Matematická analýza 1

2024/2025

4. Reálne funkcie

Pre správne zobrazenie, fungovanie tooltipov, 2D a 3D animácií je nevyhnutné súbor otvoriť pomocou programu Adobe Reader (zásuvný modul Adobe PDF Plug-In webového prehliadača nestačí).

Kliknutím na text pred ikonou získate nápomoc.
Kliknutím na skratku v modrej lište vpravo hore sa dostanete na príslušný slajd, druhým kliknutím sa dostanete na koniec tohto slajdu.

Obsah

Základné pojmy – Definícia funkcie

Zobrazenie (funkcia) $y = f(x) : D(f) \to H(f)$ sa nazýva:

Základné pojmy – Definícia funkcie

Zobrazenie (funkcia) $y = f(x) : D(f) \to H(f)$ sa nazýva:

- Funkcia reálnej premennej,
- Reálna funkcia,

Základné pojmy – Definícia funkcie

Zobrazenie (funkcia) $y = f(x) : D(f) \to H(f)$ sa nazýva:

- Funkcia reálnej premennej, ak $x \in R$, t. j. $D(f) \subset R$.
- Reálna funkcia,

Základné pojmy – Definícia funkcie

Zobrazenie (funkcia) $y = f(x) : D(f) \to H(f)$ sa nazýva:

- Funkcia reálnej premennej, ak $x \in R$, t. j. $D(f) \subset R$.
- Reálna funkcia, ak $f(x) \in R$, t. j. $H(f) \subset R$.

Základné pojmy – Definícia funkcie

Zobrazenie (funkcia) $y = f(x) : D(f) \to H(f)$ sa nazýva:

- Funkcia reálnej premennej, ak $x \in R$, t. j. $D(f) \subset R$.
- Reálna funkcia, ak $f(x) \in R$, t. j. $H(f) \subset R$.

- Pokým neurčíme ináč, bude funkcia znamenať reálnu funkciu reálnej premennej,

Základné pojmy – Definícia funkcie

Zobrazenie (funkcia) $y = f(x) : D(f) \to H(f)$ sa nazýva:

- Funkcia reálnej premennej, ak $x \in R$, t. j. $D(f) \subset R$. [$x \in R$ nezávislá premenná, vzor.]
- Reálna funkcia, ak $f(x) \in R$, t. j. $H(f) \subset R$. [$y = f(x) \in R$ závislá premenná, funkčná hodnota, obraz.]

- Pokým neurčíme ináč, bude funkcia znamenať reálnu funkciu reálnej premennej, t. j. $D(f), H(f) \subset R$.

Základné pojmy – Definícia funkcie

Zobrazenie (funkcia) $y = f(x) : D(f) \to H(f)$ sa nazýva:

- Funkcia reálnej premennej, ak $x \in R$, t. j. $D(f) \subset R$. [$x \in R$ nezávislá premenná, vzor.]
- Reálna funkcia, ak $f(x) \in R$, t. j. $H(f) \subset R$. [$y = f(x) \in R$ závislá premenná, funkčná hodnota, obraz.]

- Pokým neurčíme ináč, bude funkcia znamenať reálnu funkciu reálnej premennej, t. j. $D(f), H(f) \subset R$.

- $A \subset D(f)$,

Základné pojmy – Definícia funkcie

Zobrazenie (funkcia) $y = f(x) : D(f) \to H(f)$ sa nazýva:

- Funkcia reálnej premennej, ak $x \in R$, t. j. $D(f) \subset R$. [$x \in R$ nezávislá premenná, vzor.]
- Reálna funkcia, ak $f(x) \in R$, t. j. $H(f) \subset R$. [$y = f(x) \in R$ závislá premenná, funkčná hodnota, obraz.]

- Pokým neurčíme ináč, bude funkcia znamenať reálnu funkciu reálnej premennej, t. j. $D(f), H(f) \subset R$.

- $A \subset D(f)$, potom $f(A) = \{f(x), x \in A\}$ nazývame obraz množiny A.

Základné pojmy – Definícia funkcie

Zobrazenie (funkcia) $y = f(x) : D(f) \to H(f)$ sa nazýva:

- Funkcia reálnej premennej, ak $x \in R$, t. j. $D(f) \subset R$. [$x \in R$ nezávislá premenná, vzor.]
- Reálna funkcia, ak $f(x) \in R$, t. j. $H(f) \subset R$. [$y = f(x) \in R$ závislá premenná, funkčná hodnota, obraz.]

- Pokým neurčíme ináč, bude funkcia znamenať reálnu funkciu reálnej premennej, t. j. $D(f), H(f) \subset R$.

- $A \subset D(f)$, potom $f(A) = \{f(x), x \in A\}$ nazývame obraz množiny A.

- $D(f) = \{x$, pre ktoré existuje y, že $[x; y] \in f\}$ (množina všetkých vzorov)

Základné pojmy – Definícia funkcie

Zobrazenie (funkcia) $y = f(x) : D(f) \to H(f)$ sa nazýva:

- **Funkcia reálnej premennej**, ak $x \in R$, t. j. $D(f) \subset R$. [$x \in R$ nezávislá premenná, vzor.]
- **Reálna funkcia**, ak $f(x) \in R$, t. j. $H(f) \subset R$. [$y = f(x) \in R$ závislá premenná, funkčná hodnota, obraz.]

- Pokým neurčíme ináč, bude funkcia znamenať reálnu funkciu reálnej premennej, t. j. $D(f), H(f) \subset R$.

- $A \subset D(f)$, potom $f(A) = \{f(x), x \in A\}$ nazývame **obraz množiny A**.

- $D(f) = \{x,$ pre ktoré existuje y, že $[x; y] \in f\}$ (množina všetkých vzorov) sa nazýva **definičný obor f**.

Základné pojmy – Definícia funkcie

Zobrazenie (funkcia) $y = f(x) : D(f) \to H(f)$ sa nazýva:

- Funkcia reálnej premennej, ak $x \in R$, t. j. $D(f) \subset R$. [$x \in R$ nezávislá premenná, vzor.]
- Reálna funkcia, ak $f(x) \in R$, t. j. $H(f) \subset R$. [$y = f(x) \in R$ závislá premenná, funkčná hodnota, obraz.]

- Pokým neurčíme ináč, bude funkcia znamenať reálnu funkciu reálnej premennej, t. j. $D(f), H(f) \subset R$.

- $A \subset D(f)$, potom $f(A) = \{f(x), x \in A\}$ nazývame obraz množiny A.

- $D(f) = \{x,$ pre ktoré existuje y, že $[x; y] \in f\}$ (množina všetkých vzorov) sa nazýva definičný obor f.

Ak nie je $D(f)$ daný, potom myslíme maximálny možný,

Základné pojmy – Definícia funkcie

Zobrazenie (funkcia) $y = f(x) : D(f) \to H(f)$ sa nazýva:

- Funkcia reálnej premennej, ak $x \in R$, t. j. $D(f) \subset R$. [$x \in R$ nezávislá premenná, vzor.]
- Reálna funkcia, ak $f(x) \in R$, t. j. $H(f) \subset R$. [$y = f(x) \in R$ závislá premenná, funkčná hodnota, obraz.]

- Pokým neurčíme ináč, bude funkcia znamenať reálnu funkciu reálnej premennej, t. j. $D(f), H(f) \subset R$.

- $A \subset D(f)$, potom $f(A) = \{f(x), x \in A\}$ nazývame obraz množiny A.

- $D(f) = \{x,$ pre ktoré existuje y, že $[x; y] \in f\}$ (množina všetkých vzorov) sa nazýva definičný obor f.

  Ak nie je $D(f)$ daný, potom myslíme maximálny možný, tzv. prirodzený.

Základné pojmy – Definícia funkcie

Zobrazenie (funkcia) $y = f(x) : D(f) \to H(f)$ sa nazýva:

- Funkcia reálnej premennej, ak $x \in R$, t. j. $D(f) \subset R$. [$x \in R$ nezávislá premenná, vzor.]
- Reálna funkcia, ak $f(x) \in R$, t. j. $H(f) \subset R$. [$y = f(x) \in R$ závislá premenná, funkčná hodnota, obraz.]

- Pokým neurčíme ináč, bude funkcia znamenať reálnu funkciu reálnej premennej, t. j. $D(f), H(f) \subset R$.

- $A \subset D(f)$, potom $f(A) = \{f(x), x \in A\}$ nazývame obraz množiny A.

- $D(f) = \{x$, pre ktoré existuje y, že $[x; y] \in f\}$ (množina všetkých vzorov) sa nazýva definičný obor f.

  Ak nie je $D(f)$ daný, potom myslíme maximálny možný, tzv. prirodzený.

- $H(f) = \{y$, pre ktoré existuje x, že $[x; y] \in f\}$ (množina všetkých obrazov)

Základné pojmy – Definícia funkcie

Zobrazenie (funkcia) $y = f(x) : D(f) \to H(f)$ sa nazýva:

- Funkcia reálnej premennej, ak $x \in R$, t. j. $D(f) \subset R$. [$x \in R$ nezávislá premenná, vzor.]
- Reálna funkcia, ak $f(x) \in R$, t. j. $H(f) \subset R$. [$y = f(x) \in R$ závislá premenná, funkčná hodnota, obraz.]

- Pokým neurčíme ináč, bude funkcia znamenať reálnu funkciu reálnej premennej, t. j. $D(f), H(f) \subset R$.

- $A \subset D(f)$, potom $f(A) = \{f(x), x \in A\}$ nazývame obraz množiny A.

- $D(f) = \{x$, pre ktoré existuje y, že $[x; y] \in f\}$ (množina všetkých vzorov) sa nazýva definičný obor f.

  Ak nie je $D(f)$ daný, potom myslíme maximálny možný, tzv. prirodzený.

- $H(f) = \{y$, pre ktoré existuje x, že $[x; y] \in f\} = \{f(x), x \in D(f)\}$ (množina všetkých obrazov)

Základné pojmy – Definícia funkcie

Zobrazenie (funkcia) $y = f(x) : D(f) \to H(f)$ sa nazýva:

- **Funkcia reálnej premennej**, ak $x \in R$, t. j. $D(f) \subset R$. [$x \in R$ nezávislá premenná, vzor.]
- **Reálna funkcia**, ak $f(x) \in R$, t. j. $H(f) \subset R$. [$y = f(x) \in R$ závislá premenná, funkčná hodnota, obraz.]

- Pokým neurčíme ináč, bude funkcia znamenať reálnu funkciu reálnej premennej, t. j. $D(f), H(f) \subset R$.

- $A \subset D(f)$, potom $f(A) = \{f(x), x \in A\}$ nazývame **obraz množiny A**.

- $D(f) = \{x,$ pre ktoré existuje y, že $[x; y] \in f\}$ (množina všetkých vzorov) sa nazýva **definičný obor f**.

  Ak nie je $D(f)$ daný, potom myslíme maximálny možný, tzv. **prirodzený**.

- $H(f) = \{y,$ pre ktoré existuje x, že $[x; y] \in f\} = \{f(x), x \in D(f)\} = f(D(f))$ (množina všetkých obrazov)

Základné pojmy – Definícia funkcie

Zobrazenie (funkcia) $y = f(x) : D(f) \to H(f)$ sa nazýva:

- **Funkcia reálnej premennej**, ak $x \in R$, t. j. $D(f) \subset R$. [$x \in R$ nezávislá premenná, vzor.]
- **Reálna funkcia**, ak $f(x) \in R$, t. j. $H(f) \subset R$. [$y = f(x) \in R$ závislá premenná, funkčná hodnota, obraz.]

- Pokým neurčíme ináč, bude funkcia znamenať reálnu funkciu reálnej premennej, t. j. $D(f), H(f) \subset R$.

- $A \subset D(f)$, potom $f(A) = \{f(x), x \in A\}$ nazývame **obraz množiny A**.

- $D(f) = \{x,$ pre ktoré existuje y, že $[x; y] \in f\}$ (množina všetkých vzorov) sa nazýva **definičný obor f**.

  Ak nie je $D(f)$ daný, potom myslíme maximálny možný, tzv. **prirodzený**.

- $H(f) = \{y,$ pre ktoré existuje x, že $[x; y] \in f\} = \{f(x), x \in D(f)\} = f(D(f))$ (množina všetkých obrazov)

  sa nazýva **obor hodnôt f**.

Základné pojmy – Definícia funkcie

Zobrazenie (funkcia) $y = f(x) : D(f) \to H(f)$ sa nazýva:

- **Funkcia reálnej premennej**, ak $x \in R$, t. j. $D(f) \subset R$. [$x \in R$ nezávislá premenná, vzor.]
- **Reálna funkcia**, ak $f(x) \in R$, t. j. $H(f) \subset R$. [$y = f(x) \in R$ závislá premenná, funkčná hodnota, obraz.]

- Pokým neurčíme ináč, bude funkcia znamenať reálnu funkciu reálnej premennej, t. j. $D(f), H(f) \subset R$.

- $A \subset D(f)$, potom $f(A) = \{f(x), x \in A\}$ nazývame **obraz množiny A**.

- $D(f) = \{x,$ pre ktoré existuje y, že $[x; y] \in f\}$ (množina všetkých vzorov) sa nazýva **definičný obor f**.

  Ak nie je $D(f)$ daný, potom myslíme maximálny možný, tzv. **prirodzený**.

- $H(f) = \{y,$ pre ktoré existuje x, že $[x; y] \in f\} = \{f(x), x \in D(f)\} = f(D(f))$ (množina všetkých obrazov) sa nazýva **obor hodnôt f**.

- Množina $\{[x; y], x \in D(f), y = f(x)\} = \{[x; f(x)], x \in D(f)\}$ sa nazýva **graf funkcie f**.

Základné pojmy – Definícia funkcie

Zobrazenie (funkcia) $y = f(x) : D(f) \to H(f)$ sa nazýva:

- Funkcia reálnej premennej, ak $x \in R$, t. j. $D(f) \subset R$. [$x \in R$ nezávislá premenná, vzor.]
- Reálna funkcia, ak $f(x) \in R$, t. j. $H(f) \subset R$. [$y = f(x) \in R$ závislá premenná, funkčná hodnota, obraz.]

- Pokým neurčíme ináč, bude funkcia znamenať reálnu funkciu reálnej premennej, t. j. $D(f), H(f) \subset R$.

- $A \subset D(f)$, potom $f(A) = \{f(x), x \in A\}$ nazývame obraz množiny A.

- $D(f) = \{x,$ pre ktoré existuje y, že $[x; y] \in f\}$ (množina všetkých vzorov) sa nazýva definičný obor f.

  Ak nie je $D(f)$ daný, potom myslíme maximálny možný, tzv. prirodzený.

- $H(f) = \{y,$ pre ktoré existuje x, že $[x; y] \in f\} = \{f(x), x \in D(f)\} = f(D(f))$ (množina všetkých obrazov) sa nazýva obor hodnôt f.

- Množina $\{[x; y], x \in D(f), y = f(x)\} = \{[x; f(x)], x \in D(f)\}$ sa nazýva graf funkcie f.

  [f (reálnu funkciu reálnej premennej) tvoria usporiadané dvojice $[x; f(x)] \in R^2$,

Základné pojmy – Definícia funkcie

Zobrazenie (funkcia) $y = f(x) : D(f) \to H(f)$ sa nazýva:

- **Funkcia reálnej premennej**, ak $x \in R$, t. j. $D(f) \subset R$. [$x \in R$ nezávislá premenná, vzor.]
- **Reálna funkcia**, ak $f(x) \in R$, t. j. $H(f) \subset R$. [$y = f(x) \in R$ závislá premenná, funkčná hodnota, obraz.]

- Pokým neurčíme ináč, bude funkcia znamenať reálnu funkciu reálnej premennej, t. j. $D(f), H(f) \subset R$.

- $A \subset D(f)$, potom $f(A) = \{f(x), x \in A\}$ nazývame **obraz množiny A**.

- $D(f) = \{x$, pre ktoré existuje y, že $[x; y] \in f\}$ (množina všetkých vzorov) sa nazýva **definičný obor f**.

  Ak nie je $D(f)$ daný, potom myslíme maximálny možný, tzv. **prirodzený**.

- $H(f) = \{y$, pre ktoré existuje x, že $[x; y] \in f\} = \{f(x), x \in D(f)\} = f(D(f))$ (množina všetkých obrazov) sa nazýva **obor hodnôt f**.

- Množina $\{[x; y], x \in D(f), y = f(x)\} = \{[x; f(x)], x \in D(f)\}$ sa nazýva **graf funkcie f**.

  [f (reálnu funkciu reálnej premennej) tvoria usporiadané dvojice $[x; f(x)] \in R^2$, t. j. f môžeme graficky zobraziť v rovine R^2.]

Základné pojmy – Injekcia, surjekcia, bijekcia

Funkcia (zobrazenie) $f : A \to B$ sa nazýva:

Základné pojmy – Injekcia, surjekcia, bijekcia

Funkcia (zobrazenie) $f : A \to B$ sa nazýva:

- Injektívna (injekcia, prostá),

- Surjektívna (surjekcia, na),

- Bijektívna (bijekcia, prostá na),

Základné pojmy – Injekcia, surjekcia, bijekcia

Funkcia (zobrazenie) $f : A \to B$ sa nazýva:

- Injektívna (injekcia, prostá), ak $\forall x_1, x_2 \in A\colon\ x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$.
- Surjektívna (surjekcia, na),
- Bijektívna (bijekcia, prostá na),

Základné pojmy – Injekcia, surjekcia, bijekcia

Funkcia (zobrazenie) $f : A \to B$ sa nazýva:

- Injektívna (injekcia, prostá), ak $\forall x_1, x_2 \in A\colon\ x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$.

  Resp. (obrátená implikácia) ak: $\forall x_1, x_2 \in A\colon\ f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$.

- Surjektívna (surjekcia, na),

- Bijektívna (bijekcia, prostá na),

Základné pojmy – Injekcia, surjekcia, bijekcia

Funkcia (zobrazenie) $f : A \to B$ sa nazýva:

- Injektívna (injekcia, prostá), ak $\forall x_1, x_2 \in A\colon\ x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$.

  [Rôznym vzorom x_1, x_2 z množiny A prislúchajú rôzne obrazy $f(x_1)$, $f(x_2)$ z množiny B.]

  Resp. (obrátená implikácia) ak: $\forall x_1, x_2 \in A\colon\ f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$.

  [Ak sa rovnajú obrazy $f(x_1)$, $f(x_2)$, potom sa rovnajú aj vzory x_1, x_2.]

- Surjektívna (surjekcia, na),

- Bijektívna (bijekcia, prostá na),

Základné pojmy – Injekcia, surjekcia, bijekcia

Funkcia (zobrazenie) $f: A \to B$ sa nazýva:

- Injektívna (injekcia, prostá), ak $\forall x_1, x_2 \in A\colon\ x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$.

  [Rôznym vzorom x_1, x_2 z množiny A prislúchajú rôzne obrazy $f(x_1)$, $f(x_2)$ z množiny B.]

  Resp. (obrátená implikácia) ak: $\forall x_1, x_2 \in A\colon\ f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$.

  [Ak sa rovnajú obrazy $f(x_1)$, $f(x_2)$, potom sa rovnajú aj vzory x_1, x_2.]

- Surjektívna (surjekcia, na), ak $\forall y \in B\ \exists x \in A\colon\ y = f(x)$,

- Bijektívna (bijekcia, prostá na),

Základné pojmy – Injekcia, surjekcia, bijekcia

Funkcia (zobrazenie) $f : A \to B$ sa nazýva:

- Injektívna (injekcia, prostá), ak $\forall x_1, x_2 \in A\colon\ x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$.

  [Rôznym vzorom x_1, x_2 z množiny A prislúchajú rôzne obrazy $f(x_1)$, $f(x_2)$ z množiny B.]

  Resp. (obrátená implikácia) ak: $\forall x_1, x_2 \in A\colon\ f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$.

  [Ak sa rovnajú obrazy $f(x_1)$, $f(x_2)$, potom sa rovnajú aj vzory x_1, x_2.]

- Surjektívna (surjekcia, na), ak $\forall y \in B\ \exists x \in A\colon\ y = f(x)$, t. j. $f(A) = B$.

- Bijektívna (bijekcia, prostá na),

Základné pojmy – Injekcia, surjekcia, bijekcia

Funkcia (zobrazenie) $f : A \to B$ sa nazýva:

- Injektívna (injekcia, prostá), ak $\forall x_1, x_2 \in A\colon\ x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$.

  [Rôznym vzorom x_1, x_2 z množiny A prislúchajú rôzne obrazy $f(x_1)$, $f(x_2)$ z množiny B.]

  Resp. (obrátená implikácia) ak: $\forall x_1, x_2 \in A\colon\ f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$.

  [Ak sa rovnajú obrazy $f(x_1)$, $f(x_2)$, potom sa rovnajú aj vzory x_1, x_2.]

- Surjektívna (surjekcia, na), ak $\forall y \in B\ \exists x \in A\colon\ y = f(x)$, t. j. $f(A) = B$.

  [Ku každému obrazu $y \in B$ existuje vzor $x \in A$ taký, že $y = f(x)$.]

- Bijektívna (bijekcia, prostá na),

Základné pojmy – Injekcia, surjekcia, bijekcia

Funkcia (zobrazenie) $f : A \to B$ sa nazýva:

- Injektívna (injekcia, prostá), ak $\forall x_1, x_2 \in A\colon\ x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$.

  [Rôznym vzorom x_1, x_2 z množiny A prislúchajú rôzne obrazy $f(x_1)$, $f(x_2)$ z množiny B.]

  Resp. (obrátená implikácia) ak: $\forall x_1, x_2 \in A\colon\ f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$.

  [Ak sa rovnajú obrazy $f(x_1)$, $f(x_2)$, potom sa rovnajú aj vzory x_1, x_2.]

- Surjektívna (surjekcia, na), ak $\forall y \in B\ \exists x \in A\colon\ y = f(x)$, t. j. $f(A) = B$.

  [Ku každému obrazu $y \in B$ existuje vzor $x \in A$ taký, že $y = f(x)$.]

- Bijektívna (bijekcia, prostá na), ak je injektívna a súčasne surjektívna.

Základné pojmy – Injekcia, surjekcia, bijekcia

Funkcia (zobrazenie) $f: A \to B$ sa nazýva:

- Injektívna (injekcia, prostá), ak $\forall x_1, x_2 \in A\colon\ x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$.

  [Rôznym vzorom x_1, x_2 z množiny A prislúchajú rôzne obrazy $f(x_1)$, $f(x_2)$ z množiny B.]

  Resp. (obrátená implikácia) ak: $\forall x_1, x_2 \in A\colon\ f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$.

  [Ak sa rovnajú obrazy $f(x_1)$, $f(x_2)$, potom sa rovnajú aj vzory x_1, x_2.]

- Surjektívna (surjekcia, na), ak $\forall y \in B\ \exists x \in A\colon\ y = f(x)$, t. j. $f(A) = B$.

  [Ku každému obrazu $y \in B$ existuje vzor $x \in A$ taký, že $y = f(x)$.]

- Bijektívna (bijekcia, prostá na), ak je injektívna a súčasne surjektívna.

Pre funkciu $y = f(x)$, $x \in D(f)$,

Základné pojmy – Injekcia, surjekcia, bijekcia

Funkcia (zobrazenie) $f : A \to B$ sa nazýva:

- Injektívna (injekcia, prostá), ak $\forall x_1, x_2 \in A\colon\ x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$.

  [Rôznym vzorom x_1, x_2 z množiny A prislúchajú rôzne obrazy $f(x_1)$, $f(x_2)$ z množiny B.]

  Resp. (obrátená implikácia) ak: $\forall x_1, x_2 \in A\colon\ f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$.

  [Ak sa rovnajú obrazy $f(x_1)$, $f(x_2)$, potom sa rovnajú aj vzory x_1, x_2.]

- Surjektívna (surjekcia, na), ak $\forall y \in B\ \exists x \in A\colon\ y = f(x)$, t. j. $f(A) = B$.

  [Ku každému obrazu $y \in B$ existuje vzor $x \in A$ taký, že $y = f(x)$.]

- Bijektívna (bijekcia, prostá na), ak je injektívna a súčasne surjektívna.

Pre funkciu $y = f(x)$, $x \in D(f)$, t. j. funkciu $y = f(x)\colon D(f) \to H(f)$ platí:

Základné pojmy – Injekcia, surjekcia, bijekcia

Funkcia (zobrazenie) $f : A \to B$ sa nazýva:

- Injektívna (injekcia, prostá), ak $\forall x_1, x_2 \in A\colon\ x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$.

  [Rôznym vzorom x_1, x_2 z množiny A prislúchajú rôzne obrazy $f(x_1)$, $f(x_2)$ z množiny B.]

  Resp. (obrátená implikácia) ak: $\forall x_1, x_2 \in A\colon\ f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$.

  [Ak sa rovnajú obrazy $f(x_1)$, $f(x_2)$, potom sa rovnajú aj vzory x_1, x_2.]

- Surjektívna (surjekcia, na), ak $\forall y \in B\ \exists x \in A\colon\ y = f(x)$, t. j. $f(A) = B$.

  [Ku každému obrazu $y \in B$ existuje vzor $x \in A$ taký, že $y = f(x)$.]

- Bijektívna (bijekcia, prostá na), ak je injektívna a súčasne surjektívna.

Pre funkciu $y = f(x)$, $x \in D(f)$, t. j. funkciu $y = f(x)\colon D(f) \to H(f)$ platí:

- f je vždy surjektívna,

Základné pojmy – Injekcia, surjekcia, bijekcia

Funkcia (zobrazenie) $f : A \to B$ sa nazýva:

- Injektívna (injekcia, prostá), ak $\forall x_1, x_2 \in A\colon\ x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$.

  [Rôznym vzorom x_1, x_2 z množiny A prislúchajú rôzne obrazy $f(x_1)$, $f(x_2)$ z množiny B.]

  Resp. (obrátená implikácia) ak: $\forall x_1, x_2 \in A\colon\ f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$.

  [Ak sa rovnajú obrazy $f(x_1)$, $f(x_2)$, potom sa rovnajú aj vzory x_1, x_2.]

- Surjektívna (surjekcia, na), ak $\forall y \in B\ \exists x \in A\colon\ y = f(x)$, t. j. $f(A) = B$.

  [Ku každému obrazu $y \in B$ existuje vzor $x \in A$ taký, že $y = f(x)$.]

- Bijektívna (bijekcia, prostá na), ak je injektívna a súčasne surjektívna.

Pre funkciu $y = f(x)$, $x \in D(f)$, t. j. funkciu $y = f(x)\colon D(f) \to H(f)$ platí:

- f je vždy surjektívna, pretože $H(f) = \{y \in R$, pre ktoré existuje $x \in R$, že $[x; y] \in f\}$.

Základné pojmy – Injekcia, surjekcia, bijekcia

Funkcia (zobrazenie) $f : A \to B$ sa nazýva:

- Injektívna (injekcia, prostá), ak $\forall x_1, x_2 \in A\colon\ x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$.

  [Rôznym vzorom x_1, x_2 z množiny A prislúchajú rôzne obrazy $f(x_1)$, $f(x_2)$ z množiny B.]

  Resp. (obrátená implikácia) ak: $\forall x_1, x_2 \in A\colon\ f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$.

  [Ak sa rovnajú obrazy $f(x_1)$, $f(x_2)$, potom sa rovnajú aj vzory x_1, x_2.]

- Surjektívna (surjekcia, na), ak $\forall y \in B\ \exists x \in A\colon\ y = f(x)$, t. j. $f(A) = B$.

  [Ku každému obrazu $y \in B$ existuje vzor $x \in A$taký, že $y = f(x)$.]

- Bijektívna (bijekcia, prostá na), ak je injektívna a súčasne surjektívna.

Pre funkciu $y = f(x)$, $x \in D(f)$, t. j. funkciu $y = f(x)\colon D(f) \to H(f)$ platí:

- f je vždy surjektívna, pretože $H(f) = \{y \in R$, pre ktoré existuje $x \in R$, že $[x; y] \in f\}$.
- f je injektívna, ak pre všetky $x_1, x_2 \in D(f)$, $x_1 \neq x_2$ platí $f(x_1) \neq f(x_2)$.

Základné pojmy – Injekcia, surjekcia, bijekcia

Funkcia (zobrazenie) $f: A \to B$ sa nazýva:

- Injektívna (injekcia, prostá), ak $\forall x_1, x_2 \in A\colon\ x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$.

  [Rôznym vzorom x_1, x_2 z množiny A prislúchajú rôzne obrazy $f(x_1)$, $f(x_2)$ z množiny B.]

  Resp. (obrátená implikácia) ak: $\forall x_1, x_2 \in A\colon\ f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$.

  [Ak sa rovnajú obrazy $f(x_1)$, $f(x_2)$, potom sa rovnajú aj vzory x_1, x_2.]

- Surjektívna (surjekcia, na), ak $\forall y \in B\ \exists x \in A\colon\ y = f(x)$, t. j. $f(A) = B$.

  [Ku každému obrazu $y \in B$ existuje vzor $x \in A$ taký, že $y = f(x)$.]

- Bijektívna (bijekcia, prostá na), ak je injektívna a súčasne surjektívna.

Pre funkciu $y = f(x)$, $x \in D(f)$, t. j. funkciu $y = f(x)\colon D(f) \to H(f)$ platí:

- f je vždy surjektívna, pretože $H(f) = \{y \in R$, pre ktoré existuje $x \in R$, že $[x; y] \in f\}$.
- f je injektívna, ak pre všetky $x_1, x_2 \in D(f)$, $x_1 \neq x_2$ platí $f(x_1) \neq f(x_2)$.
- f je bijektívna, ak je injektívna

Základné pojmy – Injekcia, surjekcia, bijekcia

Funkcia (zobrazenie) $f : A \to B$ sa nazýva:

- Injektívna (injekcia, prostá), ak $\forall x_1, x_2 \in A\colon\ x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$.

  [Rôznym vzorom x_1, x_2 z množiny A prislúchajú rôzne obrazy $f(x_1)$, $f(x_2)$ z množiny B.]

  Resp. (obrátená implikácia) ak: $\forall x_1, x_2 \in A\colon\ f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$.

  [Ak sa rovnajú obrazy $f(x_1)$, $f(x_2)$, potom sa rovnajú aj vzory x_1, x_2.]

- Surjektívna (surjekcia, na), ak $\forall y \in B\ \exists x \in A\colon\ y = f(x)$, t. j. $f(A) = B$.

  [Ku každému obrazu $y \in B$ existuje vzor $x \in A$ taký, že $y = f(x)$.]

- Bijektívna (bijekcia, prostá na), ak je injektívna a súčasne surjektívna.

Pre funkciu $y = f(x)$, $x \in D(f)$, t. j. funkciu $y = f(x)\colon D(f) \to H(f)$ platí:

- f je vždy surjektívna, pretože $H(f) = \{y \in R$, pre ktoré existuje $x \in R$, že $[x; y] \in f\}$.
- f je injektívna, ak pre všetky $x_1, x_2 \in D(f)$, $x_1 \neq x_2$ platí $f(x_1) \neq f(x_2)$.
- f je bijektívna, ak je injektívna (surjektívna je vždy).

Základné pojmy – Explicitne, parametricky, implicitne

Funkciu $y = f(x)$, $x \in D(f)$ môžeme definovať viacerými spôsobmi:

Základné pojmy – Explicitne, parametricky, implicitne

Funkciu $y = f(x)$, $x \in D(f)$ môžeme definovať viacerými spôsobmi:

- Explicitne
- Parametricky
- Implicitne

Základné pojmy – Explicitne, parametricky, implicitne

Funkciu $y = f(x)$, $x \in D(f)$ môžeme definovať viacerými spôsobmi:

- Explicitne predpisom (analytickým vzorcom) $y = f(x)$.
- Parametricky
- Implicitne

Základné pojmy – Explicitne, parametricky, implicitne

Funkciu $y = f(x)$, $x \in D(f)$ môžeme definovať viacerými spôsobmi:

- Explicitne predpisom (analytickým vzorcom) $y = f(x)$.
- Parametricky pomocnými funkciam $x = \alpha(t)$, $y = \beta(t)$, $t \in J$, $J \subset R$.
- Implicitne

Základné pojmy – Explicitne, parametricky, implicitne

Funkciu $y = f(x)$, $x \in D(f)$ môžeme definovať viacerými spôsobmi:

- Explicitne predpisom (analytickým vzorcom) $y = f(x)$.
- Parametricky pomocnými funkciam $x = \alpha(t)$, $y = \beta(t)$, $t \in J$, $J \subset R$.

  [Funkciu f môžeme vždy parametrizovať funkciami $x = t$, $y = f(t)$, $t \in D(f)$.]
- Implicitne

Základné pojmy – Explicitne, parametricky, implicitne

Funkciu $y = f(x)$, $x \in D(f)$ môžeme definovať viacerými spôsobmi:

- Explicitne predpisom (analytickým vzorcom) $y = f(x)$.
- Parametricky pomocnými funkciam $x = \alpha(t)$, $y = \beta(t)$, $t \in J$, $J \subset R$.

  [Funkciu f môžeme vždy parametrizovať funkciami $x = t$, $y = f(t)$, $t \in D(f)$.]
- Implicitne rovnicou $F(x,y) = 0$ a podmienkami pre x, y.

Základné pojmy – Explicitne, parametricky, implicitne

Funkciu $y = f(x),\ x \in D(f)$ môžeme definovať viacerými spôsobmi:

- Explicitne predpisom (analytickým vzorcom) $y = f(x)$.
- Parametricky pomocnými funkciam $x = \alpha(t),\ y = \beta(t),\ t \in J,\ J \subset R$.

  [Funkciu f môžeme vždy parametrizovať funkciami $x = t,\ y = f(t),\ t \in D(f)$.]
- Implicitne rovnicou $F(x,y) = 0$ a podmienkami pre $x,\ y$.

Napríklad funkciu $y = |x|,\ x \in R$ môžeme definovať:

Základné pojmy – Explicitne, parametricky, implicitne

Funkciu $y = f(x)$, $x \in D(f)$ môžeme definovať viacerými spôsobmi:

- **Explicitne** predpisom (analytickým vzorcom) $y = f(x)$.
- **Parametricky** pomocnými funkciam $x = \alpha(t)$, $y = \beta(t)$, $t \in J$, $J \subset R$.

  [Funkciu f môžeme vždy parametrizovať funkciami $x = t$, $y = f(t)$, $t \in D(f)$.]
- **Implicitne** rovnicou $F(x,y) = 0$ a podmienkami pre x, y.

Napríklad funkciu $y = |x|$, $x \in R$ môžeme definovať:

- Explicitne:
- Parametricky:
- Implicitne:

Základné pojmy – Explicitne, parametricky, implicitne

Funkciu $y = f(x)$, $x \in D(f)$ môžeme definovať viacerými spôsobmi:

- **Explicitne** predpisom (analytickým vzorcom) $y = f(x)$.
- **Parametricky** pomocnými funkciam $x = \alpha(t)$, $y = \beta(t)$, $t \in J$, $J \subset R$.

  [Funkciu f môžeme vždy parametrizovať funkciami $x = t$, $y = f(t)$, $t \in D(f)$.]
- **Implicitne** rovnicou $F(x,y) = 0$ a podmienkami pre x, y.

Napríklad funkciu $y = |x|$, $x \in R$ môžeme definovať:

- Explicitne: $y = \sqrt{x^2}$, $x \in R$,
- Parametricky: $x = t$, $t \in R$,
  $y = |t|$,
- Implicitne: $y^2 - x^2 = 0$, $y \geq 0$,

Základné pojmy – Explicitne, parametricky, implicitne

Funkciu $y = f(x)$, $x \in D(f)$ môžeme definovať viacerými spôsobmi:

- Explicitne predpisom (analytickým vzorcom) $y = f(x)$.
- Parametricky pomocnými funkciam $x = \alpha(t)$, $y = \beta(t)$, $t \in J$, $J \subset R$.

  [Funkciu f môžeme vždy parametrizovať funkciami $x = t$, $y = f(t)$, $t \in D(f)$.]
- Implicitne rovnicou $F(x,y) = 0$ a podmienkami pre x, y.

Napríklad funkciu $y = |x|$, $x \in R$ môžeme definovať:

- Explicitne: $y = \sqrt{x^2}$, $x \in R$, resp. $y = \max\{-x, x\}$,
- Parametricky: $x = t$, $t \in R$, $y = |t|$, resp. $x = t$, $t \in R$, $y = \sqrt{t^2}$,
- Implicitne: $y^2 - x^2 = 0$, $y \geq 0$, resp. $y - |x| = 0$,

Základné pojmy – Explicitne, parametricky, implicitne

Funkciu $y = f(x)$, $x \in D(f)$ môžeme definovať viacerými spôsobmi:

- Explicitne predpisom (analytickým vzorcom) $y = f(x)$.
- Parametricky pomocnými funkciam $x = \alpha(t)$, $y = \beta(t)$, $t \in J$, $J \subset R$.

  [Funkciu f môžeme vždy parametrizovať funkciami $x = t$, $y = f(t)$, $t \in D(f)$.]
- Implicitne rovnicou $F(x,y) = 0$ a podmienkami pre x, y.

Napríklad funkciu $y = |x|$, $x \in R$ môžeme definovať:

- Explicitne: $y = \sqrt{x^2}$, $x \in R$, resp. $y = \max\{-x, x\}$, resp. $y = \begin{cases} -x & \text{pre } x < 0, \\ x & \text{pre } x \geq 0. \end{cases}$
- Parametricky: $x = t$, $t \in R$, $y = |t|$, resp. $x = t$, $t \in R$, $y = \sqrt{t^2}$, resp. $x = t^3$, $t \in R$, $y = |t^3|$,
- Implicitne: $y^2 - x^2 = 0$, $y \geq 0$, resp. $y - |x| = 0$, resp. $y - \sqrt{x^2} = 0$.

Základné pojmy – Karteziánsky a polárny súradnicový systém

Karteziánsky súradnicový systém.

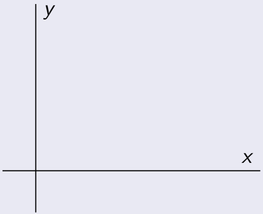
[Pravouhlý súradnicový systém.]

Polárny súradnicový systém.

Základné pojmy – Karteziánsky a polárny súradnicový systém

Karteziánsky súradnicový systém.

[Pravouhlý súradnicový systém.]



- Súradnicové osi x (x-ová os) a y (y-ová os).

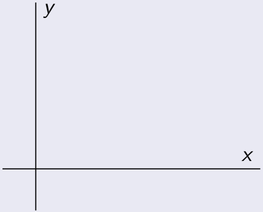
Polárny súradnicový systém.

- Pól (počiatok) súradnicového systému 0.

Základné pojmy – Karteziánsky a polárny súradnicový systém

Karteziánsky súradnicový systém.

[Pravouhlý súradnicový systém.]



- Súradnicové osi x (x-ová os) a y (y-ová os). [Dve na seba kolmé priamky.]

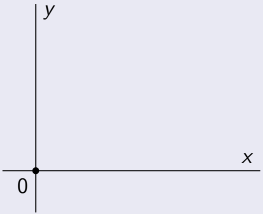
Polárny súradnicový systém.

- Pól (počiatok) súradnicového systému 0. [Bod v rovine.]

Základné pojmy – Karteziánsky a polárny súradnicový systém

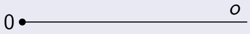
Karteziánsky súradnicový systém.

[Pravouhlý súradnicový systém.]



- Súradnicové osi x (x-ová os) a y (y-ová os). [Dve na seba kolmé priamky.]
- Počiatok súradnicového systému 0.

Polárny súradnicový systém.

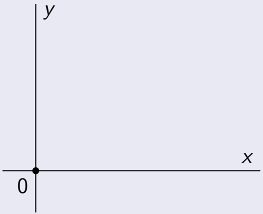


- Pól (počiatok) súradnicového systému 0. [Bod v rovine.]
- Polárna poloos o.

Základné pojmy – Karteziánsky a polárny súradnicový systém

Karteziánsky súradnicový systém.

[Pravouhlý súradnicový systém.]



- Súradnicové osi x (x-ová os) a y (y-ová os). [Dve na seba kolmé priamky.]
- Počiatok súradnicového systému 0. [Priesečník osí x a y.]

Polárny súradnicový systém.

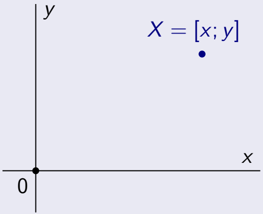
[Pól zodpovedá počiatku 0. Poloos o zodpovedá kladnej poloosi x.]

- Pól (počiatok) súradnicového systému 0. [Bod v rovine.]
- Polárna poloos o. [Polpriamka vychádzajúca z pólu 0.]

Základné pojmy – Karteziánsky a polárny súradnicový systém

Karteziánsky súradnicový systém.

[Pravouhlý súradnicový systém.]

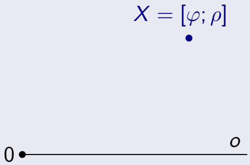


- Súradnicové osi x (x-ová os) a y (y-ová os). [Dve na seba kolmé priamky.]
- Počiatok súradnicového systému 0. [Priesečník osí x a y.]

- Každému bodu $X \in R^2$ sú priradené súradnice $[x; y]$:

Polárny súradnicový systém.

[Pól zodpovedá počiatku 0. Poloos o zodpovedá kladnej poloosi x.]



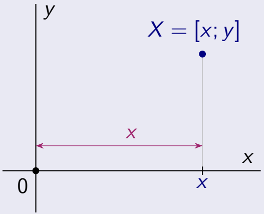
- Pól (počiatok) súradnicového systému 0. [Bod v rovine.]
- Polárna poloos o. [Polpriamka vychádzajúca z pólu 0.]

- Každému bodu $X \in R^2$ sú priradené súradnice $[\varphi; \rho]$:

Základné pojmy – Karteziánsky a polárny súradnicový systém

Karteziánsky súradnicový systém.

[Pravouhlý súradnicový systém.]



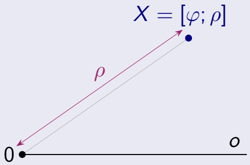
- Súradnicové osi x (x-ová os) a y (y-ová os). [Dve na seba kolmé priamky.]
- Počiatok súradnicového systému 0. [Priesečník osí x a y.]

- Každému bodu $X \in R^2$ sú priradené súradnice $[x; y]$:

  $x \in R$ (x-ová súradnica).

Polárny súradnicový systém.

[Pól zodpovedá počiatku 0. Poloos o zodpovedá kladnej poloosi x.]



- Pól (počiatok) súradnicového systému 0. [Bod v rovine.]
- Polárna poloos o. [Polpriamka vychádzajúca z pólu 0.]

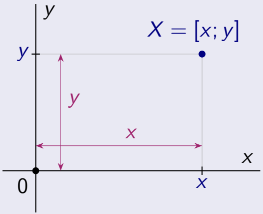
- Každému bodu $X \in R^2$ sú priradené súradnice $[\varphi; \rho]$:

  $\rho \geq 0$ (sprievodič, rádiusvektor).

Základné pojmy – Karteziánsky a polárny súradnicový systém

Karteziánsky súradnicový systém.

[Pravouhlý súradnicový systém.]



- Súradnicové osi x (x-ová os) a y (y-ová os). [Dve na seba kolmé priamky.]
- Počiatok súradnicového systému 0. [Priesečník osí x a y.]

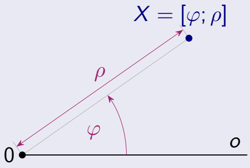
- Každému bodu $X \in R^2$ sú priradené súradnice $[x; y]$:

  $x \in R$ (x-ová súradnica).

  $y \in R$ (y-ová súradnica).

Polárny súradnicový systém.

[Pól zodpovedá počiatku 0. Poloos o zodpovedá kladnej poloosi x.]



- Pól (počiatok) súradnicového systému 0. [Bod v rovine.]
- Polárna poloos o. [Polpriamka vychádzajúca z pólu 0.]

- Každému bodu $X \in R^2$ sú priradené súradnice $[\varphi; \rho]$:

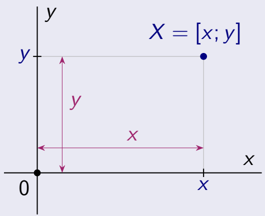
  $\rho \geq 0$ (sprievodič, rádiusvektor).

  $\varphi \in R$ (polárny uhol, amplitúda).

Základné pojmy – Karteziánsky a polárny súradnicový systém

Karteziánsky súradnicový systém.

[Pravouhlý súradnicový systém.]



- Súradnicové osi x (x-ová os) a y (y-ová os). [Dve na seba kolmé priamky.]
- Počiatok súradnicového systému 0. [Priesečník osí x a y.]

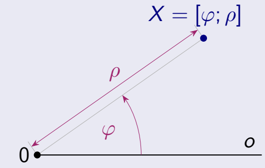
- Každému bodu $X \in R^2$ sú priradené súradnice $[x; y]$:

  $x \in R$ (x-ová súradnica).

  $y \in R$ (y-ová súradnica).

Polárny súradnicový systém.

[Pól zodpovedá počiatku 0. Poloos o zodpovedá kladnej poloosi x.]



- Pól (počiatok) súradnicového systému 0. [Bod v rovine.]
- Polárna poloos o. [Polpriamka vychádzajúca z pólu 0.]

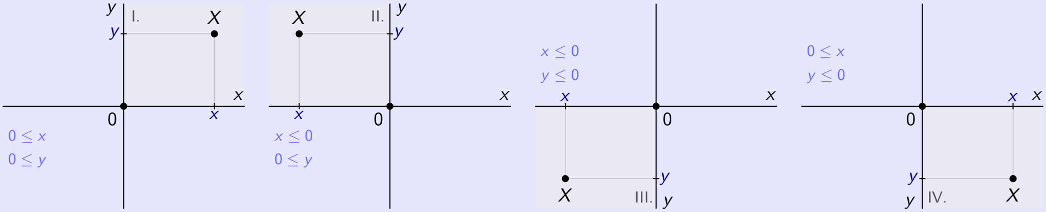
- Každému bodu $X \in R^2$ sú priradené súradnice $[\varphi; \rho]$:

  $\rho \geq 0$ (sprievodič, rádiusvektor). [Vzdialenosť X od pólu 0.]

  $\varphi \in R$ (polárny uhol, amplitúda). [Orientovaný uhol poloosi o s polpriamkou $0X$.]

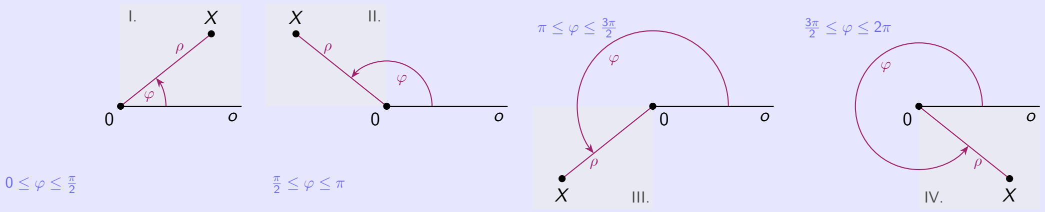
Základné pojmy – Karteziánsky a polárny súradnicový systém

- Bod $X = [x; y] \in R^2$ má v karteziánskom systéme jednoznačne určené súradnice $X = [x; y]$.



Základné pojmy – Karteziánsky a polárny súradnicový systém

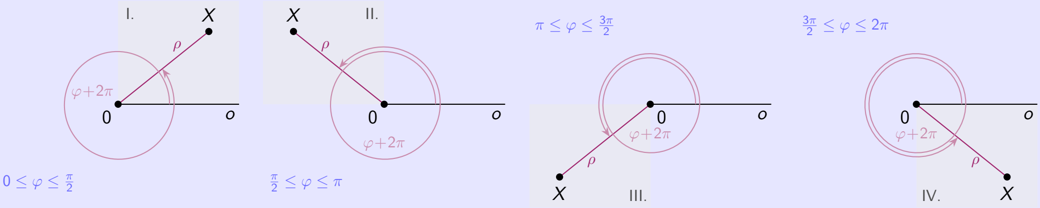
- Bod $X=[x;y]\in R^2$ má v karteziánskom systéme jednoznačne určené súradnice $X=[x;y]$.
- Bod $X=[\varphi;\rho]\in R^2$ má polárnom systéme nekonečne veľa vyjadrení $X=[\varphi+2k\pi;\rho]$, $k\in Z$ (ľubovoľné).



Základné pojmy – Karteziánsky a polárny súradnicový systém

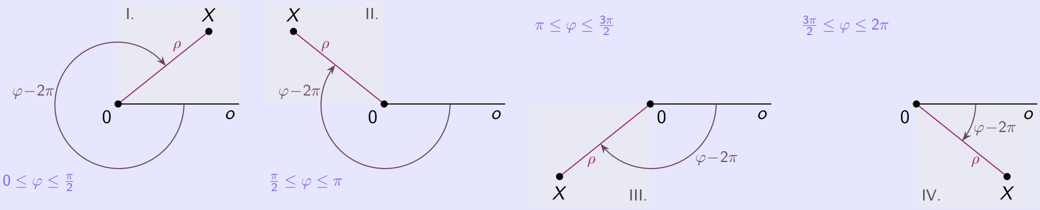
- Bod $X = [x; y] \in R^2$ má v karteziánskom systéme jednoznačne určené súradnice $X = [x; y]$.

- Bod $X = [\varphi; \rho] \in R^2$ má polárnom systéme nekonečne veľa vyjadrení $X = [\varphi + 2k\pi; \rho]$, $k \in Z$ (ľubovoľné).



Základné pojmy – Karteziánsky a polárny súradnicový systém

- Bod $X=[x;y]\in R^2$ má v karteziánskom systéme jednoznačne určené súradnice $X=[x;y]$.
- Bod $X=[\varphi;\rho]\in R^2$ má polárnom systéme nekonečne veľa vyjadrení $X=[\varphi+2k\pi;\rho]$, $k\in Z$ (ľubovoľné).

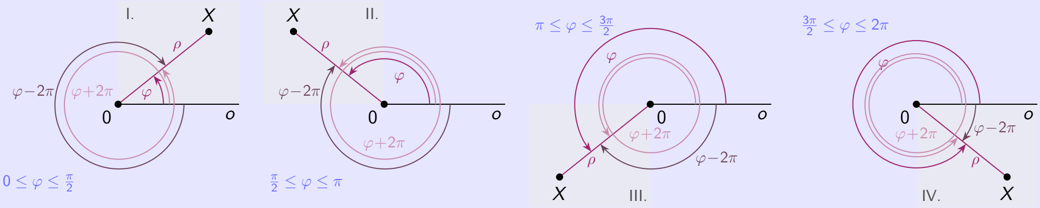


Základné pojmy – Karteziánsky a polárny súradnicový systém

- Bod $X=[x;y]\in R^2$ má v karteziánskom systéme jednoznačne určené súradnice $X=[x;y]$.

- Bod $X=[\varphi;\rho]\in R^2$ má polárnom systéme nekonečne veľa vyjadrení $X=[\varphi+2k\pi;\rho]$, $k\in Z$ (ľubovoľné).

[Pre rozsah uhla φ sa zvykne určiť interval dĺžky 2π, najčastejšie $\langle 0;2\pi\rangle$, $\langle 0;2\pi)$, resp. $\langle -\pi;\pi\rangle$.]



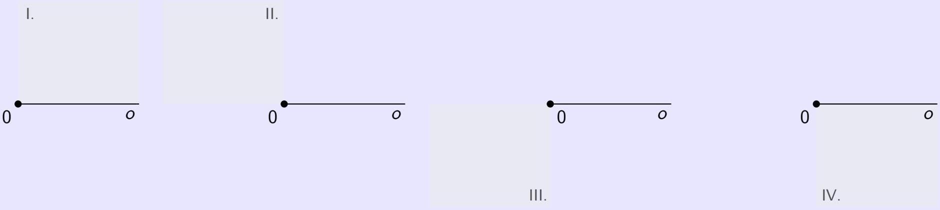
Základné pojmy – Karteziánsky a polárny súradnicový systém

- Bod $X = [x; y] \in R^2$ má v karteziánskom systéme jednoznačne určené súradnice $X = [x; y]$.

- Bod $X = [\varphi; \rho] \in R^2$ má polárnom systéme nekonečne veľa vyjadrení $X = [\varphi + 2k\pi; \rho]$, $k \in Z$ (ľubovoľné).

  [Pre rozsah uhla φ sa zvykne určiť interval dĺžky 2π, najčastejšie $\langle 0; 2\pi \rangle$, $\langle 0; 2\pi)$, resp. $\langle -\pi; \pi \rangle$.]

  - Pól 0 má nekonečne veľa vyjadrení $0 = [\varphi; 0]$, kde $\varphi \in R$ (ľubovoľné).



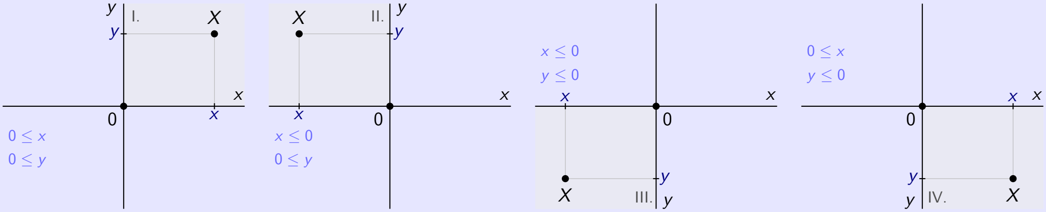
Základné pojmy – Karteziánsky a polárny súradnicový systém

- Bod $X=[x;y]\in R^2$ má v karteziánskom systéme jednoznačne určené súradnice $X=[x;y]$.

- Bod $X=[\varphi;\rho]\in R^2$ má polárnom systéme nekonečne veľa vyjadrení $X=[\varphi+2k\pi;\rho]$, $k\in Z$ (ľubovoľné).

[Pre rozsah uhla φ sa zvykne určiť interval dĺžky 2π, najčastejšie $\langle 0;2\pi\rangle$, $\langle 0;2\pi)$, resp. $\langle -\pi;\pi\rangle$.]

  - Pól 0 má nekonečne veľa vyjadrení $0=[\varphi;0]$, kde $\varphi\in R$ (ľubovoľné).



- $X=[x;y]\in R^2$, $X\neq[0;0]$.

[Karteziánske súradnice.]

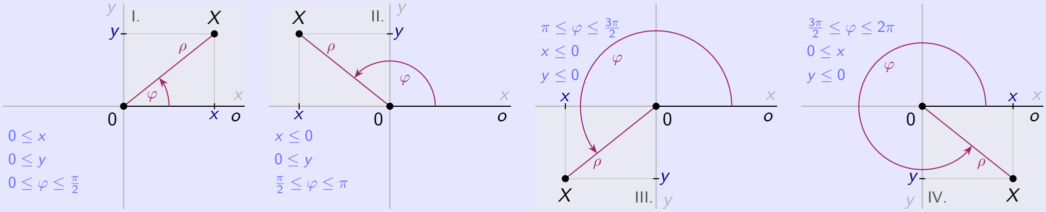
Základné pojmy – Karteziánsky a polárny súradnicový systém

- Bod $X = [x; y] \in R^2$ má v karteziánskom systéme jednoznačne určené súradnice $X = [x; y]$.

- Bod $X = [\varphi; \rho] \in R^2$ má polárnom systéme nekonečne veľa vyjadrení $X = [\varphi + 2k\pi; \rho]$, $k \in Z$ (ľubovoľné).

[Pre rozsah uhla φ sa zvykne určiť interval dĺžky 2π, najčastejšie $\langle 0; 2\pi\rangle$, $\langle 0; 2\pi)$, resp. $\langle -\pi; \pi\rangle$.]

  - Pól 0 má nekonečne veľa vyjadrení $0 = [\varphi; 0]$, kde $\varphi \in R$ (ľubovoľné).



- $X = [x; y] \in R^2$, $X \neq [0; 0]$.

[Karteziánske súradnice.]

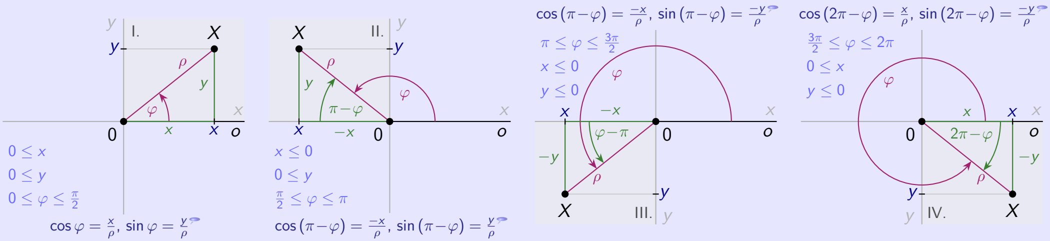
Základné pojmy – Karteziánsky a polárny súradnicový systém

- Bod $X=[x;y]\in R^2$ má v karteziánskom systéme jednoznačne určené súradnice $X=[x;y]$.

- Bod $X=[\varphi;\rho]\in R^2$ má polárnom systéme nekonečne veľa vyjadrení $X=[\varphi+2k\pi;\rho]$, $k\in Z$ (ľubovoľné).

  [Pre rozsah uhla φ sa zvykne určiť interval dĺžky 2π, najčastejšie $\langle 0;2\pi\rangle$, $\langle 0;2\pi)$, resp. $\langle -\pi;\pi\rangle$.]

  - Pól 0 má nekonečne veľa vyjadrení $0=[\varphi;0]$, kde $\varphi\in R$ (ľubovoľné).



- $X=[x;y]\in R^2$, $X\neq[0;0]$. [Karteziánske súradnice.]

  $\Rightarrow$ • $\rho=\sqrt{x^2+y^2}$, • $\cos\varphi=\frac{x}{\rho}=\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}$, • $\sin\varphi=\frac{y}{\rho}=\frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}$. [Polárne súradnice.]

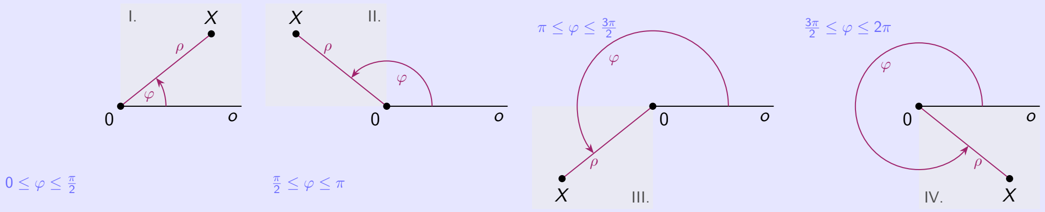
Základné pojmy – Karteziánsky a polárny súradnicový systém

- Bod $X=[x;y]\in R^2$ má v karteziánskom systéme jednoznačne určené súradnice $X=[x;y]$.

- Bod $X=[\varphi;\rho]\in R^2$ má polárnom systéme nekonečne veľa vyjadrení $X=[\varphi+2k\pi;\rho]$, $k\in Z$ (ľubovoľné).

  [Pre rozsah uhla φ sa zvykne určiť interval dĺžky 2π, najčastejšie $\langle 0;2\pi\rangle$, $\langle 0;2\pi)$, resp. $\langle -\pi;\pi\rangle$.]

  - Pól 0 má nekonečne veľa vyjadrení $0=[\varphi;0]$, kde $\varphi\in R$ (ľubovoľné).



- $X=[x;y]\in R^2$, $X\neq[0;0]$. [Karteziánske súradnice.]

  $\Rightarrow$ • $\rho=\sqrt{x^2+y^2}$, • $\cos\varphi=\frac{x}{\rho}=\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}$, • $\sin\varphi=\frac{y}{\rho}=\frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}$. [Polárne súradnice.]

- $X=[\varphi;\rho]\in R\times\langle 0;\infty)$. [Polárne súradnice.]

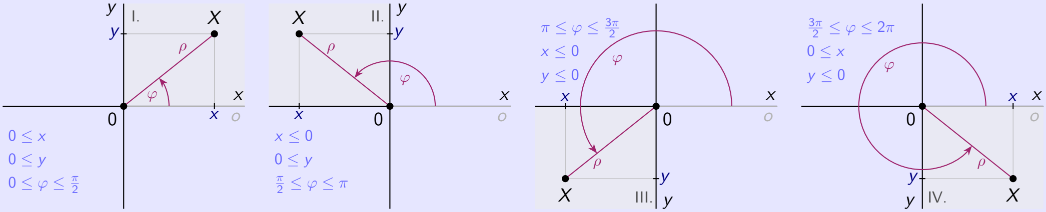
Základné pojmy – Karteziánsky a polárny súradnicový systém

- Bod $X = [x; y] \in R^2$ má v karteziánskom systéme jednoznačne určené súradnice $X = [x; y]$.

- Bod $X = [\varphi; \rho] \in R^2$ má polárnom systéme nekonečne veľa vyjadrení $X = [\varphi + 2k\pi; \rho]$, $k \in Z$ (ľubovoľné).

  [Pre rozsah uhla φ sa zvykne určiť interval dĺžky 2π, najčastejšie $\langle 0; 2\pi \rangle$, $\langle 0; 2\pi)$, resp. $\langle -\pi; \pi \rangle$.]

  - Pól 0 má nekonečne veľa vyjadrení $0 = [\varphi; 0]$, kde $\varphi \in R$ (ľubovoľné).



- $X = [x; y] \in R^2$, $X \neq [0; 0]$. [Karteziánske súradnice.]

$\Rightarrow$ • $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$, • $\cos\varphi = \frac{x}{\rho} = \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}$, • $\sin\varphi = \frac{y}{\rho} = \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}$. [Polárne súradnice.]

- $X = [\varphi; \rho] \in R \times \langle 0; \infty)$. [Polárne súradnice.]

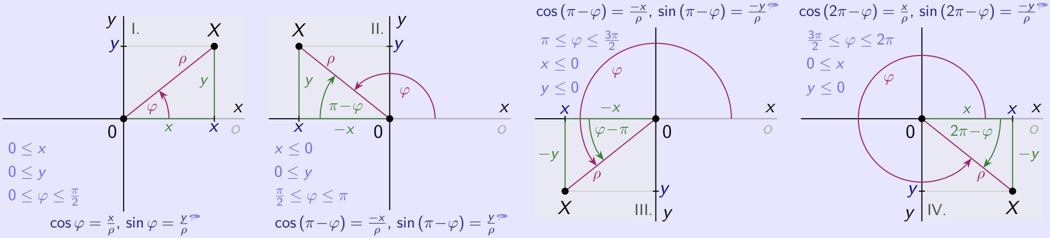
Základné pojmy – Karteziánsky a polárny súradnicový systém

- Bod $X=[x;y]\in R^2$ má v karteziánskom systéme jednoznačne určené súradnice $X=[x;y]$.

- Bod $X=[\varphi;\rho]\in R^2$ má polárnom systéme nekonečne veľa vyjadrení $X=[\varphi+2k\pi;\rho]$, $k\in Z$ (ľubovoľné).

  [Pre rozsah uhla φ sa zvykne určiť interval dĺžky 2π, najčastejšie $\langle 0;2\pi\rangle$, $\langle 0;2\pi)$, resp. $\langle -\pi;\pi\rangle$.]

  - Pól 0 má nekonečne veľa vyjadrení $0=[\varphi;0]$, kde $\varphi\in R$ (ľubovoľné).



- $X=[x;y]\in R^2$, $X\neq[0;0]$. [Karteziánske súradnice.]

  $\Rightarrow$ • $\rho=\sqrt{x^2+y^2}$, • $\cos\varphi=\frac{x}{\rho}=\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}$, • $\sin\varphi=\frac{y}{\rho}=\frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}$. [Polárne súradnice.]

- $X=[\varphi;\rho]\in R\times\langle 0;\infty)$. [Polárne súradnice.]

  $\Rightarrow$ • $x=\rho\cos\varphi$, • $y=\rho\sin\varphi$, • $X=[\rho\cos\varphi;\rho\sin\varphi]$. [Karteziánske súradnice.]

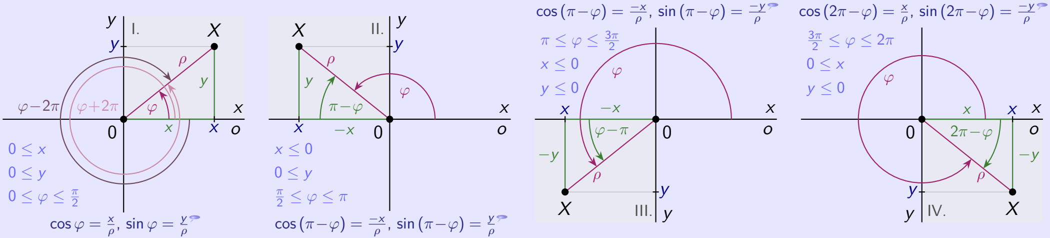
Základné pojmy – Karteziánsky a polárny súradnicový systém

- Bod $X=[x;y]\in R^2$ má v karteziánskom systéme jednoznačne určené súradnice $X=[x;y]$.

- Bod $X=[\varphi;\rho]\in R^2$ má polárnom systéme nekonečne veľa vyjadrení $X=[\varphi+2k\pi;\rho]$, $k\in Z$ (ľubovoľné).

  [Pre rozsah uhla φ sa zvykne určiť interval dĺžky 2π, najčastejšie $\langle 0;2\pi\rangle$, $\langle 0;2\pi)$, resp. $\langle -\pi;\pi\rangle$.]

  - Pól 0 má nekonečne veľa vyjadrení $0=[\varphi;0]$, kde $\varphi\in R$ (ľubovoľné).



- $X=[x;y]\in R^2$, $X\neq[0;0]$. [Karteziánske súradnice.]

  $\Rightarrow$ • $\rho=\sqrt{x^2+y^2}$, • $\cos\varphi=\dfrac{x}{\rho}=\dfrac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}$, • $\sin\varphi=\dfrac{y}{\rho}=\dfrac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}$. [Polárne súradnice.]

- $X=[\varphi;\rho]\in R\times\langle 0;\infty)$. [Polárne súradnice.]

  $\Rightarrow$ • $x=\rho\cos\varphi$, • $y=\rho\sin\varphi$, • $X=[\rho\cos\varphi;\rho\sin\varphi]$. [Karteziánske súradnice.]

Základné pojmy – Príklady funkcií

Funkcia f má v karteziánskom systéme (pravouhlom) tvar:

Funkcia f má v polárnom systéme tvar:

Základné pojmy – Príklady funkcií

Funkcia f má v karteziánskom systéme (pravouhlom) tvar:

- $f = \{[x; y], x \in D(f), y = f(x)\},$

Funkcia f má v polárnom systéme tvar:

- $f = \{[\varphi; \rho], \varphi \in D(f), \rho = f(\varphi)\},$

Základné pojmy – Príklady funkcií

Funkcia f má v karteziánskom systéme (pravouhlom) tvar:

- $f = \{[x; y], x \in D(f), y = f(x)\}$, t. j.
- $f: y = f(x)$, $x \in D(f)$.

Funkcia f má v polárnom systéme tvar:

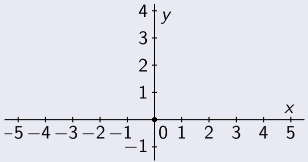
- $f = \{[\varphi; \rho], \varphi \in D(f), \rho = f(\varphi)\}$, t. j.
- $f: \rho = f(\varphi)$, $\varphi \in D(f)$.

Základné pojmy – Príklady funkcií

Funkcia f má v karteziánskom systéme (pravouhlom) tvar:

- $f = \{[x;y], x \in D(f), y = f(x)\}$, t. j.
- $f: y = f(x)$, $x \in D(f)$.

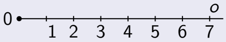
- $y = f_1(x) = 1$, $x \in R$. [Konštantná funkcia.]



Funkcia f má v polárnom systéme tvar:

- $f = \{[\varphi;\rho], \varphi \in D(f), \rho = f(\varphi)\}$, t. j.
- $f: \rho = f(\varphi)$, $\varphi \in D(f)$.

- $\rho = f_1(\varphi) = 1$, $\varphi \in R$. [Konštantná funkcia.]



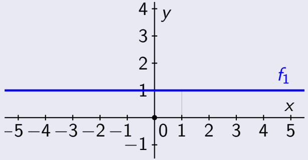
Základné pojmy – Príklady funkcií

Funkcia f má v karteziánskom systéme (pravouhlom) tvar:

- $f = \{[x;y], x \in D(f), y = f(x)\}$, t. j.
- $f: y = f(x),\ x \in D(f)$.

- $y = f_1(x) = 1,\ x \in R$. [Konštantná funkcia.]

  Grafom f_1 je priamka (rovnobežná s osou x).

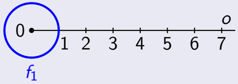


Funkcia f má v polárnom systéme tvar:

- $f = \{[\varphi;\rho], \varphi \in D(f), \rho = f(\varphi)\}$, t. j.
- $f: \rho = f(\varphi),\ \varphi \in D(f)$.

- $\rho = f_1(\varphi) = 1,\ \varphi \in R$. [Konštantná funkcia.]

  Grafom f_1 je kružnica (so stredom 0 a polomerom 1).



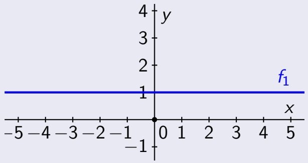
Základné pojmy – Príklady funkcií

Funkcia f má v karteziánskom systéme (pravouhlom) tvar:

- $f = \{[x;y], x \in D(f), y = f(x)\}$, t. j. • $f\colon y = f(x)$, $x \in D(f)$.

- $y = f_1(x) = 1$, $x \in R$. [Konštantná funkcia.]

  Grafom f_1 je priamka (rovnobežná s osou x).



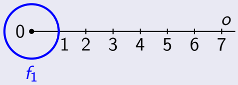
Funkcia f má v polárnom systéme tvar:

- $f = \{[\varphi;\rho], \varphi \in D(f), \rho = f(\varphi)\}$, t. j. • $f\colon \rho = f(\varphi)$, $\varphi \in D(f)$.

- $\rho = f_1(\varphi) = 1$, $\varphi \in R$. [Konštantná funkcia.]

  Grafom f_1 je kružnica (so stredom 0 a polomerom 1).

  [Kružnica v pravouhlom systéme nie je grafom funkcie.]



Základné pojmy – Príklady funkcií

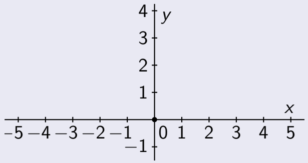
Funkcia f má v karteziánskom systéme (pravouhlom) tvar:

- $f = \{[x;y], x \in D(f), y = f(x)\}$, t. j. • $f: y = f(x)$, $x \in D(f)$.

- $y = f_1(x) = 1$, $x \in R$. [Konštantná funkcia.]

  Grafom f_1 je priamka (rovnobežná s osou x).

- $y = f_2(x) = x$, $x \geq 0$. [Identita.]



Funkcia f má v polárnom systéme tvar:

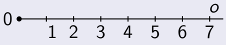
- $f = \{[\varphi;\rho], \varphi \in D(f), \rho = f(\varphi)\}$, t. j. • $f: \rho = f(\varphi)$, $\varphi \in D(f)$.

- $\rho = f_1(\varphi) = 1$, $\varphi \in R$. [Konštantná funkcia.]

  Grafom f_1 je kružnica (so stredom 0 a polomerom 1).

  [Kružnica v pravouhlom systéme nie je grafom funkcie.]

- $\rho = f_2(\varphi) = \varphi$, $\varphi \geq 0$. [Identita.]



Základné pojmy – Príklady funkcií

Funkcia f má v karteziánskom systéme (pravouhlom) tvar:

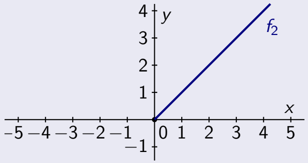
- $f = \{[x;y], x \in D(f), y = f(x)\}$, t. j.
- $f: y = f(x),\ x \in D(f)$.

- $y = f_1(x) = 1,\ x \in R$. [Konštantná funkcia.]

  Grafom f_1 je priamka (rovnobežná s osou x).

- $y = f_2(x) = x,\ x \geq 0$. [Identita.]

  Grafom f_2 je polpriamka (začínajúca v bode 0).



Funkcia f má v polárnom systéme tvar:

- $f = \{[\varphi;\rho], \varphi \in D(f), \rho = f(\varphi)\}$, t. j.
- $f: \rho = f(\varphi),\ \varphi \in D(f)$.

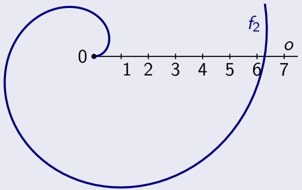
- $\rho = f_1(\varphi) = 1,\ \varphi \in R$. [Konštantná funkcia.]

  Grafom f_1 je kružnica (so stredom 0 a polomerom 1).

  [Kružnica v pravouhlom systéme nie je grafom funkcie.]

- $\rho = f_2(\varphi) = \varphi,\ \varphi \geq 0$. [Identita.]

  Grafom f_2 je špirála (začínajúca v bode 0).

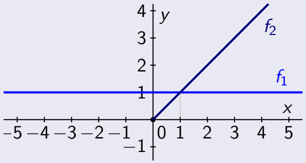


Základné pojmy – Príklady funkcií

Funkcia f má v karteziánskom systéme (pravouhlom) tvar:

- $f = \{[x; y], x \in D(f), y = f(x)\}$, t. j. • $f : y = f(x)$, $x \in D(f)$.

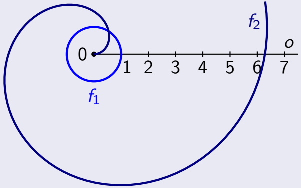
- $y = f_1(x) = 1$, $x \in R$. [Konštantná funkcia.]
  Grafom f_1 je priamka (rovnobežná s osou x).
- $y = f_2(x) = x$, $x \geq 0$. [Identita.]
  Grafom f_2 je polpriamka (začínajúca v bode 0).



Funkcia f má v polárnom systéme tvar:

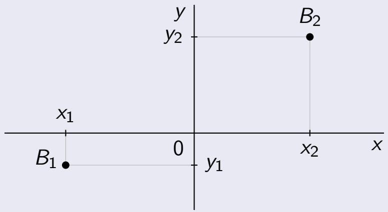
- $f = \{[\varphi; \rho], \varphi \in D(f), \rho = f(\varphi)\}$, t. j. • $f : \rho = f(\varphi)$, $\varphi \in D(f)$.

- $\rho = f_1(\varphi) = 1$, $\varphi \in R$. [Konštantná funkcia.]
  Grafom f_1 je kružnica (so stredom 0 a polomerom 1).
  [Kružnica v pravouhlom systéme nie je grafom funkcie.]
- $\rho = f_2(\varphi) = \varphi$, $\varphi \geq 0$. [Identita.]
  Grafom f_2 je špirála (začínajúca v bode 0).



Základné pojmy – Rovnica priamky

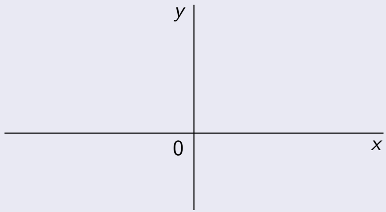
Nájdite **rovnicu priamky** v rovine, ktorá prechádza bodmi $B_1 = [x_1; y_1]$, $B_2 = [x_2; y_2]$, kde $x_1, x_2, x_3, x_4 \in R$.



Základné pojmy – Rovnica priamky

Nájdite **rovnicu priamky** v rovine, ktorá prechádza bodmi $B_1 = [x_1; y_1]$, $B_2 = [x_2; y_2]$, kde $x_1, x_2, x_3, x_4 \in R$.

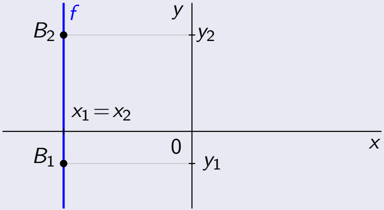
- $x_1 = x_2$.
- $x_1 \neq x_2$.



Základné pojmy – Rovnica priamky

Nájdite **rovnicu priamky** v rovine, ktorá prechádza bodmi $B_1=[x_1; y_1]$, $B_2=[x_2; y_2]$, kde $x_1, x_2, x_3, x_4 \in R$.

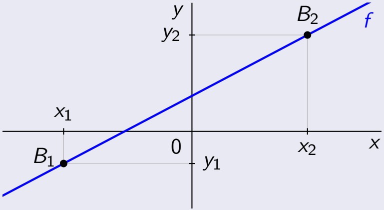
- $x_1 = x_2$. $\Rightarrow$ • Hľadaná priamka má tvar $f\colon x = x_1,\ y \in R$ a nereprezentuje funkciu.
- $x_1 \neq x_2$. •



Základné pojmy – Rovnica priamky

Nájdite **rovnicu priamky** v rovine, ktorá prechádza bodmi $B_1 = [x_1; y_1]$, $B_2 = [x_2; y_2]$, kde $x_1, x_2, x_3, x_4 \in R$.

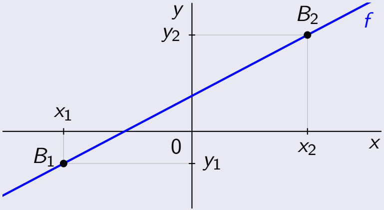
- $x_1 = x_2$. $\Rightarrow$ • Hľadaná priamka má tvar $f\colon x = x_1,\ y \in R$ a nereprezentuje funkciu.
- $x_1 \neq x_2$. $\Rightarrow$ • Hľadaná priamka je grafom funkcie $f\colon y = ax + b,\ x \in R$.



Základné pojmy – Rovnica priamky

Nájdite **rovnicu priamky** v rovine, ktorá prechádza bodmi $B_1=[x_1;y_1]$, $B_2=[x_2;y_2]$, kde $x_1,x_2,x_3,x_4\in R$.

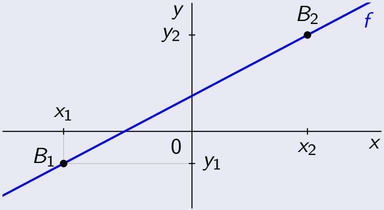
- $x_1=x_2$. $\Rightarrow$ • Hľadaná priamka má tvar $f\colon x=x_1,\ y\in R$ a nereprezentuje funkciu.
- $x_1\neq x_2$. $\Rightarrow$ • Hľadaná priamka je grafom funkcie $f\colon y=ax+b,\ x\in R$. [Musíme určiť koeficienty a, b, aby $B_1,B_2\in f$.]



Základné pojmy – Rovnica priamky

Nájdite **rovnicu priamky** v rovine, ktorá prechádza bodmi $B_1=[x_1;y_1]$, $B_2=[x_2;y_2]$, kde $x_1,x_2,x_3,x_4\in R$.

- $x_1=x_2$. $\Rightarrow$ • Hľadaná priamka má tvar $f\colon x=x_1,\ y\in R$ a nereprezentuje funkciu.
- $x_1\neq x_2$. $\Rightarrow$ • Hľadaná priamka je grafom funkcie $f\colon y=ax+b,\ x\in R$. [Musíme určiť koeficienty a, b, aby $B_1,B_2\in f$.]

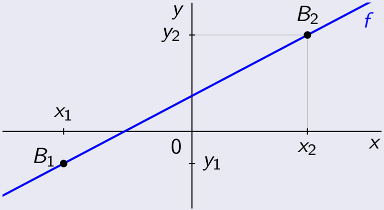


- $B_1=[x_1;y_1]\in f$. $\Rightarrow$ • $y_1=ax_1+b$.

Základné pojmy – Rovnica priamky

Nájdite **rovnicu priamky** v rovine, ktorá prechádza bodmi $B_1=[x_1;y_1]$, $B_2=[x_2;y_2]$, kde $x_1,x_2,x_3,x_4\in R$.

- $x_1=x_2$. $\Rightarrow$ • Hľadaná priamka má tvar $f\colon x=x_1,\ y\in R$ a nereprezentuje funkciu.
- $x_1\neq x_2$. $\Rightarrow$ • Hľadaná priamka je grafom funkcie $f\colon y=ax+b,\ x\in R$. [Musíme určiť koeficienty a, b, aby $B_1,B_2\in f$.]

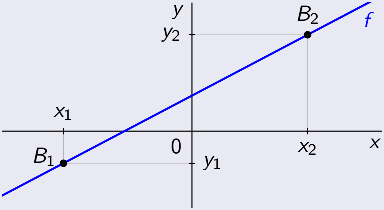


- $B_1=[x_1;y_1]\in f$. $\Rightarrow$ • $y_1=ax_1+b$.
- $B_2=[x_2;y_2]\in f$. $\Rightarrow$ • $y_2=ax_2+b$.

Základné pojmy – Rovnica priamky

Nájdite **rovnicu priamky** v rovine, ktorá prechádza bodmi $B_1=[x_1;y_1]$, $B_2=[x_2;y_2]$, kde $x_1,x_2,x_3,x_4\in R$.

- $x_1 = x_2$. $\Rightarrow$ • Hľadaná priamka má tvar $f\colon x = x_1,\ y\in R$ a nereprezentuje funkciu.
- $x_1 \neq x_2$. $\Rightarrow$ • Hľadaná priamka je grafom funkcie $f\colon y = ax+b,\ x\in R$. [Musíme určiť koeficienty a, b, aby $B_1,B_2\in f$.]



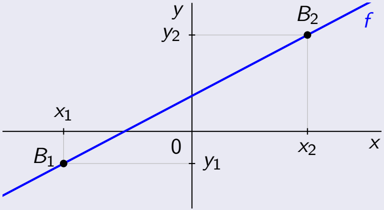
- $B_1 = [x_1;y_1]\in f$. $\Rightarrow$ • $y_1 = ax_1 + b$.
- $B_2 = [x_2;y_2]\in f$. $\Rightarrow$ • $y_2 = ax_2 + b$.

$$y_2 - y_1 = ax_2 + b - ax_1 - b$$

Základné pojmy – Rovnica priamky

Nájdite **rovnicu priamky** v rovine, ktorá prechádza bodmi $B_1 = [x_1; y_1]$, $B_2 = [x_2; y_2]$, kde $x_1, x_2, x_3, x_4 \in R$.

- $x_1 = x_2$. $\Rightarrow$ • Hľadaná priamka má tvar $f\colon x = x_1,\ y \in R$ a nereprezentuje funkciu.
- $x_1 \neq x_2$. $\Rightarrow$ • Hľadaná priamka je grafom funkcie $f\colon y = ax + b,\ x \in R$. [Musíme určiť koeficienty a, b, aby $B_1, B_2 \in f$.]



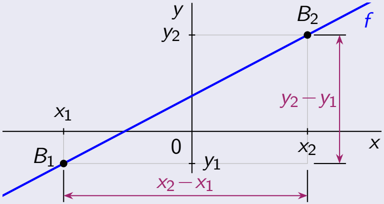
- $B_1 = [x_1; y_1] \in f$. $\Rightarrow$ • $y_1 = ax_1 + b$.
- $B_2 = [x_2; y_2] \in f$. $\Rightarrow$ • $y_2 = ax_2 + b$.

$$y_2 - y_1 = ax_2 + b - ax_1 - b = a(x_2 - x_1).$$

Základné pojmy – Rovnica priamky

Nájdite **rovnicu priamky** v rovine, ktorá prechádza bodmi $B_1=[x_1;y_1]$, $B_2=[x_2;y_2]$, kde $x_1,x_2,x_3,x_4\in R$.

- $x_1 = x_2$. $\Rightarrow$ • Hľadaná priamka má tvar $f\colon x = x_1,\ y\in R$ a nereprezentuje funkciu.
- $x_1 \neq x_2$. $\Rightarrow$ • Hľadaná priamka je grafom funkcie $f\colon y = ax+b,\ x\in R$. [Musíme určiť koeficienty a, b, aby $B_1,B_2\in f$.]



- $B_1 = [x_1;y_1]\in f$. $\Rightarrow$ • $y_1 = ax_1 + b$.
- $B_2 = [x_2;y_2]\in f$. $\Rightarrow$ • $y_2 = ax_2 + b$.

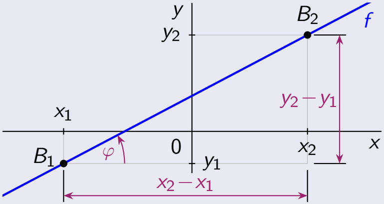
$$y_2 - y_1 = ax_2 + b - ax_1 - b = a(x_2 - x_1).$$

$\Rightarrow$ • $a = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$

Základné pojmy – Rovnica priamky

Nájdite **rovnicu priamky** v rovine, ktorá prechádza bodmi $B_1 = [x_1; y_1]$, $B_2 = [x_2; y_2]$, kde $x_1, x_2, x_3, x_4 \in R$.

- $x_1 = x_2$. $\Rightarrow$ • Hľadaná priamka má tvar $f\colon x = x_1,\ y \in R$ a nereprezentuje funkciu.
- $x_1 \neq x_2$. $\Rightarrow$ • Hľadaná priamka je grafom funkcie $f\colon y = ax + b,\ x \in R$. [Musíme určiť koeficienty a, b, aby $B_1, B_2 \in f$.]



- $B_1 = [x_1; y_1] \in f$. $\Rightarrow$ • $y_1 = ax_1 + b$.
- $B_2 = [x_2; y_2] \in f$. $\Rightarrow$ • $y_2 = ax_2 + b$.

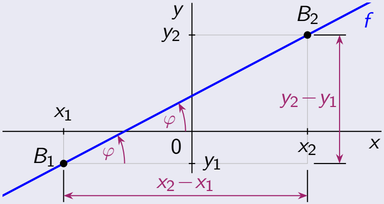
$$y_2 - y_1 = ax_2 + b - ax_1 - b = a(x_2 - x_1).$$

$\Rightarrow$ • $a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \operatorname{tg}\varphi$.

Základné pojmy – Rovnica priamky

Nájdite **rovnicu priamky** v rovine, ktorá prechádza bodmi $B_1=[x_1;y_1]$, $B_2=[x_2;y_2]$, kde $x_1,x_2,x_3,x_4\in R$.

- $x_1=x_2$. $\Rightarrow$ • Hľadaná priamka má tvar $f\colon x=x_1,\ y\in R$ a nereprezentuje funkciu.
- $x_1\neq x_2$. $\Rightarrow$ • Hľadaná priamka je grafom funkcie $f\colon y=ax+b,\ x\in R$. [Musíme určiť koeficienty a, b, aby $B_1,B_2\in f$.]



- $B_1=[x_1;y_1]\in f$. $\Rightarrow$ • $y_1=ax_1+b$.
- $B_2=[x_2;y_2]\in f$. $\Rightarrow$ • $y_2=ax_2+b$.

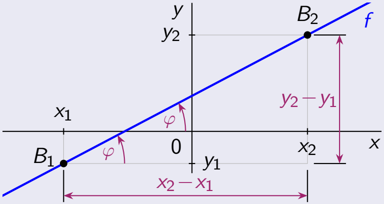
$$y_2-y_1=ax_2+b-ax_1-b=a(x_2-x_1).$$

$\Rightarrow$ • $a=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\operatorname{tg}\varphi$. [$a$ je smernica priamky f.]

Základné pojmy – Rovnica priamky

Nájdite **rovnicu priamky** v rovine, ktorá prechádza bodmi $B_1=[x_1;y_1]$, $B_2=[x_2;y_2]$, kde $x_1,x_2,x_3,x_4\in R$.

- $x_1 = x_2$. $\Rightarrow$ • Hľadaná priamka má tvar $f\colon x = x_1,\ y\in R$ a nereprezentuje funkciu.
- $x_1 \neq x_2$. $\Rightarrow$ • Hľadaná priamka je grafom funkcie $f\colon y = ax+b,\ x\in R$. [Musíme určiť koeficienty a, b, aby $B_1,B_2\in f$.]



- $B_1 = [x_1;y_1]\in f$. $\Rightarrow$ • $y_1 = ax_1 + b$.
- $B_2 = [x_2;y_2]\in f$. $\Rightarrow$ • $y_2 = ax_2 + b$.

$$y_2 - y_1 = ax_2 + b - ax_1 - b = a(x_2 - x_1).$$

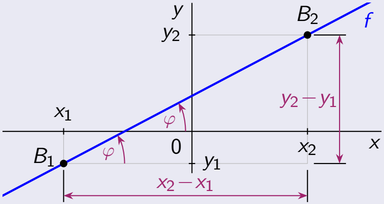
$\Rightarrow$ • $a = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} = \operatorname{tg}\varphi.$ [a je smernica priamky f.]

$\Rightarrow$ • $b = y_1 - ax_1 = y_1 - \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}x_1$

Základné pojmy – Rovnica priamky

Nájdite **rovnicu priamky** v rovine, ktorá prechádza bodmi $B_1=[x_1;y_1]$, $B_2=[x_2;y_2]$, kde $x_1,x_2,x_3,x_4\in R$.

- $x_1 = x_2.$ $\Rightarrow$ • Hľadaná priamka má tvar $f\colon x = x_1,\ y\in R$ a nereprezentuje funkciu.
- $x_1 \neq x_2.$ $\Rightarrow$ • Hľadaná priamka je grafom funkcie $f\colon y = ax+b,\ x\in R.$ [Musíme určiť koeficienty a, b, aby $B_1,B_2\in f$.]



- $B_1 = [x_1;y_1]\in f.$ $\Rightarrow$ • $y_1 = ax_1 + b.$
- $B_2 = [x_2;y_2]\in f.$ $\Rightarrow$ • $y_2 = ax_2 + b.$

$$y_2 - y_1 = ax_2 + b - ax_1 - b = a(x_2 - x_1).$$

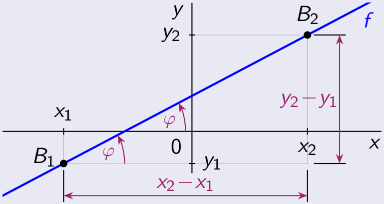
$\Rightarrow$ • $a = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} = \operatorname{tg}\varphi.$ [a je smernica priamky f.]

$\Rightarrow$ • $b = y_1 - ax_1 = y_1 - \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}x_1 = \frac{y_1(x_2-x_1)-x_1(y_2-y_1)}{x_2-x_1}$

Základné pojmy – Rovnica priamky

Nájdite **rovnicu priamky** v rovine, ktorá prechádza bodmi $B_1=[x_1;y_1]$, $B_2=[x_2;y_2]$, kde $x_1,x_2,x_3,x_4\in R$.

- $x_1 = x_2$. $\Rightarrow$ • Hľadaná priamka má tvar $f\colon x = x_1,\ y\in R$ a nereprezentuje funkciu.
- $x_1 \neq x_2$. $\Rightarrow$ • Hľadaná priamka je grafom funkcie $f\colon y = ax+b,\ x\in R$. [Musíme určiť koeficienty a, b, aby $B_1,B_2\in f$.]



- $B_1 = [x_1;y_1]\in f$. $\Rightarrow$ • $y_1 = ax_1 + b$.
- $B_2 = [x_2;y_2]\in f$. $\Rightarrow$ • $y_2 = ax_2 + b$.

$$y_2 - y_1 = ax_2 + b - ax_1 - b = a(x_2 - x_1).$$

$\Rightarrow$ • $a = \dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1} = \operatorname{tg}\varphi.$ [a je smernica priamky f.]

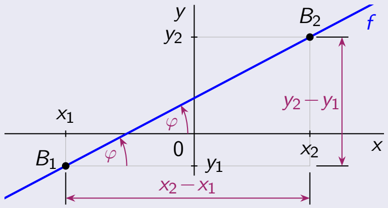
$\Rightarrow$ • $b = y_1 - ax_1 = y_1 - \dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}x_1 = \dfrac{y_1(x_2-x_1)-x_1(y_2-y_1)}{x_2-x_1}$

$$= \frac{y_1x_2-y_1x_1-(x_1y_2-x_1y_1)}{x_2-x_1} = \frac{y_1x_2-y_1x_1-y_2x_1+y_1x_1}{x_2-x_1}$$

Základné pojmy – Rovnica priamky

Nájdite rovnicu priamky v rovine, ktorá prechádza bodmi $B_1=[x_1;y_1]$, $B_2=[x_2;y_2]$, kde $x_1,x_2,x_3,x_4\in R$.

- $x_1 = x_2$. $\Rightarrow$ • Hľadaná priamka má tvar $f\colon x = x_1,\ y\in R$ a nereprezentuje funkciu.
- $x_1 \neq x_2$. $\Rightarrow$ • Hľadaná priamka je grafom funkcie $f\colon y = ax+b,\ x\in R$. [Musíme určiť koeficienty a, b, aby $B_1,B_2\in f$.]



- $B_1 = [x_1;y_1]\in f$. $\Rightarrow$ • $y_1 = ax_1 + b$.
- $B_2 = [x_2;y_2]\in f$. $\Rightarrow$ • $y_2 = ax_2 + b$.

$$y_2 - y_1 = ax_2 + b - ax_1 - b = a(x_2 - x_1).$$

$\Rightarrow$ • $a = \dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1} = \operatorname{tg}\varphi$. [$a$ je smernica priamky f.]

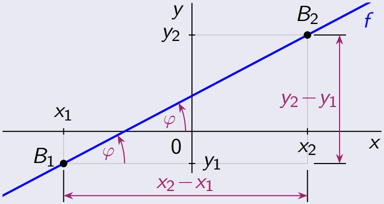
$\Rightarrow$ • $b = y_1 - ax_1 = y_1 - \dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}x_1 = \dfrac{y_1(x_2-x_1)-x_1(y_2-y_1)}{x_2-x_1}$

$$= \frac{y_1x_2-y_1x_1-(x_1y_2-x_1y_1)}{x_2-x_1} = \frac{y_1x_2-y_1x_1-y_2x_1+y_1x_1}{x_2-x_1} = \frac{y_1x_2-y_2x_1}{x_2-x_1}.$$

Základné pojmy – Rovnica priamky

Nájdite **rovnicu priamky** v rovine, ktorá prechádza bodmi $B_1=[x_1;y_1]$, $B_2=[x_2;y_2]$, kde $x_1,x_2,x_3,x_4\in R$.

- $x_1 = x_2$. $\Rightarrow$ • Hľadaná priamka má tvar $f\colon x = x_1,\ y\in R$ a nereprezentuje funkciu.
- $x_1 \neq x_2$. $\Rightarrow$ • Hľadaná priamka je grafom funkcie $f\colon y = ax+b,\ x\in R$. [Musíme určiť koeficienty a, b, aby $B_1,B_2\in f$.]



- $B_1 = [x_1;y_1]\in f$. $\Rightarrow$ • $y_1 = ax_1 + b$.
- $B_2 = [x_2;y_2]\in f$. $\Rightarrow$ • $y_2 = ax_2 + b$.

$$y_2 - y_1 = ax_2 + b - ax_1 - b = a(x_2 - x_1).$$

$\Rightarrow$ • $a = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} = \operatorname{tg}\varphi$. [$a$ je smernica priamky f.]

$\Rightarrow$ • $b = y_1 - ax_1 = y_1 - \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}x_1 = \frac{y_1(x_2-x_1)-x_1(y_2-y_1)}{x_2-x_1}$

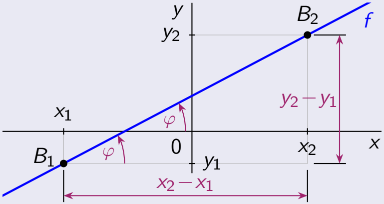
$$= \frac{y_1x_2-y_1x_1-(x_1y_2-x_1y_1)}{x_2-x_1} = \frac{y_1x_2-y_1x_1-y_2x_1+y_1x_1}{x_2-x_1} = \frac{y_1x_2-y_2x_1}{x_2-x_1}.$$

$f\colon y = ax + b$

Základné pojmy – Rovnica priamky

Nájdite **rovnicu priamky** v rovine, ktorá prechádza bodmi $B_1=[x_1;y_1]$, $B_2=[x_2;y_2]$, kde $x_1,x_2,x_3,x_4\in R$.

- $x_1 = x_2$. $\Rightarrow$ • Hľadaná priamka má tvar $f\colon x = x_1,\ y\in R$ a nereprezentuje funkciu.
- $x_1 \neq x_2$. $\Rightarrow$ • Hľadaná priamka je grafom funkcie $f\colon y = ax+b,\ x\in R$. [Musíme určiť koeficienty a, b, aby $B_1,B_2\in f$.]



- $B_1 = [x_1;y_1]\in f$. $\Rightarrow$ • $y_1 = ax_1 + b$.
- $B_2 = [x_2;y_2]\in f$. $\Rightarrow$ • $y_2 = ax_2 + b$.

$$y_2 - y_1 = ax_2 + b - ax_1 - b = a(x_2 - x_1).$$

$\Rightarrow$ • $a = \dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1} = \operatorname{tg}\varphi.$ [a je smernica priamky f.]

$$\Rightarrow \bullet\ b = y_1 - ax_1 = y_1 - \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}x_1 = \frac{y_1(x_2-x_1)-x_1(y_2-y_1)}{x_2-x_1}$$

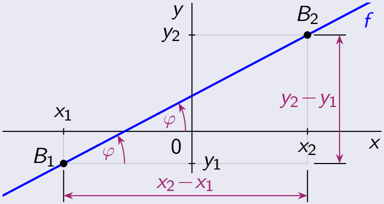
$$= \frac{y_1x_2-y_1x_1-(x_1y_2-x_1y_1)}{x_2-x_1} = \frac{y_1x_2-y_1x_1-y_2x_1+y_1x_1}{x_2-x_1} = \frac{y_1x_2-y_2x_1}{x_2-x_1}.$$

$$f\colon y = ax + b = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}x + \frac{y_1x_2-y_2x_1}{x_2-x_1}$$

Základné pojmy – Rovnica priamky

Nájdite rovnicu priamky v rovine, ktorá prechádza bodmi $B_1=[x_1;y_1]$, $B_2=[x_2;y_2]$, kde $x_1,x_2,x_3,x_4\in R$.

- $x_1 = x_2$. $\Rightarrow$ • Hľadaná priamka má tvar $f\colon x = x_1,\ y\in R$ a nereprezentuje funkciu.
- $x_1 \neq x_2$. $\Rightarrow$ • Hľadaná priamka je grafom funkcie $f\colon y = ax+b,\ x\in R$. [Musíme určiť koeficienty a, b, aby $B_1,B_2\in f$.]



- $B_1=[x_1;y_1]\in f$. $\Rightarrow$ • $y_1 = ax_1+b$.
- $B_2=[x_2;y_2]\in f$. $\Rightarrow$ • $y_2 = ax_2+b$.

$$y_2-y_1 = ax_2+b-ax_1-b = a(x_2-x_1).$$

$\Rightarrow$ • $a = \dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1} = \operatorname{tg}\varphi$. [$a$ je smernica priamky f.]

$$\Rightarrow \bullet\ b = y_1-ax_1 = y_1-\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}x_1 = \frac{y_1(x_2-x_1)-x_1(y_2-y_1)}{x_2-x_1}$$

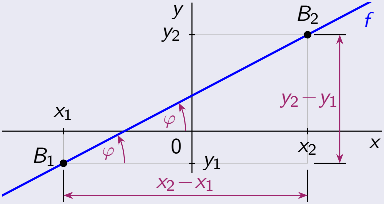
$$= \frac{y_1x_2-y_1x_1-(x_1y_2-x_1y_1)}{x_2-x_1} = \frac{y_1x_2-y_1x_1-y_2x_1+y_1x_1}{x_2-x_1} = \frac{y_1x_2-y_2x_1}{x_2-x_1}.$$

$$f\colon y = ax+b = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}x+\frac{y_1x_2-y_2x_1}{x_2-x_1} = \frac{y_2x-y_1x+y_1x_2-y_2x_1}{x_2-x_1} = \frac{y_2(x-x_1)+y_1(-x+x_2)}{x_2-x_1}.$$

Základné pojmy – Rovnica priamky

Nájdite rovnicu priamky v rovine, ktorá prechádza bodmi $B_1=[x_1;y_1]$, $B_2=[x_2;y_2]$, kde $x_1,x_2,x_3,x_4\in R$.

- $x_1 = x_2$. $\Rightarrow$ • Hľadaná priamka má tvar $f\colon x = x_1,\ y\in R$ a nereprezentuje funkciu.
- $x_1 \neq x_2$. $\Rightarrow$ • Hľadaná priamka je grafom funkcie $f\colon y = ax+b,\ x\in R$. [Musíme určiť koeficienty a, b, aby $B_1,B_2\in f$.]



- $B_1=[x_1;y_1]\in f$. $\Rightarrow$ • $y_1 = ax_1+b$.
- $B_2=[x_2;y_2]\in f$. $\Rightarrow$ • $y_2 = ax_2+b$.

$$y_2-y_1 = ax_2+b-ax_1-b = a(x_2-x_1).$$

$\Rightarrow$ • $a = \dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1} = \operatorname{tg}\varphi$. [$a$ je smernica priamky f.]

$\Rightarrow$ • $$b = y_1-ax_1 = y_1-\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}x_1 = \frac{y_1(x_2-x_1)-x_1(y_2-y_1)}{x_2-x_1}$$
$$= \frac{y_1x_2-y_1x_1-(x_1y_2-x_1y_1)}{x_2-x_1} = \frac{y_1x_2-y_1x_1-y_2x_1+y_1x_1}{x_2-x_1} = \frac{y_1x_2-y_2x_1}{x_2-x_1}.$$

$$f\colon y = ax+b = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}x+\frac{y_1x_2-y_2x_1}{x_2-x_1} = \frac{y_2x-y_1x+y_1x_2-y_2x_1}{x_2-x_1} = \frac{y_2(x-x_1)+y_1(-x+x_2)}{x_2-x_1}.$$

$\Rightarrow$ • $$f\colon y = \frac{x-x_1}{x_2-x_1}\cdot y_2+\frac{x_2-x}{x_2-x_1}\cdot y_1,\ x\in R.$$

Operácie s funkciami – Rovnosť a usporiadanie funkcií

- Funkcie sú množiny usporiadaných dvojíc $[x; f(x)]$,

Operácie s funkciami – Rovnosť a usporiadanie funkcií

- Funkcie sú množiny usporiadaných dvojíc $[x; f(x)]$,

  t. j. relácie a operácie s nimi, musíme chápať ako relácie a operácie s množinami.

Operácie s funkciami – Rovnosť a usporiadanie funkcií

- Funkcie sú množiny usporiadaných dvojíc $[x; f(x)]$,
  t. j. relácie a operácie s nimi, musíme chápať ako relácie a operácie s množinami.

Funkcie $y = f(x)$, $x \in D(f)$ a $y = g(x)$, $x \in D(g)$:

Funkcie $y = f(x)$, $x \in D(f)$ a $y = g(x)$, $x \in D(g)$, množina $A \subset D(f) \cap D(g)$:

Operácie s funkciami – Rovnosť a usporiadanie funkcií

- Funkcie sú množiny usporiadaných dvojíc $[x; f(x)]$,
  t. j. relácie a operácie s nimi, musíme chápať ako relácie a operácie s množinami.

Funkcie $y=f(x)$, $x\in D(f)$ a $y=g(x)$, $x\in D(g)$:

- $f = g$ (funkcie f a g sa rovnajú),
- $f \neq g$ (funkcie f a g sa nerovnajú),

Funkcie $y=f(x)$, $x\in D(f)$ a $y=g(x)$, $x\in D(g)$, množina $A \subset D(f) \cap D(g)$:

- $f = g$, $x \in A$

Operácie s funkciami – Rovnosť a usporiadanie funkcií

- Funkcie sú množiny usporiadaných dvojíc $[x; f(x)]$,

  t. j. relácie a operácie s nimi, musíme chápať ako relácie a operácie s množinami.

Funkcie $y=f(x)$, $x\in D(f)$ a $y=g(x)$, $x\in D(g)$: [Globálna vlastnosť na definičných oboroch.]

- $f = g$ (funkcie f a g sa rovnajú), ak $D(f) = D(g)$

- $f \neq g$ (funkcie f a g sa nerovnajú),

Funkcie $y=f(x)$, $x\in D(f)$ a $y=g(x)$, $x\in D(g)$, množina $A \subset D(f) \cap D(g)$: [Lokálna vlastnosť na A.]

- $f = g$, $x\in A$ (funkcie f, g sa rovnajú na množine A),

Operácie s funkciami – Rovnosť a usporiadanie funkcií

- Funkcie sú množiny usporiadaných dvojíc $[x; f(x)]$,

  t. j. relácie a operácie s nimi, musíme chápať ako relácie a operácie s množinami.

Funkcie $y=f(x)$, $x\in D(f)$ a $y=g(x)$, $x\in D(g)$: [Globálna vlastnosť na definičných oboroch.]

- $f = g$ (funkcie f a g sa rovnajú), ak $D(f) = D(g)$ a pre všetky $x\in D(f)$ platí $f(x) = g(x)$.
- $f \neq g$ (funkcie f a g sa nerovnajú),

Funkcie $y=f(x)$, $x\in D(f)$ a $y=g(x)$, $x\in D(g)$, množina $A \subset D(f)\cap D(g)$: [Lokálna vlastnosť na A.]

- $f = g$, $x\in A$ (funkcie f, g sa rovnajú na množine A),

Operácie s funkciami – Rovnosť a usporiadanie funkcií

- Funkcie sú množiny usporiadaných dvojíc $[x; f(x)]$,
  t. j. relácie a operácie s nimi, musíme chápať ako relácie a operácie s množinami.

Funkcie $y=f(x)$, $x\in D(f)$ a $y=g(x)$, $x\in D(g)$: [Globálna vlastnosť na definičných oboroch.]

- $f = g$ (funkcie f a g sa rovnajú), ak $D(f) = D(g)$ a pre všetky $x\in D(f)$ platí $f(x) = g(x)$.
- $f \neq g$ (funkcie f a g sa nerovnajú), ak neplatí $f = g$,

Funkcie $y=f(x)$, $x\in D(f)$ a $y=g(x)$, $x\in D(g)$, množina $A\subset D(f)\cap D(g)$: [Lokálna vlastnosť na A.]

- $f = g$, $x\in A$ (funkcie f, g sa rovnajú na množine A),

Operácie s funkciami – Rovnosť a usporiadanie funkcií

- Funkcie sú množiny usporiadaných dvojíc $[x; f(x)]$,

  t. j. relácie a operácie s nimi, musíme chápať ako relácie a operácie s množinami.

Funkcie $y=f(x)$, $x\in D(f)$ a $y=g(x)$, $x\in D(g)$: [Globálna vlastnosť na definičných oboroch.]

- $f = g$ (funkcie f a g sa rovnajú), ak $D(f) = D(g)$ a pre všetky $x\in D(f)$ platí $f(x) = g(x)$.
- $f \neq g$ (funkcie f a g sa nerovnajú), ak neplatí $f = g$, t. j. $D(f) \neq D(g)$

Funkcie $y=f(x)$, $x\in D(f)$ a $y=g(x)$, $x\in D(g)$, množina $A \subset D(f)\cap D(g)$: [Lokálna vlastnosť na A.]

- $f = g$, $x\in A$ (funkcie f, g sa rovnajú na množine A),

Operácie s funkciami – Rovnosť a usporiadanie funkcií

- Funkcie sú množiny usporiadaných dvojíc $[x; f(x)]$,
  t. j. relácie a operácie s nimi, musíme chápať ako relácie a operácie s množinami.

Funkcie $y = f(x)$, $x \in D(f)$ a $y = g(x)$, $x \in D(g)$: [Globálna vlastnosť na definičných oboroch.]

- $f = g$ (funkcie f a g sa rovnajú), ak $D(f) = D(g)$ a pre všetky $x \in D(f)$ platí $f(x) = g(x)$.
- $f \neq g$ (funkcie f a g sa nerovnajú), ak neplatí $f = g$, t. j. $D(f) \neq D(g)$ alebo $f(x) \neq g(x)$ pre nejaké $x \in R$.

Funkcie $y = f(x)$, $x \in D(f)$ a $y = g(x)$, $x \in D(g)$, množina $A \subset D(f) \cap D(g)$: [Lokálna vlastnosť na A.]

- $f = g$, $x \in A$ (funkcie f, g sa rovnajú na množine A),

Operácie s funkciami – Rovnosť a usporiadanie funkcií

- Funkcie sú množiny usporiadaných dvojíc $[x; f(x)]$,

  t. j. relácie a operácie s nimi, musíme chápať ako relácie a operácie s množinami.

Funkcie $y=f(x)$, $x\in D(f)$ a $y=g(x)$, $x\in D(g)$: [Globálna vlastnosť na definičných oboroch.]

- $f = g$ (funkcie f a g sa rovnajú), ak $D(f) = D(g)$ a pre všetky $x\in D(f)$ platí $f(x) = g(x)$.
- $f \neq g$ (funkcie f a g sa nerovnajú), ak neplatí $f = g$, t. j. $D(f) \neq D(g)$ alebo $f(x) \neq g(x)$ pre nejaké $x\in R$.

  [Neexistuje $g(x)$ v nejakom bode $x \in D(f)$,

Funkcie $y=f(x)$, $x\in D(f)$ a $y=g(x)$, $x\in D(g)$, množina $A \subset D(f) \cap D(g)$: [Lokálna vlastnosť na A.]

- $f = g$, $x\in A$ (funkcie f, g sa rovnajú na množine A),

Operácie s funkciami – Rovnosť a usporiadanie funkcií

- Funkcie sú množiny usporiadaných dvojíc $[x; f(x)]$,
  t. j. relácie a operácie s nimi, musíme chápať ako relácie a operácie s množinami.

Funkcie $y=f(x)$, $x \in D(f)$ a $y=g(x)$, $x \in D(g)$: [Globálna vlastnosť na definičných oboroch.]

- $f = g$ (funkcie f a g sa rovnajú), ak $D(f) = D(g)$ a pre všetky $x \in D(f)$ platí $f(x) = g(x)$.
- $f \neq g$ (funkcie f a g sa nerovnajú), ak neplatí $f = g$, t. j. $D(f) \neq D(g)$ alebo $f(x) \neq g(x)$ pre nejaké $x \in R$.

  [Neexistuje $g(x)$ v nejakom bode $x \in D(f)$, neexistuje $f(x)$ v nejakom bode $x \in D(g)$]

Funkcie $y=f(x)$, $x \in D(f)$ a $y=g(x)$, $x \in D(g)$, množina $A \subset D(f) \cap D(g)$: [Lokálna vlastnosť na A.]

- $f = g$, $x \in A$ (funkcie f, g sa rovnajú na množine A),

Operácie s funkciami – Rovnosť a usporiadanie funkcií

- Funkcie sú množiny usporiadaných dvojíc $[x; f(x)]$,
  t. j. relácie a operácie s nimi, musíme chápať ako relácie a operácie s množinami.

Funkcie $y=f(x)$, $x\in D(f)$ a $y=g(x)$, $x\in D(g)$: [Globálna vlastnosť na definičných oboroch.]

- $f = g$ (funkcie f a g sa rovnajú), ak $D(f) = D(g)$ a pre všetky $x\in D(f)$ platí $f(x) = g(x)$.
- $f \neq g$ (funkcie f a g sa nerovnajú), ak neplatí $f = g$, t. j. $D(f) \neq D(g)$ alebo $f(x) \neq g(x)$ pre nejaké $x\in R$.

[Neexistuje $g(x)$ v nejakom bode $x\in D(f)$, neexistuje $f(x)$ v nejakom bode $x\in D(g)$ alebo $f(x)\neq g(x)$ pre nejaké $x\in D(g)\cap D(g)$.]

Funkcie $y=f(x)$, $x\in D(f)$ a $y=g(x)$, $x\in D(g)$, množina $A\subset D(f)\cap D(g)$: [Lokálna vlastnosť na A.]

- $f = g$, $x\in A$ (funkcie f, g sa rovnajú na množine A),

Operácie s funkciami – Rovnosť a usporiadanie funkcií

- Funkcie sú množiny usporiadaných dvojíc $[x; f(x)]$,

t. j. relácie a operácie s nimi, musíme chápať ako relácie a operácie s množinami.

Funkcie $y = f(x)$, $x \in D(f)$ a $y = g(x)$, $x \in D(g)$: [Globálna vlastnosť na definičných oboroch.]

- $f = g$ (funkcie f a g sa rovnajú), ak $D(f) = D(g)$ a pre všetky $x \in D(f)$ platí $f(x) = g(x)$.
- $f \neq g$ (funkcie f a g sa nerovnajú), ak neplatí $f = g$, t. j. $D(f) \neq D(g)$ alebo $f(x) \neq g(x)$ pre nejaké $x \in R$.

[Neexistuje $g(x)$ v nejakom bode $x \in D(f)$, neexistuje $f(x)$ v nejakom bode $x \in D(g)$ alebo $f(x) \neq g(x)$ pre nejaké $x \in D(g) \cap D(g)$.]

Funkcie $y = f(x)$, $x \in D(f)$ a $y = g(x)$, $x \in D(g)$, množina $A \subset D(f) \cap D(g)$: [Lokálna vlastnosť na A.]

- $f = g$, $x \in A$ (funkcie f, g sa rovnajú na množine A),

ak pre všetky $x \in A$ platí $f(x) = g(x)$,

Operácie s funkciami – Rovnosť a usporiadanie funkcií

- Funkcie sú množiny usporiadaných dvojíc $[x; f(x)]$,
  t. j. relácie a operácie s nimi, musíme chápať ako relácie a operácie s množinami.

Funkcie $y=f(x)$, $x\in D(f)$ a $y=g(x)$, $x\in D(g)$: [Globálna vlastnosť na definičných oboroch.]

- $f = g$ (funkcie f a g sa rovnajú), ak $D(f) = D(g)$ a pre všetky $x\in D(f)$ platí $f(x) = g(x)$.
- $f \neq g$ (funkcie f a g sa nerovnajú), ak neplatí $f = g$, t. j. $D(f) \neq D(g)$ alebo $f(x) \neq g(x)$ pre nejaké $x\in R$.
  [Neexistuje $g(x)$ v nejakom bode $x\in D(f)$, neexistuje $f(x)$ v nejakom bode $x\in D(g)$ alebo $f(x)\neq g(x)$ pre nejaké $x\in D(g)\cap D(g)$.]

Funkcie $y=f(x)$, $x\in D(f)$ a $y=g(x)$, $x\in D(g)$, množina $A\subset D(f)\cap D(g)$: [Lokálna vlastnosť na A.]

- $f = g$, $x\in A$ (funkcie f, g sa rovnajú na množine A),
  resp. • $f < g$, $x\in A$,

ak pre všetky $x\in A$ platí

resp. • $f(x) < g(x)$,

Operácie s funkciami – Rovnosť a usporiadanie funkcií

- Funkcie sú množiny usporiadaných dvojíc $[x; f(x)]$,

  t. j. relácie a operácie s nimi, musíme chápať ako relácie a operácie s množinami.

Funkcie $y=f(x)$, $x\in D(f)$ a $y=g(x)$, $x\in D(g)$: [Globálna vlastnosť na definičných oboroch.]

- $f=g$ (funkcie f a g sa rovnajú), ak $D(f)=D(g)$ a pre všetky $x\in D(f)$ platí $f(x)=g(x)$.
- $f\neq g$ (funkcie f a g sa nerovnajú), ak neplatí $f=g$, t. j. $D(f)\neq D(g)$ alebo $f(x)\neq g(x)$ pre nejaké $x\in R$.

[Neexistuje $g(x)$ v nejakom bode $x\in D(f)$, neexistuje $f(x)$ v nejakom bode $x\in D(g)$ alebo $f(x)\neq g(x)$ pre nejaké $x\in D(g)\cap D(g)$.]

Funkcie $y=f(x)$, $x\in D(f)$ a $y=g(x)$, $x\in D(g)$, množina $A\subset D(f)\cap D(g)$: [Lokálna vlastnosť na A.]

- $f=g$, $x\in A$ (funkcie f, g sa rovnajú na množine A),

  resp. • $f<g$, $x\in A$, resp. • $f\leq g$, $x\in A$,

ak pre všetky $x\in A$ platí

- $f(x)=g(x)$,

  resp. • $f(x)<g(x)$, resp. • $f(x)\leq g(x)$,

Operácie s funkciami – Rovnosť a usporiadanie funkcií

- Funkcie sú množiny usporiadaných dvojíc $[x; f(x)]$,

  t. j. relácie a operácie s nimi, musíme chápať ako relácie a operácie s množinami.

Funkcie $y=f(x)$, $x\in D(f)$ a $y=g(x)$, $x\in D(g)$: [Globálna vlastnosť na definičných oboroch.]

- $f = g$ (funkcie f a g sa rovnajú), ak $D(f) = D(g)$ a pre všetky $x\in D(f)$ platí $f(x) = g(x)$.
- $f \neq g$ (funkcie f a g sa nerovnajú), ak neplatí $f = g$, t. j. $D(f) \neq D(g)$ alebo $f(x) \neq g(x)$ pre nejaké $x\in R$.

  [Neexistuje $g(x)$ v nejakom bode $x\in D(f)$, neexistuje $f(x)$ v nejakom bode $x\in D(g)$ alebo $f(x)\neq g(x)$ pre nejaké $x\in D(g)\cap D(g)$.]

Funkcie $y=f(x)$, $x\in D(f)$ a $y=g(x)$, $x\in D(g)$, množina $A\subset D(f)\cap D(g)$: [Lokálna vlastnosť na A.]

- $f = g$, $x\in A$ (funkcie f, g sa rovnajú na množine A),

  resp. • $f < g$, $x\in A$, resp. • $f \leq g$, $x\in A$, resp. • $f > g$, $x\in A$,

ak pre všetky $x\in A$ platí

resp. • $f(x) < g(x)$, resp. • $f(x) \leq g(x)$, resp. • $f(x) > g(x)$,

Operácie s funkciami – Rovnosť a usporiadanie funkcií

- Funkcie sú množiny usporiadaných dvojíc $[x; f(x)]$,

  t. j. relácie a operácie s nimi, musíme chápať ako relácie a operácie s množinami.

Funkcie $y=f(x)$, $x\in D(f)$ a $y=g(x)$, $x\in D(g)$: [Globálna vlastnosť na definičných oboroch.]

- $f = g$ (funkcie f a g sa rovnajú), ak $D(f) = D(g)$ a pre všetky $x\in D(f)$ platí $f(x) = g(x)$.
- $f \neq g$ (funkcie f a g sa nerovnajú), ak neplatí $f = g$, t. j. $D(f) \neq D(g)$ alebo $f(x) \neq g(x)$ pre nejaké $x\in R$.

[Neexistuje $g(x)$ v nejakom bode $x\in D(f)$, neexistuje $f(x)$ v nejakom bode $x\in D(g)$ alebo $f(x)\neq g(x)$ pre nejaké $x\in D(g)\cap D(g)$.]

Funkcie $y=f(x)$, $x\in D(f)$ a $y=g(x)$, $x\in D(g)$, množina $A\subset D(f)\cap D(g)$: [Lokálna vlastnosť na A.]

- $f = g$, $x\in A$ (funkcie f, g sa rovnajú na množine A),

  resp. • $f < g$, $x\in A$, resp. • $f \leq g$, $x\in A$, resp. • $f > g$, $x\in A$, resp. • $f \geq g$, $x\in A$,

ak pre všetky $x\in A$ platí

  resp. • $f(x) < g(x)$, resp. • $f(x) \leq g(x)$, resp. • $f(x) > g(x)$, resp. • $f(x) \geq g(x)$.

Operácie s funkciami – Rovnosť a usporiadanie funkcií

- Funkcie sú množiny usporiadaných dvojíc $[x; f(x)]$,

t. j. relácie a operácie s nimi, musíme chápať ako relácie a operácie s množinami.

Funkcie $y=f(x)$, $x\in D(f)$ a $y=g(x)$, $x\in D(g)$: [Globálna vlastnosť na definičných oboroch.]

- $f = g$ (funkcie f a g sa rovnajú), ak $D(f) = D(g)$ a pre všetky $x\in D(f)$ platí $f(x) = g(x)$.
- $f \neq g$ (funkcie f a g sa nerovnajú), ak neplatí $f = g$, t. j. $D(f) \neq D(g)$ alebo $f(x) \neq g(x)$ pre nejaké $x\in R$.

[Neexistuje $g(x)$ v nejakom bode $x\in D(f)$, neexistuje $f(x)$ v nejakom bode $x\in D(g)$ alebo $f(x)\neq g(x)$ pre nejaké $x\in D(g)\cap D(g)$.]

Funkcie $y=f(x)$, $x\in D(f)$ a $y=g(x)$, $x\in D(g)$, množina $A\subset D(f)\cap D(g)$: [Lokálna vlastnosť na A.]

- $f = g$, $x\in A$ (funkcie f, g sa rovnajú na množine A),

resp. • $f < g$, $x\in A$, resp. • $f \leq g$, $x\in A$, resp. • $f > g$, $x\in A$, resp. • $f \geq g$, $x\in A$,

ak pre všetky $x\in A$ platí $f(x) = g(x)$,

resp. • $f(x) < g(x)$, resp. • $f(x) \leq g(x)$, resp. • $f(x) > g(x)$, resp. • $f(x) \geq g(x)$.

Operácie s funkciami – Rovnosť a usporiadanie funkcií

- Funkcie sú množiny usporiadaných dvojíc $[x; f(x)]$,
  t. j. relácie a operácie s nimi, musíme chápať ako relácie a operácie s množinami.

Funkcie $y=f(x)$, $x\in D(f)$ a $y=g(x)$, $x\in D(g)$: [Globálna vlastnosť na definičných oboroch.]

- $f = g$ (funkcie f a g sa rovnajú), ak $D(f) = D(g)$ a pre všetky $x\in D(f)$ platí $f(x) = g(x)$.
- $f \neq g$ (funkcie f a g sa nerovnajú), ak neplatí $f = g$, t. j. $D(f) \neq D(g)$ alebo $f(x) \neq g(x)$ pre nejaké $x\in R$.

[Neexistuje $g(x)$ v nejakom bode $x\in D(f)$, neexistuje $f(x)$ v nejakom bode $x\in D(g)$ alebo $f(x)\neq g(x)$ pre nejaké $x\in D(g)\cap D(g)$.]

Funkcie $y=f(x)$, $x\in D(f)$ a $y=g(x)$, $x\in D(g)$, množina $A\subset D(f)\cap D(g)$: [Lokálna vlastnosť na A.]

- $f = g$, $x\in A$ (funkcie f, g sa rovnajú na množine A),

  resp. • $f < g$, $x\in A$, resp. • $f \leq g$, $x\in A$, resp. • $f > g$, $x\in A$, resp. • $f \geq g$, $x\in A$,

  ak pre všetky $x\in A$ platí $f(x) = g(x)$,

  resp. • $f(x) < g(x)$, resp. • $f(x) \leq g(x)$, resp. • $f(x) > g(x)$, resp. • $f(x) \geq g(x)$.

- Funkcie vo všeobecnosti nemôžeme porovnávať.

Operácie s funkciami – Rovnosť a usporiadanie funkcií

- Funkcie sú množiny usporiadaných dvojíc $[x; f(x)]$,

  t. j. relácie a operácie s nimi, musíme chápať ako relácie a operácie s množinami.

Funkcie $y=f(x)$, $x\in D(f)$ a $y=g(x)$, $x\in D(g)$: [Globálna vlastnosť na definičných oboroch.]

- $f = g$ (funkcie f a g sa rovnajú), ak $D(f) = D(g)$ a pre všetky $x\in D(f)$ platí $f(x) = g(x)$.
- $f \neq g$ (funkcie f a g sa nerovnajú), ak neplatí $f = g$, t. j. $D(f) \neq D(g)$ alebo $f(x) \neq g(x)$ pre nejaké $x\in R$.

  [Neexistuje $g(x)$ v nejakom bode $x\in D(f)$, neexistuje $f(x)$ v nejakom bode $x\in D(g)$ alebo $f(x)\neq g(x)$ pre nejaké $x\in D(g)\cap D(g)$.]

Funkcie $y=f(x)$, $x\in D(f)$ a $y=g(x)$, $x\in D(g)$, množina $A\subset D(f)\cap D(g)$: [Lokálna vlastnosť na A.]

- $f = g$, $x\in A$ (funkcie f, g sa rovnajú na množine A),

  resp. • $f < g$, $x\in A$, resp. • $f \leq g$, $x\in A$, resp. • $f > g$, $x\in A$, resp. • $f \geq g$, $x\in A$,

  ak pre všetky $x\in A$ platí $f(x) = g(x)$,

  resp. • $f(x) < g(x)$, resp. • $f(x) \leq g(x)$, resp. • $f(x) > g(x)$, resp. • $f(x) \geq g(x)$.

- Funkcie vo všeobecnosti nemôžeme porovnávať.
- Môžeme určiť množiny, na ktorých platí $f < g$, $f = g$, $f > g$, resp. $f \leq g$, $f \geq g$.

Operácie s funkciami – Zúženie (reštrikcia) funkcie

- Funkcie môžeme sčítavať, odčítavať, násobiť, deliť, umocňovať. . .

Operácie s funkciami – Zúženie (reštrikcia) funkcie

- Funkcie môžeme sčítavať, odčítavať, násobiť, deliť, umocňovať...

Funkcie $y=f(x)$, $x\in D(f)$ a $y=g(x)$, $x\in D(g)$, číslo $n\in N$.

Operácie s funkciami – Zúženie (reštrikcia) funkcie

- Funkcie môžeme sčítavať, odčítavať, násobiť, deliť, umocňovať...

Funkcie $y = f(x)$, $x \in D(f)$ a $y = g(x)$, $x \in D(g)$, číslo $n \in N$.

Pre $x \in D(f) \cap D(g)$ definujeme:

Operácie s funkciami – Zúženie (reštrikcia) funkcie

- Funkcie môžeme sčítavať, odčítavať, násobiť, deliť, umocňovať...

Funkcie $y=f(x)$, $x\in D(f)$ a $y=g(x)$, $x\in D(g)$, číslo $n\in N$.

Pre $x\in D(f)\cap D(g)$ definujeme:

- $(f\pm g)(x) = f(x)\pm g(x)$.

Operácie s funkciami – Zúženie (reštrikcia) funkcie

- Funkcie môžeme sčítavať, odčítavať, násobiť, deliť, umocňovať...

Funkcie $y=f(x)$, $x\in D(f)$ a $y=g(x)$, $x\in D(g)$, číslo $n\in N$.

Pre $x\in D(f)\cap D(g)$ definujeme:

- $(f\pm g)(x)=f(x)\pm g(x)$.
- $(fg)(x)=f(x)\cdot g(x)$.

Operácie s funkciami – Zúženie (reštrikcia) funkcie

- Funkcie môžeme sčítavať, odčítavať, násobiť, deliť, umocňovať...

Funkcie $y=f(x)$, $x\in D(f)$ a $y=g(x)$, $x\in D(g)$, číslo $n\in N$.

Pre $x\in D(f)\cap D(g)$ definujeme:

- $(f\pm g)(x) = f(x)\pm g(x)$.
- $(fg)(x) = f(x)\cdot g(x)$.
- $\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$ pre $g(x)\neq 0$.

Operácie s funkciami – Zúženie (reštrikcia) funkcie

- Funkcie môžeme sčítavať, odčítavať, násobiť, deliť, umocňovať...

Funkcie $y=f(x)$, $x\in D(f)$ a $y=g(x)$, $x\in D(g)$, číslo $n\in N$.

Pre $x\in D(f)\cap D(g)$ definujeme:

- $(f\pm g)(x)=f(x)\pm g(x)$.
- $(fg)(x)=f(x)\cdot g(x)$.
- $\left(\frac{f}{g}\right)(x)=\frac{f(x)}{g(x)}$ pre $g(x)\neq 0$.

Pre $x\in D(f)$ definujeme:

Operácie s funkciami – Zúženie (reštrikcia) funkcie

- Funkcie môžeme sčítavať, odčítavať, násobiť, deliť, umocňovať...

Funkcie $y=f(x)$, $x\in D(f)$ a $y=g(x)$, $x\in D(g)$, číslo $n\in N$.

Pre $x\in D(f)\cap D(g)$ definujeme:

- $(f\pm g)(x) = f(x)\pm g(x)$.
- $(fg)(x) = f(x)\cdot g(x)$.
- $\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$ pre $g(x)\neq 0$.

Pre $x\in D(f)$ definujeme:

- $|f|(x) = |f(x)|$.

Operácie s funkciami – Zúženie (reštrikcia) funkcie

- Funkcie môžeme sčítavať, odčítavať, násobiť, deliť, umocňovať...

Funkcie $y=f(x)$, $x\in D(f)$ a $y=g(x)$, $x\in D(g)$, číslo $n\in N$.

Pre $x\in D(f)\cap D(g)$ definujeme:

- $(f\pm g)(x)=f(x)\pm g(x)$.
- $(fg)(x)=f(x)\cdot g(x)$.
- $\left(\frac{f}{g}\right)(x)=\frac{f(x)}{g(x)}$ pre $g(x)\neq 0$.

Pre $x\in D(f)$ definujeme:

- $|f|(x)=|f(x)|$.
- $f^n(x)=\left[f(x)\right]^n$.

Operácie s funkciami – Zúženie (reštrikcia) funkcie

- Funkcie môžeme sčítavať, odčítavať, násobiť, deliť, umocňovať...

Funkcie $y=f(x)$, $x\in D(f)$ a $y=g(x)$, $x\in D(g)$, číslo $n\in N$.

Pre $x\in D(f)\cap D(g)$ definujeme:

- $(f\pm g)(x) = f(x)\pm g(x)$.
- $(fg)(x) = f(x)\cdot g(x)$.
- $\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$ pre $g(x)\neq 0$.

Pre $x\in D(f)$ definujeme:

- $|f|(x) = |f(x)|$.
- $f^n(x) = \left[f(x)\right]^n$.

Funkcia $y=f(x)$, $x\in D(f)$, množina $A\subset D(f)$.

Operácie s funkciami – Zúženie (reštrikcia) funkcie

- Funkcie môžeme sčítavať, odčítavať, násobiť, deliť, umocňovať...

Funkcie $y = f(x)$, $x \in D(f)$ a $y = g(x)$, $x \in D(g)$, číslo $n \in N$.

Pre $x \in D(f) \cap D(g)$ definujeme:

- $(f \pm g)(x) = f(x) \pm g(x)$.
- $(fg)(x) = f(x) \cdot g(x)$.
- $\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$ pre $g(x) \neq 0$.

Pre $x \in D(f)$ definujeme:

- $|f|(x) = |f(x)|$.
- $f^n(x) = \left[f(x)\right]^n$.

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$.

Funkcia $y = h(x)$, $x \in A$ sa nazýva zúženie (reštrikcia) funkcie f na množinu A,

Operácie s funkciami – Zúženie (reštrikcia) funkcie

- Funkcie môžeme sčítavať, odčítavať, násobiť, deliť, umocňovať...

Funkcie $y=f(x)$, $x\in D(f)$ a $y=g(x)$, $x\in D(g)$, číslo $n\in N$.

Pre $x\in D(f)\cap D(g)$ definujeme:

- $(f\pm g)(x)=f(x)\pm g(x)$.
- $(fg)(x)=f(x)\cdot g(x)$.
- $\left(\frac{f}{g}\right)(x)=\frac{f(x)}{g(x)}$ pre $g(x)\neq 0$.

Pre $x\in D(f)$ definujeme:

- $|f|(x)=|f(x)|$.
- $f^n(x)=\left[f(x)\right]^n$.

Funkcia $y=f(x)$, $x\in D(f)$, množina $A\subset D(f)$.

Funkcia $y=h(x)$, $x\in A$ sa nazýva zúženie (reštrikcia) funkcie f na množinu A, označenie $h=f|_A$,

Operácie s funkciami – Zúženie (reštrikcia) funkcie

- Funkcie môžeme sčítavať, odčítavať, násobiť, deliť, umocňovať. . .

Funkcie $y=f(x)$, $x\in D(f)$ a $y=g(x)$, $x\in D(g)$, číslo $n\in N$.

Pre $x\in D(f)\cap D(g)$ definujeme:

- $(f\pm g)(x) = f(x)\pm g(x)$.
- $(fg)(x) = f(x)\cdot g(x)$.
- $\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$ pre $g(x)\neq 0$.

Pre $x\in D(f)$ definujeme:

- $|f|(x) = |f(x)|$.
- $f^n(x) = \left[f(x)\right]^n$.

Funkcia $y=f(x)$, $x\in D(f)$, množina $A\subset D(f)$.

Funkcia $y=h(x)$, $x\in A$ sa nazýva zúženie (reštrikcia) funkcie f na množinu A, označenie $h=f|_A$,

ak pre všetky $x\in A$ platí $h(x)=f(x)$.

Operácie s funkciami – Zúženie (reštrikcia) funkcie

- Funkcie môžeme sčítavať, odčítavať, násobiť, deliť, umocňovať. . .

Funkcie $y = f(x)$, $x \in D(f)$ a $y = g(x)$, $x \in D(g)$, číslo $n \in N$.

Pre $x \in D(f) \cap D(g)$ definujeme:

- $(f \pm g)(x) = f(x) \pm g(x)$.
- $(fg)(x) = f(x) \cdot g(x)$.
- $\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$ pre $g(x) \neq 0$.

Pre $x \in D(f)$ definujeme:

- $|f|(x) = |f(x)|$.
- $f^n(x) = [f(x)]^n$.

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$.

Funkcia $y = h(x)$, $x \in A$ sa nazýva **zúženie (reštrikcia)** funkcie f na množinu A, označenie $h = f|_A$,

ak pre všetky $x \in A$ platí $h(x) = f(x)$.

[Graf funkcie h je časťou grafu funkcie f.]

Operácie s funkciami – Zúženie (reštrikcia) funkcie

- Funkcie môžeme sčítavať, odčítavať, násobiť, deliť, umocňovať...

Funkcie $y=f(x)$, $x\in D(f)$ a $y=g(x)$, $x\in D(g)$, číslo $n\in N$.

Pre $x\in D(f)\cap D(g)$ definujeme:

- $(f\pm g)(x)=f(x)\pm g(x)$.
- $(fg)(x)=f(x)\cdot g(x)$.
- $\left(\frac{f}{g}\right)(x)=\frac{f(x)}{g(x)}$ pre $g(x)\neq 0$.

Pre $x\in D(f)$ definujeme:

- $|f|(x)=|f(x)|$.
- $f^n(x)=[f(x)]^n$.

Funkcia $y=f(x)$, $x\in D(f)$, množina $A\subset D(f)$.

Funkcia $y=h(x)$, $x\in A$ sa nazýva zúženie (reštrikcia) funkcie f na množinu A, označenie $h=f|_A$,

ak pre všetky $x\in A$ platí $h(x)=f(x)$.

[Graf funkcie h je časťou grafu funkcie f.]

- Dirichletova funkcia $\chi(x)=\begin{cases}1 & \text{pre } x\in Q,\\ 0 & \text{pre } x\in I.\end{cases}$
- $f\colon y=x^2$, $x\in R$.
- $g\colon y=x^2$, $x\in\langle 0;2\rangle$.
- $f\colon y=0$, $x\in\langle 0;1)$.
- $g\colon y=\lfloor x\rfloor$.

Operácie s funkciami – Zúženie (reštrikcia) funkcie

- Funkcie môžeme sčítavať, odčítavať, násobiť, deliť, umocňovať. . .

Funkcie $y=f(x)$, $x\in D(f)$ a $y=g(x)$, $x\in D(g)$, číslo $n\in N$.

Pre $x\in D(f)\cap D(g)$ definujeme:

- $(f\pm g)(x)=f(x)\pm g(x)$.
- $(fg)(x)=f(x)\cdot g(x)$.
- $\left(\frac{f}{g}\right)(x)=\frac{f(x)}{g(x)}$ pre $g(x)\neq 0$.

Pre $x\in D(f)$ definujeme:

- $|f|(x)=|f(x)|$.
- $f^n(x)=[f(x)]^n$.

Funkcia $y=f(x)$, $x\in D(f)$, množina $A\subset D(f)$.

Funkcia $y=h(x)$, $x\in A$ sa nazýva zúženie (reštrikcia) funkcie f na množinu A, označenie $h=f|_A$,

ak pre všetky $x\in A$ platí $h(x)=f(x)$. [Graf funkcie h je časťou grafu funkcie f.]

- Dirichletova funkcia $\chi(x)=\begin{cases}1 & \text{pre } x\in Q,\\ 0 & \text{pre } x\in I.\end{cases}$ $\Rightarrow$ • $\chi|_Q\colon y=1,\ x\in Q$.
- $f\colon y=x^2,\ x\in R$. • $g\colon y=x^2,\ x\in\langle 0;2\rangle$. $\Rightarrow$ •
- $f\colon y=0,\ x\in\langle 0;1)$. • $g\colon y=\lfloor x\rfloor$. $\Rightarrow$ •

Operácie s funkciami – Zúženie (reštrikcia) funkcie

- Funkcie môžeme sčítavať, odčítavať, násobiť, deliť, umocňovať...

Funkcie $y=f(x)$, $x\in D(f)$ a $y=g(x)$, $x\in D(g)$, číslo $n\in N$.

Pre $x\in D(f)\cap D(g)$ definujeme:

- $(f\pm g)(x)=f(x)\pm g(x)$.
- $(fg)(x)=f(x)\cdot g(x)$.
- $\left(\frac{f}{g}\right)(x)=\frac{f(x)}{g(x)}$ pre $g(x)\neq 0$.

Pre $x\in D(f)$ definujeme:

- $|f|(x)=|f(x)|$.
- $f^n(x)=[f(x)]^n$.

Funkcia $y=f(x)$, $x\in D(f)$, množina $A\subset D(f)$.

Funkcia $y=h(x)$, $x\in A$ sa nazýva zúženie (reštrikcia) funkcie f na množinu A, označenie $h=f|_A$,

ak pre všetky $x\in A$ platí $h(x)=f(x)$.

[Graf funkcie h je časťou grafu funkcie f.]

- Dirichletova funkcia $\chi(x)=\begin{cases}1 & \text{pre } x\in Q,\\ 0 & \text{pre } x\in I.\end{cases}$ $\Rightarrow$ • $\chi|_Q\colon y=1,\ x\in Q$. • $\chi|_I\colon y=0,\ x\in I$.
- $f\colon y=x^2,\ x\in R$. • $g\colon y=x^2,\ x\in\langle 0;2\rangle$. $\Rightarrow$ • $g=f|_{\langle 0;2\rangle}$.
- $f\colon y=0,\ x\in\langle 0;1)$. • $g\colon y=\lfloor x\rfloor$. $\Rightarrow$ • $f=g|_{\langle 0;1)}$.

Operácie s funkciami – Nulový bod, zložená funkcia

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$.

Operácie s funkciami – Nulový bod, zložená funkcia

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$.

Bod $c \in D(f)$ sa nazýva nulový bod (koreň) funkcie f,

Operácie s funkciami – Nulový bod, zložená funkcia

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$.

Bod $c \in D(f)$ sa nazýva nulový bod (koreň) funkcie f, ak platí $f(c) = 0$.

Operácie s funkciami – Nulový bod, zložená funkcia

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$.

Bod $c \in D(f)$ sa nazýva nulový bod (koreň) funkcie f, ak platí $f(c) = 0$.

- Korene funkcie f nájdeme riešením rovnice $f(x) = 0$, $x \in D(f)$.

Operácie s funkciami – Nulový bod, zložená funkcia

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$.

Bod $c \in D(f)$ sa nazýva nulový bod (koreň) funkcie f, ak platí $f(c) = 0$.

- Korene funkcie f nájdeme riešením rovnice $f(x) = 0$, $x \in D(f)$.

[V praxi väčšinou korene rovnice hľadáme pomocou približných numerických metód.]

Operácie s funkciami – Nulový bod, zložená funkcia

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$.

Bod $c \in D(f)$ sa nazýva nulový bod (koreň) funkcie f, ak platí $f(c) = 0$.

- Korene funkcie f nájdeme riešením rovnice $f(x) = 0$, $x \in D(f)$.

[V praxi väčšinou korene rovnice hľadáme pomocou približných numerických metód.]

Funkcie $y = f(x)$, $x \in D(f)$ a $y = g(x)$, $x \in D(g)$, pričom platí $H(f) \subset D(g)$.

Operácie s funkciami – Nulový bod, zložená funkcia

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$.

Bod $c \in D(f)$ sa nazýva nulový bod (koreň) funkcie f, ak platí $f(c) = 0$.

- Korene funkcie f nájdeme riešením rovnice $f(x) = 0$, $x \in D(f)$.

[V praxi väčšinou korene rovnice hľadáme pomocou približných numerických metód.]

Funkcie $y = f(x)$, $x \in D(f)$ a $y = g(x)$, $x \in D(g)$, pričom platí $H(f) \subset D(g)$.

Zloženou funkciou f a g nazývame funkciu $y = F(x) = g[f(x)]$, $x \in D(f)$,

Operácie s funkciami – Nulový bod, zložená funkcia

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$.

Bod $c \in D(f)$ sa nazýva **nulový bod (koreň)** funkcie f, ak platí $f(c) = 0$.

- Korene funkcie f nájdeme riešením rovnice $f(x) = 0$, $x \in D(f)$.

[V praxi väčšinou korene rovnice hľadáme pomocou približných numerických metód.]

Funkcie $y = f(x)$, $x \in D(f)$ a $y = g(x)$, $x \in D(g)$, pričom platí $H(f) \subset D(g)$.

Zloženou funkciou f a g nazývame funkciu $y = F(x) = g[f(x)]$, $x \in D(f)$,

označenie $F = g(f)$, resp. $F = f \circ g$.

Operácie s funkciami – Nulový bod, zložená funkcia

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$.

Bod $c \in D(f)$ sa nazýva nulový bod (koreň) funkcie f, ak platí $f(c) = 0$.

- Korene funkcie f nájdeme riešením rovnice $f(x) = 0$, $x \in D(f)$.

[V praxi väčšinou korene rovnice hľadáme pomocou približných numerických metód.]

Funkcie $y = f(x)$, $x \in D(f)$ a $y = g(x)$, $x \in D(g)$, pričom platí $H(f) \subset D(g)$.

Zloženou funkciou f a g nazývame funkciu $y = F(x) = g[f(x)]$, $x \in D(f)$,

označenie $F = g(f)$, resp. $F = f \circ g$.

- Funkcia f sa nazýva vnútorná zložka,

Operácie s funkciami – Nulový bod, zložená funkcia

Funkcia $y = f(x),\ x \in D(f)$.

Bod $c \in D(f)$ sa nazýva **nulový bod (koreň)** funkcie f, ak platí $f(c) = 0$.

- Korene funkcie f nájdeme riešením rovnice $f(x) = 0,\ x \in D(f)$.

[V praxi väčšinou korene rovnice hľadáme pomocou približných numerických metód.]

Funkcie $y = f(x),\ x \in D(f)$ a $y = g(x),\ x \in D(g)$, pričom platí $H(f) \subset D(g)$.

Zloženou funkciou f a g nazývame funkciu $y = F(x) = g[f(x)],\ x \in D(f)$,

označenie $F = g(f)$, resp. $F = f \circ g$.

- Funkcia f sa nazýva **vnútorná zložka**,
- Funkcia g sa nazýva **vonkajšia zložka**.

Operácie s funkciami – Nulový bod, zložená funkcia

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$.

Bod $c \in D(f)$ sa nazýva nulový bod (koreň) funkcie f, ak platí $f(c) = 0$.

- Korene funkcie f nájdeme riešením rovnice $f(x) = 0$, $x \in D(f)$.

[V praxi väčšinou korene rovnice hľadáme pomocou približných numerických metód.]

Funkcie $y = f(x)$, $x \in D(f)$ a $y = g(x)$, $x \in D(g)$, pričom platí $H(f) \subset D(g)$.

Zloženou funkciou f a g nazývame funkciu $y = F(x) = g[f(x)]$, $x \in D(f)$,

označenie $F = g(f)$, resp. $F = f \circ g$.

- Funkcia f sa nazýva vnútorná zložka,
- Funkcia g sa nazýva vonkajšia zložka.

- Ak sú funkcie f, g zadané analyticky $u = f(x)$, $y = g(x)$, $H(f) \subset D(g)$,

Operácie s funkciami – Nulový bod, zložená funkcia

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$.

Bod $c \in D(f)$ sa nazýva nulový bod (koreň) funkcie f, ak platí $f(c) = 0$.

- Korene funkcie f nájdeme riešením rovnice $f(x) = 0$, $x \in D(f)$.

[V praxi väčšinou korene rovnice hľadáme pomocou približných numerických metód.]

Funkcie $y = f(x)$, $x \in D(f)$ a $y = g(x)$, $x \in D(g)$, pričom platí $H(f) \subset D(g)$.

Zloženou funkciou f a g nazývame funkciu $y = F(x) = g[f(x)]$, $x \in D(f)$,

označenie $F = g(f)$, resp. $F = f \circ g$.

- Funkcia f sa nazýva vnútorná zložka,
- Funkcia g sa nazýva vonkajšia zložka.

- Ak sú funkcie f, g zadané analyticky $u = f(x)$, $y = g(x)$, $H(f) \subset D(g)$,

potom vzorec pre zloženú funkciu $g(f)$ dostaneme, ak výraz $f(x)$ dosadíme za u do vzorca $g(u)$.

Operácie s funkciami – Nulový bod, zložená funkcia

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$.

Bod $c \in D(f)$ sa nazýva **nulový bod (koreň)** funkcie f, ak platí $f(c) = 0$.

- Korene funkcie f nájdeme riešením rovnice $f(x) = 0$, $x \in D(f)$.

[V praxi väčšinou korene rovnice hľadáme pomocou približných numerických metód.]

Funkcie $y = f(x)$, $x \in D(f)$ a $y = g(x)$, $x \in D(g)$, pričom platí $H(f) \subset D(g)$.

Zloženou funkciou f a g nazývame funkciu $y = F(x) = g[f(x)]$, $x \in D(f)$,

označenie $F = g(f)$, resp. $F = f \circ g$.

- Funkcia f sa nazýva **vnútorná zložka**,
- Funkcia g sa nazýva **vonkajšia zložka**.

- Ak sú funkcie f, g zadané analyticky $u = f(x)$, $y = g(x)$, $H(f) \subset D(g)$,

potom vzorec pre zloženú funkciu $g(f)$ dostaneme, ak výraz $f(x)$ dosadíme za u do vzorca $g(u)$.

[Substitúcia premennej u výrazom $f(x)$.]

Operácie s funkciami – Nulový bod, zložená funkcia

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$.

Bod $c \in D(f)$ sa nazýva nulový bod (koreň) funkcie f, ak platí $f(c) = 0$.

- Korene funkcie f nájdeme riešením rovnice $f(x) = 0$, $x \in D(f)$.

[V praxi väčšinou korene rovnice hľadáme pomocou približných numerických metód.]

Funkcie $y = f(x)$, $x \in D(f)$ a $y = g(x)$, $x \in D(g)$, pričom platí $H(f) \subset D(g)$.

Zloženou funkciou f a g nazývame funkciu $y = F(x) = g[f(x)]$, $x \in D(f)$,

označenie $F = g(f)$, resp. $F = f \circ g$.

- Funkcia f sa nazýva vnútorná zložka,
- Funkcia g sa nazýva vonkajšia zložka.

- Ak sú funkcie f, g zadané analyticky $u = f(x)$, $y = g(x)$, $H(f) \subset D(g)$,

potom vzorec pre zloženú funkciu $g(f)$ dostaneme, ak výraz $f(x)$ dosadíme za u do vzorca $g(u)$.

[Substitúcia premennej u výrazom $f(x)$.]

- Rozklad (zloženej) funkcie na zložky (vnútornú a vonkajšiu) nebýva jednoznačný,

Operácie s funkciami – Nulový bod, zložená funkcia

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$.

Bod $c \in D(f)$ sa nazýva **nulový bod (koreň)** funkcie f, ak platí $f(c) = 0$.

- Korene funkcie f nájdeme riešením rovnice $f(x) = 0$, $x \in D(f)$.

  [V praxi väčšinou korene rovnice hľadáme pomocou približných numerických metód.]

Funkcie $y = f(x)$, $x \in D(f)$ a $y = g(x)$, $x \in D(g)$, pričom platí $H(f) \subset D(g)$.

Zloženou funkciou f a g nazývame funkciu $y = F(x) = g[f(x)]$, $x \in D(f)$,

označenie $F = g(f)$, resp. $F = f \circ g$.

- Funkcia f sa nazýva **vnútorná zložka**,
- Funkcia g sa nazýva **vonkajšia zložka**.

- Ak sú funkcie f, g zadané analyticky $u = f(x)$, $y = g(x)$, $H(f) \subset D(g)$,

  potom vzorec pre zloženú funkciu $g(f)$ dostaneme, ak výraz $f(x)$ dosadíme za u do vzorca $g(u)$.

  [Substitúcia premennej u výrazom $f(x)$.]

- Rozklad (zloženej) funkcie na zložky (vnútornú a vonkajšiu) nebýva jednoznačný,

  [Rozklad na zložky musíme prispôsobiť našim možnostiam a daným požiadavkám.]

Operácie s funkciami – Príklad na skladanie funkcií

Funkcie $f\colon\; y = \sin x\colon\; R \to \langle -1; 1\rangle$ a $g\colon\, y = \sqrt{x+1}\colon\; \langle -1; \infty) \to \langle 0; \infty)$.

Operácie s funkciami – Príklad na skladanie funkcií

Funkcie $f: \ y = \sin x\colon R \to \langle -1; 1\rangle$ a $g\colon y = \sqrt{x+1}\colon \langle -1; \infty) \to \langle 0; \infty)$.

Určte zložené funkcie $f(g)$, $g(f)$, $f(f)$, $g(g)$.

Operácie s funkciami – Príklad na skladanie funkcií

Funkcie $f: \ y = \sin x\colon R \to \langle -1; 1\rangle$ a $g: y = \sqrt{x+1}\colon \langle -1; \infty) \to \langle 0; \infty)$.

Určte zložené funkcie $f(g)$, $g(f)$, $f(f)$, $g(g)$.

- $f(g)$:
- $g(f)$:
- $f(f)$:
- $g(g)$:

Operácie s funkciami – Príklad na skladanie funkcií

Funkcie $f: \ y = \sin x$: $R \to \langle -1; 1 \rangle$ a $g: y = \sqrt{x+1}$: $\langle -1; \infty) \to \langle 0; \infty)$.

Určte zložené funkcie $f(g)$, $g(f)$, $f(f)$, $g(g)$.

- $f(g)$: $y = f[g(x)]$
- $g(f)$: $y = g[f(x)]$
- $f(f)$: $y = f[f(x)]$
- $g(g)$: $y = g[g(x)]$

Operácie s funkciami – Príklad na skladanie funkcií

Funkcie $f: \ y = \sin x: R \to \langle -1; 1\rangle$ a $g: y = \sqrt{x+1}: \langle -1; \infty) \to \langle 0; \infty)$.

Určte zložené funkcie $f(g)$, $g(f)$, $f(f)$, $g(g)$.

- $f(g)\colon y = f[g(x)] = \begin{cases} f(\sqrt{x+1}) & = \sin\sqrt{x+1} \\ & \end{cases}$

- $g(f)\colon y = g[f(x)] = \begin{cases} g(\sin x) & = \sqrt{\sin x + 1} \\ & \end{cases}$

- $f(f)\colon y = f[f(x)] = \begin{cases} f(\sin x) & = \sin(\sin x) \\ & \end{cases}$

- $g(g)\colon y = g[g(x)] = \begin{cases} g(\sqrt{x+1}) & = \sqrt{\sqrt{x+1}+1} \\ & \end{cases}$

Operácie s funkciami – Príklad na skladanie funkcií

Funkcie $f: \; y = \sin x \colon R \to \langle -1; 1\rangle$ a $g: \; y = \sqrt{x+1} \colon \langle -1; \infty) \to \langle 0; \infty)$.

Určte zložené funkcie $f(g)$, $g(f)$, $f(f)$, $g(g)$.

- $f(g)\colon y = f[g(x)] = \sin\left(g(x)\right) = \sin\sqrt{x+1}$
- $g(f)\colon y = g[f(x)] = \sqrt{f(x)+1} = \sqrt{\sin x + 1}$
- $f(f)\colon y = f[f(x)] = \sin\left(f(x)\right) = \sin\left(\sin x\right)$
- $g(g)\colon y = g[g(x)] = \sqrt{g(x)+1} = \sqrt{\sqrt{x+1}+1}$

Operácie s funkciami – Príklad na skladanie funkcií

Funkcie $f: \; y = \sin x \colon R \to \langle -1; 1 \rangle$ a $g: y = \sqrt{x+1} \colon \langle -1; \infty) \to \langle 0; \infty)$.

Určte zložené funkcie $f(g), \; g(f), \; f(f), \; g(g)$.

- $f(g) \colon y = f[g(x)] = \begin{cases} f(\sqrt{x+1}) & = \sin \sqrt{x+1} \\ \sin\,(g(x)) & = \sin \sqrt{x+1} \end{cases}$
- $g(f) \colon y = g[f(x)] = \begin{cases} g(\sin x) & = \sqrt{\sin x + 1} \\ \sqrt{f(x)+1} & = \sqrt{\sin x + 1} \end{cases}$
- $f(f) \colon y = f[f(x)] = \begin{cases} f(\sin x) & = \sin\,(\sin x) \\ \sin\,(f(x)) & = \sin\,(\sin x) \end{cases}$
- $g(g) \colon y = g[g(x)] = \begin{cases} g(\sqrt{x+1}) & = \sqrt{\sqrt{x+1}+1} \\ \sqrt{g(x)+1} & = \sqrt{\sqrt{x+1}+1} \end{cases}$

Operácie s funkciami – Príklad na skladanie funkcií

Funkcie $f\colon\; y = \sin x\colon R \to \langle -1; 1\rangle$ a $g\colon\; y = \sqrt{x+1}\colon \langle -1; \infty) \to \langle 0; \infty)$.

Určte zložené funkcie $f(g),\; g(f),\; f(f),\; g(g)$.

- $f(g)\colon\; y = f[g(x)] = \left\{\begin{array}{l} f(\sqrt{x+1}) \\ \sin\left(g(x)\right) \end{array}\right\} = \sin\sqrt{x+1}\colon \langle -1; \infty) \to \langle -1; 1\rangle.$
- $g(f)\colon\; y = g[f(x)] = \left\{\begin{array}{l} g(\sin x) \\ \sqrt{f(x)+1} \end{array}\right\} = \sqrt{\sin x + 1}\colon R \to \langle 0; \sqrt{2}\rangle.$
- $f(f)\colon\; y = f[f(x)] = \left\{\begin{array}{l} f(\sin x) \\ \sin\left(f(x)\right) \end{array}\right\} = \sin\left(\sin x\right)\colon R \to \langle -1; 1\rangle.$
- $g(g)\colon\; y = g[g(x)] = \left\{\begin{array}{l} g(\sqrt{x+1}) \\ \sqrt{g(x)+1} \end{array}\right\} = \sqrt{\sqrt{x+1}+1}\colon \langle -1; \infty) \to \langle 1; \infty).$

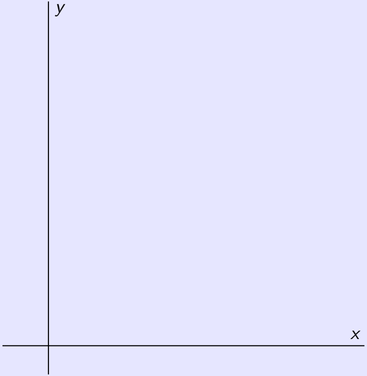
Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia zloženej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu zloženej funkcie $g[f]$.

Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia zloženej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu zloženej funkcie $g[f]$.

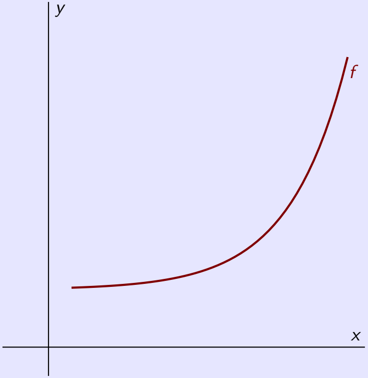
Zostrojte $g(f)$,



Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia zloženej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu zloženej funkcie $g[f]$.

Zostrojte $g(f)$, ak $y = f(x)$, $x \in D(f)$ je vnútorná zložka,

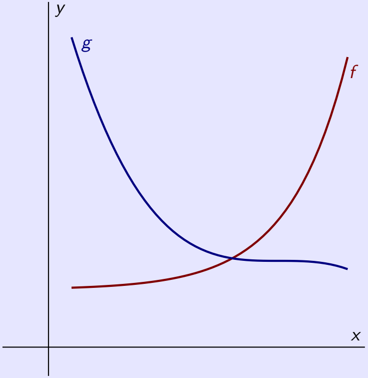


Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia zloženej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu zloženej funkcie $g[f]$.

Zostrojte $g(f)$, ak $y = f(x)$, $x \in D(f)$ je vnútorná zložka,

$y = g(x)$, $x \in D(g)$ je vonkajšia zložka,

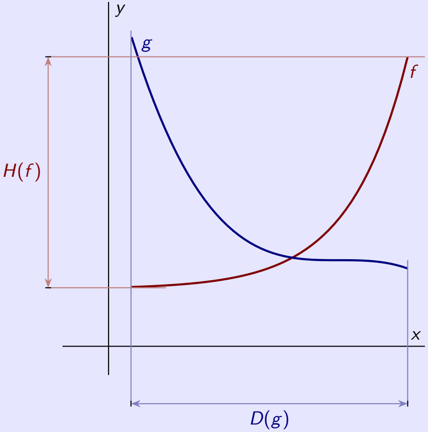


Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia zloženej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu zloženej funkcie $g[f]$.

Zostrojte $g(f)$, ak $y = f(x)$, $x \in D(f)$ je vnútorná zložka,

$y = g(x)$, $x \in D(g)$ je vonkajšia zložka, $H(f) \subset D(g)$.

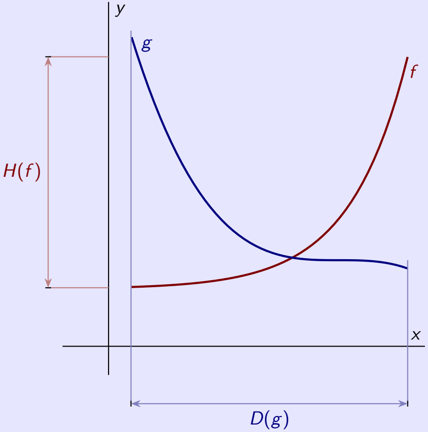


Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia zloženej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu zloženej funkcie $g[f]$.

Zostrojte $g(f)$, ak $y = f(x)$, $x \in D(f)$ je vnútorná zložka,

$y = g(x)$, $x \in D(g)$ je vonkajšia zložka, $H(f) \subset D(g)$.

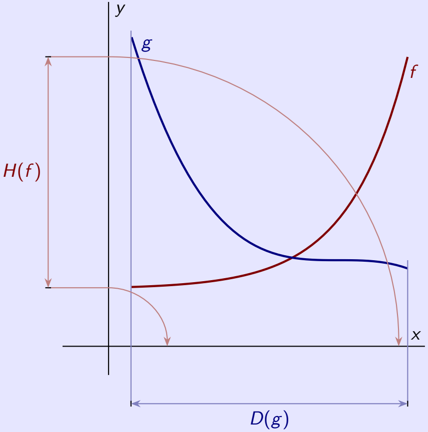


Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia zloženej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu zloženej funkcie $g[f]$.

Zostrojte $g(f)$, ak $y = f(x)$, $x \in D(f)$ je vnútorná zložka,

$y = g(x)$, $x \in D(g)$ je vonkajšia zložka, $H(f) \subset D(g)$.

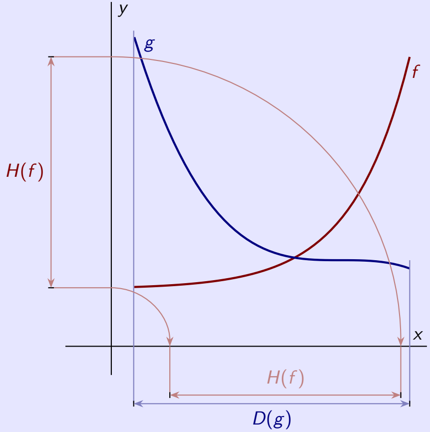


Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia zloženej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu zloženej funkcie $g[f]$.

Zostrojte $g(f)$, ak $y = f(x)$, $x \in D(f)$ je vnútorná zložka,

$y = g(x)$, $x \in D(g)$ je vonkajšia zložka, $H(f) \subset D(g)$.

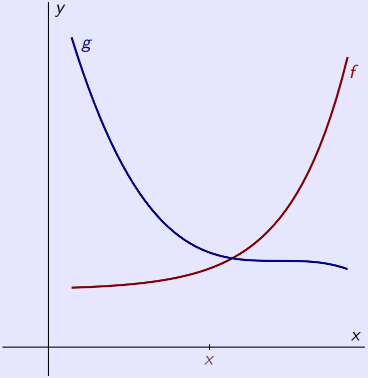


Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia zloženej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu zloženej funkcie $g[f]$.

Zostrojte $g(f)$, ak $y = f(x)$, $x \in D(f)$ je vnútorná zložka,

$y = g(x)$, $x \in D(g)$ je vonkajšia zložka, $H(f) \subset D(g)$.



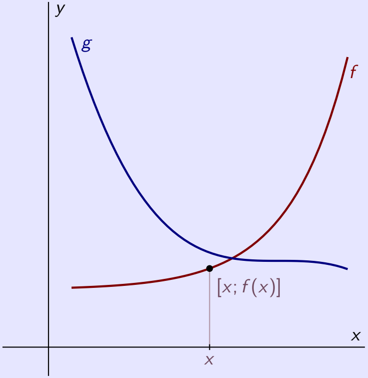
- Zvoľme na osi x bod $x \in D(f)$.

Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia zloženej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu zloženej funkcie $g[f]$.

Zostrojte $g(f)$, ak $y = f(x)$, $x \in D(f)$ je vnútorná zložka,

$y = g(x)$, $x \in D(g)$ je vonkajšia zložka, $H(f) \subset D(g)$.



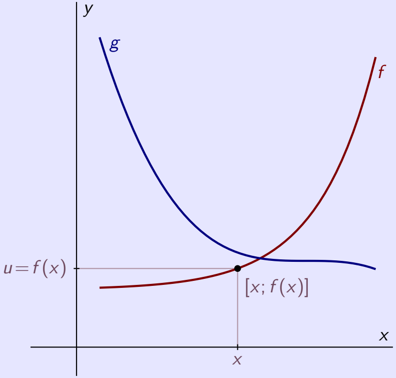
- Zvoľme na osi x bod $x \in D(f)$.
- Označme bod $[x; f(x)] \in f$.

Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia zloženej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu zloženej funkcie $g[f]$.

Zostrojte $g(f)$, ak $y = f(x)$, $x \in D(f)$ je vnútorná zložka,

$y = g(x)$, $x \in D(g)$ je vonkajšia zložka, $H(f) \subset D(g)$.



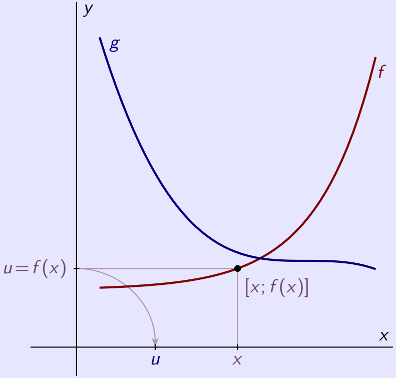
- Zvoľme na osi x bod $x \in D(f)$.
- Označme bod $[x; f(x)] \in f$.
- Označme na osi y hodnotu $u = f(x)$.

Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia zloženej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu zloženej funkcie $g[f]$.

Zostrojte $g(f)$, ak $y = f(x)$, $x \in D(f)$ je vnútorná zložka,

$y = g(x)$, $x \in D(g)$ je vonkajšia zložka, $H(f) \subset D(g)$.



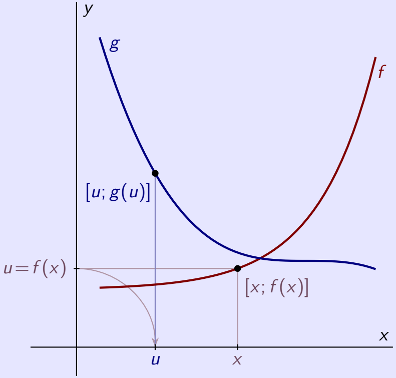
- Zvoľme na osi x bod $x \in D(f)$.
- Označme bod $[x; f(x)] \in f$.
- Označme na osi y hodnotu $u = f(x)$.
- Označme na osi x hodnotu u.

Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia zloženej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu zloženej funkcie $g[f]$.

Zostrojte $g(f)$, ak $y = f(x)$, $x \in D(f)$ je vnútorná zložka,

$y = g(x)$, $x \in D(g)$ je vonkajšia zložka, $H(f) \subset D(g)$.



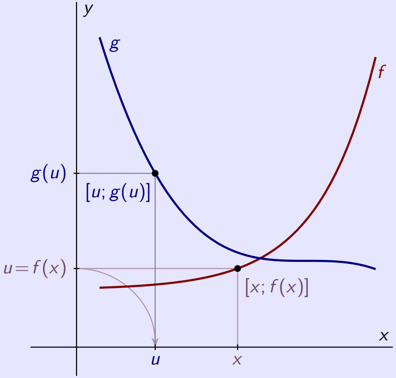
- Zvoľme na osi x bod $x \in D(f)$.
- Označme bod $[x; f(x)] \in f$.
- Označme na osi y hodnotu $u = f(x)$.
- Označme na osi x hodnotu u.
- Označme bod $[u; g(u)] \in g$.

Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia zloženej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu zloženej funkcie $g[f]$.

Zostrojte $g(f)$, ak $y = f(x)$, $x \in D(f)$ je vnútorná zložka,

$y = g(x)$, $x \in D(g)$ je vonkajšia zložka, $H(f) \subset D(g)$.



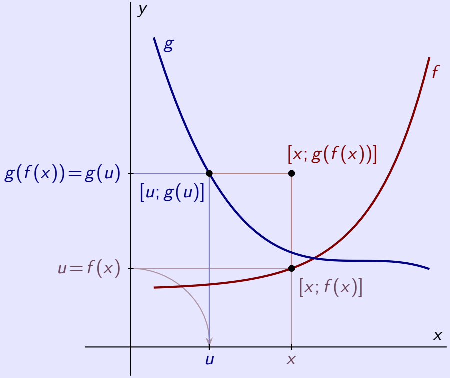
- Zvoľme na osi x bod $x \in D(f)$.
- Označme bod $[x; f(x)] \in f$.
- Označme na osi y hodnotu $u = f(x)$.
- Označme na osi x hodnotu u.
- Označme bod $[u; g(u)] \in g$.
- Označme na osi y hodnotu $g(u)$.

Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia zloženej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu zloženej funkcie $g[f]$.

Zostrojte $g(f)$, ak $y = f(x)$, $x \in D(f)$ je vnútorná zložka,

$y = g(x)$, $x \in D(g)$ je vonkajšia zložka, $H(f) \subset D(g)$.



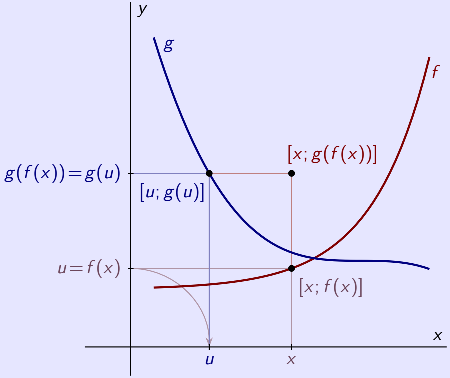
- Zvoľme na osi x bod $x \in D(f)$.
- Označme bod $[x; f(x)] \in f$.
- Označme na osi y hodnotu $u = f(x)$.
- Označme na osi x hodnotu u.
- Označme bod $[u; g(u)] \in g$.
- Označme na osi y hodnotu $g(u)$.
- Označme bod $[x; g(f(x))]$, pričom $g(f(x)) = g(u)$.

Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia zloženej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu zloženej funkcie $g[f]$.

Zostrojte $g(f)$, ak $y = f(x)$, $x \in D(f)$ je vnútorná zložka,

$y = g(x)$, $x \in D(g)$ je vonkajšia zložka, $H(f) \subset D(g)$.



- Zvoľme na osi x bod $x \in D(f)$.
- Označme bod $[x; f(x)] \in f$.
- Označme na osi y hodnotu $u = f(x)$.
- Označme na osi x hodnotu u.
- Označme bod $[u; g(u)] \in g$.
- Označme na osi y hodnotu $g(u)$.
- Označme bod $[x; g(f(x))]$, pričom $g(f(x)) = g(u)$.

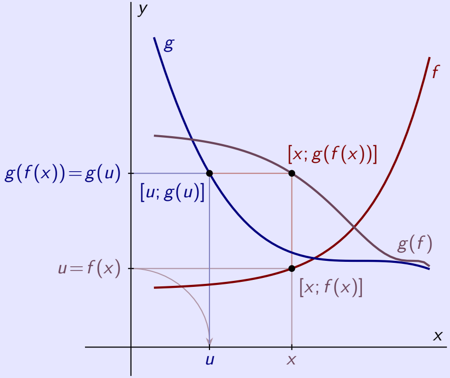
$[x; g(f(x))]$ je hľadaný bod grafu $g(f)$.

Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia zloženej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu zloženej funkcie $g[f]$.

Zostrojte $g(f)$, ak $y = f(x)$, $x \in D(f)$ je vnútorná zložka,

$y = g(x)$, $x \in D(g)$ je vonkajšia zložka, $H(f) \subset D(g)$.



- Zvoľme na osi x bod $x \in D(f)$.
- Označme bod $[x; f(x)] \in f$.
- Označme na osi y hodnotu $u = f(x)$.
- Označme na osi x hodnotu u.
- Označme bod $[u; g(u)] \in g$.
- Označme na osi y hodnotu $g(u)$.
- Označme bod $[x; g(f(x))]$, pričom $g(f(x)) = g(u)$.

$[x; g(f(x))]$ je hľadaný bod grafu $g(f)$.

- Postup opakujeme pre každé $x \in D(f)$.

Operácie s funkciami – Identita, inverzná funkcia

Funkcia $y = f(x),\ x \in D(f)$ sa nazýva

Operácie s funkciami – Identita, inverzná funkcia

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$ sa nazýva

identická (identita),

Operácie s funkciami – Identita, inverzná funkcia

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$ sa nazýva

identická (identita), ak sa každý obraz y zhoduje so svojim vzorom x.

Operácie s funkciami – Identita, inverzná funkcia

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$ sa nazýva

identická (identita), ak sa každý obraz y zhoduje so svojim vzorom x.

[Funkcia $y = f(x) = x$, $H(f) = D(f)$, t. j. $y = x$, $x \in D(f)$.]

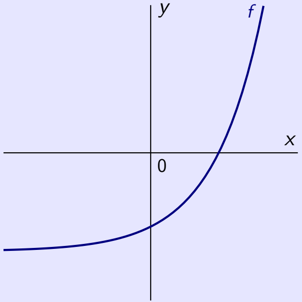
Operácie s funkciami – Identita, inverzná funkcia

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$ sa nazýva

identická (**identita**), ak sa každý obraz y zhoduje so svojim vzorom x.

[Funkcia $y = f(x) = x$, $H(f) = D(f)$, t. j. $y = x$, $x \in D(f)$.]

Funkcia $y = f(x)\colon D(f) \to H(f)$ je prostá. [Funkcia f je zároveň aj bijektívna.]



Operácie s funkciami – Identita, inverzná funkcia

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$ sa nazýva

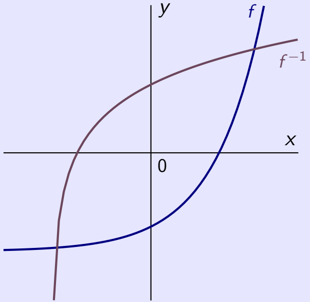
identická (identita), ak sa každý obraz y zhoduje so svojim vzorom x.

[Funkcia $y = f(x) = x$, $H(f) = D(f)$, t. j. $y = x$, $x \in D(f)$.]

Funkcia $y = f(x)\colon D(f) \to H(f)$ je prostá. [Funkcia f je zároveň aj bijektívna.]

Inverzná funkcia k funkcii f sa nazýva funkcia

$$x = f^{-1}(y)\colon H(f) \to D(f)$$



Operácie s funkciami – Identita, inverzná funkcia

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$ sa nazýva

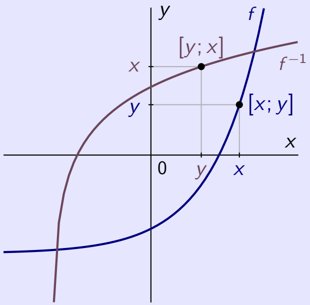
identická (identita), ak sa každý obraz y zhoduje so svojim vzorom x.

[Funkcia $y = f(x) = x$, $H(f) = D(f)$, t. j. $y = x$, $x \in D(f)$.]

Funkcia $y = f(x)\colon D(f) \to H(f)$ je prostá. [Funkcia f je zároveň aj bijektívna.]

Inverzná funkcia k funkcii f sa nazýva funkcia

$x = f^{-1}(y)\colon H(f) \to D(f)$ taká, že $[x; y] \in f$ práve vtedy, ak $[y; x] \in f^{-1}$.



Operácie s funkciami – Identita, inverzná funkcia

Funkcia $y = f(x),\ x \in D(f)$ sa nazýva

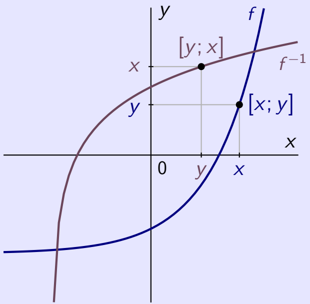
identická (identita), ak sa každý obraz y zhoduje so svojim vzorom x.

[Funkcia $y = f(x) = x$, $H(f) = D(f)$, t. j. $y = x$, $x \in D(f)$.]

Funkcia $y = f(x)\colon D(f) \to H(f)$ je prostá. [Funkcia f je zároveň aj bijektívna.]

Inverzná funkcia k funkcii f sa nazýva funkcia

$$x = f^{-1}(y)\colon H(f) \to D(f) \text{ taká, že } [x; y] \in f \text{ práve vtedy, ak } [y; x] \in f^{-1}.$$



Pre funkcie f a f^{-1} platí:

Operácie s funkciami – Identita, inverzná funkcia

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$ sa nazýva

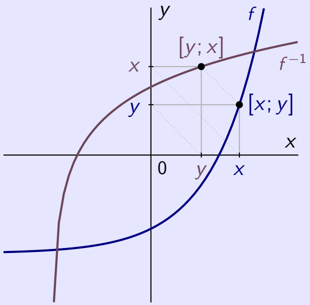
identická (identita), ak sa každý obraz y zhoduje so svojim vzorom x.

[Funkcia $y = f(x) = x$, $H(f) = D(f)$, t. j. $y = x$, $x \in D(f)$.]

Funkcia $y = f(x)\colon D(f) \to H(f)$ je prostá. [Funkcia f je zároveň aj bijektívna.]

Inverzná funkcia k funkcii f sa nazýva funkcia

$$x = f^{-1}(y)\colon H(f) \to D(f) \text{ taká, že } [x; y] \in f \text{ práve vtedy, ak } [y; x] \in f^{-1}.$$



Pre funkcie f a f^{-1} platí:

- $[x; y] \in f \Leftrightarrow [y; x] \in f^{-1}$. [$y = f(x) \Leftrightarrow x = f^{-1}(y)$.]

Operácie s funkciami – Identita, inverzná funkcia

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$ sa nazýva

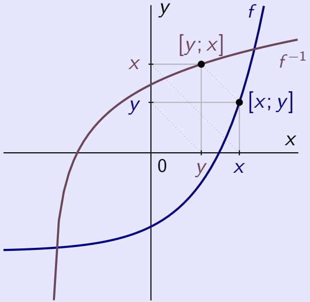
identická (identita), ak sa každý obraz y zhoduje so svojim vzorom x.

[Funkcia $y = f(x) = x$, $H(f) = D(f)$, t. j. $y = x$, $x \in D(f)$.]

Funkcia $y = f(x)\colon D(f) \to H(f)$ je prostá. [Funkcia f je zároveň aj bijektívna.]

Inverzná funkcia k funkcii f sa nazýva funkcia

$x = f^{-1}(y)\colon H(f) \to D(f)$ taká, že $[x; y] \in f$ práve vtedy, ak $[y; x] \in f^{-1}$.



Pre funkcie f a f^{-1} platí:

- $[x; y] \in f \Leftrightarrow [y; x] \in f^{-1}$. [$y = f(x) \Leftrightarrow x = f^{-1}(y)$.]
- Body $[x; y] \in f$, $[y; x] \in f^{-1}$ sa líšia iba poradím prvkov.

Operácie s funkciami – Identita, inverzná funkcia

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$ sa nazýva

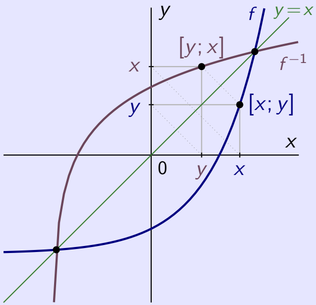
identická (identita), ak sa každý obraz y zhoduje so svojim vzorom x.

[Funkcia $y = f(x) = x$, $H(f) = D(f)$, t. j. $y = x$, $x \in D(f)$.]

Funkcia $y = f(x)\colon D(f) \to H(f)$ je prostá. [Funkcia f je zároveň aj bijektívna.]

Inverzná funkcia k funkcii f sa nazýva funkcia

$$x = f^{-1}(y)\colon H(f) \to D(f) \text{ taká, že } [x; y] \in f \text{ práve vtedy, ak } [y; x] \in f^{-1}.$$



Pre funkcie f a f^{-1} platí:

- $[x; y] \in f \Leftrightarrow [y; x] \in f^{-1}$. [$y = f(x) \Leftrightarrow x = f^{-1}(y)$.]
- Body $[x; y] \in f$, $[y; x] \in f^{-1}$ sa líšia iba poradím prvkov.
- Grafy funkcií f, f^{-1} sú osovo súmerné podľa priamky $y = x$.

Operácie s funkciami – Identita, inverzná funkcia

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$ sa nazýva

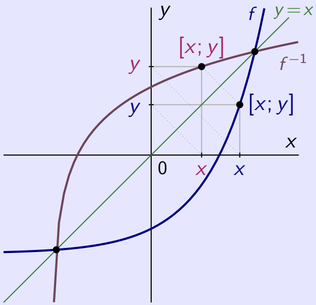
identická (identita), ak sa každý obraz y zhoduje so svojim vzorom x.

[Funkcia $y = f(x) = x$, $H(f) = D(f)$, t. j. $y = x$, $x \in D(f)$.]

Funkcia $y = f(x)\colon D(f) \to H(f)$ je prostá. [Funkcia f je zároveň aj bijektívna.]

Inverzná funkcia k funkcii f sa nazýva funkcia

$$x = f^{-1}(y)\colon H(f) \to D(f) \text{ taká, že } [x; y] \in f \text{ práve vtedy, ak } [y; x] \in f^{-1}.$$



Pre funkcie f a f^{-1} platí:

- $[x; y] \in f \Leftrightarrow [y; x] \in f^{-1}$. [$y = f(x) \Leftrightarrow x = f^{-1}(y)$.]
- Body $[x; y] \in f$, $[y; x] \in f^{-1}$ sa líšia iba poradím prvkov.
- Grafy funkcií f, f^{-1} sú osovo súmerné podľa priamky $y = x$.

- Namiesto $x = f^{-1}(y)$ píšeme $y = f^{-1}(x)$.

Operácie s funkciami – Identita, inverzná funkcia

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$ sa nazýva

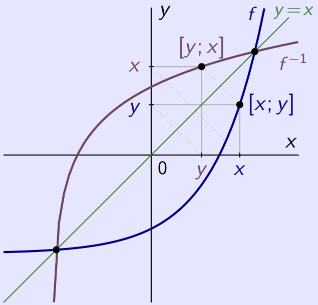
identická (identita), ak sa každý obraz y zhoduje so svojim vzorom x.

[Funkcia $y = f(x) = x$, $H(f) = D(f)$, t. j. $y = x$, $x \in D(f)$.]

Funkcia $y = f(x)\colon D(f) \to H(f)$ je prostá. [Funkcia f je zároveň aj bijektívna.]

Inverzná funkcia k funkcii f sa nazýva funkcia

$x = f^{-1}(y)\colon H(f) \to D(f)$ taká, že $[x; y] \in f$ práve vtedy, ak $[y; x] \in f^{-1}$.



Pre funkcie f a f^{-1} platí:

- $[x; y] \in f \Leftrightarrow [y; x] \in f^{-1}$. [$y = f(x) \Leftrightarrow x = f^{-1}(y)$.]
- Body $[x; y] \in f$, $[y; x] \in f^{-1}$ sa líšia iba poradím prvkov.
- Grafy funkcií f, f^{-1} sú osovo súmerné podľa priamky $y = x$.

- Namiesto $x = f^{-1}(y)$ píšeme $y = f^{-1}(x)$.

[Spravidla sa dodržiava pravidlo, že argumenty (nezávislé premenné) oboch funkcií f, f^{-1} značíme rovnakým symbolom x.]

Operácie s funkciami – Vlastnosti inverznej funkcie

Funkcia $y = f(x)\colon D(f) \to H(f)$ je prostá. [Funkcia f je zároveň aj bijektívna.]

Operácie s funkciami – Vlastnosti inverznej funkcie

Funkcia $y = f(x)\colon D(f) \to H(f)$ je prostá. [Funkcia f je zároveň aj bijektívna.]

$\Rightarrow$ • $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$ je bijekcia.

Operácie s funkciami – Vlastnosti inverznej funkcie

Funkcia $y = f(x)\colon D(f) \to H(f)$ je prostá. [Funkcia f je zároveň aj bijektívna.]

$\Rightarrow$
- $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$ je bijekcia.
- $\left[f^{-1}\right]^{-1} = f$.

Operácie s funkciami – Vlastnosti inverznej funkcie

Funkcia $y = f(x)\colon D(f) \to H(f)$ je prostá. [Funkcia f je zároveň aj bijektívna.]

$\Rightarrow$
- $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$ je bijekcia.
- $f^{-1}[f(x)] = x$ pre všetky $x \in D(f)$.
- $\left[f^{-1}\right]^{-1} = f$.

Operácie s funkciami – Vlastnosti inverznej funkcie

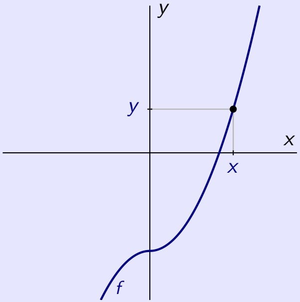
Funkcia $y = f(x)\colon D(f) \to H(f)$ je prostá. [Funkcia f je zároveň aj bijektívna.]

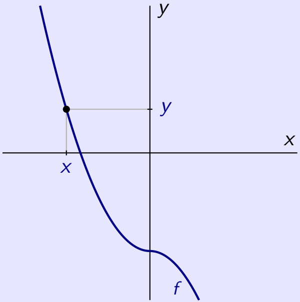
$\Rightarrow$
- $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$ je bijekcia.
- $\left[f^{-1}\right]^{-1} = f$.
- $f^{-1}\left[f(x)\right] = x$ pre všetky $x \in D(f)$.
- $f\left[f^{-1}(y)\right] = y$ pre všetky $y \in H(f)$.

Operácie s funkciami – Vlastnosti inverznej funkcie

Funkcia $y = f(x)\colon D(f) \to H(f)$ je prostá. [Funkcia f je zároveň aj bijektívna.]

$\Rightarrow$
- $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$ je bijekcia.
- $f^{-1}[f(x)] = x$ pre všetky $x \in D(f)$.
- $\left[f^{-1}\right]^{-1} = f$.
- $f\left[f^{-1}(y)\right] = y$ pre všetky $y \in H(f)$.





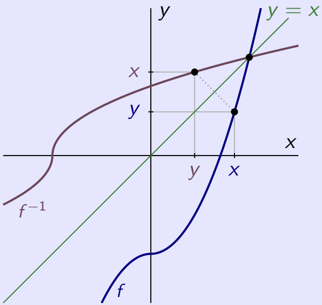
Funkcia $f\colon D(f) \to H(f)$ je rastúca.

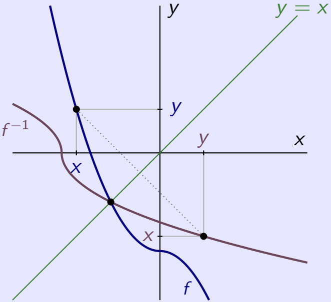
Funkcia $f\colon D(f) \to H(f)$ je klesajúca.

Operácie s funkciami – Vlastnosti inverznej funkcie

Funkcia $y = f(x)\colon D(f) \to H(f)$ je prostá. [Funkcia f je zároveň aj bijektívna.]

$\Rightarrow$
- $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$ je bijekcia.
- $f^{-1}[f(x)] = x$ pre všetky $x \in D(f)$.
- $[f^{-1}]^{-1} = f$.
- $f[f^{-1}(y)] = y$ pre všetky $y \in H(f)$.





Funkcia $f\colon D(f) \to H(f)$ je rastúca.

$\Leftrightarrow$
- $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$ je rastúca.

Funkcia $f\colon D(f) \to H(f)$ je klesajúca.

$\Leftrightarrow$
- $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$ je klesajúca.

Operácie s funkciami – Inverzná funkcia a monotónnosť

Parametrický tvar funkcie f je $x = \alpha(t)$, $y = \beta(t)$, $t \in J$,

Operácie s funkciami – Inverzná funkcia a monotónnosť

Parametrický tvar funkcie f je $x = \alpha(t)$, $y = \beta(t)$, $t \in J$, pričom α je prostá funkcia.

Operácie s funkciami – Inverzná funkcia a monotónnosť

Parametrický tvar funkcie f je $x=\alpha(t)$, $y=\beta(t)$, $t\in J$, pričom α je prostá funkcia.

$\Rightarrow$ • Existuje inverzná funkcia $t=\alpha^{-1}(x)\colon \alpha(J)\to J$.

Operácie s funkciami – Inverzná funkcia a monotónnosť

Parametrický tvar funkcie f je $x = \alpha(t)$, $y = \beta(t)$, $t \in J$, pričom α je prostá funkcia.

$\Rightarrow$

- Existuje inverzná funkcia $t = \alpha^{-1}(x)$: $\alpha(J) \to J$.
- Funkcia f má explicitný tvar $y = \beta(\alpha^{-1}(x))$, $x \in \alpha(J)$.

Operácie s funkciami – Inverzná funkcia a monotónnosť

Parametrický tvar funkcie f je $x = \alpha(t)$, $y = \beta(t)$, $t \in J$, pričom α je prostá funkcia.

$\Rightarrow$
- Existuje inverzná funkcia $t = \alpha^{-1}(x)$: $\alpha(J) \to J$.
- Funkcia f má explicitný tvar $y = \beta(\alpha^{-1}(x))$, $x \in \alpha(J)$.

[Tento prechod k explicitnému vyjadreniu funkcie f nazývame vylúčenie parametra t.]

Operácie s funkciami – Inverzná funkcia a monotónnosť

Parametrický tvar funkcie f je $x = \alpha(t)$, $y = \beta(t)$, $t \in J$, pričom α je prostá funkcia.

$\Rightarrow$
- Existuje inverzná funkcia $t = \alpha^{-1}(x)$: $\alpha(J) \to J$.
- Funkcia f má explicitný tvar $y = \beta(\alpha^{-1}(x))$, $x \in \alpha(J)$.

[Tento prechod k explicitnému vyjadreniu funkcie f nazývame vylúčenie parametra t.]

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$ je rýdzo monotónna (rastúca, resp. klesajúca).

Operácie s funkciami – Inverzná funkcia a monotónnosť

Parametrický tvar funkcie f je $x = \alpha(t)$, $y = \beta(t)$, $t \in J$, pričom α je prostá funkcia.

$\Rightarrow$

- Existuje inverzná funkcia $t = \alpha^{-1}(x)$: $\alpha(J) \to J$.
- Funkcia f má explicitný tvar $y = \beta(\alpha^{-1}(x))$, $x \in \alpha(J)$.

[Tento prechod k explicitnému vyjadreniu funkcie f nazývame vylúčenie parametra t.]

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$ je rýdzo monotónna (rastúca, resp. klesajúca).

$\Rightarrow$

- Funkcia f je prostá (t. j. aj bijektívna).

Operácie s funkciami – Inverzná funkcia a monotónnosť

Parametrický tvar funkcie f je $x = \alpha(t)$, $y = \beta(t)$, $t \in J$, pričom α je prostá funkcia.

$\Rightarrow$
- Existuje inverzná funkcia $t = \alpha^{-1}(x)\colon \alpha(J) \to J$.
- Funkcia f má explicitný tvar $y = \beta(\alpha^{-1}(x))$, $x \in \alpha(J)$.

[Tento prechod k explicitnému vyjadreniu funkcie f nazývame vylúčenie parametra t.]

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$ je rýdzo monotónna (rastúca, resp. klesajúca).

$\Rightarrow$
- Funkcia f je prostá (t. j. aj bijektívna).

[Opačné tvrdenie neplatí.]

- Funkcia f môže byť prostá a nemusí byť rýdzo monotónna.

Operácie s funkciami – Inverzná funkcia a monotónnosť

Parametrický tvar funkcie f je $x = \alpha(t)$, $y = \beta(t)$, $t \in J$, pričom α je **prostá** funkcia.

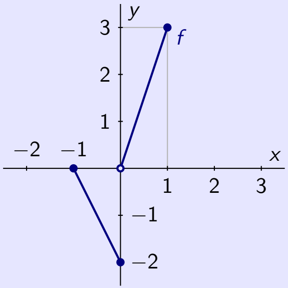
$\Rightarrow$
- Existuje inverzná funkcia $t = \alpha^{-1}(x)\colon \alpha(J) \to J$.
- Funkcia f má explicitný tvar $y = \beta(\alpha^{-1}(x))$, $x \in \alpha(J)$.

[Tento prechod k explicitnému vyjadreniu funkcie f nazývame vylúčenie parametra t.]

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$ je **rýdzo monotónna** (rastúca, resp. klesajúca).

$\Rightarrow$
- Funkcia f je **prostá** (t. j. aj bijektívna).

[Opačné tvrdenie neplatí.]



- Funkcia f môže byť **prostá** a nemusí byť **rýdzo monotónna**.

- $f\colon y = \begin{cases} -2x - 2 & \text{pre } x \in \langle -1; 0 \rangle, \\ 3x & \text{pre } x \in (0; 1 \rangle. \end{cases}$

Operácie s funkciami – Inverzná funkcia a monotónnosť

Parametrický tvar funkcie f je $x = \alpha(t)$, $y = \beta(t)$, $t \in J$, pričom α je prostá funkcia.

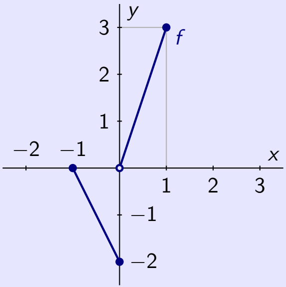
$\Rightarrow$
- Existuje inverzná funkcia $t = \alpha^{-1}(x)\colon \alpha(J) \to J$.
- Funkcia f má explicitný tvar $y = \beta(\alpha^{-1}(x))$, $x \in \alpha(J)$.

[Tento prechod k explicitnému vyjadreniu funkcie f nazývame vylúčenie parametra t.]

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$ je rýdzo monotónna (rastúca, resp. klesajúca).

$\Rightarrow$
- Funkcia f je prostá (t. j. aj bijektívna).

[Opačné tvrdenie neplatí.]



- Funkcia f môže byť prostá a nemusí byť rýdzo monotónna.

- $f\colon y = \begin{cases} -2x - 2 & \text{pre } x \in \langle -1; 0\rangle, \\ 3x & \text{pre } x \in (0; 1\rangle. \end{cases}$

  Funkcia f je prostá,

Operácie s funkciami – Inverzná funkcia a monotónnosť

Parametrický tvar funkcie f je $x = \alpha(t)$, $y = \beta(t)$, $t \in J$, pričom α je prostá funkcia.

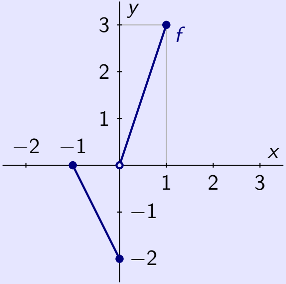
$\Rightarrow$
- Existuje inverzná funkcia $t = \alpha^{-1}(x)\colon \alpha(J) \to J$.
- Funkcia f má explicitný tvar $y = \beta(\alpha^{-1}(x))$, $x \in \alpha(J)$.

[Tento prechod k explicitnému vyjadreniu funkcie f nazývame vylúčenie parametra t.]

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$ je rýdzo monotónna (rastúca, resp. klesajúca).

$\Rightarrow$
- Funkcia f je prostá (t. j. aj bijektívna).

[Opačné tvrdenie neplatí.]



- Funkcia f môže byť prostá a nemusí byť rýdzo monotónna.

- $f\colon y = \begin{cases} -2x - 2 & \text{pre } x \in \langle -1; 0\rangle, \\ 3x & \text{pre } x \in (0; 1\rangle. \end{cases}$

[f je klesajúca na $\langle -1; 0\rangle$.]

[f je rastúca na $(0; 1\rangle$.]

Funkcia f je prostá, ale nie je rýdzo monotónna na $\langle -1; 1\rangle$.

Operácie s funkciami – Inverzná funkcia a monotónnosť

Parametrický tvar funkcie f je $x=\alpha(t)$, $y=\beta(t)$, $t\in J$, pričom α je **prostá** funkcia.

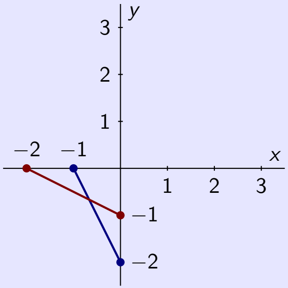
$\Rightarrow$
- Existuje inverzná funkcia $t=\alpha^{-1}(x)\colon \alpha(J)\to J$.
- Funkcia f má explicitný tvar $y=\beta(\alpha^{-1}(x))$, $x\in\alpha(J)$.

[Tento prechod k explicitnému vyjadreniu funkcie f nazývame vylúčenie parametra t.]

Funkcia $y=f(x)$, $x\in D(f)$ je **rýdzo monotónna** (rastúca, resp. klesajúca).

$\Rightarrow$
- Funkcia f je **prostá** (t. j. aj bijektívna).

[Opačné tvrdenie neplatí.]



- Funkcia f môže byť **prostá** a nemusí byť **rýdzo monotónna**.

- $f\colon y=\begin{cases} -2x-2 \text{ pre } x\in\langle -1;0\rangle, \\ \end{cases}$

[f je klesajúca na $\langle -1;0\rangle$.]

[f je rastúca na $(0;1\rangle$.]

Funkcia f je **prostá**, ale nie je **rýdzo monotónna** na $\langle -1;1\rangle$.

- $f^{-1}\colon y=\begin{cases} -\frac{x}{2}-1 \text{ pre } x\in\langle -2;0\rangle, \\ \end{cases}$

[$y=-2x-2.\ \Rightarrow\ 2x=-y-2.\ \Rightarrow\ x=-\frac{y}{2}-1.$]

Operácie s funkciami – Inverzná funkcia a monotónnosť

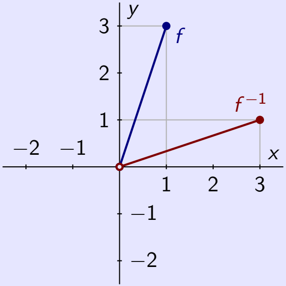
Parametrický tvar funkcie f je $x=\alpha(t)$, $y=\beta(t)$, $t\in J$, pričom α je **prostá** funkcia.

$\Rightarrow$
- Existuje inverzná funkcia $t=\alpha^{-1}(x)\colon \alpha(J)\to J$.
- Funkcia f má explicitný tvar $y=\beta(\alpha^{-1}(x))$, $x\in\alpha(J)$.

[Tento prechod k explicitnému vyjadreniu funkcie f nazývame vylúčenie parametra t.]

Funkcia $y=f(x)$, $x\in D(f)$ je **rýdzo monotónna** (rastúca, resp. klesajúca).

$\Rightarrow$ • Funkcia f je **prostá** (t. j. aj bijektívna). [Opačné tvrdenie neplatí.]



- Funkcia f môže byť **prostá** a nemusí byť **rýdzo monotónna**.

- $f\colon y=\begin{cases} \\ 3x \end{cases}$ pre $x\in(0;1\rangle$. [f je klesajúca na $\langle -1;0\rangle$.] [f je rastúca na $(0;1\rangle$.]

  Funkcia f je **prostá**, ale nie je **rýdzo monotónna** na $\langle -1;1\rangle$.

- $f^{-1}\colon y=\begin{cases} \\ \frac{x}{3} \end{cases}$ pre $x\in(0;3\rangle$. [$y=3x$. $\Rightarrow$ $x=\frac{y}{3}$.]

Operácie s funkciami – Inverzná funkcia a monotónnosť

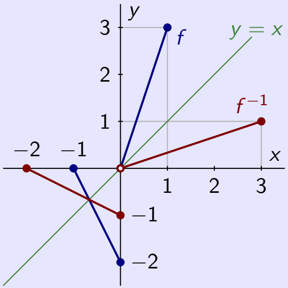
Parametrický tvar funkcie f je $x = \alpha(t)$, $y = \beta(t)$, $t \in J$, pričom α je prostá funkcia.

$\Rightarrow$
- Existuje inverzná funkcia $t = \alpha^{-1}(x)\colon \alpha(J) \to J$.
- Funkcia f má explicitný tvar $y = \beta(\alpha^{-1}(x))$, $x \in \alpha(J)$.

[Tento prechod k explicitnému vyjadreniu funkcie f nazývame vylúčenie parametra t.]

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$ je rýdzo monotónna (rastúca, resp. klesajúca).

$\Rightarrow$
- Funkcia f je prostá (t. j. aj bijektívna). [Opačné tvrdenie neplatí.]



- Funkcia f môže byť prostá a nemusí byť rýdzo monotónna.

- $f\colon y = \begin{cases} -2x - 2 & \text{pre } x \in \langle -1; 0\rangle, \\ 3x & \text{pre } x \in (0; 1\rangle. \end{cases}$

[f je klesajúca na $\langle -1; 0\rangle$.]
[f je rastúca na $(0; 1\rangle$.]

Funkcia f je prostá, ale nie je rýdzo monotónna na $\langle -1; 1\rangle$.

- $f^{-1}\colon y = \begin{cases} -\frac{x}{2} - 1 & \text{pre } x \in \langle -2; 0\rangle, \\ \frac{x}{3} & \text{pre } x \in (0; 3\rangle. \end{cases}$

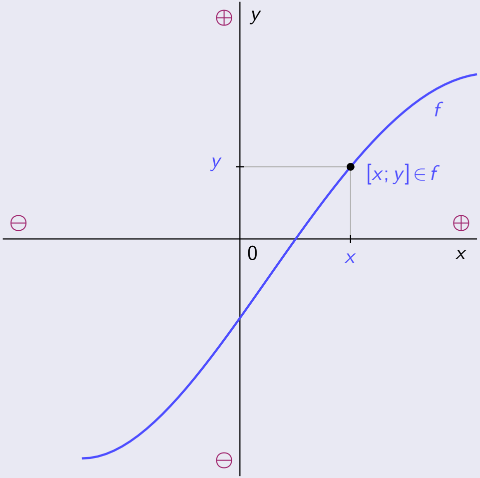
[$y = -2x - 2. \Rightarrow 2x = -y - 2. \Rightarrow x = -\frac{y}{2} - 1.$]
[$y = 3x. \Rightarrow x = \frac{y}{3}.$]

Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia inverznej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$ k funkcii $f\colon D(f) \to H(f)$.

Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia inverznej funkcie

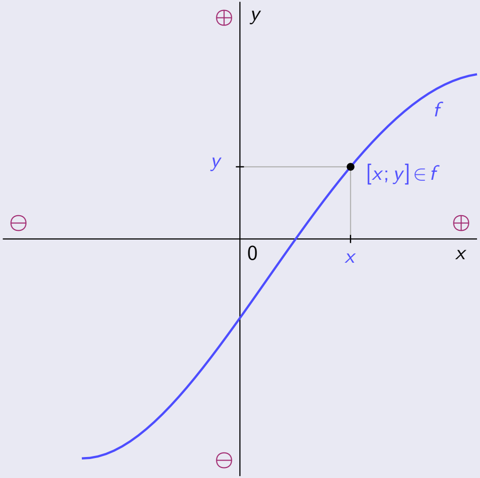
Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$ k funkcii $f\colon D(f) \to H(f)$.



- $f\colon D(f) \to H(f)$, platí $[x;y] \in f$.

Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia inverznej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$ k funkcii $f\colon D(f) \to H(f)$.

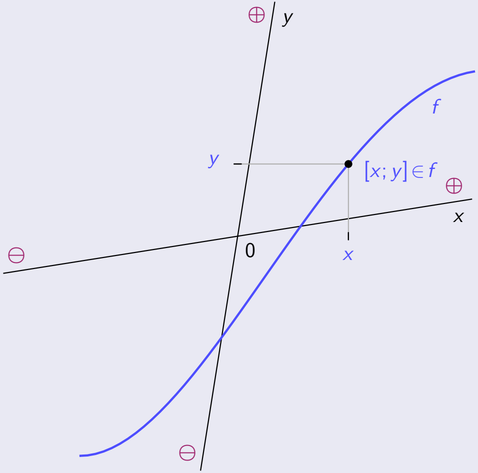


- $f\colon D(f) \to H(f)$, platí $[x; y] \in f$.

- Vymeníme súradnicové osi x a y.

Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia inverznej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$ k funkcii $f\colon D(f) \to H(f)$.

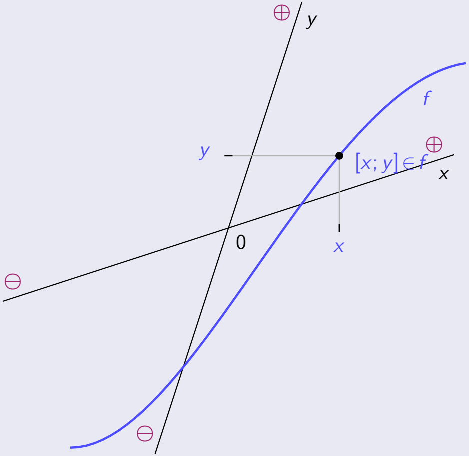


- $f\colon D(f) \to H(f)$, platí $[x; y] \in f$.

- Vymeníme súradnicové osi x a y.

Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia inverznej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$ k funkcii $f\colon D(f) \to H(f)$.

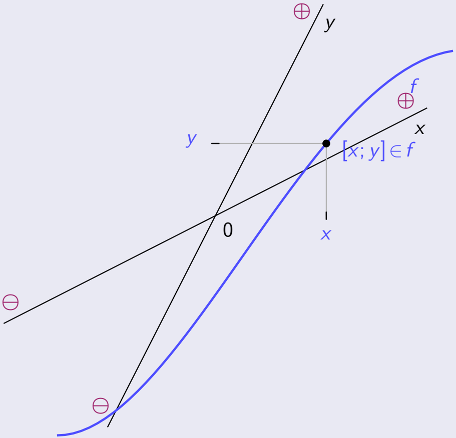


- $f\colon D(f) \to H(f)$, platí $[x;y] \in f$.

- Vymeníme súradnicové osi x a y.

Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia inverznej funkcie

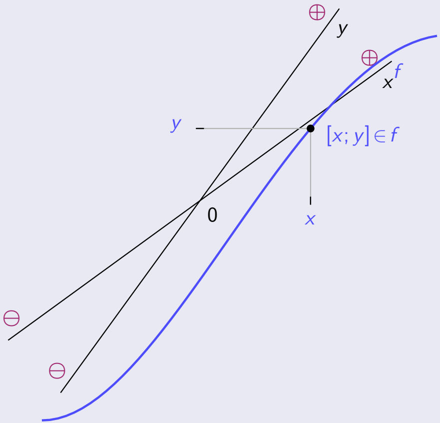
Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$ k funkcii $f\colon D(f) \to H(f)$.



- $f\colon D(f) \to H(f)$, platí $[x; y] \in f$.
- Vymeníme súradnicové osi x a y.

Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia inverznej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$ k funkcii $f\colon D(f) \to H(f)$.

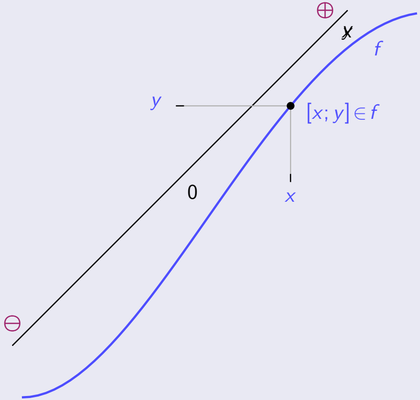


- $f\colon D(f) \to H(f)$, platí $[x; y] \in f$.

- Vymeníme súradnicové osi x a y.

Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia inverznej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$ k funkcii $f\colon D(f) \to H(f)$.

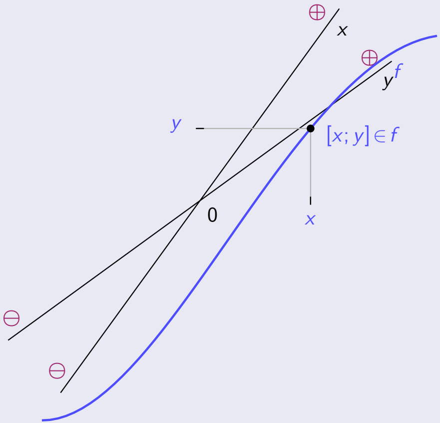


- $f\colon D(f) \to H(f)$, platí $[x; y] \in f$.

- Vymeníme súradnicové osi x a y.

Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia inverznej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$ k funkcii $f\colon D(f) \to H(f)$.

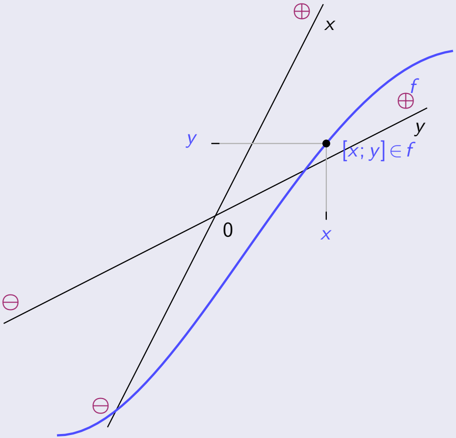


- $f\colon D(f) \to H(f)$, platí $[x; y] \in f$.

- Vymeníme súradnicové osi x a y.

Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia inverznej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$ k funkcii $f\colon D(f) \to H(f)$.

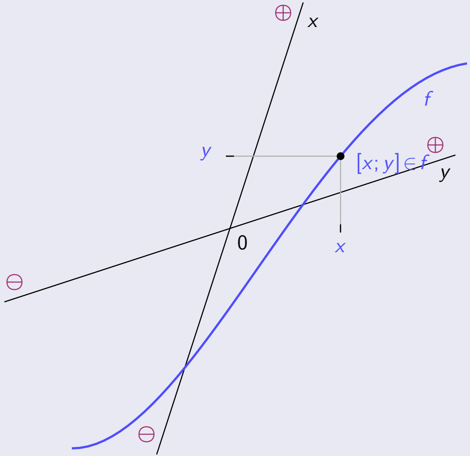


- $f\colon D(f) \to H(f)$, platí $[x; y] \in f$.

- Vymeníme súradnicové osi x a y.

Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia inverznej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$ k funkcii $f\colon D(f) \to H(f)$.

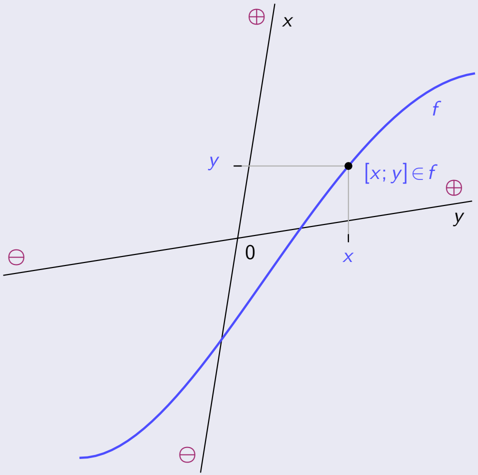


- $f\colon D(f) \to H(f)$, platí $[x; y] \in f$.

- Vymeníme súradnicové osi x a y.

Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia inverznej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$ k funkcii $f\colon D(f) \to H(f)$.

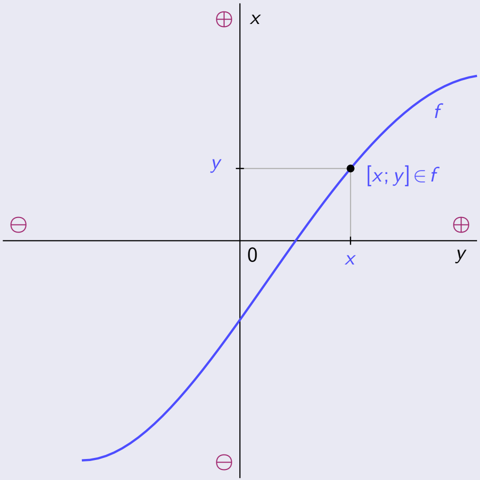


- $f\colon D(f) \to H(f)$, platí $[x; y] \in f$.

- Vymeníme súradnicové osi x a y.

Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia inverznej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$ k funkcii $f\colon D(f) \to H(f)$.

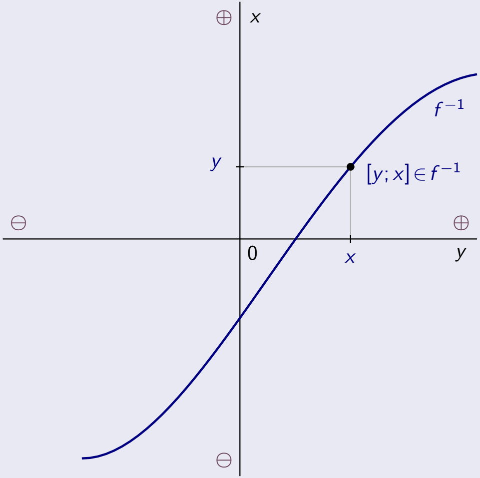


- $f\colon D(f) \to H(f)$, platí $[x; y] \in f$.

- Vymeníme súradnicové osi x a y.

Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia inverznej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$ k funkcii $f\colon D(f) \to H(f)$.



- $f\colon D(f) \to H(f)$, platí $[x;y] \in f$.

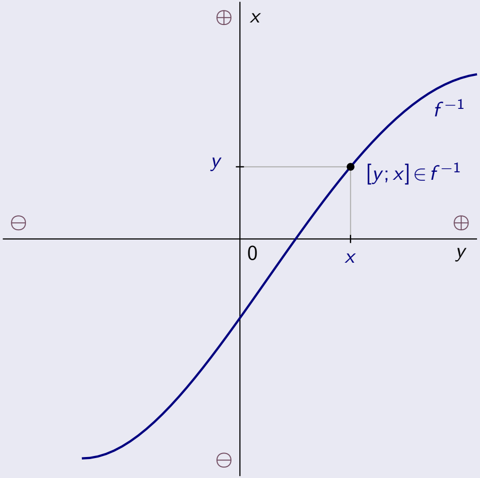
- Vymeníme súradnicové osi x a y.

  Z grafu funkcie f sa stane graf funkcie f^{-1}.

  [Bod $[x;y] \in f$ práve vtedy, ak bod $[y;x] \in f^{-1}$.]

Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia inverznej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$ k funkcii $f\colon D(f) \to H(f)$.



- $f\colon D(f) \to H(f)$, platí $[x; y] \in f$.

- Vymeníme súradnicové osi x a y.

  Z grafu funkcie f sa stane graf funkcie f^{-1}.

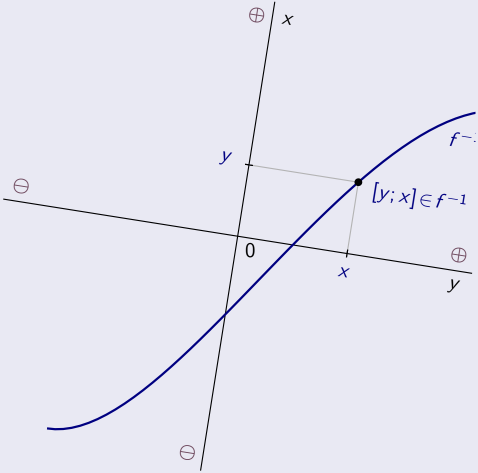
  [Bod $[x; y] \in f$ práve vtedy, ak bod $[y; x] \in f^{-1}$.]

- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) otočíme o uhol $-90°$.

  [Systém otočíme o uhol $\pi/2$ v smere hodinových ručičiek.]

Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia inverznej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$ k funkcii $f\colon D(f) \to H(f)$.



- $f\colon D(f) \to H(f)$, platí $[x;y] \in f$.

- Vymeníme súradnicové osi x a y.

  Z grafu funkcie f sa stane graf funkcie f^{-1}.

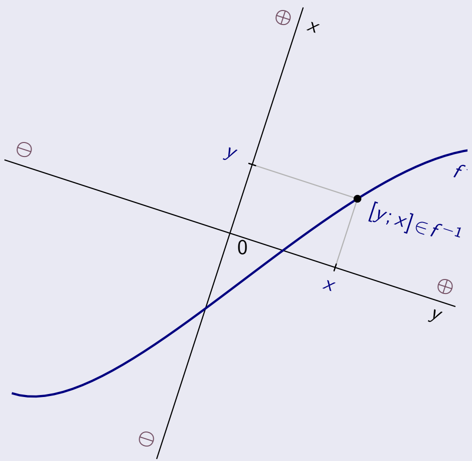
  [Bod $[x;y] \in f$ práve vtedy, ak bod $[y;x] \in f^{-1}$.]

- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) otočíme o uhol $-90°$.

  [Systém otočíme o uhol $\pi/2$ v smere hodinových ručičiek.]

Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia inverznej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$ k funkcii $f\colon D(f) \to H(f)$.



- $f\colon D(f) \to H(f)$, platí $[x; y] \in f$.

- Vymeníme súradnicové osi x a y.

  Z grafu funkcie f sa stane graf funkcie f^{-1}.

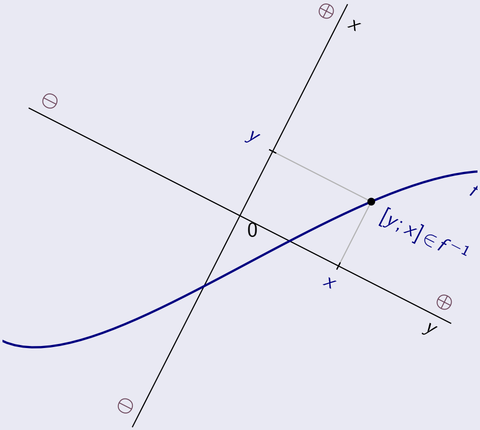
  [Bod $[x; y] \in f$ práve vtedy, ak bod $[y; x] \in f^{-1}$.]

- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) otočíme o uhol $-90°$.

  [Systém otočíme o uhol $\pi/2$ v smere hodinových ručičiek.]

Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia inverznej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$ k funkcii $f\colon D(f) \to H(f)$.



- $f\colon D(f) \to H(f)$, platí $[x; y] \in f$.

- Vymeníme súradnicové osi x a y.

  Z grafu funkcie f sa stane graf funkcie f^{-1}.

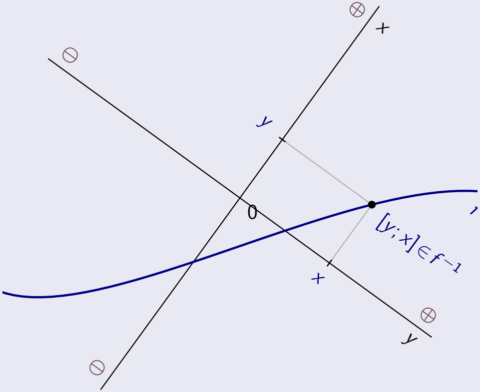
  [Bod $[x; y] \in f$ práve vtedy, ak bod $[y; x] \in f^{-1}$.]

- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) otočíme o uhol $-90°$.

  [Systém otočíme o uhol $\pi/2$ v smere hodinových ručičiek.]

Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia inverznej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$ k funkcii $f\colon D(f) \to H(f)$.



- $f\colon D(f) \to H(f)$, platí $[x;y] \in f$.

- Vymeníme súradnicové osi x a y.

  Z grafu funkcie f sa stane graf funkcie f^{-1}.

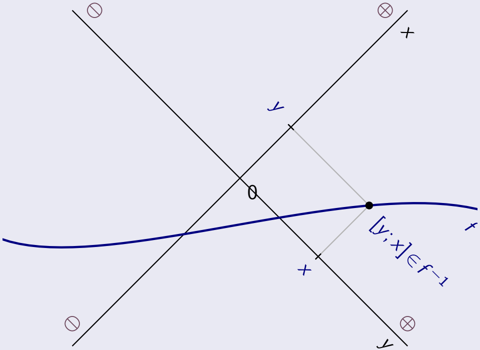
  [Bod $[x;y] \in f$ práve vtedy, ak bod $[y;x] \in f^{-1}$.]

- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) otočíme o uhol $-90°$.

  [Systém otočíme o uhol $\pi/2$ v smere hodinových ručičiek.]

Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia inverznej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$ k funkcii $f\colon D(f) \to H(f)$.



- $f\colon D(f) \to H(f)$, platí $[x; y] \in f$.

- Vymeníme súradnicové osi x a y.

  Z grafu funkcie f sa stane graf funkcie f^{-1}.

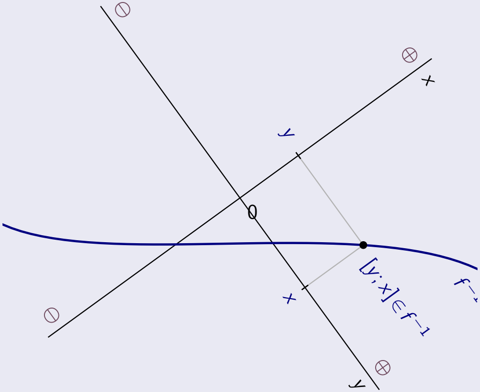
  [Bod $[x; y] \in f$ práve vtedy, ak bod $[y; x] \in f^{-1}$.]

- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) otočíme o uhol $-90°$.

  [Systém otočíme o uhol $\pi/2$ v smere hodinových ručičiek.]

Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia inverznej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$ k funkcii $f\colon D(f) \to H(f)$.



- $f\colon D(f) \to H(f)$, platí $[x; y] \in f$.

- Vymeníme súradnicové osi x a y.

  Z grafu funkcie f sa stane graf funkcie f^{-1}.

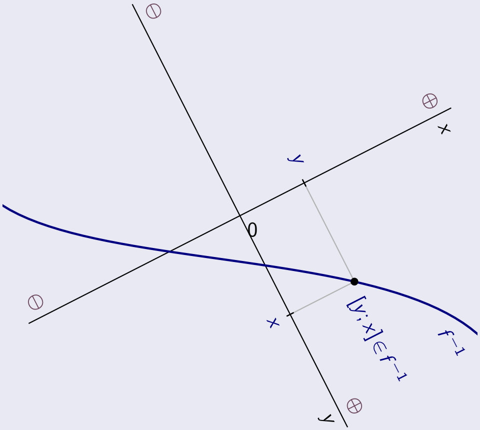
  [Bod $[x; y] \in f$ práve vtedy, ak bod $[y; x] \in f^{-1}$.]

- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) otočíme o uhol $-90°$.

  [Systém otočíme o uhol $\pi/2$ v smere hodinových ručičiek.]

Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia inverznej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$ k funkcii $f\colon D(f) \to H(f)$.



- $f\colon D(f) \to H(f)$, platí $[x;y] \in f$.

- Vymeníme súradnicové osi x a y.

  Z grafu funkcie f sa stane graf funkcie f^{-1}.

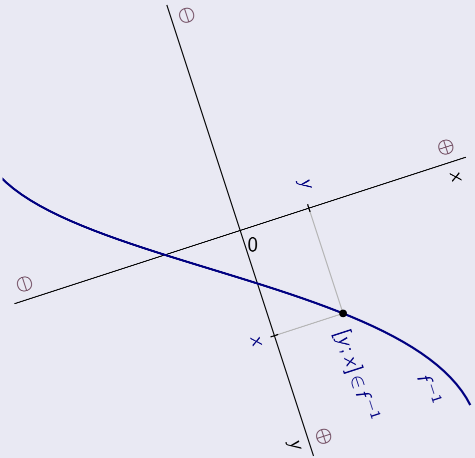
  [Bod $[x;y] \in f$ práve vtedy, ak bod $[y;x] \in f^{-1}$.]

- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) otočíme o uhol $-90°$.

  [Systém otočíme o uhol $\pi/2$ v smere hodinových ručičiek.]

Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia inverznej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$ k funkcii $f\colon D(f) \to H(f)$.



- $f\colon D(f) \to H(f)$, platí $[x;y] \in f$.

- Vymeníme súradnicové osi x a y.

  Z grafu funkcie f sa stane graf funkcie f^{-1}.

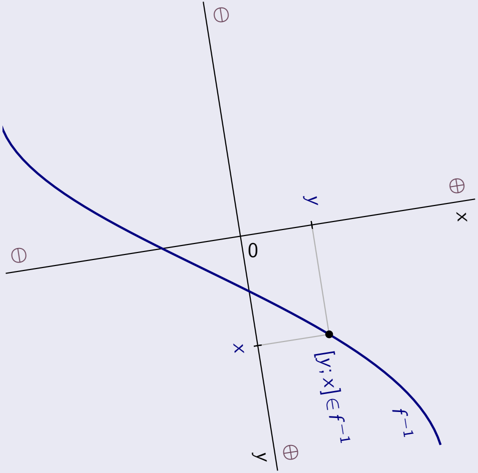
  [Bod $[x;y] \in f$ práve vtedy, ak bod $[y;x] \in f^{-1}$.]

- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) otočíme o uhol $-90°$.

  [Systém otočíme o uhol $\pi/2$ v smere hodinových ručičiek.]

Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia inverznej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$ k funkcii $f\colon D(f) \to H(f)$.



- $f\colon D(f) \to H(f)$, platí $[x;y] \in f$.

- Vymeníme súradnicové osi x a y.

  Z grafu funkcie f sa stane graf funkcie f^{-1}.

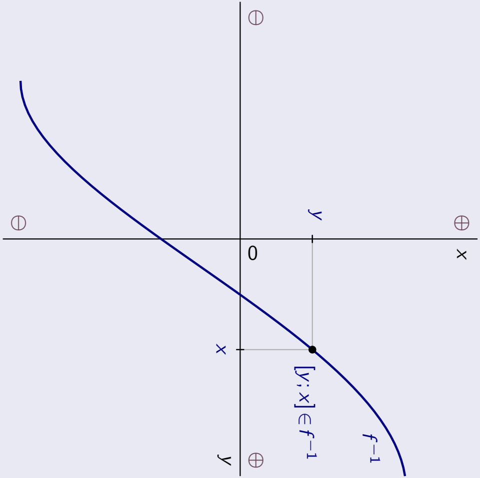
  [Bod $[x;y] \in f$ práve vtedy, ak bod $[y;x] \in f^{-1}$.]

- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) otočíme o uhol $-90°$.

  [Systém otočíme o uhol $\pi/2$ v smere hodinových ručičiek.]

Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia inverznej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$ k funkcii $f\colon D(f) \to H(f)$.



- $f\colon D(f) \to H(f)$, platí $[x; y] \in f$.

- Vymeníme súradnicové osi x a y.

  Z grafu funkcie f sa stane graf funkcie f^{-1}.

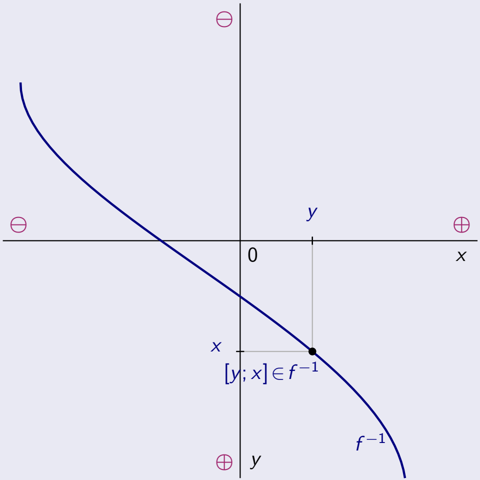
  [Bod $[x; y] \in f$ práve vtedy, ak bod $[y; x] \in f^{-1}$.]

- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) otočíme o uhol $-90°$.

  [Systém otočíme o uhol $\pi/2$ v smere hodinových ručičiek.]

Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia inverznej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$ k funkcii $f\colon D(f) \to H(f)$.



- $f\colon D(f) \to H(f)$, platí $[x; y] \in f$.

- Vymeníme súradnicové osi x a y.

  Z grafu funkcie f sa stane graf funkcie f^{-1}.

  [Bod $[x; y] \in f$ práve vtedy, ak bod $[y; x] \in f^{-1}$.]

- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) otočíme o uhol $-90°$.

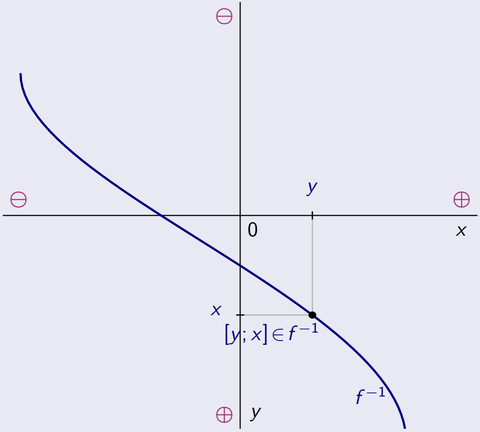
  [Systém otočíme o uhol $\pi/2$ v smere hodinových ručičiek.]

- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) preklopíme okolo osi x.

  [Systém zobrazíme súmerne podľa osi x.]

Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia inverznej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$ k funkcii $f\colon D(f) \to H(f)$.



- $f\colon D(f) \to H(f)$, platí $[x; y] \in f$.

- Vymeníme súradnicové osi x a y.

  Z grafu funkcie f sa stane graf funkcie f^{-1}.

  [Bod $[x; y] \in f$ práve vtedy, ak bod $[y; x] \in f^{-1}$.]

- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) otočíme o uhol $-90°$.

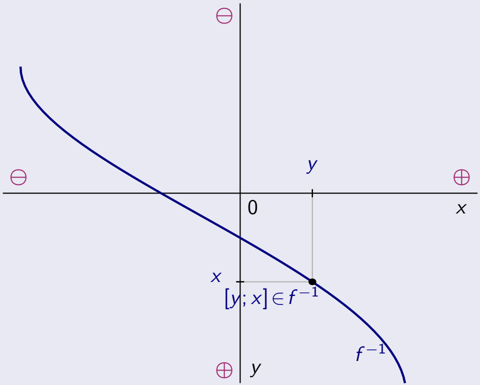
  [Systém otočíme o uhol $\pi/2$ v smere hodinových ručičiek.]

- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) preklopíme okolo osi x.

  [Systém zobrazíme súmerne podľa osi x.]

Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia inverznej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$ k funkcii $f\colon D(f) \to H(f)$.



- $f\colon D(f) \to H(f)$, platí $[x; y] \in f$.
- Vymeníme súradnicové osi x a y.

  Z grafu funkcie f sa stane graf funkcie f^{-1}.

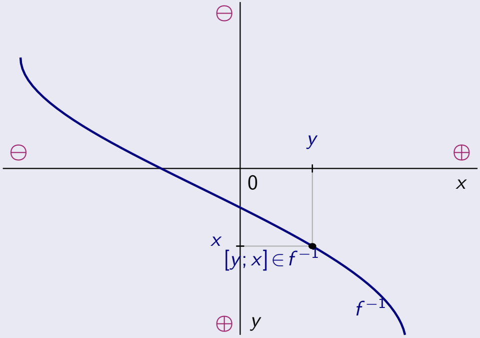
  [Bod $[x; y] \in f$ práve vtedy, ak bod $[y; x] \in f^{-1}$.]
- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) otočíme o uhol $-90°$.

  [Systém otočíme o uhol $\pi/2$ v smere hodinových ručičiek.]
- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) preklopíme okolo osi x.

  [Systém zobrazíme súmerne podľa osi x.]

Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia inverznej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$ k funkcii $f\colon D(f) \to H(f)$.



- $f\colon D(f) \to H(f)$, platí $[x; y] \in f$.

- Vymeníme súradnicové osi x a y.

  Z grafu funkcie f sa stane graf funkcie f^{-1}.

  [Bod $[x; y] \in f$ práve vtedy, ak bod $[y; x] \in f^{-1}$.]

- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) otočíme o uhol $-90°$.

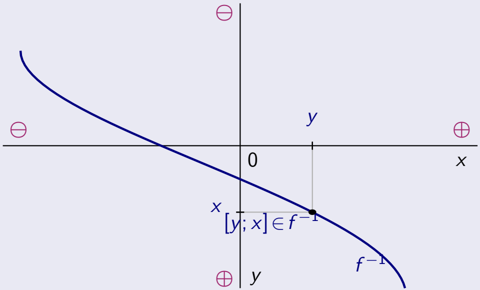
  [Systém otočíme o uhol $\pi/2$ v smere hodinových ručičiek.]

- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) preklopíme okolo osi x.

  [Systém zobrazíme súmerne podľa osi x.]

Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia inverznej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$ k funkcii $f\colon D(f) \to H(f)$.



- $f\colon D(f) \to H(f)$, platí $[x; y] \in f$.

- Vymeníme súradnicové osi X a y.

  Z grafu funkcie f sa stane graf funkcie f^{-1}.

  [Bod $[x; y] \in f$ práve vtedy, ak bod $[y; x] \in f^{-1}$.]

- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) otočíme o uhol $-90°$.

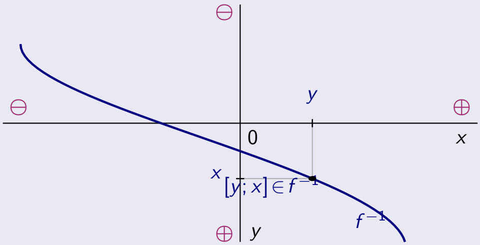
  [Systém otočíme o uhol $\pi/2$ v smere hodinových ručičiek.]

- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) preklopíme okolo osi X.

  [Systém zobrazíme súmerne podľa osi x.]

Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia inverznej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$ k funkcii $f\colon D(f) \to H(f)$.



- $f\colon D(f) \to H(f)$, platí $[x; y] \in f$.

- Vymeníme súradnicové osi x a y.

  Z grafu funkcie f sa stane graf funkcie f^{-1}.

  [Bod $[x; y] \in f$ práve vtedy, ak bod $[y; x] \in f^{-1}$.]

- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) otočíme o uhol $-90°$.

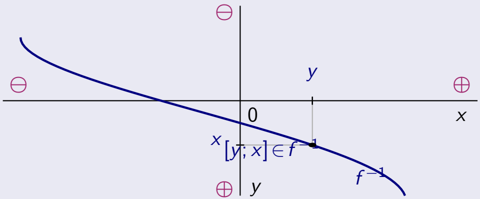
  [Systém otočíme o uhol $\pi/2$ v smere hodinových ručičiek.]

- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) preklopíme okolo osi x.

  [Systém zobrazíme súmerne podľa osi x.]

Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia inverznej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$ k funkcii $f\colon D(f) \to H(f)$.



- $f\colon D(f) \to H(f)$, platí $[x; y] \in f$.

- Vymeníme súradnicové osi x a y.

  Z grafu funkcie f sa stane graf funkcie f^{-1}.

  [Bod $[x; y] \in f$ práve vtedy, ak bod $[y; x] \in f^{-1}$.]

- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) otočíme o uhol $-90°$.

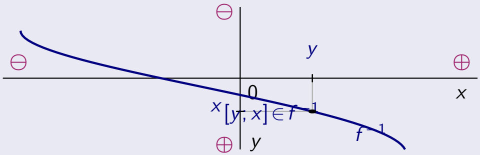
  [Systém otočíme o uhol $\pi/2$ v smere hodinových ručičiek.]

- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) preklopíme okolo osi x.

  [Systém zobrazíme súmerne podľa osi x.]

Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia inverznej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$ k funkcii $f\colon D(f) \to H(f)$.



- $f\colon D(f) \to H(f)$, platí $[x;y] \in f$.

- Vymeníme súradnicové osi x a y.

  Z grafu funkcie f sa stane graf funkcie f^{-1}.

  [Bod $[x;y] \in f$ práve vtedy, ak bod $[y;x] \in f^{-1}$.]

- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) otočíme o uhol $-90°$.

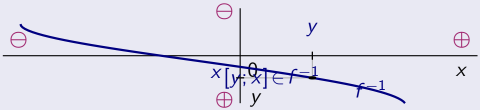
  [Systém otočíme o uhol $\pi/2$ v smere hodinových ručičiek.]

- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) preklopíme okolo osi x.

  [Systém zobrazíme súmerne podľa osi x.]

Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia inverznej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$ k funkcii $f\colon D(f) \to H(f)$.



- $f\colon D(f) \to H(f)$, platí $[x; y] \in f$.

- Vymeníme súradnicové osi x a y.

  Z grafu funkcie f sa stane graf funkcie f^{-1}.

  [Bod $[x; y] \in f$ práve vtedy, ak bod $[y; x] \in f^{-1}$.]

- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) otočíme o uhol $-90°$.

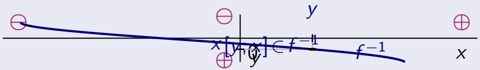
  [Systém otočíme o uhol $\pi/2$ v smere hodinových ručičiek.]

- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) preklopíme okolo osi x.

  [Systém zobrazíme súmerne podľa osi x.]

Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia inverznej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$ k funkcii $f\colon D(f) \to H(f)$.



- $f\colon D(f) \to H(f)$, platí $[x;y] \in f$.

- Vymeníme súradnicové osi x a y.

  Z grafu funkcie f sa stane graf funkcie f^{-1}.

  [Bod $[x;y] \in f$ práve vtedy, ak bod $[y;x] \in f^{-1}$.]

- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) otočíme o uhol $-90°$.

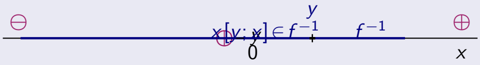
  [Systém otočíme o uhol $\pi/2$ v smere hodinových ručičiek.]

- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) preklopíme okolo osi x.

  [Systém zobrazíme súmerne podľa osi x.]

Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia inverznej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$ k funkcii $f\colon D(f) \to H(f)$.



- $f\colon D(f) \to H(f)$, platí $[x; y] \in f$.

- Vymeníme súradnicové osi x a y.

  Z grafu funkcie f sa stane graf funkcie f^{-1}.

  [Bod $[x; y] \in f$ práve vtedy, ak bod $[y; x] \in f^{-1}$.]

- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) otočíme o uhol $-90°$.

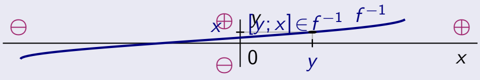
  [Systém otočíme o uhol $\pi/2$ v smere hodinových ručičiek.]

- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) preklopíme okolo osi x.

  [Systém zobrazíme súmerne podľa osi x.]

Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia inverznej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$ k funkcii $f\colon D(f) \to H(f)$.



- $f\colon D(f) \to H(f)$, platí $[x;y] \in f$.

- Vymeníme súradnicové osi x a y.

  Z grafu funkcie f sa stane graf funkcie f^{-1}.

  [Bod $[x;y] \in f$ práve vtedy, ak bod $[y;x] \in f^{-1}$.]

- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) otočíme o uhol $-90°$.

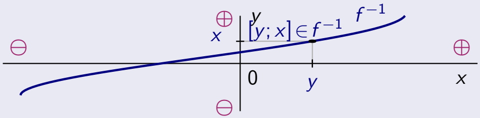
  [Systém otočíme o uhol $\pi/2$ v smere hodinových ručičiek.]

- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) preklopíme okolo osi x.

  [Systém zobrazíme súmerne podľa osi x.]

Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia inverznej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$ k funkcii $f\colon D(f) \to H(f)$.



- $f\colon D(f) \to H(f)$, platí $[x;y] \in f$.

- Vymeníme súradnicové osi x a y.

  Z grafu funkcie f sa stane graf funkcie f^{-1}.

  [Bod $[x;y] \in f$ práve vtedy, ak bod $[y;x] \in f^{-1}$.]

- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) otočíme o uhol $-90°$.

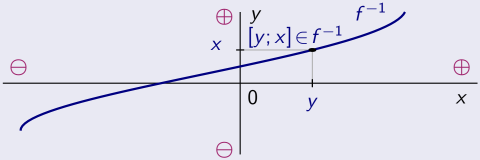
  [Systém otočíme o uhol $\pi/2$ v smere hodinových ručičiek.]

- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) preklopíme okolo osi x.

  [Systém zobrazíme súmerne podľa osi x.]

Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia inverznej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$ k funkcii $f\colon D(f) \to H(f)$.



- $f\colon D(f) \to H(f)$, platí $[x;y] \in f$.

- Vymeníme súradnicové osi x a y.

  Z grafu funkcie f sa stane graf funkcie f^{-1}.

  [Bod $[x;y] \in f$ práve vtedy, ak bod $[y;x] \in f^{-1}$.]

- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) otočíme o uhol $-90°$.

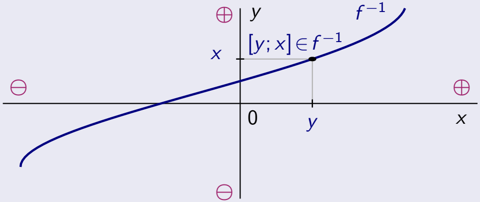
  [Systém otočíme o uhol $\pi/2$ v smere hodinových ručičiek.]

- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) preklopíme okolo osi x.

  [Systém zobrazíme súmerne podľa osi x.]

Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia inverznej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$ k funkcii $f\colon D(f) \to H(f)$.



- $f\colon D(f) \to H(f)$, platí $[x;y] \in f$.

- Vymeníme súradnicové osi x a y.

  Z grafu funkcie f sa stane graf funkcie f^{-1}.

  [Bod $[x;y] \in f$ práve vtedy, ak bod $[y;x] \in f^{-1}$.]

- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) otočíme o uhol $-90°$.

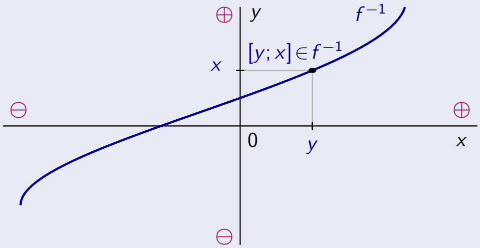
  [Systém otočíme o uhol $\pi/2$ v smere hodinových ručičiek.]

- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) preklopíme okolo osi x.

  [Systém zobrazíme súmerne podľa osi x.]

Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia inverznej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$ k funkcii $f\colon D(f) \to H(f)$.



- $f\colon D(f) \to H(f)$, platí $[x;y] \in f$.

- Vymeníme súradnicové osi x a y.

  Z grafu funkcie f sa stane graf funkcie f^{-1}.

  [Bod $[x;y] \in f$ práve vtedy, ak bod $[y;x] \in f^{-1}$.]

- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) otočíme o uhol $-90°$.

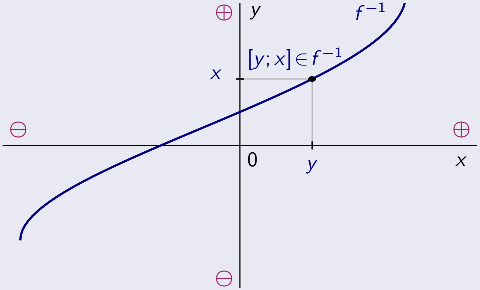
  [Systém otočíme o uhol $\pi/2$ v smere hodinových ručičiek.]

- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) preklopíme okolo osi x.

  [Systém zobrazíme súmerne podľa osi x.]

Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia inverznej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$ k funkcii $f\colon D(f) \to H(f)$.



- $f\colon D(f) \to H(f)$, platí $[x;y]\in f$.
- Vymeníme súradnicové osi x a y.

  Z grafu funkcie f sa stane graf funkcie f^{-1}.

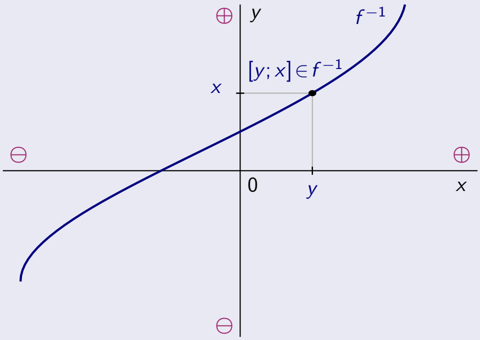
  [Bod $[x;y]\in f$ práve vtedy, ak bod $[y;x]\in f^{-1}$.]
- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) otočíme o uhol $-90°$.

  [Systém otočíme o uhol $\pi/2$ v smere hodinových ručičiek.]
- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) preklopíme okolo osi x.

  [Systém zobrazíme súmerne podľa osi x.]

Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia inverznej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$ k funkcii $f\colon D(f) \to H(f)$.



- $f\colon D(f) \to H(f)$, platí $[x;y] \in f$.

- Vymeníme súradnicové osi x a y.

  Z grafu funkcie f sa stane graf funkcie f^{-1}.

  [Bod $[x;y] \in f$ práve vtedy, ak bod $[y;x] \in f^{-1}$.]

- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) otočíme o uhol $-90°$.

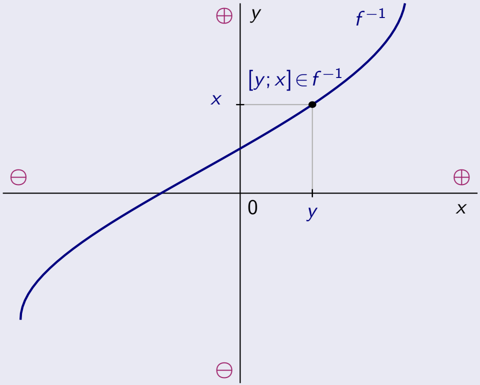
  [Systém otočíme o uhol $\pi/2$ v smere hodinových ručičiek.]

- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) preklopíme okolo osi x.

  [Systém zobrazíme súmerne podľa osi x.]

Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia inverznej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$ k funkcii $f\colon D(f) \to H(f)$.



- $f\colon D(f) \to H(f)$, platí $[x;y] \in f$.

- Vymeníme súradnicové osi x a y.

  Z grafu funkcie f sa stane graf funkcie f^{-1}.

  [Bod $[x;y] \in f$ práve vtedy, ak bod $[y;x] \in f^{-1}$.]

- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) otočíme o uhol $-90°$.

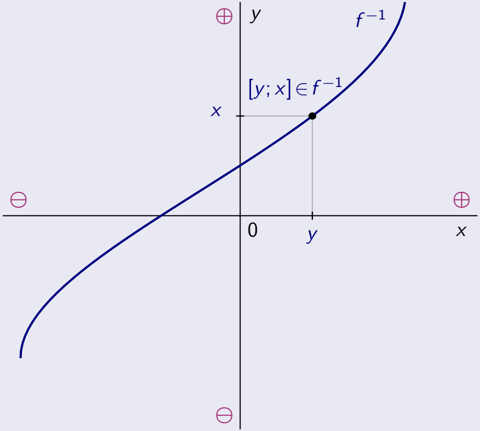
  [Systém otočíme o uhol $\pi/2$ v smere hodinových ručičiek.]

- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) preklopíme okolo osi x.

  [Systém zobrazíme súmerne podľa osi x.]

Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia inverznej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$ k funkcii $f\colon D(f) \to H(f)$.



- $f\colon D(f) \to H(f)$, platí $[x; y] \in f$.

- Vymeníme súradnicové osi x a y.

  Z grafu funkcie f sa stane graf funkcie f^{-1}.

  [Bod $[x; y] \in f$ práve vtedy, ak bod $[y; x] \in f^{-1}$.]

- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) otočíme o uhol $-90°$.

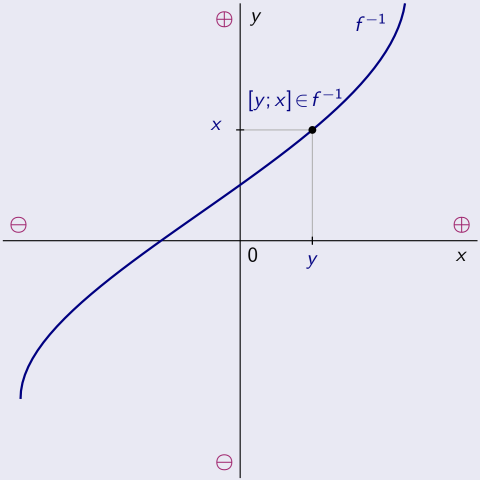
  [Systém otočíme o uhol $\pi/2$ v smere hodinových ručičiek.]

- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) preklopíme okolo osi x.

  [Systém zobrazíme súmerne podľa osi x.]

Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia inverznej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$ k funkcii $f\colon D(f) \to H(f)$.



- $f\colon D(f) \to H(f)$, platí $[x;y] \in f$.

- Vymeníme súradnicové osi x a y.

  Z grafu funkcie f sa stane graf funkcie f^{-1}.

  [Bod $[x;y] \in f$ práve vtedy, ak bod $[y;x] \in f^{-1}$.]

- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) otočíme o uhol $-90°$.

  [Systém otočíme o uhol $\pi/2$ v smere hodinových ručičiek.]

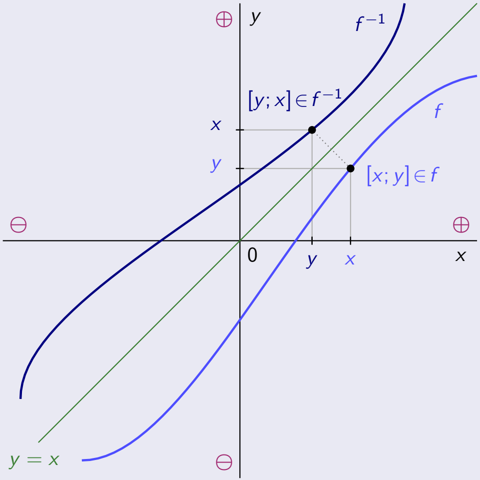
- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) preklopíme okolo osi x.

  [Systém zobrazíme súmerne podľa osi x.]

Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) je zobrazený v zvyčajnom tvare.

Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia inverznej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$ k funkcii $f\colon D(f) \to H(f)$.



- $f\colon D(f) \to H(f)$, platí $[x; y] \in f$.

- Vymeníme súradnicové osi x a y.

  Z grafu funkcie f sa stane graf funkcie f^{-1}.

  [Bod $[x; y] \in f$ práve vtedy, ak bod $[y; x] \in f^{-1}$.]

- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) otočíme o uhol $-90°$.

  [Systém otočíme o uhol $\pi/2$ v smere hodinových ručičiek.]

- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) preklopíme okolo osi x.

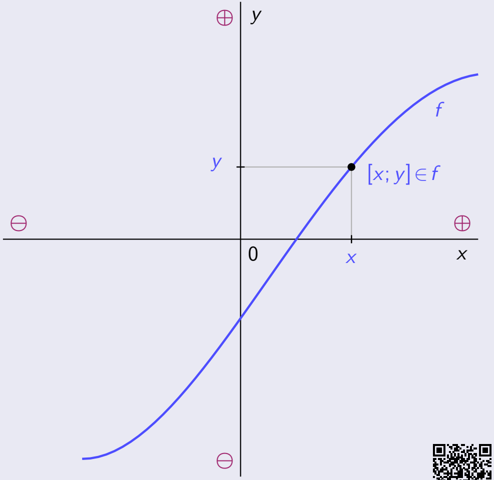
  [Systém zobrazíme súmerne podľa osi x.]

Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) je zobrazený v zvyčajnom tvare.

- $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$, platí $[y; x] \in f^{-1}$.

Operácie s funkciami – Geometrická konštrukcia inverznej funkcie

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$ k funkcii $f\colon D(f) \to H(f)$.



- $f\colon D(f) \to H(f)$, platí $[x; y] \in f$.

- Vymeníme súradnicové osi x a y.

  Z grafu funkcie f sa stane graf funkcie f^{-1}.

  [Bod $[x; y] \in f$ práve vtedy, ak bod $[y; x] \in f^{-1}$.]

- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) otočíme o uhol $-90°$.

  [Systém otočíme o uhol $\pi/2$ v smere hodinových ručičiek.]

- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) preklopíme okolo osi x.

  [Systém zobrazíme súmerne podľa osi x.]

Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) je zobrazený v zvyčajnom tvare.

- $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$, platí $[y; x] \in f^{-1}$.

Vlastnosti funkcií I – Lokálne a globálne vlastnosti

Vlastnosť funkcie $y = f(x)$, $x \in D(f)$ sa nazýva:

Vlastnosti funkcií I – Lokálne a globálne vlastnosti

Vlastnosť funkcie $y = f(x)$, $x \in D(f)$ sa nazýva:

- Globálna (absolútna),
- Lokálna na množine $A \subset D(f)$,

Vlastnosti funkcií I – Lokálne a globálne vlastnosti

Vlastnosť funkcie $y = f(x)$, $x \in D(f)$ sa nazýva:

- Globálna (absolútna), ak platí pre všetky $x \in D(f)$.
- Lokálna na množine $A \subset D(f)$, ak platí pre všetky $x \in A$.

Vlastnosti funkcií I – Lokálne a globálne vlastnosti

Vlastnosť funkcie $y = f(x)$, $x \in D(f)$ sa nazýva:

- Globálna (absolútna), ak platí pre všetky $x \in D(f)$. [Vlastnosť na celom definičnom obore $D(f)$.]
- Lokálna na množine $A \subset D(f)$, ak platí pre všetky $x \in A$. [Vlastnosť na podmnožine definičného oboru A.]

Vlastnosti funkcií I – Lokálne a globálne vlastnosti

Vlastnosť funkcie $y = f(x)$, $x \in D(f)$ sa nazýva:

- Globálna (absolútna), ak platí pre všetky $x \in D(f)$. [Vlastnosť na celom definičnom obore $D(f)$.]
- Lokálna na množine $A \subset D(f)$, ak platí pre všetky $x \in A$. [Vlastnosť na podmnožine definičného oboru A.]

- Prívlastky globálna, absolútna, resp. na množine $D(f)$ často vynechávame a hovoríme „iba“ o vlastnosti funkcie f.

Vlastnosti funkcií I – Lokálne a globálne vlastnosti

Vlastnosť funkcie $y = f(x)$, $x \in D(f)$ sa nazýva:

- **Globálna (absolútna)**, ak platí pre všetky $x \in D(f)$. [Vlastnosť na celom definičnom obore $D(f)$.]
- **Lokálna** na množine $A \subset D(f)$, ak platí pre všetky $x \in A$. [Vlastnosť na podmnožine definičného oboru A.]

- Prívlastky globálna, absolútna, resp. na množine $D(f)$ často vynechávame a hovoríme „iba“ o vlastnosti funkcie f.
- Lokálne vlastnosti sa často vyšetrujú v nejakom okolí $O(c) \subset D(f)$ bodu $c \in D(f)$ alebo na intervale $I \subset D(f)$.

Vlastnosti funkcií I – Lokálne a globálne vlastnosti

Vlastnosť funkcie $y = f(x)$, $x \in D(f)$ sa nazýva:

- Globálna (absolútna), ak platí pre všetky $x \in D(f)$. [Vlastnosť na celom definičnom obore $D(f)$.]
- Lokálna na množine $A \subset D(f)$, ak platí pre všetky $x \in A$. [Vlastnosť na podmnožine definičného oboru A.]

- Prívlastky globálna, absolútna, resp. na množine $D(f)$ často vynechávame a hovoríme „iba“ o vlastnosti funkcie f.
- Lokálne vlastnosti sa často vyšetrujú v nejakom okolí $O(c) \subset D(f)$ bodu $c \in D(f)$ alebo na intervale $I \subset D(f)$.

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$ sa nazýva na množine $A \subset D(f)$:

Vlastnosti funkcií I – Lokálne a globálne vlastnosti

Vlastnosť funkcie $y = f(x)$, $x \in D(f)$ sa nazýva:

- Globálna (absolútna), ak platí pre všetky $x \in D(f)$. [Vlastnosť na celom definičnom obore $D(f)$.]
- Lokálna na množine $A \subset D(f)$, ak platí pre všetky $x \in A$. [Vlastnosť na podmnožine definičného oboru A.]

- Prívlastky globálna, absolútna, resp. na množine $D(f)$ často vynechávame a hovoríme „iba“ o vlastnosti funkcie f.
- Lokálne vlastnosti sa často vyšetrujú v nejakom okolí $O(c) \subset D(f)$ bodu $c \in D(f)$ alebo na intervale $I \subset D(f)$.

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$ sa nazýva na množine $A \subset D(f)$:

- Zhora ohraničená, ak existuje číslo $M \in R$ také, že pre všetky $x \in A$ platí $f(x) \leq M$.

- Zdola ohraničená, ak existuje číslo $m \in R$ také, že pre všetky $x \in A$ platí $m \leq f(x)$.

Vlastnosti funkcií I – Lokálne a globálne vlastnosti

Vlastnosť funkcie $y = f(x)$, $x \in D(f)$ sa nazýva:

- Globálna (absolútna), ak platí pre všetky $x \in D(f)$. [Vlastnosť na celom definičnom obore $D(f)$.]
- Lokálna na množine $A \subset D(f)$, ak platí pre všetky $x \in A$. [Vlastnosť na podmnožine definičného oboru A.]

- Prívlastky globálna, absolútna, resp. na množine $D(f)$ často vynechávame a hovoríme „iba“ o vlastnosti funkcie f.
- Lokálne vlastnosti sa často vyšetrujú v nejakom okolí $O(c) \subset D(f)$ bodu $c \in D(f)$ alebo na intervale $I \subset D(f)$.

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$ sa nazýva na množine $A \subset D(f)$:

- Zhora ohraničená, ak existuje číslo $M \in R$ také, že pre všetky $x \in A$ platí $f(x) \leq M$.
- Zhora neohraničená, ak nie je ohraničená zhora.

- Zdola ohraničená, ak existuje číslo $m \in R$ také, že pre všetky $x \in A$ platí $m \leq f(x)$.
- Zdola neohraničená, ak nie je ohraničená zdola.

Vlastnosti funkcií I – Lokálne a globálne vlastnosti

Vlastnosť funkcie $y = f(x)$, $x \in D(f)$ sa nazýva:

- Globálna (absolútna), ak platí pre všetky $x \in D(f)$. [Vlastnosť na celom definičnom obore $D(f)$.]
- Lokálna na množine $A \subset D(f)$, ak platí pre všetky $x \in A$. [Vlastnosť na podmnožine definičného oboru A.]

- Prívlastky globálna, absolútna, resp. na množine $D(f)$ často vynechávame a hovoríme „iba“ o vlastnosti funkcie f.
- Lokálne vlastnosti sa často vyšetrujú v nejakom okolí $O(c) \subset D(f)$ bodu $c \in D(f)$ alebo na intervale $I \subset D(f)$.

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$ sa nazýva na množine $A \subset D(f)$:

- Zhora ohraničená, ak existuje číslo $M \in R$ také, že pre všetky $x \in A$ platí $f(x) \leq M$.
- Zhora neohraničená, ak nie je ohraničená zhora.

- Zdola ohraničená, ak existuje číslo $m \in R$ také, že pre všetky $x \in A$ platí $m \leq f(x)$.
- Zdola neohraničená, ak nie je ohraničená zdola.

- Ohraničená, ak je ohraničená zhora a súčasne je ohraničená zdola.

Vlastnosti funkcií I – Lokálne a globálne vlastnosti

Vlastnosť funkcie $y = f(x)$, $x \in D(f)$ sa nazýva:

- Globálna (absolútna), ak platí pre všetky $x \in D(f)$. [Vlastnosť na celom definičnom obore $D(f)$.]
- Lokálna na množine $A \subset D(f)$, ak platí pre všetky $x \in A$. [Vlastnosť na podmnožine definičného oboru A.]

- Prívlastky globálna, absolútna, resp. na množine $D(f)$ často vynechávame a hovoríme „iba“ o vlastnosti funkcie f.
- Lokálne vlastnosti sa často vyšetrujú v nejakom okolí $O(c) \subset D(f)$ bodu $c \in D(f)$ alebo na intervale $I \subset D(f)$.

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$ sa nazýva na množine $A \subset D(f)$:

- Zhora ohraničená, ak existuje číslo $M \in R$ také, že pre všetky $x \in A$ platí $f(x) \leq M$.
- Zhora neohraničená, ak nie je ohraničená zhora.

- Zdola ohraničená, ak existuje číslo $m \in R$ také, že pre všetky $x \in A$ platí $m \leq f(x)$.
- Zdola neohraničená, ak nie je ohraničená zdola.

- Ohraničená, ak je ohraničená zhora a súčasne je ohraničená zdola.
- Neohraničená, ak nie je ohraničená zhora alebo nie je ohraničená zdola.

Vlastnosti funkcií I – Príklady

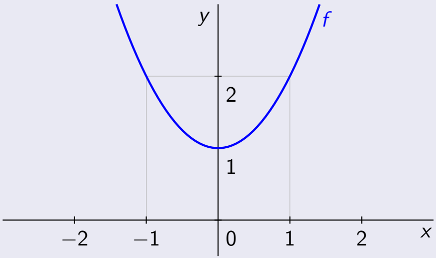
Funkcia $f\colon y = x^2 + 1$.

Funkcia $f\colon y = \frac{1}{x^2+1}$.

Vlastnosti funkcií I – Príklady

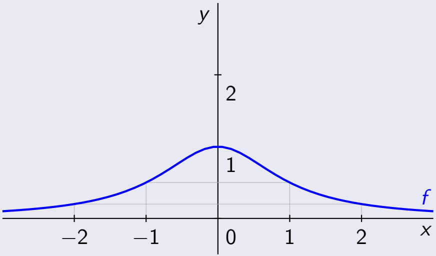
Funkcia $f\colon y = x^2 + 1$.

- $D(f) = R$.



Funkcia $f\colon y = \frac{1}{x^2+1}$.

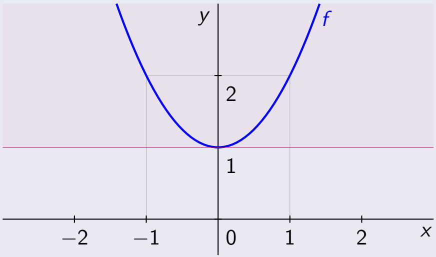
- $D(f) = R$.



Vlastnosti funkcií I – Príklady

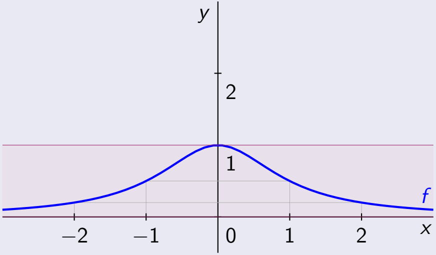
Funkcia $f\colon y = x^2 + 1$.

- $D(f) = R$.
- f je ohraničená zdola.



Funkcia $f\colon y = \frac{1}{x^2+1}$.

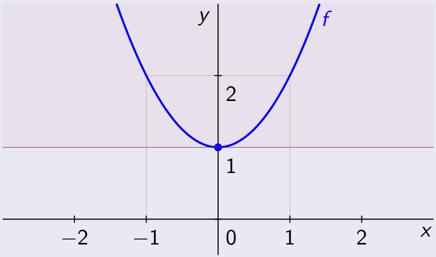
- $D(f) = R$.
- f je ohraničená.



Vlastnosti funkcií I – Príklady

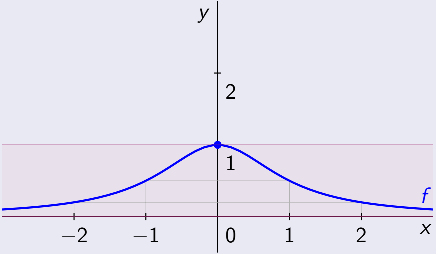
Funkcia $f\colon y = x^2 + 1$.

- $D(f) = R$.
- f je ohraničená zdola. $[1 \leq f(x)$ pre všetky $x \in R.]$



Funkcia $f\colon y = \frac{1}{x^2+1}$.

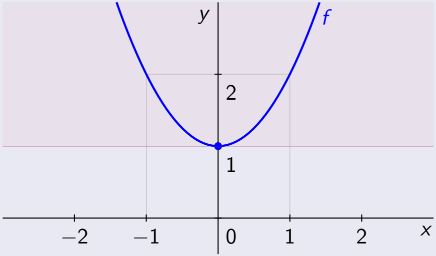
- $D(f) = R$.
- $H(f) = (0; 1\rangle$.
- f je ohraničená. $[0 < f(x) \leq 1$ pre všetky $x \in R.]$



Vlastnosti funkcií I – Príklady

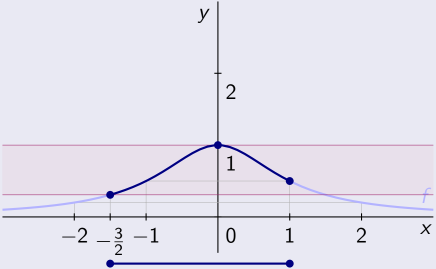
Funkcia $f\colon y = x^2 + 1$.

- $D(f) = R$.
- $H(f) = \langle 1; \infty)$.
- f je ohraničená zdola. $[1 \leq f(x)$ pre všetky $x \in R.]$
- f nie je ohraničená zhora.



Funkcia $f\colon y = \frac{1}{x^2+1}$.

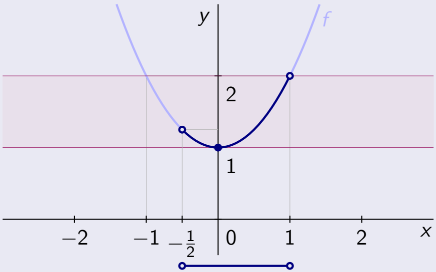
- $D(f) = R$.
- $H(f) = (0; 1\rangle$.
- f je ohraničená. $[0 < f(x) \leq 1$ pre všetky $x \in R.]$
- f je ohraničená na $\langle -\frac{3}{2}; 1\rangle$.



Vlastnosti funkcií I – Príklady

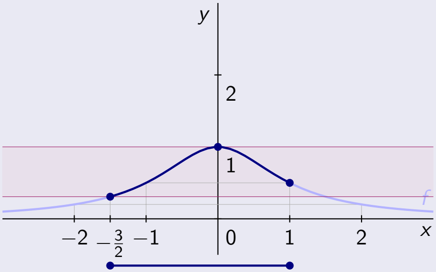
Funkcia $f\colon y = x^2 + 1$.

- $D(f) = R$.
- $H(f) = \langle 1; \infty)$.
- f je ohraničená zdola. [$1 \leq f(x)$ pre všetky $x \in R$.]
- f nie je ohraničená zhora.
- f je ohraničená na $(-\frac{1}{2}; 1)$.



Funkcia $f\colon y = \frac{1}{x^2+1}$.

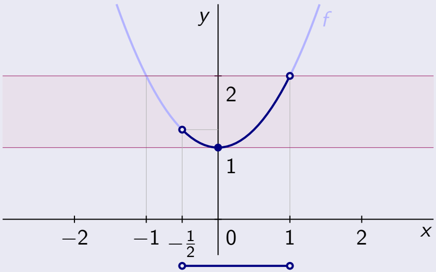
- $D(f) = R$.
- $H(f) = (0; 1\rangle$.
- f je ohraničená. [$0 < f(x) \leq 1$ pre všetky $x \in R$.]
- f je ohraničená na $\langle -\frac{3}{2}; 1\rangle$. [$\frac{4}{13} \leq f(x) \leq 1$ pre všetky $x \in \langle -\frac{3}{2}; 1\rangle$.]



Vlastnosti funkcií I – Príklady

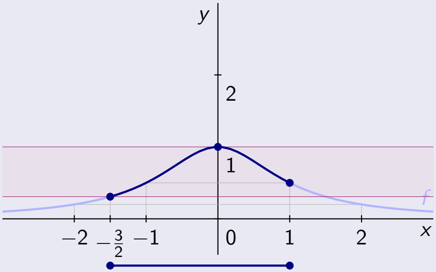
Funkcia $f\colon y = x^2 + 1$.

- $D(f) = R$.
- $H(f) = \langle 1; \infty)$.
- f je ohraničená zdola. [$1 \le f(x)$ pre všetky $x \in R$.]
- f nie je ohraničená zhora.
- f je ohraničená na $(-\frac{1}{2}; 1)$. [$1 \le f(x) < 2$ pre všetky $x \in (-\frac{1}{2}; 1)$.]



Funkcia $f\colon y = \frac{1}{x^2+1}$.

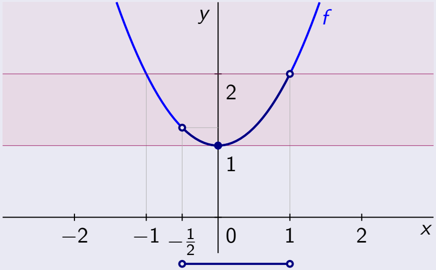
- $D(f) = R$.
- $H(f) = (0; 1\rangle$.
- f je ohraničená. [$0 < f(x) \le 1$ pre všetky $x \in R$.]
- f je ohraničená na $\langle -\frac{3}{2}; 1\rangle$. [$\frac{4}{13} \le f(x) \le 1$ pre všetky $x \in \langle -\frac{3}{2}; 1\rangle$.]
- f je ohraničená na každej $A \subset R$.



Vlastnosti funkcií I – Príklady

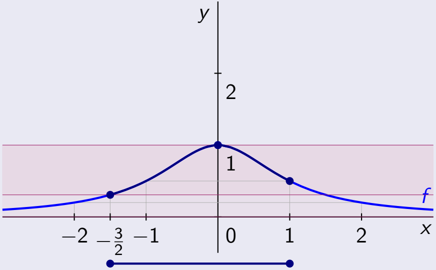
Funkcia $f\colon y = x^2 + 1$.

- $D(f) = R$.
- $H(f) = \langle 1; \infty)$.
- f je ohraničená zdola. [$1 \leq f(x)$ pre všetky $x \in R$.]
- f nie je ohraničená zhora.
- f je ohraničená na $(-\frac{1}{2}; 1)$.
  [$1 \leq f(x) < 2$ pre všetky $x \in (-\frac{1}{2}; 1)$.]



Funkcia $f\colon y = \frac{1}{x^2+1}$.

- $D(f) = R$.
- $H(f) = (0; 1\rangle$.
- f je ohraničená. [$0 < f(x) \leq 1$ pre všetky $x \in R$.]
- f je ohraničená na $\langle -\frac{3}{2}; 1\rangle$.
  [$\frac{4}{13} \leq f(x) \leq 1$ pre všetky $x \in \langle -\frac{3}{2}; 1\rangle$.]
- f je ohraničená na každej $A \subset R$.



Vlastnosti funkcií I – Infimum a suprémum funkcie

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$.

Vlastnosti funkcií I – Infimum a suprémum funkcie

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$.

- $\sup f(D(f)) = \sup H(f) = \sup \{f(x); x \in D(f)\}$,

- $\inf f(D(f)) = \inf H(f) = \inf \{f(x); x \in D(f)\}$,

Vlastnosti funkcií I – Infimum a suprémum funkcie

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$.

- $\sup f(D(f)) = \sup H(f) = \sup \{f(x); x \in D(f)\}$, označenie $\sup f(x)$,

---

- $\inf f(D(f)) = \inf H(f) = \inf \{f(x); x \in D(f)\}$, označenie $\inf f(x)$,

Vlastnosti funkcií I – Infimum a suprémum funkcie

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$.

- $\sup f(D(f)) = \sup H(f) = \sup \{f(x); x \in D(f)\}$, označenie $\sup f(x)$, sa nazýva suprémum funkcie f.

- $\inf f(D(f)) = \inf H(f) = \inf \{f(x); x \in D(f)\}$, označenie $\inf f(x)$, sa nazýva infimum funkcie f.

Vlastnosti funkcií I – Infimum a suprémum funkcie

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$.

- $\sup f(D(f)) = \sup H(f) = \sup \{f(x); x \in D(f)\}$, označenie $\sup f(x)$, sa nazýva suprémum funkcie f.
- $\inf f(D(f)) = \inf H(f) = \inf \{f(x); x \in D(f)\}$, označenie $\inf f(x)$, sa nazýva infimum funkcie f.
- $\sup f(A) = \sup\limits_{x \in A} f(x) = \sup \{f(x); x \in A\}$,
- $\inf f(A) = \inf\limits_{x \in A} f(x) = \inf \{f(x); x \in A\}$,

Vlastnosti funkcií I – Infimum a suprémum funkcie

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$.

- $\sup f(D(f)) = \sup H(f) = \sup \{f(x); x \in D(f)\}$, označenie $\sup f(x)$, sa nazýva suprémum funkcie f.
- $\inf f(D(f)) = \inf H(f) = \inf \{f(x); x \in D(f)\}$, označenie $\inf f(x)$, sa nazýva infimum funkcie f.
- $\sup f(A) = \sup\limits_{x \in A} f(x) = \sup \{f(x); x \in A\}$, označenie $\sup f(x)$, $x \in A$,
- $\inf f(A) = \inf\limits_{x \in A} f(x) = \inf \{f(x); x \in A\}$, označenie $\inf f(x)$, $x \in A$,

Vlastnosti funkcií I – Infimum a suprémum funkcie

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$.

- $\sup f(D(f)) = \sup H(f) = \sup \{f(x); x \in D(f)\}$, označenie $\sup f(x)$, sa nazýva suprémum funkcie f.
- $\inf f(D(f)) = \inf H(f) = \inf \{f(x); x \in D(f)\}$, označenie $\inf f(x)$, sa nazýva infimum funkcie f.
- $\sup f(A) = \sup\limits_{x \in A} f(x) = \sup \{f(x); x \in A\}$, označenie $\sup f(x)$, $x \in A$, sa nazýva suprémum funkcie f na množine A.
- $\inf f(A) = \inf\limits_{x \in A} f(x) = \inf \{f(x); x \in A\}$, označenie $\inf f(x)$, $x \in A$, sa nazýva infimum funkcie f na množine A.

Vlastnosti funkcií I – Infimum a suprémum funkcie

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$.

- $\sup f(D(f)) = \sup H(f) = \sup \{f(x); x \in D(f)\}$, označenie $\sup f(x)$,
  sa nazýva **suprémum** funkcie f. [Globálne suprémum na $D(f)$.]
- $\inf f(D(f)) = \inf H(f) = \inf \{f(x); x \in D(f)\}$, označenie $\inf f(x)$,
  sa nazýva **infimum** funkcie f. [Globálne infimum na $D(f)$.]
- $\sup f(A) = \sup\limits_{x \in A} f(x) = \sup \{f(x); x \in A\}$, označenie $\sup f(x)$, $x \in A$,
  sa nazýva **suprémum** funkcie f **na množine** A. [Lobálne suprémum na A.]
- $\inf f(A) = \inf\limits_{x \in A} f(x) = \inf \{f(x); x \in A\}$, označenie $\inf f(x)$, $x \in A$,
  sa nazýva **infimum** funkcie f **na množine** A. [Lobálne infimum na A.]

Vlastnosti funkcií I – Infimum a suprémum funkcie

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$.

- $\sup f(D(f)) = \sup H(f) = \sup \{f(x); x \in D(f)\}$, označenie $\sup f(x)$, sa nazýva **suprémum** funkcie f. [Globálne suprémum na $D(f)$.]
- $\inf f(D(f)) = \inf H(f) = \inf \{f(x); x \in D(f)\}$, označenie $\inf f(x)$, sa nazýva **infimum** funkcie f. [Globálne infimum na $D(f)$.]
- $\sup f(A) = \sup\limits_{x \in A} f(x) = \sup \{f(x); x \in A\}$, označenie $\sup f(x)$, $x \in A$, sa nazýva **suprémum** funkcie f **na množine** A. [Lobálne suprémum na A.]
- $\inf f(A) = \inf\limits_{x \in A} f(x) = \inf \{f(x); x \in A\}$, označenie $\inf f(x)$, $x \in A$, sa nazýva **infimum** funkcie f **na množine** A. [Lobálne infimum na A.]

- f je na množine $A \subset D(f)$ $\begin{cases} \text{zhora neohraničená.} \\ \text{(zhora i zdola) ohraničená.} \\ \text{zdola neohraničená.} \end{cases}$

Vlastnosti funkcií I – Infimum a suprémum funkcie

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$.

- $\sup f(D(f)) = \sup H(f) = \sup \{f(x); x \in D(f)\}$, označenie $\sup f(x)$, sa nazýva **suprémum** funkcie f. [Globálne suprémum na $D(f)$.]
- $\inf f(D(f)) = \inf H(f) = \inf \{f(x); x \in D(f)\}$, označenie $\inf f(x)$, sa nazýva **infimum** funkcie f. [Globálne infimum na $D(f)$.]
- $\sup f(A) = \sup\limits_{x \in A} f(x) = \sup \{f(x); x \in A\}$, označenie $\sup f(x)$, $x \in A$, sa nazýva **suprémum** funkcie f **na množine** A. [Lobálne suprémum na A.]
- $\inf f(A) = \inf\limits_{x \in A} f(x) = \inf \{f(x); x \in A\}$, označenie $\inf f(x)$, $x \in A$, sa nazýva **infimum** funkcie f **na množine** A. [Lobálne infimum na A.]

- f je na množine $A \subset D(f)$
  - zhora neohraničená. $\Rightarrow$ • $\sup \{f(x); x \in A\} = \infty$.
  - (zhora i zdola) ohraničená.
  - zdola neohraničená. $\Rightarrow$ • $\inf \{f(x); x \in A\} = -\infty$.

Vlastnosti funkcií I – Infimum a suprémum funkcie

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$.

- $\sup f(D(f)) = \sup H(f) = \sup \{f(x); x \in D(f)\}$, označenie $\sup f(x)$, sa nazýva **suprémum** funkcie f. [Globálne suprémum na $D(f)$.]
- $\inf f(D(f)) = \inf H(f) = \inf \{f(x); x \in D(f)\}$, označenie $\inf f(x)$, sa nazýva **infimum** funkcie f. [Globálne infimum na $D(f)$.]
- $\sup f(A) = \sup\limits_{x \in A} f(x) = \sup \{f(x); x \in A\}$, označenie $\sup f(x)$, $x \in A$, sa nazýva **suprémum** funkcie f **na množine** A. [Lobálne suprémum na A.]
- $\inf f(A) = \inf\limits_{x \in A} f(x) = \inf \{f(x); x \in A\}$, označenie $\inf f(x)$, $x \in A$, sa nazýva **infimum** funkcie f **na množine** A. [Lobálne infimum na A.]

- f je na množine $A \subset D(f)$
$$\begin{cases} \text{zhora neohraničená.} \Rightarrow \\ \text{(zhora i zdola) ohraničená.} \Rightarrow \begin{cases} \bullet \ \sup \{f(x); x \in A\} \in R. \\ \bullet \ \inf \{f(x); x \in A\} \in R. \end{cases} \\ \text{zdola neohraničená.} \end{cases}$$

Vlastnosti funkcií I – Infimum a suprémum funkcie

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$.

- $\sup f(D(f)) = \sup H(f) = \sup \{f(x); x \in D(f)\}$, označenie $\sup f(x)$, sa nazýva **suprémum** funkcie f. [Globálne suprémum na $D(f)$.]
- $\inf f(D(f)) = \inf H(f) = \inf \{f(x); x \in D(f)\}$, označenie $\inf f(x)$, sa nazýva **infimum** funkcie f. [Globálne infimum na $D(f)$.]
- $\sup f(A) = \sup\limits_{x \in A} f(x) = \sup \{f(x); x \in A\}$, označenie $\sup f(x)$, $x \in A$, sa nazýva **suprémum** funkcie f **na množine** A. [Lobálne suprémum na A.]

$\inf f(A) = \inf\limits_{x \in A} f(x) = \inf \{f(x); x \in A\}$, označenie $\inf f(x)$, $x \in A$, sa nazýva **infimum** funkcie f **na množine** A. [Lobálne infimum na A.]

- f je na množine $A \subset D(f)$
  - zhora neohraničená. $\Rightarrow$ $\sup \{f(x); x \in A\} = \infty$.
  - (zhora i zdola) ohraničená. $\Rightarrow$ $\sup \{f(x); x \in A\} \in R$, $\inf \{f(x); x \in A\} \in R$.
  - zdola neohraničená. $\Rightarrow$ $\inf \{f(x); x \in A\} = -\infty$.

Vlastnosti funkcií I – Minimum a maximum funkcie

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$, bod $c \in A$.

Vlastnosti funkcií I – Minimum a maximum funkcie

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$, bod $c \in A$.

Funkcia f nadobúda (má) v bode c extrém (maximum, minimum) na množine A:

Vlastnosti funkcií I – Minimum a maximum funkcie

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$, bod $c \in A$.

Funkcia f nadobúda (má) v bode c extrém (maximum, minimum) na množine A:

- $f(c)$ je maximum (maximálna, najväčšia hodnota),

- $f(c)$ je minimum (minimálna, najmenšia hodnota),

Vlastnosti funkcií I – Minimum a maximum funkcie

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$, bod $c \in A$.

Funkcia f nadobúda (má) v bode c extrém (maximum, minimum) na množine A:

- $f(c)$ je maximum (maximálna, najväčšia hodnota), označenie $f(c) = \max f(x)$, $x \in A$,
- $f(c)$ je minimum (minimálna, najmenšia hodnota), označenie $f(c) = \min f(x)$, $x \in A$,

Vlastnosti funkcií I – Minimum a maximum funkcie

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$, bod $c \in A$.

Funkcia f nadobúda (má) v bode c extrém (maximum, minimum) na množine A:

- $f(c)$ je maximum (maximálna, najväčšia hodnota), označenie $f(c) = \max f(x)$, $x \in A$,

  ak pre všetky $x \in A$ platí $f(x) \leq f(c)$.

- $f(c)$ je minimum (minimálna, najmenšia hodnota), označenie $f(c) = \min f(x)$, $x \in A$,

  ak pre všetky $x \in A$ platí $f(c) \leq f(x)$.

Vlastnosti funkcií I – Minimum a maximum funkcie

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$, bod $c \in A$.

Funkcia f nadobúda (má) v bode c extrém (maximum, minimum) na množine A:

- $f(c)$ je maximum (maximálna, najväčšia hodnota), označenie $f(c) = \max f(x)$, $x \in A$, ak pre všetky $x \in A$ platí $f(x) \leq f(c)$.
  $[f(c) = \max f(A) = \max_{x \in A} f(x) = \max \{f(x); x \in A\}.]$
- $f(c)$ je minimum (minimálna, najmenšia hodnota), označenie $f(c) = \min f(x)$, $x \in A$, ak pre všetky $x \in A$ platí $f(c) \leq f(x)$.
  $[f(c) = \min f(A) = \min_{x \in A} f(x) = \min \{f(x); x \in A\}.]$

Vlastnosti funkcií I – Minimum a maximum funkcie

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$, bod $c \in A$.

Funkcia f nadobúda (má) v bode c extrém (maximum, minimum) na množine A:

- $f(c)$ je maximum (maximálna, najväčšia hodnota), označenie $f(c) = \max f(x)$, $x \in A$,

  ak pre všetky $x \in A$ platí $f(x) \leq f(c)$.

  $[f(c) = \max f(A) = \max\limits_{x \in A} f(x) = \max \{f(x); x \in A\}.]$

- $f(c)$ je minimum (minimálna, najmenšia hodnota), označenie $f(c) = \min f(x)$, $x \in A$,

  ak pre všetky $x \in A$ platí $f(c) \leq f(x)$.

  $[f(c) = \min f(A) = \min\limits_{x \in A} f(x) = \min \{f(x); x \in A\}.]$

  - $f(c)$ je ostré (rýdze) maximum,
  - $f(c)$ je ostré (rýdze) minimum,

Vlastnosti funkcií I – Minimum a maximum funkcie

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$, bod $c \in A$.

Funkcia f nadobúda (má) v bode c extrém (maximum, minimum) na množine A:

- $f(c)$ je maximum (maximálna, najväčšia hodnota), označenie $f(c) = \max f(x)$, $x \in A$,

  ak pre všetky $x \in A$ platí $f(x) \leq f(c)$.

  $[f(c) = \max f(A) = \max\limits_{x \in A} f(x) = \max \{f(x); x \in A\}.]$

- $f(c)$ je minimum (minimálna, najmenšia hodnota), označenie $f(c) = \min f(x)$, $x \in A$,

  ak pre všetky $x \in A$ platí $f(c) \leq f(x)$.

  $[f(c) = \min f(A) = \min\limits_{x \in A} f(x) = \min \{f(x); x \in A\}.]$

  - $f(c)$ je ostré (rýdze) maximum, ak pre všetky $x \in A$, $x \neq c$ platí $f(x) < f(c)$.
  - $f(c)$ je ostré (rýdze) minimum, ak pre všetky $x \in A$, $x \neq c$ platí $f(c) < f(x)$.

Vlastnosti funkcií I – Minimum a maximum funkcie

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$, bod $c \in A$.

Funkcia f nadobúda (má) v bode c extrém (maximum, minimum) na množine A:

- $f(c)$ je maximum (maximálna, najväčšia hodnota), označenie $f(c) = \max f(x)$, $x \in A$, ak pre všetky $x \in A$ platí $f(x) \leq f(c)$.

  $[f(c) = \max f(A) = \max\limits_{x \in A} f(x) = \max\{f(x); x \in A\}.]$

- $f(c)$ je minimum (minimálna, najmenšia hodnota), označenie $f(c) = \min f(x)$, $x \in A$, ak pre všetky $x \in A$ platí $f(c) \leq f(x)$.

  $[f(c) = \min f(A) = \min\limits_{x \in A} f(x) = \min\{f(x); x \in A\}.]$

  - $f(c)$ je ostré (rýdze) maximum, ak pre všetky $x \in A$, $x \neq c$ platí $f(x) < f(c)$.
  - $f(c)$ je ostré (rýdze) minimum, ak pre všetky $x \in A$, $x \neq c$ platí $f(c) < f(x)$.

- Ak $A = D(f)$, potom sa extrémy funkcie f nazývajú globálne (absolútne),

Vlastnosti funkcií I – Minimum a maximum funkcie

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$, bod $c \in A$.

Funkcia f nadobúda (má) v bode c extrém (maximum, minimum) na množine A:

- $f(c)$ je maximum (maximálna, najväčšia hodnota), označenie $f(c) = \max f(x)$, $x \in A$, ak pre všetky $x \in A$ platí $f(x) \leq f(c)$. $[f(c) = \max f(A) = \max\limits_{x \in A} f(x) = \max\{f(x); x \in A\}.]$
- $f(c)$ je minimum (minimálna, najmenšia hodnota), označenie $f(c) = \min f(x)$, $x \in A$, ak pre všetky $x \in A$ platí $f(c) \leq f(x)$. $[f(c) = \min f(A) = \min\limits_{x \in A} f(x) = \min\{f(x); x \in A\}.]$
  - $f(c)$ je ostré (rýdze) maximum, ak pre všetky $x \in A$, $x \neq c$ platí $f(x) < f(c)$.
  - $f(c)$ je ostré (rýdze) minimum, ak pre všetky $x \in A$, $x \neq c$ platí $f(c) < f(x)$.

- Ak $A = D(f)$, potom sa extrémy funkcie f nazývajú globálne (absolútne), označenie $f(c) = \min f(x)$, resp. $f(c) = \max f(x)$.

Vlastnosti funkcií I – Minimum a maximum funkcie

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$, bod $c \in A$.

Funkcia f nadobúda (má) v bode c extrém (maximum, minimum) na množine A:

- $f(c)$ je maximum (maximálna, najväčšia hodnota), označenie $f(c) = \max f(x)$, $x \in A$,
  ak pre všetky $x \in A$ platí $f(x) \leq f(c)$. $[f(c) = \max f(A) = \max\limits_{x \in A} f(x) = \max\{f(x); x \in A\}.]$
- $f(c)$ je minimum (minimálna, najmenšia hodnota), označenie $f(c) = \min f(x)$, $x \in A$,
  ak pre všetky $x \in A$ platí $f(c) \leq f(x)$. $[f(c) = \min f(A) = \min\limits_{x \in A} f(x) = \min\{f(x); x \in A\}.]$
  - $f(c)$ je ostré (rýdze) maximum, ak pre všetky $x \in A$, $x \neq c$ platí $f(x) < f(c)$.
  - $f(c)$ je ostré (rýdze) minimum, ak pre všetky $x \in A$, $x \neq c$ platí $f(c) < f(x)$.

- Ak $A = D(f)$, potom sa extrémy funkcie f nazývajú globálne (absolútne),
  označenie $f(c) = \min f(x)$, resp. $f(c) = \max f(x)$.
- Ak $A \subset D(f)$, potom sa extrémy funkcie f nazývajú lokálne (na množine A).

Vlastnosti funkcií I – Minimum a maximum funkcie

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$, bod $c \in A$.

Funkcia f nadobúda (má) v bode c extrém (maximum, minimum) na množine A:

- $f(c)$ je maximum (maximálna, najväčšia hodnota), označenie $f(c) = \max f(x)$, $x \in A$,
  ak pre všetky $x \in A$ platí $f(x) \leq f(c)$.
  $[f(c) = \max f(A) = \max\limits_{x \in A} f(x) = \max\{f(x); x \in A\}.]$

- $f(c)$ je minimum (minimálna, najmenšia hodnota), označenie $f(c) = \min f(x)$, $x \in A$,
  ak pre všetky $x \in A$ platí $f(c) \leq f(x)$.
  $[f(c) = \min f(A) = \min\limits_{x \in A} f(x) = \min\{f(x); x \in A\}.]$

  - $f(c)$ je ostré (rýdze) maximum, ak pre všetky $x \in A$, $x \neq c$ platí $f(x) < f(c)$.
  - $f(c)$ je ostré (rýdze) minimum, ak pre všetky $x \in A$, $x \neq c$ platí $f(c) < f(x)$.

- Ak $A = D(f)$, potom sa extrémy funkcie f nazývajú globálne (absolútne),
  označenie $f(c) = \min f(x)$, resp. $f(c) = \max f(x)$.

- Ak $A \subset D(f)$, potom sa extrémy funkcie f nazývajú lokálne (na množine A).
  [Lokálne extrémy funkcie f postačí vyšetrovať na nejakom (ľubovoľnom) okolí $O(c) \subset D(f)$ alebo na intervale $I \subset D(f)$.]

Vlastnosti funkcií I – Príklady

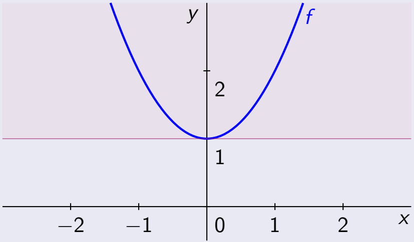
Funkcia $f\colon y = x^2 + 1$,

Funkcia $f\colon y = \frac{1}{x^2+1}$,

Vlastnosti funkcií I – Príklady

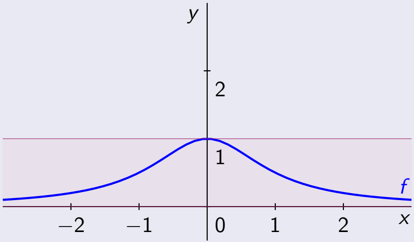
Funkcia $f\colon y = x^2 + 1,\ R \to \langle 1; \infty)$.

- f je ohraničená zdola ale nie zhora.



Funkcia $f\colon y = \frac{1}{x^2+1},\ R \to (0; 1\rangle$.

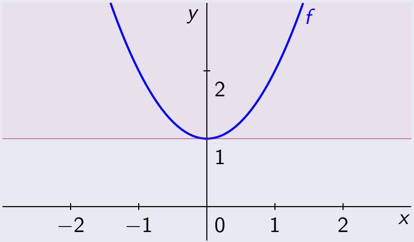
- f je ohraničená zdola a aj zhora.



Vlastnosti funkcií I – Príklady

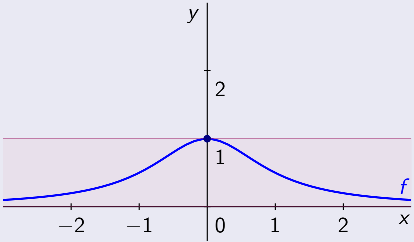
Funkcia $f\colon y = x^2 + 1,\ R \to \langle 1; \infty)$.

- f je ohraničená zdola ale nie zhora.
- $\max f(x)$ neexistuje.
- $\sup f(x) = \infty$.



Funkcia $f\colon y = \frac{1}{x^2+1},\ R \to (0; 1\rangle$.

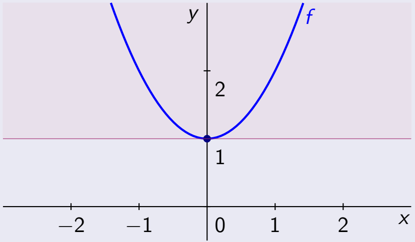
- f je ohraničená zdola a aj zhora.
- $\max f(x) = \sup f(x) = 1$.



Vlastnosti funkcií I – Príklady

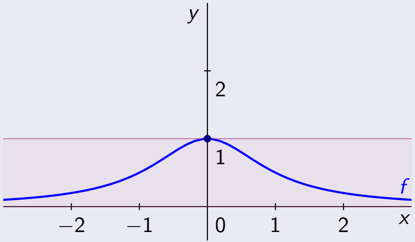
Funkcia $f\colon y = x^2 + 1,\ R \to \langle 1; \infty)$.

- f je ohraničená zdola ale nie zhora.
- $\max f(x)$ neexistuje. • $\sup f(x) = \infty$.
- $\min f(x) = \inf f(x) = 1$.



Funkcia $f\colon y = \frac{1}{x^2+1},\ R \to (0; 1\rangle$.

- f je ohraničená zdola a aj zhora.
- $\max f(x) = \sup f(x) = 1$.
- $\min f(x)$ neexistuje. • $\inf f(x) = 0$.

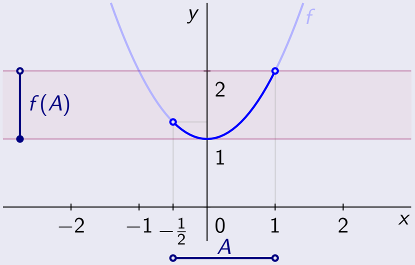


Vlastnosti funkcií I – Príklady

Funkcia $f\colon y = x^2 + 1,\ R \to \langle 1; \infty)$.

- f je ohraničená zdola ale nie zhora.
- $\max f(x)$ neexistuje.
- $\sup f(x) = \infty$.
- $\min f(x) = \inf f(x) = 1$.

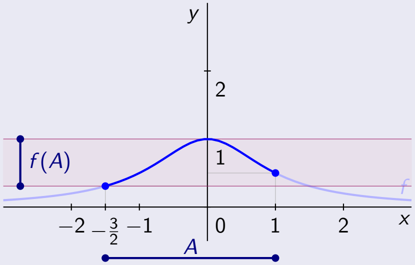
$A = (-\frac{1}{2}; 1)$. $\Rightarrow$ • $f(A) = \langle 1; 2)$.



Funkcia $f\colon y = \frac{1}{x^2+1},\ R \to (0; 1\rangle$.

- f je ohraničená zdola a aj zhora.
- $\max f(x) = \sup f(x) = 1$.
- $\min f(x)$ neexistuje.
- $\inf f(x) = 0$.

$A = \langle -\frac{3}{2}; 1\rangle$. $\Rightarrow$ • $f(A) = \langle \frac{4}{13}; 1\rangle$.



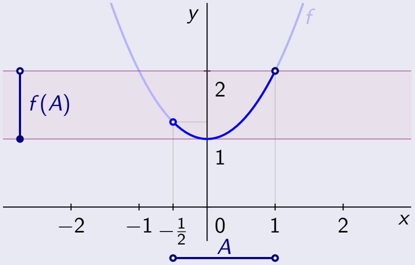
Vlastnosti funkcií I – Príklady

Funkcia $f\colon y = x^2 + 1,\ R \to \langle 1; \infty)$.

- f je ohraničená zdola ale nie zhora.
- $\max f(x)$ neexistuje. • $\sup f(x) = \infty$.
- $\min f(x) = \inf f(x) = 1$.

$A = (-\frac{1}{2}; 1)$. $\Rightarrow$ • $f(A) = \langle 1; 2)$.

- $\max f(A)$ neexistuje. • $\sup f(A) = 2$.

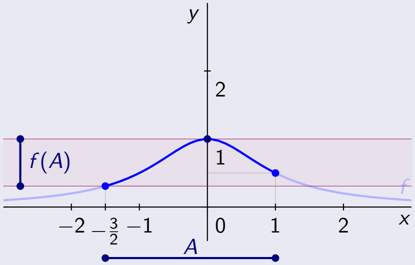


Funkcia $f\colon y = \frac{1}{x^2+1},\ R \to (0; 1\rangle$.

- f je ohraničená zdola a aj zhora.
- $\max f(x) = \sup f(x) = 1$.
- $\min f(x)$ neexistuje. • $\inf f(x) = 0$.

$A = \langle -\frac{3}{2}; 1\rangle$. $\Rightarrow$ • $f(A) = \langle \frac{4}{13}; 1\rangle$.

- $\max f(A) = \sup f(A) = 1$.



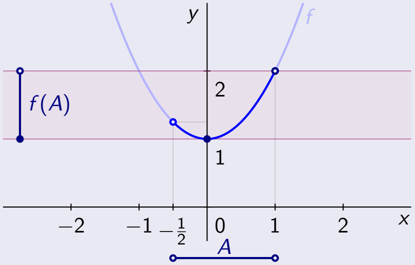
Vlastnosti funkcií I – Príklady

Funkcia $f\colon y = x^2 + 1,\ R \to \langle 1; \infty)$.

- f je ohraničená zdola ale nie zhora.
- $\max f(x)$ neexistuje.
- $\sup f(x) = \infty$.
- $\min f(x) = \inf f(x) = 1$.

$A = (-\frac{1}{2}; 1)$. $\Rightarrow$

- $f(A) = \langle 1; 2)$.
- $\max f(A)$ neexistuje.
- $\sup f(A) = 2$.
- $\min f(A) = \inf f(A) = 1$.

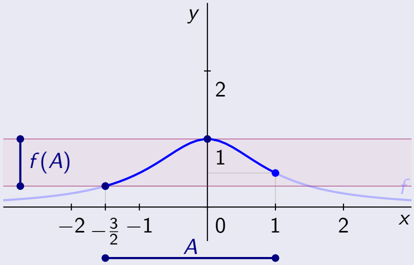


Funkcia $f\colon y = \frac{1}{x^2+1},\ R \to (0; 1\rangle$.

- f je ohraničená zdola a aj zhora.
- $\max f(x) = \sup f(x) = 1$.
- $\min f(x)$ neexistuje.
- $\inf f(x) = 0$.

$A = \langle -\frac{3}{2}; 1\rangle$. $\Rightarrow$

- $f(A) = \langle \frac{4}{13}; 1\rangle$.
- $\max f(A) = \sup f(A) = 1$.
- $\min f(A) = \inf f(A) = \frac{4}{13}$.



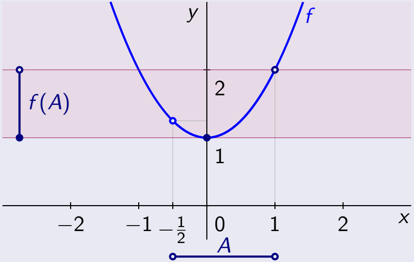
Vlastnosti funkcií I – Príklady

Funkcia $f\colon y = x^2 + 1,\ R \to \langle 1; \infty)$.

- f je ohraničená zdola ale nie zhora.
- $\max f(x)$ neexistuje. • $\sup f(x) = \infty$.
- $\min f(x) = \inf f(x) = 1$.

$A = (-\frac{1}{2}; 1)$. $\Rightarrow$ • $f(A) = \langle 1; 2)$.

- $\max f(A)$ neexistuje. • $\sup f(A) = 2$.
- $\min f(A) = \inf f(A) = 1$.

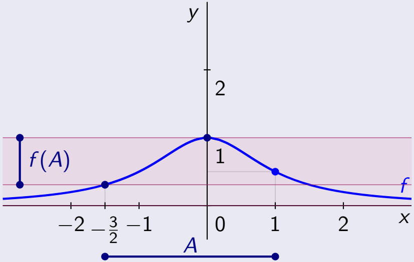


Funkcia $f\colon y = \frac{1}{x^2+1},\ R \to (0; 1\rangle$.

- f je ohraničená zdola a aj zhora.
- $\max f(x) = \sup f(x) = 1$.
- $\min f(x)$ neexistuje. • $\inf f(x) = 0$.

$A = \langle -\frac{3}{2}; 1\rangle$. $\Rightarrow$ • $f(A) = \langle \frac{4}{13}; 1\rangle$.

- $\max f(A) = \sup f(A) = 1$.
- $\min f(A) = \inf f(A) = \frac{4}{13}$.



Vlastnosti funkcií I – Monotónnosť funkcie na množine

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$.

Vlastnosti funkcií I – Monotónnosť funkcie na množine

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$.

Funkcia f sa nazýva monotónna na množine A: [Ak spĺňa aspoň jednu z nasledujúcich vlastností.]

Vlastnosti funkcií I – Monotónnosť funkcie na množine

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$.

Funkcia f sa nazýva **monotónna** na množine A: [Ak spĺňa aspoň jednu z nasledujúcich vlastností.]

- Rastúca (rastie),
- Klesajúca (klesá),

Vlastnosti funkcií I – Monotónnosť funkcie na množine

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$.

Funkcia f sa nazýva **monotónna** na množine A: [Ak spĺňa aspoň jednu z nasledujúcich vlastností.]

- Rastúca (rastie),
- Klesajúca (klesá),

- Neklesajúca (neklesá),
- Nerastúca (nerastie),

Vlastnosti funkcií I – Monotónnosť funkcie na množine

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$.

Funkcia f sa nazýva monotónna na množine A: [Ak spĺňa aspoň jednu z nasledujúcich vlastností.]

- Rastúca (rastie),
- Klesajúca (klesá),

- Neklesajúca (neklesá),
- Nerastúca (nerastie),

- Konštantná,

Vlastnosti funkcií I – Monotónnosť funkcie na množine

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$.

Funkcia f sa nazýva **monotónna** na množine A: [Ak spĺňa aspoň jednu z nasledujúcich vlastností.]

- Rastúca (rastie),
- Klesajúca (klesá),

ak pre všetky $x_1, x_2 \in A$, $x_1 < x_2$ platí $\begin{cases} f(x_1) < f(x_2). \\ f(x_1) > f(x_2). \end{cases}$

- Neklesajúca (neklesá),
- Nerastúca (nerastie),

- Konštantná,

Vlastnosti funkcií I – Monotónnosť funkcie na množine

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$.

Funkcia f sa nazýva **monotónna** na množine A: [Ak spĺňa aspoň jednu z nasledujúcich vlastností.]

- **Rastúca** (rastie),
- **Klesajúca** (klesá),

ak pre všetky $x_1, x_2 \in A$, $x_1 < x_2$ platí $\begin{cases} f(x_1) < f(x_2). \\ f(x_1) > f(x_2). \end{cases}$

- **Neklesajúca** (neklesá),
- **Nerastúca** (nerastie),

ak pre všetky $x_1, x_2 \in A$, $x_1 < x_2$ platí $\begin{cases} f(x_1) \leq f(x_2). \\ f(x_1) \geq f(x_2). \end{cases}$

- **Konštantná**,

Vlastnosti funkcií I – Monotónnosť funkcie na množine

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$.

Funkcia f sa nazýva monotónna na množine A: [Ak spĺňa aspoň jednu z nasledujúcich vlastností.]

- Rastúca (rastie),
- Klesajúca (klesá),

$\Big\}$ ak pre všetky $x_1, x_2 \in A$, $x_1 < x_2$ platí $\begin{cases} f(x_1) < f(x_2). \\ f(x_1) > f(x_2). \end{cases}$

- Neklesajúca (neklesá),
- Nerastúca (nerastie),

$\Big\}$ ak pre všetky $x_1, x_2 \in A$, $x_1 < x_2$ platí $\begin{cases} f(x_1) \leq f(x_2). \\ f(x_1) \geq f(x_2). \end{cases}$

- Konštantná, ak pre všetky $x_1, x_2 \in A$ platí $f(x_1) = f(x_2)$,

Vlastnosti funkcií I – Monotónnosť funkcie na množine

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$.

Funkcia f sa nazýva **monotónna** na množine A: [Ak spĺňa aspoň jednu z nasledujúcich vlastností.]

- **Rastúca** (rastie),
- **Klesajúca** (klesá),

ak pre všetky $x_1, x_2 \in A$, $x_1 < x_2$ platí $\begin{cases} f(x_1) < f(x_2). \\ f(x_1) > f(x_2). \end{cases}$

- **Neklesajúca** (neklesá),
- **Nerastúca** (nerastie),

ak pre všetky $x_1, x_2 \in A$, $x_1 < x_2$ platí $\begin{cases} f(x_1) \leq f(x_2). \\ f(x_1) \geq f(x_2). \end{cases}$

- **Konštantná**, ak pre všetky $x_1, x_2 \in A$ platí $f(x_1) = f(x_2)$, označenie $f(x) = \text{konšt.}$

Vlastnosti funkcií I – Monotónnosť funkcie na množine

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$.

Funkcia f sa nazýva **monotónna** na množine A: [Ak spĺňa aspoň jednu z nasledujúcich vlastností.]

- **Rastúca** (rastie),
- **Klesajúca** (klesá),

ak pre všetky $x_1, x_2 \in A$, $x_1 < x_2$ platí $\begin{cases} f(x_1) < f(x_2). \\ f(x_1) > f(x_2). \end{cases}$

- **Neklesajúca** (neklesá),
- **Nerastúca** (nerastie),

ak pre všetky $x_1, x_2 \in A$, $x_1 < x_2$ platí $\begin{cases} f(x_1) \leq f(x_2). \\ f(x_1) \geq f(x_2). \end{cases}$

- **Konštantná**, ak pre všetky $x_1, x_2 \in A$ platí $f(x_1) = f(x_2)$, označenie $f(x) = \text{konšt.}$

[Existuje $c \in R$ také, že pre všetky $x \in A$ platí $f(x) = c$.]

Vlastnosti funkcií I – Monotónnosť funkcie na množine

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$.

Funkcia f sa nazýva **monotónna** na množine A: [Ak spĺňa aspoň jednu z nasledujúcich vlastností.]

- **Rastúca** (rastie),
- **Klesajúca** (klesá),

ak pre všetky $x_1, x_2 \in A$, $x_1 < x_2$ platí $\begin{cases} f(x_1) < f(x_2). \\ f(x_1) > f(x_2). \end{cases}$ rýdzo (ostro) monotónna

- **Neklesajúca** (neklesá),
- **Nerastúca** (nerastie),

ak pre všetky $x_1, x_2 \in A$, $x_1 < x_2$ platí $\begin{cases} f(x_1) \leq f(x_2). \\ f(x_1) \geq f(x_2). \end{cases}$

- **Konštantná**, ak pre všetky $x_1, x_2 \in A$ platí $f(x_1) = f(x_2)$, označenie $f(x) = \text{konšt.}$

[Existuje $c \in R$ také, že pre všetky $x \in A$ platí $f(x) = c$.]

Vlastnosti funkcií I – Monotónnosť funkcie na množine

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$.

Funkcia f sa nazýva **monotónna** na množine A: [Ak spĺňa aspoň jednu z nasledujúcich vlastností.]

- **Rastúca** (rastie),
- **Klesajúca** (klesá),

ak pre všetky $x_1, x_2 \in A$, $x_1 < x_2$ platí $\begin{cases} f(x_1) < f(x_2). \\ f(x_1) > f(x_2). \end{cases}$ **rýdzo (ostro) monotónna**

- **Neklesajúca** (neklesá),
- **Nerastúca** (nerastie),

ak pre všetky $x_1, x_2 \in A$, $x_1 < x_2$ platí $\begin{cases} f(x_1) \leq f(x_2). \\ f(x_1) \geq f(x_2). \end{cases}$

- **Konštantná**, ak pre všetky $x_1, x_2 \in A$ platí $f(x_1) = f(x_2)$, označenie $f(x) = \text{konšt.}$

[Existuje $c \in R$ také, že pre všetky $x \in A$ platí $f(x) = c$.]

- Konštantná funkcia (na množine A) je súčasne neklesajúca a aj nerastúca (na množine A).

Vlastnosti funkcií I – Monotónnosť funkcie na množine

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$.

Funkcia f sa nazýva **monotónna** na množine A: [Ak spĺňa aspoň jednu z nasledujúcich vlastností.]

- **Rastúca** (rastie),
- **Klesajúca** (klesá),

ak pre všetky $x_1, x_2 \in A$, $x_1 < x_2$ platí $\begin{cases} f(x_1) < f(x_2). \\ f(x_1) > f(x_2). \end{cases}$ **rýdzo (ostro) monotónna**

- **Neklesajúca** (neklesá),
- **Nerastúca** (nerastie),

ak pre všetky $x_1, x_2 \in A$, $x_1 < x_2$ platí $\begin{cases} f(x_1) \leq f(x_2). \\ f(x_1) \geq f(x_2). \end{cases}$

- **Konštantná**, ak pre všetky $x_1, x_2 \in A$ platí $f(x_1) = f(x_2)$, označenie $f(x) = \text{konšt.}$

[Existuje $c \in R$ také, že pre všetky $x \in A$ platí $f(x) = c$.]

- Konštantná funkcia (na množine A) je súčasne neklesajúca a aj nerastúca (na množine A).

- Ak $A = D(f)$, potom **globálne (absolútne) vlastnosti** funkcie f (na celom definičnom obore).

Vlastnosti funkcií I – Monotónnosť funkcie na množine

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$.

Funkcia f sa nazýva **monotónna** na množine A: [Ak spĺňa aspoň jednu z nasledujúcich vlastností.]

- Rastúca (rastie),
- Klesajúca (klesá),

ak pre všetky $x_1, x_2 \in A$, $x_1 < x_2$ platí $\left\{\begin{array}{l} f(x_1) < f(x_2). \\ f(x_1) > f(x_2). \end{array}\right\}$ rýdzo (ostro) monotónna

- Neklesajúca (neklesá),
- Nerastúca (nerastie),

ak pre všetky $x_1, x_2 \in A$, $x_1 < x_2$ platí $\left\{\begin{array}{l} f(x_1) \leq f(x_2). \\ f(x_1) \geq f(x_2). \end{array}\right.$

- Konštantná, ak pre všetky $x_1, x_2 \in A$ platí $f(x_1) = f(x_2)$, označenie $f(x) = \text{konšt.}$

[Existuje $c \in R$ také, že pre všetky $x \in A$ platí $f(x) = c$.]

- Konštantná funkcia (na množine A) je súčasne neklesajúca a aj nerastúca (na množine A).

- Ak $A = D(f)$, potom globálne (absolútne) vlastnosti funkcie f (na celom definičnom obore).

[f je rastúca, f je neklesajúca, f je monotónna, ...]

Vlastnosti funkcií I – Monotónnosť funkcie na množine

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$.

Funkcia f sa nazýva **monotónna** na množine A: [Ak spĺňa aspoň jednu z nasledujúcich vlastností.]

- **Rastúca** (rastie),
- **Klesajúca** (klesá),

ak pre všetky $x_1, x_2 \in A$, $x_1 < x_2$ platí $\begin{cases} f(x_1) < f(x_2). \\ f(x_1) > f(x_2). \end{cases}$ **rýdzo (ostro) monotónna**

- **Neklesajúca** (neklesá),
- **Nerastúca** (nerastie),

ak pre všetky $x_1, x_2 \in A$, $x_1 < x_2$ platí $\begin{cases} f(x_1) \leq f(x_2). \\ f(x_1) \geq f(x_2). \end{cases}$

- **Konštantná**, ak pre všetky $x_1, x_2 \in A$ platí $f(x_1) = f(x_2)$, označenie $f(x) = \text{konšt.}$

[Existuje $c \in R$ také, že pre všetky $x \in A$ platí $f(x) = c$.]

- Konštantná funkcia (na množine A) je súčasne neklesajúca a aj nerastúca (na množine A).

- Ak $A = D(f)$, potom **globálne (absolútne) vlastnosti** funkcie f (na celom definičnom obore).

[f je rastúca, f je neklesajúca, f je monotónna, ...]

- Ak $A \subset D(f)$, potom **lokálne vlastnosti** funkcie f (na množine A).

Vlastnosti funkcií I – Monotónnosť funkcie na množine

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$.

Funkcia f sa nazýva **monotónna** na množine A: [Ak spĺňa aspoň jednu z nasledujúcich vlastností.]

- **Rastúca** (rastie),
- **Klesajúca** (klesá),

ak pre všetky $x_1, x_2 \in A$, $x_1 < x_2$ platí $\begin{cases} f(x_1) < f(x_2). \\ f(x_1) > f(x_2). \end{cases}$ **rýdzo (ostro) monotónna**

- **Neklesajúca** (neklesá),
- **Nerastúca** (nerastie),

ak pre všetky $x_1, x_2 \in A$, $x_1 < x_2$ platí $\begin{cases} f(x_1) \leq f(x_2). \\ f(x_1) \geq f(x_2). \end{cases}$

- **Konštantná**, ak pre všetky $x_1, x_2 \in A$ platí $f(x_1) = f(x_2)$, označenie $f(x) = \text{konšt.}$

[Existuje $c \in R$ také, že pre všetky $x \in A$ platí $f(x) = c$.]

- Konštantná funkcia (na množine A) je súčasne neklesajúca a aj nerastúca (na množine A).

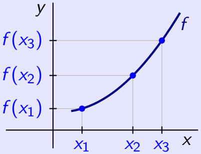
- Ak $A = D(f)$, potom **globálne (absolútne) vlastnosti** funkcie f (na celom definičnom obore).

[f je rastúca, f je neklesajúca, f je monotónna, ...]

- Ak $A \subset D(f)$, potom **lokálne vlastnosti** funkcie f (na množine A).

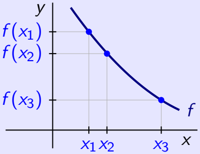
[f je rastúca na množine A, f je neklesajúca na intervale A, ...]

Vlastnosti funkcií I – Príklady



$f(x_1) < f(x_2) < f(x_3)$

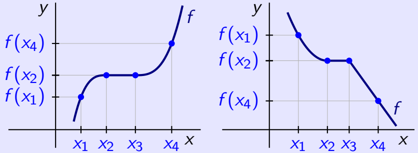
Rastúca funkcia



Klesajúca funkcia

$f(x_1) > f(x_2) > f(x_3)$

Vlastnosti funkcií I – Príklady



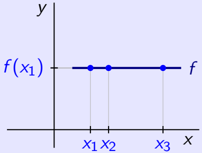
$f(x_1) < f(x_2) = f(x_3) < f(x_4)$

Neklesajúca funkcia

Nerastúca funkcia

$f(x_1) > f(x_2) = f(x_3) > f(x_4)$

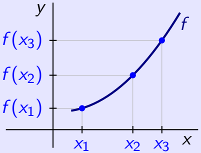
Vlastnosti funkcií I – Príklady



$f(x_1) = f(x_2) = f(x_3)$

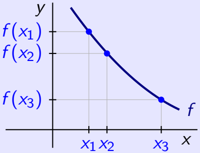
Konštantná funkcia

Vlastnosti funkcií I – Príklady



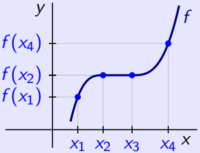
$f(x_1) < f(x_2) < f(x_3)$

Rastúca funkcia



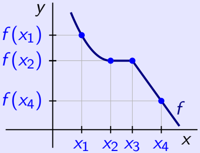
Klesajúca funkcia

$f(x_1) > f(x_2) > f(x_3)$



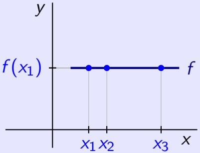
$f(x_1) < f(x_2) = f(x_3) < f(x_4)$

Neklesajúca funkcia



Nerastúca funkcia

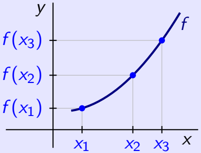
$f(x_1) > f(x_2) = f(x_3) > f(x_4)$



$f(x_1) = f(x_2) = f(x_3)$

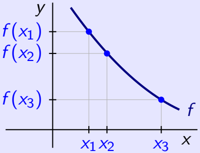
Konštantná funkcia

Vlastnosti funkcií I – Príklady



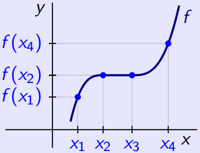
$f(x_1) < f(x_2) < f(x_3)$

Rastúca funkcia



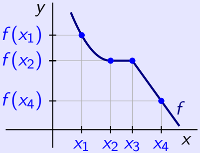
Klesajúca funkcia

$f(x_1) > f(x_2) > f(x_3)$



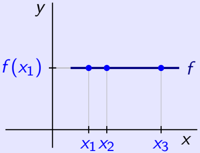
$f(x_1) < f(x_2) = f(x_3) < f(x_4)$

Neklesajúca funkcia



Nerastúca funkcia

$f(x_1) > f(x_2) = f(x_3) > f(x_4)$



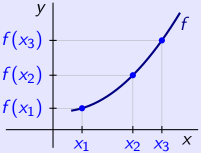
$f(x_1) = f(x_2) = f(x_3)$

Konštantná funkcia

Funkcia $f\colon y = x^2 + 1,$

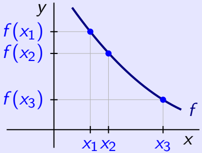
Funkcia $f\colon y = \frac{1}{x^2+1},$

Vlastnosti funkcií I – Príklady



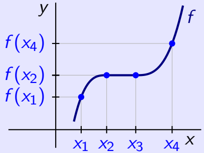
$f(x_1) < f(x_2) < f(x_3)$

Rastúca funkcia



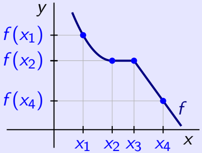
Klesajúca funkcia

$f(x_1) > f(x_2) > f(x_3)$



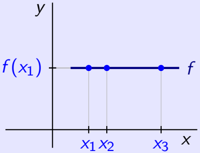
$f(x_1) < f(x_2) = f(x_3) < f(x_4)$

Neklesajúca funkcia



Nerastúca funkcia

$f(x_1) > f(x_2) = f(x_3) > f(x_4)$

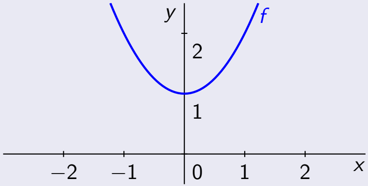


$f(x_1) = f(x_2) = f(x_3)$

Konštantná funkcia

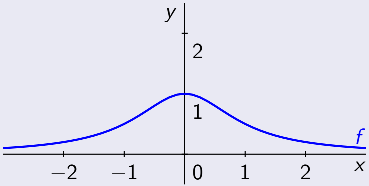
Funkcia $f\colon y = x^2 + 1,\ R \to \langle 1; \infty)$.

- f nie je monotónna.

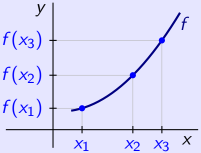


Funkcia $f\colon y = \frac{1}{x^2+1},\ R \to (0; 1\rangle$.

- f nie je monotónna.

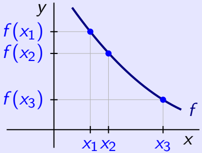


Vlastnosti funkcií I – Príklady



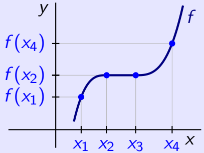
$f(x_1) < f(x_2) < f(x_3)$

Rastúca funkcia



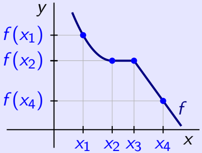
Klesajúca funkcia

$f(x_1) > f(x_2) > f(x_3)$



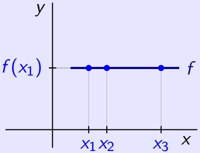
$f(x_1) < f(x_2) = f(x_3) < f(x_4)$

Neklesajúca funkcia



Nerastúca funkcia

$f(x_1) > f(x_2) = f(x_3) > f(x_4)$

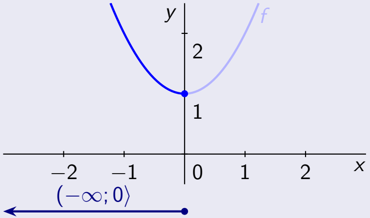


$f(x_1) = f(x_2) = f(x_3)$

Konštantná funkcia

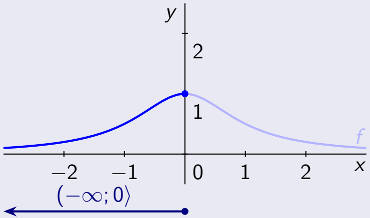
Funkcia $f\colon y = x^2 + 1,\ R \to \langle 1; \infty)$.

- f nie je monotónna.
- f klesá na $(-\infty; 0\rangle$

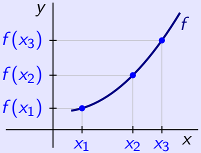


Funkcia $f\colon y = \frac{1}{x^2+1},\ R \to (0; 1\rangle$.

- f nie je monotónna.
- f rastie na $(-\infty; 0\rangle$

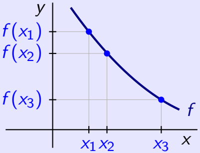


Vlastnosti funkcií I – Príklady



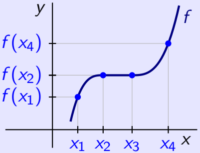
$f(x_1) < f(x_2) < f(x_3)$

Rastúca funkcia



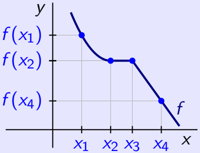
Klesajúca funkcia

$f(x_1) > f(x_2) > f(x_3)$



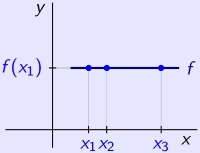
$f(x_1) < f(x_2) = f(x_3) < f(x_4)$

Neklesajúca funkcia



Nerastúca funkcia

$f(x_1) > f(x_2) = f(x_3) > f(x_4)$

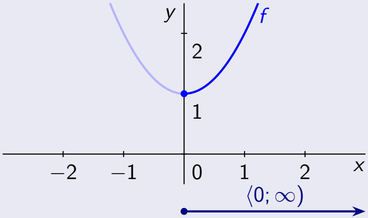


$f(x_1) = f(x_2) = f(x_3)$

Konštantná funkcia

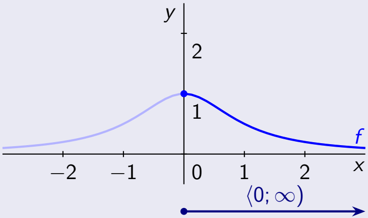
Funkcia $f\colon y = x^2 + 1,\ R \to \langle 1; \infty)$.

- f nie je monotónna.
- f klesá na $(-\infty; 0\rangle$ a rastie na $\langle 0; \infty)$.

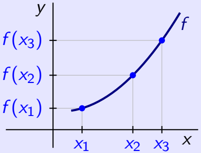


Funkcia $f\colon y = \frac{1}{x^2+1},\ R \to (0; 1\rangle$.

- f nie je monotónna.
- f rastie na $(-\infty; 0\rangle$ a klesá na $\langle 0; \infty)$.

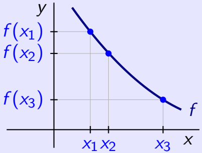


Vlastnosti funkcií I – Príklady



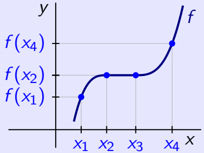
$f(x_1) < f(x_2) < f(x_3)$

Rastúca funkcia



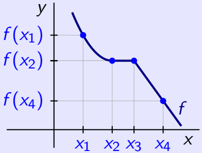
Klesajúca funkcia

$f(x_1) > f(x_2) > f(x_3)$



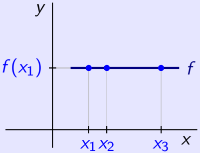
$f(x_1) < f(x_2) = f(x_3) < f(x_4)$

Neklesajúca funkcia



Nerastúca funkcia

$f(x_1) > f(x_2) = f(x_3) > f(x_4)$

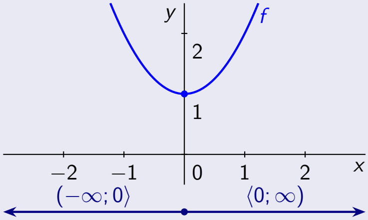


$f(x_1) = f(x_2) = f(x_3)$

Konštantná funkcia

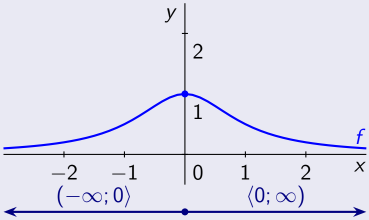
Funkcia $f\colon y = x^2 + 1,\ R \to \langle 1; \infty)$.

- f nie je monotónna.
- f klesá na $(-\infty; 0\rangle$ a rastie na $\langle 0; \infty)$.



Funkcia $f\colon y = \frac{1}{x^2+1},\ R \to (0; 1\rangle$.

- f nie je monotónna.
- f rastie na $(-\infty; 0\rangle$ a klesá na $\langle 0; \infty)$.



Vlastnosti funkcií I – Monotónnosť funkcie v bode

- Niekedy je výhodné definovať monotónnosť funkcie v konkrétnom bode definičného oboru.

Vlastnosti funkcií I – Monotónnosť funkcie v bode

- Niekedy je výhodné definovať monotónnosť funkcie v konkrétnom bode definičného oboru.

Funkcia $f\colon y = f(x),\ x \in D(f)$ bod $c \in D(f)$.

Vlastnosti funkcií I – Monotónnosť funkcie v bode

- Niekedy je výhodné definovať monotónnosť funkcie v konkrétnom bode definičného oboru.

Funkcia $f\colon y = f(x),\ x \in D(f)$ bod $c \in D(f)$.

Funkcia f sa nazýva v bode c:

Vlastnosti funkcií I – Monotónnosť funkcie v bode

- Niekedy je výhodné definovať monotónnosť funkcie v konkrétnom bode definičného oboru.

Funkcia $f\colon y = f(x),\ x \in D(f)$ bod $c \in D(f)$.

Funkcia f sa nazýva v bode c:

- Rastúca,
- Klesajúca,
- Neklesajúca,
- Nerastúca,

Vlastnosti funkcií I – Monotónnosť funkcie v bode

- Niekedy je výhodné definovať monotónnosť funkcie v konkrétnom bode definičného oboru.

Funkcia $f\colon y = f(x)$, $x \in D(f)$ bod $c \in D(f)$.

Funkcia f sa nazýva v bode c:

- Rastúca, ak existuje okolie $O(c)$ také, že pre všetky
- Klesajúca, ak existuje okolie $O(c)$ také, že pre všetky
- Neklesajúca, ak existuje okolie $O(c)$ také, že pre všetky
- Nerastúca, ak existuje okolie $O(c)$ také, že pre všetky

Vlastnosti funkcií I – Monotónnosť funkcie v bode

- Niekedy je výhodné definovať monotónnosť funkcie v konkrétnom bode definičného oboru.

Funkcia $f\colon y=f(x)$, $x\in D(f)$ bod $c\in D(f)$.

Funkcia f sa nazýva v bode c:

- Rastúca, ak existuje okolie $O(c)$ také, že pre všetky $\begin{cases} x\in O^-(c) \text{ platí } f(x)<f(c), \\ x\in O^+(c) \text{ platí } f(c)<f(x). \end{cases}$
- Klesajúca, ak existuje okolie $O(c)$ také, že pre všetky
- Neklesajúca, ak existuje okolie $O(c)$ také, že pre všetky
- Nerastúca, ak existuje okolie $O(c)$ také, že pre všetky

Vlastnosti funkcií I – Monotónnosť funkcie v bode

- Niekedy je výhodné definovať **monotónnosť funkcie** v konkrétnom **bode** definičného oboru.

Funkcia $f\colon y=f(x)$, $x\in D(f)$ bod $c\in D(f)$.

Funkcia f sa nazýva v bode c:

- **Rastúca,** ak existuje okolie $O(c)$ také, že pre všetky $\begin{cases} x\in O^-(c) \text{ platí } f(x)<f(c), \\ x\in O^+(c) \text{ platí } f(c)<f(x). \end{cases}$
- **Klesajúca,** ak existuje okolie $O(c)$ také, že pre všetky $\begin{cases} x\in O^-(c) \text{ platí } f(x)>f(c), \\ x\in O^+(c) \text{ platí } f(c)>f(x). \end{cases}$
- **Neklesajúca,** ak existuje okolie $O(c)$ také, že pre všetky
- **Nerastúca,** ak existuje okolie $O(c)$ také, že pre všetky

Vlastnosti funkcií I – Monotónnosť funkcie v bode

- Niekedy je výhodné definovať monotónnosť funkcie v konkrétnom bode definičného oboru.

Funkcia $f\colon y = f(x),\ x \in D(f)$ bod $c \in D(f)$.

Funkcia f sa nazýva v bode c:

- **Rastúca,** ak existuje okolie $O(c)$ také, že pre všetky $\begin{cases} x \in O^-(c) \text{ platí } f(x) < f(c), \\ x \in O^+(c) \text{ platí } f(c) < f(x). \end{cases}$
- **Klesajúca,** ak existuje okolie $O(c)$ také, že pre všetky $\begin{cases} x \in O^-(c) \text{ platí } f(x) > f(c), \\ x \in O^+(c) \text{ platí } f(c) > f(x). \end{cases}$
- **Neklesajúca,** ak existuje okolie $O(c)$ také, že pre všetky $\begin{cases} x \in O^-(c) \text{ platí } f(x) \leq f(c), \\ x \in O^+(c) \text{ platí } f(c) \leq f(x). \end{cases}$
- **Nerastúca,** ak existuje okolie $O(c)$ také, že pre všetky

Vlastnosti funkcií I – Monotónnosť funkcie v bode

- Niekedy je výhodné definovať monotónnosť funkcie v konkrétnom bode definičného oboru.

Funkcia $f\colon y = f(x),\ x \in D(f)$ bod $c \in D(f)$.

Funkcia f sa nazýva v bode c:

- **Rastúca,** ak existuje okolie $O(c)$ také, že pre všetky $\begin{cases} x \in O^-(c) \text{ platí } f(x) < f(c), \\ x \in O^+(c) \text{ platí } f(c) < f(x). \end{cases}$
- **Klesajúca,** ak existuje okolie $O(c)$ také, že pre všetky $\begin{cases} x \in O^-(c) \text{ platí } f(x) > f(c), \\ x \in O^+(c) \text{ platí } f(c) > f(x). \end{cases}$
- **Neklesajúca,** ak existuje okolie $O(c)$ také, že pre všetky $\begin{cases} x \in O^-(c) \text{ platí } f(x) \leq f(c), \\ x \in O^+(c) \text{ platí } f(c) \leq f(x). \end{cases}$
- **Nerastúca,** ak existuje okolie $O(c)$ také, že pre všetky $\begin{cases} x \in O^-(c) \text{ platí } f(x) \geq f(c), \\ x \in O^+(c) \text{ platí } f(c) \geq f(x). \end{cases}$

Vlastnosti funkcií I – Monotónnosť funkcie v bode

- Niekedy je výhodné definovať monotónnosť funkcie v konkrétnom bode definičného oboru.

Funkcia $f\colon y = f(x),\ x \in D(f)$ bod $c \in D(f)$.

Funkcia f sa nazýva v bode c:

- **Rastúca,** ak existuje okolie $O(c)$ také, že pre všetky $\begin{cases} x \in O^-(c) \text{ platí } f(x) < f(c), \\ x \in O^+(c) \text{ platí } f(c) < f(x). \end{cases}$
- **Klesajúca,** ak existuje okolie $O(c)$ také, že pre všetky $\begin{cases} x \in O^-(c) \text{ platí } f(x) > f(c), \\ x \in O^+(c) \text{ platí } f(c) > f(x). \end{cases}$
- **Neklesajúca,** ak existuje okolie $O(c)$ také, že pre všetky $\begin{cases} x \in O^-(c) \text{ platí } f(x) \leq f(c), \\ x \in O^+(c) \text{ platí } f(c) \leq f(x). \end{cases}$
- **Nerastúca,** ak existuje okolie $O(c)$ také, že pre všetky $\begin{cases} x \in O^-(c) \text{ platí } f(x) \geq f(c), \\ x \in O^+(c) \text{ platí } f(c) \geq f(x). \end{cases}$

- Ak je funkcia f rastúca v bode $c \in D(f)$,
- Ak je funkcia f klesajúca v bode $c \in D(f)$,

Vlastnosti funkcií I – Monotónnosť funkcie v bode

- Niekedy je výhodné definovať monotónnosť funkcie v konkrétnom bode definičného oboru.

Funkcia $f\colon y=f(x),\ x\in D(f)$ bod $c\in D(f)$.

Funkcia f sa nazýva v bode c:

- **Rastúca,** ak existuje okolie $O(c)$ také, že pre všetky $\begin{cases} x\in O^{-}(c) \text{ platí } f(x)<f(c), \\ x\in O^{+}(c) \text{ platí } f(c)<f(x). \end{cases}$
- **Klesajúca,** ak existuje okolie $O(c)$ také, že pre všetky $\begin{cases} x\in O^{-}(c) \text{ platí } f(x)>f(c), \\ x\in O^{+}(c) \text{ platí } f(c)>f(x). \end{cases}$
- **Neklesajúca,** ak existuje okolie $O(c)$ také, že pre všetky $\begin{cases} x\in O^{-}(c) \text{ platí } f(x)\leq f(c), \\ x\in O^{+}(c) \text{ platí } f(c)\leq f(x). \end{cases}$
- **Nerastúca,** ak existuje okolie $O(c)$ také, že pre všetky $\begin{cases} x\in O^{-}(c) \text{ platí } f(x)\geq f(c), \\ x\in O^{+}(c) \text{ platí } f(c)\geq f(x). \end{cases}$

- Ak je funkcia f rastúca v bode $c\in D(f)$, potom nemusí byť rastúca v jeho okolí $O(c)$.
- Ak je funkcia f klesajúca v bode $c\in D(f)$, potom nemusí byť klesajúca v jeho okolí $O(c)$.

Vlastnosti funkcií I – Monotónnosť funkcie

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, interval $(a; b) \subset D(f)$.

Vlastnosti funkcií I – Monotónnosť funkcie

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, interval $(a; b) \subset D(f)$.

- f je rastúca na $(a; b)$. $\Leftrightarrow$ • f je rastúca v každom bode $c \in (a; b)$.

Vlastnosti funkcií I – Monotónnosť funkcie

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, interval $(a; b) \subset D(f)$.

- f je rastúca na $(a; b)$. $\Leftrightarrow$ • f je rastúca v každom bode $c \in (a; b)$.

- f je klesajúca na $(a; b)$. $\Leftrightarrow$ • f je klesajúca v každom bode $c \in (a; b)$.

Vlastnosti funkcií I – Monotónnosť funkcie

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, interval $(a; b) \subset D(f)$.

- f je rastúca na $(a; b)$. $\Leftrightarrow$ • f je rastúca v každom bode $c \in (a; b)$.

- f je klesajúca na $(a; b)$. $\Leftrightarrow$ • f je klesajúca v každom bode $c \in (a; b)$.

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$.

Vlastnosti funkcií I – Monotónnosť funkcie

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, interval $(a; b) \subset D(f)$.

- f je rastúca na $(a; b)$. $\Leftrightarrow$ • f je rastúca v každom bode $c \in (a; b)$.

- f je klesajúca na $(a; b)$. $\Leftrightarrow$ • f je klesajúca v každom bode $c \in (a; b)$.

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$.

- f je konštantná na A. $\Leftrightarrow$ • f je neklesajúca a súčasne nerastúca na množine A.

Vlastnosti funkcií I – Monotónnosť funkcie

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, interval $(a; b) \subset D(f)$.

- f je rastúca na $(a; b)$. $\Leftrightarrow$ • f je rastúca v každom bode $c \in (a; b)$.
- f je klesajúca na $(a; b)$. $\Leftrightarrow$ • f je klesajúca v každom bode $c \in (a; b)$.

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$.

- f je konštantná na A. $\Leftrightarrow$ • f je neklesajúca a súčasne nerastúca na množine A.
- f je rastúca na A. $\Rightarrow$ $\{$ • f je neklesajúca na množine A.
- f je klesajúca na A. $\Rightarrow$ • f je nerastúca na množine A.

Vlastnosti funkcií I – Monotónnosť funkcie

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, interval $(a; b) \subset D(f)$.

- f je rastúca na $(a; b)$. $\Leftrightarrow$ • f je rastúca v každom bode $c \in (a; b)$.
- f je klesajúca na $(a; b)$. $\Leftrightarrow$ • f je klesajúca v každom bode $c \in (a; b)$.

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$.

- f je konštantná na A. $\Leftrightarrow$ • f je neklesajúca a súčasne nerastúca na množine A.
- f je rastúca na A. $\Rightarrow$ {
  - f je neklesajúca na množine A.
  - f je rastúca v každom vnútornom bode $c \in A$.
- f je klesajúca na A. $\Rightarrow$
  - f je nerastúca na množine A.
  - f je klesajúca v každom vnútornom bode $c \in A$.

Vlastnosti funkcií I – Monotónnosť funkcie

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, interval $(a; b) \subset D(f)$.

- f je rastúca na $(a; b)$. $\Leftrightarrow$ • f je rastúca v každom bode $c \in (a; b)$.
- f je klesajúca na $(a; b)$. $\Leftrightarrow$ • f je klesajúca v každom bode $c \in (a; b)$.

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$.

- f je konštantná na A. $\Leftrightarrow$ • f je neklesajúca a súčasne nerastúca na množine A.
- f je rastúca na A. $\Rightarrow$ {
  - f je neklesajúca na množine A.
  - f je rastúca v každom vnútornom bode $c \in A$.
- f je rastúca na A. $\Leftrightarrow$ • f je neklesajúca na množine A a na každej podmnožine $B \subset A$ (s aspoň dvomi prvkami) nie je konštantná.
- f je klesajúca na A. $\Rightarrow$ {
  - f je nerastúca na množine A.
  - f je klesajúca v každom vnútornom bode $c \in A$.
- f je klesajúca na A. $\Leftrightarrow$ • f je nerastúca na množine A a na každej podmnožine $B \subset A$ (s aspoň dvomi prvkami) nie je konštantná.

Vlastnosti funkcií II – Párna a nepárna funkcia

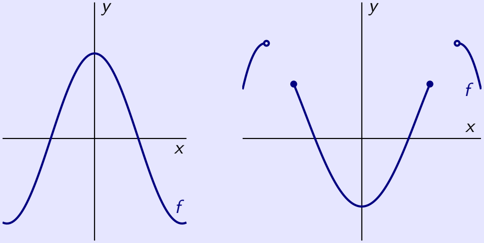
Funkcia $f\colon y = f(x),\ x \in D(f)$ sa nazýva:

Vlastnosti funkcií II – Párna a nepárna funkcia

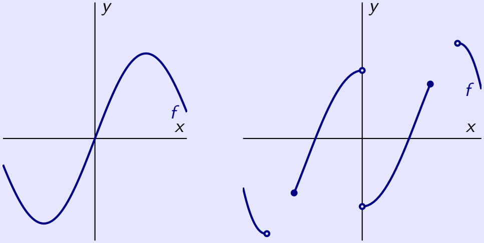
Funkcia $f\colon y = f(x),\ x \in D(f)$ sa nazýva:

- Párna,

- Nepárna,



Párna funkcia



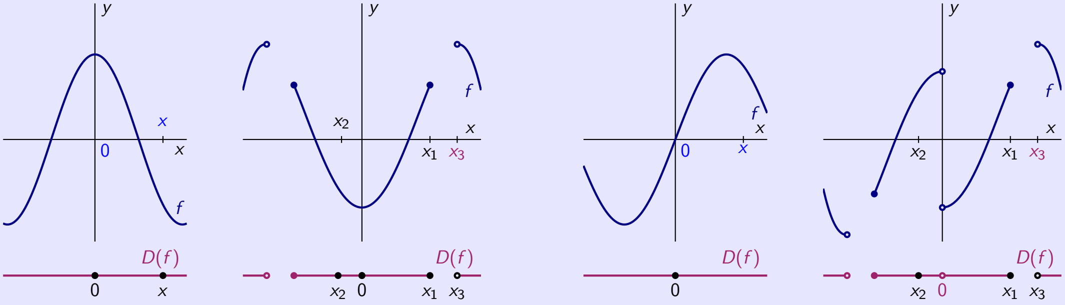
Nepárna funkcia

Vlastnosti funkcií II – Párna a nepárna funkcia

Funkcia $f\colon y = f(x),\ x \in D(f)$ sa nazýva:

- Párna, ak pre všetky $x \in D(f)$

- Nepárna, ak pre všetky $x \in D(f)$



Párna funkcia

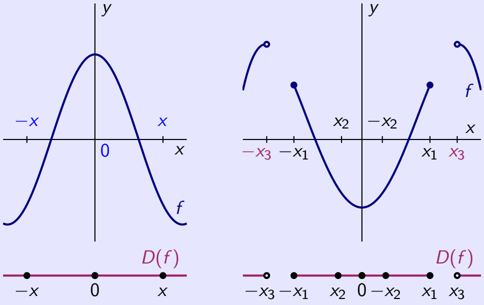
Nepárna funkcia

Vlastnosti funkcií II – Párna a nepárna funkcia

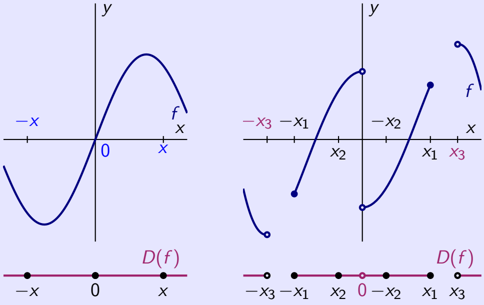
Funkcia $f\colon y = f(x),\ x \in D(f)$ sa nazýva:

- Párna, ak pre všetky $x \in D(f)$ platí $-x \in D(f)$

- Nepárna, ak pre všetky $x \in D(f)$ platí $-x \in D(f)$



Párna funkcia



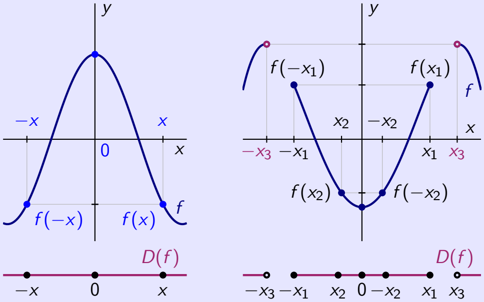
Nepárna funkcia

Vlastnosti funkcií II – Párna a nepárna funkcia

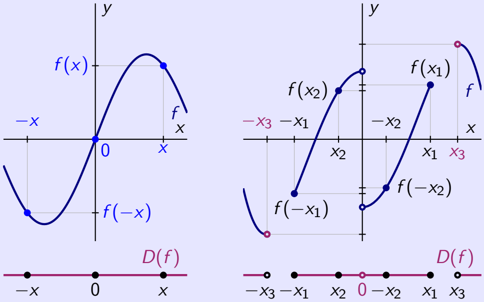
Funkcia $f\colon y = f(x),\ x \in D(f)$ sa nazýva:

- **Párna,** ak pre všetky $x \in D(f)$ platí $-x \in D(f)$ a navyše $f(x) = f(-x)$.

- **Nepárna,** ak pre všetky $x \in D(f)$ platí $-x \in D(f)$ a navyše $f(x) = -f(-x)$.



Párna funkcia



Nepárna funkcia

Vlastnosti funkcií II – Párna a nepárna funkcia

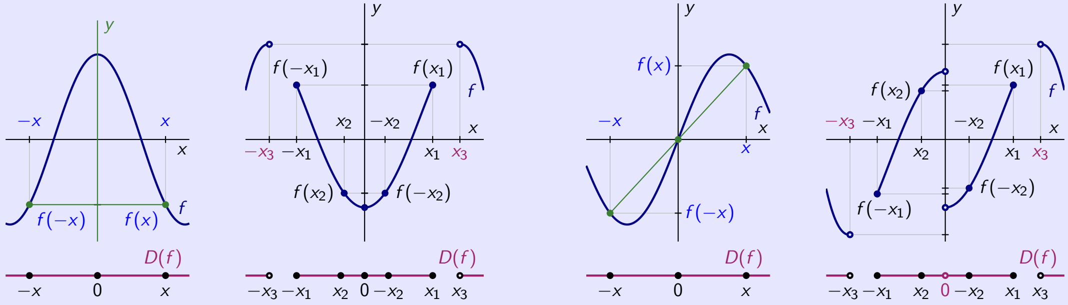
Funkcia $f\colon y = f(x),\ x \in D(f)$ sa nazýva:

- **Párna,** ak pre všetky $x \in D(f)$ platí $-x \in D(f)$ a navyše $f(x) = f(-x)$.

  [Graf párnej funkcie je (osovo) súmerný podľa súradnicovej osi y.]

- **Nepárna,** ak pre všetky $x \in D(f)$ platí $-x \in D(f)$ a navyše $f(x) = -f(-x)$.

  [Graf nepárnej funkcie je (bodovo) súmerný podľa počiatku súradnicového systému 0.]



Párna funkcia

Nepárna funkcia

Vlastnosti funkcií II – Párna a nepárna funkcia

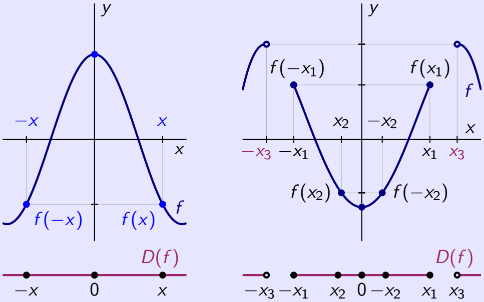
Funkcia $f\colon y = f(x),\ x \in D(f)$ sa nazýva:

- **Párna**, ak pre všetky $x \in D(f)$ platí $-x \in D(f)$ a navyše $f(x) = f(-x)$.

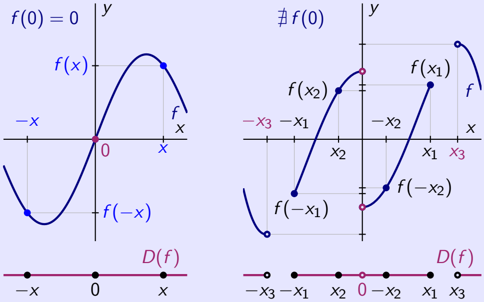
  [Graf párnej funkcie je (osovo) súmerný podľa súradnicovej osi y.]

- **Nepárna**, ak pre všetky $x \in D(f)$ platí $-x \in D(f)$ a navyše $f(x) = -f(-x)$.

  [Graf nepárnej funkcie je (bodovo) súmerný podľa počiatku súradnicového systému 0. Ak $0 \in D(f)$, potom platí $f(0) = 0$.]



Párna funkcia



Nepárna funkcia

Vlastnosti funkcií II – Párna a nepárna funkcia

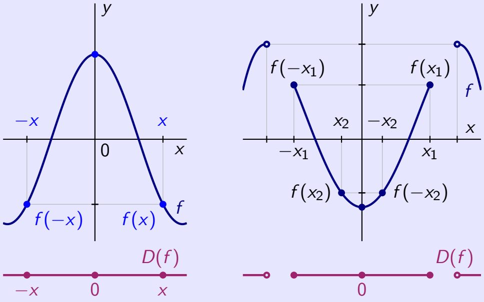
Funkcia $f\colon y = f(x),\ x \in D(f)$ sa nazýva:

- **Párna,** ak pre všetky $x \in D(f)$ platí $-x \in D(f)$ a navyše $f(x) = f(-x)$.

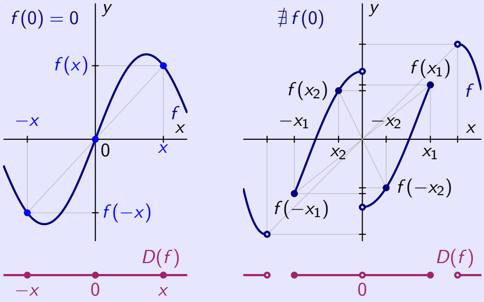
  [Graf párnej funkcie je (osovo) súmerný podľa súradnicovej osi y.]

- **Nepárna,** ak pre všetky $x \in D(f)$ platí $-x \in D(f)$ a navyše $f(x) = -f(-x)$.

  [Graf nepárnej funkcie je (bodovo) súmerný podľa počiatku súradnicového systému 0. Ak $0 \in D(f)$, potom platí $f(0) = 0$.]



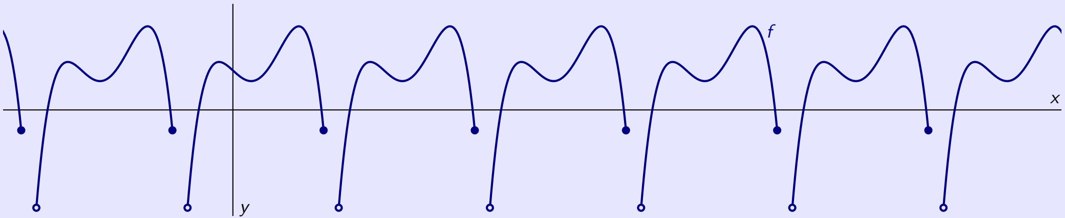
Párna funkcia



Nepárna funkcia

Vlastnosti funkcií II – Periodická funkcia

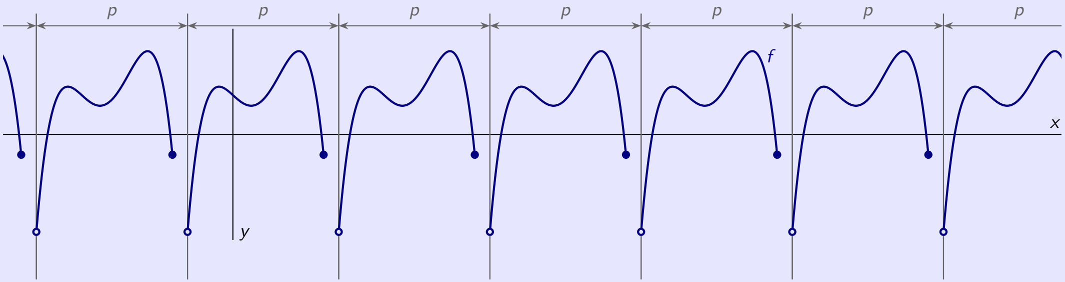
Funkcia $f\colon y = f(x),\ x \in D(f)$ sa nazýva



Vlastnosti funkcií II – Periodická funkcia

Funkcia $f\colon y = f(x),\ x \in D(f)$ sa nazýva

periodická, ak existuje číslo $p \in R,\ p \neq 0$, ktoré nazývame **perióda** funkcie f,

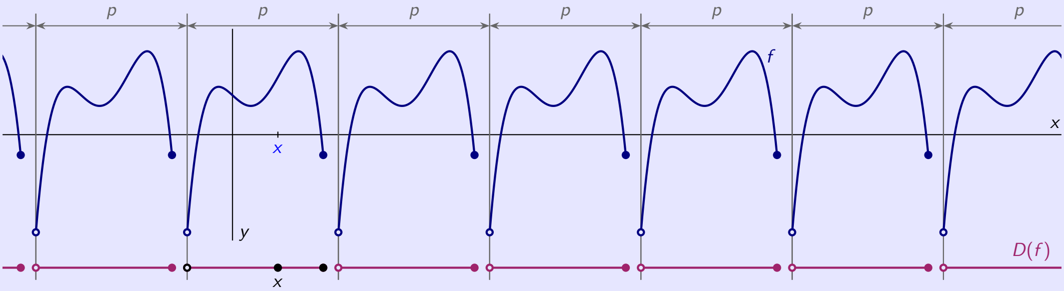


Vlastnosti funkcií II – Periodická funkcia

Funkcia $f\colon y = f(x),\ x \in D(f)$ sa nazýva

periodická, ak existuje číslo $p \in R,\ p \neq 0$, ktoré nazývame **perióda** funkcie f,

také že pre všetky $x \in D(f)$

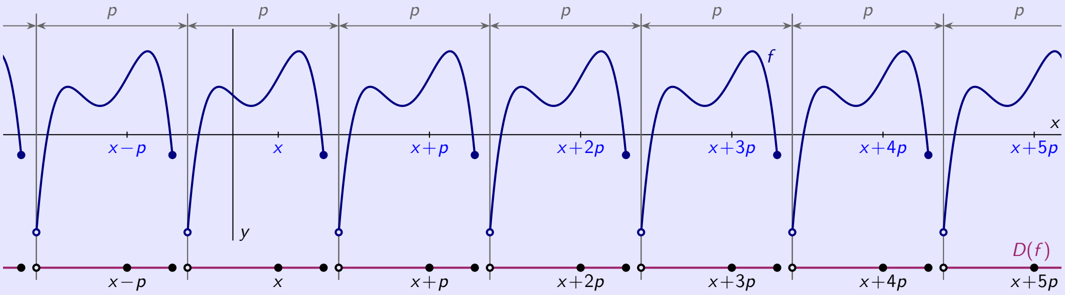


Vlastnosti funkcií II – Periodická funkcia

Funkcia $f\colon y = f(x),\ x \in D(f)$ sa nazýva

periodická, ak existuje číslo $p \in R,\ p \neq 0$, ktoré nazývame **perióda** funkcie f,

také že pre všetky $x \in D(f)$ platí $x \pm p \in D(f)$

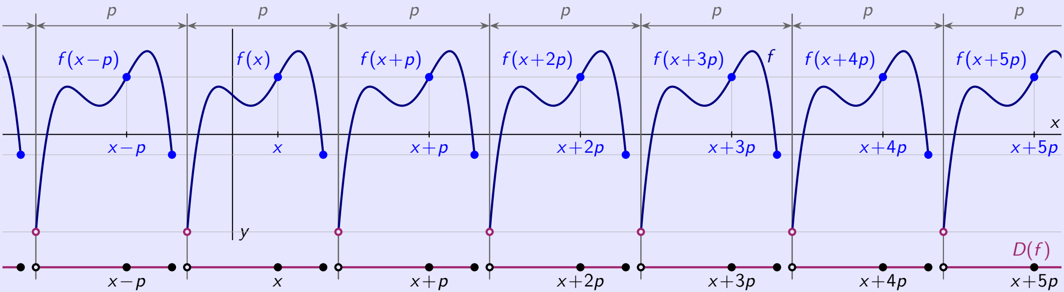


Vlastnosti funkcií II – Periodická funkcia

Funkcia $f\colon y = f(x),\ x \in D(f)$ sa nazýva

periodická, ak existuje číslo $p \in R,\ p \neq 0$, ktoré nazývame **perióda** funkcie f,

také že pre všetky $x \in D(f)$ platí $x \pm p \in D(f)$ a navyše platí $f(x) = f(x \pm p)$.



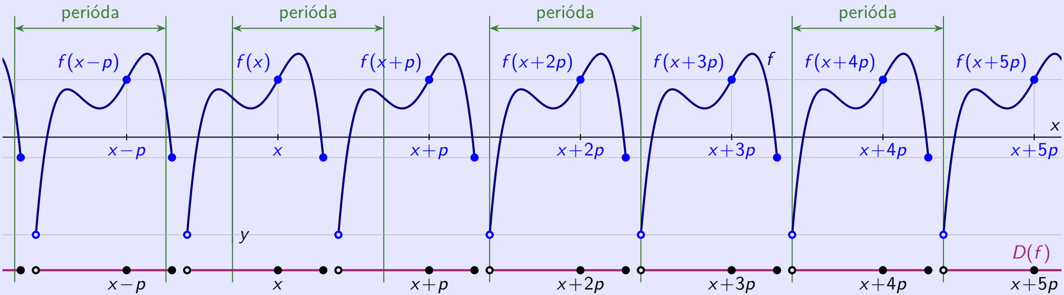
Vlastnosti funkcií II – Periodická funkcia

Funkcia $f\colon y = f(x),\ x \in D(f)$ sa nazýva

periodická, ak existuje číslo $p \in R,\ p \neq 0$, ktoré nazývame **perióda** funkcie f,

také že pre všetky $x \in D(f)$ platí $x \pm p \in D(f)$ a navyše platí $f(x) = f(x \pm p)$.

- Každý interval s dĺžkou periódy $p > 0$ sa nazýva **interval periodicity**. [Perióda môže byť aj záporná, t. j. $p < 0$.]

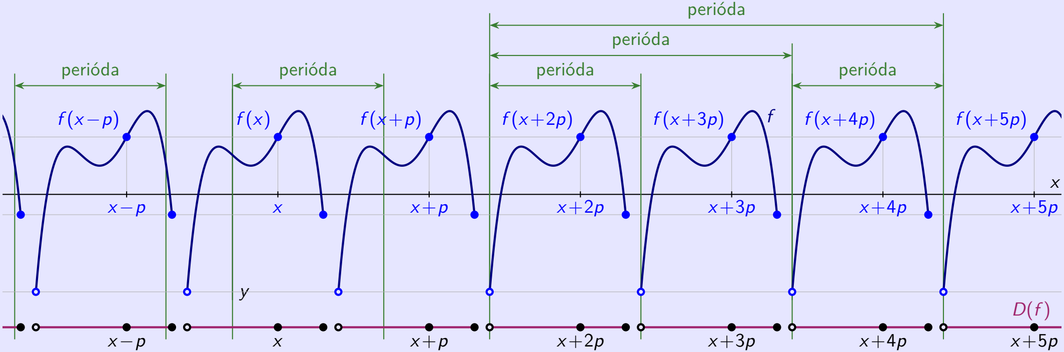


Vlastnosti funkcií II – Periodická funkcia

Funkcia $f\colon y = f(x),\ x \in D(f)$ sa nazýva

periodická, ak existuje číslo $p \in R,\ p \neq 0$, ktoré nazývame **perióda** funkcie f,
také že pre všetky $x \in D(f)$ platí $x \pm p \in D(f)$ a navyše platí $f(x) = f(x \pm p)$.

- Každý interval s dĺžkou periódy $p > 0$ sa nazýva **interval periodicity**. [Perióda môže byť aj záporná, t. j. $p < 0$.]

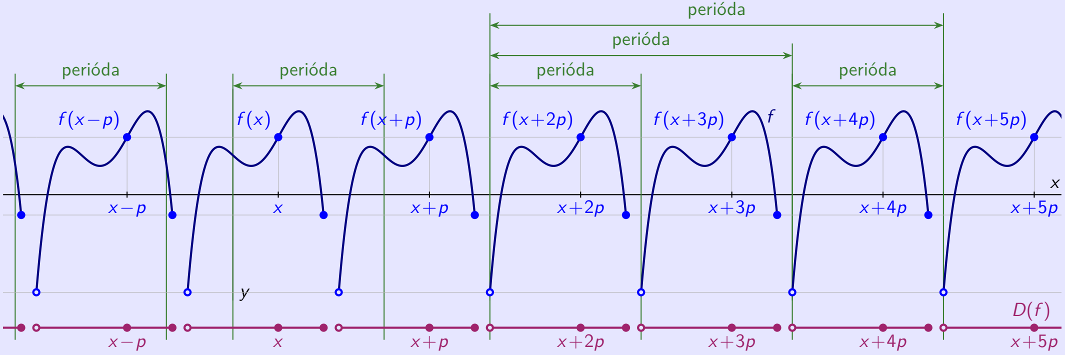


Vlastnosti funkcií II – Periodická funkcia

Funkcia $f\colon y = f(x),\ x \in D(f)$ sa nazýva

periodická, ak existuje číslo $p \in R,\ p \neq 0$, ktoré nazývame **perióda** funkcie f,
také že pre všetky $x \in D(f)$ platí $x \pm p \in D(f)$ a navyše platí $f(x) = f(x \pm p)$.

- Každý interval s dĺžkou periódy $p > 0$ sa nazýva **interval periodicity**. [Perióda môže byť aj záporná, t. j. $p < 0$.]
- Najmenšia kladná perióda $p > 0$ (pokiaľ existuje)

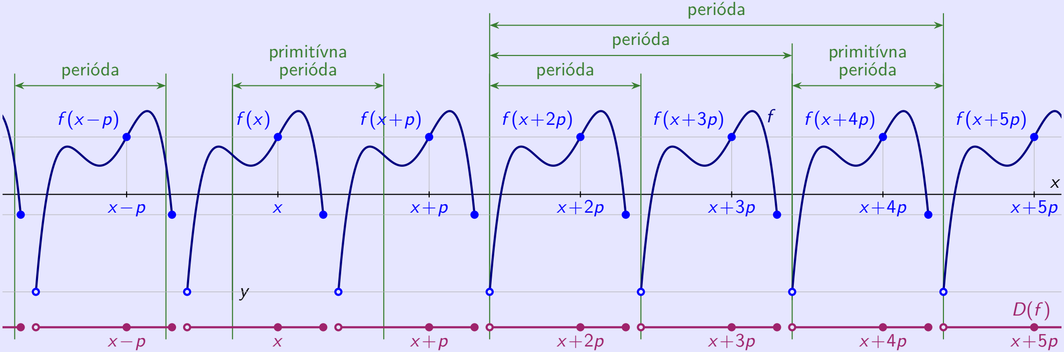


Vlastnosti funkcií II – Periodická funkcia

Funkcia $f\colon y = f(x),\ x \in D(f)$ sa nazýva

periodická, ak existuje číslo $p \in R,\ p \neq 0$, ktoré nazývame **perióda** funkcie f,
také že pre všetky $x \in D(f)$ platí $x \pm p \in D(f)$ a navyše platí $f(x) = f(x \pm p)$.

- Každý interval s dĺžkou periódy $p > 0$ sa nazýva **interval periodicity**. [Perióda môže byť aj záporná, t. j. $p < 0$.]
- Najmenšia kladná perióda $p > 0$ (pokiaľ existuje) sa nazýva **primitívna (základná) perióda**.



Vlastnosti funkcií II – Vlastnosti periodickej funkcie

Funkcia $f\colon y = f(x),\ x \in D(f)$ je periodická s periódou $p \in R,\ p \neq 0$.

Vlastnosti funkcií II – Vlastnosti periodickej funkcie

Funkcia $f\colon y = f(x),\ x \in D(f)$ je periodická s periódou $p \in R,\ p \neq 0$.

$\Rightarrow$ • Pre každé $m \in Z,\ m \neq 0$ je f periodická s periódou mp.

Vlastnosti funkcií II – Vlastnosti periodickej funkcie

Funkcia $f\colon y = f(x),\ x \in D(f)$ je periodická s periódou $p \in R,\ p \neq 0.$

$\Rightarrow$ • Pre každé $m \in Z,\ m \neq 0$ je f periodická s periódou mp. [Periódami sú aj $-p$, $2p$, $-2p$, $3p$, $-3p$, $4p$, $-4p$, $\ldots$]

Vlastnosti funkcií II – Vlastnosti periodickej funkcie

Funkcia $f\colon y = f(x),\ x \in D(f)$ je periodická s periódou $p \in R,\ p \neq 0$.

$\Rightarrow$
- Pre každé $m \in Z,\ m \neq 0$ je f periodická s periódou mp. [Periódami sú aj $-p,\ 2p,\ -2p,\ 3p,\ -3p,\ 4p,\ -4p,\ \ldots$]
- f je periodická s kladnou periódou $|p| > 0$

Vlastnosti funkcií II – Vlastnosti periodickej funkcie

Funkcia $f\colon y = f(x),\ x \in D(f)$ je periodická s periódou $p \in R,\ p \neq 0$.

$\Rightarrow$
- Pre každé $m \in Z,\ m \neq 0$ je f periodická s periódou mp. [Periódami sú aj $-p$, $2p$, $-2p$, $3p$, $-3p$, $4p$, $-4p$, $\ldots$]
- f je periodická s kladnou periódou $|p| > 0$ a stačí ju vyšetrovať na (ľubovoľnom) intervale s dĺžkou $|p|$.

Vlastnosti funkcií II – Vlastnosti periodickej funkcie

Funkcia $f\colon y = f(x),\ x \in D(f)$ je periodická s periódou $p \in R,\ p \neq 0.$

$\Rightarrow$
- Pre každé $m \in Z,\ m \neq 0$ je f periodická s periódou mp. [Periódami sú aj $-p$, $2p$, $-2p$, $3p$, $-3p$, $4p$, $-4p$, $\ldots$]
- f je periodická s kladnou periódou $|p| > 0$ a stačí ju vyšetrovať na (ľubovoľnom) intervale s dĺžkou $|p|$.
- f nemusí mať primitívnu periódu.

Vlastnosti funkcií II – Vlastnosti periodickej funkcie

Funkcia $f\colon y = f(x),\ x \in D(f)$ je periodická s periódou $p \in R,\ p \neq 0.$

$\Rightarrow$

- Pre každé $m \in Z,\ m \neq 0$ je f periodická s periódou mp. [Periódami sú aj $-p,\ 2p,\ -2p,\ 3p,\ -3p,\ 4p,\ -4p,\ \ldots$]
- f je periodická s kladnou periódou $|p| > 0$ a stačí ju vyšetrovať na (ľubovoľnom) intervale s dĺžkou $|p|$.
- f nemusí mať primitívnu periódu.

[Funkcia $y = 1,\ x \in R$ je periodická, periódou je každé $p \in R,\ p \neq 0$. Primitívna perióda neexistuje.]

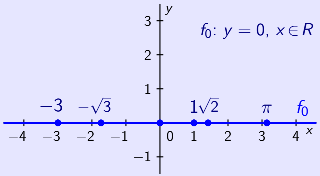
Vlastnosti funkcií II – Vlastnosti periodickej funkcie

Funkcia $f\colon y = f(x),\ x \in D(f)$ je periodická s periódou $p \in R,\ p \neq 0.$

$\Rightarrow$
- Pre každé $m \in Z,\ m \neq 0$ je f periodická s periódou mp. [Periódami sú aj $-p,\ 2p,\ -2p,\ 3p,\ -3p,\ 4p,\ -4p,\ \ldots$]
- f je periodická s kladnou periódou $|p| > 0$ a stačí ju vyšetrovať na (ľubovoľnom) intervale s dĺžkou $|p|$.
- f nemusí mať primitívnu periódu.

[Funkcia $y = 1,\ x \in R$ je periodická, periódou je každé $p \in R,\ p \neq 0$. Primitívna perióda neexistuje.]

- Konštantná funkcia $f_0\colon y = 0,\ x \in R$ je párna, je nepárna, je periodická.



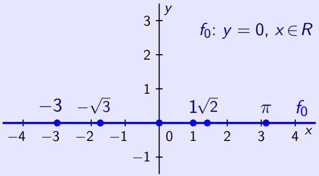
Vlastnosti funkcií II – Vlastnosti periodickej funkcie

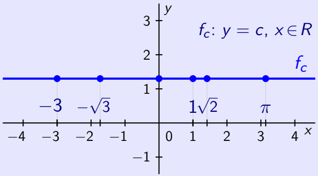
Funkcia $f\colon y=f(x),\ x\in D(f)$ je periodická s periódou $p\in R,\ p\neq 0$.

$\Rightarrow$
- Pre každé $m\in Z,\ m\neq 0$ je f periodická s periódou mp. [Periódami sú aj $-p,\ 2p,\ -2p,\ 3p,\ -3p,\ 4p,\ -4p,\ \ldots$]
- f je periodická s kladnou periódou $|p|>0$ a stačí ju vyšetrovať na (ľubovoľnom) intervale s dĺžkou $|p|$.
- f nemusí mať primitívnu periódu.

[Funkcia $y=1,\ x\in R$ je periodická, periódou je každé $p\in R,\ p\neq 0$. Primitívna perióda neexistuje.]

- Konštantná funkcia $f_0\colon y=0,\ x\in R$ je párna, je nepárna, je periodická.
- Konštantná funkcia $f_c\colon y=c,\ x\in R$, pre $c\in R,\ c\neq 0$, je párna, nie je nepárna, je periodická.





Vlastnosti funkcií II – Vlastnosti periodickej funkcie

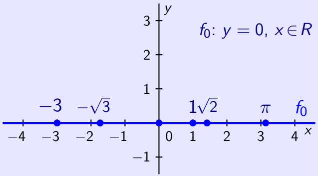
Funkcia $f\colon y = f(x),\ x \in D(f)$ je periodická s periódou $p \in R,\ p \neq 0$.

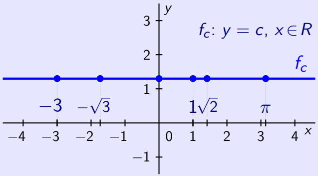
$\Rightarrow$
- Pre každé $m \in Z,\ m \neq 0$ je f periodická s periódou mp. [Periódami sú aj $-p,\ 2p,\ -2p,\ 3p,\ -3p,\ 4p,\ -4p,\ \ldots$]
- f je periodická s kladnou periódou $|p| > 0$ a stačí ju vyšetrovať na (ľubovoľnom) intervale s dĺžkou $|p|$.
- f nemusí mať primitívnu periódu.

[Funkcia $y = 1,\ x \in R$ je periodická, periódou je každé $p \in R,\ p \neq 0$. Primitívna perióda neexistuje.]

- Konštantná funkcia $f_0\colon y = 0,\ x \in R$ je párna, je nepárna, je periodická.
- Konštantná funkcia $f_c\colon y = c,\ x \in R$, pre $c \in R,\ c \neq 0$, je párna, nie je nepárna, je periodická.

[Periódou (v oboch prípadoch) je každé $p \in R,\ p \neq 0$. Primitívna perióda neexistuje.]





Vlastnosti funkcií II – Vlastnosti periodickej funkcie

Funkcia $f\colon y=f(x),\ x\in D(f)$ je periodická s periódou $p\in R,\ p\neq 0$.

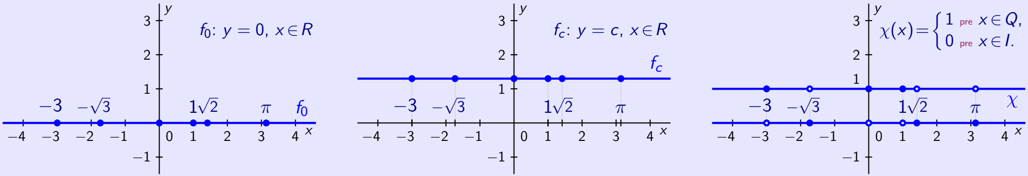
$\Rightarrow$
- Pre každé $m\in Z,\ m\neq 0$ je f periodická s periódou mp. [Periódami sú aj $-p,\ 2p,\ -2p,\ 3p,\ -3p,\ 4p,\ -4p,\ \ldots$]
- f je periodická s kladnou periódou $|p|>0$ a stačí ju vyšetrovať na (ľubovoľnom) intervale s dĺžkou $|p|$.
- f nemusí mať primitívnu periódu.

[Funkcia $y=1,\ x\in R$ je periodická, periódou je každé $p\in R,\ p\neq 0$. Primitívna perióda neexistuje.]

- Konštantná funkcia $f_0\colon y=0,\ x\in R$ je párna, je nepárna, je periodická.
- Konštantná funkcia $f_c\colon y=c,\ x\in R$, pre $c\in R,\ c\neq 0$, je párna, nie je nepárna, je periodická.

[Periódou (v oboch prípadoch) je každé $p\in R,\ p\neq 0$. Primitívna perióda neexistuje.]

- Dirichletova funkcia $y=\chi(x),\ x\in R$ je párna, nie je nepárna, je periodická.



Vlastnosti funkcií II – Vlastnosti periodickej funkcie

Funkcia $f\colon y=f(x),\ x\in D(f)$ je periodická s periódou $p\in R,\ p\neq 0$.

$\Rightarrow$

- Pre každé $m\in Z,\ m\neq 0$ je f periodická s periódou mp. [Periódami sú aj $-p, 2p, -2p, 3p, -3p, 4p, -4p, \ldots$]
- f je periodická s kladnou periódou $|p|>0$ a stačí ju vyšetrovať na (ľubovoľnom) intervale s dĺžkou $|p|$.
- f nemusí mať primitívnu periódu.

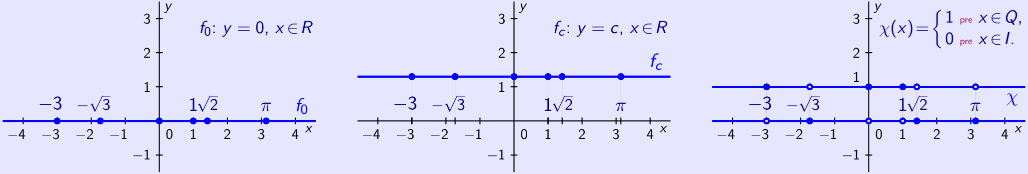
[Funkcia $y=1,\ x\in R$ je periodická, periódou je každé $p\in R,\ p\neq 0$. Primitívna perióda neexistuje.]

- Konštantná funkcia $f_0\colon y=0,\ x\in R$ je párna, je nepárna, je periodická.
- Konštantná funkcia $f_c\colon y=c,\ x\in R$, pre $c\in R,\ c\neq 0$, je párna, nie je nepárna, je periodická.

[Periódou (v oboch prípadoch) je každé $p\in R,\ p\neq 0$. Primitívna perióda neexistuje.]

- Dirichletova funkcia $y=\chi(x),\ x\in R$ je párna, nie je nepárna, je periodická.

[Periódou je každé $p\in Q,\ p\neq 0$. Primitívna perióda neexistuje.



Vlastnosti funkcií II – Vlastnosti periodickej funkcie

Funkcia $f\colon y=f(x),\ x\in D(f)$ je periodická s periódou $p\in R,\ p\neq 0$.

$\Rightarrow$
- Pre každé $m\in Z,\ m\neq 0$ je f periodická s periódou mp. [Periódami sú aj $-p,\ 2p,\ -2p,\ 3p,\ -3p,\ 4p,\ -4p,\ \ldots$]
- f je periodická s kladnou periódou $|p|>0$ a stačí ju vyšetrovať na (ľubovoľnom) intervale s dĺžkou $|p|$.
- f nemusí mať primitívnu periódu.

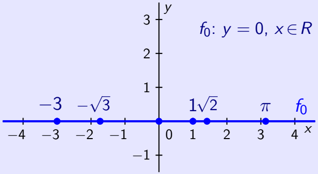
[Funkcia $y=1,\ x\in R$ je periodická, periódou je každé $p\in R,\ p\neq 0$. Primitívna perióda neexistuje.]

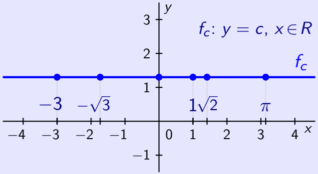
- Konštantná funkcia $f_0\colon y=0,\ x\in R$ je párna, je nepárna, je periodická.
- Konštantná funkcia $f_c\colon y=c,\ x\in R$, pre $c\in R,\ c\neq 0$, je párna, nie je nepárna, je periodická.

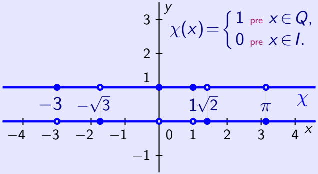
[Periódou (v oboch prípadoch) je každé $p\in R,\ p\neq 0$. Primitívna perióda neexistuje.]

- Dirichletova funkcia $y=\chi(x),\ x\in R$ je párna, nie je nepárna, je periodická.

[Periódou je každé $p\in Q,\ p\neq 0$. Primitívna perióda neexistuje. $p\notin I$, pretože súčet iracionálnych čísel môže byť racionálny, napr. $-\pi+\pi=0$.]







Vlastnosti funkcií II – Príklady

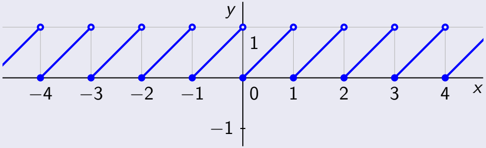
Funkcia $f\colon y = x - \lfloor x \rfloor,\ x \in R.$

Funkcia $f\colon y = (-1)^{\lfloor x \rfloor},\ x \in R.$

Vlastnosti funkcií II – Príklady

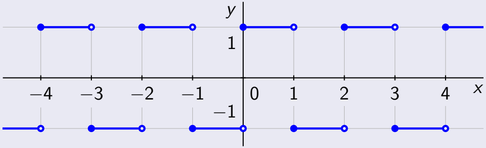
Funkcia $f\colon y = x - \lfloor x \rfloor,\ x \in R.$

- f nie je párna



Funkcia $f\colon y = (-1)^{\lfloor x \rfloor},\ x \in R.$

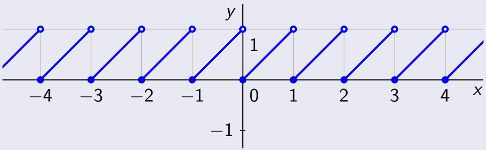
- f nie je párna



Vlastnosti funkcií II – Príklady

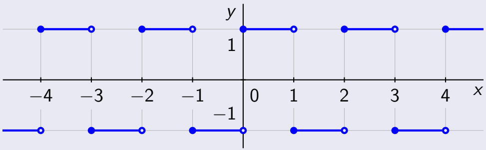
Funkcia $f\colon y = x - \lfloor x \rfloor,\ x \in R.$

- f nie je párna a nie je nepárna.



Funkcia $f\colon y = (-1)^{\lfloor x \rfloor},\ x \in R.$

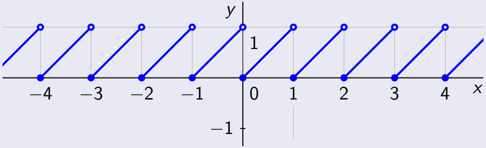
- f nie je párna a nie je nepárna.



Vlastnosti funkcií II – Príklady

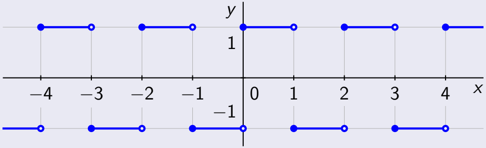
Funkcia $f\colon y = x - \lfloor x \rfloor,\ x \in R$.

- f nie je párna a nie je nepárna.
- f je periodická,



Funkcia $f\colon y = (-1)^{\lfloor x \rfloor},\ x \in R$.

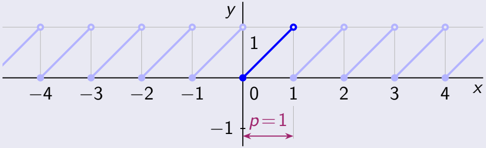
- f nie je párna a nie je nepárna.
- f je periodická,



Vlastnosti funkcií II – Príklady

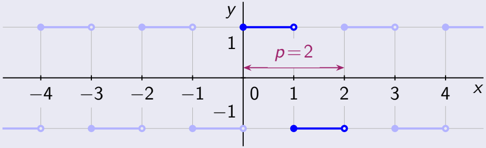
Funkcia $f\colon y = x - \lfloor x \rfloor,\ x \in R.$

- f nie je párna a nie je nepárna.
- f je periodická, primitívna perióda $p = 1$.



Funkcia $f\colon y = (-1)^{\lfloor x \rfloor},\ x \in R.$

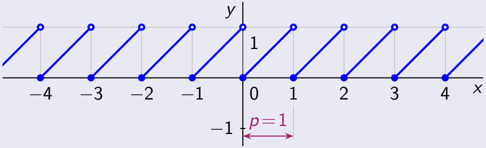
- f nie je párna a nie je nepárna.
- f je periodická, primitívna perióda $p = 2$.



Vlastnosti funkcií II – Príklady

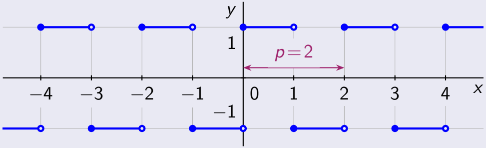
Funkcia $f\colon y = x - \lfloor x \rfloor,\ x \in R.$

- f nie je párna a nie je nepárna.
- f je periodická, primitívna perióda $p = 1$.



Funkcia $f\colon y = (-1)^{\lfloor x \rfloor},\ x \in R.$

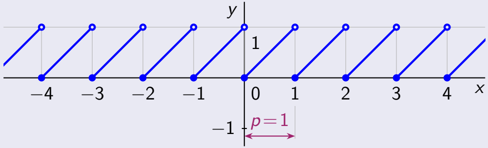
- f nie je párna a nie je nepárna.
- f je periodická, primitívna perióda $p = 2$.



Vlastnosti funkcií II – Príklady

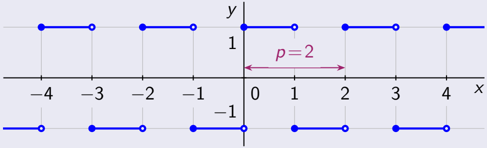
Funkcia $f\colon y = x - \lfloor x \rfloor,\ x \in R.$

- f nie je párna a nie je nepárna.
- f je periodická, primitívna perióda $p = 1$.



Funkcia $f\colon y = (-1)^{\lfloor x \rfloor},\ x \in R.$

- f nie je párna a nie je nepárna.
- f je periodická, primitívna perióda $p = 2$.



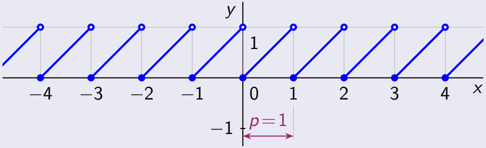
Funkcia $f\colon y = \sin x,\ x \in R.$

Funkcia $f\colon y = \cos x,\ x \in R.$

Vlastnosti funkcií II – Príklady

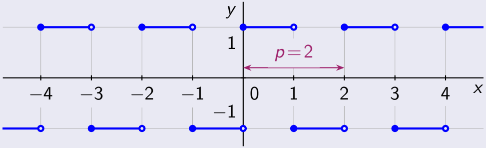
Funkcia $f\colon y = x - \lfloor x \rfloor,\ x \in R.$

- f nie je párna a nie je nepárna.
- f je periodická, primitívna perióda $p = 1$.



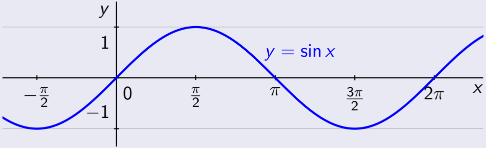
Funkcia $f\colon y = (-1)^{\lfloor x \rfloor},\ x \in R.$

- f nie je párna a nie je nepárna.
- f je periodická, primitívna perióda $p = 2$.



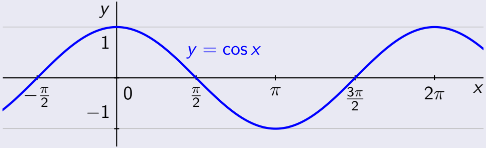
Funkcia $f\colon y = \sin x,\ x \in R.$

- f je nepárna.



Funkcia $f\colon y = \cos x,\ x \in R.$

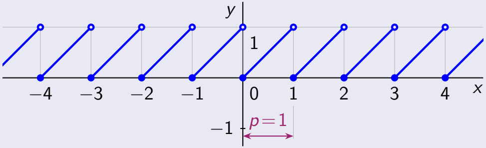
- f je párna.



Vlastnosti funkcií II – Príklady

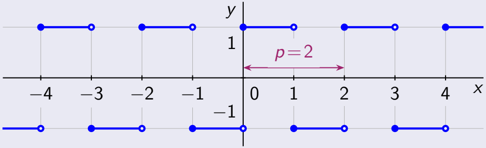
Funkcia $f\colon y = x - \lfloor x \rfloor,\ x \in R$.

- f nie je párna a nie je nepárna.
- f je periodická, primitívna perióda $p = 1$.



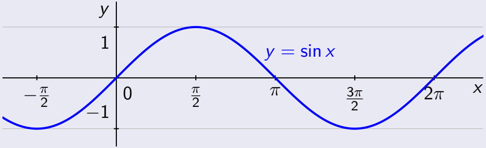
Funkcia $f\colon y = (-1)^{\lfloor x \rfloor},\ x \in R$.

- f nie je párna a nie je nepárna.
- f je periodická, primitívna perióda $p = 2$.



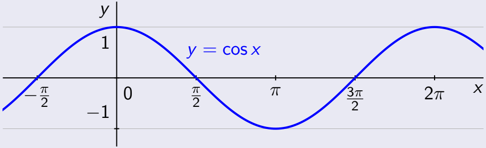
Funkcia $f\colon y = \sin x,\ x \in R$.

- f je nepárna.
- f je periodická,



Funkcia $f\colon y = \cos x,\ x \in R$.

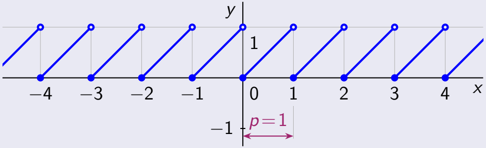
- f je párna.
- f je periodická,



Vlastnosti funkcií II – Príklady

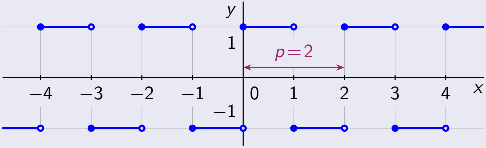
Funkcia $f\colon y = x - \lfloor x \rfloor,\ x \in R$.

- f nie je párna a nie je nepárna.
- f je periodická, primitívna perióda $p = 1$.



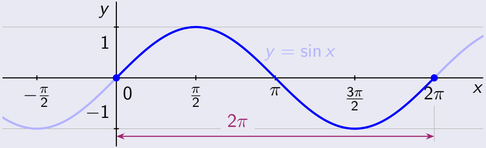
Funkcia $f\colon y = (-1)^{\lfloor x \rfloor},\ x \in R$.

- f nie je párna a nie je nepárna.
- f je periodická, primitívna perióda $p = 2$.



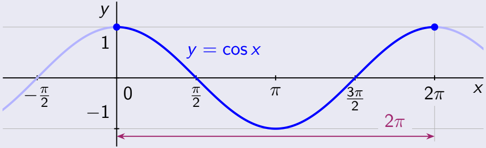
Funkcia $f\colon y = \sin x,\ x \in R$.

- f je nepárna.
- f je periodická, primitívna perióda 2π.



Funkcia $f\colon y = \cos x,\ x \in R$.

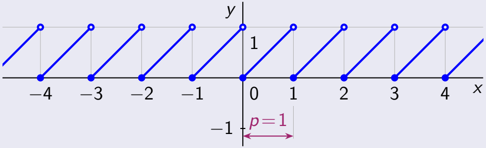
- f je párna.
- f je periodická, primitívna perióda 2π.



Vlastnosti funkcií II – Príklady

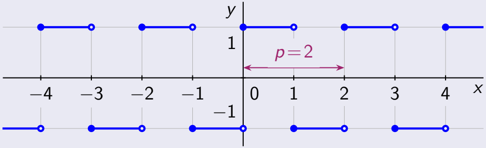
Funkcia $f\colon y = x - \lfloor x \rfloor,\ x \in R$.

- f nie je párna a nie je nepárna.
- f je periodická, primitívna perióda $p = 1$.



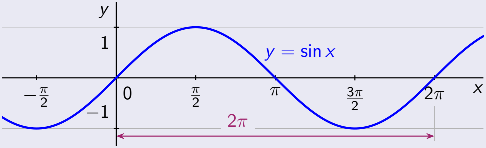
Funkcia $f\colon y = (-1)^{\lfloor x \rfloor},\ x \in R$.

- f nie je párna a nie je nepárna.
- f je periodická, primitívna perióda $p = 2$.



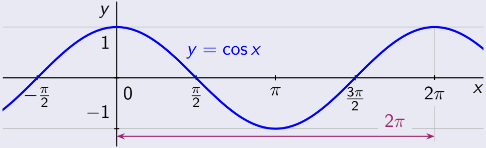
Funkcia $f\colon y = \sin x,\ x \in R$.

- f je nepárna.
- f je periodická, primitívna perióda 2π.



Funkcia $f\colon y = \cos x,\ x \in R$.

- f je párna.
- f je periodická, primitívna perióda 2π.



Vlastnosti funkcií II – Konvexnosť a konkávnosť na intervale

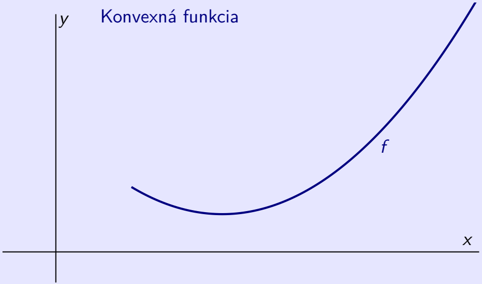
Funkcia $f\colon y = f(x),\ x \in D(f)$, sa nazýva na intervale $I \subset D(f)$:

Vlastnosti funkcií II – Konvexnosť a konkávnosť na intervale

Funkcia $f\colon y = f(x),\ x \in D(f)$, sa nazýva na intervale $I \subset D(f)$:

- Konvexná,

- Rýdzo (ostro) konvexná,

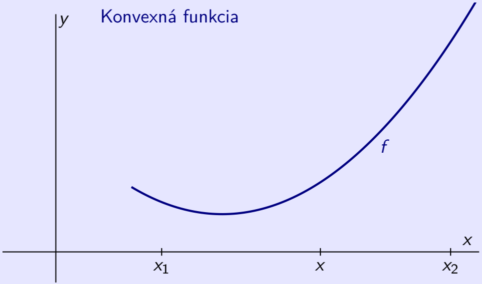


Vlastnosti funkcií II – Konvexnosť a konkávnosť na intervale

Funkcia $f\colon y = f(x)$, $x \in D(f)$, sa nazýva na intervale $I \subset D(f)$:

- Konvexná, $\}$ ak pre všetky $x, x_1, x_2 \in I$,

- Rýdzo (ostro) konvexná, $\}$ ak pre všetky $x, x_1, x_2 \in I$,

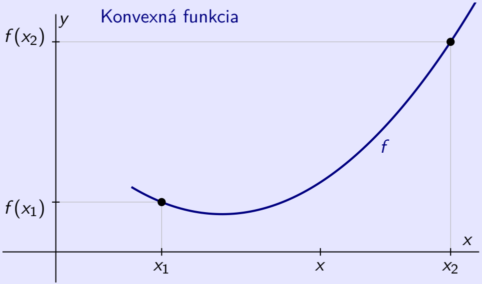


Vlastnosti funkcií II – Konvexnosť a konkávnosť na intervale

Funkcia $f\colon y = f(x)$, $x \in D(f)$, sa nazýva na intervale $I \subset D(f)$:

- Konvexná, $\Big\}$ ak pre všetky $x, x_1, x_2 \in I$, $x_1 < x < x_2$

- Rýdzo (ostro) konvexná, $\Big\}$ ak pre všetky $x, x_1, x_2 \in I$, $x_1 < x < x_2$



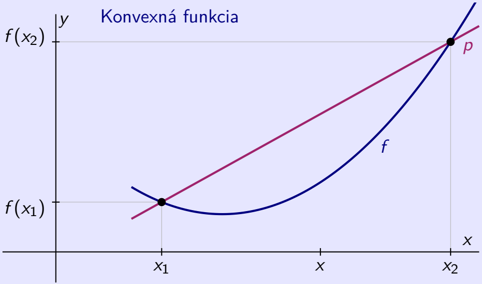
Vlastnosti funkcií II – Konvexnosť a konkávnosť na intervale

Funkcia $f\colon y = f(x)$, $x \in D(f)$, sa nazýva na intervale $I \subset D(f)$:

- Konvexná, $\Big\}$ ak pre všetky $x, x_1, x_2 \in I$, $x_1 < x < x_2$ platí

- Rýdzo (ostro) konvexná, $\Big\}$ ak pre všetky $x, x_1, x_2 \in I$, $x_1 < x < x_2$ platí

[Priamka p spája body $[x_1; f(x_1)]$, $[x_2; f(x_2)]$.]



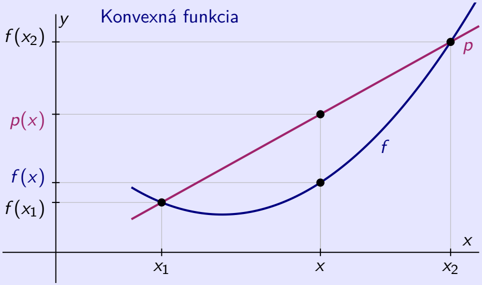
Vlastnosti funkcií II – Konvexnosť a konkávnosť na intervale

Funkcia $f\colon y = f(x),\ x \in D(f)$, sa nazýva na intervale $I \subset D(f)$:

- Konvexná, $\Big\}$ ak pre všetky $x, x_1, x_2 \in I,\ x_1 < x < x_2$ platí $\Big\{ f(x) \leq p(x).$
- Rýdzo (ostro) konvexná, $\Big\}$ ak pre všetky $x, x_1, x_2 \in I,\ x_1 < x < x_2$ platí $\Big\{ f(x) < p(x).$

$p(x) = f(x_1)\frac{x_2 - x}{x_2 - x_1} + f(x_2)\frac{x - x_1}{x_2 - x_1}.$

[Priamka p spája body $[x_1; f(x_1)]$, $[x_2; f(x_2)]$.]



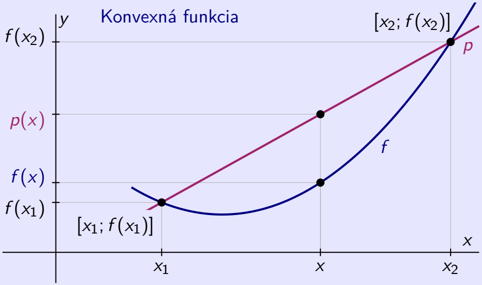
Vlastnosti funkcií II – Konvexnosť a konkávnosť na intervale

Funkcia $f\colon y = f(x),\ x \in D(f)$, sa nazýva na intervale $I \subset D(f)$:

- Konvexná, ak pre všetky $x, x_1, x_2 \in I,\ x_1 < x < x_2$ platí $f(x) \le p(x)$.
- Rýdzo (ostro) konvexná, ak pre všetky $x, x_1, x_2 \in I,\ x_1 < x < x_2$ platí $f(x) < p(x)$.

$p(x) = f(x_1)\frac{x_2 - x}{x_2 - x_1} + f(x_2)\frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$.

[Priamka p spája body $[x_1; f(x_1)]$, $[x_2; f(x_2)]$.]



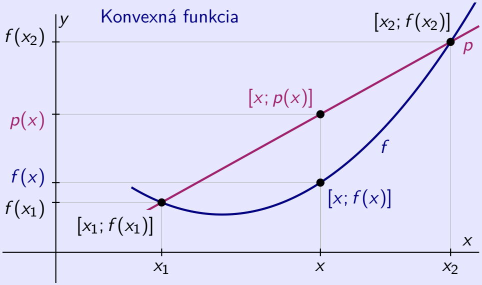
Vlastnosti funkcií II – Konvexnosť a konkávnosť na intervale

Funkcia $f\colon y = f(x),\ x \in D(f)$, sa nazýva na intervale $I \subset D(f)$:

- Konvexná, ak pre všetky $x, x_1, x_2 \in I,\ x_1 < x < x_2$ platí $f(x) \leq p(x)$.
- Rýdzo (ostro) konvexná, ak pre všetky $x, x_1, x_2 \in I,\ x_1 < x < x_2$ platí $f(x) < p(x)$.

$p(x) = f(x_1)\frac{x_2 - x}{x_2 - x_1} + f(x_2)\frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$.

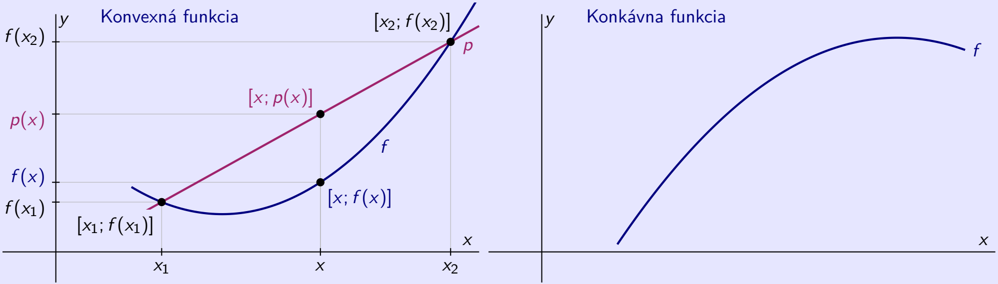
[Priamka p spája body $[x_1; f(x_1)]$, $[x_2; f(x_2)]$.]



Vlastnosti funkcií II – Konvexnosť a konkávnosť na intervale

Funkcia $f\colon y = f(x),\ x \in D(f)$, sa nazýva na intervale $I \subset D(f)$:

- Konkávna,
- Rýdzo (ostro) konkávna,

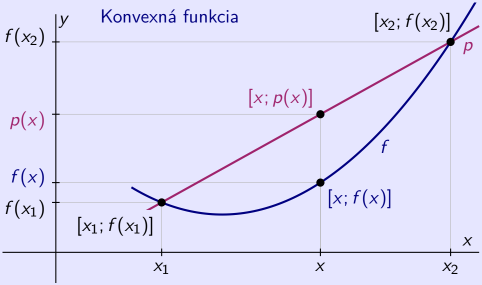


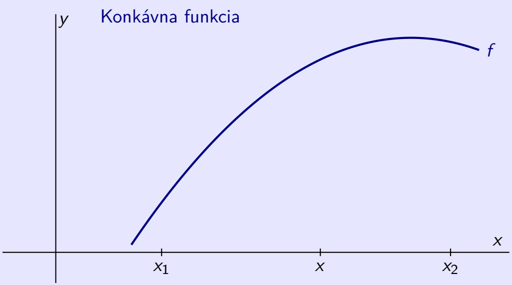
Vlastnosti funkcií II – Konvexnosť a konkávnosť na intervale

Funkcia $f\colon y = f(x)$, $x \in D(f)$, sa nazýva na intervale $I \subset D(f)$:

- Konkávna, $\Big\}$ ak pre všetky $x, x_1, x_2 \in I$,

- Rýdzo (ostro) konkávna, $\Big\}$ ak pre všetky $x, x_1, x_2 \in I$,

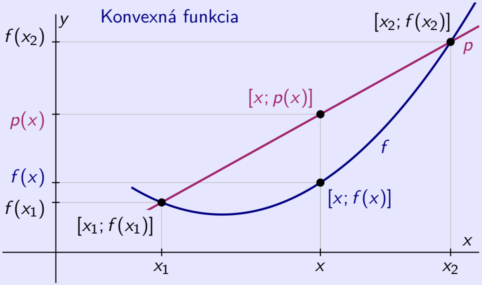


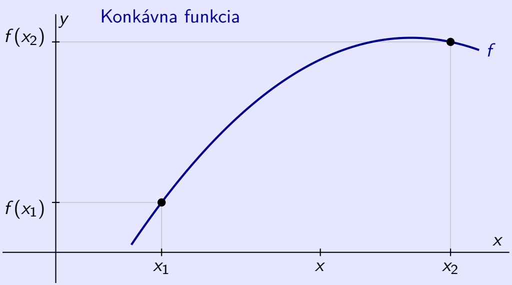


Vlastnosti funkcií II – Konvexnosť a konkávnosť na intervale

Funkcia $f\colon y = f(x),\ x \in D(f)$, sa nazýva na intervale $I \subset D(f)$:

- Konkávna, $\Big\}$ ak pre všetky $x, x_1, x_2 \in I,\ x_1 < x < x_2$
- Rýdzo (ostro) konkávna, $\Big\}$ ak pre všetky $x, x_1, x_2 \in I,\ x_1 < x < x_2$



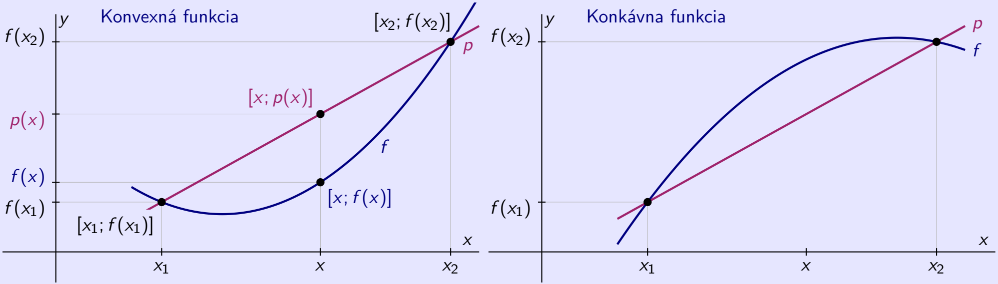


Vlastnosti funkcií II – Konvexnosť a konkávnosť na intervale

Funkcia $f\colon y = f(x)$, $x \in D(f)$, sa nazýva na intervale $I \subset D(f)$:

- Konkávna, } ak pre všetky $x, x_1, x_2 \in I$, $x_1 < x < x_2$ platí
- Rýdzo (ostro) konkávna, } ak pre všetky $x, x_1, x_2 \in I$, $x_1 < x < x_2$ platí

[Priamka p spája body $[x_1; f(x_1)]$, $[x_2; f(x_2)]$.]



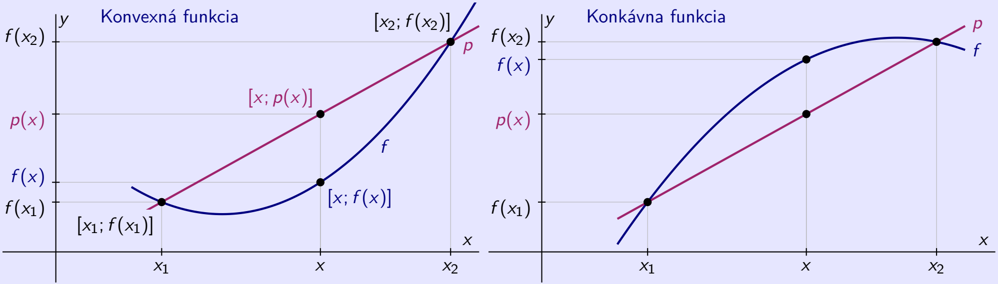
Vlastnosti funkcií II – Konvexnosť a konkávnosť na intervale

Funkcia $f\colon y=f(x),\ x\in D(f)$, sa nazýva na intervale $I\subset D(f)$:

- Konkávna, ak pre všetky $x, x_1, x_2 \in I,\ x_1 < x < x_2$ platí $f(x) \geq p(x)$.
- Rýdzo (ostro) konkávna, ak pre všetky $x, x_1, x_2 \in I,\ x_1 < x < x_2$ platí $f(x) > p(x)$.

$p(x) = f(x_1)\frac{x_2-x}{x_2-x_1} + f(x_2)\frac{x-x_1}{x_2-x_1}$.

[Priamka p spája body $[x_1; f(x_1)]$, $[x_2; f(x_2)]$.]



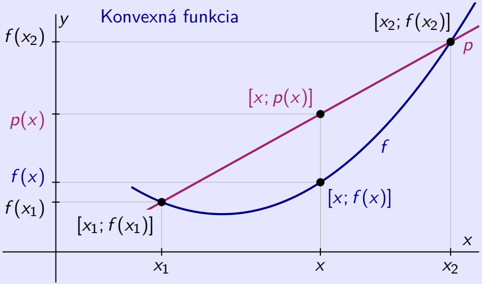
Vlastnosti funkcií II – Konvexnosť a konkávnosť na intervale

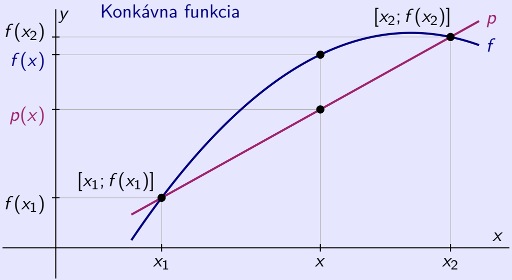
Funkcia $f\colon y = f(x)$, $x \in D(f)$, sa nazýva na intervale $I \subset D(f)$:

- Konkávna, $\Big\}$ ak pre všetky $x, x_1, x_2 \in I$, $x_1 < x < x_2$ platí $\Big\{ f(x) \geq p(x)$.
- Rýdzo (ostro) konkávna, $\Big\}$ ak pre všetky $x, x_1, x_2 \in I$, $x_1 < x < x_2$ platí $\Big\{ f(x) > p(x)$.

$p(x) = f(x_1)\frac{x_2 - x}{x_2 - x_1} + f(x_2)\frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$.

[Priamka p spája body $[x_1; f(x_1)]$, $[x_2; f(x_2)]$.]





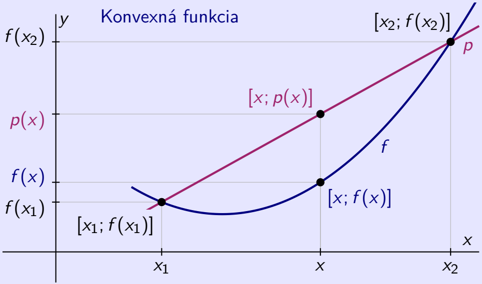
Vlastnosti funkcií II – Konvexnosť a konkávnosť na intervale

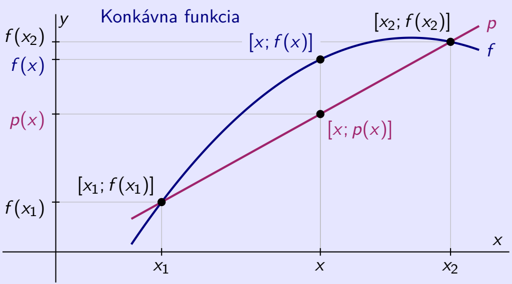
Funkcia $f\colon y = f(x),\ x \in D(f)$, sa nazýva na intervale $I \subset D(f)$:

- Konkávna, ak pre všetky $x, x_1, x_2 \in I,\ x_1 < x < x_2$ platí $f(x) \geq p(x)$.
- Rýdzo (ostro) konkávna, ak pre všetky $x, x_1, x_2 \in I,\ x_1 < x < x_2$ platí $f(x) > p(x)$.

$p(x) = f(x_1)\frac{x_2-x}{x_2-x_1} + f(x_2)\frac{x-x_1}{x_2-x_1}$.

[Priamka p spája body $[x_1; f(x_1)]$, $[x_2; f(x_2)]$.]





Vlastnosti funkcií II – Konvexnosť a konkávnosť na intervale

Funkcia $f\colon y = f(x),\ x \in D(f)$, sa nazýva na intervale $I \subset D(f)$:

- Konvexná,
- Konkávna,

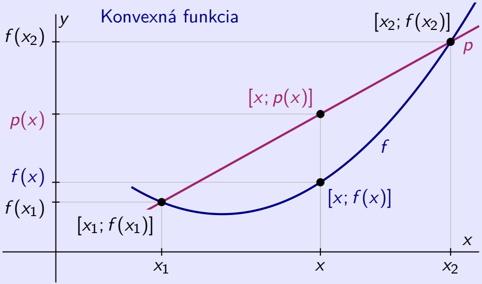
ak pre všetky $x, x_1, x_2 \in I,\ x_1 < x < x_2$ platí $\begin{cases} f(x) \leq p(x). \\ f(x) \geq p(x). \end{cases}$

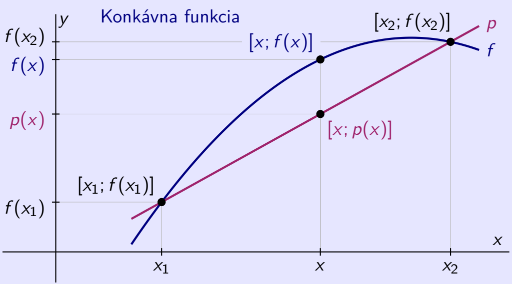
- Rýdzo (ostro) konvexná,
- Rýdzo (ostro) konkávna,

ak pre všetky $x, x_1, x_2 \in I,\ x_1 < x < x_2$ platí $\begin{cases} f(x) < p(x). \\ f(x) > p(x). \end{cases}$

$p(x) = f(x_1)\frac{x_2 - x}{x_2 - x_1} + f(x_2)\frac{x - x_1}{x_2 - x_1}.$

[Priamka p spája body $[x_1; f(x_1)]$, $[x_2; f(x_2)]$.]





Vlastnosti funkcií II – Konvexnosť a konkávnosť na intervale

Funkcia $f\colon y = f(x),\ x \in D(f)$, sa nazýva na intervale $I \subset D(f)$:

- Konvexná,
- Konkávna,

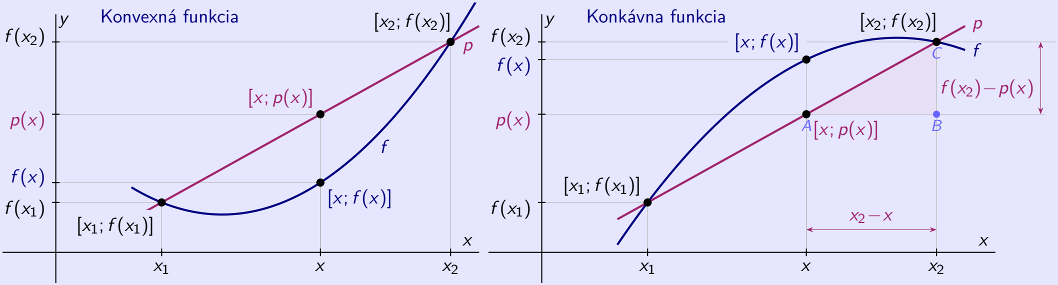
ak pre všetky $x, x_1, x_2 \in I,\ x_1 < x < x_2$ platí $\begin{cases} f(x) \leq p(x). \\ f(x) \geq p(x). \end{cases}$

- Rýdzo (ostro) konvexná,
- Rýdzo (ostro) konkávna,

ak pre všetky $x, x_1, x_2 \in I,\ x_1 < x < x_2$ platí $\begin{cases} f(x) < p(x). \\ f(x) > p(x). \end{cases}$

- Trojuholníky ABC, $|BC| : |AB| = \frac{f(x_2)-p(x)}{x_2-x}$

[Priamka p spája body $[x_1; f(x_1)]$, $[x_2; f(x_2)]$.]



Vlastnosti funkcií II – Konvexnosť a konkávnosť na intervale

Funkcia $f\colon y = f(x)$, $x \in D(f)$, sa nazýva na intervale $I \subset D(f)$:

- Konvexná,
- Konkávna,

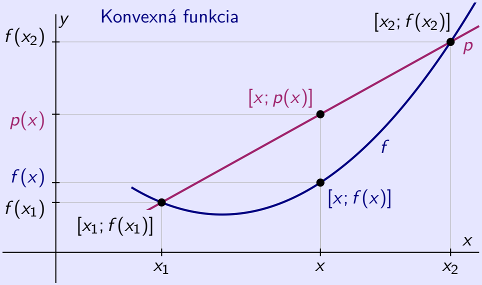
ak pre všetky $x, x_1, x_2 \in I$, $x_1 < x < x_2$ platí $\begin{cases} f(x) \leq p(x). \\ f(x) \geq p(x). \end{cases}$

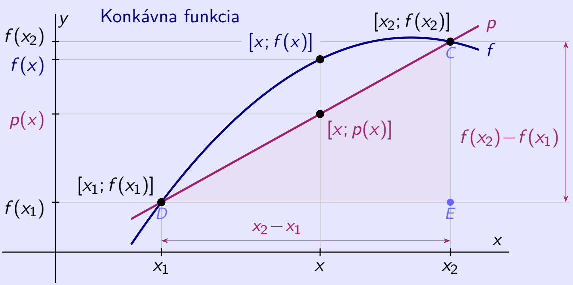
- Rýdzo (ostro) konvexná,
- Rýdzo (ostro) konkávna,

ak pre všetky $x, x_1, x_2 \in I$, $x_1 < x < x_2$ platí $\begin{cases} f(x) < p(x). \\ f(x) > p(x). \end{cases}$

- Trojuholníky ABC, DEC $\quad |BC| : |AB| = \frac{f(x_2)-p(x)}{x_2-x}$ $\quad |EC| : |DE| = \frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}$

[Priamka p spája body $[x_1; f(x_1)]$, $[x_2; f(x_2)]$.]





Vlastnosti funkcií II – Konvexnosť a konkávnosť na intervale

Funkcia $f\colon y=f(x),\ x\in D(f)$, sa nazýva na intervale $I\subset D(f)$:

- Konvexná,
- Konkávna,

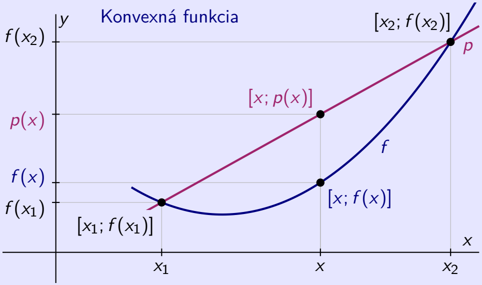
ak pre všetky $x, x_1, x_2 \in I,\ x_1 < x < x_2$ platí $\begin{cases} f(x) \le p(x). \\ f(x) \ge p(x). \end{cases}$

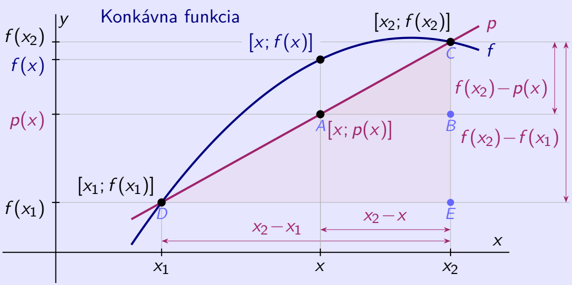
- Rýdzo (ostro) konvexná,
- Rýdzo (ostro) konkávna,

ak pre všetky $x, x_1, x_2 \in I,\ x_1 < x < x_2$ platí $\begin{cases} f(x) < p(x). \\ f(x) > p(x). \end{cases}$

- Trojuholníky ABC, DEC sú podobné: $|BC| : |AB| = \frac{f(x_2)-p(x)}{x_2-x} = |EC| : |DE| = \frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}$.

[Priamka p spája body $[x_1; f(x_1)]$, $[x_2; f(x_2)]$.]





Vlastnosti funkcií II – Konvexnosť a konkávnosť na intervale

Funkcia $f\colon y = f(x),\ x \in D(f)$, sa nazýva na intervale $I \subset D(f)$:

- Konvexná,
- Konkávna,

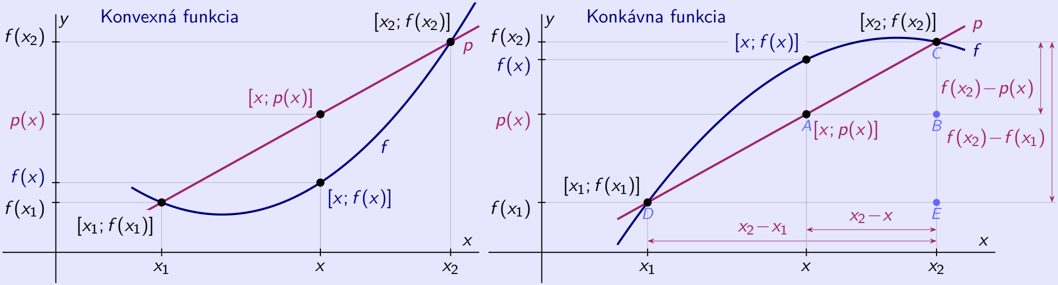
ak pre všetky $x, x_1, x_2 \in I,\ x_1 < x < x_2$ platí $\begin{cases} f(x) \leq p(x). \\ f(x) \geq p(x). \end{cases}$

- Rýdzo (ostro) konvexná,
- Rýdzo (ostro) konkávna,

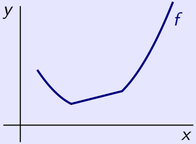
ak pre všetky $x, x_1, x_2 \in I,\ x_1 < x < x_2$ platí $\begin{cases} f(x) < p(x). \\ f(x) > p(x). \end{cases}$

- Trojuholníky ABC, DEC sú podobné: $|BC| : |AB| = \frac{f(x_2)-p(x)}{x_2-x} = |EC| : |DE| = \frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}$. $\Rightarrow$
- $p(x) = f(x_1)\frac{x_2-x}{x_2-x_1} + f(x_2)\frac{x-x_1}{x_2-x_1}$.

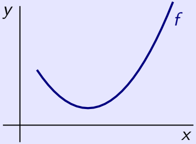
[Priamka p spája body $[x_1; f(x_1)]$, $[x_2; f(x_2)]$.]



Vlastnosti funkcií II – Konvexnosť a konkávnosť v bode

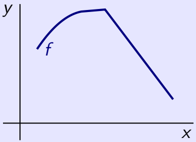


konvexná

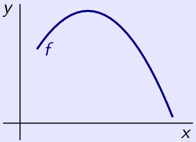


rýdzo konvexná

Vlastnosti funkcií II – Konvexnosť a konkávnosť v bode

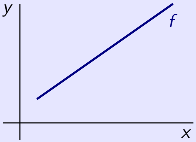


konkávna



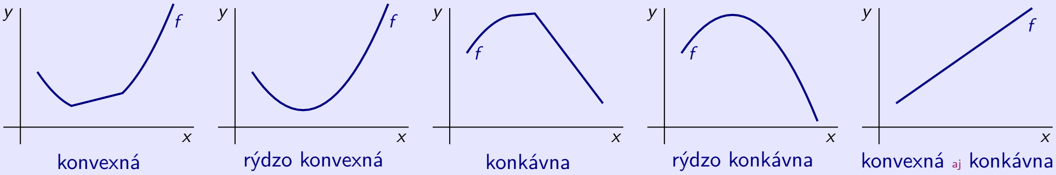
rýdzo konkávna

Vlastnosti funkcií II – Konvexnosť a konkávnosť v bode

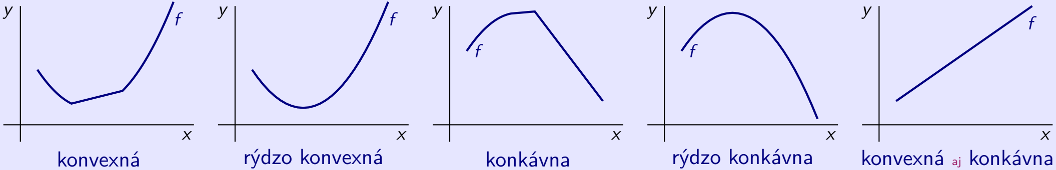


konvexná aj konkávna

Vlastnosti funkcií II – Konvexnosť a konkávnosť v bode

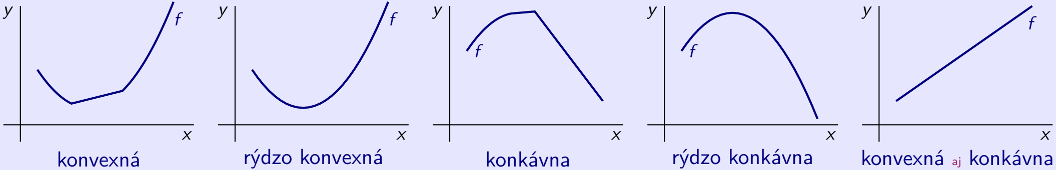


Vlastnosti funkcií II – Konvexnosť a konkávnosť v bode



Funkcia $f\colon y = f(x),\ x \in D(f)$ je na intervale $I \subset D(f)$:

Vlastnosti funkcií II – Konvexnosť a konkávnosť v bode

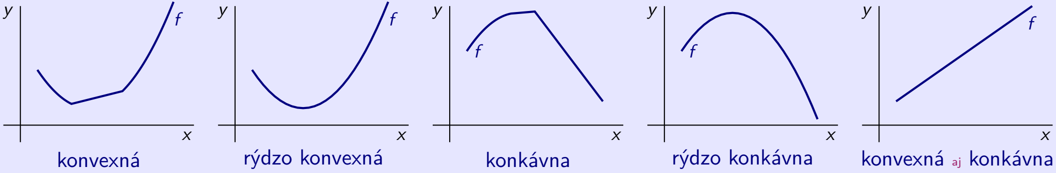


Funkcia $f\colon y = f(x),\ x \in D(f)$ je na intervale $I \subset D(f)$:

- Konvexná.

- Konkávna.

Vlastnosti funkcií II – Konvexnosť a konkávnosť v bode

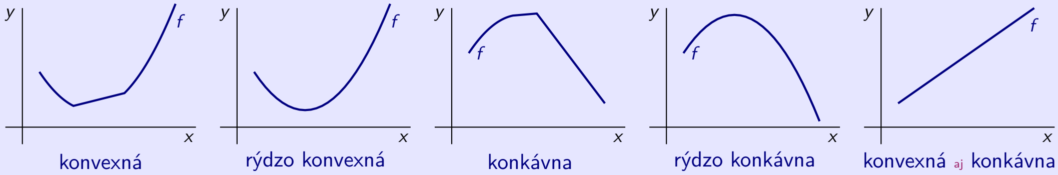


Funkcia $f\colon y = f(x),\ x \in D(f)$ je na intervale $I \subset D(f)$:

- Konvexná. $\Leftrightarrow$ • Pre všetky $x_1, x_2 \in I,\ x_1 \neq x_2,\ p \in (0;1),\ q = 1-p$

- Konkávna. $\Leftrightarrow$ • Pre všetky $x_1, x_2 \in I,\ x_1 \neq x_2,\ p \in (0;1),\ q = 1-p$

Vlastnosti funkcií II – Konvexnosť a konkávnosť v bode

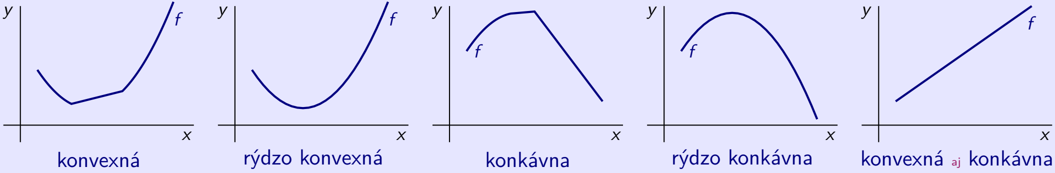


Funkcia $f\colon y = f(x)$, $x \in D(f)$ je na intervale $I \subset D(f)$:

- Konvexná. $\Leftrightarrow$ • Pre všetky $x_1, x_2 \in I$, $x_1 \neq x_2$, $p \in (0;1)$, $q = 1-p$ platí $f(px_1 + qx_2) \leq pf(x_1) + qf(x_2)$.

- Konkávna. $\Leftrightarrow$ • Pre všetky $x_1, x_2 \in I$, $x_1 \neq x_2$, $p \in (0;1)$, $q = 1-p$ platí $f(px_1 + qx_2) \geq pf(x_1) + qf(x_2)$.

Vlastnosti funkcií II – Konvexnosť a konkávnosť v bode

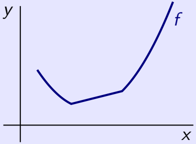


Funkcia $f\colon y = f(x)$, $x \in D(f)$ je na intervale $I \subset D(f)$:

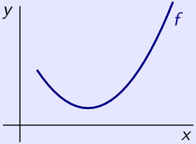
- Konvexná. $\Leftrightarrow$ • Pre všetky $x_1, x_2 \in I$, $x_1 \neq x_2$, $p \in (0;1)$, $q = 1-p$ platí $f(px_1 + qx_2) \leq pf(x_1) + qf(x_2)$.
- Konkávna. $\Leftrightarrow$ • Pre všetky $x_1, x_2 \in I$, $x_1 \neq x_2$, $p \in (0;1)$, $q = 1-p$ platí $f(px_1 + qx_2) \geq pf(x_1) + qf(x_2)$.

Funkcia $f\colon y = f(x)$, $x \in D(f)$ sa nazýva v bode $c \in D(f)$:

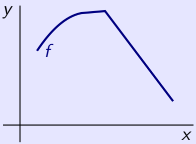
Vlastnosti funkcií II – Konvexnosť a konkávnosť v bode



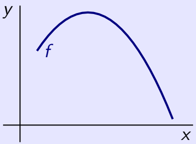
konvexná



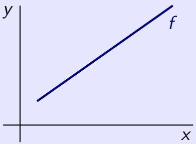
rýdzo konvexná



konkávna



rýdzo konkávna



konvexná aj konkávna

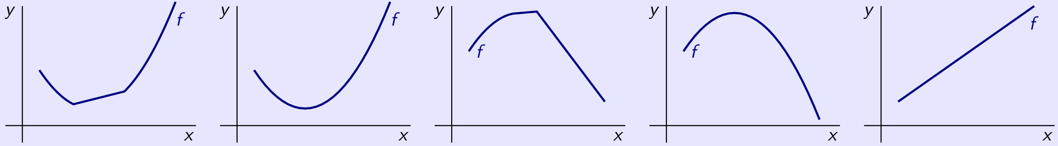
Funkcia $f\colon y = f(x),\ x \in D(f)$ je na intervale $I \subset D(f)$:

- Konvexná. $\Leftrightarrow$ • Pre všetky $x_1, x_2 \in I,\ x_1 \neq x_2,\ p \in (0;1),\ q = 1-p$
  platí $f(px_1 + qx_2) \leq pf(x_1) + qf(x_2)$.
- Konkávna. $\Leftrightarrow$ • Pre všetky $x_1, x_2 \in I,\ x_1 \neq x_2,\ p \in (0;1),\ q = 1-p$
  platí $f(px_1 + qx_2) \geq pf(x_1) + qf(x_2)$.

Funkcia $f\colon y = f(x),\ x \in D(f)$ sa nazýva v bode $c \in D(f)$:

- Rýdzo konvexná,
- Rýdzo konkávna,

Vlastnosti funkcií II – Konvexnosť a konkávnosť v bode



konvexná | rýdzo konvexná | konkávna | rýdzo konkávna | konvexná aj konkávna

Funkcia $f\colon y=f(x),\ x\in D(f)$ je na intervale $I\subset D(f)$:

- Konvexná. $\Leftrightarrow$ • Pre všetky $x_1, x_2\in I,\ x_1\neq x_2,\ p\in(0;1),\ q=1-p$ platí $f(px_1+qx_2)\leq pf(x_1)+qf(x_2)$.

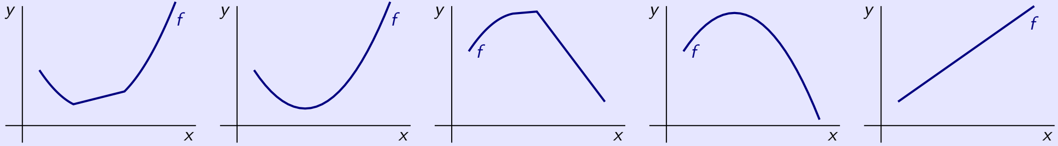
- Konkávna. $\Leftrightarrow$ • Pre všetky $x_1, x_2\in I,\ x_1\neq x_2,\ p\in(0;1),\ q=1-p$ platí $f(px_1+qx_2)\geq pf(x_1)+qf(x_2)$.

Funkcia $f\colon y=f(x),\ x\in D(f)$ sa nazýva v bode $c\in D(f)$:

- Rýdzo konvexná,
- Rýdzo konkávna,

} ak existuje okolie $O(c)$, v ktorom je funkcia f

Vlastnosti funkcií II – Konvexnosť a konkávnosť v bode



konvexná | rýdzo konvexná | konkávna | rýdzo konkávna | konvexná aj konkávna

Funkcia $f\colon y = f(x),\ x \in D(f)$ je na intervale $I \subset D(f)$:

- Konvexná. $\Leftrightarrow$ • Pre všetky $x_1, x_2 \in I,\ x_1 \neq x_2,\ p \in (0;1),\ q = 1 - p$ platí $f(px_1 + qx_2) \leq pf(x_1) + qf(x_2)$.

- Konkávna. $\Leftrightarrow$ • Pre všetky $x_1, x_2 \in I,\ x_1 \neq x_2,\ p \in (0;1),\ q = 1 - p$ platí $f(px_1 + qx_2) \geq pf(x_1) + qf(x_2)$.

Funkcia $f\colon y = f(x),\ x \in D(f)$ sa nazýva v bode $c \in D(f)$:

- Rýdzo konvexná,
- Rýdzo konkávna,

$\Bigg\}$ ak existuje okolie $O(c)$, v ktorom je funkcia f $\Bigg\{$ rýdzo konvexná. / rýdzo konkávna.

Vlastnosti funkcií II – Inflexný bod a príklady

Funkcia $f\colon y = f(x)$, $x \in D(f)$, bod $c \in D(f)$.

Vlastnosti funkcií II – Inflexný bod a príklady

Funkcia $f\colon y = f(x),\ x \in D(f)$, bod $c \in D(f)$.

Funkcia f má **inflexiu** v bode c (bod c sa nazýva **inflexný**),

Vlastnosti funkcií II – Inflexný bod a príklady

Funkcia $f\colon y = f(x)$, $x \in D(f)$, bod $c \in D(f)$.

Funkcia f má **inflexiu** v bode c (bod c sa nazýva **inflexný**), ak existuje okolie $O(c)$,

Vlastnosti funkcií II – Inflexný bod a príklady

Funkcia $f\colon y = f(x)$, $x \in D(f)$, bod $c \in D(f)$.

Funkcia f má **inflexiu** v bode c (bod c sa nazýva **inflexný**), ak existuje okolie $O(c)$, také, že

- v intervale $O^-(c)$ je f rýdzo konvexná a v intervale $O^+(c)$ je f rýdzo konkávna,

---

[V bode c sa mení rýdza konvexnosť na rýdzu konkávnosť,

Vlastnosti funkcií II – Inflexný bod a príklady

Funkcia $f\colon y=f(x),\ x\in D(f)$, bod $c\in D(f)$.

Funkcia f má **inflexiu** v bode c (bod c sa nazýva **inflexný**), ak existuje okolie $O(c)$, také, že

- v intervale $O^-(c)$ je f rýdzo konvexná a v intervale $O^+(c)$ je f rýdzo konkávna,

resp.

- v intervale $O^-(c)$ je f rýdzo konkávna a v intervale $O^+(c)$ je f rýdzo konvexná.

[V bode c sa mení rýdza konvexnosť na rýdzu konkávnosť, resp. sa mení rýdza konkávnosť na rýdzu konvexnosť.]

Vlastnosti funkcií II – Inflexný bod a príklady

Funkcia $f\colon y = f(x),\ x \in D(f)$, bod $c \in D(f)$.

Funkcia f má **inflexiu** v bode c (bod c sa nazýva **inflexný**), ak existuje okolie $O(c)$, také, že

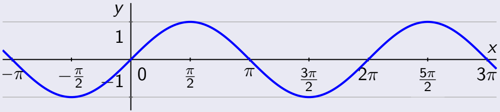
- v intervale $O^-(c)$ je f rýdzo konvexná a v intervale $O^+(c)$ je f rýdzo konkávna,

resp.

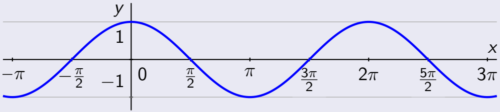
- v intervale $O^-(c)$ je f rýdzo konkávna a v intervale $O^+(c)$ je f rýdzo konvexná.

[V bode c sa mení rýdza konvexnosť na rýdzu konkávnosť, resp. sa mení rýdza konkávnosť na rýdzu konvexnosť.]

Funkcia $f\colon y = \sin x,\ x \in R$.



Funkcia $f\colon y = \cos x,\ x \in R$.



Vlastnosti funkcií II – Inflexný bod a príklady

Funkcia $f\colon y = f(x),\ x \in D(f)$, bod $c \in D(f)$.

Funkcia f má **inflexiu** v bode c (bod c sa nazýva **inflexný**), ak existuje okolie $O(c)$, také, že

- v intervale $O^-(c)$ je f rýdzo konvexná a v intervale $O^+(c)$ je f rýdzo konkávna,

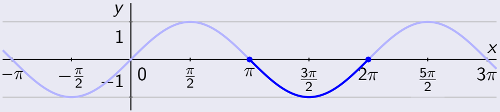
resp.
- v intervale $O^-(c)$ je f rýdzo konkávna a v intervale $O^+(c)$ je f rýdzo konvexná.

[V bode c sa mení rýdza konvexnosť na rýdzu konkávnosť, resp. sa mení rýdza konkávnosť na rýdzu konvexnosť.]

Funkcia $f\colon y = \sin x,\ x \in R$.

- f je rýdzo konvexná

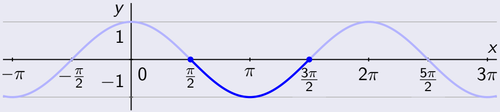
na intervale $\langle \pi ; 2\pi \rangle$.



Funkcia $f\colon y = \cos x,\ x \in R$.

- f je rýdzo konvexná

na intervale $\left\langle \frac{\pi}{2} ; \frac{3\pi}{2} \right\rangle$.



Vlastnosti funkcií II – Inflexný bod a príklady

Funkcia $f\colon y=f(x)$, $x\in D(f)$, bod $c\in D(f)$.

Funkcia f má **inflexiu** v bode c (bod c sa nazýva **inflexný**), ak existuje okolie $O(c)$, také, že

- v intervale $O^-(c)$ je f rýdzo konvexná a v intervale $O^+(c)$ je f rýdzo konkávna,

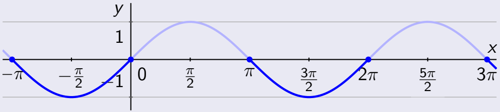
resp.

- v intervale $O^-(c)$ je f rýdzo konkávna a v intervale $O^+(c)$ je f rýdzo konvexná.

[V bode c sa mení rýdza konvexnosť na rýdzu konkávnosť, resp. sa mení rýdza konkávnosť na rýdzu konvexnosť.]

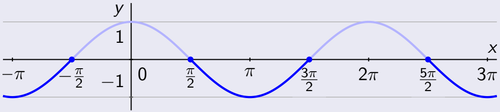
Funkcia $f\colon y=\sin x$, $x\in R$.

- f je rýdzo konvexná na intervaloch $\langle \pi+2k\pi; 2\pi+2k\pi\rangle$, $k\in Z$.



Funkcia $f\colon y=\cos x$, $x\in R$.

- f je rýdzo konvexná na intervaloch $\langle \frac{3\pi}{2}+2k\pi; \frac{\pi}{2}+2k\pi\rangle$, $k\in Z$.



Vlastnosti funkcií II – Inflexný bod a príklady

Funkcia $f\colon y=f(x)$, $x\in D(f)$, bod $c\in D(f)$.

Funkcia f má **inflexiu** v bode c (bod c sa nazýva **inflexný**), ak existuje okolie $O(c)$, také, že

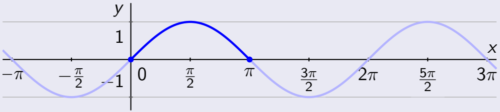
- v intervale $O^-(c)$ je f rýdzo konvexná a v intervale $O^+(c)$ je f rýdzo konkávna,

resp.
- v intervale $O^-(c)$ je f rýdzo konkávna a v intervale $O^+(c)$ je f rýdzo konvexná.

[V bode c sa mení rýdza konvexnosť na rýdzu konkávnosť, resp. sa mení rýdza konkávnosť na rýdzu konvexnosť.]

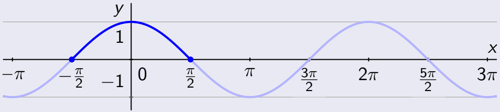
Funkcia $f\colon y=\sin x$, $x\in R$.

- f je rýdzo konvexná na intervaloch $\langle \pi+2k\pi; 2\pi+2k\pi\rangle$, $k\in Z$.
- f je rýdzo konkávna na intervale $\langle 0;\pi\rangle$.



Funkcia $f\colon y=\cos x$, $x\in R$.

- f je rýdzo konvexná na intervaloch $\langle \frac{3\pi}{2}+2k\pi; \frac{\pi}{2}+2k\pi\rangle$, $k\in Z$.
- f je rýdzo konkávna na intervale $\langle -\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\rangle$.



Vlastnosti funkcií II – Inflexný bod a príklady

Funkcia $f\colon y=f(x),\ x\in D(f)$, bod $c\in D(f)$.

Funkcia f má **inflexiu** v bode c (bod c sa nazýva **inflexný**), ak existuje okolie $O(c)$, také, že

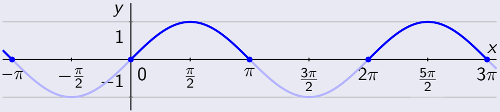
- v intervale $O^-(c)$ je f rýdzo konvexná a v intervale $O^+(c)$ je f rýdzo konkávna,

resp.
- v intervale $O^-(c)$ je f rýdzo konkávna a v intervale $O^+(c)$ je f rýdzo konvexná.

[V bode c sa mení rýdza konvexnosť na rýdzu konkávnosť, resp. sa mení rýdza konkávnosť na rýdzu konvexnosť.]

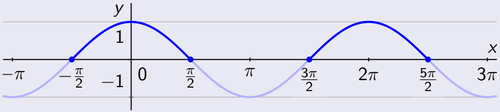
Funkcia $f\colon y=\sin x,\ x\in R$.

- f je rýdzo konvexná na intervaloch $\langle \pi+2k\pi; 2\pi+2k\pi\rangle,\ k\in Z$.
- f je rýdzo konkávna na intervaloch $\langle 0+2k\pi; \pi+2k\pi\rangle,\ k\in Z$.



Funkcia $f\colon y=\cos x,\ x\in R$.

- f je rýdzo konvexná na intervaloch $\langle \frac{3\pi}{2}+2k\pi; \frac{\pi}{2}+2k\pi\rangle,\ k\in Z$.
- f je rýdzo konkávna na intervaloch $\langle -\frac{\pi}{2}+2k\pi; \frac{\pi}{2}+2k\pi\rangle,\ k\in Z$.



Vlastnosti funkcií II – Inflexný bod a príklady

Funkcia $f\colon y = f(x),\ x \in D(f)$, bod $c \in D(f)$.

Funkcia f má **inflexiu** v bode c (bod c sa nazýva **inflexný**), ak existuje okolie $O(c)$, také, že

- v intervale $O^-(c)$ je f rýdzo konvexná a v intervale $O^+(c)$ je f rýdzo konkávna,

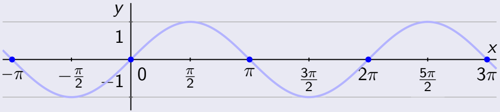
resp.

- v intervale $O^-(c)$ je f rýdzo konkávna a v intervale $O^+(c)$ je f rýdzo konvexná.

[V bode c sa mení rýdza konvexnosť na rýdzu konkávnosť, resp. sa mení rýdza konkávnosť na rýdzu konvexnosť.]

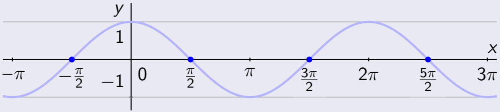
Funkcia $f\colon y = \sin x,\ x \in R$.

- f je rýdzo konvexná na intervaloch $\langle \pi + 2k\pi; 2\pi + 2k\pi\rangle,\ k \in Z$.
- f je rýdzo konkávna na intervaloch $\langle 0 + 2k\pi; \pi + 2k\pi\rangle,\ k \in Z$.
- Inflexné body sú $0 + k\pi = k\pi,\ k \in Z$.



Funkcia $f\colon y = \cos x,\ x \in R$.

- f je rýdzo konvexná na intervaloch $\langle \frac{3\pi}{2} + 2k\pi; \frac{\pi}{2} + 2k\pi\rangle,\ k \in Z$.
- f je rýdzo konkávna na intervaloch $\langle -\frac{\pi}{2} + 2k\pi; \frac{\pi}{2} + 2k\pi\rangle,\ k \in Z$.
- Inflexné body sú $\frac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in Z$.



Vlastnosti funkcií II – Inflexný bod a príklady

Funkcia $f\colon y=f(x)$, $x\in D(f)$, bod $c\in D(f)$.

Funkcia f má **inflexiu** v bode c (bod c sa nazýva **inflexný**), ak existuje okolie $O(c)$, také, že

- v intervale $O^-(c)$ je f rýdzo konvexná a v intervale $O^+(c)$ je f rýdzo konkávna,

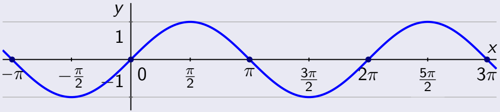
resp.

- v intervale $O^-(c)$ je f rýdzo konkávna a v intervale $O^+(c)$ je f rýdzo konvexná.

[V bode c sa mení rýdza konvexnosť na rýdzu konkávnosť, resp. sa mení rýdza konkávnosť na rýdzu konvexnosť.]

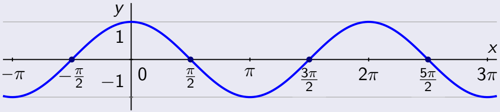
Funkcia $f\colon y=\sin x$, $x\in R$.

- f je rýdzo konvexná na intervaloch $\langle \pi+2k\pi; 2\pi+2k\pi\rangle$, $k\in Z$.
- f je rýdzo konkávna na intervaloch $\langle 0+2k\pi; \pi+2k\pi\rangle$, $k\in Z$.
- Inflexné body sú $0+k\pi=k\pi$, $k\in Z$.



Funkcia $f\colon y=\cos x$, $x\in R$.

- f je rýdzo konvexná na intervaloch $\langle \frac{3\pi}{2}+2k\pi; \frac{\pi}{2}+2k\pi\rangle$, $k\in Z$.
- f je rýdzo konkávna na intervaloch $\langle -\frac{\pi}{2}+2k\pi; \frac{\pi}{2}+2k\pi\rangle$, $k\in Z$.
- Inflexné body sú $\frac{\pi}{2}+k\pi$, $k\in Z$.



Koniec 4. časti

Ďakujem za pozornosť.