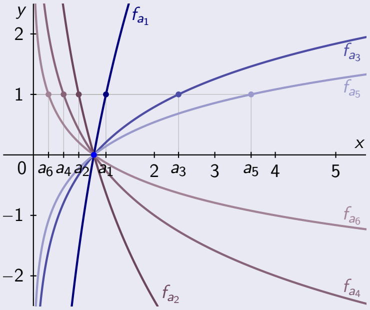


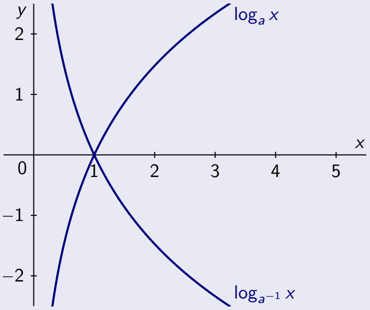
Logaritmická funkcia – Príklad

Funkcia $f_a\colon y = \log_a x,\ x \in (0;\infty)$, kde $a \in (0;\infty),\ a \neq 1.$

- $f_a\colon (0;\infty) \to R$ je bijektívna, je rýdzo monotónna,
  je rastúca pre $a > 1$, je klesajúca pre $a < 1$, $f_a(1) = 0,\ f_a(a) = 1.$

- Grafy funkcií $f_a\colon y = \log_a x$ a $f_{a^{-1}}\colon y = \log_{a^{-1}} x = \log_{\frac{1}{a}} x$





$a_6 < a_4 < a_2 < 1 < a_1 < a_3 < a_5$

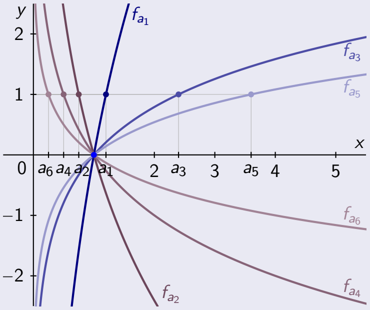
Logaritmická funkcia – Príklad

Funkcia $f_a\colon y = \log_a x,\ x \in (0;\infty)$, kde $a \in (0;\infty),\ a \neq 1$.

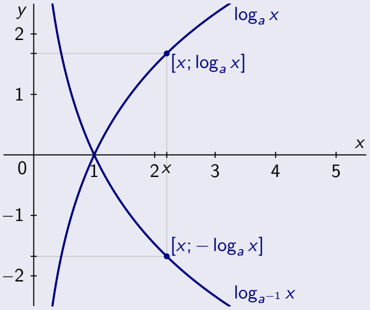
- $f_a\colon (0;\infty) \to R$ je bijektívna, je rýdzo monotónna,

  je rastúca pre $a > 1$, je klesajúca pre $a < 1$, $f_a(1) = 0$, $f_a(a) = 1$.

- Grafy funkcií $f_a\colon y = \log_a x$ a $f_{a^{-1}}\colon y = \log_{a^{-1}} x = \log_{\frac{1}{a}} x$ sú osovo súmerné podľa osi x,



$a_6 < a_4 < a_2 < 1 < a_1 < a_3 < a_5$

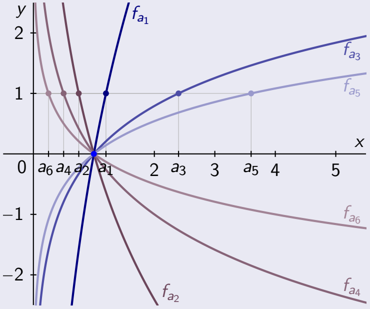


Logaritmická funkcia – Príklad

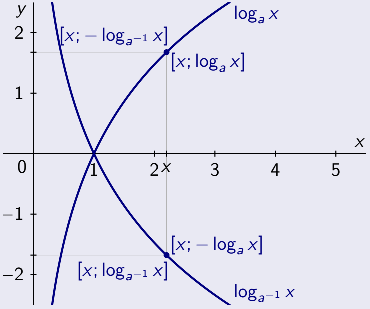
Funkcia $f_a\colon y = \log_a x,\ x \in (0;\infty)$, kde $a \in (0;\infty),\ a \neq 1$.

- $f_a\colon (0;\infty) \to R$ je bijektívna, je rýdzo monotónna,
  je rastúca pre $a > 1$, je klesajúca pre $a < 1$, $f_a(1) = 0,\ f_a(a) = 1$.

- Grafy funkcií $f_a\colon y = \log_a x$ a $f_{a^{-1}}\colon y = \log_{a^{-1}} x = \log_{\frac{1}{a}} x$ sú osovo súmerné podľa osi x, t. j. $f_a(x) = \log_a x = -\log_{a^{-1}} x = -f_{a^{-1}}(x)$ pre $x > 0$.



$a_6 < a_4 < a_2 < 1 < a_1 < a_3 < a_5$



Logaritmická funkcia – Príklad

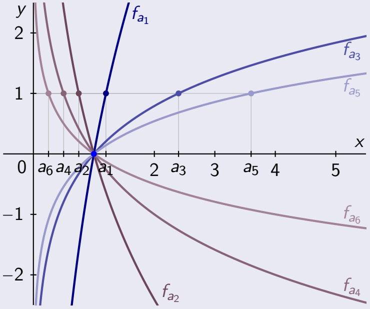
Funkcia $f_a\colon y = \log_a x,\ x \in (0;\infty)$, kde $a \in (0;\infty),\ a \neq 1$.

- $f_a\colon (0;\infty) \to R$ je bijektívna, je rýdzo monotónna,

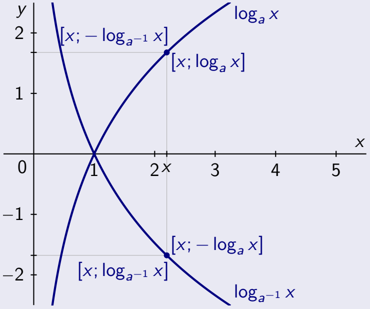
  je rastúca pre $a > 1$, je klesajúca pre $a < 1$, $f_a(1) = 0,\ f_a(a) = 1$.

- Grafy funkcií $f_a\colon y = \log_a x$ a $f_{a^{-1}}\colon y = \log_{a^{-1}} x = \log_{\frac{1}{a}} x$ sú osovo súmerné podľa osi x,

  t. j. $f_a(x) = \log_a x = -\log_{a^{-1}} x = -f_{a^{-1}}(x)$ pre $x > 0$. $[y = -\log_{a^{-1}} x$.



$a_6 < a_4 < a_2 < 1 < a_1 < a_3 < a_5$



Logaritmická funkcia – Príklad

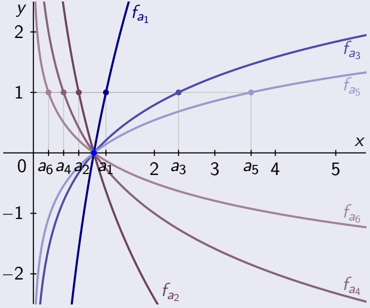
Funkcia $f_a\colon y = \log_a x,\ x \in (0;\infty)$, kde $a \in (0;\infty),\ a \neq 1.$

- $f_a\colon (0;\infty) \to R$ je bijektívna, je rýdzo monotónna,

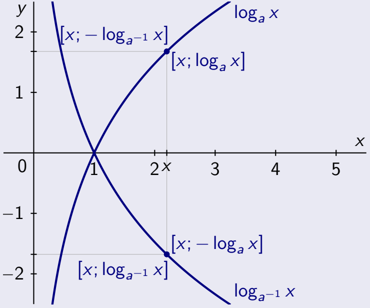
  je rastúca pre $a > 1$, je klesajúca pre $a < 1$, $f_a(1) = 0,\ f_a(a) = 1.$

- Grafy funkcií $f_a\colon y = \log_a x$ a $f_{a^{-1}}\colon y = \log_{a^{-1}} x = \log_{\frac{1}{a}} x$ sú osovo súmerné podľa osi x,

  t. j. $f_a(x) = \log_a x = -\log_{a^{-1}} x = -f_{a^{-1}}(x)$ pre $x > 0.$ $[y = -\log_{a^{-1}} x. \Leftrightarrow x = (a^{-1})^{-y} = a^y.$



$a_6 < a_4 < a_2 < 1 < a_1 < a_3 < a_5$

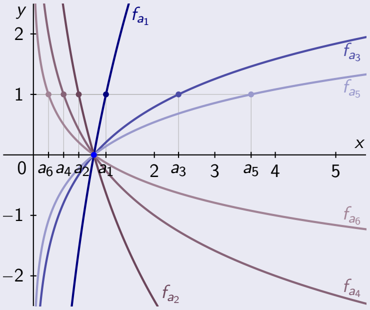


Logaritmická funkcia – Príklad

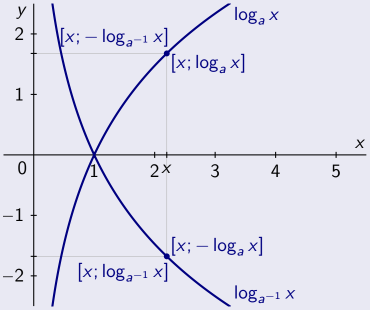
Funkcia $f_a\colon y = \log_a x,\ x \in (0; \infty)$, kde $a \in (0; \infty),\ a \neq 1$.

- $f_a\colon (0; \infty) \to R$ je bijektívna, je rýdzo monotónna,
  je rastúca pre $a > 1$, je klesajúca pre $a < 1$, $f_a(1) = 0,\ f_a(a) = 1$.

- Grafy funkcií $f_a\colon y = \log_a x$ a $f_{a^{-1}}\colon y = \log_{a^{-1}} x = \log_{\frac{1}{a}} x$ sú osovo súmerné podľa osi x,
  t. j. $f_a(x) = \log_a x = -\log_{a^{-1}} x = -f_{a^{-1}}(x)$ pre $x > 0$. $[y = -\log_{a^{-1}} x. \Leftrightarrow x = (a^{-1})^{-y} = a^y. \Leftrightarrow y = \log_a x.]$



$a_6 < a_4 < a_2 < 1 < a_1 < a_3 < a_5$

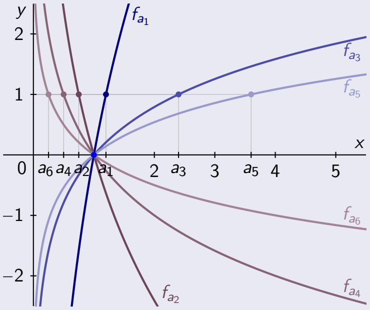


Logaritmická funkcia – Príklad

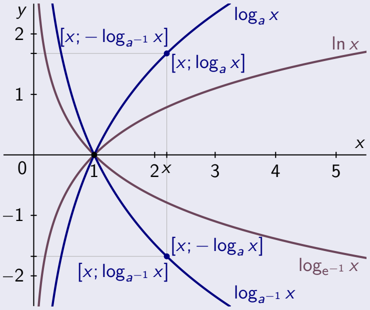
Funkcia $f_a\colon y = \log_a x,\ x \in (0;\infty)$, kde $a \in (0;\infty),\ a \neq 1$.

- $f_a\colon (0;\infty) \to R$ je bijektívna, je rýdzo monotónna, je rastúca pre $a > 1$, je klesajúca pre $a < 1$, $f_a(1) = 0,\ f_a(a) = 1$.

- Grafy funkcií $f_a\colon y = \log_a x$ a $f_{a^{-1}}\colon y = \log_{a^{-1}} x = \log_{\frac{1}{a}} x$ sú osovo súmerné podľa osi x, t. j. $f_a(x) = \log_a x = -\log_{a^{-1}} x = -f_{a^{-1}}(x)$ pre $x > 0$. $[y = -\log_{a^{-1}} x. \Leftrightarrow x = (a^{-1})^{-y} = a^y. \Leftrightarrow y = \log_a x.]$



$a_6 < a_4 < a_2 < 1 < a_1 < a_3 < a_5$

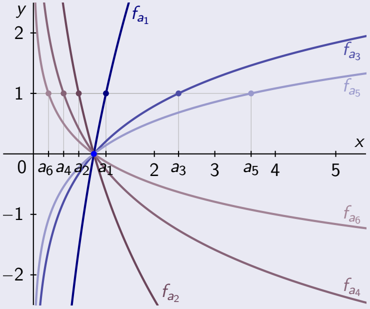


Logaritmická funkcia – Príklad

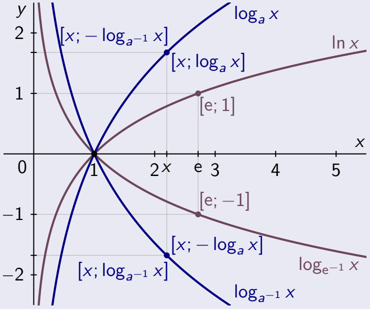
Funkcia $f_a\colon y = \log_a x,\ x \in (0;\infty)$, kde $a \in (0;\infty),\ a \neq 1$.

- $f_a\colon (0;\infty) \to R$ je bijektívna, je rýdzo monotónna,
  je rastúca pre $a > 1$, je klesajúca pre $a < 1$, $f_a(1) = 0,\ f_a(a) = 1$.

- Grafy funkcií $f_a\colon y = \log_a x$ a $f_{a^{-1}}\colon y = \log_{a^{-1}} x = \log_{\frac{1}{a}} x$ sú osovo súmerné podľa osi x,
  t. j. $f_a(x) = \log_a x = -\log_{a^{-1}} x = -f_{a^{-1}}(x)$ pre $x > 0$. $[y = -\log_{a^{-1}} x. \Leftrightarrow x = (a^{-1})^{-y} = a^y. \Leftrightarrow y = \log_a x.]$



$a_6 < a_4 < a_2 < 1 < a_1 < a_3 < a_5$

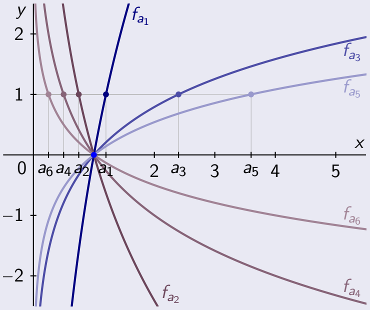


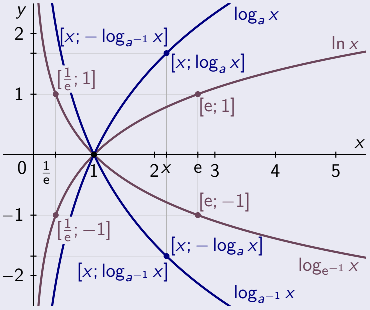
Logaritmická funkcia – Príklad

Funkcia $f_a\colon y = \log_a x,\ x \in (0;\infty)$, kde $a \in (0;\infty),\ a \neq 1.$

- $f_a\colon (0;\infty) \to R$ je bijektívna, je rýdzo monotónna,
  je rastúca pre $a > 1$, je klesajúca pre $a < 1$, $f_a(1) = 0,\ f_a(a) = 1.$

- Grafy funkcií $f_a\colon y = \log_a x$ a $f_{a^{-1}}\colon y = \log_{a^{-1}} x = \log_{\frac{1}{a}} x$ sú osovo súmerné podľa osi x,
  t. j. $f_a(x) = \log_a x = -\log_{a^{-1}} x = -f_{a^{-1}}(x)$ pre $x > 0$. $[y = -\log_{a^{-1}} x. \Leftrightarrow x = (a^{-1})^{-y} = a^y. \Leftrightarrow y = \log_a x.]$





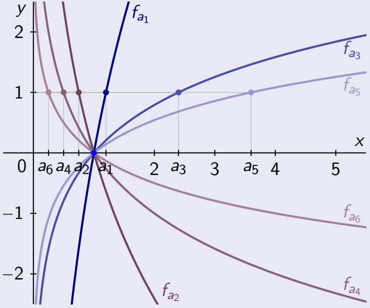
$a_6 < a_4 < a_2 < 1 < a_1 < a_3 < a_5$

Logaritmická funkcia – Príklad

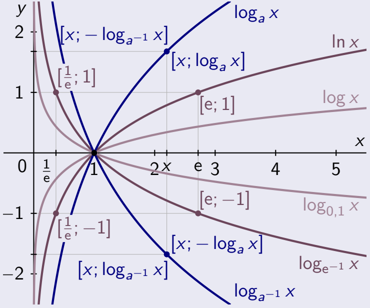
Funkcia $f_a\colon y = \log_a x,\ x \in (0;\infty)$, kde $a \in (0;\infty),\ a \neq 1$.

- $f_a\colon (0;\infty) \to R$ je bijektívna, je rýdzo monotónna,
  je rastúca pre $a > 1$, je klesajúca pre $a < 1$, $f_a(1) = 0,\ f_a(a) = 1$.

- Grafy funkcií $f_a\colon y = \log_a x$ a $f_{a^{-1}}\colon y = \log_{a^{-1}} x = \log_{\frac{1}{a}} x$ sú osovo súmerné podľa osi x,
  t. j. $f_a(x) = \log_a x = -\log_{a^{-1}} x = -f_{a^{-1}}(x)$ pre $x > 0$. $[y = -\log_{a^{-1}} x. \Leftrightarrow x = (a^{-1})^{-y} = a^y. \Leftrightarrow y = \log_a x.]$



$a_6 < a_4 < a_2 < 1 < a_1 < a_3 < a_5$



Logaritmická funkcia – Vlastnosti

Základ $a \in (0;\infty)$, $a \neq 1$, premenné $x, x_1, x_2 \in (0;\infty)$, čísla $r \in R$, $n \in N$.

Logaritmická funkcia – Vlastnosti

Základ $a \in (0; \infty)$, $a \neq 1$, premenné $x, x_1, x_2 \in (0; \infty)$, čísla $r \in R$, $n \in N$.

$\Rightarrow$ • $\log_a x_1 + \log_a x_2 = \log_a (x_1 x_2)$.

Logaritmická funkcia – Vlastnosti

Základ $a \in (0;\infty)$, $a \neq 1$, premenné $x, x_1, x_2 \in (0;\infty)$, čísla $r \in R$, $n \in N$.

$\Rightarrow$

- $\log_a x_1 + \log_a x_2 = \log_a (x_1 x_2)$.
- $\log_a x_1 - \log_a x_2 = \log_a \frac{x_1}{x_2}$.

Logaritmická funkcia – Vlastnosti

Základ $a \in (0; \infty)$, $a \neq 1$, premenné $x, x_1, x_2 \in (0; \infty)$, čísla $r \in R$, $n \in N$.

$\Rightarrow$

- $\log_a x_1 + \log_a x_2 = \log_a (x_1 x_2)$.
- $\log_a x_1 - \log_a x_2 = \log_a \frac{x_1}{x_2}$.
- $\log_a x^r = r \cdot \log_a x$.

Logaritmická funkcia – Vlastnosti

Základ $a\in(0;\infty)$, $a\neq 1$, premenné $x, x_1, x_2\in(0;\infty)$, čísla $r\in R$, $n\in N$.

⇒
- $\log_a x_1 + \log_a x_2 = \log_a (x_1 x_2)$.
- $\log_a x_1 - \log_a x_2 = \log_a \frac{x_1}{x_2}$.
- $\log_a x^r = r\cdot \log_a x$.
- Špeciálne $\log_a \sqrt[n]{x} = \log_a x^{\frac{1}{n}} = \frac{1}{n}\log_a x$.

Logaritmická funkcia – Vlastnosti

Základ $a \in (0;\infty)$, $a \neq 1$, premenné $x, x_1, x_2 \in (0;\infty)$, čísla $r \in R$, $n \in N$.

$\Rightarrow$

- $\log_a x_1 + \log_a x_2 = \log_a (x_1 x_2)$.
- $\log_a x_1 - \log_a x_2 = \log_a \frac{x_1}{x_2}$.
- $\log_a x^r = r \cdot \log_a x$.
- Špeciálne $\log_a \sqrt[n]{x} = \log_a x^{\frac{1}{n}} = \frac{1}{n} \log_a x$.
- $\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$ pre všetky $b \in (0;\infty)$, $b \neq 1$.

Logaritmická funkcia – Vlastnosti

Základ $a \in (0; \infty)$, $a \neq 1$, premenné $x, x_1, x_2 \in (0; \infty)$, čísla $r \in R$, $n \in N$.

$\Rightarrow$

- $\log_a x_1 + \log_a x_2 = \log_a (x_1 x_2)$.
- $\log_a x_1 - \log_a x_2 = \log_a \frac{x_1}{x_2}$.
- $\log_a x^r = r \cdot \log_a x$.
- Špeciálne $\log_a \sqrt[n]{x} = \log_a x^{\frac{1}{n}} = \frac{1}{n} \log_a x$.
- $\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$ pre všetky $b \in (0; \infty)$, $b \neq 1$.
- Špeciálne $\log_a x = \frac{\ln x}{\ln a}$.

Logaritmická funkcia – Vlastnosti

Základ $a \in (0; \infty)$, $a \neq 1$, premenné $x, x_1, x_2 \in (0; \infty)$, čísla $r \in R$, $n \in N$.

$\Rightarrow$
- $\log_a x_1 + \log_a x_2 = \log_a (x_1 x_2)$.
- $\log_a x_1 - \log_a x_2 = \log_a \frac{x_1}{x_2}$.
- $\log_a x^r = r \cdot \log_a x$.
- Špeciálne $\log_a \sqrt[n]{x} = \log_a x^{\frac{1}{n}} = \frac{1}{n} \log_a x$.
- $\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$ pre všetky $b \in (0; \infty)$, $b \neq 1$.
- Špeciálne $\log_a x = \frac{\ln x}{\ln a}$.

Funkcie $f\colon y = \log_a x$, $x \in (0; \infty)$ a $g\colon y = a^x$, $x \in R$, kde $a \in (0; \infty)$, $a \neq 1$.

Logaritmická funkcia – Vlastnosti

Základ $a \in (0; \infty)$, $a \neq 1$, premenné $x, x_1, x_2 \in (0; \infty)$, čísla $r \in R$, $n \in N$.

$\Rightarrow$

- $\log_a x_1 + \log_a x_2 = \log_a (x_1 x_2)$.
- $\log_a x_1 - \log_a x_2 = \log_a \frac{x_1}{x_2}$.
- $\log_a x^r = r \cdot \log_a x$.
- Špeciálne $\log_a \sqrt[n]{x} = \log_a x^{\frac{1}{n}} = \frac{1}{n} \log_a x$.
- $\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$ pre všetky $b \in (0; \infty)$, $b \neq 1$.
- Špeciálne $\log_a x = \frac{\ln x}{\ln a}$.

Funkcie $f\colon y = \log_a x$, $x \in (0; \infty)$ a $g\colon y = a^x$, $x \in R$, kde $a \in (0; \infty)$, $a \neq 1$.

$\Rightarrow$

- Funkcie $f\colon y = \log_a x$ a $g\colon y = a^x$ sú navzájom inverzné.

Logaritmická funkcia – Vlastnosti

Základ $a \in (0;\infty)$, $a \neq 1$, premenné $x, x_1, x_2 \in (0;\infty)$, čísla $r \in R$, $n \in N$.

$\Rightarrow$
- $\log_a x_1 + \log_a x_2 = \log_a (x_1 x_2)$.
- $\log_a x_1 - \log_a x_2 = \log_a \frac{x_1}{x_2}$.
- $\log_a x^r = r \cdot \log_a x$.
- Špeciálne $\log_a \sqrt[n]{x} = \log_a x^{\frac{1}{n}} = \frac{1}{n} \log_a x$.
- $\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$ pre všetky $b \in (0;\infty)$, $b \neq 1$.
- Špeciálne $\log_a x = \frac{\ln x}{\ln a}$.

Funkcie $f\colon y = \log_a x$, $x \in (0;\infty)$ a $g\colon y = a^x$, $x \in R$, kde $a \in (0;\infty)$, $a \neq 1$.

$\Rightarrow$
- Funkcie $f\colon y = \log_a x$ a $g\colon y = a^x$ sú navzájom inverzné. [Rovnaký základ $a \in (0;\infty)$, $a \neq 1$.]

Logaritmická funkcia – Vlastnosti

Základ $a \in (0;\infty)$, $a \neq 1$, premenné $x, x_1, x_2 \in (0;\infty)$, čísla $r \in R$, $n \in N$.

⇒
- $\log_a x_1 + \log_a x_2 = \log_a (x_1 x_2)$.
- $\log_a x_1 - \log_a x_2 = \log_a \frac{x_1}{x_2}$.
- $\log_a x^r = r \cdot \log_a x$.
- Špeciálne $\log_a \sqrt[n]{x} = \log_a x^{\frac{1}{n}} = \frac{1}{n} \log_a x$.
- $\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$ pre všetky $b \in (0;\infty)$, $b \neq 1$.
- Špeciálne $\log_a x = \frac{\ln x}{\ln a}$.

Funkcie $f\colon y = \log_a x$, $x \in (0;\infty)$ a $g\colon y = a^x$, $x \in R$, kde $a \in (0;\infty)$, $a \neq 1$.

⇒
- Funkcie $f\colon y = \log_a x$ a $g\colon y = a^x$ sú navzájom inverzné. [Rovnaký základ $a \in (0;\infty)$, $a \neq 1$.]
- Grafy funkcií f a g sú osovo súmerné podľa priamky $y = x$.

Logaritmická funkcia – Vlastnosti

Základ $a\in(0;\infty)$, $a\neq 1$, premenné $x, x_1, x_2\in(0;\infty)$, čísla $r\in R$, $n\in N$.

$\Rightarrow$

- $\log_a x_1 + \log_a x_2 = \log_a (x_1x_2)$.
- $\log_a x_1 - \log_a x_2 = \log_a \frac{x_1}{x_2}$.
- $\log_a x^r = r\cdot\log_a x$.
- Špeciálne $\log_a \sqrt[n]{x} = \log_a x^{\frac{1}{n}} = \frac{1}{n}\log_a x$.
- $\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$ pre všetky $b\in(0;\infty)$, $b\neq 1$.
- Špeciálne $\log_a x = \frac{\ln x}{\ln a}$.

Funkcie $f\colon y=\log_a x$, $x\in(0;\infty)$ a $g\colon y=a^x$, $x\in R$, kde $a\in(0;\infty)$, $a\neq 1$.

$\Rightarrow$

- Funkcie $f\colon y=\log_a x$ a $g\colon y=a^x$ sú navzájom inverzné. [Rovnaký základ $a\in(0;\infty)$, $a\neq 1$.]
- Grafy funkcií f a g sú osovo súmerné podľa priamky $y=x$.

- $x\in R$.
- $x\in(0;\infty)$.

Logaritmická funkcia – Vlastnosti

Základ $a \in (0; \infty)$, $a \neq 1$, premenné $x, x_1, x_2 \in (0; \infty)$, čísla $r \in R$, $n \in N$.

$\Rightarrow$
- $\log_a x_1 + \log_a x_2 = \log_a (x_1 x_2)$.
- $\log_a x_1 - \log_a x_2 = \log_a \frac{x_1}{x_2}$.
- $\log_a x^r = r \cdot \log_a x$.
- Špeciálne $\log_a \sqrt[n]{x} = \log_a x^{\frac{1}{n}} = \frac{1}{n} \log_a x$.
- $\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$ pre všetky $b \in (0; \infty)$, $b \neq 1$.
- Špeciálne $\log_a x = \frac{\ln x}{\ln a}$.

Funkcie $f\colon y = \log_a x$, $x \in (0; \infty)$ a $g\colon y = a^x$, $x \in R$, kde $a \in (0; \infty)$, $a \neq 1$.

$\Rightarrow$
- Funkcie $f\colon y = \log_a x$ a $g\colon y = a^x$ sú navzájom inverzné. [Rovnaký základ $a \in (0; \infty)$, $a \neq 1$.]
- Grafy funkcií f a g sú osovo súmerné podľa priamky $y = x$.

- $x \in R$. $\Rightarrow$ • $x = f(g(x)) = f(a^x) = \log_a a^x$,
- $x \in (0; \infty)$.

Logaritmická funkcia – Vlastnosti

Základ $a \in (0;\infty)$, $a \neq 1$, premenné $x, x_1, x_2 \in (0;\infty)$, čísla $r \in R$, $n \in N$.

$\Rightarrow$
- $\log_a x_1 + \log_a x_2 = \log_a (x_1 x_2)$.
- $\log_a x_1 - \log_a x_2 = \log_a \frac{x_1}{x_2}$.
- $\log_a x^r = r \cdot \log_a x$.
- Špeciálne $\log_a \sqrt[n]{x} = \log_a x^{\frac{1}{n}} = \frac{1}{n} \log_a x$.
- $\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$ pre všetky $b \in (0;\infty)$, $b \neq 1$.
- Špeciálne $\log_a x = \frac{\ln x}{\ln a}$.

Funkcie $f\colon y = \log_a x$, $x \in (0;\infty)$ a $g\colon y = a^x$, $x \in R$, kde $a \in (0;\infty)$, $a \neq 1$.

$\Rightarrow$
- Funkcie $f\colon y = \log_a x$ a $g\colon y = a^x$ sú navzájom inverzné. [Rovnaký základ $a \in (0;\infty)$, $a \neq 1$.]
- Grafy funkcií f a g sú osovo súmerné podľa priamky $y = x$.

- $x \in R$. $\Rightarrow$ • $x = f(g(x)) = f(a^x) = \log_a a^x$,
- $x \in (0;\infty)$. $\Rightarrow$ • $x = g(f(x)) = g(\log_a x) = a^{\log_a x}$,

Logaritmická funkcia – Vlastnosti

Základ $a \in (0; \infty)$, $a \neq 1$, premenné $x, x_1, x_2 \in (0; \infty)$, čísla $r \in R$, $n \in N$.

$\Rightarrow$
- $\log_a x_1 + \log_a x_2 = \log_a (x_1 x_2)$.
- $\log_a x_1 - \log_a x_2 = \log_a \frac{x_1}{x_2}$.
- $\log_a x^r = r \cdot \log_a x$.
- Špeciálne $\log_a \sqrt[n]{x} = \log_a x^{\frac{1}{n}} = \frac{1}{n} \log_a x$.
- $\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$ pre všetky $b \in (0; \infty)$, $b \neq 1$.
- Špeciálne $\log_a x = \frac{\ln x}{\ln a}$.

Funkcie $f\colon y = \log_a x$, $x \in (0; \infty)$ a $g\colon y = a^x$, $x \in R$, kde $a \in (0; \infty)$, $a \neq 1$.

$\Rightarrow$
- Funkcie $f\colon y = \log_a x$ a $g\colon y = a^x$ sú navzájom inverzné. [Rovnaký základ $a \in (0; \infty)$, $a \neq 1$.]
- Grafy funkcií f a g sú osovo súmerné podľa priamky $y = x$.

- $x \in R$. $\Rightarrow$ • $x = f(g(x)) = f(a^x) = \log_a a^x$, t. j. • $x = \log_a a^x$.
- $x \in (0; \infty)$. $\Rightarrow$ • $x = g(f(x)) = g(\log_a x) = a^{\log_a x}$, t. j. • $x = a^{\log_a x}$.

Logaritmická funkcia – Vlastnosti

Základ $a \in (0;\infty)$, $a \neq 1$, premenné $x, x_1, x_2 \in (0;\infty)$, čísla $r \in R$, $n \in N$.

$\Rightarrow$
- $\log_a x_1 + \log_a x_2 = \log_a (x_1 x_2)$.
- $\log_a x_1 - \log_a x_2 = \log_a \frac{x_1}{x_2}$.
- $\log_a x^r = r \cdot \log_a x$.
- Špeciálne $\log_a \sqrt[n]{x} = \log_a x^{\frac{1}{n}} = \frac{1}{n} \log_a x$.
- $\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$ pre všetky $b \in (0;\infty)$, $b \neq 1$.
- Špeciálne $\log_a x = \frac{\ln x}{\ln a}$.

Funkcie $f\colon y = \log_a x$, $x \in (0;\infty)$ a $g\colon y = a^x$, $x \in R$, kde $a \in (0;\infty)$, $a \neq 1$.

$\Rightarrow$
- Funkcie $f\colon y = \log_a x$ a $g\colon y = a^x$ sú navzájom inverzné. [Rovnaký základ $a \in (0;\infty)$, $a \neq 1$.]
- Grafy funkcií f a g sú osovo súmerné podľa priamky $y = x$.

- $x \in R$. $\Rightarrow$ • $x = f(g(x)) = f(a^x) = \log_a a^x$, t. j. • $x = \log_a a^x$.
- $x \in (0;\infty)$. $\Rightarrow$ • $x = g(f(x)) = g(\log_a x) = a^{\log_a x}$, t. j. • $x = a^{\log_a x}$.

Špeciálne platí: • $x^r = e^{\ln x^r} = e^{r \cdot \ln x}$ pre $x > 0$, $r \in R$.

Logaritmická funkcia – Vlastnosti

Základ $a \in (0;\infty)$, $a \neq 1$, premenné $x, x_1, x_2 \in (0;\infty)$, čísla $r \in R$, $n \in N$.

$\Rightarrow$
- $\log_a x_1 + \log_a x_2 = \log_a (x_1 x_2)$.
- $\log_a x_1 - \log_a x_2 = \log_a \frac{x_1}{x_2}$.
- $\log_a x^r = r \cdot \log_a x$.
- Špeciálne $\log_a \sqrt[n]{x} = \log_a x^{\frac{1}{n}} = \frac{1}{n} \log_a x$.
- $\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$ pre všetky $b \in (0;\infty)$, $b \neq 1$.
- Špeciálne $\log_a x = \frac{\ln x}{\ln a}$.

Funkcie $f\colon y = \log_a x$, $x \in (0;\infty)$ a $g\colon y = a^x$, $x \in R$, kde $a \in (0;\infty)$, $a \neq 1$.

$\Rightarrow$
- Funkcie $f\colon y = \log_a x$ a $g\colon y = a^x$ sú navzájom inverzné. [Rovnaký základ $a \in (0;\infty)$, $a \neq 1$.]
- Grafy funkcií f a g sú osovo súmerné podľa priamky $y = x$.

- $x \in R$. $\Rightarrow$ • $x = f(g(x)) = f(a^x) = \log_a a^x$, t. j. • $x = \log_a a^x$.
- $x \in (0;\infty)$. $\Rightarrow$ • $x = g(f(x)) = g(\log_a x) = a^{\log_a x}$, t. j. • $x = a^{\log_a x}$.

Špeciálne platí:
- $x^r = e^{\ln x^r} = e^{r \cdot \ln x}$ pre $x > 0$, $r \in R$.
- $a^x = e^{\ln a^x} = e^{x \cdot \ln a}$ pre $x \in R$, $a \in (0;\infty)$, $a \neq 1$.

Logaritmická funkcia – Vlastnosti

Základ $a\in(0;\infty)$, $a\neq 1$, premenné $x, x_1, x_2\in(0;\infty)$, čísla $r\in R$, $n\in N$.

$\Rightarrow$

- $\log_a x_1 + \log_a x_2 = \log_a (x_1 x_2)$.
- $\log_a x_1 - \log_a x_2 = \log_a \frac{x_1}{x_2}$.
- $\log_a x^r = r\cdot \log_a x$.
- Špeciálne $\log_a \sqrt[n]{x} = \log_a x^{\frac{1}{n}} = \frac{1}{n}\log_a x$.
- $\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$ pre všetky $b\in(0;\infty)$, $b\neq 1$.
- Špeciálne $\log_a x = \frac{\ln x}{\ln a}$.

Funkcie $f\colon y=\log_a x$, $x\in(0;\infty)$ a $g\colon y=a^x$, $x\in R$, kde $a\in(0;\infty)$, $a\neq 1$.

$\Rightarrow$

- Funkcie $f\colon y=\log_a x$ a $g\colon y=a^x$ sú navzájom inverzné. [Rovnaký základ $a\in(0;\infty)$, $a\neq 1$.]
- Grafy funkcií f a g sú osovo súmerné podľa priamky $y=x$.

- $x\in R$. $\Rightarrow$ • $x = f(g(x)) = f(a^x) = \log_a a^x$, t. j. • $x=\log_a a^x$.
- $x\in(0;\infty)$. $\Rightarrow$ • $x = g(f(x)) = g(\log_a x) = a^{\log_a x}$, t. j. • $x = a^{\log_a x}$.

Špeciálne platí:

- $x^r = e^{\ln x^r} = e^{r\cdot\ln x}$ pre $x>0$, $r\in R$.
- $a^x = e^{\ln a^x} = e^{x\cdot \ln a}$ pre $x\in R$, $a\in(0;\infty)$, $a\neq 1$.
- $s(x)^{h(x)} = e^{\ln s(x)^{h(x)}} = e^{h(x)\cdot\ln s(x)}$ pre funkcie s, h, pričom $s(x)>0$, $h(x)\in R$.

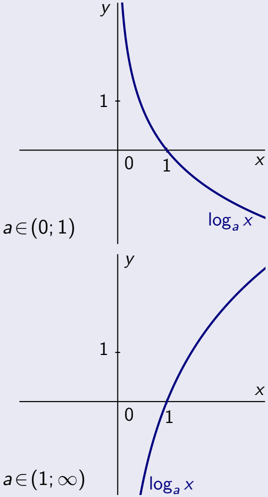
Logaritmická funkcia – Príklad

Funkcie $f\colon y = \log_a x,\ x \in (0;\infty)$ a $g\colon y = a^x,\ x \in R$, pričom základ $a \in (0;\infty),\ a \neq 1$.

Logaritmická funkcia – Príklad

Funkcie $f\colon y = \log_a x,\ x \in (0;\infty)$ a $g\colon y = a^x,\ x \in R$, pričom základ $a \in (0;\infty),\ a \neq 1$.

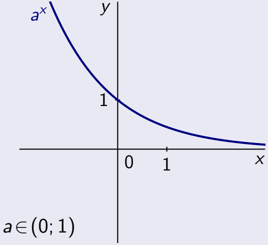
- Funkcie $\log_a x$

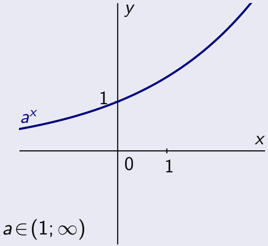


Logaritmická funkcia – Príklad

Funkcie $f\colon y = \log_a x,\ x \in (0;\infty)$ a $g\colon y = a^x,\ x \in R$, pričom základ $a \in (0;\infty),\ a \neq 1$.

- Funkcie $\log_a x$ a a^x

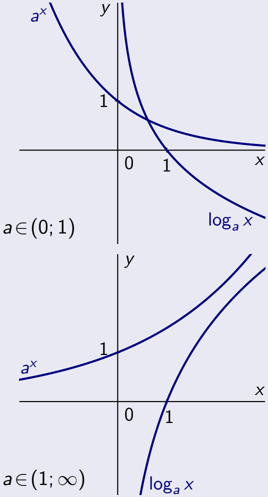




Logaritmická funkcia – Príklad

Funkcie $f\colon\ y = \log_a x,\ x \in (0;\infty)$ a $g\colon\ y = a^x,\ x \in R$, pričom základ $a \in (0;\infty),\ a \neq 1$.

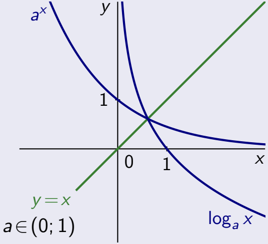
- Funkcie $\log_a x$ a a^x sú navzájom inverzné,

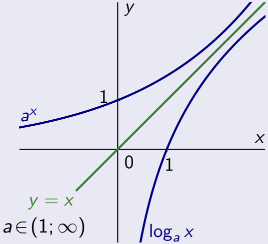


Logaritmická funkcia – Príklad

Funkcie $f\colon y = \log_a x,\ x \in (0;\infty)$ a $g\colon y = a^x,\ x \in R$, pričom základ $a \in (0;\infty),\ a \neq 1$.

- Funkcie $\log_a x$ a a^x sú navzájom inverzné, t. j. ich grafy sú osovo súmerné podľa priamky $y = x$.

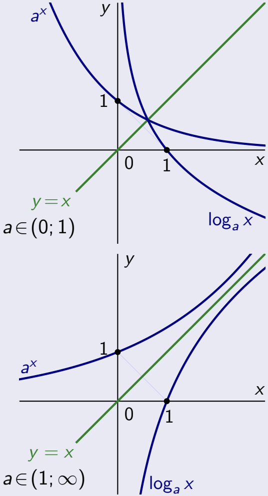




Logaritmická funkcia – Príklad

Funkcie $f\colon y = \log_a x,\ x \in (0;\infty)$ a $g\colon y = a^x,\ x \in R$, pričom základ $a \in (0;\infty),\ a \neq 1$.

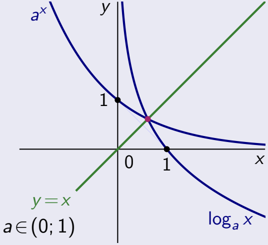
- Funkcie $\log_a x$ a a^x sú navzájom inverzné, t. j. ich grafy sú osovo súmerné podľa priamky $y = x$.

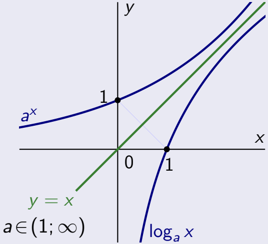


Logaritmická funkcia – Príklad

Funkcie $f\colon y = \log_a x,\ x \in (0;\infty)$ a $g\colon y = a^x,\ x \in R$, pričom základ $a \in (0;\infty),\ a \neq 1$.

- Funkcie $\log_a x$ a a^x sú navzájom inverzné, t. j. ich grafy sú osovo súmerné podľa priamky $y = x$.

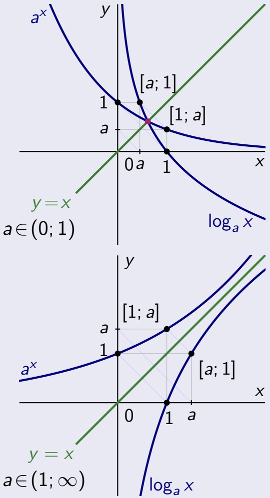




Logaritmická funkcia – Príklad

Funkcie $f\colon y = \log_a x,\ x \in (0; \infty)$ a $g\colon y = a^x,\ x \in R$, pričom základ $a \in (0; \infty),\ a \neq 1$.

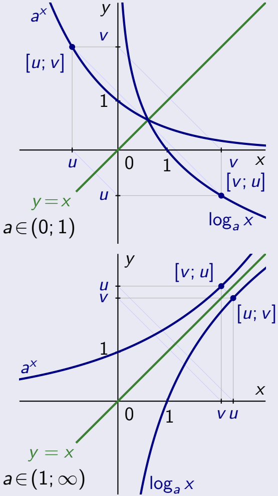
- Funkcie $\log_a x$ a a^x sú navzájom inverzné, t. j. ich grafy sú osovo súmerné podľa priamky $y = x$.



Logaritmická funkcia – Príklad

Funkcie $f\colon y = \log_a x,\ x \in (0;\infty)$ a $g\colon y = a^x,\ x \in R$, pričom základ $a \in (0;\infty),\ a \neq 1$.

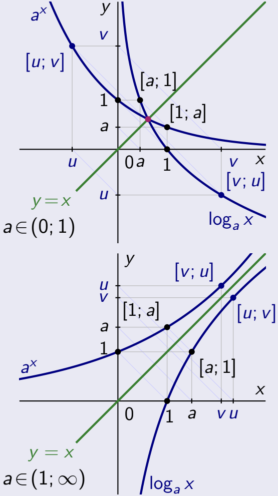
- Funkcie $\log_a x$ a a^x sú navzájom inverzné, t. j. ich grafy sú osovo súmerné podľa priamky $y = x$.



Logaritmická funkcia – Príklad

Funkcie $f\colon y = \log_a x,\ x \in (0;\infty)$ a $g\colon y = a^x,\ x \in R$, pričom základ $a \in (0;\infty),\ a \neq 1$.

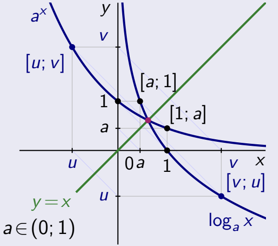
- Funkcie $\log_a x$ a a^x sú navzájom inverzné, t. j. ich grafy sú osovo súmerné podľa priamky $y = x$.

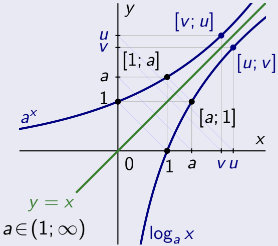


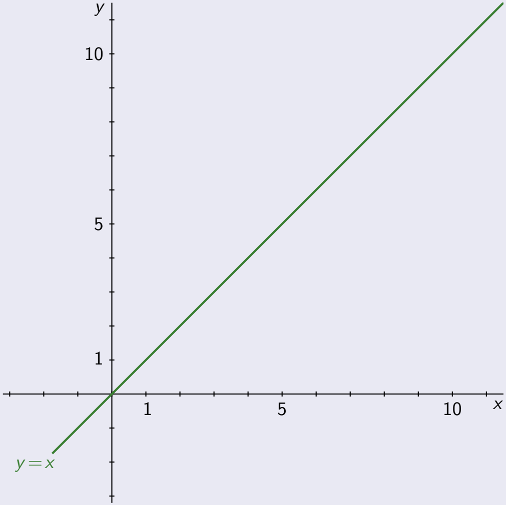
Logaritmická funkcia – Príklad

Funkcie $f\colon y=\log_a x,\ x\in(0;\infty)$ a $g\colon y=a^x,\ x\in R$, pričom základ $a\in(0;\infty)$, $a\neq 1$.

- Funkcie $\log_a x$ a a^x sú navzájom inverzné, t. j. ich grafy sú osovo súmerné podľa priamky $y=x$.



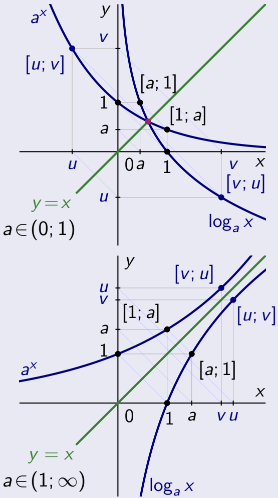


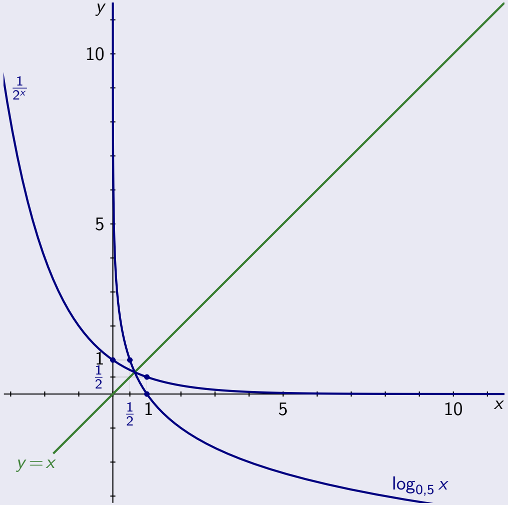


Logaritmická funkcia – Príklad

Funkcie $f\colon y = \log_a x,\ x \in (0;\infty)$ a $g\colon y = a^x,\ x \in R$, pričom základ $a \in (0;\infty),\ a \neq 1$.

- Funkcie $\log_a x$ a a^x sú navzájom inverzné, t. j. ich grafy sú osovo súmerné podľa priamky $y = x$.

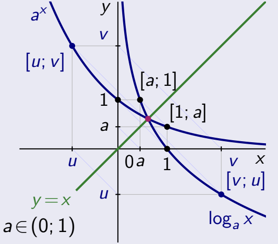


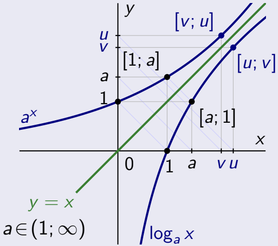


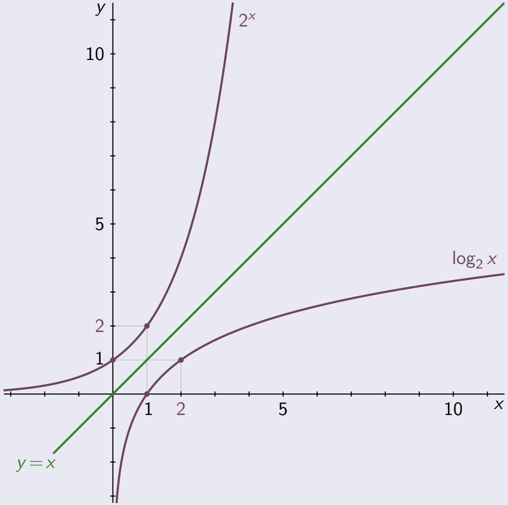
Logaritmická funkcia – Príklad

Funkcie $f\colon y = \log_a x,\ x \in (0;\infty)$ a $g\colon y = a^x,\ x \in R$, pričom základ $a \in (0;\infty),\ a \neq 1$.

- Funkcie $\log_a x$ a a^x sú navzájom inverzné, t. j. ich grafy sú osovo súmerné podľa priamky $y = x$.



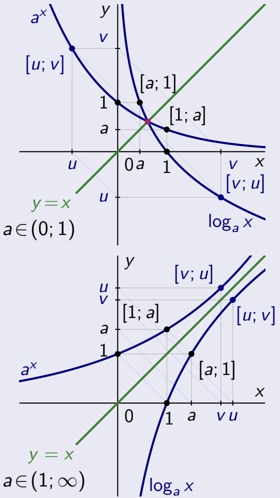


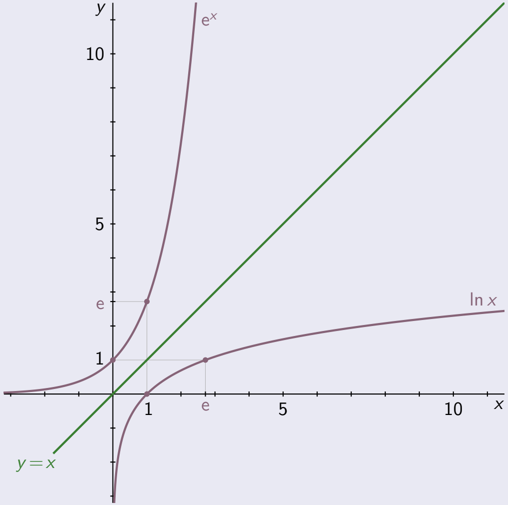


Logaritmická funkcia – Príklad

Funkcie $f\colon y = \log_a x,\ x \in (0;\infty)$ a $g\colon y = a^x,\ x \in R$, pričom základ $a \in (0;\infty)$, $a \neq 1$.

- Funkcie $\log_a x$ a a^x sú navzájom inverzné, t. j. ich grafy sú osovo súmerné podľa priamky $y = x$.

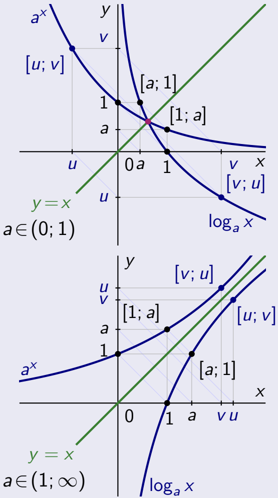


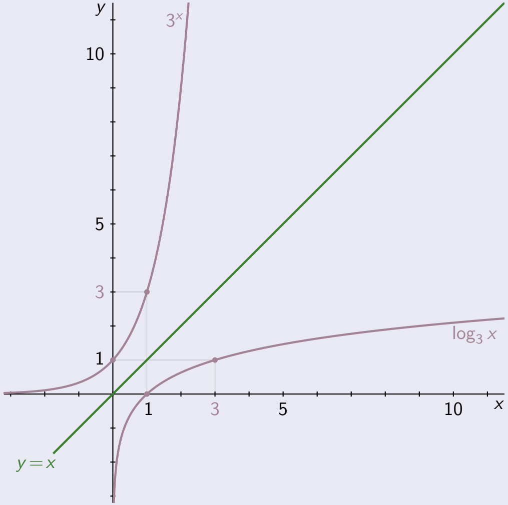


Logaritmická funkcia – Príklad

Funkcie $f\colon y = \log_a x,\ x \in (0;\infty)$ a $g\colon y = a^x,\ x \in R$, pričom základ $a \in (0;\infty),\ a \neq 1$.

- Funkcie $\log_a x$ a a^x sú navzájom inverzné, t. j. ich grafy sú osovo súmerné podľa priamky $y = x$.

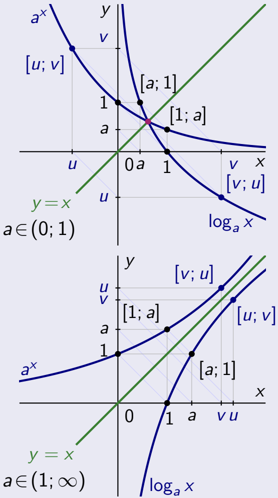


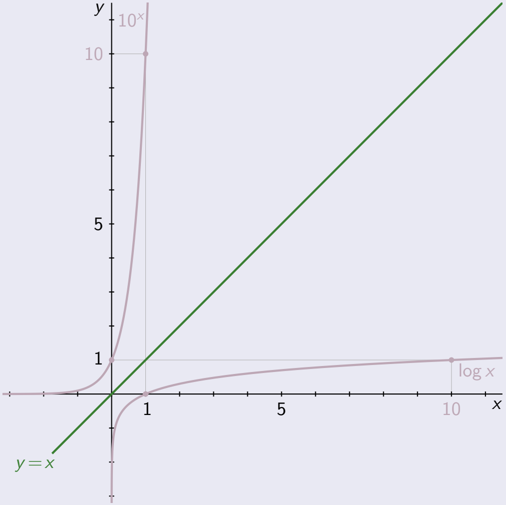


Logaritmická funkcia – Príklad

Funkcie $f\colon y = \log_a x,\ x \in (0; \infty)$ a $g\colon y = a^x,\ x \in R$, pričom základ $a \in (0; \infty),\ a \neq 1$.

- Funkcie $\log_a x$ a a^x sú navzájom inverzné, t. j. ich grafy sú osovo súmerné podľa priamky $y = x$.

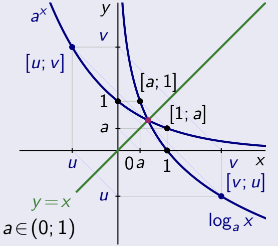


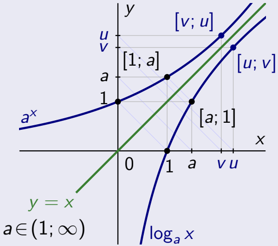


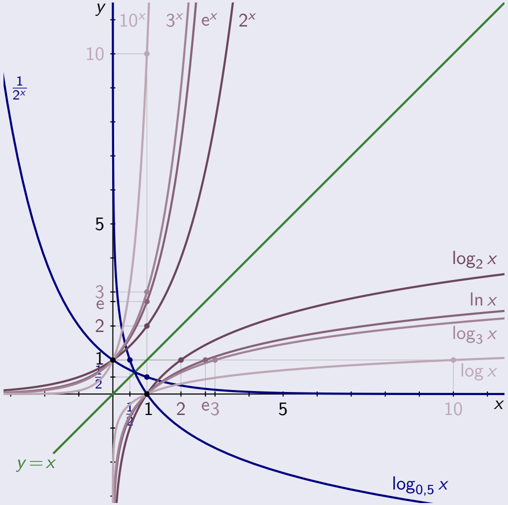
Logaritmická funkcia – Príklad

Funkcie $f\colon y = \log_a x,\ x \in (0;\infty)$ a $g\colon y = a^x,\ x \in R$, pričom základ $a \in (0;\infty),\ a \neq 1$.

- Funkcie $\log_a x$ a a^x sú navzájom inverzné, t. j. ich grafy sú osovo súmerné podľa priamky $y = x$.







Goniometrické funkcie – Definície

Základné goniometrické (trigonometrické)

funkcie sú:

Goniometrické funkcie – Definície

Základné goniometrické (trigonometrické)

funkcie sú:

- sínus,

Goniometrické funkcie – Definície

Základné goniometrické (trigonometrické)

funkcie sú:
- sínus,
- kosínus,

Goniometrické funkcie – Definície

Základné goniometrické (trigonometrické)

funkcie sú:

- sínus,
- kosínus,
- tangens,

Goniometrické funkcie – Definície

Základné goniometrické (trigonometrické)

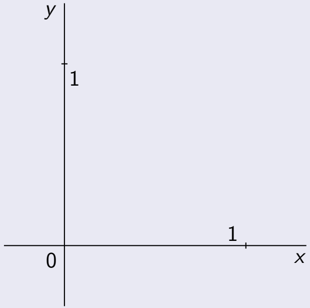
funkcie sú:
- sínus,
- kosínus,
- tangens,
- kotangens.

Goniometrické funkcie – Definície

Základné goniometrické (trigonometrické)

funkcie sú:
- sínus,
- kosínus,
- tangens,
- kotangens.

Definujú sa v rovine R^2 pomocou jednotkovej kružnice k so stredom v počiatku 0 karteziánskeho súradnicového systému:



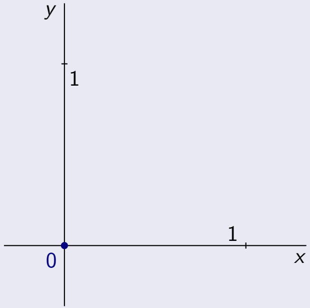
Goniometrické funkcie – Definície

Základné goniometrické (trigonometrické)

funkcie sú:
- sínus,
- kosínus,
- tangens,
- kotangens.

Definujú sa v rovine R^2 pomocou jednotkovej kružnice k so stredom v počiatku 0 karteziánskeho súradnicového systému:

- Označme body $0 = [0; 0]$,



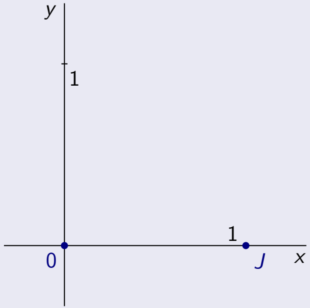
Goniometrické funkcie – Definície

Základné goniometrické (trigonometrické)

funkcie sú: • sínus, • kosínus, • tangens, • kotangens.

Definujú sa v rovine R^2 pomocou jednotkovej kružnice k so stredom v počiatku 0 karteziánskeho súradnicového systému:

- Označme body $0 = [0;0]$, $J = [1;0]$,



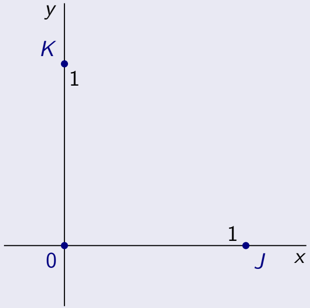
Goniometrické funkcie – Definície

Základné goniometrické (trigonometrické)

funkcie sú:
- sínus,
- kosínus,
- tangens,
- kotangens.

Definujú sa v rovine R^2 pomocou jednotkovej kružnice k so stredom v počiatku 0 karteziánskeho súradnicového systému:

- Označme body $0 = [0; 0]$, $J = [1; 0]$, $K = [0; 1]$,



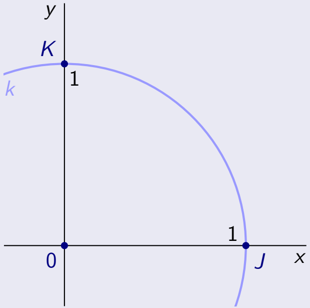
Goniometrické funkcie – Definície

Základné goniometrické (trigonometrické)

funkcie sú:
- sínus,
- kosínus,
- tangens,
- kotangens.

Definujú sa v rovine R^2 pomocou jednotkovej kružnice k so stredom v počiatku 0 karteziánskeho súradnicového systému:

- Označme body $0 = [0; 0]$, $J = [1; 0]$, $K = [0; 1]$, kružnicu k (stred 0, polomer $r = 1$).



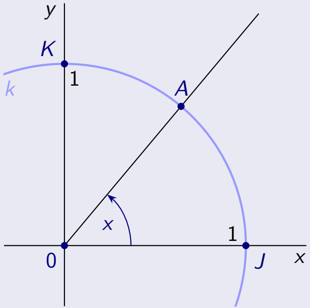
Goniometrické funkcie – Definície

Základné goniometrické (trigonometrické)

funkcie sú: • sínus, • kosínus, • tangens, • kotangens.

Definujú sa v rovine R^2 pomocou jednotkovej kružnice k so stredom v počiatku 0 karteziánskeho súradnicového systému:

- Označme body $0 = [0;0]$, $J = [1;0]$, $K = [0;1]$, kružnicu k (stred 0, polomer $r = 1$).
- Bodu $x \in R$ priraďme orientovaný uhol $J0A$,



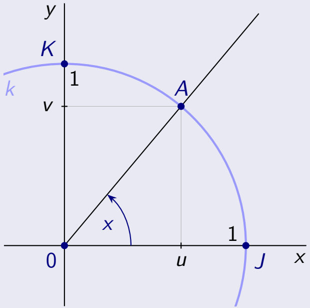
Goniometrické funkcie – Definície

Základné goniometrické (trigonometrické)

funkcie sú: • sínus, • kosínus, • tangens, • kotangens.

Definujú sa v rovine R^2 pomocou jednotkovej kružnice k so stredom v počiatku 0 karteziánskeho súradnicového systému:

- Označme body $0 = [0; 0]$, $J = [1; 0]$, $K = [0; 1]$, kružnicu k (stred 0, polomer $r = 1$).
- Bodu $x \in R$ priraďme orientovaný uhol $J0A$, kde bod $A = [u; v] \in k$.



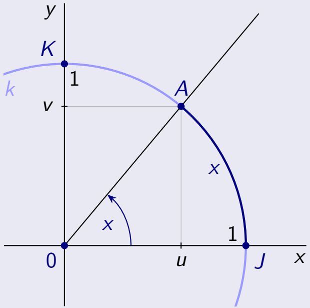
Goniometrické funkcie – Definície

Základné goniometrické (trigonometrické)

funkcie sú: • sínus, • kosínus, • tangens, • kotangens.

Definujú sa v rovine R^2 pomocou jednotkovej kružnice k so stredom v počiatku 0 karteziánskeho súradnicového systému:

- Označme body $0 = [0;0]$, $J = [1;0]$, $K = [0;1]$, kružnicu k (stred 0, polomer $r = 1$).
- Bodu $x \in R$ priraďme orientovaný uhol $J0A$, kde bod $A = [u;v] \in k$.
- Číslo x vyjadruje veľkosť uhla $J0A$ v oblúkovej miere v jednotkách radiány.



Goniometrické funkcie – Definície

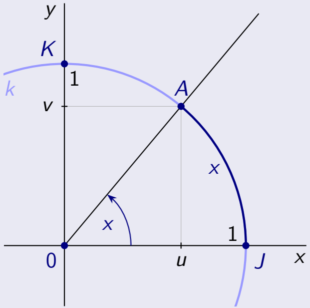
Základné goniometrické (trigonometrické)

funkcie sú:
- sínus,
- kosínus,
- tangens,
- kotangens.

Definujú sa v rovine R^2 pomocou jednotkovej kružnice k so stredom v počiatku 0 karteziánskeho súradnicového systému:

- Označme body $0 = [0;0]$, $J = [1;0]$, $K = [0;1]$, kružnicu k (stred 0, polomer $r = 1$).
- Bodu $x \in R$ priraďme orientovaný uhol $J0A$, kde bod $A = [u;v] \in k$.
- Číslo x vyjadruje veľkosť uhla $J0A$ v oblúkovej miere v jednotkách radiány.

[Pre $x > 0$ je uhol orientovaný kladne (proti smeru otáčania hodinových ručičiek), pre $x < 0$ je uhol orientovaný záporne.]



Goniometrické funkcie – Definície

Základné goniometrické (trigonometrické)

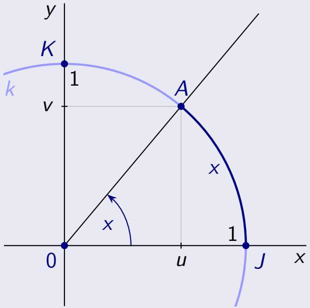
funkcie sú: • sínus, • kosínus, • tangens, • kotangens.

Definujú sa v rovine R^2 pomocou jednotkovej kružnice k so stredom v počiatku 0 karteziánskeho súradnicového systému:

- Označme body $0 = [0;0]$, $J = [1;0]$, $K = [0;1]$, kružnicu k (stred 0, polomer $r = 1$).
- Bodu $x \in R$ priraďme orientovaný uhol $J0A$, kde bod $A = [u; v] \in k$.
- Číslo x vyjadruje veľkosť uhla $J0A$ v oblúkovej miere v jednotkách radiány.

[Pre $x > 0$ je uhol orientovaný kladne (proti smeru otáčania hodinových ručičiek), pre $x < 0$ je uhol orientovaný záporne.]

Pre všetky $x \in R$ definujeme:



Goniometrické funkcie – Definície

Základné goniometrické (trigonometrické)

funkcie sú: • sínus, • kosínus, • tangens, • kotangens.

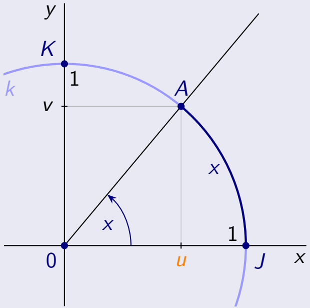
Definujú sa v rovine R^2 pomocou jednotkovej kružnice k so stredom v počiatku 0 karteziánskeho súradnicového systému:

- Označme body $0=[0;0]$, $J=[1;0]$, $K=[0;1]$, kružnicu k (stred 0, polomer $r=1$).
- Bodu $x\in R$ priraďme orientovaný uhol $J0A$, kde bod $A=[u;v]\in k$.
- Číslo x vyjadruje veľkosť uhla $J0A$ v oblúkovej miere v jednotkách radiány.

[Pre $x>0$ je uhol orientovaný kladne (proti smeru otáčania hodinových ručičiek), pre $x<0$ je uhol orientovaný záporne.]

Pre všetky $x\in R$ definujeme:

- u



Goniometrické funkcie – Definície

Základné goniometrické (trigonometrické)

funkcie sú:
- sínus,
- kosínus,
- tangens,
- kotangens.

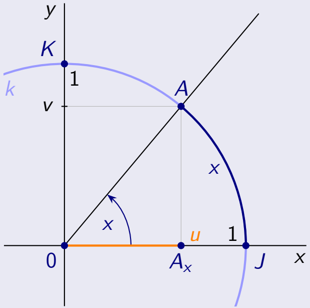
Definujú sa v rovine R^2 pomocou jednotkovej kružnice k so stredom v počiatku 0 karteziánskeho súradnicového systému:

- Označme body $0 = [0;0]$, $J = [1;0]$, $K = [0;1]$, kružnicu k (stred 0, polomer $r = 1$).
- Bodu $x \in R$ priraďme orientovaný uhol $J0A$, kde bod $A = [u;v] \in k$.
- Číslo x vyjadruje veľkosť uhla $J0A$ v oblúkovej miere v jednotkách radiány.

[Pre $x > 0$ je uhol orientovaný kladne (proti smeru otáčania hodinových ručičiek), pre $x < 0$ je uhol orientovaný záporne.]

Pre všetky $x \in R$ definujeme:

- $u = |0A_x|$



Goniometrické funkcie – Definície

Základné goniometrické (trigonometrické)

funkcie sú:
- sínus,
- kosínus,
- tangens,
- kotangens.

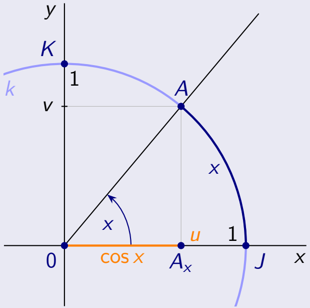
Definujú sa v rovine R^2 pomocou jednotkovej kružnice k so stredom v počiatku 0 karteziánskeho súradnicového systému:

- Označme body $0 = [0;0]$, $J = [1;0]$, $K = [0;1]$, kružnicu k (stred 0, polomer $r = 1$).
- Bodu $x \in R$ priraďme orientovaný uhol $J0A$, kde bod $A = [u;v] \in k$.
- Číslo x vyjadruje veľkosť uhla $J0A$ v oblúkovej miere v jednotkách radiány.

[Pre $x > 0$ je uhol orientovaný kladne (proti smeru otáčania hodinových ručičiek), pre $x < 0$ je uhol orientovaný záporne.]

Pre všetky $x \in R$ definujeme:
- $A = [\cos x; \quad]$.

- $u = |0A_x| = \cos x$ sa nazýva kosínus x.



Goniometrické funkcie – Definície

Základné goniometrické (trigonometrické)

funkcie sú: • sínus, • kosínus, • tangens, • kotangens.

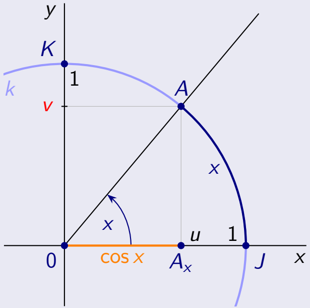
Definujú sa v rovine R^2 pomocou jednotkovej kružnice k so stredom v počiatku 0 karteziánskeho súradnicového systému:

- Označme body $0 = [0;0]$, $J = [1;0]$, $K = [0;1]$, kružnicu k (stred 0, polomer $r = 1$).
- Bodu $x \in R$ priraďme orientovaný uhol $J0A$, kde bod $A = [u;v] \in k$.
- Číslo x vyjadruje veľkosť uhla $J0A$ v oblúkovej miere v jednotkách radiány.

[Pre $x > 0$ je uhol orientovaný kladne (proti smeru otáčania hodinových ručičiek), pre $x < 0$ je uhol orientovaný záporne.]

Pre všetky $x \in R$ definujeme:

- $A = [\cos x; \quad]$.
- v
- $u = |0A_x| = \cos x$ sa nazýva kosínus x.



Goniometrické funkcie – Definície

Základné goniometrické (trigonometrické)

funkcie sú:
- sínus,
- kosínus,
- tangens,
- kotangens.

Definujú sa v rovine R^2 pomocou jednotkovej kružnice k so stredom v počiatku 0 karteziánskeho súradnicového systému:

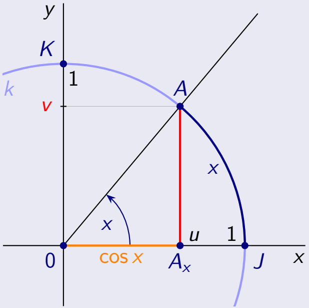
- Označme body $0=[0;0]$, $J=[1;0]$, $K=[0;1]$, kružnicu k (stred 0, polomer $r=1$).
- Bodu $x\in R$ priraďme orientovaný uhol $J0A$, kde bod $A=[u;v]\in k$.
- Číslo x vyjadruje veľkosť uhla $J0A$ v oblúkovej miere v jednotkách radiány.

[Pre $x>0$ je uhol orientovaný kladne (proti smeru otáčania hodinových ručičiek), pre $x<0$ je uhol orientovaný záporne.]

Pre všetky $x\in R$ definujeme:

- $A=[\cos x;\quad]$.

- $v=|AA_x|$
- $u=|0A_x|=\cos x$ sa nazýva kosínus x.



Goniometrické funkcie – Definície

Základné goniometrické (trigonometrické)

funkcie sú:
- sínus,
- kosínus,
- tangens,
- kotangens.

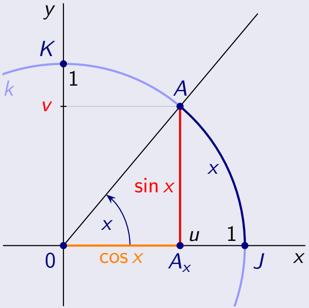
Definujú sa v rovine R^2 pomocou jednotkovej kružnice k so stredom v počiatku 0 karteziánskeho súradnicového systému:

- Označme body $0=[0;0]$, $J=[1;0]$, $K=[0;1]$, kružnicu k (stred 0, polomer $r=1$).
- Bodu $x\in R$ priraďme orientovaný uhol $J0A$, kde bod $A=[u;v]\in k$.
- Číslo x vyjadruje veľkosť uhla $J0A$ v oblúkovej miere v jednotkách radiány.

[Pre $x>0$ je uhol orientovaný kladne (proti smeru otáčania hodinových ručičiek), pre $x<0$ je uhol orientovaný záporne.]

Pre všetky $x\in R$ definujeme:
- $A=[\cos x;\sin x]$.

- $v=|AA_x|=\sin x$ sa nazýva sínus x.
- $u=|0A_x|=\cos x$ sa nazýva kosínus x.



Goniometrické funkcie – Definície

Základné goniometrické (trigonometrické)

funkcie sú: • sínus, • kosínus, • tangens, • kotangens.

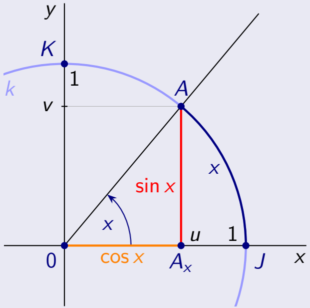
Definujú sa v rovine R^2 pomocou jednotkovej kružnice k so stredom v počiatku 0 karteziánskeho súradnicového systému:

- Označme body $0 = [0;0]$, $J = [1;0]$, $K = [0;1]$, kružnicu k (stred 0, polomer $r = 1$).
- Bodu $x \in R$ priraďme orientovaný uhol $J0A$, kde bod $A = [u;v] \in k$.
- Číslo x vyjadruje veľkosť uhla $J0A$ v oblúkovej miere v jednotkách radiány.

[Pre $x > 0$ je uhol orientovaný kladne (proti smeru otáčania hodinových ručičiek), pre $x < 0$ je uhol orientovaný záporne.]

Pre všetky $x \in R$ definujeme: • $A = [\cos x; \sin x]$.

- $v = |AA_x| = \sin x$ sa nazýva sínus x.
- $u = |0A_x| = \cos x$ sa nazýva kosínus x.
- $\operatorname{tg} x = \dfrac{\sin x}{\cos x}$ pre $\cos x \neq 0$



Goniometrické funkcie – Definície

Základné goniometrické (trigonometrické)

funkcie sú:
- sínus,
- kosínus,
- tangens,
- kotangens.

Definujú sa v rovine R^2 pomocou jednotkovej kružnice k so stredom v počiatku 0 karteziánskeho súradnicového systému:

- Označme body $0 = [0;0]$, $J = [1;0]$, $K = [0;1]$, kružnicu k (stred 0, polomer $r = 1$).
- Bodu $x \in R$ priraďme orientovaný uhol $J0A$, kde bod $A = [u;v] \in k$.
- Číslo x vyjadruje veľkosť uhla $J0A$ v oblúkovej miere v jednotkách radiány.

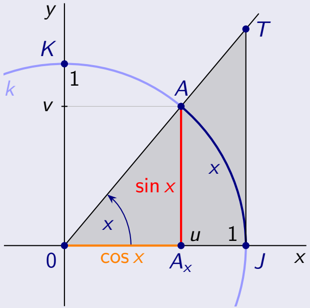
[Pre $x > 0$ je uhol orientovaný kladne (proti smeru otáčania hodinových ručičiek), pre $x < 0$ je uhol orientovaný záporne.]

Pre všetky $x \in R$ definujeme:

- $A = [\cos x; \sin x]$.

- $v = |AA_x| = \sin x$ sa nazýva sínus x.
- $u = |0A_x| = \cos x$ sa nazýva kosínus x.
- $\operatorname{tg} x = \dfrac{\sin x}{\cos x}$ pre $\cos x \neq 0$

[Trojuholníky $0JT$,



Goniometrické funkcie – Definície

Základné goniometrické (trigonometrické)

funkcie sú:
- sínus,
- kosínus,
- tangens,
- kotangens.

Definujú sa v rovine R^2 pomocou jednotkovej kružnice k so stredom v počiatku 0 karteziánskeho súradnicového systému:

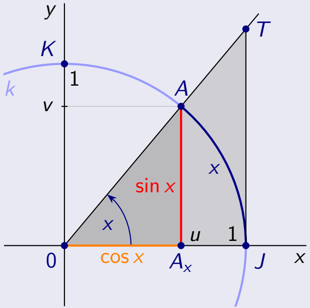
- Označme body $0 = [0; 0]$, $J = [1; 0]$, $K = [0; 1]$, kružnicu k (stred 0, polomer $r = 1$).
- Bodu $x \in R$ priraďme orientovaný uhol $J0A$, kde bod $A = [u; v] \in k$.
- Číslo x vyjadruje veľkosť uhla $J0A$ v oblúkovej miere v jednotkách radiány.

[Pre $x > 0$ je uhol orientovaný kladne (proti smeru otáčania hodinových ručičiek), pre $x < 0$ je uhol orientovaný záporne.]

Pre všetky $x \in R$ definujeme:
- $A = [\cos x; \sin x]$.

- $v = |AA_x| = \sin x$ sa nazýva sínus x.
- $u = |0A_x| = \cos x$ sa nazýva kosínus x.
- $\operatorname{tg} x = \dfrac{\sin x}{\cos x}$ pre $\cos x \neq 0$

[Trojuholníky $0JT$, $0A_xA$ sú podobné.



Goniometrické funkcie – Definície

Základné goniometrické (trigonometrické)

funkcie sú: • sínus, • kosínus, • tangens, • kotangens.

Definujú sa v rovine R^2 pomocou jednotkovej kružnice k so stredom v počiatku 0 karteziánskeho súradnicového systému:

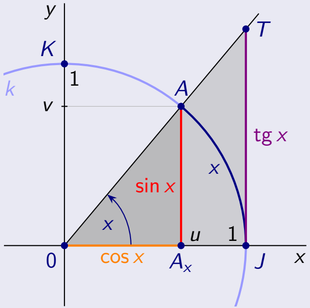
- Označme body $0 = [0;0]$, $J = [1;0]$, $K = [0;1]$, kružnicu k (stred 0, polomer $r = 1$).
- Bodu $x \in R$ priraďme orientovaný uhol $J0A$, kde bod $A = [u;v] \in k$.
- Číslo x vyjadruje veľkosť uhla $J0A$ v oblúkovej miere v jednotkách radiány.

[Pre $x > 0$ je uhol orientovaný kladne (proti smeru otáčania hodinových ručičiek), pre $x < 0$ je uhol orientovaný záporne.]

Pre všetky $x \in R$ definujeme: • $A = [\cos x; \sin x]$.

- $v = |AA_x| = \sin x$ sa nazýva sínus x.
- $u = |0A_x| = \cos x$ sa nazýva kosínus x.
- $\operatorname{tg} x = \dfrac{\sin x}{\cos x} = |TJ|$ pre $\cos x \neq 0$

[Trojuholníky $0JT$, $0A_xA$ sú podobné. $\Rightarrow$ $\operatorname{tg} x = \frac{|AA_x|}{|0A_x|} = \frac{|TJ|}{|0J|} = |TJ|$.]



Goniometrické funkcie – Definície

Základné goniometrické (trigonometrické)

funkcie sú: • sínus, • kosínus, • tangens, • kotangens.

Definujú sa v rovine R^2 pomocou jednotkovej kružnice k so stredom v počiatku 0 karteziánskeho súradnicového systému:

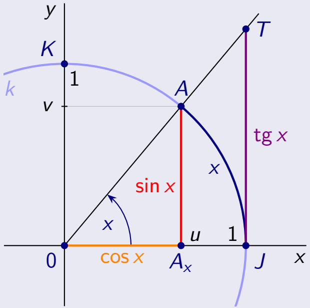
- Označme body $0 = [0; 0]$, $J = [1; 0]$, $K = [0; 1]$, kružnicu k (stred 0, polomer $r = 1$).
- Bodu $x \in R$ priraďme orientovaný uhol $J0A$, kde bod $A = [u; v] \in k$.
- Číslo x vyjadruje veľkosť uhla $J0A$ v oblúkovej miere v jednotkách radiány.

[Pre $x > 0$ je uhol orientovaný kladne (proti smeru otáčania hodinových ručičiek), pre $x < 0$ je uhol orientovaný záporne.]

Pre všetky $x \in R$ definujeme: • $A = [\cos x; \sin x]$. • $T = [1; \operatorname{tg} x]$.

- $v = |AA_x| = \sin x$ sa nazýva sínus x.
- $u = |0A_x| = \cos x$ sa nazýva kosínus x.
- $\operatorname{tg} x = \dfrac{\sin x}{\cos x} = |TJ|$ pre $\cos x \neq 0$ sa nazýva tangens x.

[Trojuholníky $0JT$, $0A_xA$ sú podobné. $\Rightarrow \operatorname{tg} x = \frac{|AA_x|}{|0A_x|} = \frac{|TJ|}{|0J|} = |TJ|$.]



Goniometrické funkcie – Definície

Základné goniometrické (trigonometrické)

funkcie sú: • sínus, • kosínus, • tangens, • kotangens.

Definujú sa v rovine R^2 pomocou jednotkovej kružnice k so stredom v počiatku 0 karteziánskeho súradnicového systému:

- Označme body $0 = [0; 0]$, $J = [1; 0]$, $K = [0; 1]$, kružnicu k (stred 0, polomer $r = 1$).
- Bodu $x \in R$ priraďme orientovaný uhol $J0A$, kde bod $A = [u; v] \in k$.
- Číslo x vyjadruje veľkosť uhla $J0A$ v oblúkovej miere v jednotkách radiány.

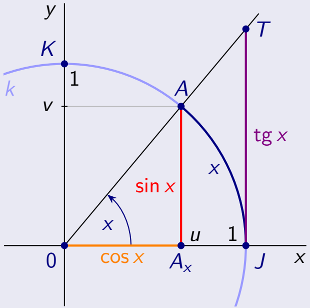
[Pre $x > 0$ je uhol orientovaný kladne (proti smeru otáčania hodinových ručičiek), pre $x < 0$ je uhol orientovaný záporne.]

Pre všetky $x \in R$ definujeme: • $A = [\cos x; \sin x]$. • $T = [1; \operatorname{tg} x]$.

- $v = |AA_x| = \sin x$ sa nazýva sínus x.
- $u = |0A_x| = \cos x$ sa nazýva kosínus x.
- $\operatorname{tg} x = \dfrac{\sin x}{\cos x} = |TJ|$ pre $\cos x \neq 0$ sa nazýva tangens x.

[Trojuholníky $0JT$, $0A_xA$ sú podobné. $\Rightarrow \operatorname{tg} x = \frac{|AA_x|}{|0A_x|} = \frac{|TJ|}{|0J|} = |TJ|$.]

- $\operatorname{cotg} x = \dfrac{\cos x}{\sin x}$ pre $\sin x \neq 0$



Goniometrické funkcie – Definície

Základné goniometrické (trigonometrické)

funkcie sú: • sínus, • kosínus, • tangens, • kotangens.

Definujú sa v rovine R^2 pomocou jednotkovej kružnice k so stredom v počiatku 0 karteziánskeho súradnicového systému:

- Označme body $0 = [0;0]$, $J = [1;0]$, $K = [0;1]$, kružnicu k (stred 0, polomer $r = 1$).
- Bodu $x \in R$ priraďme orientovaný uhol $J0A$, kde bod $A = [u;v] \in k$.
- Číslo x vyjadruje veľkosť uhla $J0A$ v oblúkovej miere v jednotkách radiány.

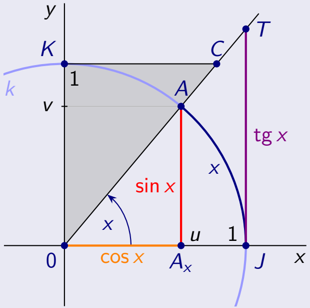
[Pre $x > 0$ je uhol orientovaný kladne (proti smeru otáčania hodinových ručičiek), pre $x < 0$ je uhol orientovaný záporne.]

Pre všetky $x \in R$ definujeme: • $A = [\cos x; \sin x]$. • $T = [1; \operatorname{tg} x]$.

- $v = |AA_x| = \sin x$ sa nazýva sínus x.
- $u = |0A_x| = \cos x$ sa nazýva kosínus x.
- $\operatorname{tg} x = \dfrac{\sin x}{\cos x} = |TJ|$ pre $\cos x \neq 0$ sa nazýva tangens x.

  [Trojuholníky $0JT$, $0A_xA$ sú podobné. $\Rightarrow$ $\operatorname{tg} x = \frac{|AA_x|}{|0A_x|} = \frac{|TJ|}{|0J|} = |TJ|$.]
- $\operatorname{cotg} x = \dfrac{\cos x}{\sin x}$ pre $\sin x \neq 0$

  [Trojuholníky $CK0$,



Goniometrické funkcie – Definície

Základné goniometrické (trigonometrické)

funkcie sú: • sínus, • kosínus, • tangens, • kotangens.

Definujú sa v rovine R^2 pomocou jednotkovej kružnice k so stredom v počiatku 0 karteziánskeho súradnicového systému:

- Označme body $0=[0;0]$, $J=[1;0]$, $K=[0;1]$, kružnicu k (stred 0, polomer $r=1$).
- Bodu $x\in R$ priraďme orientovaný uhol $J0A$, kde bod $A=[u;v]\in k$.
- Číslo x vyjadruje veľkosť uhla $J0A$ v oblúkovej miere v jednotkách radiány.

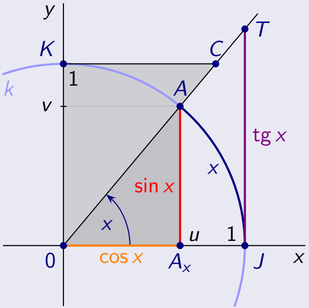
[Pre $x>0$ je uhol orientovaný kladne (proti smeru otáčania hodinových ručičiek), pre $x<0$ je uhol orientovaný záporne.]

Pre všetky $x\in R$ definujeme: • $A=[\cos x;\sin x]$. • $T=[1;\operatorname{tg} x]$.

- $v=|AA_x|=\sin x$ sa nazýva sínus x.
- $u=|0A_x|=\cos x$ sa nazýva kosínus x.
- $\operatorname{tg} x=\dfrac{\sin x}{\cos x}=|TJ|$ pre $\cos x\neq 0$ sa nazýva tangens x.

  [Trojuholníky $0JT$, $0A_xA$ sú podobné. $\Rightarrow$ $\operatorname{tg} x=\frac{|AA_x|}{|0A_x|}=\frac{|TJ|}{|0J|}=|TJ|$.]
- $\operatorname{cotg} x=\dfrac{\cos x}{\sin x}$ pre $\sin x\neq 0$

  [Trojuholníky $CK0$, $0A_xA$ sú podobné.



Goniometrické funkcie – Definície

Základné goniometrické (trigonometrické)

funkcie sú: • sínus, • kosínus, • tangens, • kotangens.

Definujú sa v rovine R^2 pomocou jednotkovej kružnice k so stredom v počiatku 0 karteziánskeho súradnicového systému:

- Označme body $0=[0;0]$, $J=[1;0]$, $K=[0;1]$, kružnicu k (stred 0, polomer $r=1$).
- Bodu $x\in R$ priraďme orientovaný uhol $J0A$, kde bod $A=[u;v]\in k$.
- Číslo x vyjadruje veľkosť uhla $J0A$ v oblúkovej miere v jednotkách radiány.

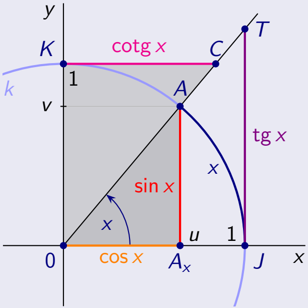
[Pre $x>0$ je uhol orientovaný kladne (proti smeru otáčania hodinových ručičiek), pre $x<0$ je uhol orientovaný záporne.]

Pre všetky $x\in R$ definujeme: • $A=[\cos x;\sin x]$. • $T=[1;\operatorname{tg} x]$.

- $v=|AA_x|=\sin x$ sa nazýva sínus x.
- $u=|0A_x|=\cos x$ sa nazýva kosínus x.
- $\operatorname{tg} x=\dfrac{\sin x}{\cos x}=|TJ|$ pre $\cos x\neq 0$ sa nazýva tangens x.

  [Trojuholníky $0JT$, $0A_xA$ sú podobné. $\Rightarrow \operatorname{tg} x=\frac{|AA_x|}{|0A_x|}=\frac{|TJ|}{|0J|}=|TJ|$.]
- $\operatorname{cotg} x=\dfrac{\cos x}{\sin x}=|CK|$ pre $\sin x\neq 0$

  [Trojuholníky $CK0$, $0A_xA$ sú podobné. $\Rightarrow \operatorname{cotg} x=\frac{|0A_x|}{|AA_x|}=\frac{|CK|}{|0K|}=|CK|$.]



Goniometrické funkcie – Definície

Základné goniometrické (trigonometrické)

funkcie sú: • sínus, • kosínus, • tangens, • kotangens.

Definujú sa v rovine R^2 pomocou jednotkovej kružnice k so stredom v počiatku 0 karteziánskeho súradnicového systému:

- Označme body $0=[0;0]$, $J=[1;0]$, $K=[0;1]$, kružnicu k (stred 0, polomer $r=1$).
- Bodu $x\in R$ priraďme orientovaný uhol $J0A$, kde bod $A=[u;v]\in k$.
- Číslo x vyjadruje veľkosť uhla $J0A$ v oblúkovej miere v jednotkách radiány.

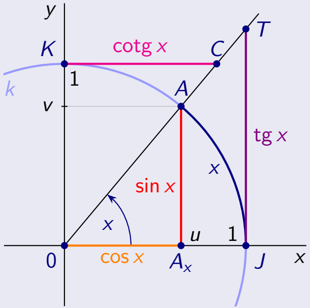
[Pre $x>0$ je uhol orientovaný kladne (proti smeru otáčania hodinových ručičiek), pre $x<0$ je uhol orientovaný záporne.]

Pre všetky $x\in R$ definujeme: • $A=[\cos x;\sin x]$. • $T=[1;\operatorname{tg} x]$. • $K=[\operatorname{cotg} x;1]$.

- $v=|AA_x|=\sin x$ sa nazýva sínus x.
- $u=|0A_x|=\cos x$ sa nazýva kosínus x.
- $\operatorname{tg} x=\dfrac{\sin x}{\cos x}=|TJ|$ pre $\cos x\neq 0$ sa nazýva tangens x.

  [Trojuholníky $0JT$, $0A_xA$ sú podobné. $\Rightarrow$ $\operatorname{tg} x=\frac{|AA_x|}{|0A_x|}=\frac{|TJ|}{|0J|}=|TJ|$.]
- $\operatorname{cotg} x=\dfrac{\cos x}{\sin x}=|CK|$ pre $\sin x\neq 0$ sa nazýva kotangens x.

  [Trojuholníky $CK0$, $0A_xA$ sú podobné. $\Rightarrow$ $\operatorname{cotg} x=\frac{|0A_x|}{|AA_x|}=\frac{|CK|}{|0K|}=|CK|$.]



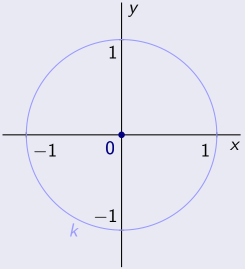
Goniometrické funkcie – Vlastnosti

Geometricky význam funkcií $\sin x = |AA_x|$ a $\cos x = |0A_x|$ a $\operatorname{tg} x = |TJ|$ a $\operatorname{cotg} x = |CK|$.

Goniometrické funkcie – Vlastnosti

Geometricky význam funkcií $\sin x = |AA_x|$ a $\cos x = |0A_x|$ a $\operatorname{tg} x = |TJ|$ a $\operatorname{cotg} x = |CK|$.

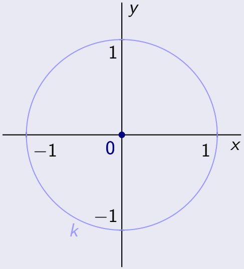
- Obvod kružnice k (stred 0, polomer $r = 1$) je 2π.



Goniometrické funkcie – Vlastnosti

Geometricky význam funkcií $\sin x = |AA_x|$ a $\cos x = |0A_x|$ a $\operatorname{tg} x = |TJ|$ a $\operatorname{cotg} x = |CK|$.

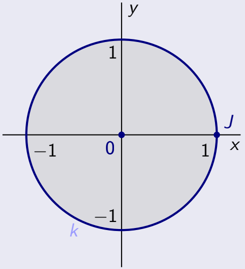
- Obvod kružnice k (stred 0, polomer $r = 1$) je 2π. [Ludolfovo číslo $\pi \approx 3{,}141\,592\,653\,590$ je iracionálne.]



Goniometrické funkcie – Vlastnosti

Geometricky význam funkcií $\sin x = |AA_x|$ a $\cos x = |0A_x|$ a $\operatorname{tg} x = |TJ|$ a $\operatorname{cotg} x = |CK|$.

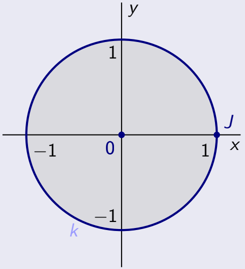
- Obvod kružnice k (stred 0, polomer $r = 1$) je 2π. [Ludolfovo číslo $\pi \approx 3{,}141\,592\,653\,590$ je iracionálne.]
- Veľkosť oblúka od J po J je 2π (v kladnom zmysle),



Goniometrické funkcie – Vlastnosti

Geometricky význam funkcií $\sin x = |AA_x|$ a $\cos x = |0A_x|$ a $\operatorname{tg} x = |TJ|$ a $\operatorname{cotg} x = |CK|$.

- Obvod kružnice k (stred 0, polomer $r = 1$) je 2π. [Ludolfovo číslo $\pi \approx 3{,}141\,592\,653\,590$ je iracionálne.]
- Veľkosť oblúka od J po J je 2π (v kladnom zmysle), resp. -2π (v zápornom zmysle).

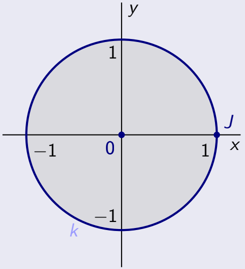


Goniometrické funkcie – Vlastnosti

Geometricky význam funkcií $\sin x = |AA_x|$ a $\cos x = |0A_x|$ a $\operatorname{tg} x = |TJ|$ a $\operatorname{cotg} x = |CK|$.

- Obvod kružnice k (stred 0, polomer $r = 1$) je 2π. [Ludolfovo číslo $\pi \approx 3{,}141\,592\,653\,590$ je iracionálne.]
- Veľkosť oblúka od J po J je 2π (v kladnom zmysle), resp. -2π (v zápornom zmysle).

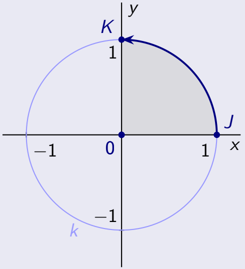
[Veľkosť oblúka od J po J je aj $\pm 2n\pi$, $n \in N$ pri viacnásobnom (n-násobnom) otočení oblúka okolo kružnice k.]



Goniometrické funkcie – Vlastnosti

Geometricky význam funkcií $\sin x = |AA_x|$ a $\cos x = |0A_x|$ a $\operatorname{tg} x = |TJ|$ a $\operatorname{cotg} x = |CK|$.

- Obvod kružnice k (stred 0, polomer $r = 1$) je 2π. [Ludolfovo číslo $\pi \approx 3{,}141\,592\,653\,590$ je iracionálne.]
- Veľkosť oblúka od J po J je 2π (v kladnom zmysle), resp. -2π (v zápornom zmysle).
  [Veľkosť oblúka od J po J je aj $\pm 2n\pi$, $n \in N$ pri viacnásobnom (n-násobnom) otočení oblúka okolo kružnice k.]
- Veľkosť oblúka od J po K je $\frac{\pi}{2}$ (v kladnom zmysle),

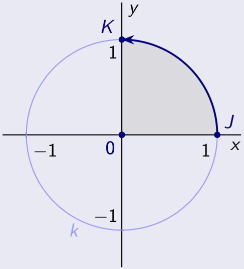


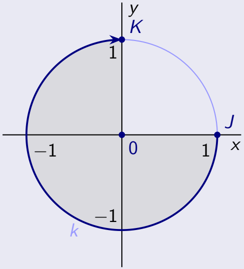
Goniometrické funkcie – Vlastnosti

Geometricky význam funkcií $\sin x = |AA_x|$ a $\cos x = |0A_x|$ a $\operatorname{tg} x = |TJ|$ a $\operatorname{cotg} x = |CK|$.

- Obvod kružnice k (stred 0, polomer $r = 1$) je 2π. [Ludolfovo číslo $\pi \approx 3{,}141\,592\,653\,590$ je iracionálne.]
- Veľkosť oblúka od J po J je 2π (v kladnom zmysle), resp. -2π (v zápornom zmysle).

  [Veľkosť oblúka od J po J je aj $\pm 2n\pi$, $n \in N$ pri viacnásobnom (n-násobnom) otočení oblúka okolo kružnice k.]
- Veľkosť oblúka od J po K je $\frac{\pi}{2}$ (v kladnom zmysle), resp. $\frac{\pi}{2} - 2\pi = -\frac{3\pi}{2}$ (v zápornom zmysle).



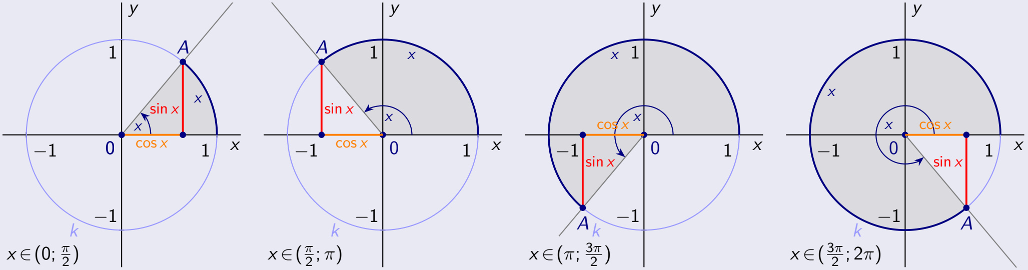


Goniometrické funkcie – Vlastnosti

Geometricky význam funkcií $\sin x = |AA_x|$ a $\cos x = |0A_x|$ a $\operatorname{tg} x = |TJ|$ a $\operatorname{cotg} x = |CK|$.

- Obvod kružnice k (stred 0, polomer $r = 1$) je 2π. [Ludolfovo číslo $\pi \approx 3{,}141\,592\,653\,590$ je iracionálne.]
- Veľkosť oblúka od J po J je 2π (v kladnom zmysle), resp. -2π (v zápornom zmysle).
  [Veľkosť oblúka od J po J je aj $\pm 2n\pi$, $n \in N$ pri viacnásobnom (n-násobnom) otočení oblúka okolo kružnice k.]
- Veľkosť oblúka od J po K je $\frac{\pi}{2}$ (v kladnom zmysle), resp. $\frac{\pi}{2} - 2\pi = -\frac{3\pi}{2}$ (v zápornom zmysle).

- $A = [\cos x; \sin x]$,

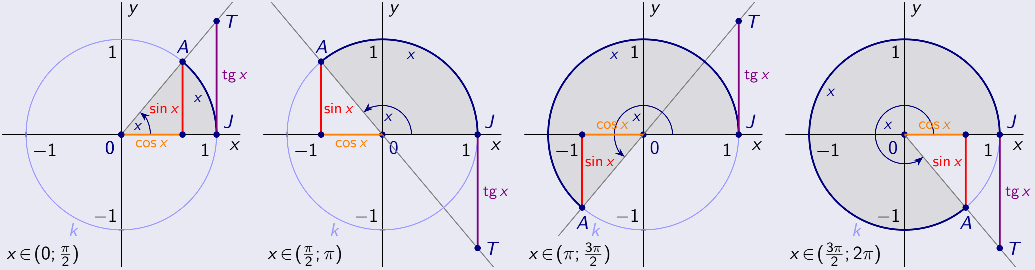


Goniometrické funkcie – Vlastnosti

Geometricky význam funkcií $\sin x = |AA_x|$ a $\cos x = |0A_x|$ a $\operatorname{tg} x = |TJ|$ a $\operatorname{cotg} x = |CK|$.

- Obvod kružnice k (stred 0, polomer $r = 1$) je 2π. [Ludolfovo číslo $\pi \approx 3{,}141\,592\,653\,590$ je iracionálne.]
- Veľkosť oblúka od J po J je 2π (v kladnom zmysle), resp. -2π (v zápornom zmysle).
  [Veľkosť oblúka od J po J je aj $\pm 2n\pi$, $n \in N$ pri viacnásobnom (n-násobnom) otočení oblúka okolo kružnice k.]
- Veľkosť oblúka od J po K je $\frac{\pi}{2}$ (v kladnom zmysle), resp. $\frac{\pi}{2} - 2\pi = -\frac{3\pi}{2}$ (v zápornom zmysle).

- $A = [\cos x; \sin x]$, $T = [1; \operatorname{tg} x]$,

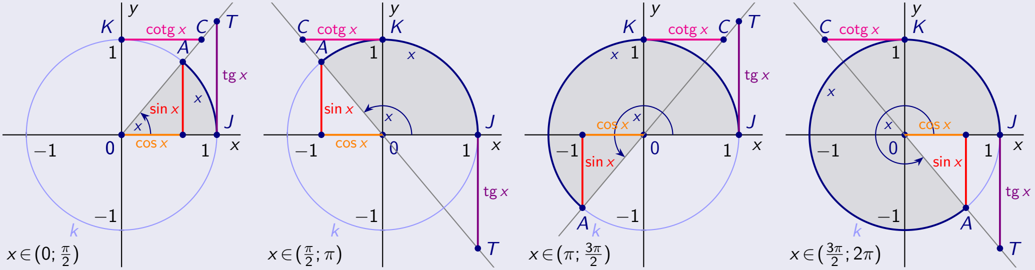


Goniometrické funkcie – Vlastnosti

Geometricky význam funkcií $\sin x = |AA_x|$ a $\cos x = |0A_x|$ a $\operatorname{tg} x = |TJ|$ a $\operatorname{cotg} x = |CK|$.

- Obvod kružnice k (stred 0, polomer $r = 1$) je 2π. [Ludolfovo číslo $\pi \approx 3{,}141\,592\,653\,590$ je iracionálne.]
- Veľkosť oblúka od J po J je 2π (v kladnom zmysle), resp. -2π (v zápornom zmysle).
  [Veľkosť oblúka od J po J je aj $\pm 2n\pi$, $n \in N$ pri viacnásobnom (n-násobnom) otočení oblúka okolo kružnice k.]
- Veľkosť oblúka od J po K je $\frac{\pi}{2}$ (v kladnom zmysle), resp. $\frac{\pi}{2} - 2\pi = -\frac{3\pi}{2}$ (v zápornom zmysle).

- $A = [\cos x; \sin x]$, $T = [1; \operatorname{tg} x]$, $C = [\operatorname{cotg} x; 1]$.

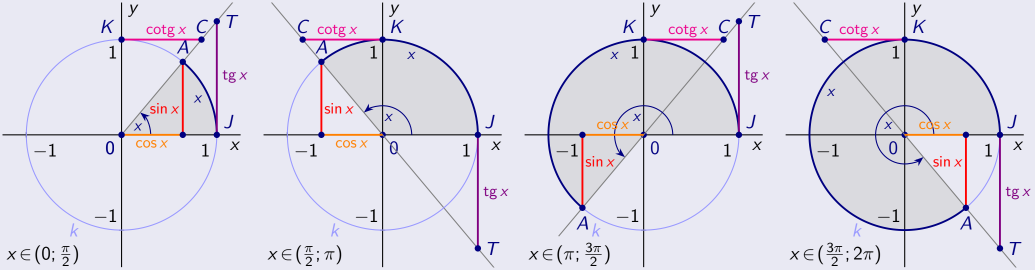


Goniometrické funkcie – Vlastnosti

Geometricky význam funkcií $\sin x = |AA_x|$ a $\cos x = |0A_x|$ a $\text{tg}\, x = |TJ|$ a $\text{cotg}\, x = |CK|$.

- Obvod kružnice k (stred 0, polomer $r = 1$) je 2π. [Ludolfovo číslo $\pi \approx 3{,}141\,592\,653\,590$ je iracionálne.]
- Veľkosť oblúka od J po J je 2π (v kladnom zmysle), resp. -2π (v zápornom zmysle).
  [Veľkosť oblúka od J po J je aj $\pm 2n\pi$, $n \in N$ pri viacnásobnom (n-násobnom) otočení oblúka okolo kružnice k.]
- Veľkosť oblúka od J po K je $\frac{\pi}{2}$ (v kladnom zmysle), resp. $\frac{\pi}{2} - 2\pi = -\frac{3\pi}{2}$ (v zápornom zmysle).

- $A = [\cos x; \sin x]$, $T = [1; \text{tg}\, x]$, $C = [\text{cotg}\, x; 1]$.
- Pre všetky $x \in R$ platí $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$.



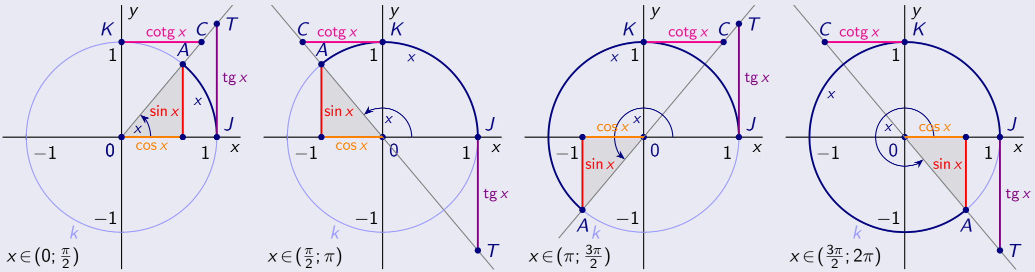
Goniometrické funkcie – Vlastnosti

Geometricky význam funkcií $\sin x = |AA_x|$ a $\cos x = |0A_x|$ a $\operatorname{tg} x = |TJ|$ a $\operatorname{cotg} x = |CK|$.

- Obvod kružnice k (stred 0, polomer $r = 1$) je 2π. [Ludolfovo číslo $\pi \approx 3{,}141\,592\,653\,590$ je iracionálne.]
- Veľkosť oblúka od J po J je 2π (v kladnom zmysle), resp. -2π (v zápornom zmysle).
  [Veľkosť oblúka od J po J je aj $\pm 2n\pi$, $n \in N$ pri viacnásobnom (n-násobnom) otočení oblúka okolo kružnice k.]
- Veľkosť oblúka od J po K je $\frac{\pi}{2}$ (v kladnom zmysle), resp. $\frac{\pi}{2} - 2\pi = -\frac{3\pi}{2}$ (v zápornom zmysle).

- $A = [\cos x; \sin x]$, $T = [1; \operatorname{tg} x]$, $C = [\operatorname{cotg} x; 1]$.
- Pre všetky $x \in R$ platí $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$.

[Pre $A \neq [\pm 1; 0]$, $A \neq [0; \pm 1]$ tvoria $\sin x$, $\cos x$ odvesny pravouhlého trojuholníka s preponou $|0A| = 1$.]



Goniometrické funkcie – Vlastnosti

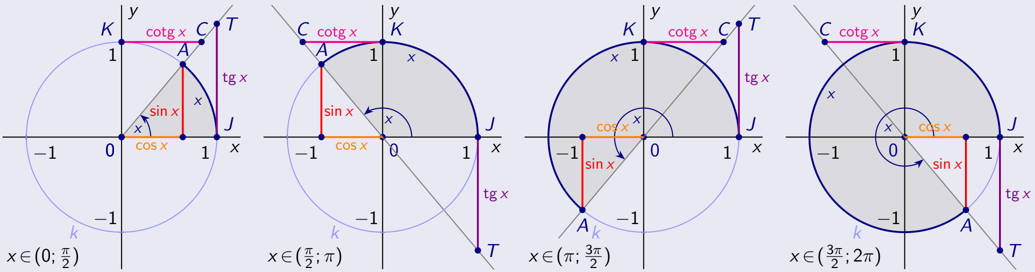
Geometricky význam funkcií $\sin x = |AA_x|$ a $\cos x = |0A_x|$ a $\operatorname{tg} x = |TJ|$ a $\operatorname{cotg} x = |CK|$.

- Obvod kružnice k (stred 0, polomer $r = 1$) je 2π. [Ludolfovo číslo $\pi \approx 3{,}141\,592\,653\,590$ je iracionálne.]
- Veľkosť oblúka od J po J je 2π (v kladnom zmysle), resp. -2π (v zápornom zmysle).
  [Veľkosť oblúka od J po J je aj $\pm 2n\pi$, $n \in N$ pri viacnásobnom (n-násobnom) otočení oblúka okolo kružnice k.]
- Veľkosť oblúka od J po K je $\frac{\pi}{2}$ (v kladnom zmysle), resp. $\frac{\pi}{2} - 2\pi = -\frac{3\pi}{2}$ (v zápornom zmysle).

- $A = [\cos x; \sin x]$, $T = [1; \operatorname{tg} x]$, $C = [\operatorname{cotg} x; 1]$.
- Pre všetky $x \in R$ platí $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$.

[Pre $A \neq [\pm 1; 0]$, $A \neq [0; \pm 1]$ tvoria $\sin x$, $\cos x$ odvesny pravouhlého trojuholníka s preponou $|0A| = 1$.]

- Goniometrické funkcie majú v bodoch X



Goniometrické funkcie – Vlastnosti

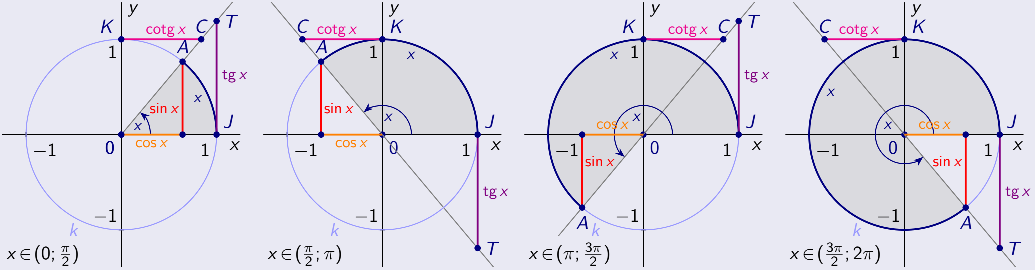
Geometricky význam funkcií $\sin x = |AA_x|$ a $\cos x = |0A_x|$ a $\operatorname{tg} x = |TJ|$ a $\operatorname{cotg} x = |CK|$.

- Obvod kružnice k (stred 0, polomer $r = 1$) je 2π. [Ludolfovo číslo $\pi \approx 3{,}141\,592\,653\,590$ je iracionálne.]
- Veľkosť oblúka od J po J je 2π (v kladnom zmysle), resp. -2π (v zápornom zmysle).

  [Veľkosť oblúka od J po J je aj $\pm 2n\pi$, $n \in N$ pri viacnásobnom (n-násobnom) otočení oblúka okolo kružnice k.]
- Veľkosť oblúka od J po K je $\frac{\pi}{2}$ (v kladnom zmysle), resp. $\frac{\pi}{2} - 2\pi = -\frac{3\pi}{2}$ (v zápornom zmysle).

- $A = [\cos x; \sin x]$, $T = [1; \operatorname{tg} x]$, $C = [\operatorname{cotg} x; 1]$.
- Pre všetky $x \in R$ platí $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$.

  [Pre $A \neq [\pm 1; 0]$, $A \neq [0; \pm 1]$ tvoria $\sin x$, $\cos x$ odvesny pravouhlého trojuholníka s preponou $|0A| = 1$.]
- Goniometrické funkcie majú v bodoch x a $x \pm 2n\pi$ pre všetky $x \in R$ pre rovnaké hodnoty.



Goniometrické funkcie – Vlastnosti

- Na meranie uhlov (v rovine) sa niekedy používajú aj stupne,

Goniometrické funkcie – Vlastnosti

- Na meranie uhlov (v rovine) sa niekedy používajú aj stupne, označenie $^{\circ}$.

Goniometrické funkcie – Vlastnosti

- Na meranie uhlov (v rovine) sa niekedy používajú aj stupne, označenie $^\circ$.

  - 1° sa delí na 60 minút. $[1^\circ = 60'.]$

Goniometrické funkcie – Vlastnosti

- Na meranie uhlov (v rovine) sa niekedy používajú aj stupne, označenie $^\circ$.
  - 1° sa delí na 60 minút. $[1^\circ = 60'.]$
  - $1'$ sa delí na 60 sekúnd. $[1' = 60''.]$

Goniometrické funkcie – Vlastnosti

- Na meranie **uhlov** (v rovine) sa niekedy používajú aj **stupne**, označenie $^\circ$.

- 1° sa delí na 60 **minút**. [$1^\circ = 60'$.]
- $1'$ sa delí na 60 **sekúnd**. [$1' = 60''$.]
- $x^\circ \to \frac{\pi x^\circ}{180^\circ} = \frac{\pi x}{180}$. [Prevod $^\circ \to$ rad.]

Goniometrické funkcie – Vlastnosti

- Na meranie **uhlov** (v rovine) sa niekedy používajú aj **stupne**, označenie $^\circ$.

- 1° sa delí na 60 **minút**. [$1^\circ = 60'$.]
- $x^\circ \to \frac{\pi x^\circ}{180^\circ} = \frac{\pi x}{180}$. [Prevod $^\circ \to$ rad.]
- $1'$ sa delí na 60 **sekúnd**. [$1' = 60''$.]
- $x \to \frac{180^\circ x}{\pi} = \frac{180 x^\circ}{\pi}$. [Prevod rad $\to ^\circ$.]

Goniometrické funkcie – Vlastnosti

- Na meranie uhlov (v rovine) sa niekedy používajú aj stupne, označenie $^\circ$.

  - 1° sa delí na 60 minút. [$1^\circ = 60'$.]
  - $x^\circ \to \frac{\pi x^\circ}{180^\circ} = \frac{\pi x}{180}$. [Prevod $^\circ \to$ rad.]
  - Priamemu uhlu π zodpovedá 180°.
  - $1'$ sa delí na 60 sekúnd. [$1' = 60''$.]
  - $x \to \frac{180^\circ x}{\pi} = \frac{180 x^\circ}{\pi}$. [Prevod rad $\to ^\circ$.]

Goniometrické funkcie – Vlastnosti

- Na meranie uhlov (v rovine) sa niekedy používajú aj stupne, označenie $^\circ$.

- 1° sa delí na 60 minút. [$1^\circ = 60'$.]
- $x^\circ \longrightarrow \frac{\pi x^\circ}{180^\circ} = \frac{\pi x}{180}$. [Prevod $^\circ \to$ rad.]
- Priamemu uhlu π zodpovedá 180°. [$360^\circ \sim 2\pi$,
- $1'$ sa delí na 60 sekúnd. [$1' = 60''$.]
- $x \longrightarrow \frac{180^\circ x}{\pi} = \frac{180 x^\circ}{\pi}$. [Prevod rad $\to^\circ$.]

Goniometrické funkcie – Vlastnosti

- Na meranie uhlov (v rovine) sa niekedy používajú aj stupne, označenie $^\circ$.

- 1° sa delí na 60 minút. [$1^\circ = 60'$.]
- $1'$ sa delí na 60 sekúnd. [$1' = 60''$.]
- $x^\circ \to \frac{\pi x^\circ}{180^\circ} = \frac{\pi x}{180}$. [Prevod $^\circ \to$ rad.]
- $x \to \frac{180^\circ x}{\pi} = \frac{180 x^\circ}{\pi}$. [Prevod rad $\to ^\circ$.]
- Priamemu uhlu π zodpovedá 180°. [$360^\circ \sim 2\pi$, $180^\circ \sim \pi$,

Goniometrické funkcie – Vlastnosti

- Na meranie **uhlov** (v rovine) sa niekedy používajú aj **stupne**, označenie $^\circ$.

- 1° sa delí na 60 **minút**. [$1^\circ = 60'$.]
- $1'$ sa delí na 60 **sekúnd**. [$1' = 60''$.]
- $x^\circ \to \dfrac{\pi x^\circ}{180^\circ} = \dfrac{\pi x}{180}$. [Prevod $^\circ \to$ rad.]
- $x \to \dfrac{180^\circ x}{\pi} = \dfrac{180 x^\circ}{\pi}$. [Prevod rad $\to {}^\circ$.]
- Priamemu uhlu π zodpovedá 180°. [$360^\circ \sim 2\pi$, $180^\circ \sim \pi$, $90^\circ \sim \frac{\pi}{2}$,

Goniometrické funkcie – Vlastnosti

- Na meranie uhlov (v rovine) sa niekedy používajú aj stupne, označenie $^\circ$.

- 1° sa delí na 60 minút. [$1^\circ = 60'$.]
- $1'$ sa delí na 60 sekúnd. [$1' = 60''$.]
- $x^\circ \to \frac{\pi x^\circ}{180^\circ} = \frac{\pi x}{180}$. [Prevod $^\circ \to$ rad.]
- $x \to \frac{180^\circ x}{\pi} = \frac{180 x^\circ}{\pi}$. [Prevod rad $\to {}^\circ$.]
- Priamemu uhlu π zodpovedá 180°. [$360^\circ \sim 2\pi$, $180^\circ \sim \pi$, $90^\circ \sim \frac{\pi}{2}$, $45^\circ \sim \frac{\pi}{4}$,

Goniometrické funkcie – Vlastnosti

- Na meranie **uhlov** (v rovine) sa niekedy používajú aj **stupne**, označenie $^\circ$.

  - 1° sa delí na 60 **minút**. [$1^\circ = 60'$.]
  - $1'$ sa delí na 60 **sekúnd**. [$1' = 60''$.]
  - $x^\circ \to \frac{\pi x^\circ}{180^\circ} = \frac{\pi x}{180}$. [Prevod $^\circ \to$ rad.]
  - $x \to \frac{180^\circ x}{\pi} = \frac{180 x^\circ}{\pi}$. [Prevod rad $\to {}^\circ$.]
  - Priamemu uhlu π zodpovedá 180°. [$360^\circ \sim 2\pi$, $180^\circ \sim \pi$, $90^\circ \sim \frac{\pi}{2}$, $45^\circ \sim \frac{\pi}{4}$, $30^\circ \sim \frac{\pi}{6}$,

Goniometrické funkcie – Vlastnosti

- Na meranie **uhlov** (v rovine) sa niekedy používajú aj **stupne**, označenie $^\circ$.

- 1° sa delí na 60 **minút**. $[1^\circ = 60'.]$
- $1'$ sa delí na 60 **sekúnd**. $[1' = 60''.]$
- $x^\circ \to \frac{\pi x^\circ}{180^\circ} = \frac{\pi x}{180}$. [Prevod $^\circ \to$ rad.]
- $x \to \frac{180^\circ x}{\pi} = \frac{180 x^\circ}{\pi}$. [Prevod rad $\to {}^\circ$.]
- Priamemu uhlu π zodpovedá 180°. $[360^\circ \sim 2\pi,\ 180^\circ \sim \pi,\ 90^\circ \sim \frac{\pi}{2},\ 45^\circ \sim \frac{\pi}{4},\ 30^\circ \sim \frac{\pi}{6},\ -120^\circ \sim -\frac{2\pi}{3},\ \ldots]$

Goniometrické funkcie – Vlastnosti

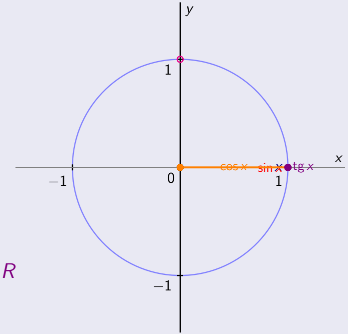
- Na meranie uhlov (v rovine) sa niekedy používajú aj stupne, označenie $^\circ$.

- 1° sa delí na 60 minút. $[1^\circ = 60'.]$
- $1'$ sa delí na 60 sekúnd. $[1' = 60''.]$
- $x^\circ \to \frac{\pi x^\circ}{180^\circ} = \frac{\pi x}{180}$. [Prevod $^\circ \to$ rad.]
- $x \to \frac{180^\circ x}{\pi} = \frac{180 x^\circ}{\pi}$. [Prevod rad $\to {}^\circ$.]
- Priamemu uhlu π zodpovedá 180°. $[360^\circ \sim 2\pi,\ 180^\circ \sim \pi,\ 90^\circ \sim \frac{\pi}{2},\ 45^\circ \sim \frac{\pi}{4},\ 30^\circ \sim \frac{\pi}{6},\ -120^\circ \sim -\frac{2\pi}{3}, \ldots]$

Argumenty goniometrických funkcií sú vždy v radiánoch a nie v stupňoch $^\circ$.

$[x = \quad 0^\circ]$

$x = +0$



$\sin x = \quad 0$

$\cos x = \quad 1$

$\mathrm{tg}\, x = \quad 0$

$\mathrm{cotg}\, x$ neexistuje

$y = \sin x\colon\ R \to \langle -1; 1\rangle$

$y = \cos x\colon\ R \to \langle -1; 1\rangle$

$y = \mathrm{tg}\, x\colon\ R - \{\frac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in Z\} \to R$

$y = \mathrm{cotg}\, x\colon\ R - \{k\pi,\ k \in Z\} \to R$

IV. a I. kvadrant

$x = 0 + 2k\pi,\ k \in Z$

Goniometrické funkcie – Sínus, kosínus

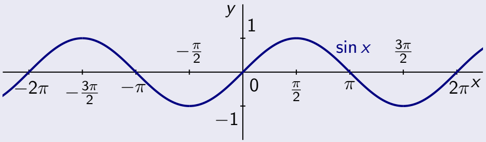
Funkcia $f\colon y = \sin x$. [Funkcia sínus.]

Funkcia $f\colon y = \cos x$. [Funkcia kosínus.]

Goniometrické funkcie – Súnus, kosínus

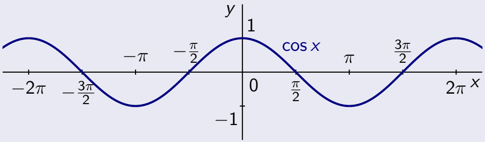
Funkcia $f\colon y = \sin x$. [Funkcia sínus.]

- $D(f) = R$.



Funkcia $f\colon y = \cos x$. [Funkcia kosínus.]

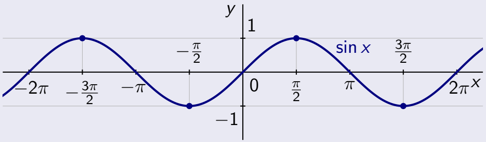
- $D(f) = R$.



Goniometrické funkcie – Sínus, kosínus

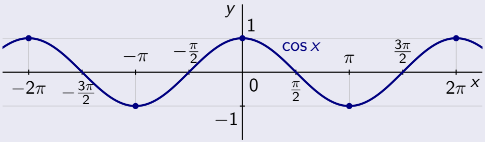
Funkcia $f\colon y = \sin x$. [Funkcia sínus.]

- $D(f) = R$.
- $H(f) = \langle -1; 1 \rangle$.



Funkcia $f\colon y = \cos x$. [Funkcia kosínus.]

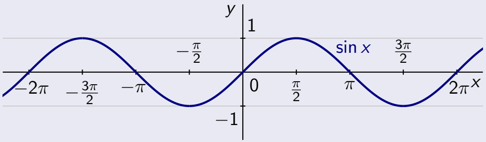
- $D(f) = R$.
- $H(f) = \langle -1; 1 \rangle$.



Goniometrické funkcie – Sínus, kosínus

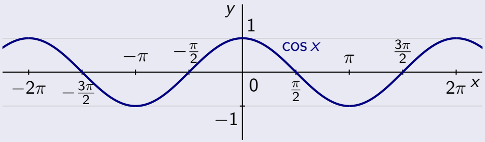
Funkcia $f\colon y = \sin x$. [Funkcia sínus.]

- $D(f) = R$.
- $H(f) = \langle -1; 1 \rangle$.
- Graf nazývame sínusoida.



Funkcia $f\colon y = \cos x$. [Funkcia kosínus.]

- $D(f) = R$.
- $H(f) = \langle -1; 1 \rangle$.
- Graf nazývame kosínusoida.

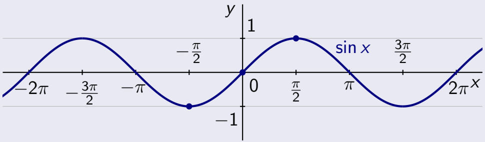


Goniometrické funkcie – Sínus, kosínus

Funkcia $f\colon y = \sin x$. [Funkcia sínus.]

- $D(f) = R$.
- $H(f) = \langle -1; 1 \rangle$.
- Graf nazývame sínusoida.

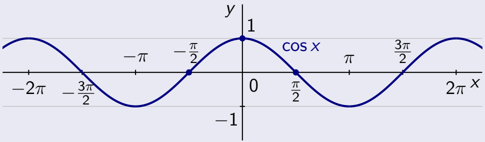
- f je nepárna.



Funkcia $f\colon y = \cos x$. [Funkcia kosínus.]

- $D(f) = R$.
- $H(f) = \langle -1; 1 \rangle$.
- Graf nazývame kosínusoida.

- f je párna.

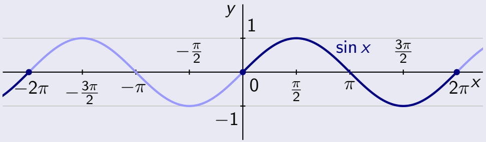


Goniometrické funkcie – Sínus, kosínus

Funkcia $f\colon y = \sin x$. [Funkcia sínus.]

- $D(f) = R$.
- $H(f) = \langle -1; 1 \rangle$.
- Graf nazývame sínusoida.

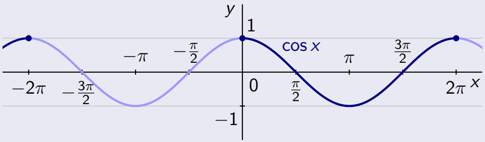
- f je nepárna.
- f je periodická,



Funkcia $f\colon y = \cos x$. [Funkcia kosínus.]

- $D(f) = R$.
- $H(f) = \langle -1; 1 \rangle$.
- Graf nazývame kosínusoida.

- f je párna.
- f je periodická,

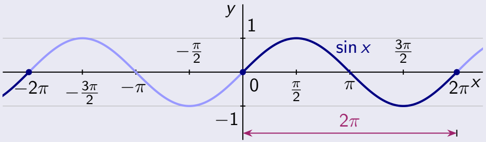


Goniometrické funkcie – Sínus, kosínus

Funkcia $f\colon y = \sin x$. [Funkcia sínus.]

- $D(f) = R$.
- $H(f) = \langle -1; 1\rangle$.
- Graf nazývame sínusoida.

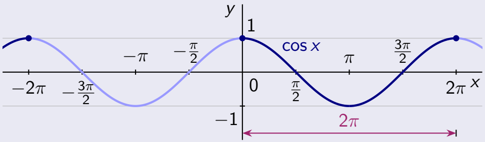
- f je nepárna.
- f je periodická, primitívna perióda je $p = 2\pi$.



Funkcia $f\colon y = \cos x$. [Funkcia kosínus.]

- $D(f) = R$.
- $H(f) = \langle -1; 1\rangle$.
- Graf nazývame kosínusoida.

- f je párna.
- f je periodická, primitívna perióda je $p = 2\pi$.



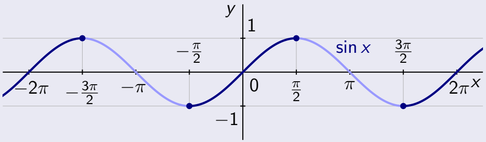
Goniometrické funkcie – Sínus, kosínus

Funkcia $f\colon y = \sin x$. [Funkcia sínus.]

- $D(f) = R$.
- $H(f) = \langle -1; 1\rangle$.
- Graf nazývame sínusoida.

- f je nepárna.
- f je periodická, primitívna perióda je $p = 2\pi$.

- f rastie na $\langle -\frac{\pi}{2} + 2k\pi; \frac{\pi}{2} + 2k\pi\rangle$, $k \in Z$.

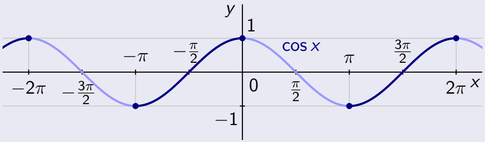


Funkcia $f\colon y = \cos x$. [Funkcia kosínus.]

- $D(f) = R$.
- $H(f) = \langle -1; 1\rangle$.
- Graf nazývame kosínusoida.

- f je párna.
- f je periodická, primitívna perióda je $p = 2\pi$.

- f rastie na $\langle \pi + 2k\pi; 2\pi + 2k\pi\rangle$, $k \in Z$.



Goniometrické funkcie – Sínus, kosínus

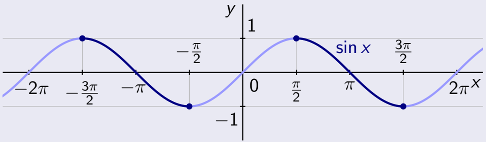
Funkcia $f\colon y = \sin x$. [Funkcia sínus.]

- $D(f) = R$.
- $H(f) = \langle -1; 1 \rangle$.
- Graf nazývame sínusoida.

- f je nepárna.
- f je periodická, primitívna perióda je $p = 2\pi$.

- f rastie na $\langle -\frac{\pi}{2} + 2k\pi; \frac{\pi}{2} + 2k\pi \rangle$,

  klesá na $\langle \frac{\pi}{2} + 2k\pi; \frac{3\pi}{2} + 2k\pi \rangle$, $k \in Z$.



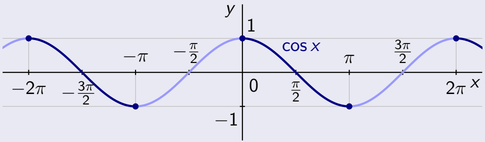
Funkcia $f\colon y = \cos x$. [Funkcia kosínus.]

- $D(f) = R$.
- $H(f) = \langle -1; 1 \rangle$.
- Graf nazývame kosínusoida.

- f je párna.
- f je periodická, primitívna perióda je $p = 2\pi$.

- f rastie na $\langle \pi + 2k\pi; 2\pi + 2k\pi \rangle$,

  klesá na $\langle 0 + 2k\pi; \pi + 2k\pi \rangle$, $k \in Z$.



Goniometrické funkcie – Sínus, kosínus

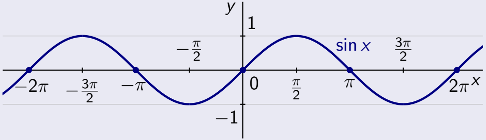
Funkcia $f\colon y = \sin x$. [Funkcia sínus.]

- $D(f) = R$.
- $H(f) = \langle -1; 1 \rangle$.
- Graf nazývame sínusoida.

- f je nepárna.
- f je periodická, primitívna perióda je $p = 2\pi$.

- f rastie na $\langle -\frac{\pi}{2} + 2k\pi; \frac{\pi}{2} + 2k\pi \rangle$,
  klesá na $\langle \frac{\pi}{2} + 2k\pi; \frac{3\pi}{2} + 2k\pi \rangle$, $k \in Z$.

- Korene sú $0 + k\pi$, $k \in Z$.



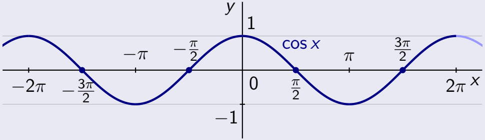
Funkcia $f\colon y = \cos x$. [Funkcia kosínus.]

- $D(f) = R$.
- $H(f) = \langle -1; 1 \rangle$.
- Graf nazývame kosínusoida.

- f je párna.
- f je periodická, primitívna perióda je $p = 2\pi$.

- f rastie na $\langle \pi + 2k\pi; 2\pi + 2k\pi \rangle$,
  klesá na $\langle 0 + 2k\pi; \pi + 2k\pi \rangle$, $k \in Z$.

- Korene sú $\frac{\pi}{2} + k\pi$, $k \in Z$.



Goniometrické funkcie – Sínus, kosínus

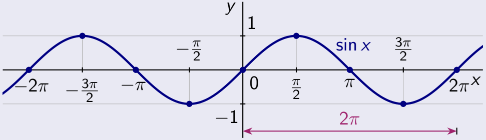
Funkcia $f\colon y = \sin x$. [Funkcia sínus.]

- $D(f) = R$.
- $H(f) = \langle -1; 1 \rangle$.
- Graf nazývame sínusoida.

- f je nepárna.
- f je periodická, primitívna perióda je $p = 2\pi$.

- f rastie na $\langle -\frac{\pi}{2} + 2k\pi; \frac{\pi}{2} + 2k\pi \rangle$,
  klesá na $\langle \frac{\pi}{2} + 2k\pi; \frac{3\pi}{2} + 2k\pi \rangle$, $k \in Z$.

- Korene sú $0 + k\pi$, $k \in Z$.



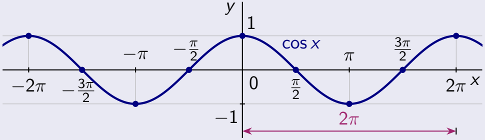
Funkcia $f\colon y = \cos x$. [Funkcia kosínus.]

- $D(f) = R$.
- $H(f) = \langle -1; 1 \rangle$.
- Graf nazývame kosínusoida.

- f je párna.
- f je periodická, primitívna perióda je $p = 2\pi$.

- f rastie na $\langle \pi + 2k\pi; 2\pi + 2k\pi \rangle$,
  klesá na $\langle 0 + 2k\pi; \pi + 2k\pi \rangle$, $k \in Z$.

- Korene sú $\frac{\pi}{2} + k\pi$, $k \in Z$.

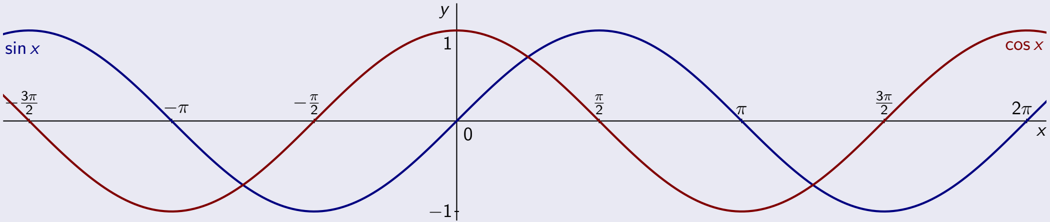


Goniometrické funkcie – Sínus a kosínus (dôležité hodnoty)

Pre všetky $x \in R$ platí:

Goniometrické funkcie – Sínus a kosínus (dôležité hodnoty)

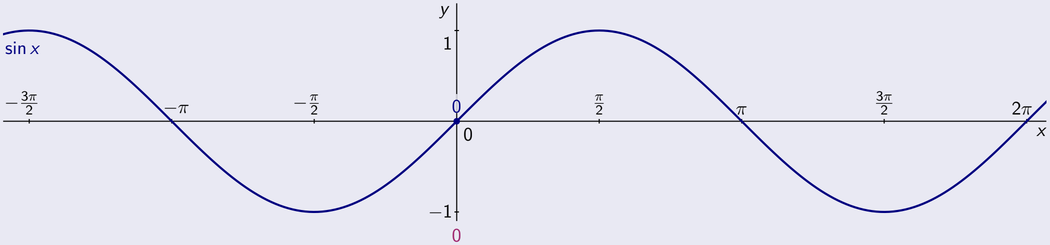
Pre všetky $x \in R$ platí: [Dôležité hodnoty funkcií sínus a kosínus.]



Goniometrické funkcie – Sínus a kosínus (dôležité hodnoty)

Pre všetky $x \in R$ platí: [Dôležité hodnoty funkcií sínus a kosínus.]

- $\sin 0 = 0.$

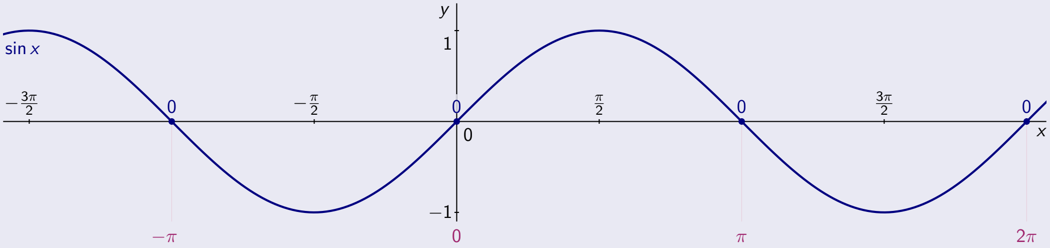


Goniometrické funkcie – Sínus a kosínus (dôležité hodnoty)

Pre všetky $x \in R$ platí: [Dôležité hodnoty funkcií sínus a kosínus.]

- $\sin 0 = 0.$

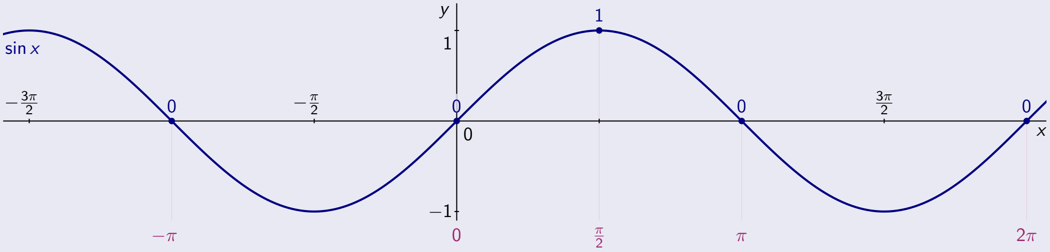
- $\sin(x+\pi) = \sin(x-\pi) = -\sin x.$



Goniometrické funkcie – Sínus a kosínus (dôležité hodnoty)

Pre všetky $x \in R$ platí: [Dôležité hodnoty funkcií sínus a kosínus.]

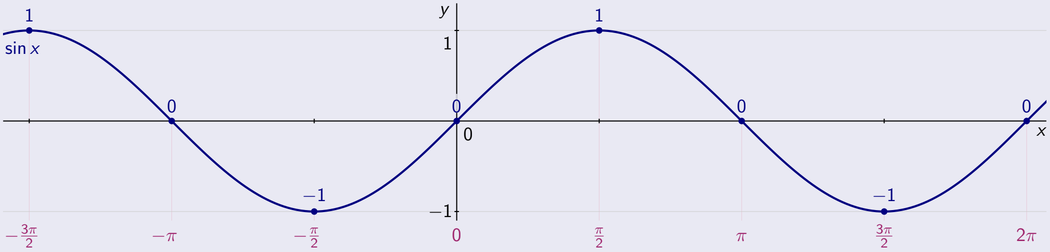
- $\sin 0 = 0.$
- $\sin \frac{\pi}{2} = 1.$
- $\sin(x+\pi) = \sin(x-\pi) = -\sin x.$



Goniometrické funkcie – Sínus a kosínus (dôležité hodnoty)

Pre všetky $x \in R$ platí: [Dôležité hodnoty funkcií sínus a kosínus.]

- $\sin 0 = 0.$
- $\sin \frac{\pi}{2} = 1.$
- $\sin(x + \pi) = \sin(x - \pi) = -\sin x.$

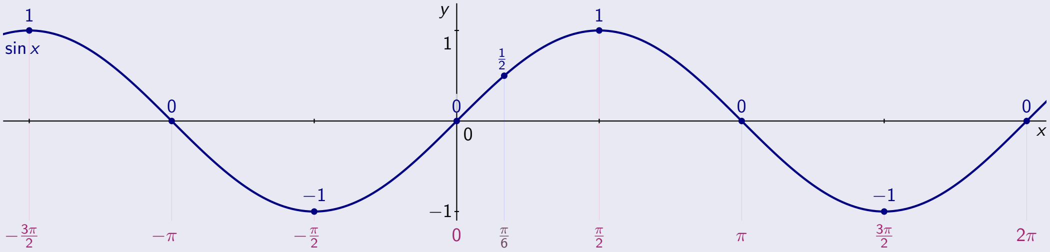


Goniometrické funkcie – Sínus a kosínus (dôležité hodnoty)

Pre všetky $x \in R$ platí: [Dôležité hodnoty funkcií sínus a kosínus.]

- $\sin 0 = 0.$
- $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{2} = 1.$

- $\sin(x+\pi) = \sin(x-\pi) = -\sin x.$

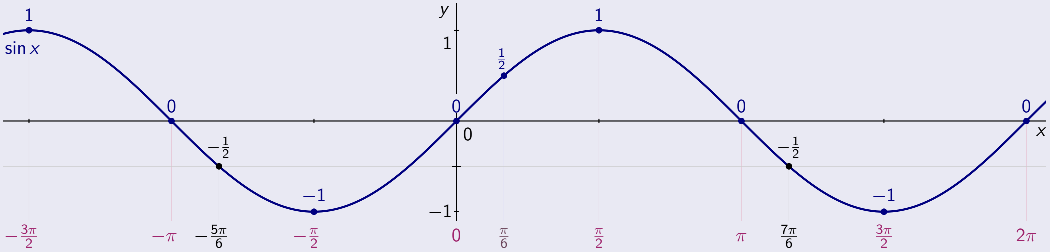


Goniometrické funkcie – Sínus a kosínus (dôležité hodnoty)

Pre všetky $x \in R$ platí: [Dôležité hodnoty funkcií sínus a kosínus.]

- $\sin 0 = 0.$
- $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{2} = 1.$

- $\sin(x+\pi) = \sin(x-\pi) = -\sin x.$



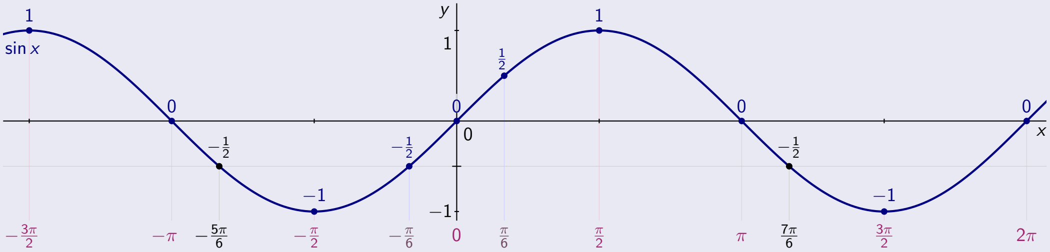
Goniometrické funkcie – Sínus a kosínus (dôležité hodnoty)

Pre všetky $x \in R$ platí: [Dôležité hodnoty funkcií sínus a kosínus.]

[Funkcia sínus je nepárna, t. j. $\sin x = -\sin(-x)$.]

- $\sin 0 = 0$.
- $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$.
- $\sin \frac{\pi}{2} = 1$.

- $\sin(x+\pi) = \sin(x-\pi) = -\sin x$.



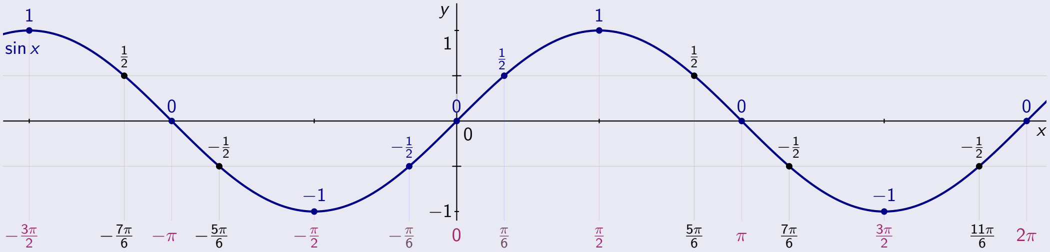
Goniometrické funkcie – Sínus a kosínus (dôležité hodnoty)

Pre všetky $x \in R$ platí: [Dôležité hodnoty funkcií sínus a kosínus.]

[Funkcia sínus je nepárna, t. j. $\sin x = -\sin(-x)$.]

- $\sin 0 = 0.$
- $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{2} = 1.$

- $\sin(x + \pi) = \sin(x - \pi) = -\sin x.$

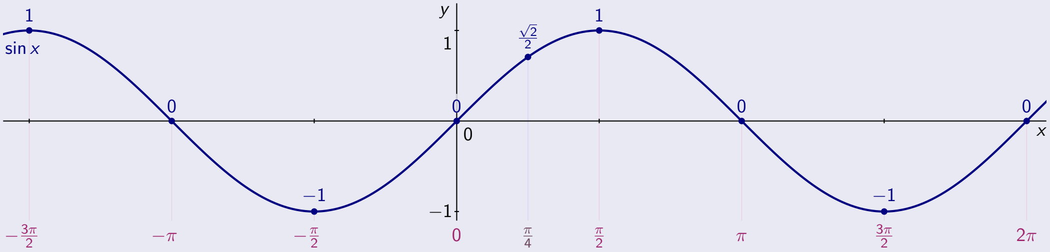


Goniometrické funkcie – Sínus a kosínus (dôležité hodnoty)

Pre všetky $x \in R$ platí: [Dôležité hodnoty funkcií sínus a kosínus.]

- $\sin 0 = 0.$
- $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{2} = 1.$

- $\sin(x+\pi) = \sin(x-\pi) = -\sin x.$

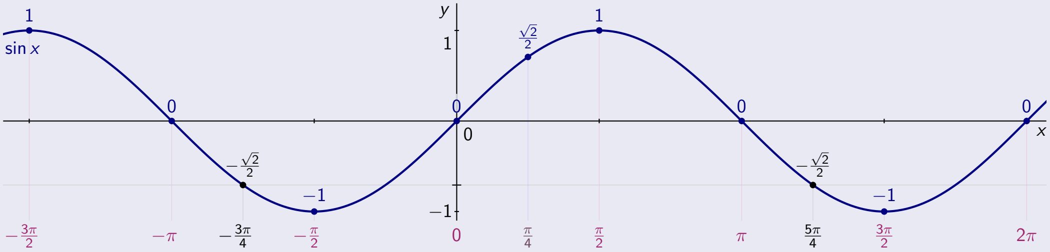


Goniometrické funkcie – Sínus a kosínus (dôležité hodnoty)

Pre všetky $x \in R$ platí: [Dôležité hodnoty funkcií sínus a kosínus.]

- $\sin 0 = 0.$
- $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{2} = 1.$

- $\sin(x+\pi) = \sin(x-\pi) = -\sin x.$



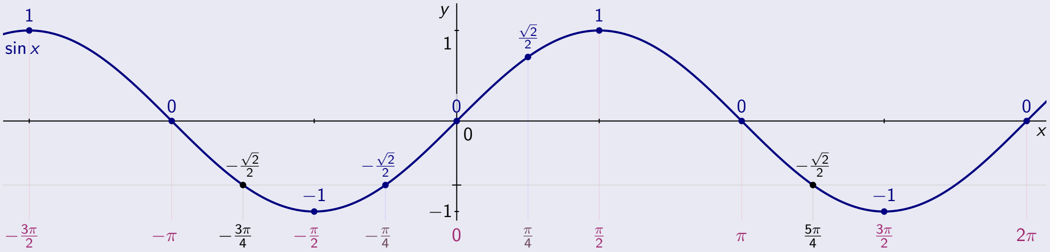
Goniometrické funkcie – Sínus a kosínus (dôležité hodnoty)

Pre všetky $x \in R$ platí: [Dôležité hodnoty funkcií sínus a kosínus.]

[Funkcia sínus je nepárna, t. j. $\sin x = -\sin(-x)$.]

- $\sin 0 = 0.$
- $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{2} = 1.$

- $\sin(x+\pi) = \sin(x-\pi) = -\sin x.$



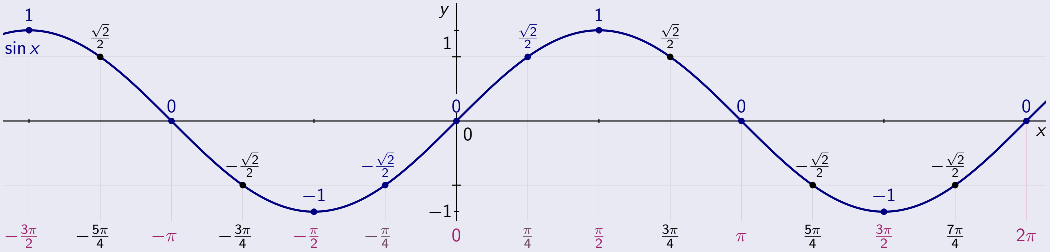
Goniometrické funkcie – Sínus a kosínus (dôležité hodnoty)

Pre všetky $x \in R$ platí: [Dôležité hodnoty funkcií sínus a kosínus.]

[Funkcia sínus je nepárna, t. j. $\sin x = -\sin(-x)$.]

- $\sin 0 = 0.$
- $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{2} = 1.$

- $\sin(x+\pi) = \sin(x-\pi) = -\sin x.$

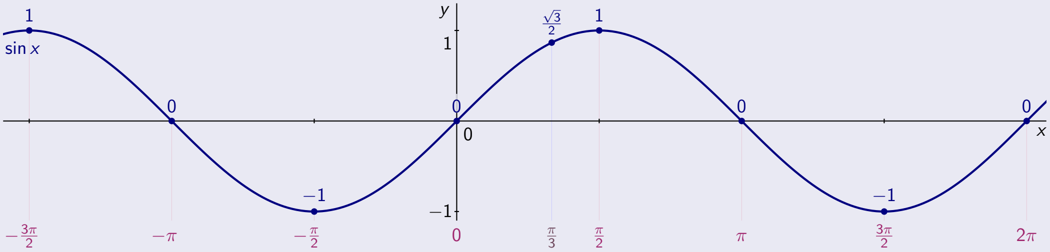


Goniometrické funkcie – Sínus a kosínus (dôležité hodnoty)

Pre všetky $x \in R$ platí: [Dôležité hodnoty funkcií sínus a kosínus.]

- $\sin 0 = 0.$
- $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{2} = 1.$

- $\sin(x+\pi) = \sin(x-\pi) = -\sin x.$

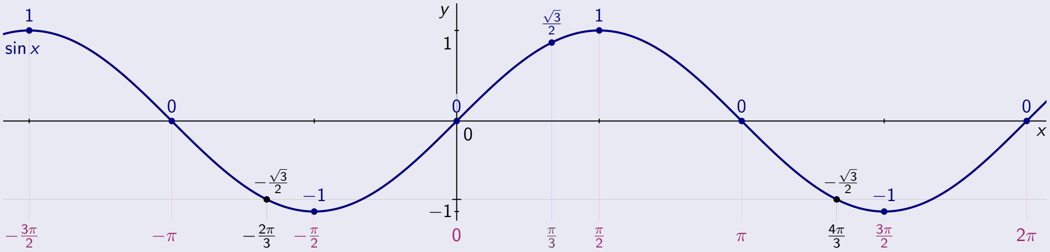


Goniometrické funkcie – Sínus a kosínus (dôležité hodnoty)

Pre všetky $x \in R$ platí: [Dôležité hodnoty funkcií sínus a kosínus.]

- $\sin 0 = 0.$
- $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{2} = 1.$

- $\sin(x+\pi) = \sin(x-\pi) = -\sin x.$



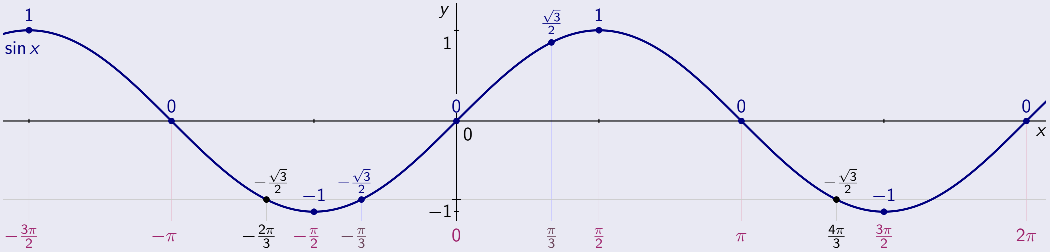
Goniometrické funkcie – Sínus a kosínus (dôležité hodnoty)

Pre všetky $x \in R$ platí: [Dôležité hodnoty funkcií sínus a kosínus.]

[Funkcia sínus je nepárna, t. j. $\sin x = -\sin(-x)$.]

- $\sin 0 = 0.$
- $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{2} = 1.$

- $\sin(x+\pi) = \sin(x-\pi) = -\sin x.$



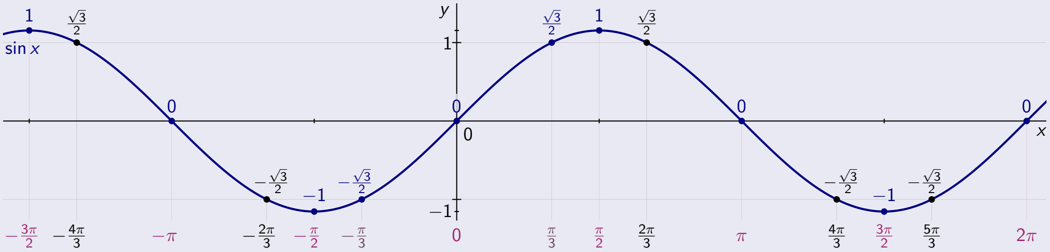
Goniometrické funkcie – Sínus a kosínus (dôležité hodnoty)

Pre všetky $x \in R$ platí: [Dôležité hodnoty funkcií sínus a kosínus.]

[Funkcia sínus je nepárna, t. j. $\sin x = -\sin(-x)$.]

- $\sin 0 = 0.$
- $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{2} = 1.$

- $\sin(x+\pi) = \sin(x-\pi) = -\sin x.$



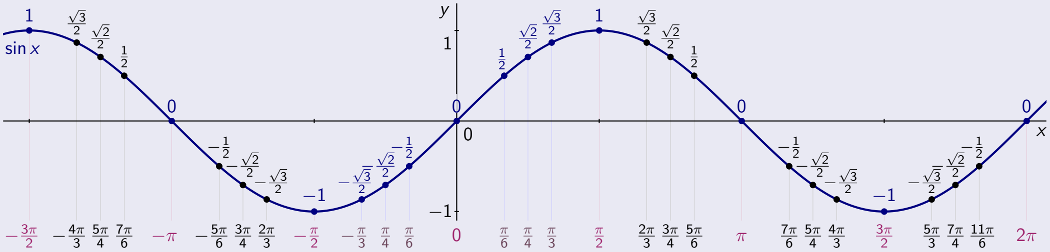
Goniometrické funkcie – Sínus a kosínus (dôležité hodnoty)

Pre všetky $x \in R$ platí: [Dôležité hodnoty funkcií sínus a kosínus.]

[Funkcia sínus je nepárna, t. j. $\sin x = -\sin(-x)$.]

- $\sin 0 = 0.$
- $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{2} = 1.$

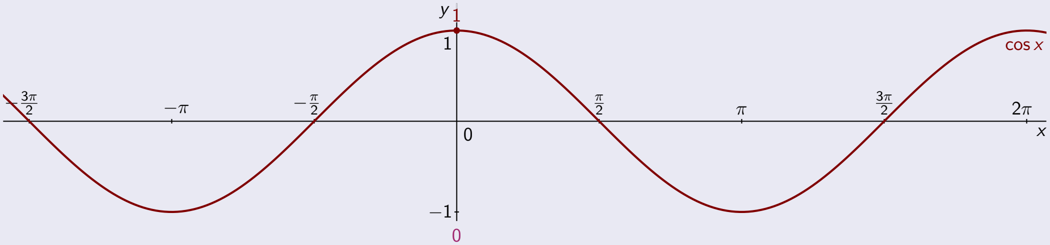
- $\sin(x+\pi) = \sin(x-\pi) = -\sin x.$



Goniometrické funkcie – Sínus a kosínus (dôležité hodnoty)

Pre všetky $x \in R$ platí: [Dôležité hodnoty funkcií sínus a kosínus.]

- $\sin 0 = 0.$
- $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{2} = 1.$
- $\cos 0 = 1.$

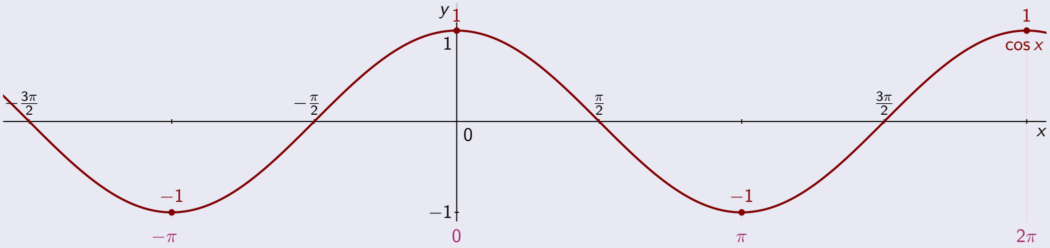


Goniometrické funkcie – Sínus a kosínus (dôležité hodnoty)

Pre všetky $x \in R$ platí: [Dôležité hodnoty funkcií sínus a kosínus.]

- $\sin 0 = 0.$
- $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{2} = 1.$
- $\cos 0 = 1.$

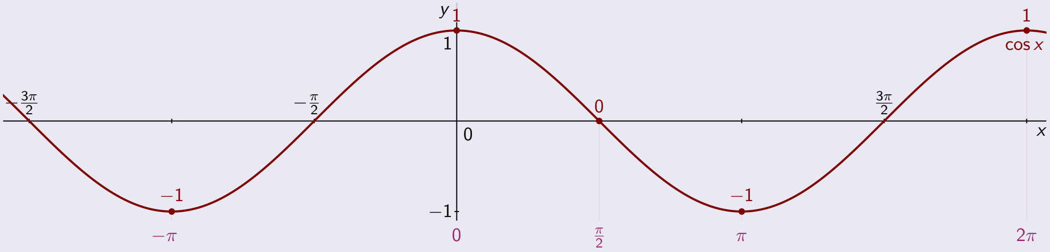
- $\cos(x+\pi) = \cos(x-\pi) = -\cos x.$



Goniometrické funkcie – Sínus a kosínus (dôležité hodnoty)

Pre všetky $x \in R$ platí: [Dôležité hodnoty funkcií sínus a kosínus.]

- $\sin 0 = 0.$
- $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{2} = 1.$
- $\cos 0 = 1.$
- $\cos \frac{\pi}{2} = 0.$
- $\cos(x + \pi) = \cos(x - \pi) = -\cos x.$

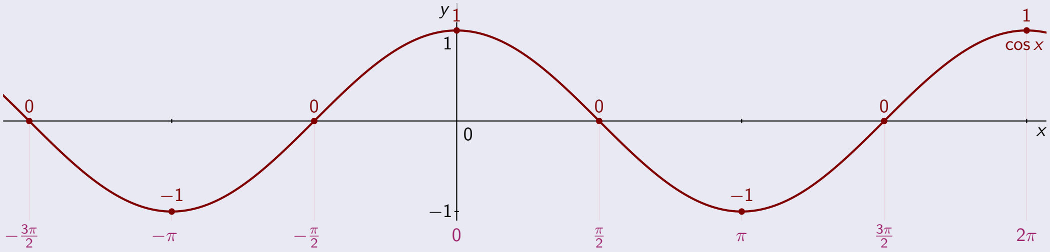


Goniometrické funkcie – Sínus a kosínus (dôležité hodnoty)

Pre všetky $x \in R$ platí: [Dôležité hodnoty funkcií sínus a kosínus.]

- $\sin 0 = 0.$
- $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{2} = 1.$
- $\cos 0 = 1.$
- $\cos \frac{\pi}{2} = 0.$

- $\cos(x+\pi) = \cos(x-\pi) = -\cos x.$

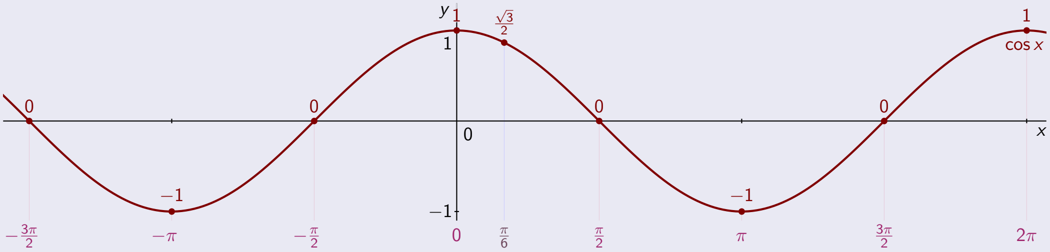


Goniometrické funkcie – Sínus a kosínus (dôležité hodnoty)

Pre všetky $x \in R$ platí: [Dôležité hodnoty funkcií sínus a kosínus.]

- $\sin 0 = 0.$
- $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{2} = 1.$
- $\cos 0 = 1.$
- $\cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{2} = 0.$

- $\cos(x+\pi) = \cos(x-\pi) = -\cos x.$

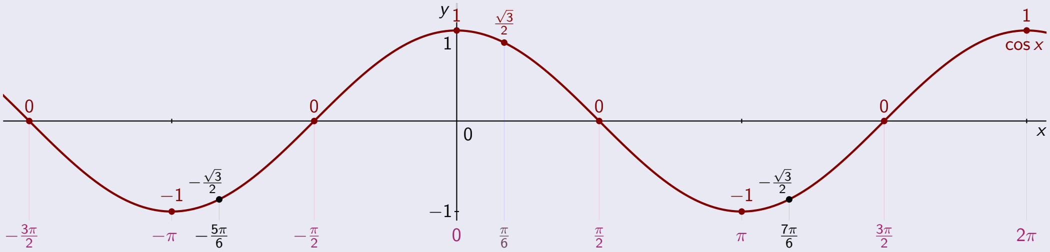


Goniometrické funkcie – Sínus a kosínus (dôležité hodnoty)

Pre všetky $x \in R$ platí: [Dôležité hodnoty funkcií sínus a kosínus.]

- $\sin 0 = 0.$
- $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{2} = 1.$
- $\cos 0 = 1.$
- $\cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{2} = 0.$

- $\cos(x+\pi) = \cos(x-\pi) = -\cos x.$



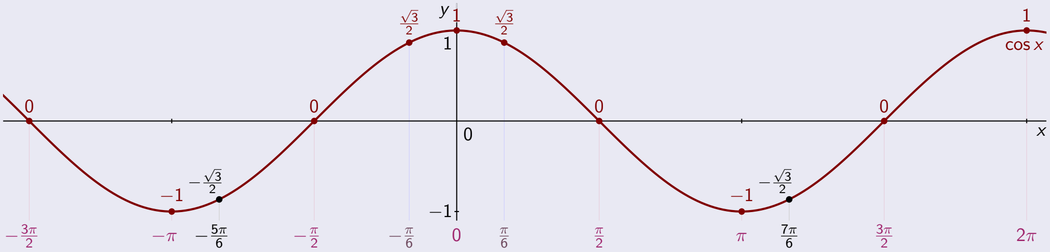
Goniometrické funkcie – Sínus a kosínus (dôležité hodnoty)

Pre všetky $x \in R$ platí: [Dôležité hodnoty funkcií sínus a kosínus.]

[Funkcia kosínus je párna, t. j. $\cos x = \cos(-x)$.]

- $\sin 0 = 0.$
- $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{2} = 1.$
- $\cos 0 = 1.$
- $\cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{2} = 0.$

- $\cos(x+\pi) = \cos(x-\pi) = -\cos x.$



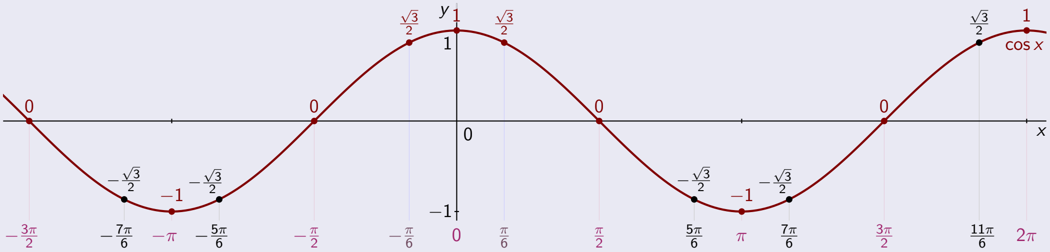
Goniometrické funkcie – Sínus a kosínus (dôležité hodnoty)

Pre všetky $x \in R$ platí: [Dôležité hodnoty funkcií sínus a kosínus.]

[Funkcia kosínus je párna, t. j. $\cos x = \cos(-x)$.]

- $\sin 0 = 0.$
- $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{2} = 1.$
- $\cos 0 = 1.$
- $\cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{2} = 0.$

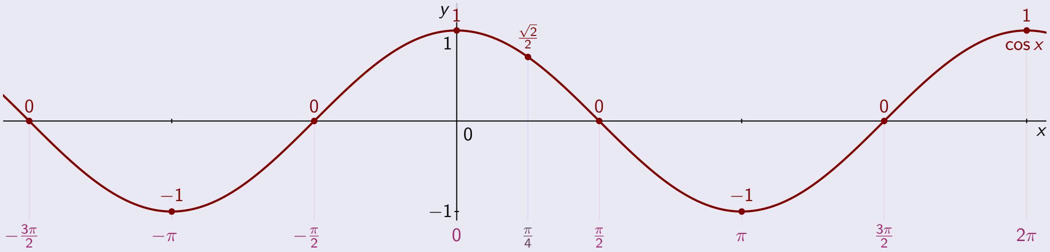
- $\cos(x+\pi) = \cos(x-\pi) = -\cos x.$



Goniometrické funkcie – Sínus a kosínus (dôležité hodnoty)

Pre všetky $x \in R$ platí: [Dôležité hodnoty funkcií sínus a kosínus.]

- $\sin 0 = 0.$
- $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{2} = 1.$
- $\cos 0 = 1.$
- $\cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{2} = 0.$
- $\cos(x+\pi) = \cos(x-\pi) = -\cos x.$

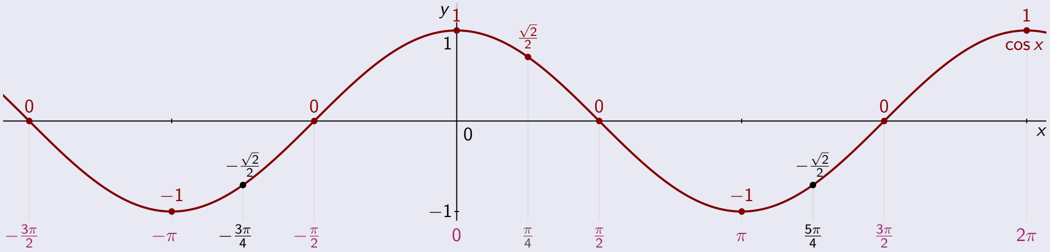


Goniometrické funkcie – Sínus a kosínus (dôležité hodnoty)

Pre všetky $x \in R$ platí: [Dôležité hodnoty funkcií sínus a kosínus.]

- $\sin 0 = 0.$
- $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{2} = 1.$
- $\cos 0 = 1.$
- $\cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{2} = 0.$

- $\cos(x+\pi) = \cos(x-\pi) = -\cos x.$

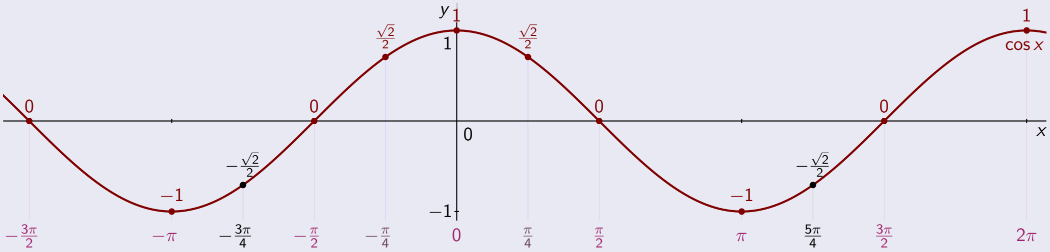


Goniometrické funkcie – Sínus a kosínus (dôležité hodnoty)

Pre všetky $x \in R$ platí: [Dôležité hodnoty funkcií sínus a kosínus.]

[Funkcia kosínus je párna, t. j. $\cos x = \cos(-x)$.]

- $\sin 0 = 0.$
- $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{2} = 1.$
- $\cos 0 = 1.$
- $\cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{2} = 0.$
- $\cos(x+\pi) = \cos(x-\pi) = -\cos x.$



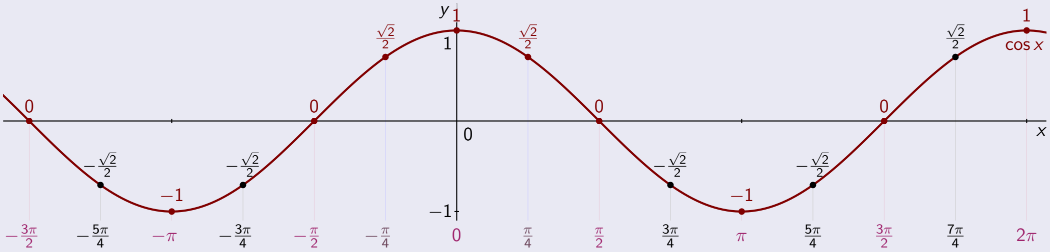
Goniometrické funkcie – Sínus a kosínus (dôležité hodnoty)

Pre všetky $x \in R$ platí: [Dôležité hodnoty funkcií sínus a kosínus.]

[Funkcia kosínus je párna, t. j. $\cos x = \cos(-x)$.]

- $\sin 0 = 0.$
- $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{2} = 1.$
- $\cos 0 = 1.$
- $\cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{2} = 0.$

- $\cos(x+\pi) = \cos(x-\pi) = -\cos x.$

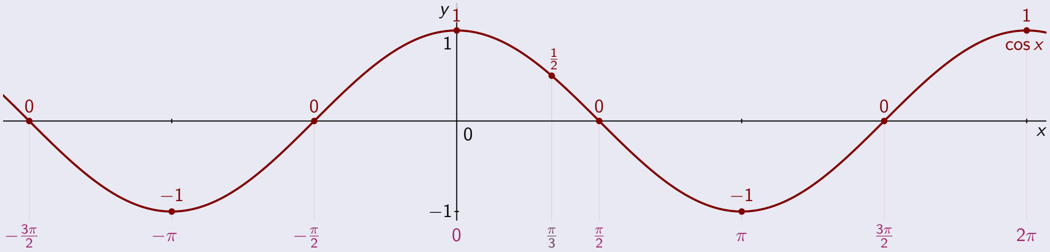


Goniometrické funkcie – Sínus a kosínus (dôležité hodnoty)

Pre všetky $x \in R$ platí: [Dôležité hodnoty funkcií sínus a kosínus.]

- $\sin 0 = 0.$
- $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{2} = 1.$
- $\cos 0 = 1.$
- $\cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{2} = 0.$

- $\cos(x + \pi) = \cos(x - \pi) = -\cos x.$

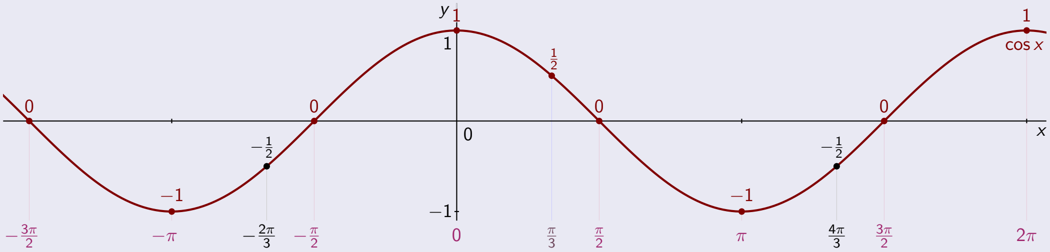


Goniometrické funkcie – Sínus a kosínus (dôležité hodnoty)

Pre všetky $x \in R$ platí: [Dôležité hodnoty funkcií sínus a kosínus.]

- $\sin 0 = 0.$
- $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{2} = 1.$
- $\cos 0 = 1.$
- $\cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{2} = 0.$

- $\cos(x + \pi) = \cos(x - \pi) = -\cos x.$



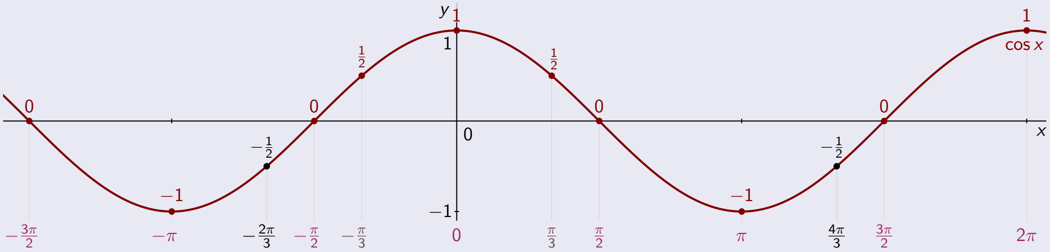
Goniometrické funkcie – Sínus a kosínus (dôležité hodnoty)

Pre všetky $x \in R$ platí: [Dôležité hodnoty funkcií sínus a kosínus.]

[Funkcia kosínus je párna, t. j. $\cos x = \cos(-x)$.]

- $\sin 0 = 0.$
- $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{2} = 1.$
- $\cos 0 = 1.$
- $\cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{2} = 0.$

- $\cos(x+\pi) = \cos(x-\pi) = -\cos x.$



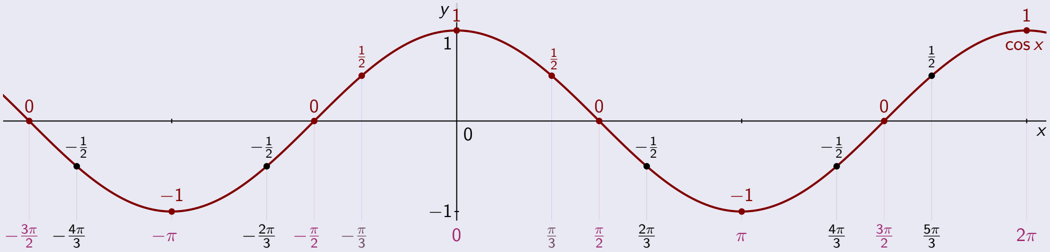
Goniometrické funkcie – Sínus a kosínus (dôležité hodnoty)

Pre všetky $x \in R$ platí: [Dôležité hodnoty funkcií sínus a kosínus.]

[Funkcia kosínus je párna, t. j. $\cos x = \cos(-x)$.]

- $\sin 0 = 0.$
- $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{2} = 1.$
- $\cos 0 = 1.$
- $\cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{2} = 0.$

- $\cos(x+\pi) = \cos(x-\pi) = -\cos x.$



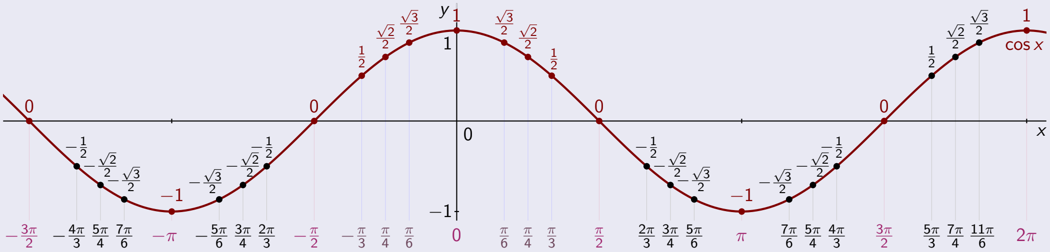
Goniometrické funkcie – Sínus a kosínus (dôležité hodnoty)

Pre všetky $x \in R$ platí: [Dôležité hodnoty funkcií sínus a kosínus.]

[Funkcia kosínus je párna, t. j. $\cos x = \cos(-x)$.]

- $\sin 0 = 0.$
- $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{2} = 1.$
- $\cos 0 = 1.$
- $\cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{2} = 0.$

- $\cos(x+\pi) = \cos(x-\pi) = -\cos x.$



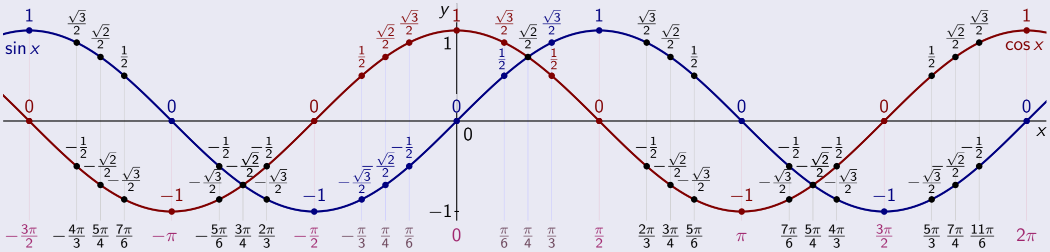
Goniometrické funkcie – Sínus a kosínus (dôležité hodnoty)

Pre všetky $x \in R$ platí: [Dôležité hodnoty funkcií sínus a kosínus.]

[Funkcia sínus je nepárna, t. j. $\sin x = -\sin(-x)$.] [Funkcia kosínus je párna, t. j. $\cos x = \cos(-x)$.]

- $\sin 0 = 0.$
- $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{2} = 1.$
- $\cos 0 = 1.$
- $\cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{2} = 0.$

- $\sin(x+\pi) = \sin(x-\pi) = -\sin x.$
- $\cos(x+\pi) = \cos(x-\pi) = -\cos x.$



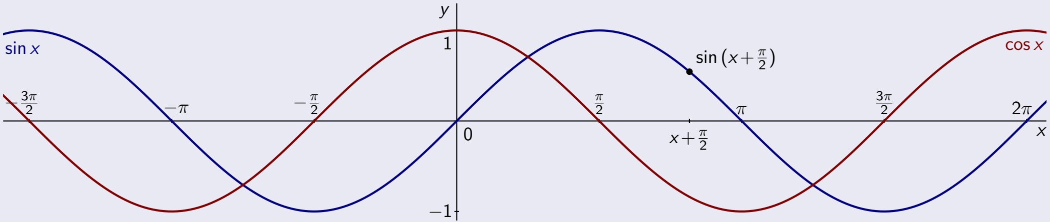
Goniometrické funkcie – Sínus a kosínus (dôležité hodnoty)

Pre všetky $x \in R$ platí: [Dôležité hodnoty funkcií sínus a kosínus.]

[Funkcia sínus je nepárna, t. j. $\sin x = -\sin(-x)$.] [Funkcia kosínus je párna, t. j. $\cos x = \cos(-x)$.]

- $\sin 0 = 0.$
- $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{2} = 1.$
- $\cos 0 = 1.$
- $\cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{2} = 0.$

- $\sin(x+\pi) = \sin(x-\pi) = -\sin x.$
- $\cos(x+\pi) = \cos(x-\pi) = -\cos x.$
- $\sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right)$



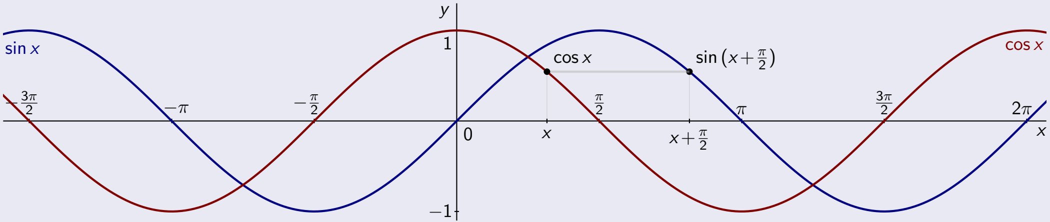
Goniometrické funkcie – Sínus a kosínus (dôležité hodnoty)

Pre všetky $x \in R$ platí: [Dôležité hodnoty funkcií sínus a kosínus.]

[Funkcia sínus je nepárna, t. j. $\sin x = -\sin(-x)$.] [Funkcia kosínus je párna, t. j. $\cos x = \cos(-x)$.]

- $\sin 0 = 0.$
- $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{2} = 1.$
- $\cos 0 = 1.$
- $\cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{2} = 0.$

- $\sin(x+\pi) = \sin(x-\pi) = -\sin x.$
- $\cos(x+\pi) = \cos(x-\pi) = -\cos x.$
- $\sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right) = \cos x.$



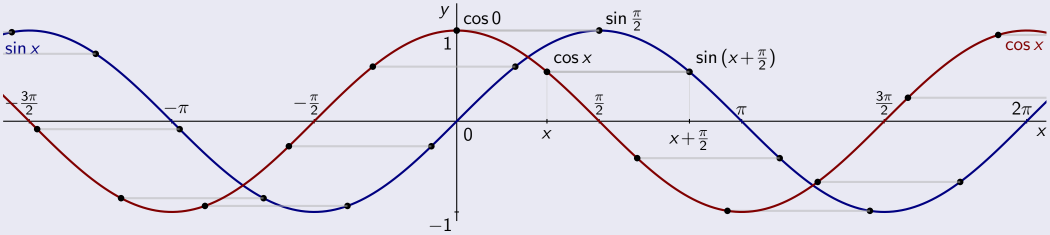
Goniometrické funkcie – Sínus a kosínus (dôležité hodnoty)

Pre všetky $x \in R$ platí: [Dôležité hodnoty funkcií sínus a kosínus.]

[Funkcia sínus je nepárna, t. j. $\sin x = -\sin(-x)$.] [Funkcia kosínus je párna, t. j. $\cos x = \cos(-x)$.]

- $\sin 0 = 0.$
- $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{2} = 1.$
- $\cos 0 = 1.$
- $\cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{2} = 0.$

- $\sin(x+\pi) = \sin(x-\pi) = -\sin x.$
- $\cos(x+\pi) = \cos(x-\pi) = -\cos x.$
- $\sin(x+\frac{\pi}{2}) = \cos x.$



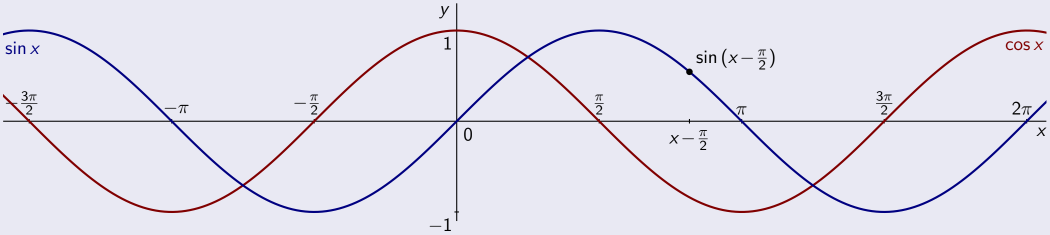
Goniometrické funkcie – Sínus a kosínus (dôležité hodnoty)

Pre všetky $x \in R$ platí: [Dôležité hodnoty funkcií sínus a kosínus.]

[Funkcia sínus je nepárna, t. j. $\sin x = -\sin(-x)$.] [Funkcia kosínus je párna, t. j. $\cos x = \cos(-x)$.]

- $\sin 0 = 0.$
- $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{2} = 1.$
- $\cos 0 = 1.$
- $\cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{2} = 0.$

- $\sin(x+\pi) = \sin(x-\pi) = -\sin x.$
- $\cos(x+\pi) = \cos(x-\pi) = -\cos x.$
- $\sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right) = \cos x.$
- $\sin\left(x-\frac{\pi}{2}\right)$



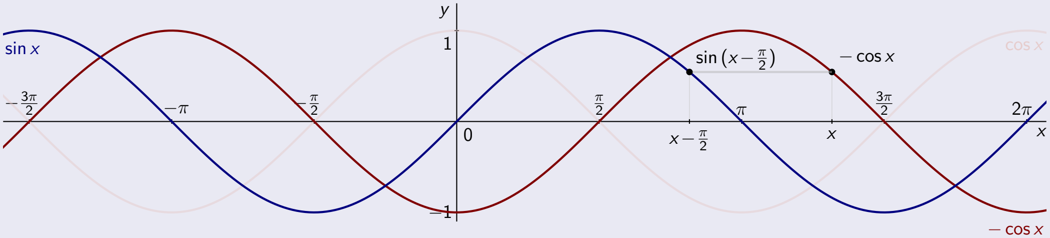
Goniometrické funkcie – Sínus a kosínus (dôležité hodnoty)

Pre všetky $x \in R$ platí: [Dôležité hodnoty funkcií sínus a kosínus.]

[Funkcia sínus je nepárna, t. j. $\sin x = -\sin(-x)$.] [Funkcia kosínus je párna, t. j. $\cos x = \cos(-x)$.]

- $\sin 0 = 0.$
- $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{2} = 1.$
- $\cos 0 = 1.$
- $\cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{2} = 0.$

- $\sin(x+\pi) = \sin(x-\pi) = -\sin x.$
- $\cos(x+\pi) = \cos(x-\pi) = -\cos x.$
- $\sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right) = \cos x.$
- $\sin\left(x-\frac{\pi}{2}\right) = -\cos x.$



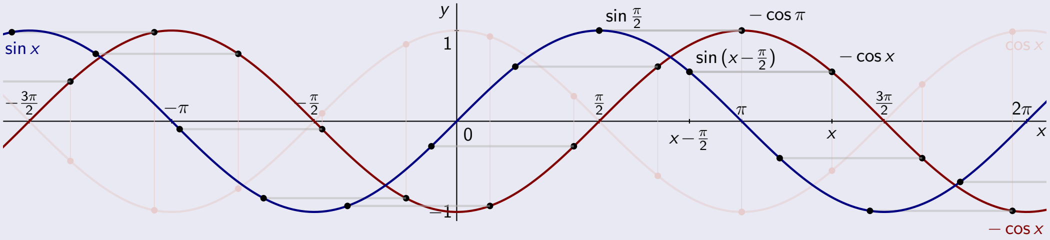
Goniometrické funkcie – Sínus a kosínus (dôležité hodnoty)

Pre všetky $x \in R$ platí: [Dôležité hodnoty funkcií sínus a kosínus.]

[Funkcia sínus je nepárna, t. j. $\sin x = -\sin(-x)$.] [Funkcia kosínus je párna, t. j. $\cos x = \cos(-x)$.]

- $\sin 0 = 0.$
- $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{2} = 1.$
- $\cos 0 = 1.$
- $\cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{2} = 0.$

- $\sin(x+\pi) = \sin(x-\pi) = -\sin x.$
- $\cos(x+\pi) = \cos(x-\pi) = -\cos x.$
- $\sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right) = \cos x.$
- $\sin\left(x-\frac{\pi}{2}\right) = -\cos x.$



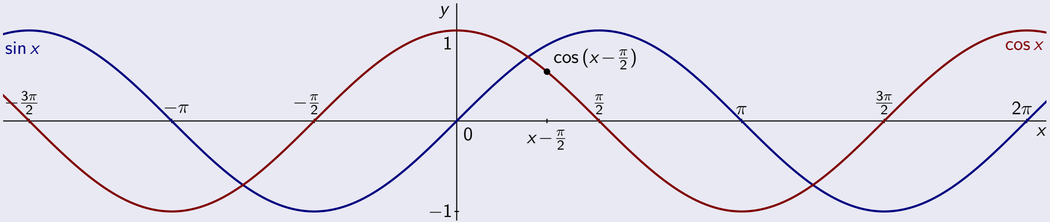
Goniometrické funkcie – Sínus a kosínus (dôležité hodnoty)

Pre všetky $x \in R$ platí: [Dôležité hodnoty funkcií sínus a kosínus.]

[Funkcia sínus je nepárna, t. j. $\sin x = -\sin(-x)$.] [Funkcia kosínus je párna, t. j. $\cos x = \cos(-x)$.]

- $\sin 0 = 0.$
- $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{2} = 1.$
- $\cos 0 = 1.$
- $\cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{2} = 0.$

- $\sin(x+\pi) = \sin(x-\pi) = -\sin x.$
- $\cos(x+\pi) = \cos(x-\pi) = -\cos x.$
- $\sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right) = \cos x.$
- $\cos\left(x-\frac{\pi}{2}\right)$
- $\sin\left(x-\frac{\pi}{2}\right) = -\cos x.$



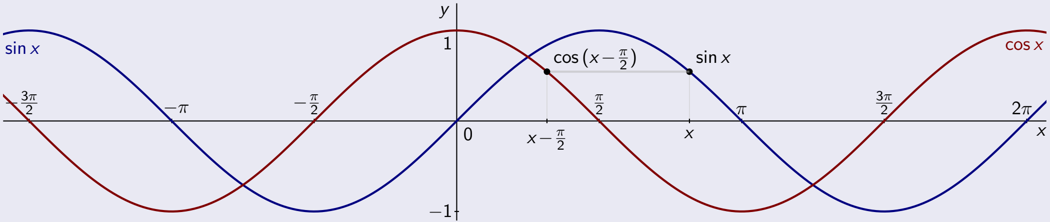
Goniometrické funkcie – Sínus a kosínus (dôležité hodnoty)

Pre všetky $x \in R$ platí: [Dôležité hodnoty funkcií sínus a kosínus.]

[Funkcia sínus je nepárna, t. j. $\sin x = -\sin(-x)$.] [Funkcia kosínus je párna, t. j. $\cos x = \cos(-x)$.]

- $\sin 0 = 0$.
- $\sin\frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$.
- $\sin\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.
- $\sin\frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.
- $\sin\frac{\pi}{2} = 1$.
- $\cos 0 = 1$.
- $\cos\frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.
- $\cos\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.
- $\cos\frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$.
- $\cos\frac{\pi}{2} = 0$.

- $\sin(x+\pi) = \sin(x-\pi) = -\sin x$.
- $\cos(x+\pi) = \cos(x-\pi) = -\cos x$.
- $\sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right) = \cos x$.
- $\cos\left(x-\frac{\pi}{2}\right) = \sin x$.
- $\sin\left(x-\frac{\pi}{2}\right) = -\cos x$.



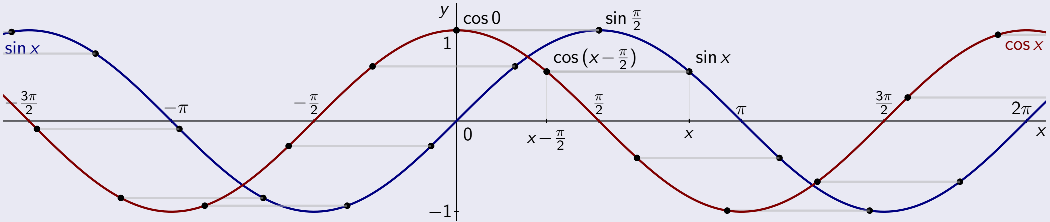
Goniometrické funkcie – Sínus a kosínus (dôležité hodnoty)

Pre všetky $x \in R$ platí: [Dôležité hodnoty funkcií sínus a kosínus.]

[Funkcia sínus je nepárna, t. j. $\sin x = -\sin(-x)$.] [Funkcia kosínus je párna, t. j. $\cos x = \cos(-x)$.]

- $\sin 0 = 0.$
- $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{2} = 1.$
- $\cos 0 = 1.$
- $\cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{2} = 0.$

- $\sin(x+\pi) = \sin(x-\pi) = -\sin x.$
- $\cos(x+\pi) = \cos(x-\pi) = -\cos x.$
- $\sin(x+\frac{\pi}{2}) = \cos x.$
- $\cos(x-\frac{\pi}{2}) = \sin x.$
- $\sin(x-\frac{\pi}{2}) = -\cos x.$



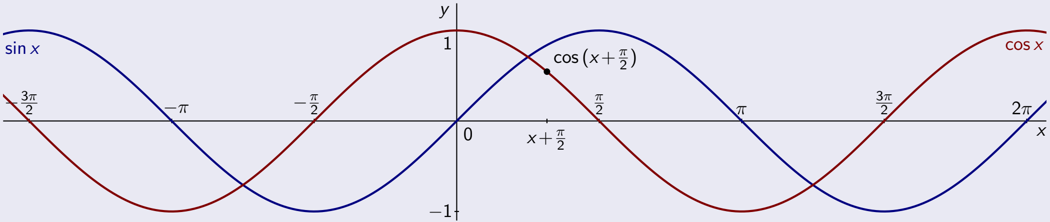
Goniometrické funkcie – Sínus a kosínus (dôležité hodnoty)

Pre všetky $x \in R$ platí: [Dôležité hodnoty funkcií sínus a kosínus.]

[Funkcia sínus je nepárna, t. j. $\sin x = -\sin(-x)$.] [Funkcia kosínus je párna, t. j. $\cos x = \cos(-x)$.]

- $\sin 0 = 0.$
- $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{2} = 1.$
- $\cos 0 = 1.$
- $\cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{2} = 0.$

- $\sin(x+\pi) = \sin(x-\pi) = -\sin x.$
- $\cos(x+\pi) = \cos(x-\pi) = -\cos x.$
- $\sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right) = \cos x.$
- $\cos\left(x-\frac{\pi}{2}\right) = \sin x.$
- $\sin\left(x-\frac{\pi}{2}\right) = -\cos x.$
- $\cos\left(x+\frac{\pi}{2}\right)$



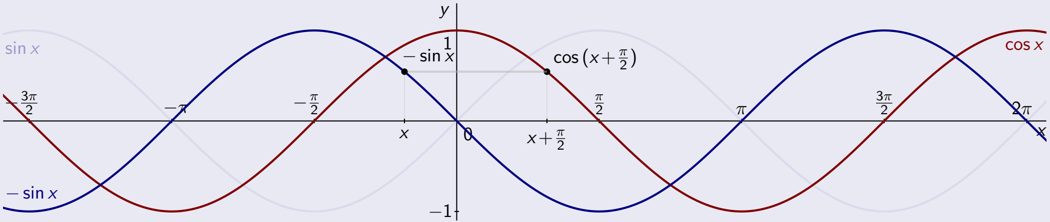
Goniometrické funkcie – Sínus a kosínus (dôležité hodnoty)

Pre všetky $x \in R$ platí: [Dôležité hodnoty funkcií sínus a kosínus.]

[Funkcia sínus je nepárna, t. j. $\sin x = -\sin(-x)$.] [Funkcia kosínus je párna, t. j. $\cos x = \cos(-x)$.]

- $\sin 0 = 0.$
- $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{2} = 1.$
- $\cos 0 = 1.$
- $\cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{2} = 0.$

- $\sin(x+\pi) = \sin(x-\pi) = -\sin x.$
- $\cos(x+\pi) = \cos(x-\pi) = -\cos x.$
- $\sin(x+\frac{\pi}{2}) = \cos x.$
- $\cos(x-\frac{\pi}{2}) = \sin x.$
- $\sin(x-\frac{\pi}{2}) = -\cos x.$
- $\cos(x+\frac{\pi}{2}) = -\sin x.$



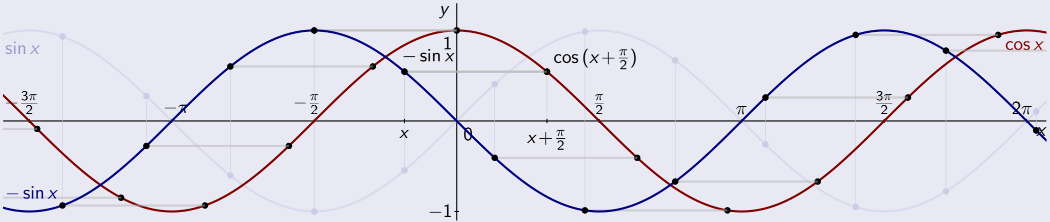
Goniometrické funkcie – Sínus a kosínus (dôležité hodnoty)

Pre všetky $x \in R$ platí: [Dôležité hodnoty funkcií sínus a kosínus.]

[Funkcia sínus je nepárna, t. j. $\sin x = -\sin(-x)$.] [Funkcia kosínus je párna, t. j. $\cos x = \cos(-x)$.]

- $\sin 0 = 0.$
- $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{2} = 1.$
- $\cos 0 = 1.$
- $\cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{2} = 0.$

- $\sin(x+\pi) = \sin(x-\pi) = -\sin x.$
- $\cos(x+\pi) = \cos(x-\pi) = -\cos x.$
- $\sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right) = \cos x.$
- $\cos\left(x-\frac{\pi}{2}\right) = \sin x.$
- $\sin\left(x-\frac{\pi}{2}\right) = -\cos x.$
- $\cos\left(x+\frac{\pi}{2}\right) = -\sin x.$



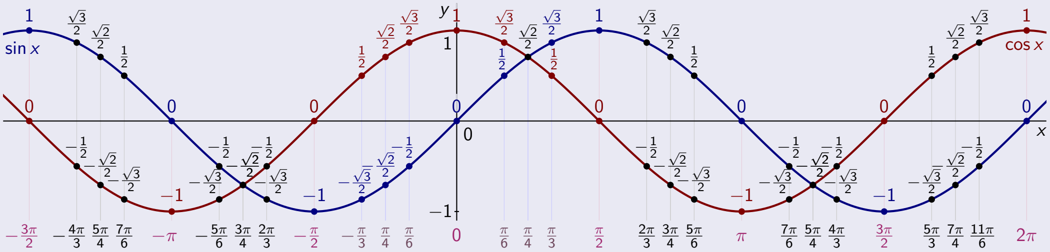
Goniometrické funkcie – Sínus a kosínus (dôležité hodnoty)

Pre všetky $x \in R$ platí: [Dôležité hodnoty funkcií sínus a kosínus.]

[Funkcia sínus je nepárna, t. j. $\sin x = -\sin(-x)$.] [Funkcia kosínus je párna, t. j. $\cos x = \cos(-x)$.]

- $\sin 0 = 0.$
- $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{2} = 1.$
- $\cos 0 = 1.$
- $\cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{2} = 0.$

- $\sin(x+\pi) = \sin(x-\pi) = -\sin x.$
- $\cos(x+\pi) = \cos(x-\pi) = -\cos x.$
- $\sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right) = \cos x.$
- $\cos\left(x-\frac{\pi}{2}\right) = \sin x.$
- $\sin\left(x-\frac{\pi}{2}\right) = -\cos x.$
- $\cos\left(x+\frac{\pi}{2}\right) = -\sin x.$



Goniometrické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky $x, y \in R$ platí: [Základné súčtové vzorce.]

Goniometrické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky $x, y \in R$ platí: [Základné súčtové vzorce.]

- $\sin(x+y) = \sin x \cdot \cos y + \cos x \cdot \sin y$.

Goniometrické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky $x, y \in R$ platí: [Základné súčtové vzorce.]

- $\sin(x+y) = \sin x \cdot \cos y + \cos x \cdot \sin y$.
- $\sin(x-y) = \sin x \cdot \cos y - \cos x \cdot \sin y$.

Goniometrické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky $x, y \in R$ platí: [Základné súčtové vzorce.]

- $\sin(x+y) = \sin x \cdot \cos y + \cos x \cdot \sin y.$
- $\sin(x-y) = \sin x \cdot \cos y - \cos x \cdot \sin y.$

- Špeciálne $\sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right) = \cos x.$
- Špeciálne $\sin\left(x-\frac{\pi}{2}\right) = -\cos x.$

Goniometrické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky $x, y \in R$ platí: [Základné súčtové vzorce.]

- $\sin(x+y) = \sin x \cdot \cos y + \cos x \cdot \sin y.$
- $\sin(x-y) = \sin x \cdot \cos y - \cos x \cdot \sin y.$
- Špeciálne $\sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right) = \cos x.$
- Špeciálne $\sin\left(x-\frac{\pi}{2}\right) = -\cos x.$

- $\cos(x+y) = \cos x \cdot \cos y - \sin x \cdot \sin y.$

Goniometrické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky $x, y \in R$ platí: [Základné súčtové vzorce.]

- $\sin(x+y) = \sin x \cdot \cos y + \cos x \cdot \sin y.$
- $\sin(x-y) = \sin x \cdot \cos y - \cos x \cdot \sin y.$
- Špeciálne $\sin(x+\frac{\pi}{2}) = \cos x.$
- Špeciálne $\sin(x-\frac{\pi}{2}) = -\cos x.$

- $\cos(x+y) = \cos x \cdot \cos y - \sin x \cdot \sin y.$
- $\cos(x-y) = \cos x \cdot \cos y + \sin x \cdot \sin y.$

Goniometrické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky $x, y \in R$ platí: [Základné súčtové vzorce.]

- $\sin(x+y) = \sin x \cdot \cos y + \cos x \cdot \sin y.$
- $\sin(x-y) = \sin x \cdot \cos y - \cos x \cdot \sin y.$
- Špeciálne $\sin(x+\frac{\pi}{2}) = \cos x.$
- Špeciálne $\sin(x-\frac{\pi}{2}) = -\cos x.$

- $\cos(x+y) = \cos x \cdot \cos y - \sin x \cdot \sin y.$
- $\cos(x-y) = \cos x \cdot \cos y + \sin x \cdot \sin y.$
- Špeciálne $\cos(x+\frac{\pi}{2}) = -\sin x.$
- Špeciálne $\cos(x-\frac{\pi}{2}) = \sin x.$

Goniometrické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky $x, y \in R$ platí: [Základné súčtové vzorce.]

- $\sin(x+y) = \sin x \cdot \cos y + \cos x \cdot \sin y.$
- $\sin(x-y) = \sin x \cdot \cos y - \cos x \cdot \sin y.$
- Špeciálne $\sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right) = \cos x.$
- Špeciálne $\sin\left(x-\frac{\pi}{2}\right) = -\cos x.$

- $\cos(x+y) = \cos x \cdot \cos y - \sin x \cdot \sin y.$
- $\cos(x-y) = \cos x \cdot \cos y + \sin x \cdot \sin y.$
- Špeciálne $\cos\left(x+\frac{\pi}{2}\right) = -\sin x.$
- Špeciálne $\cos\left(x-\frac{\pi}{2}\right) = \sin x.$

[Z každého z týchto vzorcov môžeme odvodiť všetky ostatné súčtové vzorce.]

Goniometrické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky $x, y \in R$ platí: [Základné súčtové vzorce.]

- $\sin(x+y) = \sin x \cdot \cos y + \cos x \cdot \sin y.$
- $\sin(x-y) = \sin x \cdot \cos y - \cos x \cdot \sin y.$
- Špeciálne $\sin(x+\frac{\pi}{2}) = \cos x.$
- Špeciálne $\sin(x-\frac{\pi}{2}) = -\cos x.$

- $\cos(x+y) = \cos x \cdot \cos y - \sin x \cdot \sin y.$
- $\cos(x-y) = \cos x \cdot \cos y + \sin x \cdot \sin y.$
- Špeciálne $\cos(x+\frac{\pi}{2}) = -\sin x.$
- Špeciálne $\cos(x-\frac{\pi}{2}) = \sin x.$

[Z každého z týchto vzorcov môžeme odvodiť všetky ostatné súčtové vzorce.]

Pre všetky $x \in R$ platí: [Vzorce pre dvojnásobné uhly.]

Goniometrické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky $x, y \in R$ platí: [Základné súčtové vzorce.]

- $\sin(x+y) = \sin x \cdot \cos y + \cos x \cdot \sin y.$
- $\sin(x-y) = \sin x \cdot \cos y - \cos x \cdot \sin y.$
- Špeciálne $\sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right) = \cos x.$
- Špeciálne $\sin\left(x-\frac{\pi}{2}\right) = -\cos x.$

- $\cos(x+y) = \cos x \cdot \cos y - \sin x \cdot \sin y.$
- $\cos(x-y) = \cos x \cdot \cos y + \sin x \cdot \sin y.$
- Špeciálne $\cos\left(x+\frac{\pi}{2}\right) = -\sin x.$
- Špeciálne $\cos\left(x-\frac{\pi}{2}\right) = \sin x.$

[Z každého z týchto vzorcov môžeme odvodiť všetky ostatné súčtové vzorce.]

Pre všetky $x \in R$ platí: [Vzorce pre dvojnásobné uhly.]

- $\sin 2x = 2\sin x \cdot \cos x.$

Goniometrické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky $x, y \in R$ platí: [Základné súčtové vzorce.]

- $\sin(x+y) = \sin x \cdot \cos y + \cos x \cdot \sin y.$
- $\sin(x-y) = \sin x \cdot \cos y - \cos x \cdot \sin y.$
- Špeciálne $\sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right) = \cos x.$
- Špeciálne $\sin\left(x-\frac{\pi}{2}\right) = -\cos x.$

- $\cos(x+y) = \cos x \cdot \cos y - \sin x \cdot \sin y.$
- $\cos(x-y) = \cos x \cdot \cos y + \sin x \cdot \sin y.$
- Špeciálne $\cos\left(x+\frac{\pi}{2}\right) = -\sin x.$
- Špeciálne $\cos\left(x-\frac{\pi}{2}\right) = \sin x.$

[Z každého z týchto vzorcov môžeme odvodiť všetky ostatné súčtové vzorce.]

Pre všetky $x \in R$ platí: [Vzorce pre dvojnásobné uhly.]

- $\sin 2x = 2\sin x \cdot \cos x.$
- Špeciálne $\sin x = 2\sin\frac{x}{2} \cdot \cos\frac{x}{2}.$

Goniometrické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky $x, y \in R$ platí: [Základné súčtové vzorce.]

- $\sin(x+y) = \sin x \cdot \cos y + \cos x \cdot \sin y.$
- $\sin(x-y) = \sin x \cdot \cos y - \cos x \cdot \sin y.$
- Špeciálne $\sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right) = \cos x.$
- Špeciálne $\sin\left(x-\frac{\pi}{2}\right) = -\cos x.$

- $\cos(x+y) = \cos x \cdot \cos y - \sin x \cdot \sin y.$
- $\cos(x-y) = \cos x \cdot \cos y + \sin x \cdot \sin y.$
- Špeciálne $\cos\left(x+\frac{\pi}{2}\right) = -\sin x.$
- Špeciálne $\cos\left(x-\frac{\pi}{2}\right) = \sin x.$

[Z každého z týchto vzorcov môžeme odvodiť všetky ostatné súčtové vzorce.]

Pre všetky $x \in R$ platí: [Vzorce pre dvojnásobné uhly.]

- $\sin 2x = 2\sin x \cdot \cos x.$
- $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x.$
- Špeciálne $\sin x = 2\sin\frac{x}{2} \cdot \cos\frac{x}{2}.$

Goniometrické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky $x, y \in R$ platí: [Základné súčtové vzorce.]

- $\sin(x+y) = \sin x \cdot \cos y + \cos x \cdot \sin y.$
- $\sin(x-y) = \sin x \cdot \cos y - \cos x \cdot \sin y.$
- Špeciálne $\sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right) = \cos x.$
- Špeciálne $\sin\left(x-\frac{\pi}{2}\right) = -\cos x.$
- $\cos(x+y) = \cos x \cdot \cos y - \sin x \cdot \sin y.$
- $\cos(x-y) = \cos x \cdot \cos y + \sin x \cdot \sin y.$
- Špeciálne $\cos\left(x+\frac{\pi}{2}\right) = -\sin x.$
- Špeciálne $\cos\left(x-\frac{\pi}{2}\right) = \sin x.$

[Z každého z týchto vzorcov môžeme odvodiť všetky ostatné súčtové vzorce.]

Pre všetky $x \in R$ platí: [Vzorce pre dvojnásobné uhly.]

- $\sin 2x = 2\sin x \cdot \cos x.$
- $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x.$
- Špeciálne $\sin x = 2\sin\frac{x}{2} \cdot \cos\frac{x}{2}.$
- Špeciálne $\cos x = \cos^2\frac{x}{2} - \sin^2\frac{x}{2}.$

Goniometrické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky $x, y \in R$ platí: [Základné súčtové vzorce.]

- $\sin(x+y) = \sin x \cdot \cos y + \cos x \cdot \sin y.$
- $\sin(x-y) = \sin x \cdot \cos y - \cos x \cdot \sin y.$
- Špeciálne $\sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right) = \cos x.$
- Špeciálne $\sin\left(x-\frac{\pi}{2}\right) = -\cos x.$

- $\cos(x+y) = \cos x \cdot \cos y - \sin x \cdot \sin y.$
- $\cos(x-y) = \cos x \cdot \cos y + \sin x \cdot \sin y.$
- Špeciálne $\cos\left(x+\frac{\pi}{2}\right) = -\sin x.$
- Špeciálne $\cos\left(x-\frac{\pi}{2}\right) = \sin x.$

[Z každého z týchto vzorcov môžeme odvodiť všetky ostatné súčtové vzorce.]

Pre všetky $x \in R$ platí: [Vzorce pre dvojnásobné uhly.]

- $\sin 2x = 2\sin x \cdot \cos x.$
- $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x.$
- Špeciálne $\sin x = 2\sin\frac{x}{2} \cdot \cos\frac{x}{2}.$
- Špeciálne $\cos x = \cos^2\frac{x}{2} - \sin^2\frac{x}{2}.$

Pre všetky $x \in R$ platí: [Vzorce pre polovičné uhly.]

Goniometrické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky $x, y \in R$ platí: [Základné súčtové vzorce.]

- $\sin(x+y) = \sin x \cdot \cos y + \cos x \cdot \sin y.$
- $\sin(x-y) = \sin x \cdot \cos y - \cos x \cdot \sin y.$
- Špeciálne $\sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right) = \cos x.$
- Špeciálne $\sin\left(x-\frac{\pi}{2}\right) = -\cos x.$
- $\cos(x+y) = \cos x \cdot \cos y - \sin x \cdot \sin y.$
- $\cos(x-y) = \cos x \cdot \cos y + \sin x \cdot \sin y.$
- Špeciálne $\cos\left(x+\frac{\pi}{2}\right) = -\sin x.$
- Špeciálne $\cos\left(x-\frac{\pi}{2}\right) = \sin x.$

[Z každého z týchto vzorcov môžeme odvodiť všetky ostatné súčtové vzorce.]

Pre všetky $x \in R$ platí: [Vzorce pre dvojnásobné uhly.]

- $\sin 2x = 2\sin x \cdot \cos x.$
- $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x.$
- Špeciálne $\sin x = 2\sin\frac{x}{2} \cdot \cos\frac{x}{2}.$
- Špeciálne $\cos x = \cos^2\frac{x}{2} - \sin^2\frac{x}{2}.$

Pre všetky $x \in R$ platí: [Vzorce pre polovičné uhly.]

- $\sin^2 x = \frac{1-\cos 2x}{2}.$

Goniometrické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky $x, y \in R$ platí: [Základné súčtové vzorce.]

- $\sin(x+y) = \sin x \cdot \cos y + \cos x \cdot \sin y.$
- $\sin(x-y) = \sin x \cdot \cos y - \cos x \cdot \sin y.$
- Špeciálne $\sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right) = \cos x.$
- Špeciálne $\sin\left(x-\frac{\pi}{2}\right) = -\cos x.$
- $\cos(x+y) = \cos x \cdot \cos y - \sin x \cdot \sin y.$
- $\cos(x-y) = \cos x \cdot \cos y + \sin x \cdot \sin y.$
- Špeciálne $\cos\left(x+\frac{\pi}{2}\right) = -\sin x.$
- Špeciálne $\cos\left(x-\frac{\pi}{2}\right) = \sin x.$

[Z každého z týchto vzorcov môžeme odvodiť všetky ostatné súčtové vzorce.]

Pre všetky $x \in R$ platí: [Vzorce pre dvojnásobné uhly.]

- $\sin 2x = 2\sin x \cdot \cos x.$
- $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x.$
- Špeciálne $\sin x = 2\sin\frac{x}{2} \cdot \cos\frac{x}{2}.$
- Špeciálne $\cos x = \cos^2\frac{x}{2} - \sin^2\frac{x}{2}.$

Pre všetky $x \in R$ platí: [Vzorce pre polovičné uhly.]

- $\sin^2 x = \frac{1-\cos 2x}{2}.$
- Špeciálne $\sin^2\frac{x}{2} = \frac{1-\cos x}{2}.$

Goniometrické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky $x, y \in R$ platí: [Základné súčtové vzorce.]

- $\sin(x+y) = \sin x \cdot \cos y + \cos x \cdot \sin y$.
- $\sin(x-y) = \sin x \cdot \cos y - \cos x \cdot \sin y$.
- Špeciálne $\sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right) = \cos x$.
- Špeciálne $\sin\left(x-\frac{\pi}{2}\right) = -\cos x$.
- $\cos(x+y) = \cos x \cdot \cos y - \sin x \cdot \sin y$.
- $\cos(x-y) = \cos x \cdot \cos y + \sin x \cdot \sin y$.
- Špeciálne $\cos\left(x+\frac{\pi}{2}\right) = -\sin x$.
- Špeciálne $\cos\left(x-\frac{\pi}{2}\right) = \sin x$.

[Z každého z týchto vzorcov môžeme odvodiť všetky ostatné súčtové vzorce.]

Pre všetky $x \in R$ platí: [Vzorce pre dvojnásobné uhly.]

- $\sin 2x = 2\sin x \cdot \cos x$.
- $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$.
- Špeciálne $\sin x = 2\sin\frac{x}{2} \cdot \cos\frac{x}{2}$.
- Špeciálne $\cos x = \cos^2\frac{x}{2} - \sin^2\frac{x}{2}$.

Pre všetky $x \in R$ platí: [Vzorce pre polovičné uhly.]

- $\sin^2 x = \frac{1-\cos 2x}{2}$.
- $\cos^2 x = \frac{1+\cos 2x}{2}$.
- Špeciálne $\sin^2\frac{x}{2} = \frac{1-\cos x}{2}$.

Goniometrické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky $x, y \in R$ platí: [Základné súčtové vzorce.]

- $\sin(x+y) = \sin x \cdot \cos y + \cos x \cdot \sin y.$
- $\sin(x-y) = \sin x \cdot \cos y - \cos x \cdot \sin y.$
- Špeciálne $\sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right) = \cos x.$
- Špeciálne $\sin\left(x-\frac{\pi}{2}\right) = -\cos x.$
- $\cos(x+y) = \cos x \cdot \cos y - \sin x \cdot \sin y.$
- $\cos(x-y) = \cos x \cdot \cos y + \sin x \cdot \sin y.$
- Špeciálne $\cos\left(x+\frac{\pi}{2}\right) = -\sin x.$
- Špeciálne $\cos\left(x-\frac{\pi}{2}\right) = \sin x.$

[Z každého z týchto vzorcov môžeme odvodiť všetky ostatné súčtové vzorce.]

Pre všetky $x \in R$ platí: [Vzorce pre dvojnásobné uhly.]

- $\sin 2x = 2\sin x \cdot \cos x.$
- $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x.$
- Špeciálne $\sin x = 2\sin\frac{x}{2} \cdot \cos\frac{x}{2}.$
- Špeciálne $\cos x = \cos^2\frac{x}{2} - \sin^2\frac{x}{2}.$

Pre všetky $x \in R$ platí: [Vzorce pre polovičné uhly.]

- $\sin^2 x = \frac{1-\cos 2x}{2}.$
- $\cos^2 x = \frac{1+\cos 2x}{2}.$
- Špeciálne $\sin^2\frac{x}{2} = \frac{1-\cos x}{2}.$
- Špeciálne $\cos^2\frac{x}{2} = \frac{1+\cos x}{2}.$

Goniometrické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky $x, y \in R$ platí:

Goniometrické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky $x, y \in R$ platí:

- $\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cdot \cos \frac{x-y}{2}$.

Goniometrické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky $x, y \in R$ platí:

- $\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cdot \cos \frac{x-y}{2}$.
- $\sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cdot \sin \frac{x-y}{2}$.

Goniometrické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky $x, y \in R$ platí:

- $\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cdot \cos \frac{x-y}{2}$.
- $\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cdot \cos \frac{x-y}{2}$.
- $\sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cdot \sin \frac{x-y}{2}$.

Goniometrické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky $x, y \in R$ platí:

- $\sin x + \sin y = 2\sin\frac{x+y}{2} \cdot \cos\frac{x-y}{2}$.
- $\cos x + \cos y = 2\cos\frac{x+y}{2} \cdot \cos\frac{x-y}{2}$.
- $\sin x - \sin y = 2\cos\frac{x+y}{2} \cdot \sin\frac{x-y}{2}$.
- $\cos x - \cos y = -2\sin\frac{x+y}{2} \cdot \sin\frac{x-y}{2}$.

Goniometrické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky $x, y \in R$ platí:

- $\sin x + \sin y = 2\sin\frac{x+y}{2}\cdot\cos\frac{x-y}{2}.$
- $\cos x + \cos y = 2\cos\frac{x+y}{2}\cdot\cos\frac{x-y}{2}.$
- $\sin x - \sin y = 2\cos\frac{x+y}{2}\cdot\sin\frac{x-y}{2}.$
- $\cos x - \cos y = -2\sin\frac{x+y}{2}\cdot\sin\frac{x-y}{2}.$

Pre všetky $x, y \in R$ platí:

Goniometrické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky $x, y \in R$ platí:

- $\sin x + \sin y = 2\sin\frac{x+y}{2} \cdot \cos\frac{x-y}{2}$.
- $\cos x + \cos y = 2\cos\frac{x+y}{2} \cdot \cos\frac{x-y}{2}$.
- $\sin x - \sin y = 2\cos\frac{x+y}{2} \cdot \sin\frac{x-y}{2}$.
- $\cos x - \cos y = -2\sin\frac{x+y}{2} \cdot \sin\frac{x-y}{2}$.

Pre všetky $x, y \in R$ platí:

- $\sin x \cdot \cos y = \frac{\sin(x+y)+\sin(x-y)}{2}$.

Goniometrické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky $x, y \in R$ platí:

- $\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cdot \cos \frac{x-y}{2}$.
- $\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cdot \cos \frac{x-y}{2}$.
- $\sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cdot \sin \frac{x-y}{2}$.
- $\cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \cdot \sin \frac{x-y}{2}$.

Pre všetky $x, y \in R$ platí:

- $\sin x \cdot \cos y = \frac{\sin(x+y) + \sin(x-y)}{2}$.
- $\cos x \cdot \sin y = \frac{\sin(x+y) - \sin(x-y)}{2}$.

Goniometrické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky $x, y \in R$ platí:

- $\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cdot \cos \frac{x-y}{2}$.
- $\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cdot \cos \frac{x-y}{2}$.
- $\sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cdot \sin \frac{x-y}{2}$.
- $\cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \cdot \sin \frac{x-y}{2}$.

Pre všetky $x, y \in R$ platí:

- $\sin x \cdot \cos y = \frac{\sin(x+y)+\sin(x-y)}{2}$.
- $\cos x \cdot \cos y = \frac{\cos(x+y)+\cos(x-y)}{2}$.
- $\cos x \cdot \sin y = \frac{\sin(x+y)-\sin(x-y)}{2}$.

Goniometrické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky $x, y \in R$ platí:

- $\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cdot \cos \frac{x-y}{2}$.
- $\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cdot \cos \frac{x-y}{2}$.
- $\sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cdot \sin \frac{x-y}{2}$.
- $\cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \cdot \sin \frac{x-y}{2}$.

Pre všetky $x, y \in R$ platí:

- $\sin x \cdot \cos y = \frac{\sin(x+y) + \sin(x-y)}{2}$.
- $\cos x \cdot \cos y = \frac{\cos(x+y) + \cos(x-y)}{2}$.
- $\cos x \cdot \sin y = \frac{\sin(x+y) - \sin(x-y)}{2}$.
- $\sin x \cdot \sin y = \frac{-\cos(x+y) + \cos(x-y)}{2}$.

Goniometrické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky $x, y \in R$ platí:

- $\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cdot \cos \frac{x-y}{2}$.
- $\cos x + \cos y = \quad 2 \cos \frac{x+y}{2} \cdot \cos \frac{x-y}{2}$.
- $\sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cdot \sin \frac{x-y}{2}$.
- $\cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \cdot \sin \frac{x-y}{2}$.

Pre všetky $x, y \in R$ platí:

- $\sin x \cdot \cos y = \frac{\sin(x+y) + \sin(x-y)}{2}$.
- $\cos x \cdot \cos y = \frac{\cos(x+y) + \cos(x-y)}{2}$.
- $\cos x \cdot \sin y = \frac{\sin(x+y) - \sin(x-y)}{2}$.
- $\sin x \cdot \sin y = \frac{-\cos(x+y) + \cos(x-y)}{2}$.

Pre všetky $x, y \in R$ platí:

Goniometrické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky $x, y \in R$ platí:

- $\sin x + \sin y = 2\sin\frac{x+y}{2}\cdot\cos\frac{x-y}{2}.$
- $\sin x - \sin y = 2\cos\frac{x+y}{2}\cdot\sin\frac{x-y}{2}.$
- $\cos x + \cos y = 2\cos\frac{x+y}{2}\cdot\cos\frac{x-y}{2}.$
- $\cos x - \cos y = -2\sin\frac{x+y}{2}\cdot\sin\frac{x-y}{2}.$

Pre všetky $x, y \in R$ platí:

- $\sin x\cdot\cos y = \frac{\sin(x+y)+\sin(x-y)}{2}.$
- $\cos x\cdot\sin y = \frac{\sin(x+y)-\sin(x-y)}{2}.$
- $\cos x\cdot\cos y = \frac{\cos(x+y)+\cos(x-y)}{2}.$
- $\sin x\cdot\sin y = \frac{-\cos(x+y)+\cos(x-y)}{2}.$

Pre všetky $x, y \in R$ platí:

- $\sin(x+y)\cdot\sin(x-y) = \sin^2 x - \sin^2 y = \cos^2 y - \cos^2 x.$

Goniometrické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky $x, y \in R$ platí:

- $\sin x + \sin y = 2\sin\frac{x+y}{2}\cdot\cos\frac{x-y}{2}.$
- $\cos x + \cos y = 2\cos\frac{x+y}{2}\cdot\cos\frac{x-y}{2}.$
- $\sin x - \sin y = 2\cos\frac{x+y}{2}\cdot\sin\frac{x-y}{2}.$
- $\cos x - \cos y = -2\sin\frac{x+y}{2}\cdot\sin\frac{x-y}{2}.$

Pre všetky $x, y \in R$ platí:

- $\sin x\cdot\cos y = \frac{\sin(x+y)+\sin(x-y)}{2}.$
- $\cos x\cdot\cos y = \frac{\cos(x+y)+\cos(x-y)}{2}.$
- $\cos x\cdot\sin y = \frac{\sin(x+y)-\sin(x-y)}{2}.$
- $\sin x\cdot\sin y = \frac{-\cos(x+y)+\cos(x-y)}{2}.$

Pre všetky $x, y \in R$ platí:

- $\sin(x+y)\cdot\sin(x-y) = \sin^2 x - \sin^2 y = \cos^2 y - \cos^2 x.$
- $\cos(x+y)\cdot\cos(x-y) = \cos^2 x - \sin^2 y = \cos^2 y - \sin^2 x.$

Goniometrické funkcie – Tangens, kotangens

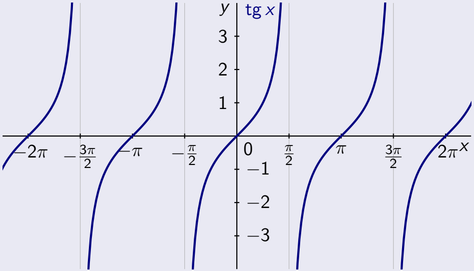
Funkcia $f\colon y = \operatorname{tg} x$. [Funkcia tangens.]

Funkcia $f\colon y = \operatorname{cotg} x$. [Funkcia kotangens.]

Goniometrické funkcie – Tangens, kotangens

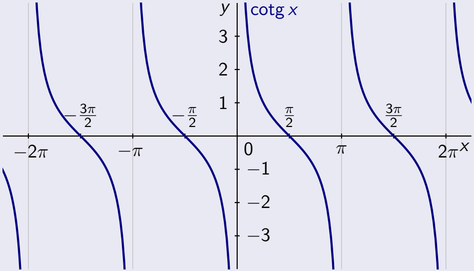
Funkcia $f\colon y = \operatorname{tg} x.$ [Funkcia tangens.]

- $D(f) = R - \{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in Z\}.$



Funkcia $f\colon y = \operatorname{cotg} x.$ [Funkcia kotangens.]

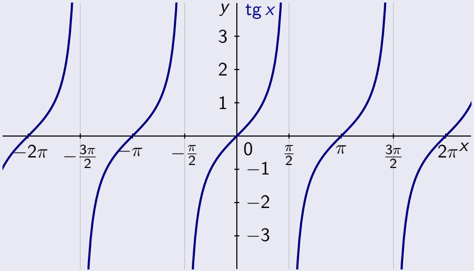
- $D(f) = R - \{0 + k\pi, k \in Z\}.$



Goniometrické funkcie – Tangens, kotangens

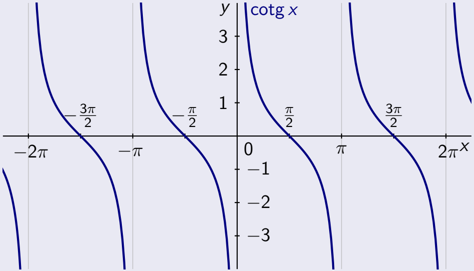
Funkcia $f\colon y = \operatorname{tg} x$. [Funkcia tangens.]

- $D(f) = R - \{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in Z\}$.
- $H(f) = R$.



Funkcia $f\colon y = \operatorname{cotg} x$. [Funkcia kotangens.]

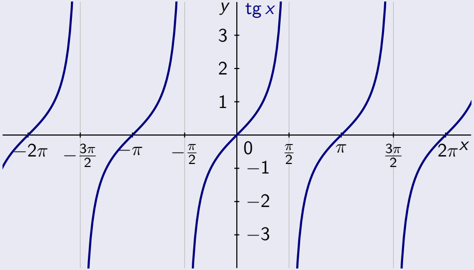
- $D(f) = R - \{0 + k\pi, k \in Z\}$.
- $H(f) = R$.



Goniometrické funkcie – Tangens, kotangens

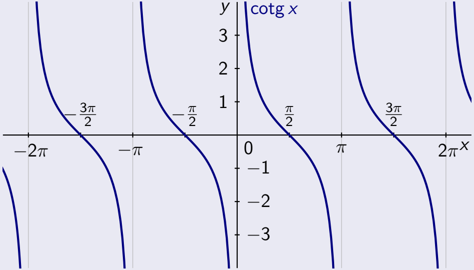
Funkcia $f\colon y = \operatorname{tg} x$. [Funkcia tangens.]

- $D(f) = R - \{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in Z\}$.
- $H(f) = R$.
- Graf nazývame tangenta.



Funkcia $f\colon y = \operatorname{cotg} x$. [Funkcia kotangens.]

- $D(f) = R - \{0 + k\pi, k \in Z\}$.
- $H(f) = R$.
- Graf nazývame kotangenta.

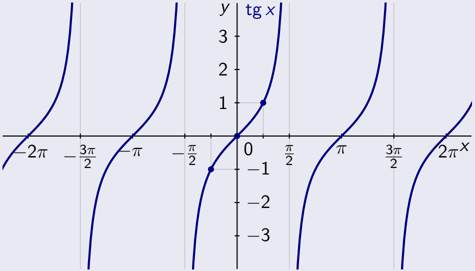


Goniometrické funkcie – Tangens, kotangens

Funkcia $f\colon y = \operatorname{tg} x$. [Funkcia tangens.]

- $D(f) = R - \{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in Z\}$.
- $H(f) = R$.
- Graf nazývame **tangenta**.

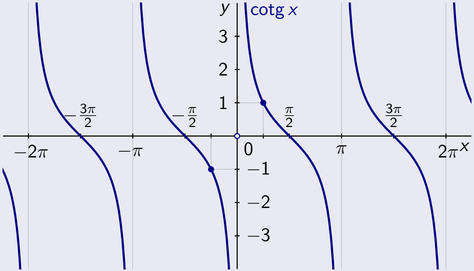
- f je nepárna.



Funkcia $f\colon y = \operatorname{cotg} x$. [Funkcia kotangens.]

- $D(f) = R - \{0 + k\pi, k \in Z\}$.
- $H(f) = R$.
- Graf nazývame **kotangenta**.

- f je nepárna.

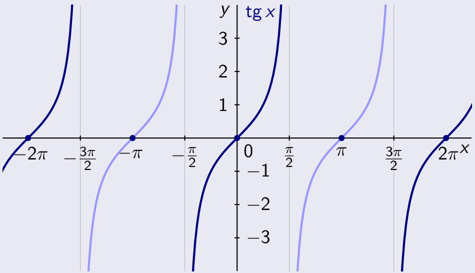


Goniometrické funkcie – Tangens, kotangens

Funkcia $f\colon y = \operatorname{tg} x$. [Funkcia tangens.]

- $D(f) = R - \{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in Z\}$.
- $H(f) = R$.
- Graf nazývame tangenta.

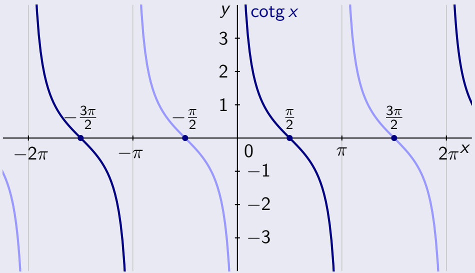
- f je nepárna.
- f je periodická,



Funkcia $f\colon y = \operatorname{cotg} x$. [Funkcia kotangens.]

- $D(f) = R - \{0 + k\pi, k \in Z\}$.
- $H(f) = R$.
- Graf nazývame kotangenta.

- f je nepárna.
- f je periodická,

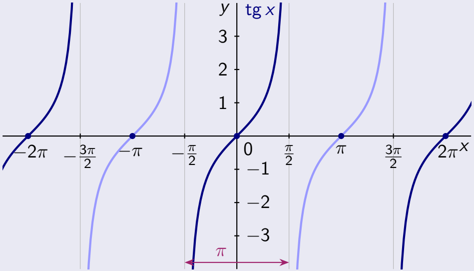


Goniometrické funkcie – Tangens, kotangens

Funkcia $f\colon y = \operatorname{tg} x$. [Funkcia tangens.]

- $D(f) = R - \{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in Z\}$.
- $H(f) = R$.
- Graf nazývame tangenta.

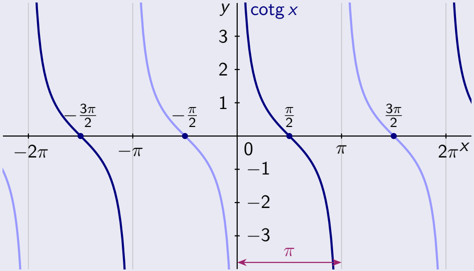
- f je nepárna.
- f je periodická, primitívna perióda $p = \pi$.



Funkcia $f\colon y = \operatorname{cotg} x$. [Funkcia kotangens.]

- $D(f) = R - \{0 + k\pi, k \in Z\}$.
- $H(f) = R$.
- Graf nazývame kotangenta.

- f je nepárna.
- f je periodická, primitívna perióda $p = \pi$.



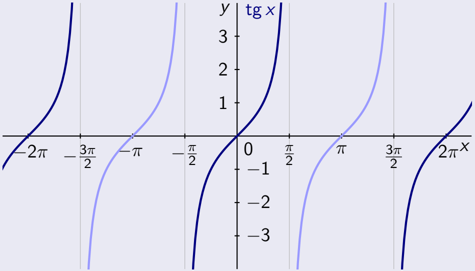
Goniometrické funkcie – Tangens, kotangens

Funkcia $f\colon y = \operatorname{tg} x$. [Funkcia tangens.]

- $D(f) = R - \{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in Z\}$.
- $H(f) = R$.
- Graf nazývame **tangenta**.

- f je nepárna.
- f je periodická, primitívna perióda $p = \pi$.

- f rastie na $(-\frac{\pi}{2} + k\pi; \frac{\pi}{2} + k\pi)$, $k \in Z$.

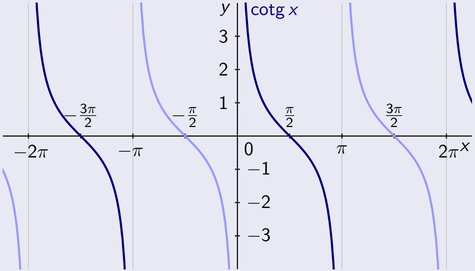


Funkcia $f\colon y = \operatorname{cotg} x$. [Funkcia kotangens.]

- $D(f) = R - \{0 + k\pi, k \in Z\}$.
- $H(f) = R$.
- Graf nazývame **kotangenta**.

- f je nepárna.
- f je periodická, primitívna perióda $p = \pi$.

- f klesá na $(0 + k\pi; \pi + k\pi)$, $k \in Z$.



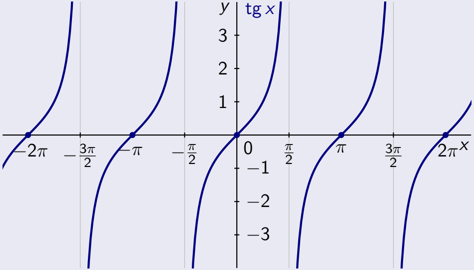
Goniometrické funkcie – Tangens, kotangens

Funkcia $f\colon y = \operatorname{tg} x$. [Funkcia tangens.]

- $D(f) = R - \{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in Z\}$.
- $H(f) = R$.
- Graf nazývame **tangenta**.

- f je nepárna.
- f je periodická, primitívna perióda $p = \pi$.

- f rastie na $(-\frac{\pi}{2} + k\pi; \frac{\pi}{2} + k\pi)$, $k \in Z$.
- Korene sú $0 + k\pi$, $k \in Z$.

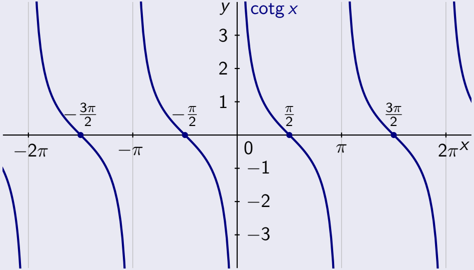


Funkcia $f\colon y = \operatorname{cotg} x$. [Funkcia kotangens.]

- $D(f) = R - \{0 + k\pi, k \in Z\}$.
- $H(f) = R$.
- Graf nazývame **kotangenta**.

- f je nepárna.
- f je periodická, primitívna perióda $p = \pi$.

- f klesá na $(0 + k\pi; \pi + k\pi)$, $k \in Z$.
- Korene sú $\frac{\pi}{2} + k\pi$, $k \in Z$.



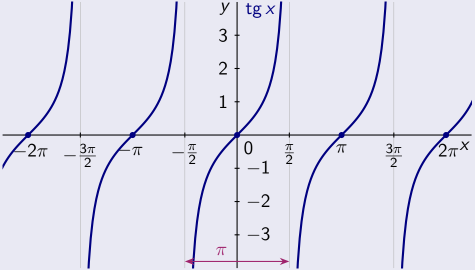
Goniometrické funkcie – Tangens, kotangens

Funkcia $f\colon y = \operatorname{tg} x$. [Funkcia tangens.]

- $D(f) = R - \{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in Z\}$.
- $H(f) = R$.
- Graf nazývame tangenta.

- f je nepárna.
- f je periodická, primitívna perióda $p = \pi$.

- f rastie na $(-\frac{\pi}{2} + k\pi; \frac{\pi}{2} + k\pi)$, $k \in Z$.
- Korene sú $0 + k\pi$, $k \in Z$.

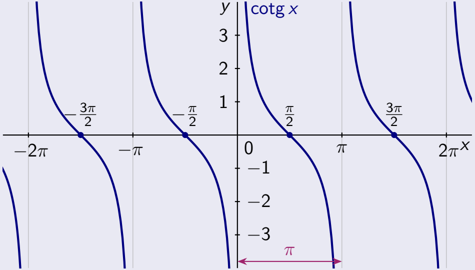


Funkcia $f\colon y = \operatorname{cotg} x$. [Funkcia kotangens.]

- $D(f) = R - \{0 + k\pi, k \in Z\}$.
- $H(f) = R$.
- Graf nazývame kotangenta.

- f je nepárna.
- f je periodická, primitívna perióda $p = \pi$.

- f klesá na $(0 + k\pi; \pi + k\pi)$, $k \in Z$.
- Korene sú $\frac{\pi}{2} + k\pi$, $k \in Z$.



Goniometrické funkcie – Prevodové vzorce

Pre všetky $x, y \in R$ (pokiaľ sú príslušné výrazy definované) platí: [Súčtové vzorce pre tangens a kotangens.]

Goniometrické funkcie – Prevodové vzorce

Pre všetky $x, y \in R$ (pokiaľ sú príslušné výrazy definované) platí: [Súčtové vzorce pre tangens a kotangens.]

- $\operatorname{tg}(x+y) = \frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y}{1 - \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y}$.

Goniometrické funkcie – Prevodové vzorce

Pre všetky $x, y \in R$ (pokiaľ sú príslušné výrazy definované) platí: [Súčtové vzorce pre tangens a kotangens.]

- $\operatorname{tg}(x+y) = \frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y}{1 - \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y}$.
- $\operatorname{tg}(x-y) = \frac{\operatorname{tg} x - \operatorname{tg} y}{1 + \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y}$.

Goniometrické funkcie – Prevodové vzorce

Pre všetky $x, y \in R$ (pokiaľ sú príslušné výrazy definované) platí: [Súčtové vzorce pre tangens a kotangens.]

- $\operatorname{tg}(x+y) = \frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y}{1 - \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y}$.
- $\operatorname{tg}(x-y) = \frac{\operatorname{tg} x - \operatorname{tg} y}{1 + \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y}$.
- $\operatorname{cotg}(x+y) = \frac{\operatorname{cotg} x \cdot \operatorname{cotg} y - 1}{\operatorname{cotg} y + \operatorname{cotg} x}$.

Goniometrické funkcie – Prevodové vzorce

Pre všetky $x, y \in R$ (pokiaľ sú príslušné výrazy definované) platí: [Súčtové vzorce pre tangens a kotangens.]

- $\operatorname{tg}(x+y) = \frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y}{1 - \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y}$.
- $\operatorname{tg}(x-y) = \frac{\operatorname{tg} x - \operatorname{tg} y}{1 + \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y}$.
- $\operatorname{cotg}(x+y) = \frac{\operatorname{cotg} x \cdot \operatorname{cotg} y - 1}{\operatorname{cotg} y + \operatorname{cotg} x}$.
- $\operatorname{cotg}(x-y) = \frac{\operatorname{cotg} x \cdot \operatorname{cotg} y + 1}{\operatorname{cotg} y - \operatorname{cotg} x}$.

Goniometrické funkcie – Prevodové vzorce

Pre všetky $x, y \in R$ (pokiaľ sú príslušné výrazy definované) platí: [Súčtové vzorce pre tangens a kotangens.]

- $\operatorname{tg}(x+y) = \frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y}{1 - \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y}$.
- $\operatorname{tg}(x-y) = \frac{\operatorname{tg} x - \operatorname{tg} y}{1 + \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y}$.
- $\operatorname{tg} 2x = \frac{2 \operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{tg}^2 x} = \frac{2}{\operatorname{cotg} x - \operatorname{tg} x}$.
- $\operatorname{cotg}(x+y) = \frac{\operatorname{cotg} x \cdot \operatorname{cotg} y - 1}{\operatorname{cotg} y + \operatorname{cotg} x}$.
- $\operatorname{cotg}(x-y) = \frac{\operatorname{cotg} x \cdot \operatorname{cotg} y + 1}{\operatorname{cotg} y - \operatorname{cotg} x}$.

Goniometrické funkcie – Prevodové vzorce

Pre všetky $x, y \in R$ (pokiaľ sú príslušné výrazy definované) platí: [Súčtové vzorce pre tangens a kotangens.]

- $\operatorname{tg}(x+y) = \frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y}{1 - \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y}$.
- $\operatorname{tg}(x-y) = \frac{\operatorname{tg} x - \operatorname{tg} y}{1 + \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y}$.
- $\operatorname{tg} 2x = \frac{2 \operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{tg}^2 x} = \frac{2}{\operatorname{cotg} x - \operatorname{tg} x}$.
- $\operatorname{cotg}(x+y) = \frac{\operatorname{cotg} x \cdot \operatorname{cotg} y - 1}{\operatorname{cotg} y + \operatorname{cotg} x}$.
- $\operatorname{cotg}(x-y) = \frac{\operatorname{cotg} x \cdot \operatorname{cotg} y + 1}{\operatorname{cotg} y - \operatorname{cotg} x}$.
- $\operatorname{cotg} 2x = \frac{\operatorname{cotg}^2 x - 1}{2 \operatorname{cotg} x} = \frac{\operatorname{cotg} x - \operatorname{tg} x}{2}$.

Goniometrické funkcie – Prevodové vzorce

Pre všetky $x, y \in R$ (pokiaľ sú príslušné výrazy definované) platí: [Súčtové vzorce pre tangens a kotangens.]

- $\operatorname{tg}(x+y) = \frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y}{1 - \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y}$.
- $\operatorname{tg}(x-y) = \frac{\operatorname{tg} x - \operatorname{tg} y}{1 + \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y}$.
- $\operatorname{tg} 2x = \frac{2 \operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{tg}^2 x} = \frac{2}{\operatorname{cotg} x - \operatorname{tg} x}$.
- $\operatorname{cotg}(x+y) = \frac{\operatorname{cotg} x \cdot \operatorname{cotg} y - 1}{\operatorname{cotg} y + \operatorname{cotg} x}$.
- $\operatorname{cotg}(x-y) = \frac{\operatorname{cotg} x \cdot \operatorname{cotg} y + 1}{\operatorname{cotg} y - \operatorname{cotg} x}$.
- $\operatorname{cotg} 2x = \frac{\operatorname{cotg}^2 x - 1}{2 \operatorname{cotg} x} = \frac{\operatorname{cotg} x - \operatorname{tg} x}{2}$.

Pre všetky $x \in R,\ x \neq k\frac{\pi}{2},\ k \in Z$ platí:

Pre všetky $x \in (0; \frac{\pi}{2})$ platí:

Goniometrické funkcie – Prevodové vzorce

Pre všetky $x, y \in R$ (pokiaľ sú príslušné výrazy definované) platí: [Súčtové vzorce pre tangens a kotangens.]

- $\operatorname{tg}(x+y) = \frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y}{1 - \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y}$.
- $\operatorname{tg}(x-y) = \frac{\operatorname{tg} x - \operatorname{tg} y}{1 + \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y}$.
- $\operatorname{tg} 2x = \frac{2 \operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{tg}^2 x} = \frac{2}{\operatorname{cotg} x - \operatorname{tg} x}$.
- $\operatorname{cotg}(x+y) = \frac{\operatorname{cotg} x \cdot \operatorname{cotg} y - 1}{\operatorname{cotg} y + \operatorname{cotg} x}$.
- $\operatorname{cotg}(x-y) = \frac{\operatorname{cotg} x \cdot \operatorname{cotg} y + 1}{\operatorname{cotg} y - \operatorname{cotg} x}$.
- $\operatorname{cotg} 2x = \frac{\operatorname{cotg}^2 x - 1}{2 \operatorname{cotg} x} = \frac{\operatorname{cotg} x - \operatorname{tg} x}{2}$.

Pre všetky $x \in R$, $x \neq k\frac{\pi}{2}$, $k \in Z$ platí:

- $\operatorname{tg} x \cdot \operatorname{cotg} x = \frac{\sin x}{\cos x} \cdot \frac{\cos x}{\sin x} = 1$.

Pre všetky $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ platí:

Goniometrické funkcie – Prevodové vzorce

Pre všetky $x, y \in R$ (pokiaľ sú príslušné výrazy definované) platí: [Súčtové vzorce pre tangens a kotangens.]

- $\operatorname{tg}(x+y) = \frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y}{1 - \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y}$.
- $\operatorname{tg}(x-y) = \frac{\operatorname{tg} x - \operatorname{tg} y}{1 + \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y}$.
- $\operatorname{tg} 2x = \frac{2 \operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{tg}^2 x} = \frac{2}{\operatorname{cotg} x - \operatorname{tg} x}$.
- $\operatorname{cotg}(x+y) = \frac{\operatorname{cotg} x \cdot \operatorname{cotg} y - 1}{\operatorname{cotg} y + \operatorname{cotg} x}$.
- $\operatorname{cotg}(x-y) = \frac{\operatorname{cotg} x \cdot \operatorname{cotg} y + 1}{\operatorname{cotg} y - \operatorname{cotg} x}$.
- $\operatorname{cotg} 2x = \frac{\operatorname{cotg}^2 x - 1}{2 \operatorname{cotg} x} = \frac{\operatorname{cotg} x - \operatorname{tg} x}{2}$.

Pre všetky $x \in R$, $x \neq k\frac{\pi}{2}$, $k \in Z$ platí:

- $\operatorname{tg} x \cdot \operatorname{cotg} x = \frac{\sin x}{\cos x} \cdot \frac{\cos x}{\sin x} = 1$.

Pre všetky $x \in (0; \frac{\pi}{2})$ platí:

- $0 < \sin x < x < \operatorname{tg} x$.

Goniometrické funkcie – Prevodové vzorce

Pre všetky $x, y \in R$ (pokiaľ sú príslušné výrazy definované) platí: [Súčtové vzorce pre tangens a kotangens.]

- $\operatorname{tg}(x+y) = \frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y}{1 - \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y}$.
- $\operatorname{tg}(x-y) = \frac{\operatorname{tg} x - \operatorname{tg} y}{1 + \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y}$.
- $\operatorname{tg} 2x = \frac{2 \operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{tg}^2 x} = \frac{2}{\operatorname{cotg} x - \operatorname{tg} x}$.
- $\operatorname{cotg}(x+y) = \frac{\operatorname{cotg} x \cdot \operatorname{cotg} y - 1}{\operatorname{cotg} y + \operatorname{cotg} x}$.
- $\operatorname{cotg}(x-y) = \frac{\operatorname{cotg} x \cdot \operatorname{cotg} y + 1}{\operatorname{cotg} y - \operatorname{cotg} x}$.
- $\operatorname{cotg} 2x = \frac{\operatorname{cotg}^2 x - 1}{2 \operatorname{cotg} x} = \frac{\operatorname{cotg} x - \operatorname{tg} x}{2}$.

Pre všetky $x \in R,\ x \neq k\frac{\pi}{2},\ k \in Z$ platí:

- $\operatorname{tg} x \cdot \operatorname{cotg} x = \frac{\sin x}{\cos x} \cdot \frac{\cos x}{\sin x} = 1$.

Pre všetky $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ platí:

- $0 < \sin x < x < \operatorname{tg} x$.

Pre všetky $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ platí:

- $\sin x$
- $\cos x$
- $\operatorname{tg} x = \frac{1}{\operatorname{cotg} x}$

Goniometrické funkcie – Prevodové vzorce

Pre všetky $x, y \in R$ (pokiaľ sú príslušné výrazy definované) platí: [Súčtové vzorce pre tangens a kotangens.]

- $\operatorname{tg}(x+y) = \frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y}{1 - \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y}$.
- $\operatorname{tg}(x-y) = \frac{\operatorname{tg} x - \operatorname{tg} y}{1 + \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y}$.
- $\operatorname{tg} 2x = \frac{2 \operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{tg}^2 x} = \frac{2}{\operatorname{cotg} x - \operatorname{tg} x}$.
- $\operatorname{cotg}(x+y) = \frac{\operatorname{cotg} x \cdot \operatorname{cotg} y - 1}{\operatorname{cotg} y + \operatorname{cotg} x}$.
- $\operatorname{cotg}(x-y) = \frac{\operatorname{cotg} x \cdot \operatorname{cotg} y + 1}{\operatorname{cotg} y - \operatorname{cotg} x}$.
- $\operatorname{cotg} 2x = \frac{\operatorname{cotg}^2 x - 1}{2 \operatorname{cotg} x} = \frac{\operatorname{cotg} x - \operatorname{tg} x}{2}$.

Pre všetky $x \in R,\ x \neq k\frac{\pi}{2},\ k \in Z$ platí:

- $\operatorname{tg} x \cdot \operatorname{cotg} x = \frac{\sin x}{\cos x} \cdot \frac{\cos x}{\sin x} = 1$.

Pre všetky $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ platí:

- $0 < \sin x < x < \operatorname{tg} x$.

Pre všetky $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ platí: [Oproti I. kvadrantu sa v príslušných vzťahoch v II., III. a IV. kvadrante líšia znamienka.]

- $\sin x$
- $\cos x$
- $\operatorname{tg} x = \frac{1}{\operatorname{cotg} x}$

Goniometrické funkcie – Prevodové vzorce

Pre všetky $x, y \in R$ (pokiaľ sú príslušné výrazy definované) platí: [Súčtové vzorce pre tangens a kotangens.]

- $\operatorname{tg}(x+y) = \frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y}{1 - \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y}$.
- $\operatorname{tg}(x-y) = \frac{\operatorname{tg} x - \operatorname{tg} y}{1 + \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y}$.
- $\operatorname{tg} 2x = \frac{2 \operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{tg}^2 x} = \frac{2}{\operatorname{cotg} x - \operatorname{tg} x}$.
- $\operatorname{cotg}(x+y) = \frac{\operatorname{cotg} x \cdot \operatorname{cotg} y - 1}{\operatorname{cotg} y + \operatorname{cotg} x}$.
- $\operatorname{cotg}(x-y) = \frac{\operatorname{cotg} x \cdot \operatorname{cotg} y + 1}{\operatorname{cotg} y - \operatorname{cotg} x}$.
- $\operatorname{cotg} 2x = \frac{\operatorname{cotg}^2 x - 1}{2 \operatorname{cotg} x} = \frac{\operatorname{cotg} x - \operatorname{tg} x}{2}$.

Pre všetky $x \in R$, $x \neq k\frac{\pi}{2}$, $k \in Z$ platí:

- $\operatorname{tg} x \cdot \operatorname{cotg} x = \frac{\sin x}{\cos x} \cdot \frac{\cos x}{\sin x} = 1$.

Pre všetky $x \in (0; \frac{\pi}{2})$ platí:

- $0 < \sin x < x < \operatorname{tg} x$.

Pre všetky $x \in (0; \frac{\pi}{2})$ platí: [Oproti I. kvadrantu sa v príslušných vzťahoch v II., III. a IV. kvadrante líšia znamienka.]

- $\sin x$
- $\cos x$ • $= \sqrt{1 - \sin^2 x}$
- $\operatorname{tg} x = \frac{1}{\operatorname{cotg} x}$ • $= \frac{\sin x}{\sqrt{1 - \sin^2 x}}$

Goniometrické funkcie – Prevodové vzorce

Pre všetky $x, y \in R$ (pokiaľ sú príslušné výrazy definované) platí: [Súčtové vzorce pre tangens a kotangens.]

- $\operatorname{tg}(x+y) = \frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y}{1 - \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y}$.
- $\operatorname{tg}(x-y) = \frac{\operatorname{tg} x - \operatorname{tg} y}{1 + \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y}$.
- $\operatorname{tg} 2x = \frac{2 \operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{tg}^2 x} = \frac{2}{\operatorname{cotg} x - \operatorname{tg} x}$.
- $\operatorname{cotg}(x+y) = \frac{\operatorname{cotg} x \cdot \operatorname{cotg} y - 1}{\operatorname{cotg} y + \operatorname{cotg} x}$.
- $\operatorname{cotg}(x-y) = \frac{\operatorname{cotg} x \cdot \operatorname{cotg} y + 1}{\operatorname{cotg} y - \operatorname{cotg} x}$.
- $\operatorname{cotg} 2x = \frac{\operatorname{cotg}^2 x - 1}{2 \operatorname{cotg} x} = \frac{\operatorname{cotg} x - \operatorname{tg} x}{2}$.

Pre všetky $x \in R,\ x \neq k\frac{\pi}{2},\ k \in Z$ platí:

- $\operatorname{tg} x \cdot \operatorname{cotg} x = \frac{\sin x}{\cos x} \cdot \frac{\cos x}{\sin x} = 1$.

Pre všetky $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ platí:

- $0 < \sin x < x < \operatorname{tg} x$.

Pre všetky $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ platí: [Oproti I. kvadrantu sa v príslušných vzťahoch v II., III. a IV. kvadrante líšia znamienka.]

- $\sin x$ $= \sqrt{1 - \cos^2 x}$
- $\cos x$
- $\operatorname{tg} x = \frac{1}{\operatorname{cotg} x}$ $= \frac{\sqrt{1-\cos^2 x}}{\cos x}$.

Goniometrické funkcie – Prevodové vzorce

Pre všetky $x, y \in R$ (pokiaľ sú príslušné výrazy definované) platí: [Súčtové vzorce pre tangens a kotangens.]

- $\operatorname{tg}(x+y) = \frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y}{1 - \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y}$.
- $\operatorname{tg}(x-y) = \frac{\operatorname{tg} x - \operatorname{tg} y}{1 + \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y}$.
- $\operatorname{tg} 2x = \frac{2 \operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{tg}^2 x} = \frac{2}{\operatorname{cotg} x - \operatorname{tg} x}$.
- $\operatorname{cotg}(x+y) = \frac{\operatorname{cotg} x \cdot \operatorname{cotg} y - 1}{\operatorname{cotg} y + \operatorname{cotg} x}$.
- $\operatorname{cotg}(x-y) = \frac{\operatorname{cotg} x \cdot \operatorname{cotg} y + 1}{\operatorname{cotg} y - \operatorname{cotg} x}$.
- $\operatorname{cotg} 2x = \frac{\operatorname{cotg}^2 x - 1}{2 \operatorname{cotg} x} = \frac{\operatorname{cotg} x - \operatorname{tg} x}{2}$.

Pre všetky $x \in R,\ x \neq k\frac{\pi}{2},\ k \in Z$ platí:

- $\operatorname{tg} x \cdot \operatorname{cotg} x = \frac{\sin x}{\cos x} \cdot \frac{\cos x}{\sin x} = 1$.

Pre všetky $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ platí:

- $0 < \sin x < x < \operatorname{tg} x$.

Pre všetky $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ platí: [Oproti I. kvadrantu sa v príslušných vzťahoch v II., III. a IV. kvadrante líšia znamienka.]

- $\sin x$ $= \frac{\operatorname{tg} x}{\sqrt{1+\operatorname{tg}^2 x}}$
- $\cos x$ $= \frac{1}{\sqrt{1+\operatorname{tg}^2 x}}$
- $\operatorname{tg} x = \frac{1}{\operatorname{cotg} x}$

Goniometrické funkcie – Prevodové vzorce

Pre všetky $x, y \in R$ (pokiaľ sú príslušné výrazy definované) platí: [Súčtové vzorce pre tangens a kotangens.]

- $\operatorname{tg}(x+y) = \frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y}{1 - \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y}$.
- $\operatorname{tg}(x-y) = \frac{\operatorname{tg} x - \operatorname{tg} y}{1 + \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y}$.
- $\operatorname{tg} 2x = \frac{2 \operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{tg}^2 x} = \frac{2}{\operatorname{cotg} x - \operatorname{tg} x}$.
- $\operatorname{cotg}(x+y) = \frac{\operatorname{cotg} x \cdot \operatorname{cotg} y - 1}{\operatorname{cotg} y + \operatorname{cotg} x}$.
- $\operatorname{cotg}(x-y) = \frac{\operatorname{cotg} x \cdot \operatorname{cotg} y + 1}{\operatorname{cotg} y - \operatorname{cotg} x}$.
- $\operatorname{cotg} 2x = \frac{\operatorname{cotg}^2 x - 1}{2 \operatorname{cotg} x} = \frac{\operatorname{cotg} x - \operatorname{tg} x}{2}$.

Pre všetky $x \in R,\ x \neq k\frac{\pi}{2},\ k \in Z$ platí:

- $\operatorname{tg} x \cdot \operatorname{cotg} x = \frac{\sin x}{\cos x} \cdot \frac{\cos x}{\sin x} = 1$.

Pre všetky $x \in (0; \frac{\pi}{2})$ platí:

- $0 < \sin x < x < \operatorname{tg} x$.

Pre všetky $x \in (0; \frac{\pi}{2})$ platí: [Oproti I. kvadrantu sa v príslušných vzťahoch v II., III. a IV. kvadrante líšia znamienka.]

- $\sin x$ $= \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{cotg}^2 x}}$.
- $\cos x$ $= \frac{\operatorname{cotg} x}{\sqrt{1 + \operatorname{cotg}^2 x}}$.
- $\operatorname{tg} x = \frac{1}{\operatorname{cotg} x}$

Goniometrické funkcie – Prevodové vzorce

Pre všetky $x, y \in R$ (pokiaľ sú príslušné výrazy definované) platí: [Súčtové vzorce pre tangens a kotangens.]

- $\operatorname{tg}(x+y) = \frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y}{1 - \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y}$.
- $\operatorname{tg}(x-y) = \frac{\operatorname{tg} x - \operatorname{tg} y}{1 + \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y}$.
- $\operatorname{tg} 2x = \frac{2 \operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{tg}^2 x} = \frac{2}{\operatorname{cotg} x - \operatorname{tg} x}$.
- $\operatorname{cotg}(x+y) = \frac{\operatorname{cotg} x \cdot \operatorname{cotg} y - 1}{\operatorname{cotg} y + \operatorname{cotg} x}$.
- $\operatorname{cotg}(x-y) = \frac{\operatorname{cotg} x \cdot \operatorname{cotg} y + 1}{\operatorname{cotg} y - \operatorname{cotg} x}$.
- $\operatorname{cotg} 2x = \frac{\operatorname{cotg}^2 x - 1}{2 \operatorname{cotg} x} = \frac{\operatorname{cotg} x - \operatorname{tg} x}{2}$.

Pre všetky $x \in R,\ x \neq k\frac{\pi}{2},\ k \in Z$ platí:

- $\operatorname{tg} x \cdot \operatorname{cotg} x = \frac{\sin x}{\cos x} \cdot \frac{\cos x}{\sin x} = 1$.

Pre všetky $x \in (0; \frac{\pi}{2})$ platí:

- $0 < \sin x < x < \operatorname{tg} x$.

Pre všetky $x \in (0; \frac{\pi}{2})$ platí: [Oproti I. kvadrantu sa v príslušných vzťahoch v II., III. a IV. kvadrante líšia znamienka.]

- $\sin x$ $= \sqrt{1 - \cos^2 x}$ $= \frac{\operatorname{tg} x}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 x}}$ $= \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{cotg}^2 x}}$.
- $\cos x$ $= \sqrt{1 - \sin^2 x}$ $= \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 x}}$ $= \frac{\operatorname{cotg} x}{\sqrt{1 + \operatorname{cotg}^2 x}}$.
- $\operatorname{tg} x = \frac{1}{\operatorname{cotg} x}$ $= \frac{\sin x}{\sqrt{1 - \sin^2 x}}$ $= \frac{\sqrt{1 - \cos^2 x}}{\cos x}$.

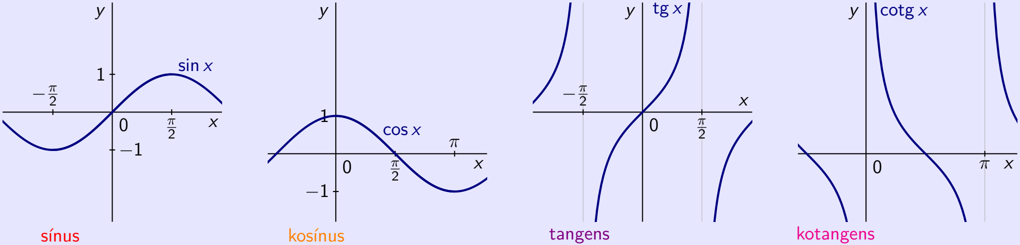
Cyklometrické funkcie – Definície

Cyklometrické funkcie sú inverzné ku goniometrickým funkciám

Cyklometrické funkcie – Definície

Cyklometrické funkcie sú inverzné ku goniometrickým funkciám

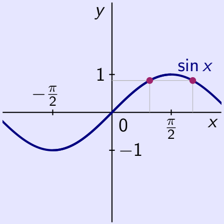
- Ku goniometrickým funkciám neexistujú inverzné funkcie,



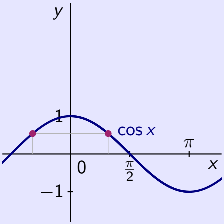
Cyklometrické funkcie – Definície

Cyklometrické funkcie sú inverzné ku goniometrickým funkciám

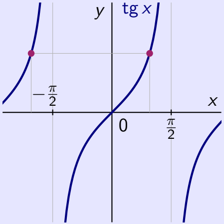
- Ku goniometrickým funkciám neexistujú inverzné funkcie, pretože nie sú prosté.



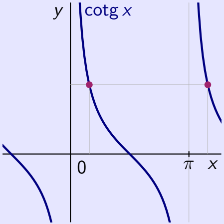
sínus



kosínus



tangens

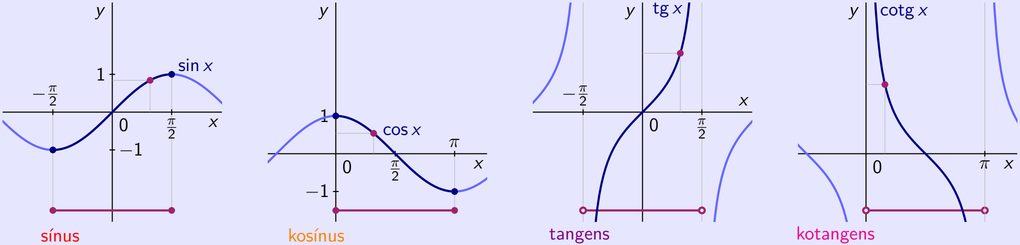


kotangens

Cyklometrické funkcie – Definície

Cyklometrické funkcie sú inverzné ku goniometrickým funkciám

- Ku goniometrickým funkciám neexistujú inverzné funkcie, pretože nie sú prosté.
- Musíme ich zúžiť na vhodné intervaly tak, aby zúženia boli prosté.

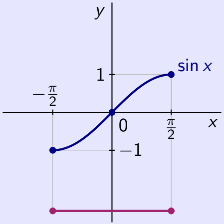


Cyklometrické funkcie – Definície

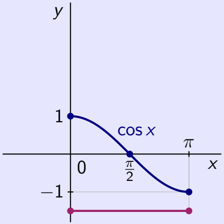
Cyklometrické funkcie sú inverzné ku goniometrickým funkciám (k vhodným zúženiam):

- Ku goniometrickým funkciám neexistujú inverzné funkcie, pretože nie sú prosté.
- Musíme ich zúžiť na vhodné intervaly tak, aby zúženia boli prosté.

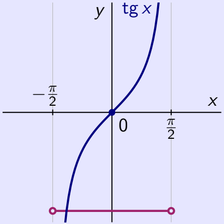
[sínus na $\langle -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \rangle$, kosínus na $\langle 0; \pi \rangle$, tangens na $(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$, kotangens na $(0; \pi)$.]



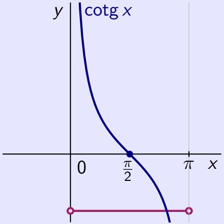
sínus



kosínus



tangens



kotangens

Cyklometrické funkcie – Definície

Cyklometrické funkcie sú inverzné ku goniometrickým funkciám (k vhodným zúženiam):

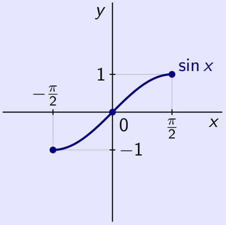
$y = \sin x,\ x \in \langle -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \rangle$.]

$y = \cos x,\ x \in \langle 0; \pi \rangle$.]

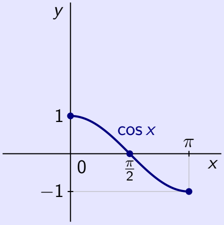
$y = \operatorname{tg} x,\ x \in (-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$.]

$y = \operatorname{cotg} x,\ x \in (0; \pi)$.]

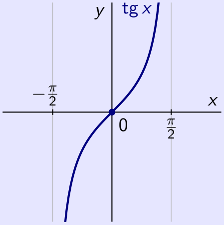
- Ku goniometrickým funkciám neexistujú inverzné funkcie, pretože nie sú prosté.
- Musíme ich zúžiť na vhodné intervaly tak, aby zúženia boli prosté.



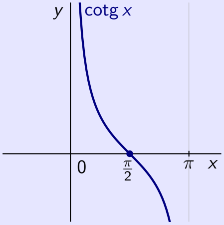
sínus



kosínus



tangens



kotangens

Cyklometrické funkcie – Definície

Cyklometrické funkcie sú inverzné ku goniometrickým funkciám (k vhodným zúženiam):

- Arkussínus $y = \arcsin x \colon \langle -1; 1\rangle \to \langle -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\rangle.$ [Inverzná k $y = \sin x$, $x \in \langle -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\rangle$.]

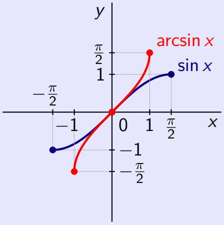
$y = \cos x$, $x \in \langle 0; \pi\rangle$.]

$y = \operatorname{tg} x$, $x \in (-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$.]

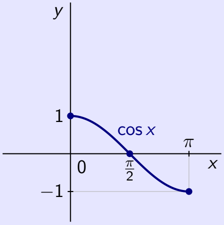
$y = \operatorname{cotg} x$, $x \in (0; \pi)$.]

- Ku goniometrickým funkciám neexistujú inverzné funkcie, pretože nie sú prosté.
- Musíme ich zúžiť na vhodné intervaly tak, aby zúženia boli prosté.

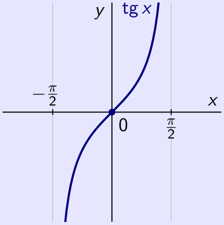
[sínus na $\langle -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\rangle$,



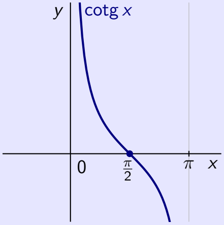
sínus a arkus sínus



kosínus



tangens



kotangens

Cyklometrické funkcie – Definície

Cyklometrické funkcie sú **inverzné** ku goniometrickým funkciám (k vhodným zúženiam):

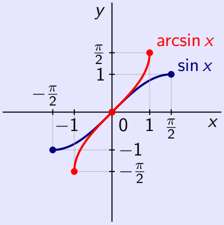
- **Arkussínus** $y = \arcsin x \colon \langle -1; 1 \rangle \to \langle -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \rangle$. [Inverzná k $y = \sin x$, $x \in \langle -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \rangle$.]
- **Arkuskosínus** $y = \arccos x \colon \langle -1; 1 \rangle \to \langle 0; \pi \rangle$. [Inverzná k $y = \cos x$, $x \in \langle 0; \pi \rangle$.]

$y = \operatorname{tg} x$, $x \in (-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$.]

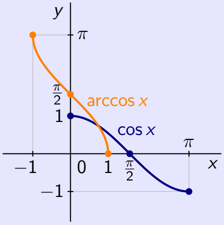
$y = \operatorname{cotg} x$, $x \in (0; \pi)$.]

- Ku goniometrickým funkciám neexistujú **inverzné** funkcie, pretože nie sú **prosté**.
- Musíme ich **zúžiť** na vhodné intervaly tak, aby zúženia boli **prosté**.

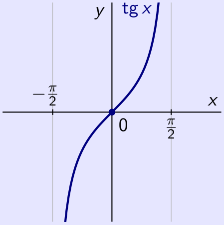
[sínus na $\langle -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \rangle$, kosínus na $\langle 0; \pi \rangle$,



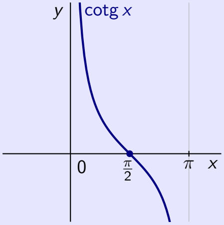
sínus a arkus sínus



kosínus a arkus kosínus



tangens



kotangens

Cyklometrické funkcie – Definície

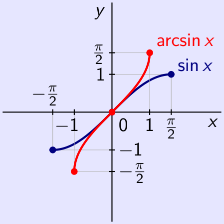
Cyklometrické funkcie sú **inverzné** ku goniometrickým funkciám (k vhodným zúženiam):

- **Arkussínus** $y = \arcsin x\colon \langle -1; 1\rangle \to \langle -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\rangle$. [Inverzná k $y = \sin x$, $x \in \langle -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\rangle$.]
- **Arkuskosínus** $y = \arccos x\colon \langle -1; 1\rangle \to \langle 0; \pi\rangle$. [Inverzná k $y = \cos x$, $x \in \langle 0; \pi\rangle$.]
- **Arkustangens** $y = \operatorname{arctg} x\colon R \to (-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$. [Inverzná k $y = \operatorname{tg} x$, $x \in (-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$.]

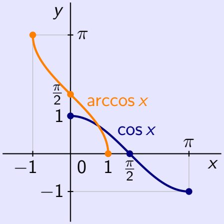
$y = \operatorname{cotg} x$, $x \in (0; \pi)$.]

- Ku goniometrickým funkciám neexistujú inverzné funkcie, pretože nie sú prosté.
- Musíme ich zúžiť na vhodné intervaly tak, aby zúženia boli prosté.

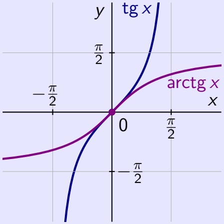
[sínus na $\langle -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\rangle$, kosínus na $\langle 0; \pi\rangle$, tangens na $(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$,



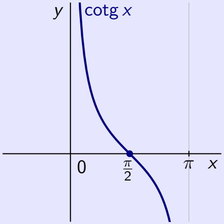
sínus a arkus sínus



kosínus a arkus kosínus



tangens a arkus tangens



kotangens

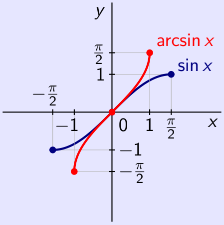
Cyklometrické funkcie – Definície

Cyklometrické funkcie sú **inverzné** ku goniometrickým funkciám (k vhodným zúženiam):

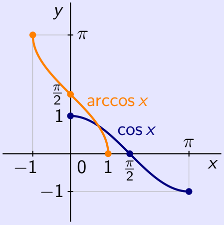
- **Arkussínus** $y = \arcsin x\colon \langle -1; 1\rangle \to \langle -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\rangle$. [Inverzná k $y = \sin x$, $x \in \langle -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\rangle$.]
- **Arkuskosínus** $y = \arccos x\colon \langle -1; 1\rangle \to \langle 0; \pi\rangle$. [Inverzná k $y = \cos x$, $x \in \langle 0; \pi\rangle$.]
- **Arkustangens** $y = \operatorname{arctg} x\colon R \to (-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$. [Inverzná k $y = \operatorname{tg} x$, $x \in (-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$.]
- **Arkuskotangens** $y = \operatorname{arccotg} x\colon R \to (0; \pi)$. [Inverzná k $y = \operatorname{cotg} x$, $x \in (0; \pi)$.]

- Ku goniometrickým funkciám neexistujú inverzné funkcie, pretože nie sú prosté.
- Musíme ich zúžiť na vhodné intervaly tak, aby zúženia boli prosté.

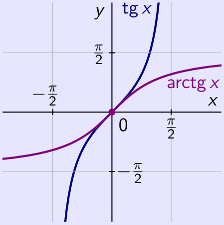
[sínus na $\langle -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\rangle$, kosínus na $\langle 0; \pi\rangle$, tangens na $(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$, kotangens na $(0; \pi)$.]



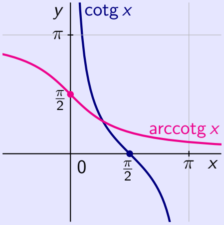
sínus a arkus sínus



kosínus a arkus kosínus



tangens a arkus tangens



kotangens a arkus kotangens

Cyklometrické funkcie – Arkussínus, arkuskosínus

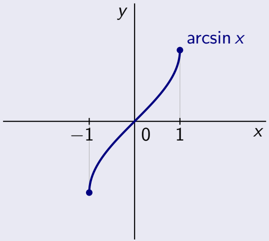
Funkcia $f\colon y = \arcsin x$. [Funkcia arkussínus.]

Funkcia $f\colon y = \arccos x$. [Funkcia arkuskosínus.]

Cyklometrické funkcie – Arkussínus, arkuskosínus

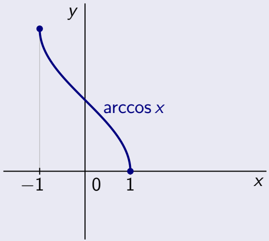
Funkcia $f\colon y = \arcsin x$. [Funkcia arkussínus.]

- $D(f) = \langle -1; 1 \rangle$.



Funkcia $f\colon y = \arccos x$. [Funkcia arkuskosínus.]

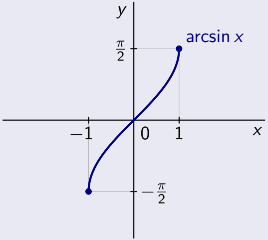
- $D(f) = \langle -1; 1 \rangle$.



Cyklometrické funkcie – Arkussínus, arkuskosínus

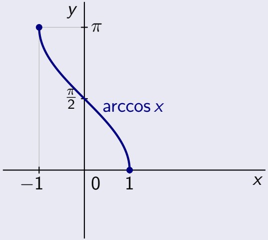
Funkcia $f\colon y = \arcsin x$. [Funkcia arkussínus.]

- $D(f) = \langle -1; 1\rangle$.
- $H(f) = \langle -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\rangle$.



Funkcia $f\colon y = \arccos x$. [Funkcia arkuskosínus.]

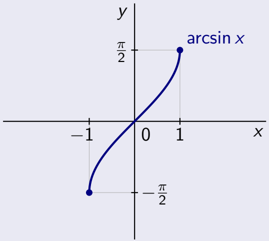
- $D(f) = \langle -1; 1\rangle$.
- $H(f) = \langle 0; \pi\rangle$.



Cyklometrické funkcie – Arkussínus, arkuskosínus

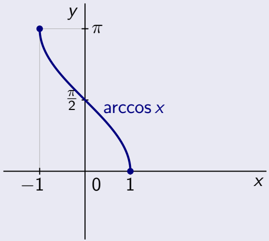
Funkcia $f\colon y = \arcsin x$. [Funkcia arkussínus.]

- $D(f) = \langle -1; 1\rangle$.
- $H(f) = \langle -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\rangle$.
- f je nepárna.



Funkcia $f\colon y = \arccos x$. [Funkcia arkuskosínus.]

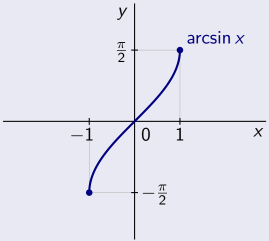
- $D(f) = \langle -1; 1\rangle$.
- $H(f) = \langle 0; \pi\rangle$.
- f nie je nepárna ani párna.



Cyklometrické funkcie – Arkussínus, arkuskosínus

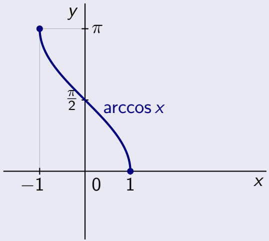
Funkcia $f\colon y = \arcsin x$. [Funkcia arkussínus.]

- $D(f) = \langle -1; 1\rangle$.
- $H(f) = \langle -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\rangle$.
- f je nepárna.
- f je rastúca.



Funkcia $f\colon y = \arccos x$. [Funkcia arkuskosínus.]

- $D(f) = \langle -1; 1\rangle$.
- $H(f) = \langle 0; \pi\rangle$.
- f nie je nepárna ani párna.
- f je klesajúca.

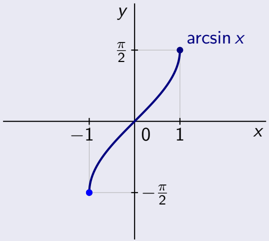


Cyklometrické funkcie – Arkussínus, arkuskosínus

Funkcia $f\colon y = \arcsin x$. [Funkcia arkussínus.]

- $D(f) = \langle -1; 1 \rangle$.
- $H(f) = \langle -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \rangle$.
- f je nepárna.
- f je rastúca.

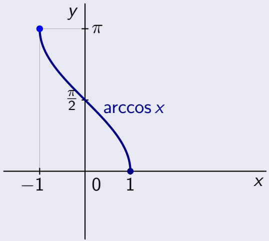
- $\arcsin(-1) = -\frac{\pi}{2}$.



Funkcia $f\colon y = \arccos x$. [Funkcia arkuskosínus.]

- $D(f) = \langle -1; 1 \rangle$.
- $H(f) = \langle 0; \pi \rangle$.
- f nie je nepárna ani párna.
- f je klesajúca.

- $\arccos(-1) = \pi$.

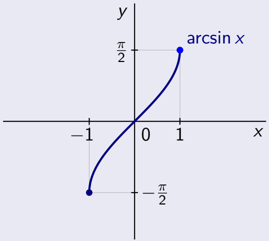


Cyklometrické funkcie – Arkussínus, arkuskosínus

Funkcia $f\colon y = \arcsin x.$ [Funkcia arkussínus.]

- $D(f) = \langle -1; 1\rangle.$
- $H(f) = \langle -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\rangle.$
- f je nepárna.
- f je rastúca.

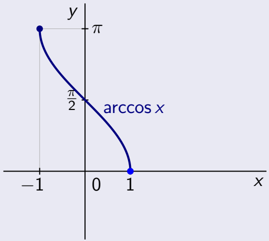
- $\arcsin(-1) = -\frac{\pi}{2}.$
- $\arcsin 1 = \frac{\pi}{2}.$



Funkcia $f\colon y = \arccos x.$ [Funkcia arkuskosínus.]

- $D(f) = \langle -1; 1\rangle.$
- $H(f) = \langle 0; \pi\rangle.$
- f nie je nepárna ani párna.
- f je klesajúca.

- $\arccos(-1) = \pi.$
- $\arccos 1 = 0.$

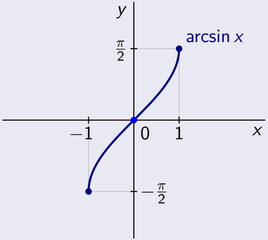


Cyklometrické funkcie – Arkussínus, arkuskosínus

Funkcia $f\colon y = \arcsin x$. [Funkcia arkussínus.]

- $D(f) = \langle -1; 1\rangle$.
- $H(f) = \langle -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\rangle$.
- f je nepárna.
- f je rastúca.

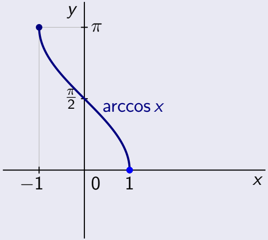
- $\arcsin(-1) = -\frac{\pi}{2}$.
- $\arcsin 1 = \frac{\pi}{2}$.
- Koreň (nulový bod) je 0. [$\arcsin 0 = 0$.]



Funkcia $f\colon y = \arccos x$. [Funkcia arkuskosínus.]

- $D(f) = \langle -1; 1\rangle$.
- $H(f) = \langle 0; \pi\rangle$.
- f nie je nepárna ani párna.
- f je klesajúca.

- $\arccos(-1) = \pi$.
- $\arccos 1 = 0$.
- Koreň (nulový bod) je 1. [$\arccos 1 = 0$.]

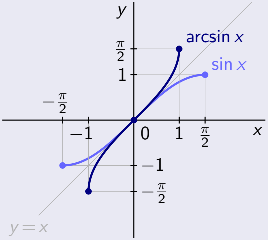


Cyklometrické funkcie – Arkussínus, arkuskosínus

Funkcia $f\colon y = \arcsin x$. [Funkcia arkussínus.]

- $D(f) = \langle -1; 1 \rangle$.
- $H(f) = \langle -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \rangle$.
- f je nepárna.
- f je rastúca.

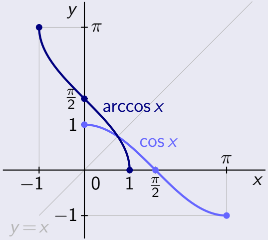
- $\arcsin(-1) = -\frac{\pi}{2}$.
- $\arcsin 1 = \frac{\pi}{2}$.
- Koreň (nulový bod) je 0. [$\arcsin 0 = 0$.]



Funkcia $f\colon y = \arccos x$. [Funkcia arkuskosínus.]

- $D(f) = \langle -1; 1 \rangle$.
- $H(f) = \langle 0; \pi \rangle$.
- f nie je nepárna ani párna.
- f je klesajúca.

- $\arccos(-1) = \pi$.
- $\arccos 1 = 0$.
- Koreň (nulový bod) je 1. [$\arccos 1 = 0$.]

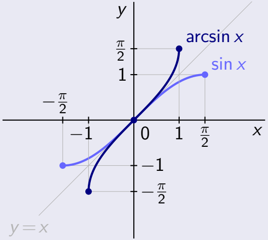


Cyklometrické funkcie – Arkussínus, arkuskosínus

Funkcia $f\colon y = \arcsin x$. [Funkcia arkussínus.]

- $D(f) = \langle -1; 1\rangle$.
- $H(f) = \langle -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\rangle$.
- f je nepárna.
- f je rastúca.

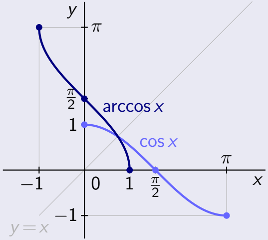
- $\arcsin(-1) = -\frac{\pi}{2}$.
- $\arcsin 1 = \frac{\pi}{2}$.
- Koreň (nulový bod) je 0. [$\arcsin 0 = 0$.]



Funkcia $f\colon y = \arccos x$. [Funkcia arkuskosínus.]

- $D(f) = \langle -1; 1\rangle$.
- $H(f) = \langle 0; \pi\rangle$.
- f nie je nepárna ani párna.
- f je klesajúca.

- $\arccos(-1) = \pi$.
- $\arccos 1 = 0$.
- Koreň (nulový bod) je 1. [$\arccos 1 = 0$.]



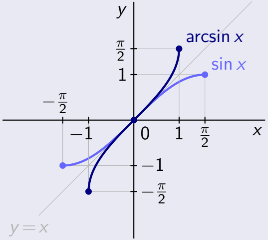
Pre všetky $x \in \langle -1; 1\rangle$ platí:

Cyklometrické funkcie – Arkussínus, arkuskosínus

Funkcia $f\colon y = \arcsin x$. [Funkcia arkussínus.]

- $D(f) = \langle -1; 1 \rangle$.
- $H(f) = \langle -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \rangle$.
- f je nepárna.
- f je rastúca.

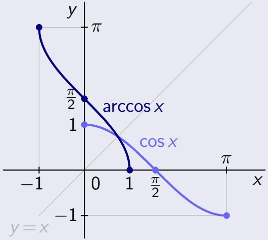
- $\arcsin(-1) = -\frac{\pi}{2}$.
- $\arcsin 1 = \frac{\pi}{2}$.
- Koreň (nulový bod) je 0. [$\arcsin 0 = 0$.]



Funkcia $f\colon y = \arccos x$. [Funkcia arkuskosínus.]

- $D(f) = \langle -1; 1 \rangle$.
- $H(f) = \langle 0; \pi \rangle$.
- f nie je nepárna ani párna.
- f je klesajúca.

- $\arccos(-1) = \pi$.
- $\arccos 1 = 0$.
- Koreň (nulový bod) je 1. [$\arccos 1 = 0$.]



Pre všetky $x \in \langle -1; 1 \rangle$ platí:

- $\arcsin x + \arccos x = \frac{\pi}{2}$.

Cyklometrické funkcie – Arkustangens, arkuskotangens

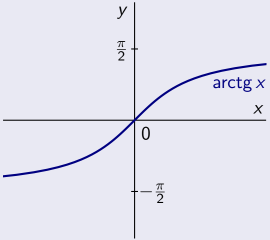
Funkcia $f\colon y = \operatorname{arctg} x$. [Funkcia arkustangens.]

Funkcia $f\colon y = \operatorname{arccotg} x$. [Funkcia arkuskotangens.]

Cyklometrické funkcie – Arkustangens, arkuskotangens

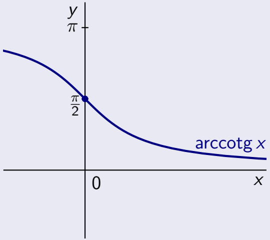
Funkcia $f\colon y = \operatorname{arctg} x$. [Funkcia arkustangens.]

- $D(f) = R$.



Funkcia $f\colon y = \operatorname{arccotg} x$. [Funkcia arkuskotangens.]

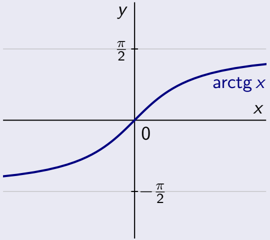
- $D(f) = R$.



Cyklometrické funkcie – Arkustangens, arkuskotangens

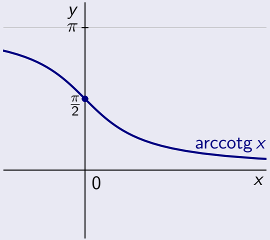
Funkcia $f\colon y = \operatorname{arctg} x$. [Funkcia arkustangens.]

- $D(f) = R$.
- $H(f) = (-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$.



Funkcia $f\colon y = \operatorname{arccotg} x$. [Funkcia arkuskotangens.]

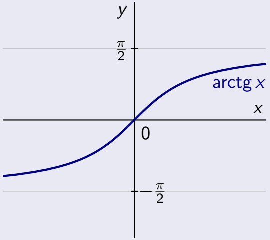
- $D(f) = R$.
- $H(f) = (0; \pi)$.



Cyklometrické funkcie – Arkustangens, arkuskotangens

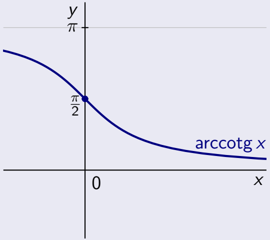
Funkcia $f\colon y = \operatorname{arctg} x$. [Funkcia arkustangens.]

- $D(f) = R$.
- $H(f) = (-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$.
- f je nepárna.



Funkcia $f\colon y = \operatorname{arccotg} x$. [Funkcia arkuskotangens.]

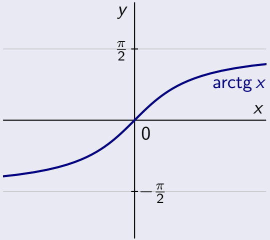
- $D(f) = R$.
- $H(f) = (0; \pi)$.
- f nie je nepárna ani párna.



Cyklometrické funkcie – Arkustangens, arkuskotangens

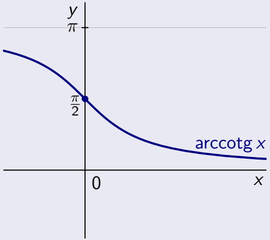
Funkcia $f\colon y = \operatorname{arctg} x$. [Funkcia arkustangens.]

- $D(f) = R$.
- $H(f) = (-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$.
- f je nepárna.
- f je rastúca.



Funkcia $f\colon y = \operatorname{arccotg} x$. [Funkcia arkuskotangens.]

- $D(f) = R$.
- $H(f) = (0; \pi)$.
- f nie je nepárna ani párna.
- f je klesajúca.

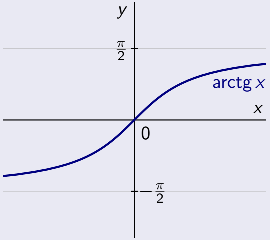


Cyklometrické funkcie – Arkustangens, arkuskotangens

Funkcia $f\colon y = \operatorname{arctg} x$. [Funkcia arkustangens.]

- $D(f) = R$.
- $H(f) = (-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$.
- f je nepárna.
- f je rastúca.

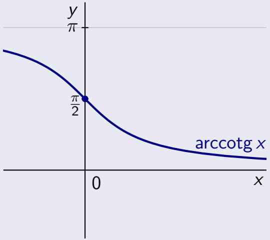
- $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\frac{\pi}{2}$.



Funkcia $f\colon y = \operatorname{arccotg} x$. [Funkcia arkuskotangens.]

- $D(f) = R$.
- $H(f) = (0; \pi)$.
- f nie je nepárna ani párna.
- f je klesajúca.

- $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = \pi$.

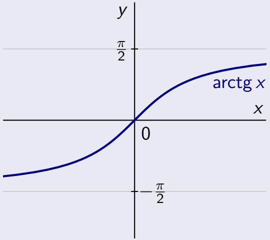


Cyklometrické funkcie – Arkustangens, arkuskotangens

Funkcia $f\colon y = \operatorname{arctg} x$. [Funkcia arkustangens.]

- $D(f) = R$.
- $H(f) = (-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$.
- f je nepárna.
- f je rastúca.

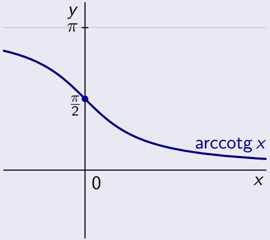
- $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\frac{\pi}{2}$.
- $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = \frac{\pi}{2}$.



Funkcia $f\colon y = \operatorname{arccotg} x$. [Funkcia arkuskotangens.]

- $D(f) = R$.
- $H(f) = (0; \pi)$.
- f nie je nepárna ani párna.
- f je klesajúca.

- $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \pi$.
- $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = 0$.

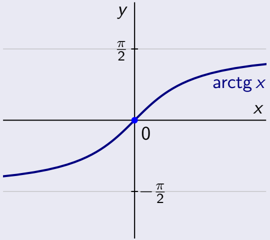


Cyklometrické funkcie – Arkustangens, arkuskotangens

Funkcia $f\colon y = \operatorname{arctg} x$. [Funkcia arkustangens.]

- $D(f) = R$.
- $H(f) = (-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$.
- f je nepárna.
- f je rastúca.

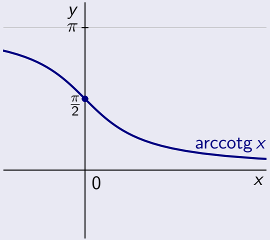
- $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\frac{\pi}{2}$.
- $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = \frac{\pi}{2}$.
- Koreň (nulový bod) je 0. [$\operatorname{arctg} 0 = 0$.]



Funkcia $f\colon y = \operatorname{arccotg} x$. [Funkcia arkuskotangens.]

- $D(f) = R$.
- $H(f) = (0; \pi)$.
- f nie je nepárna ani párna.
- f je klesajúca.

- $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \pi$.
- $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = 0$.
- Korene (nulové body) neexistujú.

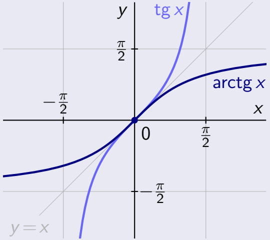


Cyklometrické funkcie – Arkustangens, arkuskotangens

Funkcia $f\colon y = \operatorname{arctg} x$. [Funkcia arkustangens.]

- $D(f) = R$.
- $H(f) = (-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$.
- f je nepárna.
- f je rastúca.

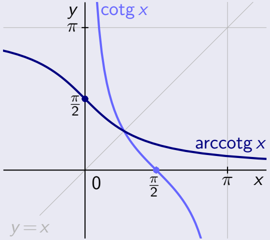
- $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\frac{\pi}{2}$.
- $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = \frac{\pi}{2}$.
- Koreň (nulový bod) je 0. [$\operatorname{arctg} 0 = 0$.]



Funkcia $f\colon y = \operatorname{arccotg} x$. [Funkcia arkuskotangens.]

- $D(f) = R$.
- $H(f) = (0; \pi)$.
- f nie je nepárna ani párna.
- f je klesajúca.

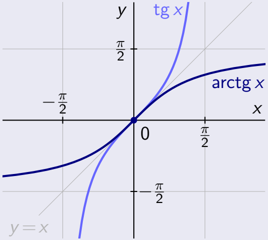
- $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \pi$.
- $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = 0$.
- Korene (nulové body) neexistujú.



Cyklometrické funkcie – Arkustangens, arkuskotangens

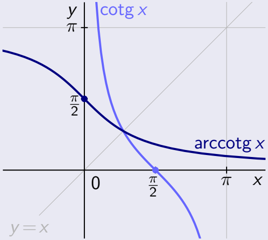
Funkcia $f\colon y = \operatorname{arctg} x$. [Funkcia arkustangens.]

- $D(f) = R$.
- $H(f) = (-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$.
- f je nepárna.
- f je rastúca.
- $\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\frac{\pi}{2}$.
- $\lim_{x \to \infty} f(x) = \frac{\pi}{2}$.
- Koreň (nulový bod) je 0. [$\operatorname{arctg} 0 = 0$.]



Funkcia $f\colon y = \operatorname{arccotg} x$. [Funkcia arkuskotangens.]

- $D(f) = R$.
- $H(f) = (0; \pi)$.
- f nie je nepárna ani párna.
- f je klesajúca.
- $\lim_{x \to -\infty} f(x) = \pi$.
- $\lim_{x \to \infty} f(x) = 0$.
- Korene (nulové body) neexistujú.

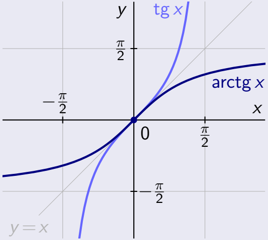


Pre všetky $x \in R$ platí:

Cyklometrické funkcie – Arkustangens, arkuskotangens

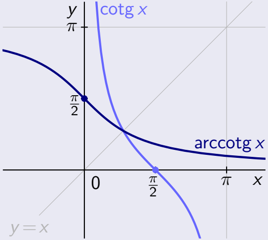
Funkcia $f\colon y = \operatorname{arctg} x$. [Funkcia arkustangens.]

- $D(f) = R$.
- $H(f) = (-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$.
- f je nepárna.
- f je rastúca.
- $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\frac{\pi}{2}$.
- $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = \frac{\pi}{2}$.
- Koreň (nulový bod) je 0. [$\operatorname{arctg} 0 = 0$.]



Funkcia $f\colon y = \operatorname{arccotg} x$. [Funkcia arkuskotangens.]

- $D(f) = R$.
- $H(f) = (0; \pi)$.
- f nie je nepárna ani párna.
- f je klesajúca.
- $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \pi$.
- $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = 0$.
- Korene (nulové body) neexistujú.



Pre všetky $x \in R$ platí:

- $\operatorname{arctg} x + \operatorname{arccotg} x = \frac{\pi}{2}$.

Hyperbolické funkcie – Sínus a kosínus

- Hyperbolické funkcie (sínus, kosínus, tangens a kotangens hyperbolický) majú podobné vlastnosti

Hyperbolické funkcie – Sínus a kosínus

- Hyperbolické funkcie (sínus, kosínus, tangens a kotangens hyperbolický) majú podobné vlastnosti a platia pre ne podobné vzťahy ako pre goniometrické funkcie.

Hyperbolické funkcie – Sínus a kosínus

- Hyperbolické funkcie (sínus, kosínus, tangens a kotangens hyperbolický) majú podobné vlastnosti a platia pre ne podobné vzťahy ako pre goniometrické funkcie.

Sínus hyperbolický sa nazýva

funkcia

Kosínus hyperbolický sa nazýva

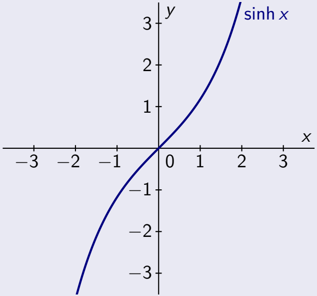
funkcia

Hyperbolické funkcie – Sínus a kosínus

- Hyperbolické funkcie (sínus, kosínus, tangens a kotangens hyperbolický) majú podobné vlastnosti a platia pre ne podobné vzťahy ako pre goniometrické funkcie.

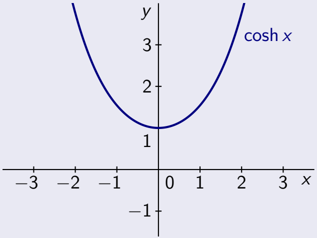
Sínus hyperbolický sa nazýva

funkcia $f\colon y = \sinh x = \dfrac{e^x - e^{-x}}{2}$.



Kosínus hyperbolický sa nazýva

funkcia $f\colon y = \cosh x = \dfrac{e^x + e^{-x}}{2}$.



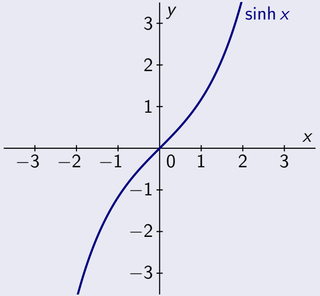
Hyperbolické funkcie – Sínus a kosínus

- Hyperbolické funkcie (sínus, kosínus, tangens a kotangens hyperbolický) majú podobné vlastnosti a platia pre ne podobné vzťahy ako pre goniometrické funkcie.

Sínus hyperbolický sa nazýva

funkcia $f\colon y = \sinh x = \dfrac{e^x - e^{-x}}{2}$.

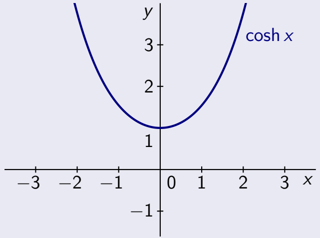
- $D(f) = R$.



Kosínus hyperbolický sa nazýva

funkcia $f\colon y = \cosh x = \dfrac{e^x + e^{-x}}{2}$.

- $D(f) = R$.



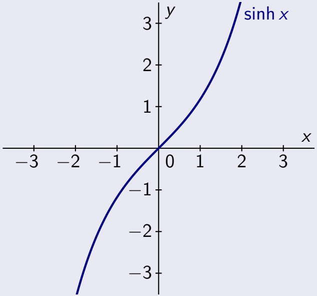
Hyperbolické funkcie – Sínus a kosínus

- Hyperbolické funkcie (sínus, kosínus, tangens a kotangens hyperbolický) majú podobné vlastnosti a platia pre ne podobné vzťahy ako pre goniometrické funkcie.

Sínus hyperbolický sa nazýva

funkcia $f\colon\ y = \sinh x = \dfrac{e^x - e^{-x}}{2}$.

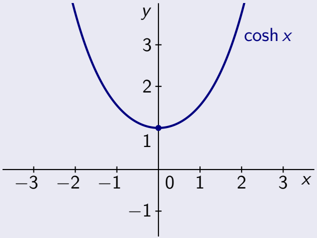
- $D(f) = R$.
- $H(f) = R$.



Kosínus hyperbolický sa nazýva

funkcia $f\colon\ y = \cosh x = \dfrac{e^x + e^{-x}}{2}$.

- $D(f) = R$.
- $H(f) = \langle 1; \infty)$.



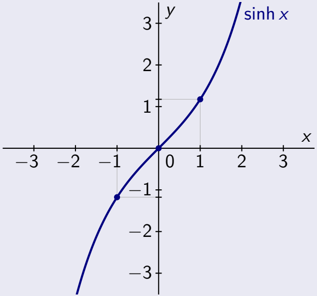
Hyperbolické funkcie – Sínus a kosínus

- Hyperbolické funkcie (sínus, kosínus, tangens a kotangens hyperbolický) majú podobné vlastnosti a platia pre ne podobné vzťahy ako pre goniometrické funkcie.

Sínus hyperbolický sa nazýva

funkcia $f\colon y = \sinh x = \dfrac{e^x - e^{-x}}{2}$.

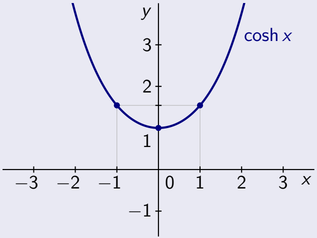
- $D(f) = R$.
- $H(f) = R$.
- f je nepárna.



Kosínus hyperbolický sa nazýva

funkcia $f\colon y = \cosh x = \dfrac{e^x + e^{-x}}{2}$.

- $D(f) = R$.
- $H(f) = \langle 1; \infty)$.
- f je párna.



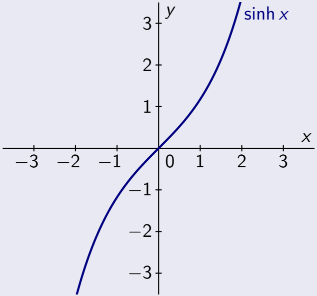
Hyperbolické funkcie – Sínus a kosínus

- Hyperbolické funkcie (sínus, kosínus, tangens a kotangens hyperbolický) majú podobné vlastnosti a platia pre ne podobné vzťahy ako pre goniometrické funkcie.

Sínus hyperbolický sa nazýva

funkcia $f\colon y = \sinh x = \dfrac{e^x - e^{-x}}{2}$.

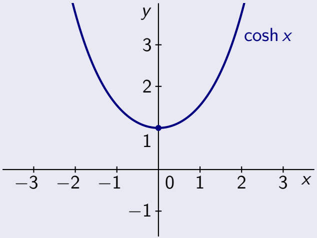
- $D(f) = R$.
- $H(f) = R$.
- f je nepárna.
- f je rastúca.



Kosínus hyperbolický sa nazýva

funkcia $f\colon y = \cosh x = \dfrac{e^x + e^{-x}}{2}$.

- $D(f) = R$.
- $H(f) = \langle 1; \infty)$.
- f je párna.
- f klesá na $(-\infty; 0\rangle$,



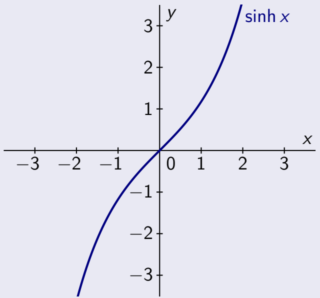
Hyperbolické funkcie – Sínus a kosínus

- Hyperbolické funkcie (sínus, kosínus, tangens a kotangens hyperbolický) majú podobné vlastnosti a platia pre ne podobné vzťahy ako pre goniometrické funkcie.

Sínus hyperbolický sa nazýva

funkcia $f\colon y = \sinh x = \dfrac{e^x - e^{-x}}{2}$.

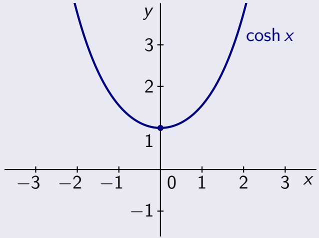
- $D(f) = R$.
- $H(f) = R$.
- f je nepárna.
- f je rastúca.



Kosínus hyperbolický sa nazýva

funkcia $f\colon y = \cosh x = \dfrac{e^x + e^{-x}}{2}$.

- $D(f) = R$.
- $H(f) = \langle 1; \infty)$.
- f je párna.
- f klesá na $(-\infty; 0\rangle$, rastie na $\langle 0; \infty)$.



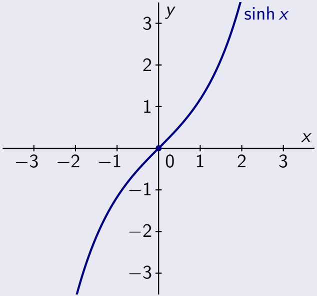
Hyperbolické funkcie – Sínus a kosínus

- Hyperbolické funkcie (sínus, kosínus, tangens a kotangens hyperbolický) majú podobné vlastnosti a platia pre ne podobné vzťahy ako pre goniometrické funkcie.

Sínus hyperbolický sa nazýva

funkcia $f\colon y = \sinh x = \dfrac{e^x - e^{-x}}{2}$.

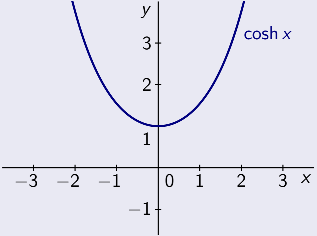
- $D(f) = R$.
- $H(f) = R$.
- f je nepárna.
- f je rastúca.
- Koreň (nulový bod) je 0. [$\sinh 0 = 0$.]



Kosínus hyperbolický sa nazýva

funkcia $f\colon y = \cosh x = \dfrac{e^x + e^{-x}}{2}$.

- $D(f) = R$.
- $H(f) = \langle 1; \infty)$.
- f je párna.
- f klesá na $(-\infty; 0\rangle$, rastie na $\langle 0; \infty)$.
- Korene (nulové body) neexistujú.



Hyperbolické funkcie – Tangens a kotangens

Tangens hyperbolický sa nazýva

funkcia

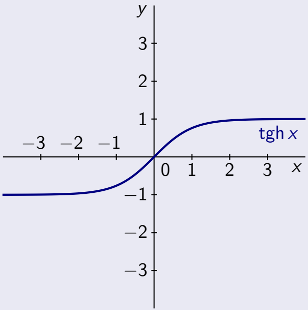
Kotangens hyperbolický sa nazýva

funkcia

Hyperbolické funkcie – Tangens a kotangens

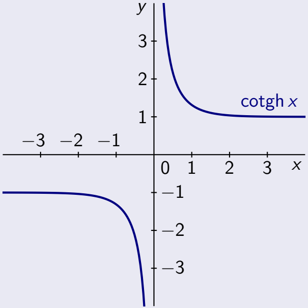
Tangens hyperbolický sa nazýva

funkcia $f\colon\ y = \operatorname{tgh} x = \dfrac{\sinh x}{\cosh x} = \dfrac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}\,.$



Kotangens hyperbolický sa nazýva

funkcia $f\colon\ y = \operatorname{cotgh} x = \dfrac{\cosh x}{\sinh x} = \dfrac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}\,.$

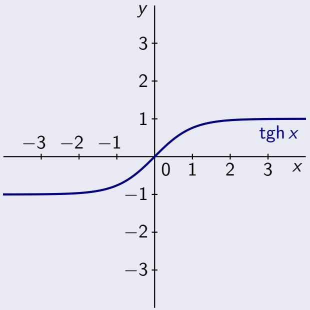


Hyperbolické funkcie – Tangens a kotangens

Tangens hyperbolický sa nazýva

funkcia $f\colon\ y = \operatorname{tgh} x = \dfrac{\sinh x}{\cosh x} = \dfrac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}.$

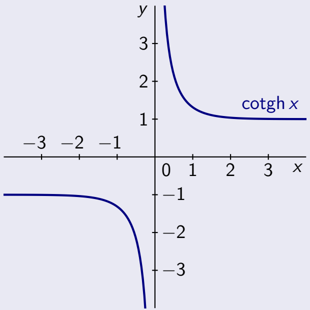
- $D(f) = R.$



Kotangens hyperbolický sa nazýva

funkcia $f\colon\ y = \operatorname{cotgh} x = \dfrac{\cosh x}{\sinh x} = \dfrac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}.$

- $D(f) = R - \{0\}.$

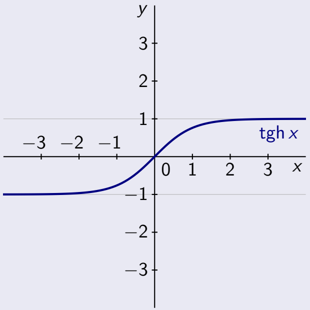


Hyperbolické funkcie – Tangens a kotangens

Tangens hyperbolický sa nazýva

funkcia $f\colon\ y = \operatorname{tgh} x = \dfrac{\sinh x}{\cosh x} = \dfrac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$.

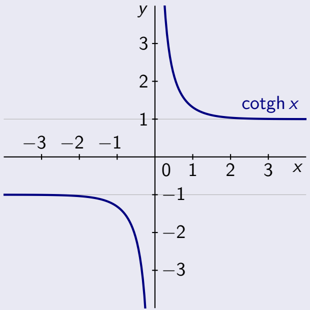
- $D(f) = R$.
- $H(f) = (-1; 1)$.



Kotangens hyperbolický sa nazýva

funkcia $f\colon\ y = \operatorname{cotgh} x = \dfrac{\cosh x}{\sinh x} = \dfrac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}$.

- $D(f) = R - \{0\}$.
- $H(f) = R - \langle -1; 1\rangle$.

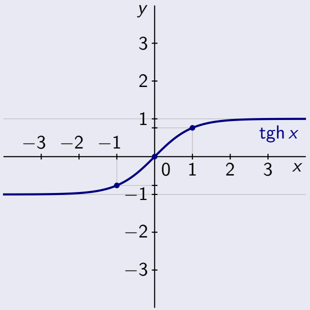


Hyperbolické funkcie – Tangens a kotangens

Tangens hyperbolický sa nazýva

funkcia $f\colon y = \operatorname{tgh} x = \dfrac{\sinh x}{\cosh x} = \dfrac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$.

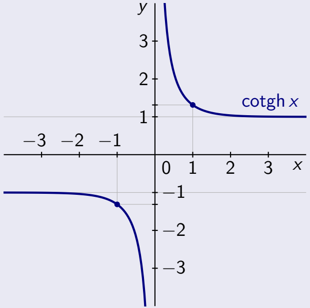
- $D(f) = R$.
- $H(f) = (-1; 1)$.
- f je nepárna.



Kotangens hyperbolický sa nazýva

funkcia $f\colon y = \operatorname{cotgh} x = \dfrac{\cosh x}{\sinh x} = \dfrac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}$.

- $D(f) = R - \{0\}$.
- $H(f) = R - \langle -1; 1\rangle$.
- f je nepárna.

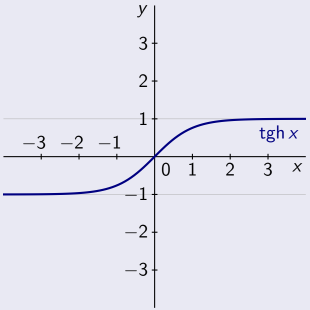


Hyperbolické funkcie – Tangens a kotangens

Tangens hyperbolický sa nazýva

funkcia $f\colon y = \operatorname{tgh} x = \dfrac{\sinh x}{\cosh x} = \dfrac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}.$

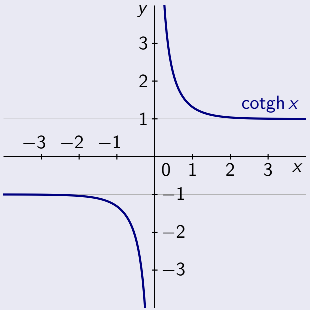
- $D(f) = R.$
- $H(f) = (-1; 1).$
- f je nepárna.
- f je rastúca.



Kotangens hyperbolický sa nazýva

funkcia $f\colon y = \operatorname{cotgh} x = \dfrac{\cosh x}{\sinh x} = \dfrac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}.$

- $D(f) = R - \{0\}.$
- $H(f) = R - \langle -1; 1\rangle.$
- f je nepárna.
- f klesá na $(-\infty; 0),$

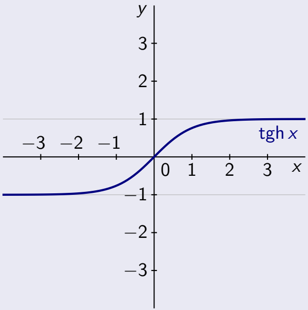


Hyperbolické funkcie – Tangens a kotangens

Tangens hyperbolický sa nazýva

funkcia $f\colon\, y = \operatorname{tgh} x = \dfrac{\sinh x}{\cosh x} = \dfrac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$.

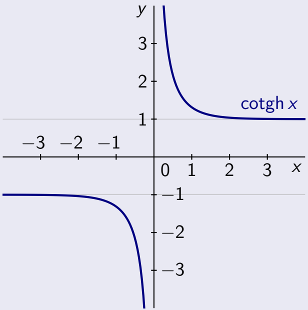
- $D(f) = R$.
- $H(f) = (-1; 1)$.
- f je nepárna.
- f je rastúca.



Kotangens hyperbolický sa nazýva

funkcia $f\colon\, y = \operatorname{cotgh} x = \dfrac{\cosh x}{\sinh x} = \dfrac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}$.

- $D(f) = R - \{0\}$.
- $H(f) = R - \langle -1; 1\rangle$.
- f je nepárna.
- f klesá na $(-\infty; 0)$, klesá na $(0; \infty)$.

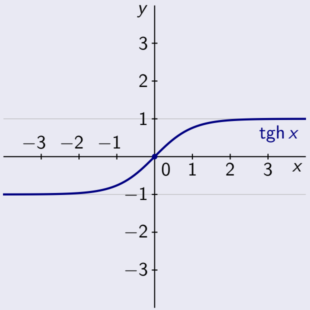


Hyperbolické funkcie – Tangens a kotangens

Tangens hyperbolický sa nazýva

funkcia $f\colon y = \operatorname{tgh} x = \dfrac{\sinh x}{\cosh x} = \dfrac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$.

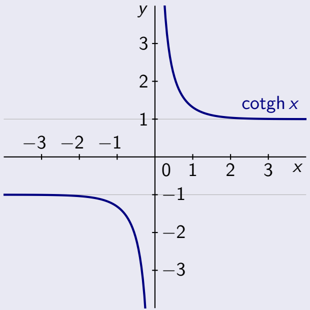
- $D(f) = R$.
- $H(f) = (-1; 1)$.
- f je nepárna.
- f je rastúca.
- Koreň (nulový bod) je 0. [$\operatorname{tgh} 0 = 0$.]



Kotangens hyperbolický sa nazýva

funkcia $f\colon y = \operatorname{cotgh} x = \dfrac{\cosh x}{\sinh x} = \dfrac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}$.

- $D(f) = R - \{0\}$.
- $H(f) = R - \langle -1; 1 \rangle$.
- f je nepárna.
- f klesá na $(-\infty; 0)$, klesá na $(0; \infty)$.
- Korene (nulové body) neexistujú.



Hyperbolické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky $x \in R$ platí: [Základné vzorce.]

Hyperbolické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky $x \in R$ platí: [Základné vzorce.]

- $\sinh x + \cosh x = e^x$.

Hyperbolické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky $x \in R$ platí: [Základné vzorce.]

- $\sinh x + \cosh x = \mathrm{e}^{x}$.
- $\sinh x - \cosh x = -\,\mathrm{e}^{-x}$.

Hyperbolické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky $x \in R$ platí: [Základné vzorce.]

- $\sinh x + \cosh x = \mathrm{e}^{x}$.
- $\sinh x - \cosh x = -\,\mathrm{e}^{-x}$.
- $\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$.

Hyperbolické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky $x \in R$ platí: [Základné vzorce.]

- $\sinh x + \cosh x = e^x$.
- $\sinh x - \cosh x = -e^{-x}$.
- $\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$. [Body so súradnicami $(\cosh x; \sinh x)$ ležia na hyperbole $y^2 - x^2 = 1$.]

Hyperbolické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky $x \in R$ platí: [Základné vzorce.]

- $\sinh x + \cosh x = e^x$.
- $\sinh x - \cosh x = -e^{-x}$.

- $\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$. [Body so súradnicami $(\cosh x; \sinh x)$ ležia na hyperbole $y^2 - x^2 = 1$.]

Pre všetky $x, y \in R$ platí: [Základné súčtové vzorce.]

Hyperbolické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky $x \in R$ platí: [Základné vzorce.]

- $\sinh x + \cosh x = e^x$.
- $\sinh x - \cosh x = -e^{-x}$.
- $\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$. [Body so súradnicami $(\cosh x; \sinh x)$ ležia na hyperbole $y^2 - x^2 = 1$.]

Pre všetky $x, y \in R$ platí: [Základné súčtové vzorce.]

- $\sinh(x + y) = \sinh x \cdot \cosh y + \cosh x \cdot \sinh y$.
- $\sinh(x - y) = \sinh x \cdot \cosh y - \cosh x \cdot \sinh y$.

Hyperbolické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky $x \in R$ platí: [Základné vzorce.]

- $\sinh x + \cosh x = e^x$.
- $\sinh x - \cosh x = -e^{-x}$.

- $\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$. [Body so súradnicami $(\cosh x; \sinh x)$ ležia na hyperbole $y^2 - x^2 = 1$.]

Pre všetky $x, y \in R$ platí: [Základné súčtové vzorce.]

- $\sinh(x + y) = \sinh x \cdot \cosh y + \cosh x \cdot \sinh y$.
- $\sinh(x - y) = \sinh x \cdot \cosh y - \cosh x \cdot \sinh y$.

- $\cosh(x + y) = \cosh x \cdot \cosh y + \sinh x \cdot \sinh y$.
- $\cosh(x + y) = \cosh x \cdot \cosh y - \sinh x \cdot \sinh y$.

Hyperbolické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky $x \in R$ platí: [Základné vzorce.]

- $\sinh x + \cosh x = e^x$.
- $\sinh x - \cosh x = -e^{-x}$.
- $\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$. [Body so súradnicami $(\cosh x; \sinh x)$ ležia na hyperbole $y^2 - x^2 = 1$.]

Pre všetky $x, y \in R$ platí: [Základné súčtové vzorce.]

- $\sinh(x + y) = \sinh x \cdot \cosh y + \cosh x \cdot \sinh y$.
- $\sinh(x - y) = \sinh x \cdot \cosh y - \cosh x \cdot \sinh y$.
- $\cosh(x + y) = \cosh x \cdot \cosh y + \sinh x \cdot \sinh y$.
- $\cosh(x + y) = \cosh x \cdot \cosh y - \sinh x \cdot \sinh y$.

Pre všetky $x \in R$ platí: [Dvojnásobné a polovičné argumenty.]

Hyperbolické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky $x \in R$ platí: [Základné vzorce.]

- $\sinh x + \cosh x = e^x$.
- $\sinh x - \cosh x = -e^{-x}$.
- $\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$. [Body so súradnicami $(\cosh x; \sinh x)$ ležia na hyperbole $y^2 - x^2 = 1$.]

Pre všetky $x, y \in R$ platí: [Základné súčtové vzorce.]

- $\sinh(x+y) = \sinh x \cdot \cosh y + \cosh x \cdot \sinh y$.
- $\sinh(x-y) = \sinh x \cdot \cosh y - \cosh x \cdot \sinh y$.
- $\cosh(x+y) = \cosh x \cdot \cosh y + \sinh x \cdot \sinh y$.
- $\cosh(x+y) = \cosh x \cdot \cosh y - \sinh x \cdot \sinh y$.

Pre všetky $x \in R$ platí: [Dvojnásobné a polovičné argumenty.]

- $\sinh 2x = 2 \sinh x \cosh x$.
- $\cosh 2x = \sinh^2 x + \cosh^2 x$.

Hyperbolické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky $x \in R$ platí: [Základné vzorce.]

- $\sinh x + \cosh x = e^x$.
- $\sinh x - \cosh x = -e^{-x}$.
- $\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$.

[Body so súradnicami $(\cosh x; \sinh x)$ ležia na hyperbole $y^2 - x^2 = 1$.]

Pre všetky $x, y \in R$ platí: [Základné súčtové vzorce.]

- $\sinh(x + y) = \sinh x \cdot \cosh y + \cosh x \cdot \sinh y$.
- $\sinh(x - y) = \sinh x \cdot \cosh y - \cosh x \cdot \sinh y$.
- $\cosh(x + y) = \cosh x \cdot \cosh y + \sinh x \cdot \sinh y$.
- $\cosh(x + y) = \cosh x \cdot \cosh y - \sinh x \cdot \sinh y$.

Pre všetky $x \in R$ platí: [Dvojnásobné a polovičné argumenty.]

- $\sinh 2x = 2 \sinh x \cosh x$.
- $\cosh 2x = \sinh^2 x + \cosh^2 x$.
- $\sinh^2 x = \frac{\cosh 2x - 1}{2}$.
- $\cosh^2 x = \frac{\cosh 2x + 1}{2}$.

Hyperbolické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky $x, y \in R$ platí:

Hyperbolické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky $x, y \in R$ platí:

- $\sinh x + \sinh y = 2\sinh\frac{x+y}{2} \cdot \cosh\frac{x-y}{2}$.

Hyperbolické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky $x, y \in R$ platí:

- $\sinh x + \sinh y = 2 \sinh \frac{x+y}{2} \cdot \cosh \frac{x-y}{2}$.
- $\sinh x - \sinh y = 2 \cosh \frac{x+y}{2} \cdot \sinh \frac{x-y}{2}$.

Hyperbolické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky $x, y \in R$ platí:

- $\sinh x + \sinh y = 2 \sinh \frac{x+y}{2} \cdot \cosh \frac{x-y}{2}$.
- $\sinh x - \sinh y = 2 \cosh \frac{x+y}{2} \cdot \sinh \frac{x-y}{2}$.

- $\cosh x + \cosh y = 2 \cosh \frac{x+y}{2} \cdot \cosh \frac{x-y}{2}$.

Hyperbolické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky $x, y \in R$ platí:

- $\sinh x + \sinh y = 2 \sinh \frac{x+y}{2} \cdot \cosh \frac{x-y}{2}$.
- $\sinh x - \sinh y = 2 \cosh \frac{x+y}{2} \cdot \sinh \frac{x-y}{2}$.

- $\cosh x + \cosh y = 2 \cosh \frac{x+y}{2} \cdot \cosh \frac{x-y}{2}$.
- $\cosh x - \cosh y = 2 \sinh \frac{x+y}{2} \cdot \sinh \frac{x-y}{2}$.

Hyperbolické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky $x, y \in R$ platí:

- $\sinh x + \sinh y = 2 \sinh \frac{x+y}{2} \cdot \cosh \frac{x-y}{2}$.
- $\sinh x - \sinh y = 2 \cosh \frac{x+y}{2} \cdot \sinh \frac{x-y}{2}$.

- $\cosh x + \cosh y = 2 \cosh \frac{x+y}{2} \cdot \cosh \frac{x-y}{2}$.
- $\cosh x - \cosh y = 2 \sinh \frac{x+y}{2} \cdot \sinh \frac{x-y}{2}$.

Pre všetky $x, y \in R$ platí:

Hyperbolické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky $x, y \in R$ platí:

- $\sinh x + \sinh y = 2 \sinh \frac{x+y}{2} \cdot \cosh \frac{x-y}{2}$.
- $\sinh x - \sinh y = 2 \cosh \frac{x+y}{2} \cdot \sinh \frac{x-y}{2}$.

- $\cosh x + \cosh y = 2 \cosh \frac{x+y}{2} \cdot \cosh \frac{x-y}{2}$.
- $\cosh x - \cosh y = 2 \sinh \frac{x+y}{2} \cdot \sinh \frac{x-y}{2}$.

Pre všetky $x, y \in R$ platí:

- $\sinh(x+y) + \sinh(x-y) = 2 \sinh x \cdot \cosh y$.

Hyperbolické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky $x, y \in R$ platí:

- $\sinh x + \sinh y = 2 \sinh \frac{x+y}{2} \cdot \cosh \frac{x-y}{2}$.
- $\sinh x - \sinh y = 2 \cosh \frac{x+y}{2} \cdot \sinh \frac{x-y}{2}$.

- $\cosh x + \cosh y = 2 \cosh \frac{x+y}{2} \cdot \cosh \frac{x-y}{2}$.
- $\cosh x - \cosh y = 2 \sinh \frac{x+y}{2} \cdot \sinh \frac{x-y}{2}$.

Pre všetky $x, y \in R$ platí:

- $\sinh(x+y) + \sinh(x-y) = 2 \sinh x \cdot \cosh y$.
- $\sinh(x+y) - \sinh(x-y) = 2 \cosh x \cdot \sinh y$.

Hyperbolické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky $x, y \in R$ platí:

- $\sinh x + \sinh y = 2 \sinh \frac{x+y}{2} \cdot \cosh \frac{x-y}{2}$.
- $\sinh x - \sinh y = 2 \cosh \frac{x+y}{2} \cdot \sinh \frac{x-y}{2}$.

- $\cosh x + \cosh y = 2 \cosh \frac{x+y}{2} \cdot \cosh \frac{x-y}{2}$.
- $\cosh x - \cosh y = 2 \sinh \frac{x+y}{2} \cdot \sinh \frac{x-y}{2}$.

Pre všetky $x, y \in R$ platí:

- $\sinh(x+y) + \sinh(x-y) = 2 \sinh x \cdot \cosh y$.
- $\sinh(x+y) - \sinh(x-y) = 2 \cosh x \cdot \sinh y$.

- $\cosh(x+y) + \cosh(x-y) = 2 \cosh x \cdot \cosh y$.

Hyperbolické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky $x, y \in R$ platí:

- $\sinh x + \sinh y = 2 \sinh \frac{x+y}{2} \cdot \cosh \frac{x-y}{2}$.
- $\sinh x - \sinh y = 2 \cosh \frac{x+y}{2} \cdot \sinh \frac{x-y}{2}$.

- $\cosh x + \cosh y = 2 \cosh \frac{x+y}{2} \cdot \cosh \frac{x-y}{2}$.
- $\cosh x - \cosh y = 2 \sinh \frac{x+y}{2} \cdot \sinh \frac{x-y}{2}$.

Pre všetky $x, y \in R$ platí:

- $\sinh(x+y) + \sinh(x-y) = 2 \sinh x \cdot \cosh y$.
- $\sinh(x+y) - \sinh(x-y) = 2 \cosh x \cdot \sinh y$.

- $\cosh(x+y) + \cosh(x-y) = 2 \cosh x \cdot \cosh y$.
- $\cosh(x+y) - \cosh(x-y) = 2 \sinh x \cdot \sinh y$.

Hyperbolické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky $x, y \in R$ platí:

Hyperbolické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky $x, y \in R$ platí:

- $\sinh(x+y) \cdot \sinh(x-y) = \sinh^2 x - \sinh^2 y$

Hyperbolické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky $x, y \in R$ platí:

- $\sinh(x+y) \cdot \sinh(x-y) = \sinh^2 x - \sinh^2 y$
- $\cosh(x+y) \cdot \cosh(x-y) = \cosh^2 x + \cosh^2 y - 1$

Hyperbolické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky $x, y \in R$ platí:

- $\sinh(x+y) \cdot \sinh(x-y) = \sinh^2 x - \sinh^2 y = \cosh^2 x - \cosh^2 y.$
- $\cosh(x+y) \cdot \cosh(x-y) = \cosh^2 x + \cosh^2 y - 1 = \sinh^2 y + \sinh^2 x + 1.$

Hyperbolické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky $x, y \in R$ platí:

- $\sinh(x+y) \cdot \sinh(x-y) = \sinh^2 x - \sinh^2 y = \cosh^2 x - \cosh^2 y.$
- $\cosh(x+y) \cdot \cosh(x-y) = \cosh^2 x + \cosh^2 y - 1 = \sinh^2 y + \sinh^2 x + 1.$

Pre všetky $x \in R,\ x \neq 0$ platí:

Hyperbolické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky $x, y \in R$ platí:

- $\sinh(x+y) \cdot \sinh(x-y) = \sinh^2 x - \sinh^2 y = \cosh^2 x - \cosh^2 y.$
- $\cosh(x+y) \cdot \cosh(x-y) = \cosh^2 x + \cosh^2 y - 1 = \sinh^2 y + \sinh^2 x + 1.$

Pre všetky $x \in R,\ x \neq 0$ platí:

- $\operatorname{tgh} x \cdot \operatorname{cotgh} x = \frac{\sinh x}{\cosh x} \cdot \frac{\cosh x}{\sinh x} = 1.$

Hyperbolické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky $x, y \in R$ platí:

- $\sinh(x+y) \cdot \sinh(x-y) = \sinh^2 x - \sinh^2 y = \cosh^2 x - \cosh^2 y.$
- $\cosh(x+y) \cdot \cosh(x-y) = \cosh^2 x + \cosh^2 y - 1 = \sinh^2 y + \sinh^2 x + 1.$

Pre všetky $x \in R,\ x \neq 0$ platí:

- $\operatorname{tgh} x \cdot \operatorname{cotgh} x = \dfrac{\sinh x}{\cosh x} \cdot \dfrac{\cosh x}{\sinh x} = 1.$

Pre všetky $x, y \in R$ platí: [Súčtové vzorce pre tangens a kotangens hyperbolické.]

Hyperbolické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky $x, y \in R$ platí:

- $\sinh(x+y) \cdot \sinh(x-y) = \sinh^2 x - \sinh^2 y = \cosh^2 x - \cosh^2 y.$
- $\cosh(x+y) \cdot \cosh(x-y) = \cosh^2 x + \cosh^2 y - 1 = \sinh^2 y + \sinh^2 x + 1.$

Pre všetky $x \in R$, $x \neq 0$ platí:

- $\operatorname{tgh} x \cdot \operatorname{cotgh} x = \frac{\sinh x}{\cosh x} \cdot \frac{\cosh x}{\sinh x} = 1.$

Pre všetky $x, y \in R$ platí: [Súčtové vzorce pre tangens a kotangens hyperbolické.]

- $\operatorname{tgh}(x+y) = \frac{\operatorname{tgh} x + \operatorname{tgh} y}{1 + \operatorname{tgh} x \cdot \operatorname{tgh} y}.$

Hyperbolické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky $x, y \in R$ platí:

- $\sinh(x+y) \cdot \sinh(x-y) = \sinh^2 x - \sinh^2 y = \cosh^2 x - \cosh^2 y.$
- $\cosh(x+y) \cdot \cosh(x-y) = \cosh^2 x + \cosh^2 y - 1 = \sinh^2 y + \sinh^2 x + 1.$

Pre všetky $x \in R$, $x \neq 0$ platí:

- $\operatorname{tgh} x \cdot \operatorname{cotgh} x = \frac{\sinh x}{\cosh x} \cdot \frac{\cosh x}{\sinh x} = 1.$

Pre všetky $x, y \in R$ platí: [Súčtové vzorce pre tangens a kotangens hyperbolické.]

- $\operatorname{tgh}(x+y) = \frac{\operatorname{tgh} x + \operatorname{tgh} y}{1 + \operatorname{tgh} x \cdot \operatorname{tgh} y}.$
- $\operatorname{tgh}(x-y) = \frac{\operatorname{tgh} x - \operatorname{tgh} y}{1 - \operatorname{tgh} x \cdot \operatorname{tgh} y}.$

Hyperbolické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky $x,y \in R$ platí:

- $\sinh(x+y)\cdot\sinh(x-y) = \sinh^2 x - \sinh^2 y = \cosh^2 x - \cosh^2 y.$
- $\cosh(x+y)\cdot\cosh(x-y) = \cosh^2 x + \cosh^2 y - 1 = \sinh^2 y + \sinh^2 x + 1.$

Pre všetky $x \in R,\ x \neq 0$ platí:

- $\operatorname{tgh} x \cdot \operatorname{cotgh} x = \frac{\sinh x}{\cosh x}\cdot\frac{\cosh x}{\sinh x} = 1.$

Pre všetky $x,y \in R$ platí: [Súčtové vzorce pre tangens a kotangens hyperbolické.]

- $\operatorname{tgh}(x+y) = \frac{\operatorname{tgh} x + \operatorname{tgh} y}{1+\operatorname{tgh} x\cdot\operatorname{tgh} y}.$
- $\operatorname{tgh}(x-y) = \frac{\operatorname{tgh} x - \operatorname{tgh} y}{1-\operatorname{tgh} x\cdot\operatorname{tgh} y}.$
- $\operatorname{cotgh}(x+y) = \frac{1+\operatorname{cotgh} x\cdot\operatorname{cotgh} y}{\operatorname{cotgh} x+\operatorname{cotgh} y}.$

Hyperbolické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky $x, y \in R$ platí:

- $\sinh(x+y)\cdot\sinh(x-y) = \sinh^2 x - \sinh^2 y = \cosh^2 x - \cosh^2 y.$
- $\cosh(x+y)\cdot\cosh(x-y) = \cosh^2 x + \cosh^2 y - 1 = \sinh^2 y + \sinh^2 x + 1.$

Pre všetky $x \in R,\ x \neq 0$ platí:

- $\operatorname{tgh} x \cdot \operatorname{cotgh} x = \frac{\sinh x}{\cosh x}\cdot\frac{\cosh x}{\sinh x} = 1.$

Pre všetky $x, y \in R$ platí: [Súčtové vzorce pre tangens a kotangens hyperbolické.]

- $\operatorname{tgh}(x+y) = \frac{\operatorname{tgh} x + \operatorname{tgh} y}{1+\operatorname{tgh} x\cdot\operatorname{tgh} y}.$
- $\operatorname{tgh}(x-y) = \frac{\operatorname{tgh} x - \operatorname{tgh} y}{1-\operatorname{tgh} x\cdot\operatorname{tgh} y}.$
- $\operatorname{cotgh}(x+y) = \frac{1+\operatorname{cotgh} x\cdot\operatorname{cotgh} y}{\operatorname{cotgh} x + \operatorname{cotgh} y}.$
- $\operatorname{cotgh}(x-y) = \frac{1-\operatorname{cotgh} x\cdot\operatorname{cotgh} y}{\operatorname{cotgh} x - \operatorname{cotgh} y}.$

Hyperbolické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky $x, y \in R$ platí:

- $\sinh(x+y)\cdot\sinh(x-y) = \sinh^2 x - \sinh^2 y = \cosh^2 x - \cosh^2 y.$
- $\cosh(x+y)\cdot\cosh(x-y) = \cosh^2 x + \cosh^2 y - 1 = \sinh^2 y + \sinh^2 x + 1.$

Pre všetky $x \in R,\ x \neq 0$ platí:

- $\operatorname{tgh} x \cdot \operatorname{cotgh} x = \frac{\sinh x}{\cosh x}\cdot\frac{\cosh x}{\sinh x} = 1.$

Pre všetky $x, y \in R$ platí: [Súčtové vzorce pre tangens a kotangens hyperbolické.]

- $\operatorname{tgh}(x+y) = \frac{\operatorname{tgh} x + \operatorname{tgh} y}{1 + \operatorname{tgh} x \cdot \operatorname{tgh} y}.$
- $\operatorname{tgh}(x-y) = \frac{\operatorname{tgh} x - \operatorname{tgh} y}{1 - \operatorname{tgh} x \cdot \operatorname{tgh} y}.$
- $\operatorname{cotgh}(x+y) = \frac{1 + \operatorname{cotgh} x \cdot \operatorname{cotgh} y}{\operatorname{cotgh} x + \operatorname{cotgh} y}.$
- $\operatorname{cotgh}(x-y) = \frac{1 - \operatorname{cotgh} x \cdot \operatorname{cotgh} y}{\operatorname{cotgh} x - \operatorname{cotgh} y}.$

Pre všetky $x, y \in R$ platí: [Súčtové vzorce pre dvojnásobné argumenty.]

Hyperbolické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky $x, y \in R$ platí:

- $\sinh(x+y) \cdot \sinh(x-y) = \sinh^2 x - \sinh^2 y = \cosh^2 x - \cosh^2 y.$
- $\cosh(x+y) \cdot \cosh(x-y) = \cosh^2 x + \cosh^2 y - 1 = \sinh^2 y + \sinh^2 x + 1.$

Pre všetky $x \in R,\ x \neq 0$ platí:

- $\operatorname{tgh} x \cdot \operatorname{cotgh} x = \frac{\sinh x}{\cosh x} \cdot \frac{\cosh x}{\sinh x} = 1.$

Pre všetky $x, y \in R$ platí: [Súčtové vzorce pre tangens a kotangens hyperbolické.]

- $\operatorname{tgh}(x+y) = \frac{\operatorname{tgh} x + \operatorname{tgh} y}{1 + \operatorname{tgh} x \cdot \operatorname{tgh} y}.$
- $\operatorname{tgh}(x-y) = \frac{\operatorname{tgh} x - \operatorname{tgh} y}{1 - \operatorname{tgh} x \cdot \operatorname{tgh} y}.$
- $\operatorname{cotgh}(x+y) = \frac{1 + \operatorname{cotgh} x \cdot \operatorname{cotgh} y}{\operatorname{cotgh} x + \operatorname{cotgh} y}.$
- $\operatorname{cotgh}(x-y) = \frac{1 - \operatorname{cotgh} x \cdot \operatorname{cotgh} y}{\operatorname{cotgh} x - \operatorname{cotgh} y}.$

Pre všetky $x, y \in R$ platí: [Súčtové vzorce pre dvojnásobné argumenty.]

- $\operatorname{tgh} 2x = \frac{2 \operatorname{tgh} x}{1 + \operatorname{tgh}^2 x} = \frac{2}{\operatorname{cotgh} x + \operatorname{tgh} x}.$

Hyperbolické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky $x,y \in R$ platí:

- $\sinh(x+y)\cdot\sinh(x-y) = \sinh^2 x - \sinh^2 y = \cosh^2 x - \cosh^2 y.$
- $\cosh(x+y)\cdot\cosh(x-y) = \cosh^2 x + \cosh^2 y - 1 = \sinh^2 y + \sinh^2 x + 1.$

Pre všetky $x \in R,\ x \neq 0$ platí:

- $\operatorname{tgh} x \cdot \operatorname{cotgh} x = \frac{\sinh x}{\cosh x}\cdot\frac{\cosh x}{\sinh x} = 1.$

Pre všetky $x,y \in R$ platí: [Súčtové vzorce pre tangens a kotangens hyperbolické.]

- $\operatorname{tgh}(x+y) = \frac{\operatorname{tgh} x + \operatorname{tgh} y}{1+\operatorname{tgh} x\cdot\operatorname{tgh} y}.$
- $\operatorname{tgh}(x-y) = \frac{\operatorname{tgh} x - \operatorname{tgh} y}{1-\operatorname{tgh} x\cdot\operatorname{tgh} y}.$
- $\operatorname{cotgh}(x+y) = \frac{1+\operatorname{cotgh} x\cdot\operatorname{cotgh} y}{\operatorname{cotgh} x+\operatorname{cotgh} y}.$
- $\operatorname{cotgh}(x-y) = \frac{1-\operatorname{cotgh} x\cdot\operatorname{cotgh} y}{\operatorname{cotgh} x-\operatorname{cotgh} y}.$

Pre všetky $x,y \in R$ platí: [Súčtové vzorce pre dvojnásobné argumenty.]

- $\operatorname{tgh} 2x = \frac{2\operatorname{tgh} x}{1+\operatorname{tgh}^2 x} = \frac{2}{\operatorname{cotgh} x+\operatorname{tgh} x}.$
- $\operatorname{cotg} 2x = \frac{1+\operatorname{cotgh}^2 x}{2\operatorname{cotgh} x} = \frac{\operatorname{cotgh} x+\operatorname{tgh} x}{2}.$

Hyperbolické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky $x \in R$, $n \in N$ platí:

Hyperbolické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky $x \in R$, $n \in N$ platí: [Moivreov vzorec pre hyperbolické funkcie.]

- $(\cosh x \pm \sinh x)^n = \cosh nx \pm \sinh nx.$

Hyperbolické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky $x \in R,\ n \in N$ platí: [Moivreov vzorec pre hyperbolické funkcie.]

- $(\cosh x \pm \sinh x)^n = \cosh nx \pm \sinh nx.$

[Moivreov vzorec pre komplexné čísla: • Pre všetky $x \in R,\ n \in N$ platí $(\cos x \pm \mathrm{i} \sin x)^n = \cos nx \pm \mathrm{i} \sin nx$.]

Hyperbolické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky $x \in R,\ n \in N$ platí: [Moivreov vzorec pre hyperbolické funkcie.]

- $(\cosh x \pm \sinh x)^n = \cosh nx \pm \sinh nx.$

[Moivreov vzorec pre komplexné čísla: • Pre všetky $x \in R,\ n \in N$ platí $(\cos x \pm \mathrm{i} \sin x)^n = \cos nx \pm \mathrm{i} \sin nx$.]

Pre všetky $x \in (0; \infty)$ platí:

- $\sinh x$
- $\cosh x$
- $\operatorname{tgh} x = \dfrac{1}{\operatorname{cotgh} x}$

Hyperbolické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky $x \in R,\ n \in N$ platí: [Moivreov vzorec pre hyperbolické funkcie.]

- $(\cosh x \pm \sinh x)^n = \cosh nx \pm \sinh nx.$

[Moivreov vzorec pre komplexné čísla: • Pre všetky $x \in R,\ n \in N$ platí $(\cos x \pm \mathrm{i} \sin x)^n = \cos nx \pm \mathrm{i} \sin nx$.]

Pre všetky $x \in (0; \infty)$ platí:

- $\sinh x$
- $\cosh x$ • $= \sqrt{\sinh^2 x + 1}$
- $\operatorname{tgh} x = \dfrac{1}{\operatorname{cotgh} x}$ • $= \dfrac{\sinh x}{\sqrt{\sinh^2 x + 1}}$

Hyperbolické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky $x \in R$, $n \in N$ platí: [Moivreov vzorec pre hyperbolické funkcie.]

- $(\cosh x \pm \sinh x)^n = \cosh nx \pm \sinh nx.$

[Moivreov vzorec pre komplexné čísla: • Pre všetky $x \in R$, $n \in N$ platí $(\cos x \pm i \sin x)^n = \cos nx \pm i \sin nx$.]

Pre všetky $x \in (0; \infty)$ platí:

- $\sinh x$ • $= \sqrt{\cosh^2 x - 1}$
- $\cosh x$
- $\operatorname{tgh} x = \dfrac{1}{\operatorname{cotgh} x}$ • $= \dfrac{\sqrt{\cosh^2 x - 1}}{\cosh x}.$

Hyperbolické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky $x \in R$, $n \in N$ platí: [Moivreov vzorec pre hyperbolické funkcie.]

- $(\cosh x \pm \sinh x)^n = \cosh nx \pm \sinh nx.$

[Moivreov vzorec pre komplexné čísla: • Pre všetky $x \in R$, $n \in N$ platí $(\cos x \pm \mathrm{i} \sin x)^n = \cos nx \pm \mathrm{i} \sin nx$.]

Pre všetky $x \in (0; \infty)$ platí:

- $\sinh x$ • $= \dfrac{\operatorname{tgh} x}{\sqrt{1-\operatorname{tgh}^2 x}}$
- $\cosh x$ • $= \dfrac{1}{\sqrt{1-\operatorname{tgh}^2 x}}$
- $\operatorname{tgh} x = \dfrac{1}{\operatorname{cotgh} x}$

Hyperbolické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky $x \in R$, $n \in N$ platí: [Moivreov vzorec pre hyperbolické funkcie.]

- $(\cosh x \pm \sinh x)^n = \cosh nx \pm \sinh nx.$

[Moivreov vzorec pre komplexné čísla: • Pre všetky $x \in R$, $n \in N$ platí $(\cos x \pm i \sin x)^n = \cos nx \pm i \sin nx$.]

Pre všetky $x \in (0; \infty)$ platí:

- $\sinh x$ • $= \dfrac{1}{\sqrt{\operatorname{cotgh}^2 x - 1}}.$
- $\cosh x$ • $= \dfrac{\operatorname{cotgh} x}{\sqrt{\operatorname{cotgh}^2 x - 1}}.$
- $\operatorname{tgh} x = \dfrac{1}{\operatorname{cotgh} x}$

Hyperbolické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky $x \in R$, $n \in N$ platí: [Moivreov vzorec pre hyperbolické funkcie.]

- $(\cosh x \pm \sinh x)^n = \cosh nx \pm \sinh nx.$

[Moivreov vzorec pre komplexné čísla: • Pre všetky $x \in R$, $n \in N$ platí $(\cos x \pm \mathrm{i} \sin x)^n = \cos nx \pm \mathrm{i} \sin nx$.]

Pre všetky $x \in (0; \infty)$ platí:

- $\sinh x$ • $= \sqrt{\cosh^2 x - 1}$ • $= \dfrac{\operatorname{tgh} x}{\sqrt{1 - \operatorname{tgh}^2 x}}$ • $= \dfrac{1}{\sqrt{\operatorname{cotgh}^2 x - 1}}.$
- $\cosh x$ • $= \sqrt{\sinh^2 x + 1}$ • $= \dfrac{1}{\sqrt{1 - \operatorname{tgh}^2 x}}$ • $= \dfrac{\operatorname{cotgh} x}{\sqrt{\operatorname{cotgh}^2 x - 1}}.$
- $\operatorname{tgh} x = \dfrac{1}{\operatorname{cotgh} x}$ • $= \dfrac{\sinh x}{\sqrt{\sinh^2 x + 1}}$ • $= \dfrac{\sqrt{\cosh^2 x - 1}}{\cosh x}.$

Hyperbolické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky $x \in R,\ n \in N$ platí: [Moivreov vzorec pre hyperbolické funkcie.]

- $(\cosh x \pm \sinh x)^n = \cosh nx \pm \sinh nx.$

[Moivreov vzorec pre komplexné čísla: • Pre všetky $x \in R,\ n \in N$ platí $(\cos x \pm \mathrm{i} \sin x)^n = \cos nx \pm \mathrm{i} \sin nx$.]

Pre všetky $x \in (0; \infty)$ platí: [Hyperbolické funkcie.]

- $\sinh x$ • $= \sqrt{\cosh^2 x - 1}$ • $= \dfrac{\operatorname{tgh} x}{\sqrt{1-\operatorname{tgh}^2 x}}$ • $= \dfrac{1}{\sqrt{\operatorname{cotgh}^2 x - 1}}.$
- $\cosh x$ • $= \sqrt{\sinh^2 x + 1}$ • $= \dfrac{1}{\sqrt{1-\operatorname{tgh}^2 x}}$ • $= \dfrac{\operatorname{cotgh} x}{\sqrt{\operatorname{cotgh}^2 x - 1}}.$
- $\operatorname{tgh} x = \dfrac{1}{\operatorname{cotgh} x}$ • $= \dfrac{\sinh x}{\sqrt{\sinh^2 x + 1}}$ • $= \dfrac{\sqrt{\cosh^2 x - 1}}{\cosh x}.$

Pre všetky $x \in (0; \frac{\pi}{2})$ platí: [Goniometrické funkcie.]

- $\sin x$ • $= \sqrt{1 - \cos^2 x}$ • $= \dfrac{\operatorname{tg} x}{\sqrt{1+\operatorname{tg}^2 x}}$ • $= \dfrac{1}{\sqrt{1+\operatorname{cotg}^2 x}}.$
- $\cos x$ • $= \sqrt{1 - \sin^2 x}$ • $= \dfrac{1}{\sqrt{1+\operatorname{tg}^2 x}}$ • $= \dfrac{\operatorname{cotg} x}{\sqrt{1+\operatorname{cotg}^2 x}}.$
- $\operatorname{tg} x = \dfrac{1}{\operatorname{cotg} x}$ • $= \dfrac{\sin x}{\sqrt{1-\sin^2 x}}$ • $= \dfrac{\sqrt{1-\cos^2 x}}{\cos x}.$

Hyperbolometrické funkcie – Argument sínus a kosínus hyp.

- Hyperbolometrickými funkciami,

  nazývame inverzné funkcie ku funkciám hyperbolickým

Hyperbolometrické funkcie – Argument sínus a kosínus hyp.

- Hyperbolometrickými funkciami,

  nazývame inverzné funkcie ku funkciám hyperbolickým (resp. k ich vhodným zúženiam).

Hyperbolometrické funkcie – Argument sínus a kosínus hyp.

- Hyperbolometrickými funkciami, označenie argsinh, argcosh, argtgh, argcotgh, nazývame inverzné funkcie ku funkciám hyperbolickým (resp. k ich vhodným zúženiam).

Hyperbolometrické funkcie – Argument sínus a kosínus hyp.

- Hyperbolometrickými funkciami, označenie argsinh, argcosh, argtgh, argcotgh, nazývame inverzné funkcie ku funkciám hyperbolickým (resp. k ich vhodným zúženiam).

Argument sínusu hyperbolického

sa nazýva funkcia

Argument kosínusu hyperbolického

sa nazýva funkcia

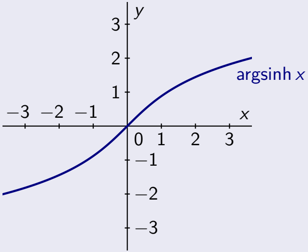
Hyperbolometrické funkcie – Argument sínus a kosínus hyp.

- Hyperbolometrickými funkciami, označenie argsinh, argcosh, argtgh, argcotgh, nazývame inverzné funkcie ku funkciám hyperbolickým (resp. k ich vhodným zúženiam).

Argument sínusu hyperbolického

sa nazýva funkcia

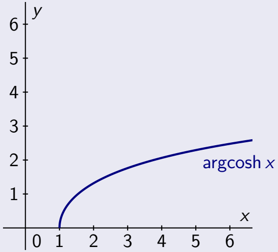
$$f\colon\ y = \operatorname{argsinh} x = \ln\left(x + \sqrt{x^2+1}\right).$$



Argument kosínusu hyperbolického

sa nazýva funkcia

$$f\colon\ y = \operatorname{argcosh} x = \ln\left(x + \sqrt{x^2-1}\right).$$



Hyperbolometrické funkcie – Argument sínus a kosínus hyp.

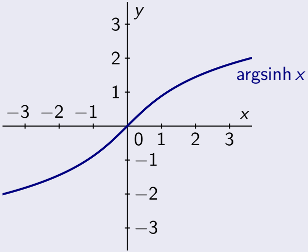
- Hyperbolometrickými funkciami, označenie argsinh, argcosh, argtgh, argcotgh, nazývame inverzné funkcie ku funkciám hyperbolickým (resp. k ich vhodným zúženiam).

Argument sínusu hyperbolického

sa nazýva funkcia

$$f\colon y = \operatorname{argsinh} x = \ln\left(x + \sqrt{x^2+1}\right).$$

- $D(f) = R$.

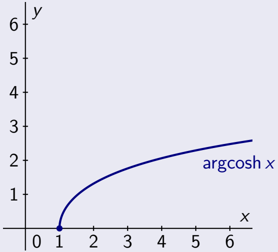


Argument kosínusu hyperbolického

sa nazýva funkcia

$$f\colon y = \operatorname{argcosh} x = \ln\left(x + \sqrt{x^2-1}\right).$$

- $D(f) = \langle 1; \infty)$.



Hyperbolometrické funkcie – Argument sínus a kosínus hyp.

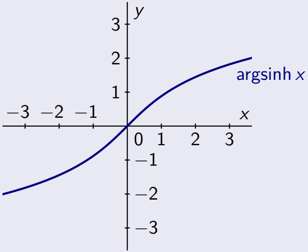
- Hyperbolometrickými funkciami, označenie argsinh, argcosh, argtgh, argcotgh, nazývame inverzné funkcie ku funkciám hyperbolickým (resp. k ich vhodným zúženiam).

Argument sínusu hyperbolického

sa nazýva funkcia

$$f\colon\, y = \operatorname{argsinh} x = \ln\left(x + \sqrt{x^2+1}\right).$$

- $D(f) = R$.
- $H(f) = R$.

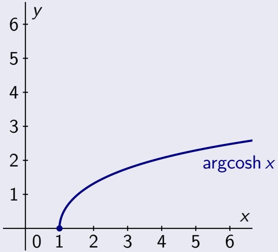


Argument kosínusu hyperbolického

sa nazýva funkcia

$$f\colon\, y = \operatorname{argcosh} x = \ln\left(x + \sqrt{x^2-1}\right).$$

- $D(f) = \langle 1; \infty)$.
- $H(f) = \langle 0; \infty)$.



Hyperbolometrické funkcie – Argument sínus a kosínus hyp.

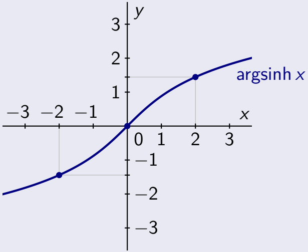
- Hyperbolometrickými funkciami, označenie argsinh, argcosh, argtgh, argcotgh, nazývame inverzné funkcie ku funkciám hyperbolickým (resp. k ich vhodným zúženiam).

Argument sínusu hyperbolického

sa nazýva funkcia

$$f\colon y = \operatorname{argsinh} x = \ln\left(x + \sqrt{x^2+1}\right).$$

- $D(f) = R.$
- $H(f) = R.$
- f je nepárna.

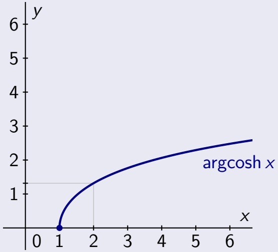


Argument kosínusu hyperbolického

sa nazýva funkcia

$$f\colon y = \operatorname{argcosh} x = \ln\left(x + \sqrt{x^2-1}\right).$$

- $D(f) = \langle 1; \infty).$
- $H(f) = \langle 0; \infty).$



Hyperbolometrické funkcie – Argument sínus a kosínus hyp.

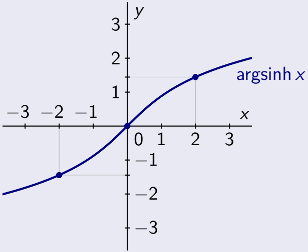
- Hyperbolometrickými funkciami, označenie argsinh, argcosh, argtgh, argcotgh, nazývame inverzné funkcie ku funkciám hyperbolickým (resp. k ich vhodným zúženiam).

Argument sínusu hyperbolického

sa nazýva funkcia

$$f\colon y = \operatorname{argsinh} x = \ln\left(x + \sqrt{x^2+1}\right).$$

- $D(f) = R$.
- $H(f) = R$.
- f je nepárna.
- f je rastúca.

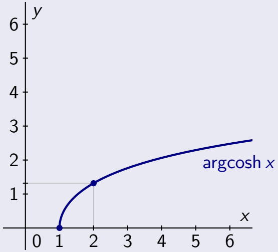


Argument kosínusu hyperbolického

sa nazýva funkcia

$$f\colon y = \operatorname{argcosh} x = \ln\left(x + \sqrt{x^2-1}\right).$$

- $D(f) = \langle 1; \infty)$.
- $H(f) = \langle 0; \infty)$.
- f je rastúca.



Hyperbolometrické funkcie – Argument sínus a kosínus hyp.

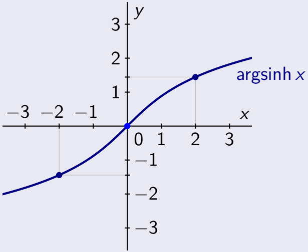
- Hyperbolometrickými funkciami, označenie argsinh, argcosh, argtgh, argcotgh, nazývame inverzné funkcie ku funkciám hyperbolickým (resp. k ich vhodným zúženiam).

Argument sínusu hyperbolického

sa nazýva funkcia

$$f\colon\, y = \operatorname{argsinh} x = \ln\left(x + \sqrt{x^2+1}\right).$$

- $D(f) = R$.
- $H(f) = R$.
- f je nepárna.
- f je rastúca.
- Koreň (nulový bod) je 0. [$\operatorname{argsinh} 0 = 0$.]

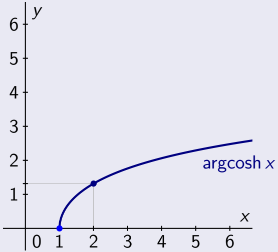


Argument kosínusu hyperbolického

sa nazýva funkcia

$$f\colon\, y = \operatorname{argcosh} x = \ln\left(x + \sqrt{x^2-1}\right).$$

- $D(f) = \langle 1; \infty)$.
- $H(f) = \langle 0; \infty)$.
- f je rastúca.
- Koreň (nulový bod) je 1. [$\operatorname{argcosh} 1 = 0$.]



Hyperbolometrické funkcie – Argument sínus a kosínus hyp.

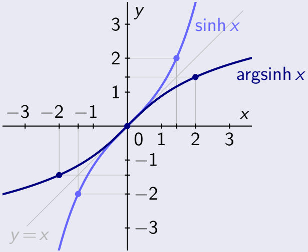
- Hyperbolometrickými funkciami, označenie argsinh, argcosh, argtgh, argcotgh, nazývame inverzné funkcie ku funkciám hyperbolickým (resp. k ich vhodným zúženiam).

Argument sínusu hyperbolického

sa nazýva funkcia

$$f\colon y = \operatorname{argsinh} x = \ln\left(x + \sqrt{x^2+1}\right).$$

- $D(f) = R$.
- $H(f) = R$.
- f je nepárna.
- f je rastúca.
- Koreň (nulový bod) je 0. [$\operatorname{argsinh} 0 = 0$.]

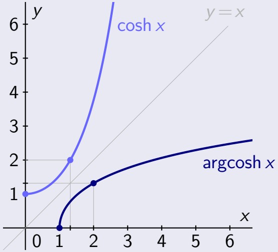


Argument kosínusu hyperbolického

sa nazýva funkcia

$$f\colon y = \operatorname{argcosh} x = \ln\left(x + \sqrt{x^2-1}\right).$$

- $D(f) = \langle 1; \infty)$.
- $H(f) = \langle 0; \infty)$.
- f je rastúca.
- Koreň (nulový bod) je 1. [$\operatorname{argcosh} 1 = 0$.]



Hyperbolometrické funkcie – Argument tangens a kotangens hyp.

Argument tangensu hyperbolického

sa nazýva funkcia

Argument kotangensu hyperbolického

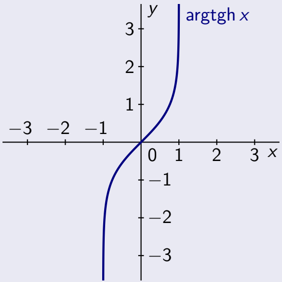
sa nazýva funkcia

Hyperbolometrické funkcie – Argument tangens a kotangens hyp.

Argument tangensu hyperbolického

sa nazýva funkcia

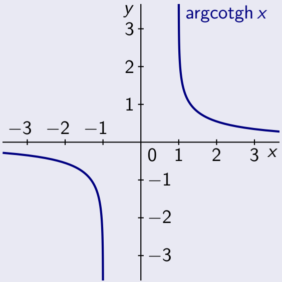
$$f\colon\ y = \operatorname{argtgh} x = \frac{1}{2}\ln\frac{1+x}{1-x}.$$



Argument kotangensu hyperbolického

sa nazýva funkcia

$$f\colon\ y = \operatorname{argcotgh} x = \frac{1}{2}\ln\frac{x+1}{x-1}.$$



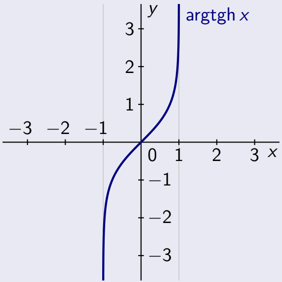
Hyperbolometrické funkcie – Argument tangens a kotangens hyp.

Argument tangensu hyperbolického

sa nazýva funkcia

$$f\colon\ y = \operatorname{argtgh} x = \frac{1}{2}\ln\frac{1+x}{1-x}.$$

- $D(f) = (-1; 1)$.

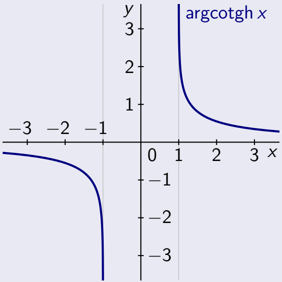


Argument kotangensu hyperbolického

sa nazýva funkcia

$$f\colon\ y = \operatorname{argcotgh} x = \frac{1}{2}\ln\frac{x+1}{x-1}.$$

- $D(f) = R - \langle -1; 1\rangle$.



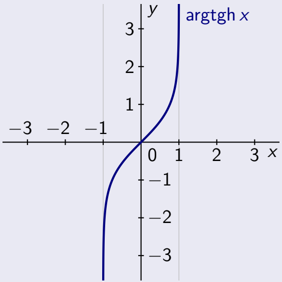
Hyperbolometrické funkcie – Argument tangens a kotangens hyp.

Argument tangensu hyperbolického

sa nazýva funkcia

$$f\colon\ y = \operatorname{argtgh} x = \frac{1}{2}\ln\frac{1+x}{1-x}.$$

- $D(f) = (-1; 1)$.
- $H(f) = R$.

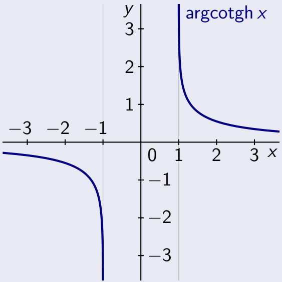


Argument kotangensu hyperbolického

sa nazýva funkcia

$$f\colon\ y = \operatorname{argcotgh} x = \frac{1}{2}\ln\frac{x+1}{x-1}.$$

- $D(f) = R - \langle -1; 1\rangle$.
- $H(f) = R - \{0\}$.



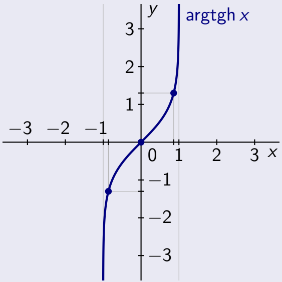
Hyperbolometrické funkcie – Argument tangens a kotangens hyp.

Argument tangensu hyperbolického

sa nazýva funkcia

$$f\colon\ y = \operatorname{argtgh} x = \frac{1}{2}\ln\frac{1+x}{1-x}.$$

- $D(f) = (-1; 1)$.
- $H(f) = R$.
- f je nepárna.

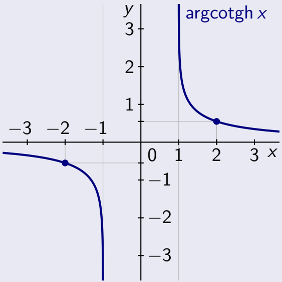


Argument kotangensu hyperbolického

sa nazýva funkcia

$$f\colon\ y = \operatorname{argcotgh} x = \frac{1}{2}\ln\frac{x+1}{x-1}.$$

- $D(f) = R - \langle -1; 1\rangle$.
- $H(f) = R - \{0\}$.
- f je nepárna.



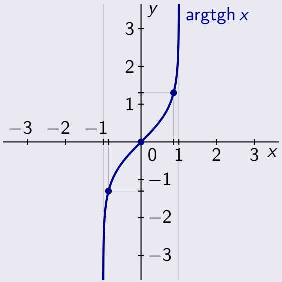
Hyperbolometrické funkcie – Argument tangens a kotangens hyp.

Argument tangensu hyperbolického

sa nazýva funkcia

$$f\colon y = \operatorname{argtgh} x = \frac{1}{2} \ln \frac{1+x}{1-x}.$$

- $D(f) = (-1; 1)$.
- $H(f) = R$.
- f je nepárna.
- f je rastúca.

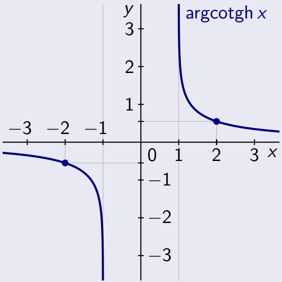


Argument kotangensu hyperbolického

sa nazýva funkcia

$$f\colon y = \operatorname{argcotgh} x = \frac{1}{2} \ln \frac{x+1}{x-1}.$$

- $D(f) = R - \langle -1; 1\rangle$.
- $H(f) = R - \{0\}$.
- f je nepárna.
- f klesá na $(-\infty; -1)$,



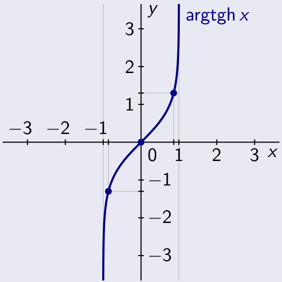
Hyperbolometrické funkcie – Argument tangens a kotangens hyp.

Argument tangensu hyperbolického

sa nazýva funkcia

$$f\colon\ y = \operatorname{argtgh} x = \frac{1}{2}\ln\frac{1+x}{1-x}.$$

- $D(f) = (-1; 1)$.
- $H(f) = R$.
- f je nepárna.
- f je rastúca.

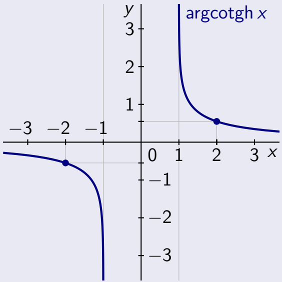


Argument kotangensu hyperbolického

sa nazýva funkcia

$$f\colon\ y = \operatorname{argcotgh} x = \frac{1}{2}\ln\frac{x+1}{x-1}.$$

- $D(f) = R - \langle -1; 1\rangle$.
- $H(f) = R - \{0\}$.
- f je nepárna.
- f klesá na $(-\infty; -1)$, klesá na $(1; \infty)$.



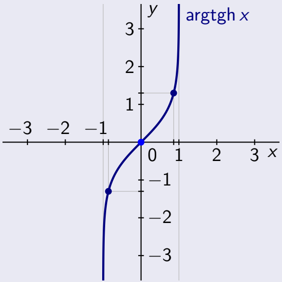
Hyperbolometrické funkcie – Argument tangens a kotangens hyp.

Argument tangensu hyperbolického

sa nazýva funkcia

$$f\colon y = \operatorname{argtgh} x = \frac{1}{2} \ln \frac{1+x}{1-x}.$$

- $D(f) = (-1; 1)$. • $H(f) = R$.
- f je nepárna.
- f je rastúca.
- Koreň (nulový bod) je 0. [$\operatorname{argtgh} 0 = 0$.]

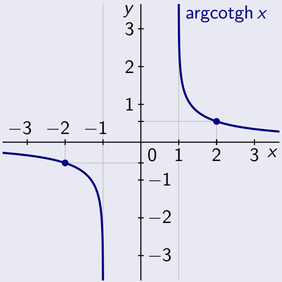


Argument kotangensu hyperbolického

sa nazýva funkcia

$$f\colon y = \operatorname{argcotgh} x = \frac{1}{2} \ln \frac{x+1}{x-1}.$$

- $D(f) = R - \langle -1; 1 \rangle$. • $H(f) = R - \{0\}$.
- f je nepárna.
- f klesá na $(-\infty; -1)$, klesá na $(1; \infty)$.
- Korene (nulové body) neexistujú.



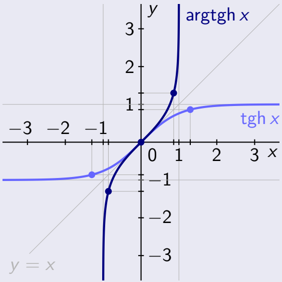
Hyperbolometrické funkcie – Argument tangens a kotangens hyp.

Argument tangensu hyperbolického

sa nazýva funkcia

$$f\colon y = \operatorname{argtgh} x = \frac{1}{2}\ln\frac{1+x}{1-x}.$$

- $D(f) = (-1;1)$.
- $H(f) = R$.
- f je nepárna.
- f je rastúca.
- Koreň (nulový bod) je 0. [$\operatorname{argtgh} 0 = 0$.]

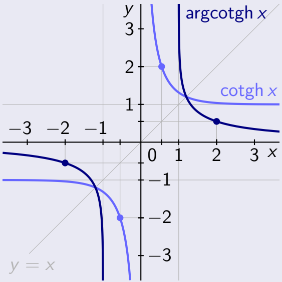


Argument kotangensu hyperbolického

sa nazýva funkcia

$$f\colon y = \operatorname{argcotgh} x = \frac{1}{2}\ln\frac{x+1}{x-1}.$$

- $D(f) = R - \langle -1;1\rangle$.
- $H(f) = R - \{0\}$.
- f je nepárna.
- f klesá na $(-\infty;-1)$, klesá na $(1;\infty)$.
- Korene (nulové body) neexistujú.



Koniec 5. časti

Ďakujem za pozornosť.