

# Matematická analýza 1

2023/2024

## 5. Elementárne funkcie

Pre správne zobrazenie, fungovanie tooltipov, 2D a 3D animácií je nevyhnutné súbor otvoriť pomocou programu Adobe Reader (zásuvný modul Adobe PDF Plug-In webového prehliadača nestačí).

Kliknutím na text pred ikonou  získate nápomoc.

Kliknutím na skratku v modrej lište vpravo hore sa dostanete na príslušný slajd, druhým kliknutím sa dostanete na koniec tohto slajdu.

# Obsah

- 1 Elementárne funkcie
- 2 Polynóm
- 3 Racionálna lomená funkcia
- 4 Mocninná funkcia
- 5 Exponenciálna funkcia
- 6 Logaritmická funkcia
- 7 Goniometrické funkcie
- 8 Cyklometrické funkcie
- 9 Hyperbolické funkcie
- 10 Hyperbolometrické funkcie

# Elementárne funkcie

Elementárne funkcie majú veľký praktický význam.

# Elementárne funkcie

Elementárne funkcie majú veľký praktický význam.

- Môžeme pomocou nich (jednoducho a relatívne presne) aproximovať mnohé zložité funkcie.



# Elementárne funkcie

Elementárne funkcie majú veľký praktický význam.

- Môžeme pomocou nich (jednoducho a relatívne presne) aproximovať mnohé zložité funkcie.
- Môžeme pomocou nich (aspoň približne) popísať (prírodné, ekonomické, technické, spoločenské, ...) zákonitosti a javy.

# Elementárne funkcie

Elementárne funkcie majú veľký praktický význam.

- Môžeme pomocou nich (jednoducho a relatívne presne) aproximovať mnohé zložité funkcie.
- Môžeme pomocou nich (aspoň približne) popísať (prírodné, ekonomické, technické, spoločenské, ...) zákonitosti a javy.

Základnou elementárnou funkciou nazývame každú z funkcií:

# Elementárne funkcie

Elementárne funkcie majú veľký praktický význam.

- Môžeme pomocou nich (jednoducho a relatívne presne) aproximovať mnohé zložité funkcie.
- Môžeme pomocou nich (aspoň približne) popísať (prírodné, ekonomické, technické, spoločenské, ...) zákonitosti a javy.

Základnou elementárnou funkciou nazývame každú z funkcií:

- $y = \text{konšt.}$ ,

# Elementárne funkcie

Elementárne funkcie majú veľký praktický význam.

- Môžeme pomocou nich (jednoducho a relatívne presne) aproximovať mnohé zložité funkcie.
- Môžeme pomocou nich (aspoň približne) popísať (prírodné, ekonomické, technické, spoločenské, ...) zákonitosti a javy.

Základnou elementárnou funkciou nazývame každú z funkcií:

- $y = \text{konšt.}$ ,
- $y = x$ ,

# Elementárne funkcie

Elementárne funkcie majú veľký praktický význam.

- Môžeme pomocou nich (jednoducho a relatívne presne) aproximovať mnohé zložité funkcie.
- Môžeme pomocou nich (aspoň približne) popísať (prírodné, ekonomické, technické, spoločenské, ...) zákonitosti a javy.

Základnou elementárnou funkciou nazývame každú z funkcií:

- $y = \text{konšt.}$ ,

- $y = x$ ,

- $y = e^x$ ,

# Elementárne funkcie

Elementárne funkcie majú veľký praktický význam.

- Môžeme pomocou nich (jednoducho a relatívne presne) aproximovať mnohé zložité funkcie.
- Môžeme pomocou nich (aspoň približne) popísať (prírodné, ekonomické, technické, spoločenské, ...) zákonitosti a javy.

Základnou elementárnou funkciou nazývame každú z funkcií:

- $y = \text{konšt.}$ ,

- $y = x$ ,

- $y = e^x$ ,

- $y = \ln x$ ,

# Elementárne funkcie

Elementárne funkcie majú veľký praktický význam.

- Môžeme pomocou nich (jednoducho a relatívne presne) aproximovať mnohé zložité funkcie.
- Môžeme pomocou nich (aspoň približne) popísať (prírodné, ekonomické, technické, spoločenské, ...) zákonitosti a javy.

Základnou elementárnou funkciou nazývame každú z funkcií:

- $y = \text{konšt.}$ ,
- $y = x$ ,
- $y = e^x$ ,
- $y = \ln x$ ,
- $y = \sin x$ ,

# Elementárne funkcie

Elementárne funkcie majú veľký praktický význam.

- Môžeme pomocou nich (jednoducho a relatívne presne) aproximovať mnohé zložité funkcie.
- Môžeme pomocou nich (aspoň približne) popísať (prírodné, ekonomické, technické, spoločenské, ...) zákonitosti a javy.

Základnou elementárnou funkciou nazývame každú z funkcií:

- $y = \text{konšt.}$ ,
- $y = x$ ,
- $y = e^x$ ,
- $y = \ln x$ ,
- $y = \sin x$ ,
- $y = \arcsin x$ ,



# Elementárne funkcie

Elementárne funkcie majú veľký praktický význam.

- Môžeme pomocou nich (jednoducho a relatívne presne) aproximovať mnohé zložité funkcie.
- Môžeme pomocou nich (aspoň približne) popísať (prírodné, ekonomické, technické, spoločenské, ...) zákonitosti a javy.

Základnou elementárnou funkciou nazývame každú z funkcií:

- $y = \text{konšt.}$ ,
- $y = x$ ,
- $y = e^x$ ,
- $y = \ln x$ ,
- $y = \sin x$ ,
- $y = \arcsin x$ ,
- $y = \text{arctg } x$ .

# Elementárne funkcie

Elementárne funkcie majú veľký praktický význam.

- Môžeme pomocou nich (jednoducho a relatívne presne) aproximovať mnohé zložité funkcie.
- Môžeme pomocou nich (aspoň približne) popísať (prírodné, ekonomické, technické, spoločenské, ...) zákonitosti a javy.

Základnou elementárnou funkciou nazývame každú z funkcií:

- $y = \text{konšt.}$ ,
- $y = x$ ,
- $y = e^x$ ,
- $y = \ln x$ ,
- $y = \sin x$ ,
- $y = \arcsin x$ ,
- $y = \text{arctg } x$ .

Elementárnou funkciou nazývame

# Elementárne funkcie

Elementárne funkcie majú veľký praktický význam.

- Môžeme pomocou nich (jednoducho a relatívne presne) aproximovať mnohé zložité funkcie.
- Môžeme pomocou nich (aspoň približne) popísať (prírodné, ekonomické, technické, spoločenské, ...) zákonitosti a javy.

Základnou elementárnou funkciou nazývame každú z funkcií:

- $y = \text{konšt.}$ ,
- $y = x$ ,
- $y = e^x$ ,
- $y = \ln x$ ,
- $y = \sin x$ ,
- $y = \arcsin x$ ,
- $y = \text{arctg } x$ .

Elementárnou funkciou nazývame

každú funkciu, ktorú dokážeme utvoriť zo základných elementárnych funkcií pomocou:

# Elementárne funkcie

Elementárne funkcie majú veľký praktický význam.

- Môžeme pomocou nich (jednoducho a relatívne presne) aproximovať mnohé zložité funkcie.
- Môžeme pomocou nich (aspoň približne) popísať (prírodné, ekonomické, technické, spoločenské, ...) zákonitosti a javy.

Základnou elementárnou funkciou nazývame každú z funkcií:

- $y = \text{konšt.}$ ,
- $y = x$ ,
- $y = e^x$ ,
- $y = \ln x$ ,
- $y = \sin x$ ,
- $y = \arcsin x$ ,
- $y = \text{arctg } x$ .

Elementárnou funkciou nazývame

každú funkciu, ktorú dokážeme utvoriť zo základných elementárnych funkcií pomocou:

- sčítania,

# Elementárne funkcie

Elementárne funkcie majú veľký praktický význam.

- Môžeme pomocou nich (jednoducho a relatívne presne) aproximovať mnohé zložité funkcie.
- Môžeme pomocou nich (aspoň približne) popísať (prírodné, ekonomické, technické, spoločenské, ...) zákonitosti a javy.

Základnou elementárnou funkciou nazývame každú z funkcií:

- $y = \text{konšt.}$ ,
- $y = x$ ,
- $y = e^x$ ,
- $y = \ln x$ ,
- $y = \sin x$ ,
- $y = \arcsin x$ ,
- $y = \text{arctg } x$ .

Elementárnou funkciou nazývame

každú funkciu, ktorú dokážeme utvoriť zo základných elementárnych funkcií pomocou:

- sčítania,
- odčítania,

# Elementárne funkcie

Elementárne funkcie majú veľký praktický význam.

- Môžeme pomocou nich (jednoducho a relatívne presne) aproximovať mnohé zložité funkcie.
- Môžeme pomocou nich (aspoň približne) popísať (prírodné, ekonomické, technické, spoločenské, ...) zákonitosti a javy.

Základnou elementárnou funkciou nazývame každú z funkcií:

- $y = \text{konšt.}$ ,
- $y = x$ ,
- $y = e^x$ ,
- $y = \ln x$ ,
- $y = \sin x$ ,
- $y = \arcsin x$ ,
- $y = \text{arctg } x$ .

Elementárnou funkciou nazývame

každú funkciu, ktorú dokážeme utvoriť zo základných elementárnych funkcií pomocou:

- sčítania,
- odčítania,
- násobenia,

# Elementárne funkcie

Elementárne funkcie majú veľký praktický význam.

- Môžeme pomocou nich (jednoducho a relatívne presne) aproximovať mnohé zložité funkcie.
- Môžeme pomocou nich (aspoň približne) popísať (prírodné, ekonomické, technické, spoločenské, ...) zákonitosti a javy.

Základnou elementárnou funkciou nazývame každú z funkcií:

- $y = \text{konšt.}$ ,
- $y = x$ ,
- $y = e^x$ ,
- $y = \ln x$ ,
- $y = \sin x$ ,
- $y = \arcsin x$ ,
- $y = \text{arctg } x$ .

Elementárnou funkciou nazývame

každú funkciu, ktorú dokážeme utvoriť zo základných elementárnych funkcií pomocou:

- sčítania,
- odčítania,
- násobenia,
- delenia,

# Elementárne funkcie

Elementárne funkcie majú veľký praktický význam.

- Môžeme pomocou nich (jednoducho a relatívne presne) aproximovať mnohé zložité funkcie.
- Môžeme pomocou nich (aspoň približne) popísať (prírodné, ekonomické, technické, spoločenské, ...) zákonitosti a javy.

Základnou elementárnou funkciou nazývame každú z funkcií:

- $y = \text{konšt.}$ ,
- $y = x$ ,
- $y = e^x$ ,
- $y = \ln x$ ,
- $y = \sin x$ ,
- $y = \arcsin x$ ,
- $y = \text{arctg } x$ .

Elementárnou funkciou nazývame

každú funkciu, ktorú dokážeme utvoriť zo základných elementárnych funkcií pomocou:

- sčítania,
- odčítania,
- násobenia,
- delenia,
- skladania funkcií.



# Elementárne funkcie

Elementárne funkcie majú veľký praktický význam.

- Môžeme pomocou nich (jednoducho a relatívne presne) aproximovať mnohé zložité funkcie.
- Môžeme pomocou nich (aspoň približne) popísať (prírodné, ekonomické, technické, spoločenské, ...) zákonitosti a javy.

Základnou elementárnou funkciou nazývame každú z funkcií:

- $y = \text{konšt.}$ ,
- $y = x$ ,
- $y = e^x$ ,
- $y = \ln x$ ,
- $y = \sin x$ ,
- $y = \arcsin x$ ,
- $y = \text{arctg } x$ .

Elementárnou funkciou nazývame

každú funkciu, ktorú dokážeme utvoriť zo základných elementárnych funkcií pomocou:

- sčítania,
  - odčítania,
  - násobenia,
  - delenia,
  - skladania funkcií.
- Zúženie ľubovoľnej elementárnej funkcie na nejakú množinu je opäť elementárna funkcia.

# Elementárne funkcie

Elementárne funkcie majú veľký praktický význam.

- Môžeme pomocou nich (jednoducho a relatívne presne) aproximovať mnohé zložité funkcie.
- Môžeme pomocou nich (aspoň približne) popísať (prírodné, ekonomické, technické, spoločenské, ...) zákonitosti a javy.

Základnou elementárnou funkciou nazývame každú z funkcií:

- $y = \text{konšt.}$ ,
- $y = x$ ,
- $y = e^x$ ,
- $y = \ln x$ ,
- $y = \sin x$ ,
- $y = \arcsin x$ ,
- $y = \text{arctg } x$ .

Elementárnou funkciou nazývame

každú funkciu, ktorú dokážeme utvoriť zo základných elementárnych funkcií pomocou:

- sčítania,
- odčítania,
- násobenia,
- delenia,
- skladania funkcií.
- Zúženie ľubovoľnej elementárnej funkcie na nejakú množinu je opäť elementárna funkcia.

Elementárne funkcie sú napríklad funkcie:

# Elementárne funkcie

Elementárne funkcie majú veľký praktický význam.

- Môžeme pomocou nich (jednoducho a relatívne presne) aproximovať mnohé zložité funkcie.
- Môžeme pomocou nich (aspoň približne) popísať (prírodné, ekonomické, technické, spoločenské, ...) zákonitosti a javy.

Základnou elementárnou funkciou nazývame každú z funkcií:

- $y = \text{konšt.}$ ,
- $y = x$ ,
- $y = e^x$ ,
- $y = \ln x$ ,
- $y = \sin x$ ,
- $y = \arcsin x$ ,
- $y = \text{arctg } x$ .

Elementárnou funkciou nazývame

každú funkciu, ktorú dokážeme utvoriť zo základných elementárnych funkcií pomocou:

- sčítania,
- odčítania,
- násobenia,
- delenia,
- skladania funkcií.
- Zúženie ľubovoľnej elementárnej funkcie na nejakú množinu je opäť elementárna funkcia.

Elementárne funkcie sú napríklad funkcie:

- $y = 2x$ ,
- $y = 2x, x \in \langle 0; 1 \rangle$ ,
- $y = 2x^2$ ,
- $y = 2 + x$ ,
- $y = 2 \sin \frac{x+2}{x-1}$ , atď.

# Elementárne funkcie

Elementárne funkcie:

# Elementárne funkcie

## Elementárne funkcie:

---

- Polynóm (raciálna celistvá funkcia).

# Elementárne funkcie

## Elementárne funkcie:

---

- Polynóm (raciálna celistvá funkcia).
- Raciálna lomená funkcia (podiel polynómov).

# Elementárne funkcie

## Elementárne funkcie:

---

- Polynóm (raciálna celistvá funkcia).
- Raciálna lomená funkcia (podiel polynómov).
- Mocninná funkcia ( $y = x^r, r \in \mathbb{R}$ ).

# Elementárne funkcie

## Elementárne funkcie:

---

- Polynóm (raciálna celistvá funkcia).
- Raciálna lomená funkcia (podiel polynómov).
- Mocninná funkcia ( $y = x^r$ ,  $r \in \mathbb{R}$ ).
- Exponenciálna funkcia ( $y = a^x$ ,  $a > 0$ ).



# Elementárne funkcie

## Elementárne funkcie:

---

- Polynóm (raciálna celistvá funkcia).
- Racionálna lomená funkcia (podiel polynómov).
- Mocninná funkcia ( $y = x^r$ ,  $r \in \mathbb{R}$ ).
- Exponenciálna funkcia ( $y = a^x$ ,  $a > 0$ ).
- Logaritmická funkcia.

# Elementárne funkcie

## Elementárne funkcie:

---

- Polynóm (raciálna celistvá funkcia).
- Raciálna lomená funkcia (podiel polynómov).
- Mocninná funkcia ( $y = x^r$ ,  $r \in \mathbb{R}$ ).
- Exponenciálna funkcia ( $y = a^x$ ,  $a > 0$ ).
- Logaritmická funkcia.
- Goniometrické funkcie (sínus, kosínus, tangens, kotangens).

# Elementárne funkcie

## Elementárne funkcie:

---

- Polynóm (raciálna celistvá funkcia).
- Racionálna lomená funkcia (podiel polynómov).
- Mocninná funkcia ( $y = x^r$ ,  $r \in R$ ).
- Exponenciálna funkcia ( $y = a^x$ ,  $a > 0$ ).
- Logaritmická funkcia.
- Goniometrické funkcie (sínus, kosínus, tangens, kotangens).
- Cyklometrické funkcie (inverzné ku goniometrickým funkciám).

# Elementárne funkcie

## Elementárne funkcie:

---

- Polynóm (raciálna celistvá funkcia).
- Racionálna lomená funkcia (podiel polynómov).
- Mocninná funkcia ( $y = x^r$ ,  $r \in R$ ).
- Exponenciálna funkcia ( $y = a^x$ ,  $a > 0$ ).
- Logaritmická funkcia.
- Goniometrické funkcie (sínus, kosínus, tangens, kotangens).
- Cyklometrické funkcie (inverzné ku goniometrickým funkciám).
- Hyperbolické funkcie (sínus hyperbolický, kosínus hyperbolický, tangens hyperbolický, kotangens hyperbolický).

# Elementárne funkcie

## Elementárne funkcie:

---

- Polynóm (raciálna celistvá funkcia).
- Raciálna lomená funkcia (podiel polynómov).
- Mocninná funkcia ( $y = x^r$ ,  $r \in R$ ).
- Exponenciálna funkcia ( $y = a^x$ ,  $a > 0$ ).
- Logaritmická funkcia.
- Goniometrické funkcie (sínus, kosínus, tangens, kotangens).
- Cyklometrické funkcie (inverzné ku goniometrickým funkciám).
- Hyperbolické funkcie (sínus hyperbolický, kosínus hyperbolický, tangens hyperbolický, kotangens hyperbolický).
- Hyperbolometrické funkcie (inverzné ku hyperbolickým funkciám).

# Elementárne funkcie

## Elementárne funkcie:

---

- Polynóm (racionálna celistvá funkcia).
  - Racionálna lomená funkcia (podiel polynómov).
  - Mocninná funkcia ( $y = x^r$ ,  $r \in \mathbb{R}$ ).
  - Exponenciálna funkcia ( $y = a^x$ ,  $a > 0$ ).
  - Logaritmická funkcia.
  - Goniometrické funkcie (sínus, kosínus, tangens, kotangens).
  - Cyklometrické funkcie (inverzné ku goniometrickým funkciám).
  - Hyperbolické funkcie (sínus hyperbolický, kosínus hyperbolický, tangens hyperbolický, kotangens hyperbolický).
  - Hyperbolometrické funkcie (inverzné ku hyperbolickým funkciám).
- 

Taktiež všetky funkcie, ktoré z týchto funkcií dokážeme vytvoriť pomocou sčítania, odčítania, násobenia, delenia a skladania funkcií.

# Polynóm

Polynóm (racionálna celistvá funkcia) sa nazýva

# Polynóm

Polynóm (racionálna celistvá funkcia) sa nazýva

funkcia  $f_n: y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$ .



# Polynóm

**Polynóm (raciálna celistvá funkcia)** sa nazýva

funkcia  $f_n: y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$ .

- Čísla  $a_0, a_1, \dots, a_n \in R, a_n \neq 0$  nazývame koeficienty polynómu.

# Polynóm

**Polynóm (racionálna celistvá funkcia)** sa nazýva

funkcia  $f_n: y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$ .

- Čísla  $a_0, a_1, \dots, a_n \in R, a_n \neq 0$  nazývame koeficienty polynómu.
- Číslo  $n \in N \cup \{0\}$  nazývame stupeň polynómu.

# Polynóm

**Polynóm (racionálna celistvá funkcia)** sa nazýva

funkcia  $f_n: y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$ .

- Čísla  $a_0, a_1, \dots, a_n \in R, a_n \neq 0$  nazývame **koeficienty polynómu**.
- Číslo  $n \in N \cup \{0\}$  nazývame **stupeň polynómu**.

[Špeciálne, nulová funkcia  $y = 0$  má stupeň  $-1$ .]

# Polynóm

**Polynóm (racionálna celistvá funkcia)** sa nazýva

funkcia  $f_n: y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$ .

- Čísla  $a_0, a_1, \dots, a_n \in R, a_n \neq 0$  nazývame **koeficienty polynómu**.
- Číslo  $n \in N \cup \{0\}$  nazývame **stupeň polynómu**. [Špeciálne, nulová funkcia  $y = 0$  má stupeň  $-1$ .]
- Prirodený definičný obor  $D(f_n) = R$ .

# Polynóm

**Polynóm (racionálna celistvá funkcia)** sa nazýva

funkcia  $f_n: y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$ .

- Čísla  $a_0, a_1, \dots, a_n \in R$ ,  $a_n \neq 0$  nazývame **koeficienty polynómu**.
  - Číslo  $n \in N \cup \{0\}$  nazývame **stupeň polynómu**. [Špeciálne, nulová funkcia  $y = 0$  má stupeň  $-1$ .]
- 
- Prirodzený definičný obor  $D(f_n) = R$ .
  - Funkcia  $f_n$ ,  $n \in N$  má práve  $n$  komplexných (z množiny  $C$ ) **koreňov** (vrátane reálnych a násobnosti).

# Polynóm

**Polynóm (racionálna celistvá funkcia)** sa nazýva

funkcia  $f_n: y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$ .

- Čísla  $a_0, a_1, \dots, a_n \in R$ ,  $a_n \neq 0$  nazývame **koeficienty polynómu**.
  - Číslo  $n \in N \cup \{0\}$  nazývame **stupeň polynómu**. [Špeciálne, nulová funkcia  $y = 0$  má stupeň  $-1$ .]
- 
- Prirodzený definičný obor  $D(f_n) = R$ .
  - Funkcia  $f_n$ ,  $n \in N$  má práve  $n$  komplexných (z množiny  $C$ ) **koreňov** (vrátane reálnych a násobnosti).  
[Ak má  $f_n$  komplexný koreň  $x = \alpha + i\beta$ , potom má aj komplexne združený koreň  $\bar{x} = \alpha - i\beta$ .]

# Polynóm

**Polynóm (racionálna celistvá funkcia)** sa nazýva

funkcia  $f_n: y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$ .

- Čísla  $a_0, a_1, \dots, a_n \in R$ ,  $a_n \neq 0$  nazývame **koefficienty polynómu**.
- Číslo  $n \in N \cup \{0\}$  nazývame **stupeň polynómu**. [Špeciálne, nulová funkcia  $y = 0$  má stupeň  $-1$ .]
- Prirodzený definičný obor  $D(f_n) = R$ .
- Funkcia  $f_n$ ,  $n \in N$  má práve  $n$  komplexných (z množiny  $C$ ) **koreňov** (vrátane reálnych a násobnosti).  
[Ak má  $f_n$  komplexný koreň  $x = \alpha + i\beta$ , potom má aj komplexne združený koreň  $\bar{x} = \alpha - i\beta$ .]
- Funkcia  $f_n$ ,  $n \in N$  má najviac  $n$  reálnych (z množiny  $R$ ) **koreňov**.

# Polynóm

**Polynóm (racionálna celistvá funkcia)** sa nazýva

funkcia  $f_n: y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$ .

- Čísla  $a_0, a_1, \dots, a_n \in R$ ,  $a_n \neq 0$  nazývame **koefficienty polynómu**.
  - Číslo  $n \in N \cup \{0\}$  nazývame **stupeň polynómu**. [Špeciálne, nulová funkcia  $y = 0$  má stupeň  $-1$ .]
- 
- Prirodzený definičný obor  $D(f_n) = R$ .
- 
- Funkcia  $f_n$ ,  $n \in N$  má práve  $n$  komplexných (z množiny  $C$ ) **koreňov** (vrátane reálnych a násobnosti).  
[Ak má  $f_n$  komplexný koreň  $x = \alpha + i\beta$ , potom má aj komplexne združený koreň  $\bar{x} = \alpha - i\beta$ .]
- 
- Funkcia  $f_n$ ,  $n \in N$  má najviac  $n$  reálnych (z množiny  $R$ ) **koreňov**.
- 
- Pre párne  $n$  ( $n = 2k$ ,  $k \in N$ ) polynóm  $f_n$  nemusí mať reálne korene.



# Polynóm

**Polynóm (racionálna celistvá funkcia)** sa nazýva

funkcia  $f_n: y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$ .

- Čísla  $a_0, a_1, \dots, a_n \in R$ ,  $a_n \neq 0$  nazývame **koefficienty polynómu**.
  - Číslo  $n \in N \cup \{0\}$  nazývame **stupeň polynómu**. [Špeciálne, nulová funkcia  $y = 0$  má stupeň  $-1$ .]
- 
- Prirodzený definičný obor  $D(f_n) = R$ .
- 
- Funkcia  $f_n$ ,  $n \in N$  má práve  $n$  komplexných (z množiny  $C$ ) koreňov (vrátane reálnych a násobnosti).  
[Ak má  $f_n$  komplexný koreň  $x = \alpha + i\beta$ , potom má aj komplexne združený koreň  $\bar{x} = \alpha - i\beta$ .]
- 
- Funkcia  $f_n$ ,  $n \in N$  má najviac  $n$  reálnych (z množiny  $R$ ) koreňov.
- 
- Pre párne  $n$  ( $n = 2k$ ,  $k \in N$ ) polynóm  $f_n$  nemusí mať reálne korene.
- 
- Pre nepárne  $n$  ( $n = 2k - 1$ ,  $k \in N$ ) má polynóm  $f_n$  aspoň jeden reálny koreň.

# Polynóm

**Polynóm (raciálna celistvá funkcia)** sa nazýva

funkcia  $f_n: y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$ .

- Čísla  $a_0, a_1, \dots, a_n \in R$ ,  $a_n \neq 0$  nazývame **koefficienty polynómu**.
  - Číslo  $n \in N \cup \{0\}$  nazývame **stupeň polynómu**. [Špeciálne, nulová funkcia  $y = 0$  má stupeň  $-1$ .]
- 
- Prirodzený definičný obor  $D(f_n) = R$ .
- 
- Funkcia  $f_n$ ,  $n \in N$  má práve  $n$  komplexných (z množiny  $C$ ) **koreňov** (vrátane reálnych a násobnosti).  
[Ak má  $f_n$  komplexný koreň  $x = \alpha + i\beta$ , potom má aj komplexne združený koreň  $\bar{x} = \alpha - i\beta$ .]
- 
- Funkcia  $f_n$ ,  $n \in N$  má najviac  $n$  reálnych (z množiny  $R$ ) **koreňov**.
- 
- Pre párne  $n$  ( $n = 2k$ ,  $k \in N$ ) polynóm  $f_n$  **nemú mať reálne korene**.  
[Pre  $n$  párne má  $f_n$  párny počet reálnych koreňov (vrátane násobnosti).]
- 
- Pre nepárne  $n$  ( $n = 2k-1$ ,  $k \in N$ ) má polynóm  $f_n$  **aspoň jeden reálny koreň**.  
[Pre  $n$  nepárne má  $f_n$  nepárny počet reálnych koreňov (vrátane násobnosti).]

# Polynóm

**Polynóm (raciálna celistvá funkcia)** sa nazýva

funkcia  $f_n: y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$ .

- Čísla  $a_0, a_1, \dots, a_n \in R$ ,  $a_n \neq 0$  nazývame **koefficienty polynómu**.
- Číslo  $n \in N \cup \{0\}$  nazývame **stupeň polynómu**. [Špeciálne, nulová funkcia  $y = 0$  má stupeň  $-1$ .]
- Prirodzený definičný obor  $D(f_n) = R$ .
- Funkcia  $f_n$ ,  $n \in N$  má práve  $n$  komplexných (z množiny  $C$ ) **koreňov** (vrátane reálnych a násobnosti).  
[Ak má  $f_n$  komplexný koreň  $x = \alpha + i\beta$ , potom má aj komplexne združený koreň  $\bar{x} = \alpha - i\beta$ .]
- Funkcia  $f_n$ ,  $n \in N$  má najviac  $n$  reálnych (z množiny  $R$ ) **koreňov**.  
Pre párne  $n$  ( $n = 2k$ ,  $k \in N$ ) polynóm  $f_n$  nemusí mať reálne korene.  
[Pre  $n$  párne má  $f_n$  párny počet reálnych koreňov (vrátane násobnosti).]  
Pre nepárne  $n$  ( $n = 2k-1$ ,  $k \in N$ ) má polynóm  $f_n$  aspoň jeden reálny koreň.  
[Pre  $n$  nepárne má  $f_n$  nepárny počet reálnych koreňov (vrátane násobnosti).]
- Ak má funkcia  $f_n$ ,  $n \geq 2$  reálny koreň  $c \in R$ ,

# Polynóm

**Polynóm (racionálna celistvá funkcia)** sa nazýva

funkcia  $f_n: y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$ .

- Čísla  $a_0, a_1, \dots, a_n \in R$ ,  $a_n \neq 0$  nazývame **koefficienty polynómu**.
- Číslo  $n \in N \cup \{0\}$  nazývame **stupeň polynómu**. [Špeciálne, nulová funkcia  $y = 0$  má stupeň  $-1$ .]
- Prirodzený definičný obor  $D(f_n) = R$ .
- Funkcia  $f_n$ ,  $n \in N$  má práve  $n$  komplexných (z množiny  $C$ ) **koreňov** (vrátane reálnych a násobnosti).  
[Ak má  $f_n$  komplexný koreň  $x = \alpha + i\beta$ , potom má aj komplexne združený koreň  $\bar{x} = \alpha - i\beta$ .]
- Funkcia  $f_n$ ,  $n \in N$  má najviac  $n$  reálnych (z množiny  $R$ ) **koreňov**.  
Pre párne  $n$  ( $n = 2k$ ,  $k \in N$ ) polynóm  $f_n$  nemusí mať reálne korene.  
[Pre  $n$  párne má  $f_n$  párny počet reálnych koreňov (vrátane násobnosti).]  
Pre nepárne  $n$  ( $n = 2k-1$ ,  $k \in N$ ) má polynóm  $f_n$  aspoň jeden reálny koreň.  
[Pre  $n$  nepárne má  $f_n$  nepárny počet reálnych koreňov (vrátane násobnosti).]
- Ak má funkcia  $f_n$ ,  $n \geq 2$  reálny koreň  $c \in R$ ,  
potom ju môžeme rozložiť na tvar  $f_n(x) = (x - c) \cdot f_{n-1}(x)$ , kde  $f_{n-1}$  je nejaký polynóm stupňa  $n - 1$ .

# Polynóm

**Konštantná funkcia** sa nazýva

**Lineárna funkcia** sa nazýva

**Kvadratická funkcia** sa nazýva

**Kubická funkcia** sa nazýva

# Polynóm

## Konštantná funkcia sa nazýva

polynóm  $f_0: y = a_0.$

## Lineárna funkcia sa nazýva

polynóm  $f_1: y = a_1x + a_0$

## Kvadratická funkcia sa nazýva

polynóm  $f_2: y = a_2x^2 + a_1x + a_0, a_2 \neq 0.$

## Kubická funkcia sa nazýva

polynóm  $f_3: y = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0, a_3 \neq 0.$

# Polynóm

## Konštantná funkcia sa nazýva

polynóm  $f_0: y = a_0.$

[Grafom  $f_0$  je priamka rovnobežná s osou  $x$ .]

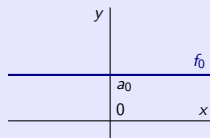
## Lineárna funkcia sa nazýva

polynóm  $f_1: y = a_1x + a_0$

[Pre  $a_1 = 0$  je funkcia  $f_1$  konštantná.]

## Kvadratická funkcia sa nazýva

polynóm  $f_2: y = a_2x^2 + a_1x + a_0, a_2 \neq 0.$



Konštantná funkcia

## Kubická funkcia sa nazýva

polynóm  $f_3: y = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0, a_3 \neq 0.$

# Polynóm

## Konštantná funkcia sa nazýva

polynóm  $f_0: y = a_0.$

[Grafom  $f_0$  je priamka rovnobežná s osou  $x$ .]

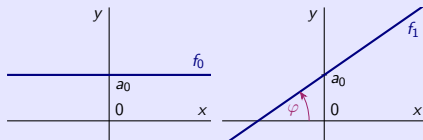
## Lineárna funkcia sa nazýva

polynóm  $f_1: y = a_1x + a_0$

[Pre  $a_1 = 0$  je funkcia  $f_1$  konštantná. Grafom  $f_1$  je priamka so smernicou  $a_1 = \operatorname{tg} \varphi$ .]

## Kvadratická funkcia sa nazýva

polynóm  $f_2: y = a_2x^2 + a_1x + a_0, a_2 \neq 0.$



Konštantná funkcia

Lineárna funkcia

## Kubická funkcia sa nazýva

polynóm  $f_3: y = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0, a_3 \neq 0.$



# Polynóm

## Konštantná funkcia sa nazýva

polynóm  $f_0: y = a_0.$

[Grafom  $f_0$  je priamka rovnobežná s osou  $x$ .]

## Lineárna funkcia sa nazýva

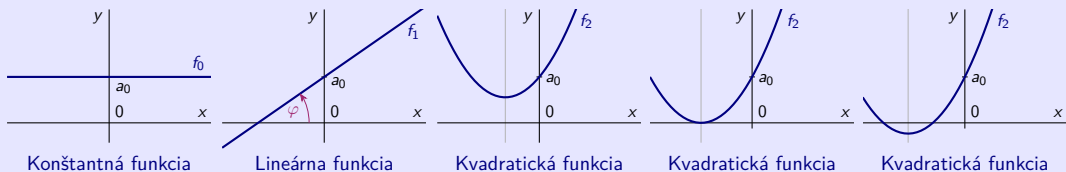
polynóm  $f_1: y = a_1x + a_0$

[Pre  $a_1 = 0$  je funkcia  $f_1$  konštantná. Grafom  $f_1$  je priamka so smernicou  $a_1 = \operatorname{tg} \varphi$ .]

## Kvadratická funkcia sa nazýva

polynóm  $f_2: y = a_2x^2 + a_1x + a_0, a_2 \neq 0.$

[Grafom  $f_2$  je parabola, pričom jej os je rovnobežná s osou  $y$ .]



## Kubická funkcia sa nazýva

polynóm  $f_3: y = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0, a_3 \neq 0.$

# Polynóm

**Konštantná funkcia** sa nazýva

[Pre  $a_0 \neq 0$  nemá  $f_1$  korene.]

polynóm  $f_0: y = a_0$ .

[Grafom  $f_0$  je priamka rovnobežná s osou  $x$ .]

**Lineárna funkcia** sa nazýva

polynóm  $f_1: y = a_1x + a_0$

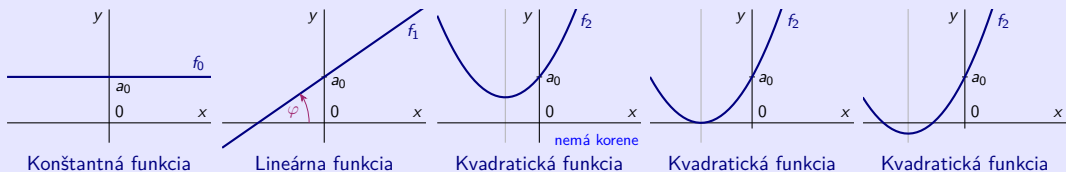
[Pre  $a_1 = 0$  je funkcia  $f_1$  konštantná. Grafom  $f_1$  je priamka so smernicou  $a_1 = \operatorname{tg} \varphi$ .]

**Kvadratická funkcia** sa nazýva

[ $f_2$  má 0,

polynóm  $f_2: y = a_2x^2 + a_1x + a_0, a_2 \neq 0$ .

[Grafom  $f_2$  je parabola, pričom jej os je rovnobežná s osou  $y$ .]



**Kubická funkcia** sa nazýva

polynóm  $f_3: y = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0, a_3 \neq 0$ .

# Polynóm

## Konštantná funkcia sa nazýva

[Pre  $a_0 \neq 0$  nemá  $f_1$  korene.]

polynóm  $f_0: y = a_0.$

[Grafom  $f_0$  je priamka rovnobežná s osou  $x$ .]

## Lineárna funkcia sa nazýva

[Pre  $a_1 \neq 0$  má  $f_1$  jeden reálny koreň  $c = -\frac{a_0}{a_1}$ .]

polynóm  $f_1: y = a_1x + a_0$

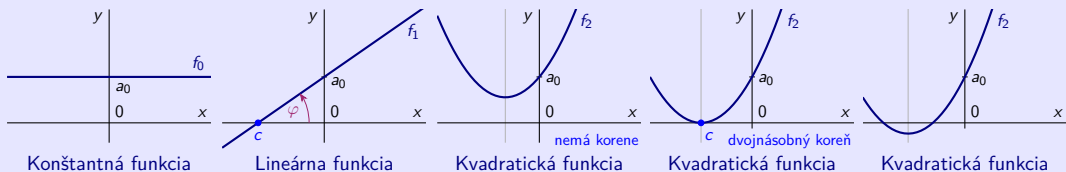
[Pre  $a_1 = 0$  je funkcia  $f_1$  konštantná. Grafom  $f_1$  je priamka so smernicou  $a_1 = \operatorname{tg} \varphi$ .]

## Kvadratická funkcia sa nazýva

[ $f_2$  má 0, 1 (dvojnásobný)

polynóm  $f_2: y = a_2x^2 + a_1x + a_0, a_2 \neq 0.$

[Grafom  $f_2$  je parabola, pričom jej os je rovnobežná s osou  $y$ .]



## Kubická funkcia sa nazýva

polynóm  $f_3: y = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0, a_3 \neq 0.$

# Polynóm

**Konštantná funkcia** sa nazýva

[Pre  $a_0 \neq 0$  nemá  $f_1$  korene.]

polynóm  $f_0: y = a_0$ .

[Grafom  $f_0$  je priamka rovnobežná s osou  $x$ .]

**Lineárna funkcia** sa nazýva

[Pre  $a_1 \neq 0$  má  $f_1$  jeden reálny koreň  $c = -\frac{a_0}{a_1}$ .]

polynóm  $f_1: y = a_1x + a_0$

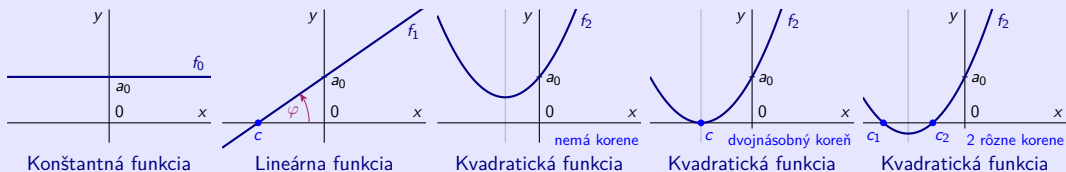
[Pre  $a_1 = 0$  je funkcia  $f_1$  konštantná. Grafom  $f_1$  je priamka so smernicou  $a_1 = \operatorname{tg} \varphi$ .]

**Kvadratická funkcia** sa nazýva

[ $f_2$  má 0, 1 (dvojnásobný) alebo 2 (rôzne) reálne korene.]

polynóm  $f_2: y = a_2x^2 + a_1x + a_0, a_2 \neq 0$ .

[Grafom  $f_2$  je parabola, pričom jej os je rovnobežná s osou  $y$ .]



**Kubická funkcia** sa nazýva

polynóm  $f_3: y = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0, a_3 \neq 0$ .

# Polynóm

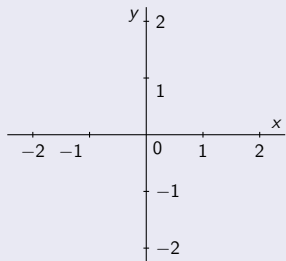
Funkcia  $f_n: y = x^n, n \in \mathbb{N}, x \in \mathbb{R}$ .



# Polynóm

Funkcia  $f_n: y = x^n, n \in \mathbb{N}, x \in \mathbb{R}$ .

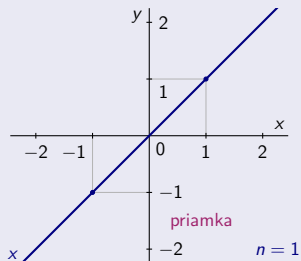
- Grafom je tzv. parabola stupňa  $n$ .



# Polynóm

Funkcia  $f_n: y = x^n, n \in \mathbb{N}, x \in \mathbb{R}$ .

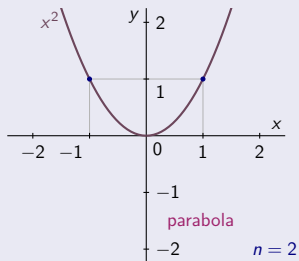
- Grafom je tzv. parabola stupňa  $n$ .



# Polynóm

Funkcia  $f_n: y = x^n, n \in \mathbb{N}, x \in \mathbb{R}$ .

- Grafom je tzv. parabola stupňa  $n$ .

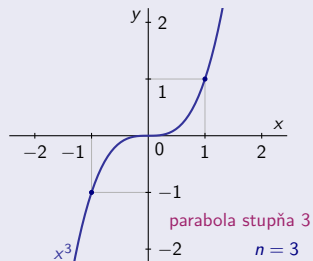




# Polynóm

Funkcia  $f_n: y = x^n, n \in \mathbb{N}, x \in \mathbb{R}$ .

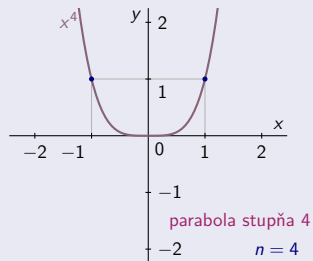
- Grafom je tzv. parabola stupňa  $n$ .



# Polnóm

Funkcia  $f_n: y = x^n, n \in \mathbb{N}, x \in \mathbb{R}$ .

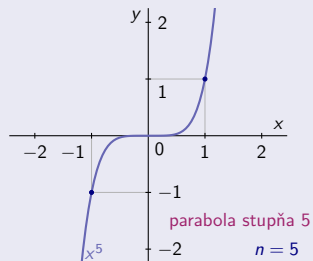
- Grafom je tzv. parabola stupňa  $n$ .



# Polynóm

Funkcia  $f_n: y = x^n, n \in \mathbb{N}, x \in \mathbb{R}$ .

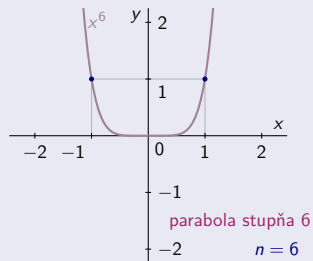
- Grafom je tzv. parabola stupňa  $n$ .



# Polnóm

Funkcia  $f_n: y = x^n, n \in \mathbb{N}, x \in \mathbb{R}$ .

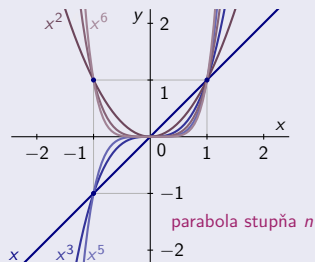
- Grafom je tzv. parabola stupňa  $n$ .



# Polynóm

Funkcia  $f_n: y = x^n, n \in N, x \in R.$

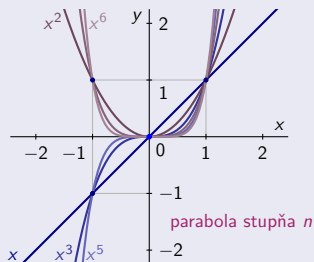
- Grafom je tzv. parabola stupňa  $n$ .



# Polynóm

Funkcia  $f_n: y = x^n, n \in \mathbb{N}, x \in \mathbb{R}$ .

- Grafom je tzv. **parabola stupňa  $n$** .
- $x = 0$  je jediný koreň  $f_n$ .

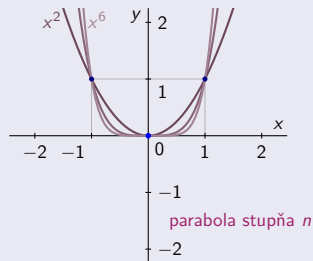


# Polynóm

Funkcia  $f_n: y = x^n, n \in \mathbb{N}, x \in \mathbb{R}$ .

- Grafom je tzv. **parabola stupňa  $n$** .
- $x = 0$  je jediný koreň  $f_n$ .

$n$  je párne.



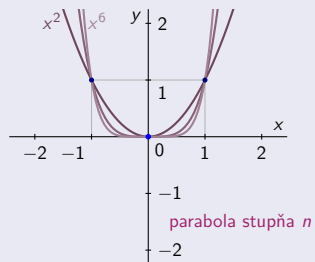
# Polynóm

Funkcia  $f_n: y = x^n, n \in \mathbb{N}, x \in \mathbb{R}$ .

- Grafom je tzv. **parabola stupňa  $n$** .
- $x = 0$  je jediný koreň  $f_n$ .

$n$  je párne.  $\Rightarrow$

- $f_n$  je párna,





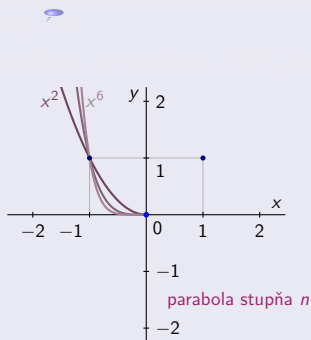
# Polynóm

Funkcia  $f_n: y = x^n, n \in \mathbb{N}, x \in \mathbb{R}$ .

- Grafom je tzv. **parabola stupňa  $n$** .
- $x = 0$  je jediný koreň  $f_n$ .

$n$  je párne.  $\Rightarrow$

- $f_n$  je párna, je klesajúca na  $(-\infty; 0)$ ,



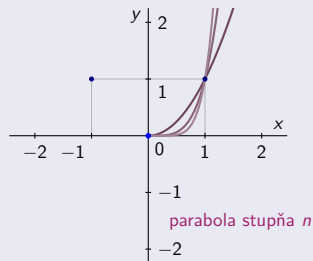
# Polynóm

Funkcia  $f_n: y = x^n, n \in \mathbb{N}, x \in \mathbb{R}$ .

- Grafom je tzv. **parabola stupňa  $n$** .
- $x = 0$  je jediný koreň  $f_n$ .

$n$  je párne.  $\Rightarrow$

- $f_n$  je párna, je klesajúca na  $(-\infty; 0)$ ,  
je rastúca na  $(0; \infty)$ ,



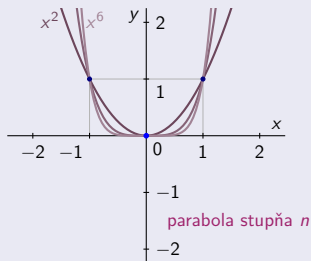
# Polynóm

Funkcia  $f_n: y = x^n, n \in \mathbb{N}, x \in \mathbb{R}$ .

- Grafom je tzv. **parabola stupňa  $n$** .
- $x = 0$  je jediný koreň  $f_n$ .

$n$  je párne.  $\Rightarrow$

- $f_n$  je párna, je klesajúca na  $(-\infty; 0)$ ,  
je rastúca na  $\langle 0; \infty)$ ,  $H(f_n) = \langle 0; \infty)$ .



# Polynóm

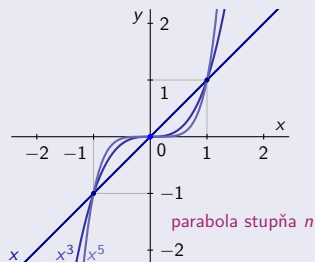
Funkcia  $f_n: y = x^n, n \in \mathbb{N}, x \in \mathbb{R}$ .

- Grafom je tzv. **parabola stupňa  $n$** .
- $x = 0$  je jediný koreň  $f_n$ .

$n$  je párne.  $\Rightarrow$

- $f_n$  je párna, je klesajúca na  $(-\infty; 0)$ ,  
je rastúca na  $(0; \infty)$ ,  $H(f_n) = (0; \infty)$ .

$n$  je nepárne.



# Polynóm

Funkcia  $f_n: y = x^n, n \in \mathbb{N}, x \in \mathbb{R}$ .

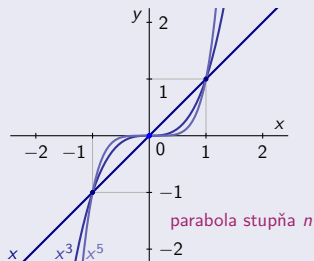
- Grafom je tzv. **parabola stupňa  $n$** .
- $x = 0$  je jediný koreň  $f_n$ .

$n$  je párne.  $\Rightarrow$

- $f_n$  je párna, je klesajúca na  $(-\infty; 0)$ ,  
je rastúca na  $(0; \infty)$ ,  $H(f_n) = \langle 0; \infty \rangle$ .

$n$  je nepárne.  $\Rightarrow$

- $f_n$  je nepárna,



# Polynóm

Funkcia  $f_n: y = x^n, n \in \mathbb{N}, x \in \mathbb{R}$ .

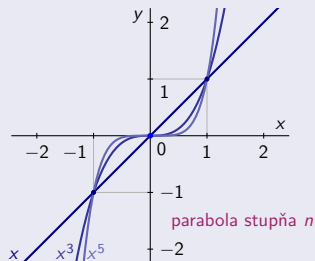
- Grafom je tzv. **parabola stupňa  $n$** .
- $x = 0$  je jediný koreň  $f_n$ .

$n$  je párne.  $\Rightarrow$

- $f_n$  je párna, je klesajúca na  $(-\infty; 0)$ ,  
je rastúca na  $(0; \infty)$ ,  $H(f_n) = \langle 0; \infty \rangle$ .

$n$  je nepárne.  $\Rightarrow$

- $f_n$  je nepárna, je rastúca,



# Polynóm

Funkcia  $f_n: y = x^n, n \in \mathbb{N}, x \in \mathbb{R}$ .

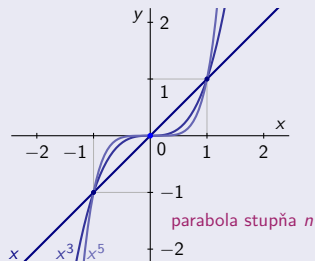
- Grafom je tzv. **parabola stupňa  $n$** .
- $x = 0$  je jediný koreň  $f_n$ .

$n$  je párne.  $\Rightarrow$

- $f_n$  je párna, je klesajúca na  $(-\infty; 0)$ ,  
je rastúca na  $(0; \infty)$ ,  $H(f_n) = (0; \infty)$ .

$n$  je nepárne.  $\Rightarrow$

- $f_n$  je nepárna, je rastúca,  $H(f_n) = \mathbb{R}$ .



# Polynóm

Funkcia  $f_n: y = x^n, n \in \mathbb{N}, x \in \mathbb{R}$ .

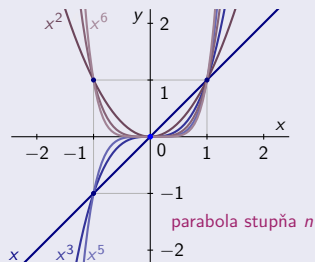
- Grafom je tzv. **parabola stupňa  $n$** .
- $x = 0$  je jediný koreň  $f_n$ .

$n$  je párne.  $\Rightarrow$

- $f_n$  je párna, je klesajúca na  $(-\infty; 0)$ ,  
je rastúca na  $(0; \infty)$ ,  $H(f_n) = (0; \infty)$ .

$n$  je nepárne.  $\Rightarrow$

- $f_n$  je nepárna, je rastúca,  $H(f_n) = \mathbb{R}$ .





# Polnóm

Funkcia  $f_n: y = x^n, n \in \mathbb{N}, x \in \mathbb{R}$ .

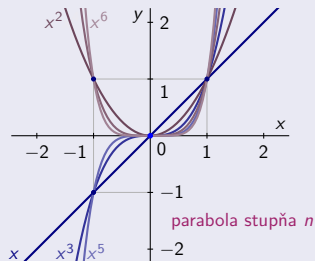
- Grafom je tzv. **parabola stupňa  $n$** .
- $x = 0$  je jediný koreň  $f_n$ .

$n$  je párne.  $\Rightarrow$

- $f_n$  je párna, je klesajúca na  $(-\infty; 0)$ ,  
je rastúca na  $(0; \infty)$ ,  $H(f_n) = (0; \infty)$ .

$n$  je nepárne.  $\Rightarrow$

- $f_n$  je nepárna, je rastúca,  $H(f_n) = \mathbb{R}$ .



Funkcia  $f(x) = (x+1)^2(x-1) + c, x \in \mathbb{R}$ .

# Polynóm

Funkcia  $f_n: y = x^n, n \in \mathbb{N}, x \in \mathbb{R}$ .

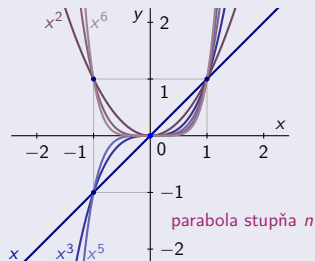
- Grafom je tzv. **parabola stupňa  $n$** .
- $x = 0$  je jediný koreň  $f_n$ .

$n$  je párne.  $\Rightarrow$

- $f_n$  je párna, je klesajúca na  $(-\infty; 0)$ ,  
je rastúca na  $(0; \infty)$ ,  $H(f_n) = (0; \infty)$ .

$n$  je nepárne.  $\Rightarrow$

- $f_n$  je nepárna, je rastúca,  $H(f_n) = \mathbb{R}$ .

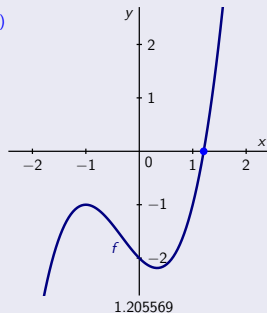


Funkcia  $f(x) = (x+1)^2(x-1) + c, x \in \mathbb{R}$ .

- $f$  má 1 koreň pre  $c \in (-\infty; 0)$

$c \in (-\infty; 0)$

$c = -1.00$



# Polynóm

Funkcia  $f_n: y = x^n, n \in \mathbb{N}, x \in \mathbb{R}$ .

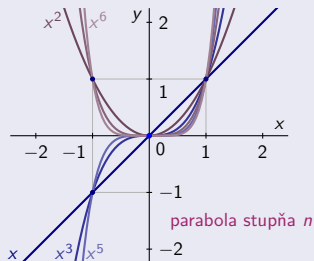
- Grafom je tzv. **parabola stupňa  $n$** .
- $x = 0$  je jediný koreň  $f_n$ .

$n$  je párne.  $\Rightarrow$

- $f_n$  je párna, je klesajúca na  $(-\infty; 0)$ ,  
je rastúca na  $(0; \infty)$ ,  $H(f_n) = (0; \infty)$ .

$n$  je nepárne.  $\Rightarrow$

- $f_n$  je nepárna, je rastúca,  $H(f_n) = \mathbb{R}$ .

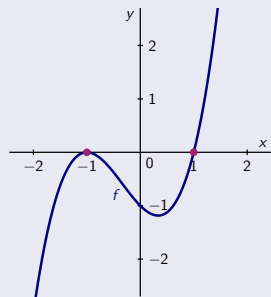


Funkcia  $f(x) = (x+1)^2(x-1) + c, x \in \mathbb{R}$ .

- $f$  má 1 koreň pre  $c \in (-\infty; 0)$
- $f$  má 2 korene pre  $c = 0$

$c = 0$

$c = 0.00$



2 korene  $-1.000000$  (dvojnásobný koreň)

$1.000000$

# Polynóm

Funkcia  $f_n: y = x^n, n \in \mathbb{N}, x \in \mathbb{R}$ .

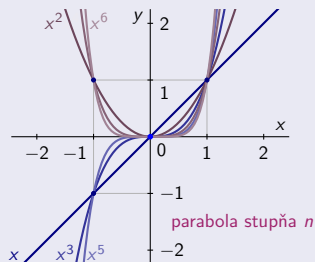
- Grafom je tzv. **parabola stupňa  $n$** .
- $x = 0$  je jediný koreň  $f_n$ .

$n$  je párne.  $\Rightarrow$

- $f_n$  je párna, je klesajúca na  $(-\infty; 0)$ ,  
je rastúca na  $(0; \infty)$ ,  $H(f_n) = (0; \infty)$ .

$n$  je nepárne.  $\Rightarrow$

- $f_n$  je nepárna, je rastúca,  $H(f_n) = \mathbb{R}$ .

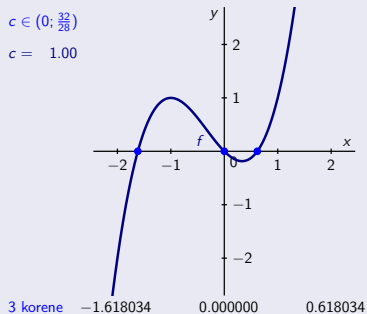


Funkcia  $f(x) = (x+1)^2(x-1) + c, x \in \mathbb{R}$ .

- $f$  má 1 koreň pre  $c \in (-\infty; 0)$
- $f$  má 2 korene pre  $c = 0$
- $f$  má 3 korene pre  $c \in (0; \frac{32}{28})$ .

$c \in (0; \frac{32}{28})$

$c = 1.00$



# Polynóm

Funkcia  $f_n: y = x^n, n \in \mathbb{N}, x \in \mathbb{R}$ .

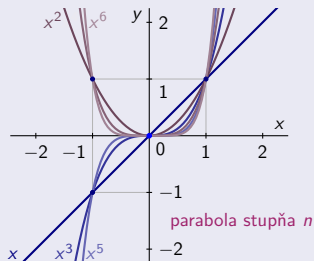
- Grafom je tzv. **parabola stupňa  $n$** .
- $x = 0$  je jediný koreň  $f_n$ .

$n$  je párne.  $\Rightarrow$

- $f_n$  je párna, je klesajúca na  $(-\infty; 0)$ ,  
je rastúca na  $\langle 0; \infty)$ ,  $H(f_n) = \langle 0; \infty)$ .

$n$  je nepárne.  $\Rightarrow$

- $f_n$  je nepárna, je rastúca,  $H(f_n) = \mathbb{R}$ .

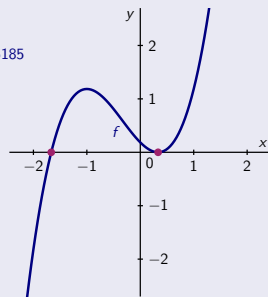


Funkcia  $f(x) = (x+1)^2(x-1) + c, x \in \mathbb{R}$ .

- $f$  má 1 koreň pre  $c \in (-\infty; 0)$
- $f$  má 2 korene pre  $c = 0$  a  $c = \frac{32}{28}$ .
- $f$  má 3 korene pre  $c \in (0; \frac{32}{28})$ .

$$c = \frac{32}{28}$$

$$c \approx 1.185185$$



2 korene  $-1.666667$

$0.333333$  (dvojnásobný koreň)

# Polynóm

Funkcia  $f_n: y = x^n, n \in \mathbb{N}, x \in \mathbb{R}$ .

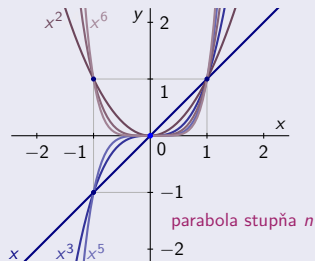
- Grafom je tzv. **parabola stupňa  $n$** .
- $x = 0$  je jediný koreň  $f_n$ .

$n$  je párne.  $\Rightarrow$

- $f_n$  je párna, je klesajúca na  $(-\infty; 0)$ ,  
je rastúca na  $(0; \infty)$ ,  $H(f_n) = (0; \infty)$ .

$n$  je nepárne.  $\Rightarrow$

- $f_n$  je nepárna, je rastúca,  $H(f_n) = \mathbb{R}$ .

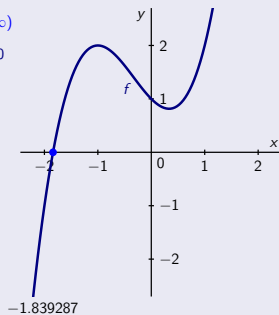


Funkcia  $f(x) = (x+1)^2(x-1) + c, x \in \mathbb{R}$ .

- $f$  má 1 koreň pre  $c \in (-\infty; 0) \cup (\frac{32}{28}; \infty)$ .
- $f$  má 2 korene pre  $c = 0$  a  $c = \frac{32}{28}$ .
- $f$  má 3 korene pre  $c \in (0; \frac{32}{28})$ .

$c \in (\frac{32}{28}; \infty)$

$c = 2.00$



1 koreň  $-1.839287$

# Polynóm

Funkcia  $f_n: y = x^n, n \in \mathbb{N}, x \in \mathbb{R}$ .

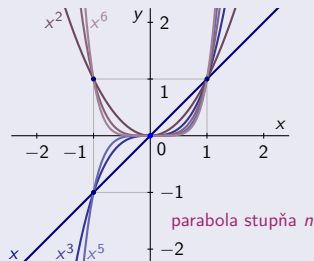
- Grafom je tzv. **parabola stupňa  $n$** .
- $x = 0$  je jediný koreň  $f_n$ .

$n$  je párne.  $\Rightarrow$

- $f_n$  je párna, je klesajúca na  $(-\infty; 0)$ ,  
je rastúca na  $\langle 0; \infty)$ ,  $H(f_n) = \langle 0; \infty)$ .

$n$  je nepárne.  $\Rightarrow$

- $f_n$  je nepárna, je rastúca,  $H(f_n) = \mathbb{R}$ .



Funkcia  $f(x) = (x+1)^2(x-1) + c, x \in \mathbb{R}$ .

- $f$  má 1 koreň pre  $c \in (-\infty; 0) \cup (\frac{32}{28}; \infty)$ .
- $f$  má 2 korene pre  $c = 0$  a  $c = \frac{32}{28}$ .
- $f$  má 3 korene pre  $c \in (0; \frac{32}{28})$ .



# Racionálna lomená funkcia

Racionálna lomená funkcia sa nazýva



# Racionálna lomená funkcia

Racionálna lomená funkcia sa nazýva

funkcia  $f: y = \frac{f_n(x)}{f_m(x)} = \frac{a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n}{b_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + b_mx^m}.$

[Podiel dvoch polynómov  $f_n$  a  $f_m$ .]

# Racionálna lomená funkcia

## Racionálna lomená funkcia sa nazýva

funkcia  $f: y = \frac{f_n(x)}{f_m(x)} = \frac{a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n}{b_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + b_mx^m}$ .

[Podiel dvoch polynómov  $f_n$  a  $f_m$ .]

- Čísla  $a_0, a_1, \dots, a_n \in R, a_n \neq 0$  sú koeficienty polynómu  $f_n$ .

[Čitateľ zlomku.]

# Racionálna lomená funkcia

## Racionálna lomená funkcia sa nazýva

funkcia  $f: y = \frac{f_n(x)}{f_m(x)} = \frac{a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n}{b_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + b_mx^m}$ .

[Podiel dvoch polynómov  $f_n$  a  $f_m$ .]

- Čísla  $a_0, a_1, \dots, a_n \in R, a_n \neq 0$  sú koeficienty polynómu  $f_n$ .

[Čitateľ zlomku.]

- Čísla  $b_0, b_1, \dots, b_m \in R, b_m \neq 0$  sú koeficienty polynómu  $f_m$ .

[Menovateľ zlomku.]

# Racionálna lomená funkcia

## Racionálna lomená funkcia sa nazýva

funkcia  $f: y = \frac{f_n(x)}{f_m(x)} = \frac{a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n}{b_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + b_mx^m}$ .

[Podiel dvoch polynómov  $f_n$  a  $f_m$ .]

- Čísla  $a_0, a_1, \dots, a_n \in R, a_n \neq 0$  sú koeficienty polynómu  $f_n$ . [Čitateľ zlomku.]
- Čísla  $b_0, b_1, \dots, b_m \in R, b_m \neq 0$  sú koeficienty polynómu  $f_m$ . [Menovateľ zlomku.]
- Čísla  $n, m \in N \cup \{0\}$  sú stupne polynómov  $f_n, f_m$ .

# Racionálna lomená funkcia

## Racionálna lomená funkcia sa nazýva

funkcia  $f: y = \frac{f_n(x)}{f_m(x)} = \frac{a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n}{b_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + b_mx^m}$ .

[Podiel dvoch polynómov  $f_n$  a  $f_m$ .]

- Čísla  $a_0, a_1, \dots, a_n \in R, a_n \neq 0$  sú koeficienty polynómu  $f_n$ . [Čitateľ zlomku.]
- Čísla  $b_0, b_1, \dots, b_m \in R, b_m \neq 0$  sú koeficienty polynómu  $f_m$ . [Menovateľ zlomku.]
- Čísla  $n, m \in N \cup \{0\}$  sú stupne polynómov  $f_n, f_m$ .
- Priradený definičný obor  $D(f) = R - \{c \in R, \text{pre ktoré } f_m(c) = 0\}$ .

# Racionálna lomená funkcia

## Racionálna lomená funkcia sa nazýva

funkcia  $f: y = \frac{f_n(x)}{f_m(x)} = \frac{a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n}{b_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + b_mx^m}$ .

[Podiel dvoch polynómov  $f_n$  a  $f_m$ .]

- Čísla  $a_0, a_1, \dots, a_n \in R, a_n \neq 0$  sú koeficienty polynómu  $f_n$ . [Čitateľ zlomku.]
- Čísla  $b_0, b_1, \dots, b_m \in R, b_m \neq 0$  sú koeficienty polynómu  $f_m$ . [Menovateľ zlomku.]
- Čísla  $n, m \in N \cup \{0\}$  sú stupne polynómov  $f_n, f_m$ .
- Prírodný definičný obor  $D(f) = R - \{c \in R, \text{pre ktoré } f_m(c) = 0\}$ .

[Aby mala funkcia  $f$  zmysel, musí byť menovateľ  $f_m$  nenulový, t. j. musíme vylúčiť korene  $f_m$ .]

# Racionálna lomená funkcia

## Racionálna lomená funkcia sa nazýva

funkcia  $f: y = \frac{f_n(x)}{f_m(x)} = \frac{a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n}{b_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + b_mx^m}$ .

[Podiel dvoch polynómov  $f_n$  a  $f_m$ .]

- Čísla  $a_0, a_1, \dots, a_n \in R, a_n \neq 0$  sú koeficienty polynómu  $f_n$ . [Čitateľ zlomku.]
  - Čísla  $b_0, b_1, \dots, b_m \in R, b_m \neq 0$  sú koeficienty polynómu  $f_m$ . [Menovateľ zlomku.]
  - Čísla  $n, m \in N \cup \{0\}$  sú stupne polynómov  $f_n, f_m$ .
- Priradený definičný obor  $D(f) = R - \{c \in R, \text{pre ktoré } f_m(c) = 0\}$ .  
[Aby mala funkcia  $f$  zmysel, musí byť menovateľ  $f_m$  nenulový, t. j. musíme vylúčiť korene  $f_m$ .]
  - Funkcia  $f$  má rovnaké korene ako polynóm  $f_n$  (menovateľ).

# Racionálna lomená funkcia

## Racionálna lomená funkcia sa nazýva

funkcia  $f: y = \frac{f_n(x)}{f_m(x)} = \frac{a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n}{b_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + b_mx^m}$ .

[Podiel dvoch polynómov  $f_n$  a  $f_m$ .]

- Čísla  $a_0, a_1, \dots, a_n \in R$ ,  $a_n \neq 0$  sú koeficienty polynómu  $f_n$ . [Čitateľ zlomku.]
  - Čísla  $b_0, b_1, \dots, b_m \in R$ ,  $b_m \neq 0$  sú koeficienty polynómu  $f_m$ . [Menovateľ zlomku.]
  - Čísla  $n, m \in N \cup \{0\}$  sú stupne polynómov  $f_n, f_m$ .
- Priradený definičný obor  $D(f) = R - \{c \in R, \text{pre ktoré } f_m(c) = 0\}$ .  
[Aby mala funkcia  $f$  zmysel, musí byť menovateľ  $f_m$  nenulový, t. j. musíme vylúčiť korene  $f_m$ .]
- 
- Funkcia  $f$  má rovnaké korene ako polynóm  $f_n$  (menovateľ).
  - Ak  $f_m: y = b_0$ ,  $b_0 \neq 0$  ( $b_1 = b_2 = \dots = b_m = 0$ ), potom  $f$  je polynóm (racionálna celistvá funkcia).



# Racionálna lomená funkcia

## Racionálna lomená funkcia sa nazýva

funkcia  $f: y = \frac{f_n(x)}{f_m(x)} = \frac{a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n}{b_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + b_mx^m}$ .

[Podiel dvoch polynómov  $f_n$  a  $f_m$ .]

- Čísla  $a_0, a_1, \dots, a_n \in R$ ,  $a_n \neq 0$  sú koeficienty polynómu  $f_n$ . [Čitateľ zlomku.]
  - Čísla  $b_0, b_1, \dots, b_m \in R$ ,  $b_m \neq 0$  sú koeficienty polynómu  $f_m$ . [Menovateľ zlomku.]
  - Čísla  $n, m \in N \cup \{0\}$  sú stupne polynómov  $f_n, f_m$ .
- Priradený definičný obor  $D(f) = R - \{c \in R, \text{pre ktoré } f_m(c) = 0\}$ .  
[Aby mala funkcia  $f$  zmysel, musí byť menovateľ  $f_m$  nenulový, t. j. musíme vylúčiť korene  $f_m$ .]
  - Funkcia  $f$  má rovnaké korene ako polynóm  $f_n$  (menovateľ).
  - Ak  $f_m: y = b_0$ ,  $b_0 \neq 0$  ( $b_1 = b_2 = \dots = b_m = 0$ ), potom  $f$  je polynóm (racionálna celistvá funkcia).  
[Polynóm je špeciálnym prípadom racionálnej lomenej funkcie.]

# Racionálna lomená funkcia

## Racionálna lomená funkcia sa nazýva

$$\text{funkcia } f: y = \frac{f_n(x)}{f_m(x)} = \frac{a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n}{b_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + b_mx^m}.$$

[Podiel dvoch polynómov  $f_n$  a  $f_m$ .]

- Čísla  $a_0, a_1, \dots, a_n \in R, a_n \neq 0$  sú koeficienty polynómu  $f_n$ . [Čitateľ zlomku.]
  - Čísla  $b_0, b_1, \dots, b_m \in R, b_m \neq 0$  sú koeficienty polynómu  $f_m$ . [Menovateľ zlomku.]
  - Čísla  $n, m \in N \cup \{0\}$  sú stupne polynómov  $f_n, f_m$ .
- Priradený definičný obor  $D(f) = R - \{c \in R, \text{pre ktoré } f_m(c) = 0\}$ .  
[Aby mala funkcia  $f$  zmysel, musí byť menovateľ  $f_m$  nenulový, t. j. musíme vylúčiť korene  $f_m$ .]
- 
- Funkcia  $f$  má rovnaké korene ako polynóm  $f_n$  (menovateľ).
  - Ak  $f_m: y = b_0, b_0 \neq 0$  ( $b_1 = b_2 = \dots = b_m = 0$ ), potom  $f$  je polynóm (racionálna celistvá funkcia).  
[Polynóm je špeciálnym prípadom racionálnej lomenej funkcie.]
- 
- Pre  $n < m$  sa funkcia  $f$  nazýva **rýdza racionálna lomená**.

# Racionálna lomená funkcia

## Racionálna lomená funkcia sa nazýva

$$\text{funkcia } f: y = \frac{f_n(x)}{f_m(x)} = \frac{a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n}{b_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + b_mx^m}.$$

[Podiel dvoch polynómov  $f_n$  a  $f_m$ .]

- Čísla  $a_0, a_1, \dots, a_n \in R, a_n \neq 0$  sú koeficienty polynómu  $f_n$ . [Čitateľ zlomku.]
  - Čísla  $b_0, b_1, \dots, b_m \in R, b_m \neq 0$  sú koeficienty polynómu  $f_m$ . [Menovateľ zlomku.]
  - Čísla  $n, m \in N \cup \{0\}$  sú stupne polynómov  $f_n, f_m$ .
- Priradený definičný obor  $D(f) = R - \{c \in R, \text{pre ktoré } f_m(c) = 0\}$ .  
[Aby mala funkcia  $f$  zmysel, musí byť menovateľ  $f_m$  nenulový, t. j. musíme vylúčiť korene  $f_m$ .]
- 
- Funkcia  $f$  má rovnaké korene ako polynóm  $f_n$  (menovateľ).
  - Ak  $f_m: y = b_0, b_0 \neq 0$  ( $b_1 = b_2 = \dots = b_m = 0$ ), potom  $f$  je polynóm (racionálna celistvá funkcia).  
[Polynóm je špeciálnym prípadom racionálnej lomenej funkcie.]
- 
- Pre  $n < m$  sa funkcia  $f$  nazýva **rýdza racionálna lomená**.
  - Pre  $n \geq m$  môžeme funkciu  $f$  rozložiť na súčet polynómu (stupňa  $n - m$ )

# Racionálna lomená funkcia

## Racionálna lomená funkcia sa nazýva

$$\text{funkcia } f: y = \frac{f_n(x)}{f_m(x)} = \frac{a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n}{b_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + b_mx^m}.$$

[Podiel dvoch polynómov  $f_n$  a  $f_m$ .]

- Čísla  $a_0, a_1, \dots, a_n \in R$ ,  $a_n \neq 0$  sú koeficienty polynómu  $f_n$ . [Čitateľ zlomku.]
- Čísla  $b_0, b_1, \dots, b_m \in R$ ,  $b_m \neq 0$  sú koeficienty polynómu  $f_m$ . [Menovateľ zlomku.]
- Čísla  $n, m \in N \cup \{0\}$  sú stupne polynómov  $f_n, f_m$ .
- Prírodný definičný obor  $D(f) = R - \{c \in R, \text{pre ktoré } f_m(c) = 0\}$ .  
[Aby mala funkcia  $f$  zmysel, musí byť menovateľ  $f_m$  nenulový, t. j. musíme vylúčiť korene  $f_m$ .]

- Funkcia  $f$  má rovnaké korene ako polynóm  $f_n$  (menovateľ).
- Ak  $f_m: y = b_0$ ,  $b_0 \neq 0$  ( $b_1 = b_2 = \dots = b_m = 0$ ), potom  $f$  je polynóm (racionálna celistvá funkcia).  
[Polynóm je špeciálnym prípadom racionálnej lomenej funkcie.]

- Pre  $n < m$  sa funkcia  $f$  nazýva **rýdza racionálna lomená**.
- Pre  $n \geq m$  môžeme funkciu  $f$  rozložiť na súčet polynómu (stupňa  $n - m$ )  
a funkcie rýdzej racionálnej lomenej.

# Racionálna lomená funkcia

Funkcia  $f_n: y = x^{-n} = \frac{1}{x^n}, n \in \mathbb{N}, x \in \mathbb{R} - \{0\}$ .



# Racionálna lomená funkcia

Funkcia  $f_n: y = x^{-n} = \frac{1}{x^n}$ ,  $n \in \mathbb{N}$ ,  $x \in \mathbb{R} - \{0\}$ .

- Grafom je tzv. **hyperbola stupňa  $n+1$** .

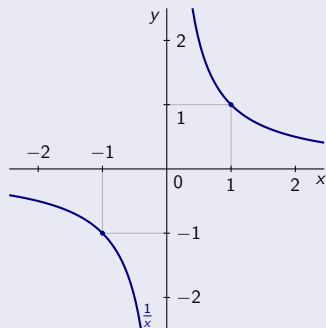


# Racionálna lomená funkcia

Funkcia  $f_n: y = x^{-n} = \frac{1}{x^n}$ ,  $n \in \mathbb{N}$ ,  $x \in \mathbb{R} - \{0\}$ .

- Grafom je tzv. **hyperbola stupňa  $n+1$** .

[Graf funkcie  $f_1: y = \frac{1}{x}$  nazývame hyperbola.]



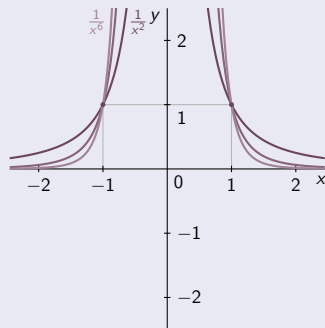
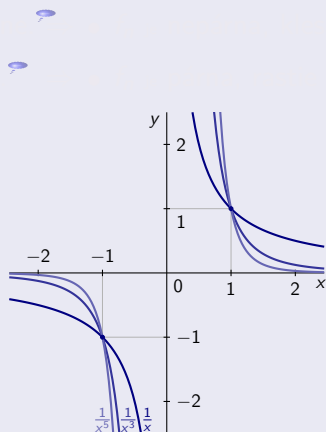
# Racionálna lomená funkcia

Funkcia  $f_n: y = x^{-n} = \frac{1}{x^n}$ ,  $n \in \mathbb{N}$ ,  $x \in \mathbb{R} - \{0\}$ .

- Grafom je tzv. **hyperbola stupňa  $n+1$** .

[Graf funkcie  $f_1: y = \frac{1}{x}$  nazývame hyperbola.]

- $f_n$  nemá korene (nulové body).





# Racionálna lomená funkcia

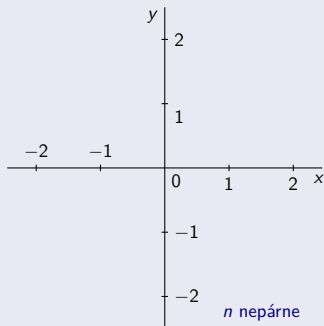
Funkcia  $f_n: y = x^{-n} = \frac{1}{x^n}$ ,  $n \in \mathbb{N}$ ,  $x \in \mathbb{R} - \{0\}$ .

- Grafom je tzv. **hyperbola stupňa  $n+1$** .

[Graf funkcie  $f_1: y = \frac{1}{x}$  nazývame hyperbola.]

- $f_n$  nemá korene (nulové body).

$n$  je nepárne.



# Racionálna lomená funkcia

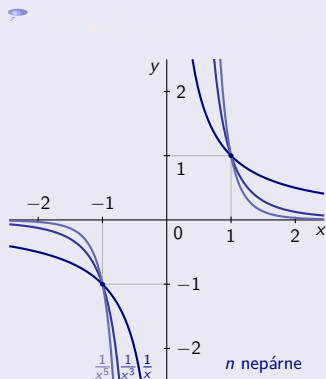
Funkcia  $f_n: y = x^{-n} = \frac{1}{x^n}$ ,  $n \in \mathbb{N}$ ,  $x \in \mathbb{R} - \{0\}$ .

- Grafom je tzv. **hyperbola stupňa  $n+1$** .

[Graf funkcie  $f_1: y = \frac{1}{x}$  nazývame hyperbola.]

- $f_n$  nemá korene (nulové body).

$n$  je nepárne.  $\Rightarrow$  •  $f_n$  je nepárna,



# Racionálna lomená funkcia

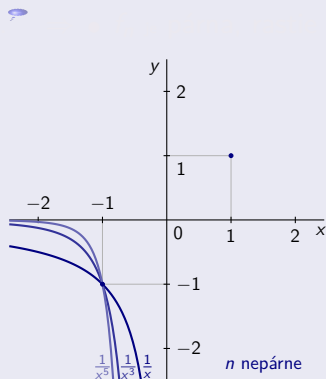
Funkcia  $f_n: y = x^{-n} = \frac{1}{x^n}$ ,  $n \in \mathbb{N}$ ,  $x \in \mathbb{R} - \{0\}$ .

- Grafom je tzv. **hyperbola stupňa  $n+1$** .

[Graf funkcie  $f_1: y = \frac{1}{x}$  nazývame hyperbola.]

- $f_n$  nemá korene (nulové body).

$n$  je nepárne.  $\Rightarrow$  •  $f_n$  je nepárna, klesá na  $(-\infty; 0)$ ,



# Racionálna lomená funkcia

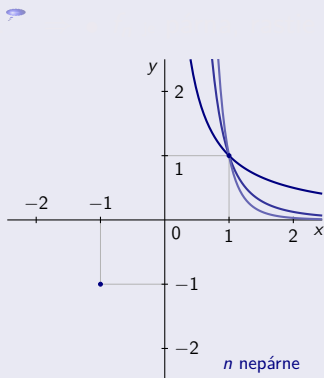
Funkcia  $f_n: y = x^{-n} = \frac{1}{x^n}$ ,  $n \in \mathbb{N}$ ,  $x \in \mathbb{R} - \{0\}$ .

- Grafom je tzv. **hyperbola stupňa  $n+1$** .

[Graf funkcie  $f_1: y = \frac{1}{x}$  nazývame hyperbola.]

- $f_n$  nemá korene (nulové body).

$n$  je nepárne.  $\Rightarrow$  •  $f_n$  je nepárna, klesá na  $(-\infty; 0)$ , klesá na  $(0; \infty)$ ,



# Racionálna lomená funkcia

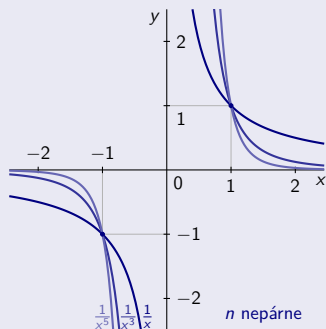
Funkcia  $f_n: y = x^{-n} = \frac{1}{x^n}$ ,  $n \in \mathbb{N}$ ,  $x \in \mathbb{R} - \{0\}$ .

- Grafom je tzv. **hyperbola stupňa  $n+1$** .

[Graf funkcie  $f_1: y = \frac{1}{x}$  nazývame hyperbola.]

- $f_n$  nemá korene (nulové body).

$n$  je nepárne.  $\Rightarrow$  •  $f_n$  je nepárna, klesá na  $(-\infty; 0)$ , klesá na  $(0; \infty)$ ,  $H(f_n) = \mathbb{R} - \{0\}$ .



# Racionálna lomená funkcia

Funkcia  $f_n: y = x^{-n} = \frac{1}{x^n}$ ,  $n \in \mathbb{N}$ ,  $x \in \mathbb{R} - \{0\}$ .

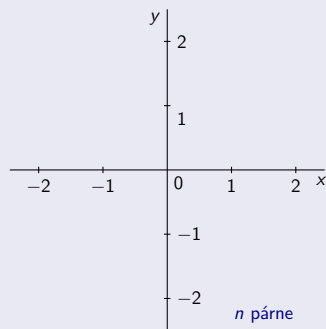
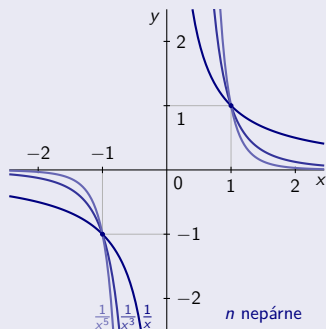
- Grafom je tzv. **hyperbola stupňa  $n+1$** .

[Graf funkcie  $f_1: y = \frac{1}{x}$  nazývame hyperbola.]

- $f_n$  nemá korene (nulové body).

$n$  je nepárne.  $\Rightarrow$  •  $f_n$  je nepárna, klesá na  $(-\infty; 0)$ , klesá na  $(0; \infty)$ ,  $H(f_n) = \mathbb{R} - \{0\}$ .

$n$  je párne.



# Racionálna lomená funkcia

Funkcia  $f_n: y = x^{-n} = \frac{1}{x^n}$ ,  $n \in \mathbb{N}$ ,  $x \in \mathbb{R} - \{0\}$ .

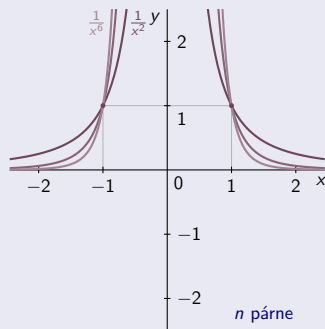
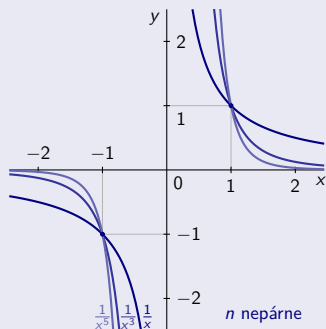
- Grafom je tzv. **hyperbola stupňa  $n+1$** .

[Graf funkcie  $f_1: y = \frac{1}{x}$  nazývame hyperbola.]

- $f_n$  nemá korene (nulové body).

$n$  je nepárne.  $\Rightarrow$  •  $f_n$  je nepárna, klesá na  $(-\infty; 0)$ , klesá na  $(0; \infty)$ ,  $H(f_n) = \mathbb{R} - \{0\}$ .

$n$  je párne.  $\Rightarrow$  •  $f_n$  je párna,



# Racionálna lomená funkcia

Funkcia  $f_n: y = x^{-n} = \frac{1}{x^n}$ ,  $n \in \mathbb{N}$ ,  $x \in \mathbb{R} - \{0\}$ .

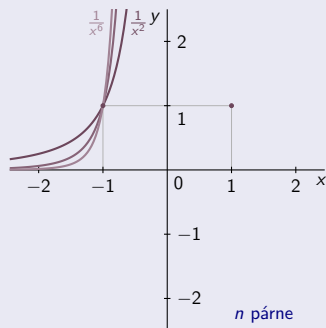
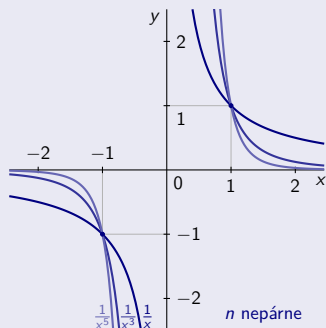
- Grafom je tzv. **hyperbola stupňa  $n+1$** .

[Graf funkcie  $f_1: y = \frac{1}{x}$  nazývame hyperbola.]

- $f_n$  nemá korene (nulové body).

$n$  je nepárne.  $\Rightarrow$  •  $f_n$  je nepárna, klesá na  $(-\infty; 0)$ , klesá na  $(0; \infty)$ ,  $H(f_n) = \mathbb{R} - \{0\}$ .

$n$  je párne.  $\Rightarrow$  •  $f_n$  je párna, rastie na  $(-\infty; 0)$ ,





# Racionálna lomená funkcia

Funkcia  $f_n: y = x^{-n} = \frac{1}{x^n}$ ,  $n \in \mathbb{N}$ ,  $x \in \mathbb{R} - \{0\}$ .

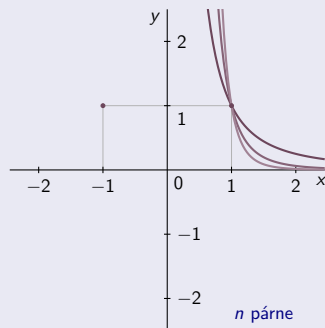
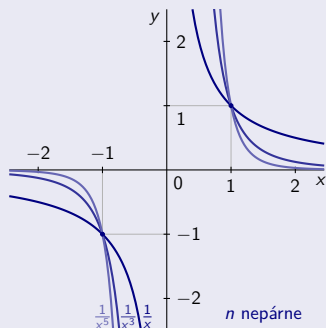
- Grafom je tzv. **hyperbola stupňa  $n+1$** .

[Graf funkcie  $f_1: y = \frac{1}{x}$  nazývame hyperbola.]

- $f_n$  nemá korene (nulové body).

$n$  je nepárne.  $\Rightarrow$  •  $f_n$  je nepárna, klesá na  $(-\infty; 0)$ , klesá na  $(0; \infty)$ ,  $H(f_n) = \mathbb{R} - \{0\}$ .

$n$  je párne.  $\Rightarrow$  •  $f_n$  je párna, rastie na  $(-\infty; 0)$ , klesá na  $(0; \infty)$ ,



# Racionálna lomená funkcia

Funkcia  $f_n: y = x^{-n} = \frac{1}{x^n}$ ,  $n \in \mathbb{N}$ ,  $x \in \mathbb{R} - \{0\}$ .

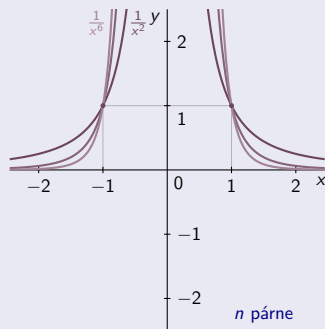
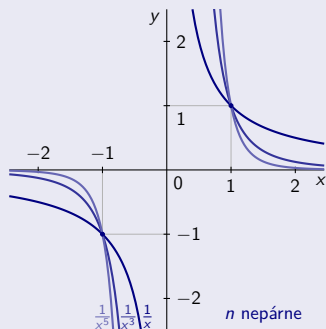
- Grafom je tzv. **hyperbola stupňa  $n+1$** .

[Graf funkcie  $f_1: y = \frac{1}{x}$  nazývame hyperbola.]

- $f_n$  nemá korene (nulové body).

$n$  je nepárne.  $\Rightarrow$  •  $f_n$  je nepárna, klesá na  $(-\infty; 0)$ , klesá na  $(0; \infty)$ ,  $H(f_n) = \mathbb{R} - \{0\}$ .

$n$  je párne.  $\Rightarrow$  •  $f_n$  je párna, rastie na  $(-\infty; 0)$ , klesá na  $(0; \infty)$ ,  $H(f_n) = (0; \infty)$ .



# Mocninná funkcia

Mocninná (mocninová) funkcia sa nazýva

# Mocninná funkcia

Mocninná (mocninová) funkcia sa nazýva

funkcia  $f: y = x^r$ , kde  $r \in \mathbb{R}$ .



# Mocninná funkcia

Mocninná (mocninová) funkcia sa nazýva

funkcia  $f: y = x^r$ , kde  $r \in \mathbb{R}$ .

[Premenná  $x$  je v základe mocniny. Exponent  $r$  sa nemení.]

# Mocninná funkcia

## Mocninná (mocninová) funkcia sa nazýva

funkcia  $f: y = x^r$ , kde  $r \in \mathbb{R}$ .

[Premenná  $x$  je v základe mocniny. Exponent  $r$  sa nemení.]

- $r \in \mathbb{Z}$ .

- $r \notin \mathbb{Z}$ .

# Mocninná funkcia

## Mocninná (mocninová) funkcia sa nazýva

funkcia  $f: y = x^r$ , kde  $r \in \mathbb{R}$ .

[Premenná  $x$  je v základe mocniny. Exponent  $r$  sa nemení.]

- $r \in \mathbb{Z}$ .  $\begin{cases} r > 0. \\ r = 0. \\ r < 0. \end{cases}$

- $r \notin \mathbb{Z}$ .

# Mocninná funkcia

## Mocninná (mocninová) funkcia sa nazýva

funkcia  $f: y = x^r$ , kde  $r \in \mathbb{R}$ .

[Premenná  $x$  je v základe mocniny. Exponent  $r$  sa nemení.]

$$\bullet r \in \mathbb{Z}. \begin{cases} r > 0. \Rightarrow \bullet f: y = x^n, \text{ kde } r = n \in \mathbb{N}, \\ r = 0. \\ r < 0. \end{cases}$$

$$\bullet r \notin \mathbb{Z}.$$



# Mocninná funkcia

## Mocninná (mocninová) funkcia sa nazýva

funkcia  $f: y = x^r$ , kde  $r \in \mathbb{R}$ .

[Premenná  $x$  je v základe mocniny. Exponent  $r$  sa nemení.]

$$\bullet r \in \mathbb{Z}. \begin{cases} r > 0. \Rightarrow \bullet f: y = x^n, \text{ kde } r = n \in \mathbb{N}, \\ r = 0. \Rightarrow \bullet f: y = 1, \\ r < 0. \end{cases}$$

$$\bullet r \notin \mathbb{Z}.$$

# Mocninná funkcia

## Mocninná (mocninová) funkcia sa nazýva

funkcia  $f: y = x^r$ , kde  $r \in \mathbb{R}$ .

[Premenná  $x$  je v základe mocniny. Exponent  $r$  sa nemení.]

$$\bullet r \in \mathbb{Z}. \begin{cases} r > 0. \Rightarrow \bullet f: y = x^n, \text{ kde } r = n \in \mathbb{N}, \\ r = 0. \Rightarrow \bullet f: y = 1, \\ r < 0. \Rightarrow \bullet f: y = \frac{1}{x^n}, \text{ kde } -r = n \in \mathbb{N}, \end{cases}$$

$$\bullet r \notin \mathbb{Z}.$$

# Mocninná funkcia

## Mocninná (mocninová) funkcia sa nazýva

funkcia  $f: y = x^r$ , kde  $r \in \mathbb{R}$ .

[Premenná  $x$  je v základe mocniny. Exponent  $r$  sa nemení.]

$$\bullet r \in \mathbb{Z}. \begin{cases} r > 0. \Rightarrow \bullet f: y = x^n, \text{ kde } r = n \in \mathbb{N}, & \text{prirodzený } D(f) = \mathbb{R}. \\ r = 0. \Rightarrow \bullet f: y = 1, & \text{prirodzený } D(f) = \mathbb{R}. \\ r < 0. \Rightarrow \bullet f: y = \frac{1}{x^n}, \text{ kde } -r = n \in \mathbb{N}, & \text{prirodzený } D(f) = \mathbb{R} - \{0\}. \end{cases}$$

$$\bullet r \notin \mathbb{Z}.$$

# Mocninná funkcia

## Mocninná (mocninová) funkcia sa nazýva

funkcia  $f: y = x^r$ , kde  $r \in \mathbb{R}$ .

[Premenná  $x$  je v základe mocniny. Exponent  $r$  sa nemení.]

$$\bullet r \in \mathbb{Z}. \begin{cases} r > 0. \Rightarrow \bullet f: y = x^n, \text{ kde } r = n \in \mathbb{N}, & \text{prirodzený } D(f) = \mathbb{R}. & \text{[Polynóm.]} \\ r = 0. \Rightarrow \bullet f: y = 1, & \text{prirodzený } D(f) = \mathbb{R}. & \text{[Konštantná funkcia.]} \\ r < 0. \Rightarrow \bullet f: y = \frac{1}{x^n}, \text{ kde } -r = n \in \mathbb{N}, & \text{prirodzený } D(f) = \mathbb{R} - \{0\}. \end{cases}$$

$$\bullet r \notin \mathbb{Z}.$$

# Mocninná funkcia

## Mocninná (mocninová) funkcia sa nazýva

funkcia  $f: y = x^r$ , kde  $r \in \mathbb{R}$ .

[Premenná  $x$  je v základe mocniny. Exponent  $r$  sa nemení.]

- $\bullet r \in \mathbb{Z}$ .
  - $r > 0. \Rightarrow \bullet f: y = x^n$ , kde  $r = n \in \mathbb{N}$ , prirodzený  $D(f) = \mathbb{R}$ . [Polynóm.]
  - $r = 0. \Rightarrow \bullet f: y = 1$ , prirodzený  $D(f) = \mathbb{R}$ . [Konštantná funkcia.]
  - $r < 0. \Rightarrow \bullet f: y = \frac{1}{x^n}$ , kde  $-r = n \in \mathbb{N}$ , prirodzený  $D(f) = \mathbb{R} - \{0\}$ .

- $\bullet r \notin \mathbb{Z}$ .
  - $r > 0.$
  - $r < 0.$

# Mocninná funkcia

## Mocninná (mocninová) funkcia sa nazýva

funkcia  $f: y = x^r$ , kde  $r \in \mathbb{R}$ .

[Premenná  $x$  je v základe mocniny. Exponent  $r$  sa nemení.]

- $r \in \mathbb{Z}$ .
  - $r > 0. \Rightarrow$  •  $f: y = x^n$ , kde  $r = n \in \mathbb{N}$ , prirodzený  $D(f) = \mathbb{R}$ . [Polynóm.]
  - $r = 0. \Rightarrow$  •  $f: y = 1$ , prirodzený  $D(f) = \mathbb{R}$ . [Konštantná funkcia.]
  - $r < 0. \Rightarrow$  •  $f: y = \frac{1}{x^n}$ , kde  $-r = n \in \mathbb{N}$ , prirodzený  $D(f) = \mathbb{R} - \{0\}$ .

- $r \notin \mathbb{Z}$ .
  - $r > 0. \Rightarrow$  •  $f: y = x^r$ ,
  - $r < 0.$

# Mocninná funkcia

## Mocninná (mocninová) funkcia sa nazýva

funkcia  $f: y = x^r$ , kde  $r \in \mathbb{R}$ .

[Premenná  $x$  je v základe mocniny. Exponent  $r$  sa nemení.]

$$\bullet r \in \mathbb{Z}. \begin{cases} r > 0. \Rightarrow \bullet f: y = x^n, \text{ kde } r = n \in \mathbb{N}, & \text{prirodzený } D(f) = \mathbb{R}. & \text{[Polynóm.]} \\ r = 0. \Rightarrow \bullet f: y = 1, & \text{prirodzený } D(f) = \mathbb{R}. & \text{[Konštantná funkcia.]} \\ r < 0. \Rightarrow \bullet f: y = \frac{1}{x^n}, \text{ kde } -r = n \in \mathbb{N}, & \text{prirodzený } D(f) = \mathbb{R} - \{0\}. \end{cases}$$

$$\bullet r \notin \mathbb{Z}. \begin{cases} r > 0. \Rightarrow \bullet f: y = x^r, \\ r < 0. \Rightarrow \bullet f: y = x^r = \frac{1}{x^{-r}} \quad (-r > 0), \end{cases}$$

# Mocninná funkcia

## Mocninná (mocninová) funkcia sa nazýva

funkcia  $f: y = x^r$ , kde  $r \in \mathbb{R}$ .

[Premenná  $x$  je v základe mocniny. Exponent  $r$  sa nemení.]

$$\bullet r \in \mathbb{Z}. \left\{ \begin{array}{l} r > 0. \Rightarrow \bullet f: y = x^n, \text{ kde } r = n \in \mathbb{N}, \text{ prirodzený } D(f) = \mathbb{R}. \quad [\text{Polynóm.}] \\ r = 0. \Rightarrow \bullet f: y = 1, \text{ prirodzený } D(f) = \mathbb{R}. \quad [\text{Konštantná funkcia.}] \\ r < 0. \Rightarrow \bullet f: y = \frac{1}{x^n}, \text{ kde } -r = n \in \mathbb{N}, \text{ prirodzený } D(f) = \mathbb{R} - \{0\}. \end{array} \right.$$

$$\bullet r \notin \mathbb{Z}. \left\{ \begin{array}{l} r > 0. \Rightarrow \bullet f: y = x^r, \text{ prirodzený } D(f) = \langle 0; \infty \rangle, \\ r < 0. \Rightarrow \bullet f: y = x^r = \frac{1}{x^{-r}} \text{ } (-r > 0), \text{ prirodzený } D(f) = (0; \infty), \end{array} \right.$$



# Mocninná funkcia

## Mocninná (mocninová) funkcia sa nazýva

funkcia  $f: y = x^r$ , kde  $r \in \mathbb{R}$ .

[Premenná  $x$  je v základe mocniny. Exponent  $r$  sa nemení.]

$$\bullet r \in \mathbb{Z}. \left\{ \begin{array}{l} r > 0. \Rightarrow \bullet f: y = x^n, \text{ kde } r = n \in \mathbb{N}, \text{ prirodzený } D(f) = \mathbb{R}. \quad [\text{Polynóm.}] \\ r = 0. \Rightarrow \bullet f: y = 1, \text{ prirodzený } D(f) = \mathbb{R}. \quad [\text{Konštantná funkcia.}] \\ r < 0. \Rightarrow \bullet f: y = \frac{1}{x^n}, \text{ kde } -r = n \in \mathbb{N}, \text{ prirodzený } D(f) = \mathbb{R} - \{0\}. \end{array} \right.$$

$$\bullet r \notin \mathbb{Z}. \left\{ \begin{array}{l} r > 0. \Rightarrow \bullet f: y = x^r, \text{ prirodzený } D(f) = \langle 0; \infty \rangle, H(f) = \langle 0; \infty \rangle. \\ r < 0. \Rightarrow \bullet f: y = x^r = \frac{1}{x^{-r}} \text{ } (-r > 0), \text{ prirodzený } D(f) = (0; \infty), H(f) = (0; \infty). \end{array} \right.$$



# Mocninná funkcia

## Mocninná (mocninová) funkcia sa nazýva

funkcia  $f: y = x^r$ , kde  $r \in \mathbb{R}$ .

[Premenná  $x$  je v základe mocniny. Exponent  $r$  sa nemení.]

$$\bullet r \in \mathbb{Z}. \quad \begin{cases} r > 0. \Rightarrow \bullet f: y = x^n, \text{ kde } r = n \in \mathbb{N}, & \text{prirodzený } D(f) = \mathbb{R}. & [\text{Polynóm.}] \\ r = 0. \Rightarrow \bullet f: y = 1, & \text{prirodzený } D(f) = \mathbb{R}. & [\text{Konštantná funkcia.}] \\ r < 0. \Rightarrow \bullet f: y = \frac{1}{x^n}, \text{ kde } -r = n \in \mathbb{N}, & \text{prirodzený } D(f) = \mathbb{R} - \{0\}. & \end{cases}$$

$$\bullet r \notin \mathbb{Z}. \quad \left\{ \begin{array}{l} r > 0. \Rightarrow \bullet f: y = x^r, \text{ prirodzený } D(f) = \langle 0; \infty \rangle, H(f) = \langle 0; \infty \rangle. \\ \qquad \qquad \qquad \qquad f \text{ je rastúca, je prostá} \\ \hline r < 0. \Rightarrow \bullet f: y = x^r = \frac{1}{x^{-r}} \text{ } (-r > 0), \text{ prirodzený } D(f) = (0; \infty), H(f) = (0; \infty). \\ \qquad \qquad \qquad \qquad f \text{ je klesajúca, je prostá} \end{array} \right.$$



# Mocninná funkcia

## Mocninná (mocninová) funkcia sa nazýva

funkcia  $f: y = x^r$ , kde  $r \in \mathbb{R}$ .

[Premenná  $x$  je v základe mocniny. Exponent  $r$  sa nemení.]

$$\bullet r \in \mathbb{Z}. \left\{ \begin{array}{l} r > 0. \Rightarrow \bullet f: y = x^n, \text{ kde } r = n \in \mathbb{N}, \text{ prirodzený } D(f) = \mathbb{R}. \quad [\text{Polynóm.}] \\ r = 0. \Rightarrow \bullet f: y = 1, \quad \text{prirodzený } D(f) = \mathbb{R}. \quad [\text{Konštantná funkcia.}] \\ r < 0. \Rightarrow \bullet f: y = \frac{1}{x^n}, \text{ kde } -r = n \in \mathbb{N}, \text{ prirodzený } D(f) = \mathbb{R} - \{0\}. \end{array} \right.$$

$$\bullet r \notin \mathbb{Z}. \left\{ \begin{array}{l} r > 0. \Rightarrow \bullet f: y = x^r, \text{ prirodzený } D(f) = \langle 0; \infty \rangle, H(f) = \langle 0; \infty \rangle. \\ \quad \quad \quad f \text{ je rastúca, je prostá (aj bijektívna).} \\ \quad \quad \quad f^{-1}: y = x^{\frac{1}{r}} = \sqrt[r]{x}, x \in \langle 0; \infty \rangle \\ r < 0. \Rightarrow \bullet f: y = x^r = \frac{1}{x^{-r}} \text{ } (-r > 0), \text{ prirodzený } D(f) = (0; \infty), H(f) = (0; \infty). \\ \quad \quad \quad f \text{ je klesajúca, je prostá (aj bijektívna).} \end{array} \right.$$

# Mocninná funkcia

## Mocninná (mocninová) funkcia sa nazýva

funkcia  $f: y = x^r$ , kde  $r \in \mathbb{R}$ .

[Premenná  $x$  je v základe mocniny. Exponent  $r$  sa nemení.]

$$\bullet r \in \mathbb{Z}. \begin{cases} r > 0. \Rightarrow \bullet f: y = x^n, \text{ kde } r = n \in \mathbb{N}, & \text{prirodzený } D(f) = \mathbb{R}. & \text{[Polynóm.]} \\ r = 0. \Rightarrow \bullet f: y = 1, & \text{prirodzený } D(f) = \mathbb{R}. & \text{[Konštantná funkcia.]} \\ r < 0. \Rightarrow \bullet f: y = \frac{1}{x^n}, \text{ kde } -r = n \in \mathbb{N}, & \text{prirodzený } D(f) = \mathbb{R} - \{0\}. \end{cases}$$

$$\bullet r \notin \mathbb{Z}. \begin{cases} r > 0. \Rightarrow \bullet f: y = x^r, \text{ prirodzený } D(f) = \langle 0; \infty \rangle, H(f) = \langle 0; \infty \rangle. \\ \quad \quad \quad f \text{ je rastúca, je prostá (aj bijektívna).} \\ \quad \quad \quad f^{-1}: y = x^{\frac{1}{r}} = \sqrt[r]{x}, x \in \langle 0; \infty \rangle \\ r < 0. \Rightarrow \bullet f: y = x^r = \frac{1}{x^{-r}} \text{ } (-r > 0), \text{ prirodzený } D(f) = (0; \infty), H(f) = (0; \infty). \\ \quad \quad \quad f \text{ je klesajúca, je prostá (aj bijektívna).} \\ \quad \quad \quad f^{-1}: y = x^{\frac{1}{r}} = \frac{1}{x^{-\frac{1}{r}}}, x \in (0; \infty) \end{cases}$$

# Mocninná funkcia

## Mocninná (mocninová) funkcia sa nazýva

funkcia  $f: y = x^r$ , kde  $r \in R$ .

[Premenná  $x$  je v základe mocniny. Exponent  $r$  sa nemení.]

$$\bullet r \in \mathbb{Z}. \left\{ \begin{array}{l} r > 0. \Rightarrow \bullet f: y = x^n, \text{ kde } r = n \in \mathbb{N}, \text{ prirodzený } D(f) = R. \quad [\text{Polynóm.}] \\ r = 0. \Rightarrow \bullet f: y = 1, \text{ prirodzený } D(f) = R. \quad [\text{Konštantná funkcia.}] \\ r < 0. \Rightarrow \bullet f: y = \frac{1}{x^n}, \text{ kde } -r = n \in \mathbb{N}, \text{ prirodzený } D(f) = R - \{0\}. \end{array} \right.$$

$$\bullet r \notin \mathbb{Z}. \left\{ \begin{array}{l} r > 0. \Rightarrow \bullet f: y = x^r, \text{ prirodzený } D(f) = \langle 0; \infty \rangle, H(f) = \langle 0; \infty \rangle. \\ \quad \quad \quad f \text{ je rastúca, je prostá (aj bijektívna).} \\ \quad \quad \quad f^{-1}: y = x^{\frac{1}{r}} = \sqrt[r]{x}, x \in \langle 0; \infty \rangle \text{ (tiež mocninná funkcia).} \\ r < 0. \Rightarrow \bullet f: y = x^r = \frac{1}{x^{-r}} \text{ } (-r > 0), \text{ prirodzený } D(f) = (0; \infty), H(f) = (0; \infty). \\ \quad \quad \quad f \text{ je klesajúca, je prostá (aj bijektívna).} \\ \quad \quad \quad f^{-1}: y = x^{\frac{1}{r}} = \frac{1}{x^{-\frac{1}{r}}}, x \in (0; \infty) \text{ (tiež mocninná funkcia).} \end{array} \right.$$

# Mocninná funkcia

## Mocninná (mocninová) funkcia sa nazýva

funkcia  $f: y = x^r$ , kde  $r \in \mathbb{R}$ .

[Premenná  $x$  je v základe mocniny. Exponent  $r$  sa nemení.]

$$\bullet r \in \mathbb{Z} \left\{ \begin{array}{l} r > 0. \Rightarrow \bullet f: y = x^n, \text{ kde } r = n \in \mathbb{N}, \text{ prirodzený } D(f) = \mathbb{R}. \quad \text{[Polynóm.]} \\ r = 0. \Rightarrow \bullet f: y = 1, \text{ prirodzený } D(f) = \mathbb{R}. \quad \text{[Konštantná funkcia.]} \\ r < 0. \Rightarrow \bullet f: y = \frac{1}{x^n}, \text{ kde } -r = n \in \mathbb{N}, \text{ prirodzený } D(f) = \mathbb{R} - \{0\}. \end{array} \right.$$

$$\bullet r \notin \mathbb{Z} \left\{ \begin{array}{l} r > 0. \Rightarrow \bullet f: y = x^r, \text{ prirodzený } D(f) = \langle 0; \infty \rangle, H(f) = \langle 0; \infty \rangle. \\ \quad f \text{ je rastúca, je prostá (aj bijektívna).} \\ \quad f^{-1}: y = x^{\frac{1}{r}} = \sqrt[r]{x}, x \in \langle 0; \infty \rangle \text{ (tiež mocninná funkcia).} \\ \quad \text{[Napr. inverzná funkcia k } f: y = x^2, x \in \langle 0; \infty \rangle \text{ má tvar } f^{-1}: y = x^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x}, x \in \langle 0; \infty \rangle.] \\ r < 0. \Rightarrow \bullet f: y = x^r = \frac{1}{x^{-r}} \text{ } (-r > 0), \text{ prirodzený } D(f) = (0; \infty), H(f) = (0; \infty). \\ \quad f \text{ je klesajúca, je prostá (aj bijektívna).} \\ \quad f^{-1}: y = x^{\frac{1}{r}} = \frac{1}{x^{-\frac{1}{r}}}, x \in (0; \infty) \text{ (tiež mocninná funkcia).} \end{array} \right.$$





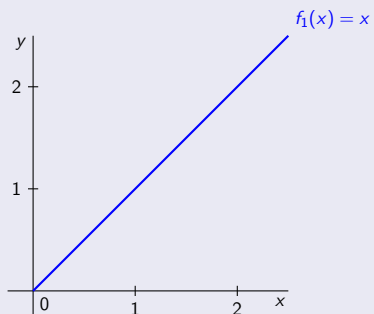
# Mocninná funkcia

Funkcia  $f_r: y = x^r, r > 0$ .

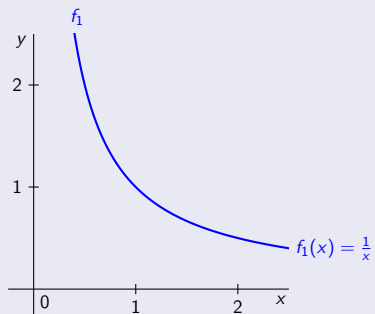
Funkcia  $f_r: y = \frac{1}{x^r}, r > 0$ .

# Mocninná funkcia

Funkcia  $f_r: y = x^r, r > 0$ .

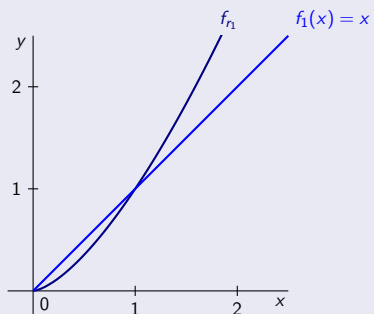


Funkcia  $f_r: y = \frac{1}{x^r}, r > 0$ .

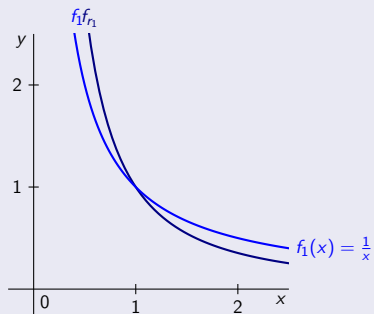


# Mocninná funkcia

Funkcia  $f_r: y = x^r, r > 0$ .

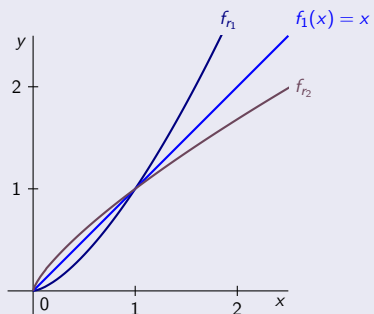


Funkcia  $f_r: y = \frac{1}{x^r}, r > 0$ .

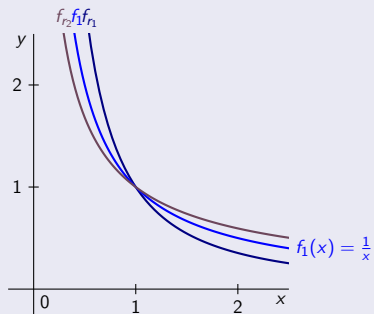


# Mocninná funkcia

Funkcia  $f_r: y = x^r, r > 0$ .



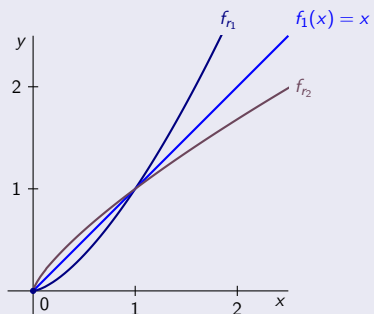
Funkcia  $f_r: y = \frac{1}{x^r}, r > 0$ .



# Mocninná funkcia

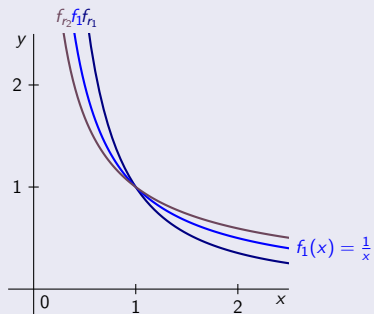
Funkcia  $f_r: y = x^r, r > 0$ .

- $f_r: (0; \infty) \rightarrow (0; \infty)$ .



Funkcia  $f_r: y = \frac{1}{x^r}, r > 0$ .

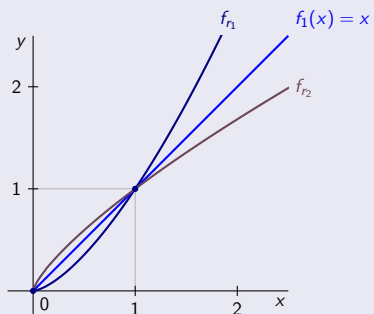
- $f_r: (0; \infty) \rightarrow (0; \infty)$ .



# Mocinná funkcia

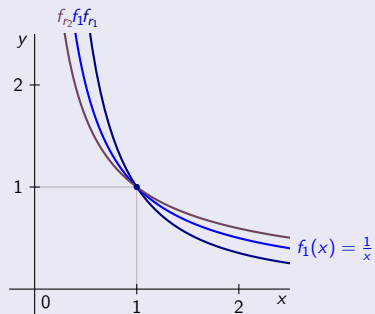
Funkcia  $f_r: y = x^r, r > 0$ .

- $f_r: \langle 0; \infty \rangle \rightarrow \langle 0; \infty \rangle$ .
- $f_r(1) = 1$ ,



Funkcia  $f_r: y = \frac{1}{x^r}, r > 0$ .

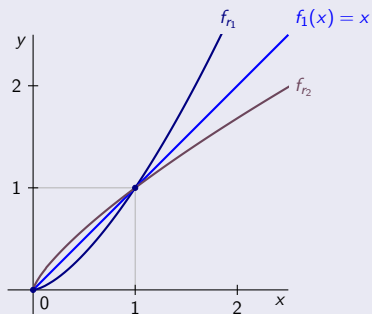
- $f_r: (0; \infty) \rightarrow (0; \infty)$ .
- $f_r(1) = 1$ ,



# Mocinná funkcia

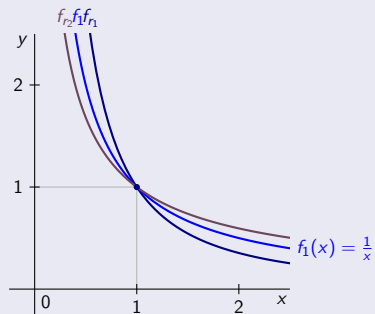
Funkcia  $f_r: y = x^r, r > 0$ .

- $f_r: \langle 0; \infty \rangle \rightarrow \langle 0; \infty \rangle$ .
- $f_r(1) = 1$ , nulový bod je 0. [ $f_r(0) = 0$ ]



Funkcia  $f_r: y = \frac{1}{x^r}, r > 0$ .

- $f_r: (0; \infty) \rightarrow (0; \infty)$ .
- $f_r(1) = 1$ , nulový bod neexistuje.

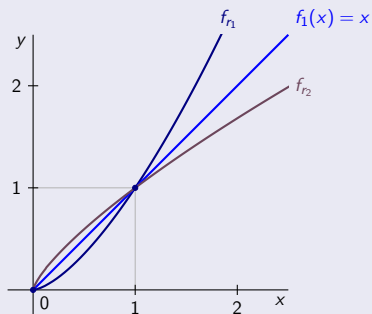




# Mocninná funkcia

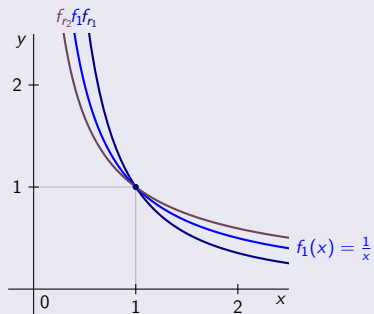
Funkcia  $f_r: y = x^r, r > 0$ .

- $f_r: \langle 0; \infty \rangle \rightarrow \langle 0; \infty \rangle$ .
- $f_r(1) = 1$ , nulový bod je 0. [ $f_r(0) = 0$ ]
- $f_r$  je rastúca,



Funkcia  $f_r: y = \frac{1}{x^r}, r > 0$ .

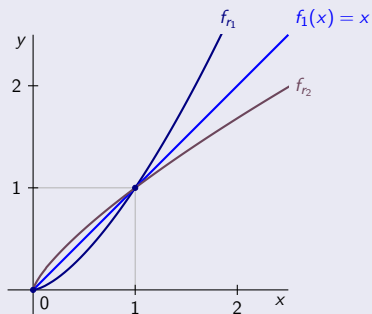
- $f_r: (0; \infty) \rightarrow (0; \infty)$ .
- $f_r(1) = 1$ , nulový bod neexistuje.
- $f_r$  je klesajúca,



# Mocninná funkcia

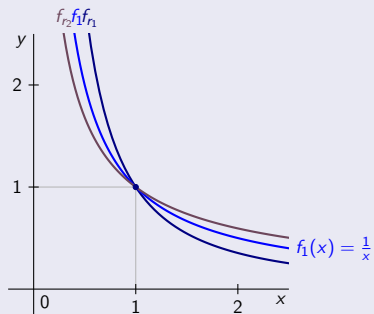
Funkcia  $f_r: y = x^r, r > 0$ .

- $f_r: \langle 0; \infty \rangle \rightarrow \langle 0; \infty \rangle$ .
- $f_r(1) = 1$ , nulový bod je 0. [ $f_r(0) = 0$ ]
- $f_r$  je rastúca, je bijektívna.



Funkcia  $f_r: y = \frac{1}{x^r}, r > 0$ .

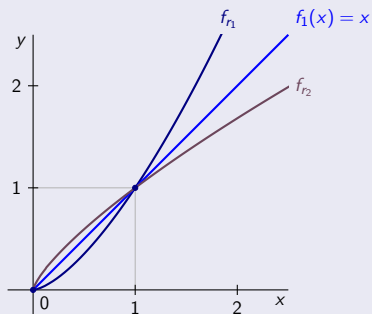
- $f_r: (0; \infty) \rightarrow (0; \infty)$ .
- $f_r(1) = 1$ , nulový bod **neexistuje**.
- $f_r$  je klesajúca, je bijektívna.



# Mocninná funkcia

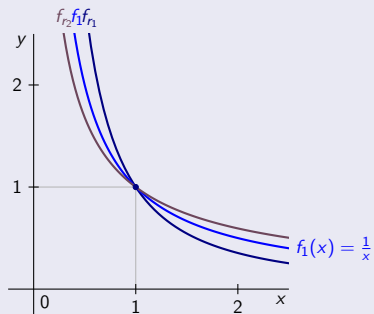
Funkcia  $f_r: y = x^r, r > 0$ .

- $f_r: \langle 0; \infty \rangle \rightarrow \langle 0; \infty \rangle$ .
- $f_r(1) = 1$ , nulový bod je 0. [ $f_r(0) = 0$ ]
- $f_r$  je rastúca, je bijektívna.
- $f_r^{-1}: y = x^{\frac{1}{r}}: \langle 0; \infty \rangle \rightarrow \langle 0; \infty \rangle$ .



Funkcia  $f_r: y = \frac{1}{x^r}, r > 0$ .

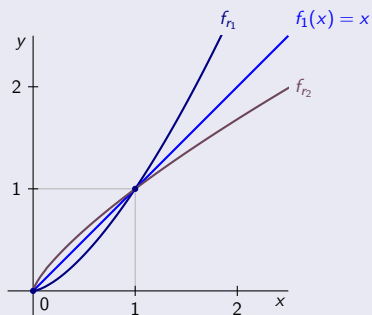
- $f_r: (0; \infty) \rightarrow (0; \infty)$ .
- $f_r(1) = 1$ , nulový bod **neexistuje**.
- $f_r$  je klesajúca, je bijektívna.
- $f_r^{-1}: y = \frac{1}{x^{\frac{1}{r}}}: (0; \infty) \rightarrow (0; \infty)$ .



# Mocninná funkcia

Funkcia  $f_r: y = x^r, r > 0$ .

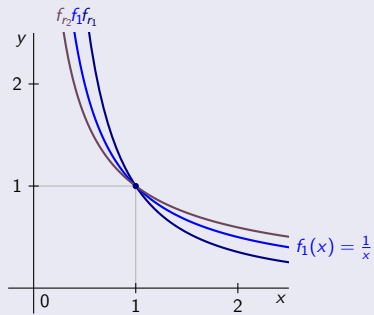
- $f_r: \langle 0; \infty \rangle \rightarrow \langle 0; \infty \rangle$ .
- $f_r(1) = 1$ , nulový bod je 0. [ $f_r(0) = 0$ ]
- $f_r$  je rastúca, je bijektívna.
- $f_r^{-1}: y = x^{\frac{1}{r}}: \langle 0; \infty \rangle \rightarrow \langle 0; \infty \rangle$ .



$$r_1 > 1 > r_2$$

Funkcia  $f_r: y = \frac{1}{x^r}, r > 0$ .

- $f_r: (0; \infty) \rightarrow (0; \infty)$ .
- $f_r(1) = 1$ , nulový bod **neexistuje**.
- $f_r$  je klesajúca, je bijektívna.
- $f_r^{-1}: y = \frac{1}{x^{\frac{1}{r}}}: (0; \infty) \rightarrow (0; \infty)$ .

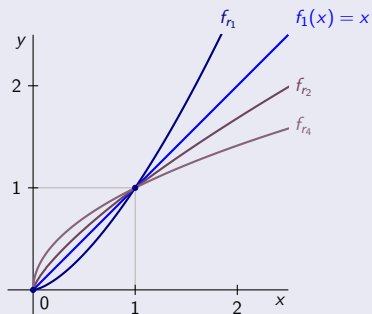


$$r_2 < 1 < r_1$$

# Mocninná funkcia

Funkcia  $f_r: y = x^r, r > 0$ .

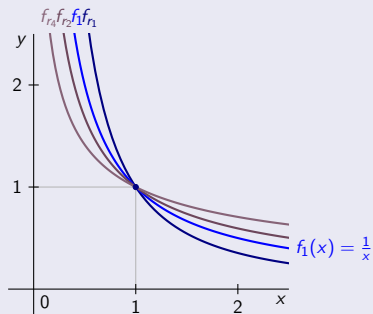
- $f_r: \langle 0; \infty \rangle \rightarrow \langle 0; \infty \rangle$ .
- $f_r(1) = 1$ , nulový bod je 0. [ $f_r(0) = 0$ ]
- $f_r$  je rastúca, je bijektívna.
- $f_r^{-1}: y = x^{\frac{1}{r}}: \langle 0; \infty \rangle \rightarrow \langle 0; \infty \rangle$ .



$$r_1 > 1 > r_2 > r_4$$

Funkcia  $f_r: y = \frac{1}{x^r}, r > 0$ .

- $f_r: (0; \infty) \rightarrow (0; \infty)$ .
- $f_r(1) = 1$ , nulový bod **neexistuje**.
- $f_r$  je klesajúca, je bijektívna.
- $f_r^{-1}: y = \frac{1}{x^{\frac{1}{r}}}: (0; \infty) \rightarrow (0; \infty)$ .

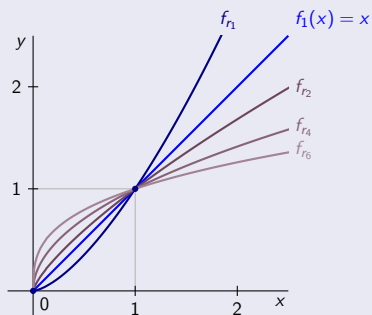


$$r_4 < r_2 < 1 < r_1$$

# Mocninná funkcia

Funkcia  $f_r: y = x^r, r > 0$ .

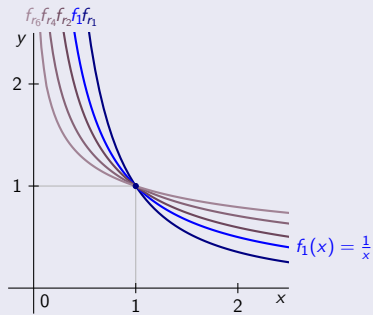
- $f_r: \langle 0; \infty \rangle \rightarrow \langle 0; \infty \rangle$ .
- $f_r(1) = 1$ , nulový bod je 0. [ $f_r(0) = 0$ ]
- $f_r$  je rastúca, je bijektívna.
- $f_r^{-1}: y = x^{\frac{1}{r}}: \langle 0; \infty \rangle \rightarrow \langle 0; \infty \rangle$ .



$$r_1 > 1 > r_2 > r_4 > r_6$$

Funkcia  $f_r: y = \frac{1}{x^r}, r > 0$ .

- $f_r: (0; \infty) \rightarrow (0; \infty)$ .
- $f_r(1) = 1$ , nulový bod **neexistuje**.
- $f_r$  je klesajúca, je bijektívna.
- $f_r^{-1}: y = \frac{1}{x^{\frac{1}{r}}}: (0; \infty) \rightarrow (0; \infty)$ .

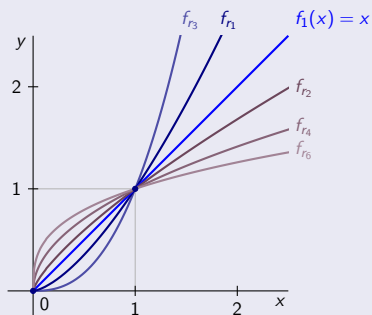


$$r_6 < r_4 < r_2 < 1 < r_1$$

# Mocninná funkcia

Funkcia  $f_r: y = x^r, r > 0$ .

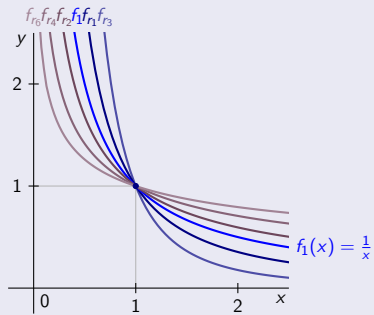
- $f_r: \langle 0; \infty \rangle \rightarrow \langle 0; \infty \rangle$ .
- $f_r(1) = 1$ , nulový bod je 0. [ $f_r(0) = 0$ .]
- $f_r$  je rastúca, je bijektívna.
- $f_r^{-1}: y = x^{\frac{1}{r}}: \langle 0; \infty \rangle \rightarrow \langle 0; \infty \rangle$ .



$$r_3 > r_1 > 1 > r_2 > r_4 > r_6$$

Funkcia  $f_r: y = \frac{1}{x^r}, r > 0$ .

- $f_r: (0; \infty) \rightarrow (0; \infty)$ .
- $f_r(1) = 1$ , nulový bod **neexistuje**.
- $f_r$  je klesajúca, je bijektívna.
- $f_r^{-1}: y = \frac{1}{x^{\frac{1}{r}}}: (0; \infty) \rightarrow (0; \infty)$ .

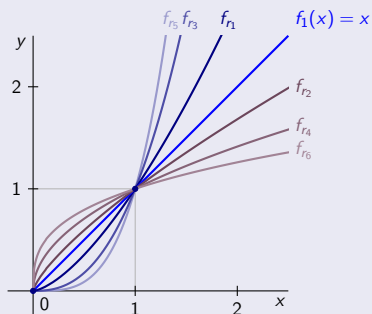


$$r_6 < r_4 < r_2 < 1 < r_1 < r_3$$

# Mocninná funkcia

Funkcia  $f_r: y = x^r, r > 0$ .

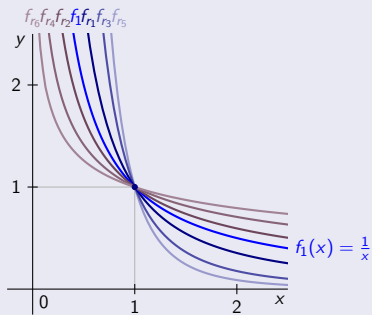
- $f_r: \langle 0; \infty \rangle \rightarrow \langle 0; \infty \rangle$ .
- $f_r(1) = 1$ , nulový bod je 0. [ $f_r(0) = 0$ ]
- $f_r$  je rastúca, je bijektívna.
- $f_r^{-1}: y = x^{\frac{1}{r}}: \langle 0; \infty \rangle \rightarrow \langle 0; \infty \rangle$ .



$$r_5 > r_3 > r_1 > 1 > r_2 > r_4 > r_6$$

Funkcia  $f_r: y = \frac{1}{x^r}, r > 0$ .

- $f_r: (0; \infty) \rightarrow (0; \infty)$ .
- $f_r(1) = 1$ , nulový bod **neexistuje**.
- $f_r$  je klesajúca, je bijektívna.
- $f_r^{-1}: y = \frac{1}{x^{\frac{1}{r}}}: (0; \infty) \rightarrow (0; \infty)$ .



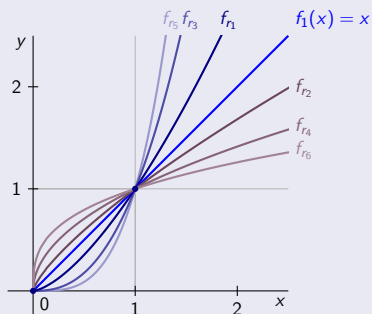
$$r_6 < r_4 < r_2 < 1 < r_1 < r_3 < r_5$$



# Mocninná funkcia

Funkcia  $f_r: y = x^r, r > 0$ .

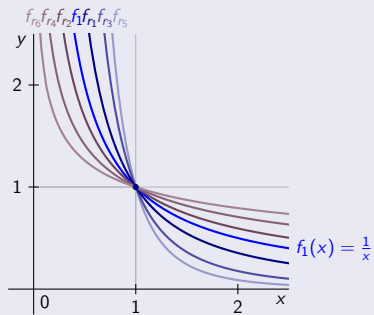
- $f_r: \langle 0; \infty \rangle \rightarrow \langle 0; \infty \rangle$ .
- $f_r(1) = 1$ , nulový bod je 0. [ $f_r(0) = 0$ ]
- $f_r$  je rastúca, je bijektívna.
- $f_r^{-1}: y = x^{\frac{1}{r}}: \langle 0; \infty \rangle \rightarrow \langle 0; \infty \rangle$ .



$$r_5 > r_3 > r_1 > 1 > r_2 > r_4 > r_6$$

Funkcia  $f_r: y = \frac{1}{x^r}, r > 0$ .

- $f_r: (0; \infty) \rightarrow (0; \infty)$ .
- $f_r(1) = 1$ , nulový bod **neexistuje**.
- $f_r$  je klesajúca, je bijektívna.
- $f_r^{-1}: y = \frac{1}{x^{\frac{1}{r}}}: (0; \infty) \rightarrow (0; \infty)$ .



$$r_6 < r_4 < r_2 < 1 < r_1 < r_3 < r_5$$

# Exponenciálna funkcia

Exponenciálna funkcia sa nazýva

# Exponenciálna funkcia

Exponenciálna funkcia sa nazýva

funkcia  $f: y = a^x$ , kde  $a \in \mathbb{R}$ ,  $a > 0$ .

# Exponenciálna funkcia

Exponenciálna funkcia sa nazýva

funkcia  $f: y = a^x$ , kde  $a \in \mathbb{R}$ ,  $a > 0$ .

[Premenná  $x$  je v exponente mocniny.]

# Exponenciálna funkcia

## Exponenciálna funkcia sa nazýva

funkcia  $f: y = a^x$ , kde  $a \in \mathbb{R}$ ,  $a > 0$ .

[Premenná  $x$  je v exponente mocniny. Základ  $a$  sa nemení.]

- Číslo  $a$  nazývame základ exponenciálnej funkcie.

# Exponenciálna funkcia

## Exponenciálna funkcia sa nazýva

funkcia  $f: y = a^x$ , kde  $a \in \mathbb{R}$ ,  $a > 0$ .

[Premenná  $x$  je v exponente mocniny. Základ  $a$  sa nemení.]

- Číslo  $a$  nazývame základ exponenciálnej funkcie.
- $a = 1. \Rightarrow$  •  $f: y = 1.$

[Konštantná funkcia.]

# Exponenciálna funkcia

## Exponenciálna funkcia sa nazýva

funkcia  $f: y = a^x$ , kde  $a \in R$ ,  $a > 0$ .

[Premenná  $x$  je v exponente mocniny. Základ  $a$  sa nemení.]

- Číslo  $a$  nazývame základ exponenciálnej funkcie.
- $a = 1. \Rightarrow$  •  $f: y = 1.$
- $a \neq 1. \Rightarrow$  • Prirodzený  $D(f) = R,$

[Konštantná funkcia.]

# Exponenciálna funkcia

## Exponenciálna funkcia sa nazýva

funkcia  $f: y = a^x$ , kde  $a \in R$ ,  $a > 0$ .

[Premenná  $x$  je v exponente mocniny. Základ  $a$  sa nemení.]

- Číslo  $a$  nazývame základ exponenciálnej funkcie.
- $a = 1. \Rightarrow$  •  $f: y = 1.$
- $a \neq 1. \Rightarrow$  • Prirodzený  $D(f) = R$ ,  $H(f) = (0; \infty)$ ,

[Konštantná funkcia.]



# Exponenciálna funkcia

## Exponenciálna funkcia sa nazýva

funkcia  $f: y = a^x$ , kde  $a \in R$ ,  $a > 0$ .

[Premenná  $x$  je v exponente mocniny. Základ  $a$  sa nemení.]

- Číslo  $a$  nazývame základ exponenciálnej funkcie.
- $a = 1. \Rightarrow$  •  $f: y = 1.$  [Konštantná funkcia.]
- $a \neq 1. \Rightarrow$  • Prirodzený  $D(f) = R$ ,  $H(f) = (0; \infty)$ ,  $f$  je prostá

# Exponenciálna funkcia

## Exponenciálna funkcia sa nazýva

funkcia  $f: y = a^x$ , kde  $a \in R$ ,  $a > 0$ .

[Premenná  $x$  je v exponente mocniny. Základ  $a$  sa nemení.]

- Číslo  $a$  nazývame **základ exponenciálnej funkcie**.
- $a = 1. \Rightarrow$  •  $f: y = 1.$
- $a \neq 1. \Rightarrow$  • **Prirodzený**  $D(f) = R$ ,  $H(f) = (0; \infty)$ ,  $f$  je **prostá** (aj bijektívna).

[Konštantná funkcia.]

# Exponenciálna funkcia

## Exponenciálna funkcia sa nazýva

funkcia  $f: y = a^x$ , kde  $a \in \mathbb{R}$ ,  $a > 0$ .

[Premenná  $x$  je v exponente mocniny. Základ  $a$  sa nemení.]

- Číslo  $a$  nazývame **základ exponenciálnej funkcie**.

- $a = 1. \Rightarrow$  •  $f: y = 1.$

[Konštantná funkcia.]

- $a \neq 1. \Rightarrow$  • Prirodzený  $D(f) = \mathbb{R}$ ,  $H(f) = (0; \infty)$ ,  $f$  je **prostá** (aj bijektívna).

- Pre  $a \in (0; 1)$  je  $f$  klesajúca.



# Exponenciálna funkcia

## Exponenciálna funkcia sa nazýva

funkcia  $f: y = a^x$ , kde  $a \in \mathbb{R}$ ,  $a > 0$ .

[Premenná  $x$  je v exponente mocniny. Základ  $a$  sa nemení.]

- Číslo  $a$  nazývame **základ exponenciálnej funkcie**.

- $a = 1. \Rightarrow$  •  $f: y = 1.$

[Konštantná funkcia.]

- $a \neq 1. \Rightarrow$  • Prirodzený  $D(f) = \mathbb{R}$ ,  $H(f) = (0; \infty)$ ,  $f$  je **prostá** (aj bijektívna).

- Pre  $a \in (0; 1)$  je  $f$  **klesajúca**.
- Pre  $a \in (1; \infty)$  je  $f$  **rastúca**.



# Exponenciálna funkcia

## Exponenciálna funkcia sa nazýva

funkcia  $f: y = a^x$ , kde  $a \in \mathbb{R}$ ,  $a > 0$ .

[Premenná  $x$  je v exponente mocniny. Základ  $a$  sa nemení.]

- Číslo  $a$  nazývame **základ exponenciálnej funkcie**.
- $a = 1. \Rightarrow$  •  $f: y = 1.$  [Konštantná funkcia.]
- $a \neq 1. \Rightarrow$  • Prirodzený  $D(f) = \mathbb{R}$ ,  $H(f) = (0; \infty)$ ,  $f$  je **prostá** (aj bijektívna).
  - Pre  $a \in (0; 1)$  je  $f$  **klesajúca**.
  - Pre  $a \in (1; \infty)$  je  $f$  **rastúca**.
  - Graf funkcie  $f$  nazývame **exponenciálna krivka** (exponenciála).
  -

# Exponenciálna funkcia

## Exponenciálna funkcia sa nazýva

funkcia  $f: y = a^x$ , kde  $a \in R$ ,  $a > 0$ .

[Premenná  $x$  je v exponente mocniny. Základ  $a$  sa nemení.]

- Číslo  $a$  nazývame **základ exponenciálnej funkcie**.
- $a = 1. \Rightarrow$  •  $f: y = 1.$

[Konštantná funkcia.]

- $a \neq 1. \Rightarrow$  • Prirodzený  $D(f) = R$ ,  $H(f) = (0; \infty)$ ,  $f$  je **prostá** (aj bijektívna).

- Pre  $a \in (0; 1)$  je  $f$  **klesajúca**.
- Pre  $a \in (1; \infty)$  je  $f$  **rastúca**.

- Graf funkcie  $f$  nazývame **exponenciálna krivka** (exponenciála).

- Každá exponenciála **prechádza bodmi**  $[0; 1]$

# Exponenciálna funkcia

## Exponenciálna funkcia sa nazýva

funkcia  $f: y = a^x$ , kde  $a \in \mathbb{R}$ ,  $a > 0$ .

[Premenná  $x$  je v exponente mocniny. Základ  $a$  sa nemení.]

- Číslo  $a$  nazývame **základ exponenciálnej funkcie**.

- $a = 1. \Rightarrow$  •  $f: y = 1.$

[Konštantná funkcia.]

- $a \neq 1. \Rightarrow$  • Prirodzený  $D(f) = \mathbb{R}$ ,  $H(f) = (0; \infty)$ ,  $f$  je **prostá** (aj bijektívna).

- Pre  $a \in (0; 1)$  je  $f$  **klesajúca**.
- Pre  $a \in (1; \infty)$  je  $f$  **rastúca**.

- Graf funkcie  $f$  nazývame **exponenciálna krivka** (exponenciála).

- Každá exponenciála **prechádza bodmi**  $[0; 1]$  a  $[1; a]$ .

# Exponenciálna funkcia

## Exponenciálna funkcia sa nazýva

funkcia  $f: y = a^x$ , kde  $a \in R$ ,  $a > 0$ .

[Premenná  $x$  je v exponente mocniny. Základ  $a$  sa nemení.]

- Číslo  $a$  nazývame **základ exponenciálnej funkcie**.

- $a = 1. \Rightarrow$  •  $f: y = 1.$

[Konštantná funkcia.]

- $a \neq 1. \Rightarrow$  • Prirodzený  $D(f) = R$ ,  $H(f) = (0; \infty)$ ,  $f$  je **prostá** (aj bijektívna).

- Pre  $a \in (0; 1)$  je  $f$  **klesajúca**.
- Pre  $a \in (1; \infty)$  je  $f$  **rastúca**.

- Graf funkcie  $f$  nazývame **exponenciálna krivka** (exponenciála).

- Každá exponenciála **prechádza bodmi**  $[0; 1]$  a  $[1; a]$ .

$[a^0 = 1, a^1 = a.]$



# Exponenciálna funkcia

## Exponenciálna funkcia sa nazýva

funkcia  $f: y = a^x$ , kde  $a \in \mathbb{R}$ ,  $a > 0$ .

[Premenná  $x$  je v exponente mocniny. Základ  $a$  sa nemení.]

- Číslo  $a$  nazývame **základ exponenciálnej funkcie**.

- $a = 1. \Rightarrow$  •  $f: y = 1.$

[Konštantná funkcia.]

- $a \neq 1. \Rightarrow$  • Prirodzený  $D(f) = \mathbb{R}$ ,  $H(f) = (0; \infty)$ ,  $f$  je **prostá** (aj bijektívna).

- Pre  $a \in (0; 1)$  je  $f$  **klesajúca**.
- Pre  $a \in (1; \infty)$  je  $f$  **rastúca**.

- Graf funkcie  $f$  nazývame **exponenciálna krivka** (exponenciála).

- Každá exponenciála **prechádza bodmi**  $[0; 1]$  a  $[1; a]$ .

$[a^0 = 1, a^1 = a.]$

- Grafy funkcií  $y = a^x$  a  $y = a^{-x} = \frac{1}{a^x}$  sú **osovo súmerné** podľa osi  $y$ .

# Exponenciálna funkcia

## Exponenciálna funkcia sa nazýva

funkcia  $f: y = a^x$ , kde  $a \in \mathbb{R}$ ,  $a > 0$ .

[Premenná  $x$  je v exponente mocniny. Základ  $a$  sa nemení.]

- Číslo  $a$  nazývame **základ exponenciálnej funkcie**.

- $a = 1. \Rightarrow$  •  $f: y = 1.$

[Konštantná funkcia.]

- $a \neq 1. \Rightarrow$  • Prirodzený  $D(f) = \mathbb{R}$ ,  $H(f) = (0; \infty)$ ,  $f$  je **prostá** (aj bijektívna).

- Pre  $a \in (0; 1)$  je  $f$  **klesajúca**.
- Pre  $a \in (1; \infty)$  je  $f$  **rastúca**.

- Graf funkcie  $f$  nazývame **exponenciálna krivka (exponenciála)**.

- Každá exponenciála **prechádza bodmi**  $[0; 1]$  a  $[1; a]$ .

$[a^0 = 1, a^1 = a.]$

- Grafy funkcií  $y = a^x$  a  $y = a^{-x} = \frac{1}{a^x}$  sú **osovo súmerné** podľa osi  $y$ .

[Pre všetky  $a > 0$  platí  $a^{-(-x)} = a^x$ , t. j.  $(\frac{1}{a})^{-x} = (a^{-1})^{-x} = a^x$ .]

# Exponenciálna funkcia

## Exponenciálna funkcia sa nazýva

funkcia  $f: y = a^x$ , kde  $a \in \mathbb{R}$ ,  $a > 0$ .

[Premenná  $x$  je v exponente mocniny. Základ  $a$  sa nemení.]

- Číslo  $a$  nazývame **základ exponenciálnej funkcie**.

- $a = 1. \Rightarrow$  •  $f: y = 1.$

[Konštantná funkcia.]

- $a \neq 1. \Rightarrow$  • Prirodzený  $D(f) = \mathbb{R}$ ,  $H(f) = (0; \infty)$ ,  $f$  je **prostá** (aj bijektívna).

- Pre  $a \in (0; 1)$  je  $f$  **klesajúca**.
- Pre  $a \in (1; \infty)$  je  $f$  **rastúca**.

- Graf funkcie  $f$  nazývame **exponenciálna krivka (exponenciála)**.

- Každá exponenciála **prechádza bodmi**  $[0; 1]$  a  $[1; a]$ .

$[a^0 = 1, a^1 = a.]$

- Grafy funkcií  $y = a^x$  a  $y = a^{-x} = \frac{1}{a^x}$  sú **osovo súmerné** podľa osi  $y$ .

[Pre všetky  $a > 0$  platí  $a^{-(-x)} = a^x$ , t. j.  $(\frac{1}{a})^{-x} = (a^{-1})^{-x} = a^x$ .]

- $f: y = e^x = \exp x$  je **najdôležitejšia** zo všetkých exponenciálnych funkcií.

# Exponenciálna funkcia

## Exponenciálna funkcia sa nazýva

funkcia  $f: y = a^x$ , kde  $a \in \mathbb{R}$ ,  $a > 0$ .

[Premenná  $x$  je v exponente mocniny. Základ  $a$  sa nemení.]

- Číslo  $a$  nazývame **základ exponenciálnej funkcie**.

- $a = 1. \Rightarrow$  •  $f: y = 1.$

[Konštantná funkcia.]

- $a \neq 1. \Rightarrow$  • Prirodzený  $D(f) = \mathbb{R}$ ,  $H(f) = (0; \infty)$ ,  $f$  je **prostá** (aj bijektívna).

- Pre  $a \in (0; 1)$  je  $f$  **klesajúca**.
- Pre  $a \in (1; \infty)$  je  $f$  **rastúca**.

- Graf funkcie  $f$  nazývame **exponenciálna krivka** (exponenciála).

- Každá exponenciála **prechádza bodmi**  $[0; 1]$  a  $[1; a]$ .

$[a^0 = 1, a^1 = a.]$

- Grafy funkcií  $y = a^x$  a  $y = a^{-x} = \frac{1}{a^x}$  sú **osovo súmerné** podľa osi  $y$ .

[Pre všetky  $a > 0$  platí  $a^{-(-x)} = a^x$ , t. j.  $(\frac{1}{a})^{-x} = (a^{-1})^{-x} = a^x$ .]

- $f: y = e^x = \exp x$  je **najdôležitejšia** zo všetkých exponenciálnych funkcií.

- Základom funkcie  $y = e^x$  je iracionálne číslo  $e$

# Exponenciálna funkcia

## Exponenciálna funkcia sa nazýva

funkcia  $f: y = a^x$ , kde  $a \in \mathbb{R}$ ,  $a > 0$ .

[Premenná  $x$  je v exponente mocniny. Základ  $a$  sa nemení.]

- Číslo  $a$  nazývame **základ exponenciálnej funkcie**.

- $a = 1. \Rightarrow$  •  $f: y = 1.$

[Konštantná funkcia.]

- $a \neq 1. \Rightarrow$  • Prirodzený  $D(f) = \mathbb{R}$ ,  $H(f) = (0; \infty)$ ,  $f$  je **prostá** (aj bijektívna).

- Pre  $a \in (0; 1)$  je  $f$  **klesajúca**.
- Pre  $a \in (1; \infty)$  je  $f$  **rastúca**.

- Graf funkcie  $f$  nazývame **exponenciálna krivka** (exponenciála).

- Každá exponenciála **prechádza bodmi**  $[0; 1]$  a  $[1; a]$ .

$[a^0 = 1, a^1 = a.]$

- Grafy funkcií  $y = a^x$  a  $y = a^{-x} = \frac{1}{a^x}$  sú **osovo súmerné** podľa osi  $y$ .

[Pre všetky  $a > 0$  platí  $a^{-(-x)} = a^x$ , t. j.  $(\frac{1}{a})^{-x} = (a^{-1})^{-x} = a^x.$ ]

- $f: y = e^x = \exp x$  je **najdôležitejšia** zo všetkých exponenciálnych funkcií.

- Základom funkcie  $y = e^x$  je **iracionálne číslo  $e$**  ( $e \approx 2,718\ 281\ 828\ 459$ ),

# Exponenciálna funkcia

## Exponenciálna funkcia sa nazýva

funkcia  $f: y = a^x$ , kde  $a \in \mathbb{R}$ ,  $a > 0$ .

[Premenná  $x$  je v exponente mocniny. Základ  $a$  sa nemení.]

- Číslo  $a$  nazývame **základ exponenciálnej funkcie**.

- $a = 1. \Rightarrow$  •  $f: y = 1.$

[Konštantná funkcia.]

- $a \neq 1. \Rightarrow$  • Prirodzený  $D(f) = \mathbb{R}$ ,  $H(f) = (0; \infty)$ ,  $f$  je **prostá** (aj bijektívna).

- Pre  $a \in (0; 1)$  je  $f$  **klesajúca**.
- Pre  $a \in (1; \infty)$  je  $f$  **rastúca**.

- Graf funkcie  $f$  nazývame **exponenciálna krivka (exponenciála)**.

- Každá exponenciála **prechádza bodmi**  $[0; 1]$  a  $[1; a]$ .

$[a^0 = 1, a^1 = a.]$

- Grafy funkcií  $y = a^x$  a  $y = a^{-x} = \frac{1}{a^x}$  sú **osovo súmerné** podľa osi  $y$ .

[Pre všetky  $a > 0$  platí  $a^{-(-x)} = a^x$ , t. j.  $(\frac{1}{a})^{-x} = (a^{-1})^{-x} = a^x.$ ]

- $f: y = e^x = \exp x$  je **najdôležitejšia** zo všetkých exponenciálnych funkcií.

- Základom funkcie  $y = e^x$  je **iracionálne číslo  $e$**  ( $e \approx 2,718\ 281\ 828\ 459$ ), ktoré nazývame **Eulerovo číslo**.

# Exponenciálna funkcia

Funkcia  $f_a: y = a^x, x \in \mathbb{R}$ , kde  $a \in (0; \infty)$ .

# Exponenciálna funkcia

Funkcia  $f_a: y = a^x, x \in R$ , kde  $a \in (0; \infty)$ .

- $a = 1$ .
- $a \neq 1$ .



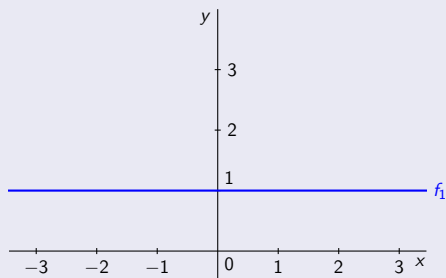
# Exponenciálna funkcia

Funkcia  $f_a: y = a^x, x \in R$ , kde  $a \in (0; \infty)$ .

•  $a = 1. \Rightarrow$  •  $f_1: y = 1: R \rightarrow \{1\}$ .

[Konštantná funkcia.]

•  $a \neq 1.$

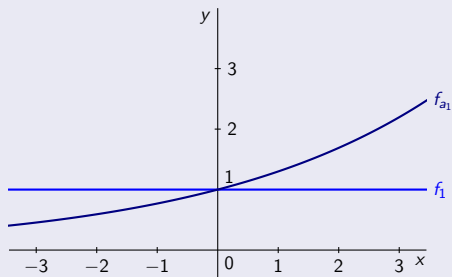


# Exponenciálna funkcia

Funkcia  $f_a: y = a^x$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , kde  $a \in (0; \infty)$ .

- $a = 1. \Rightarrow$  •  $f_1: y = 1: \mathbb{R} \rightarrow \{1\}$ .
- $a \neq 1. \Rightarrow$  •  $f_a: \mathbb{R} \rightarrow (0; \infty)$ ,

[Konštantná funkcia.]

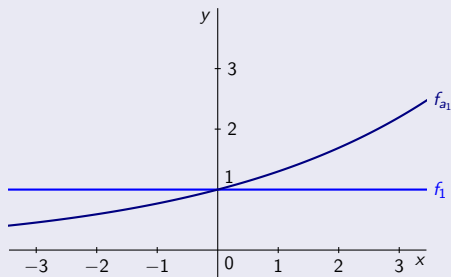


# Exponenciálna funkcia

Funkcia  $f_a: y = a^x$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , kde  $a \in (0; \infty)$ .

- $a = 1. \Rightarrow$  •  $f_1: y = 1: \mathbb{R} \rightarrow \{1\}$ .
- $a \neq 1. \Rightarrow$  •  $f_a: \mathbb{R} \rightarrow (0; \infty)$ ,  $f_a$  je bijektívna,

[Konštantná funkcia.]



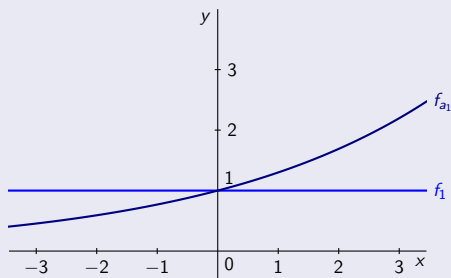
# Exponenciálna funkcia

Funkcia  $f_a: y = a^x$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , kde  $a \in (0; \infty)$ .

•  $a = 1. \Rightarrow$  •  $f_1: y = 1: \mathbb{R} \rightarrow \{1\}$ .

[Konštantná funkcia.]

•  $a \neq 1. \Rightarrow$  •  $f_a: \mathbb{R} \rightarrow (0; \infty)$ ,  $f_a$  je bijektívna, je rýdzo monotónna,



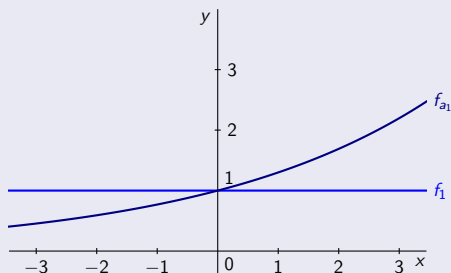
# Exponenciálna funkcia

Funkcia  $f_a: y = a^x$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , kde  $a \in (0; \infty)$ .

•  $a = 1. \Rightarrow$  •  $f_1: y = 1: \mathbb{R} \rightarrow \{1\}$ .

[Konštantná funkcia.]

•  $a \neq 1. \Rightarrow$  •  $f_a: \mathbb{R} \rightarrow (0; \infty)$ ,  $f_a$  je bijektívna, je rýdzo monotónna,  
je rastúca pre  $a > 1$ ,



$1 < a_1$

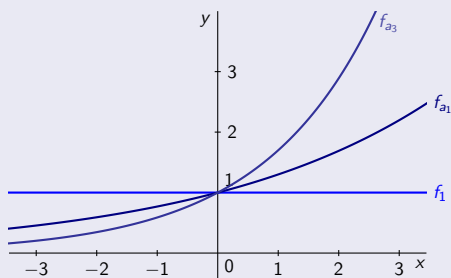
# Exponenciálna funkcia

Funkcia  $f_a: y = a^x$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , kde  $a \in (0; \infty)$ .

•  $a = 1. \Rightarrow$  •  $f_1: y = 1: \mathbb{R} \rightarrow \{1\}$ .

[Konštantná funkcia.]

•  $a \neq 1. \Rightarrow$  •  $f_a: \mathbb{R} \rightarrow (0; \infty)$ ,  $f_a$  je bijektívna, je rýdzo monotónna,  
je rastúca pre  $a > 1$ ,



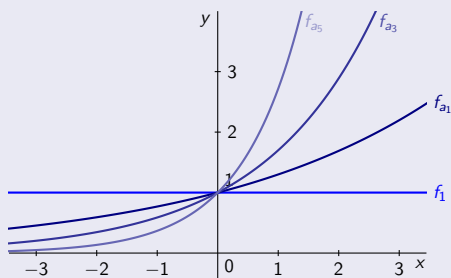
$$1 < a_1 < a_3$$

# Exponenciálna funkcia

Funkcia  $f_a: y = a^x$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , kde  $a \in (0; \infty)$ .

- $a = 1. \Rightarrow$  •  $f_1: y = 1: \mathbb{R} \rightarrow \{1\}$ .
- $a \neq 1. \Rightarrow$  •  $f_a: \mathbb{R} \rightarrow (0; \infty)$ ,  $f_a$  je bijektívna, je rýdzo monotónna,  
je rastúca pre  $a > 1$ ,

[Konštantná funkcia.]



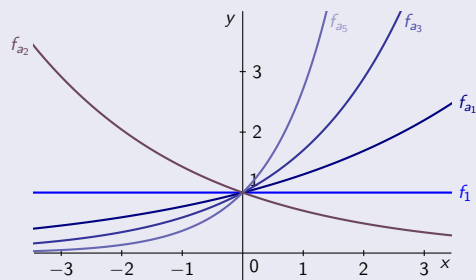
$$1 < a_1 < a_3 < a_5$$

# Exponenciálna funkcia

Funkcia  $f_a: y = a^x$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , kde  $a \in (0; \infty)$ .

- $a = 1$ .  $\Rightarrow$  •  $f_1: y = 1: \mathbb{R} \rightarrow \{1\}$ .
- $a \neq 1$ .  $\Rightarrow$  •  $f_a: \mathbb{R} \rightarrow (0; \infty)$ ,  $f_a$  je bijektívna, je rýdzo monotónna,  
je rastúca pre  $a > 1$ , je klesajúca pre  $a < 1$ ,

[Konštantná funkcia.]



$$a_2 < 1 < a_1 < a_3 < a_5$$

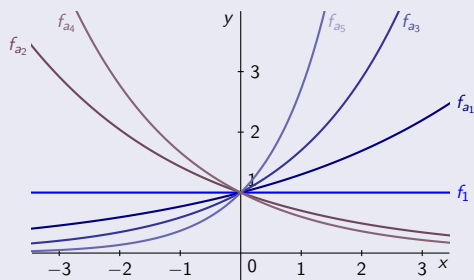


# Exponenciálna funkcia

Funkcia  $f_a: y = a^x$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , kde  $a \in (0; \infty)$ .

- $a = 1$ .  $\Rightarrow$  •  $f_1: y = 1: \mathbb{R} \rightarrow \{1\}$ .
- $a \neq 1$ .  $\Rightarrow$  •  $f_a: \mathbb{R} \rightarrow (0; \infty)$ ,  $f_a$  je bijektívna, je rýdzo monotónna,  
je rastúca pre  $a > 1$ , je klesajúca pre  $a < 1$ ,

[Konštantná funkcia.]



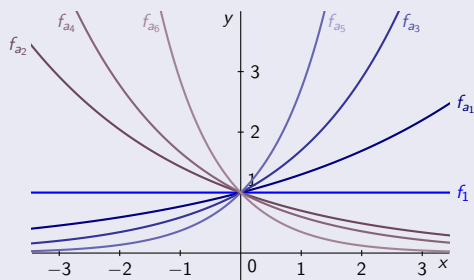
$$a_4 < a_2 < 1 < a_1 < a_3 < a_5$$

# Exponenciálna funkcia

Funkcia  $f_a: y = a^x$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , kde  $a \in (0; \infty)$ .

- $a = 1$ .  $\Rightarrow$  •  $f_1: y = 1: \mathbb{R} \rightarrow \{1\}$ .
- $a \neq 1$ .  $\Rightarrow$  •  $f_a: \mathbb{R} \rightarrow (0; \infty)$ ,  $f_a$  je bijektívna, je rýdzo monotónna,  
je rastúca pre  $a > 1$ , je klesajúca pre  $a < 1$ ,

[Konštantná funkcia.]



$$a_6 < a_4 < a_2 < 1 < a_1 < a_3 < a_5$$

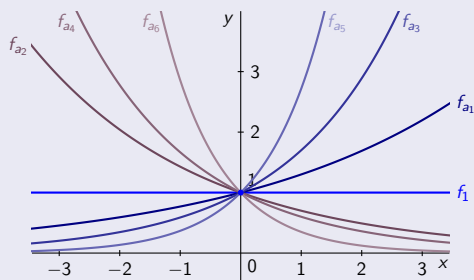
# Exponenciálna funkcia

Funkcia  $f_a: y = a^x$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , kde  $a \in (0; \infty)$ .

•  $a = 1$ .  $\Rightarrow$  •  $f_1: y = 1: \mathbb{R} \rightarrow \{1\}$ .

[Konštantná funkcia.]

•  $a \neq 1$ .  $\Rightarrow$  •  $f_a: \mathbb{R} \rightarrow (0; \infty)$ ,  $f_a$  je bijektívna, je rýdzo monotónna,  
je rastúca pre  $a > 1$ , je klesajúca pre  $a < 1$ ,  $f_a(0) = 1$ ,



$$a_6 < a_4 < a_2 < 1 < a_1 < a_3 < a_5$$

# Exponenciálna funkcia

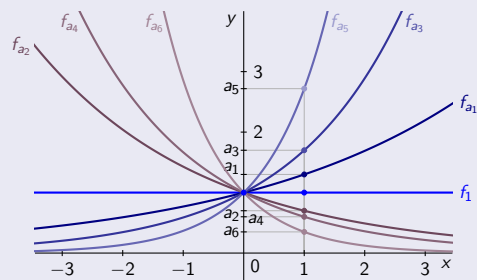
Funkcia  $f_a: y = a^x$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , kde  $a \in (0; \infty)$ .

•  $a = 1$ .  $\Rightarrow$  •  $f_1: y = 1: \mathbb{R} \rightarrow \{1\}$ .

[Konštantná funkcia.]

•  $a \neq 1$ .  $\Rightarrow$  •  $f_a: \mathbb{R} \rightarrow (0; \infty)$ ,  $f_a$  je bijektívna, je rýdzo monotónna,

je rastúca pre  $a > 1$ , je klesajúca pre  $a < 1$ ,  $f_a(0) = 1$ ,  $f_a(1) = a$ .



$$a_6 < a_4 < a_2 < 1 < a_1 < a_3 < a_5$$

# Exponenciálna funkcia

Funkcia  $f_a: y = a^x$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , kde  $a \in (0; \infty)$ .

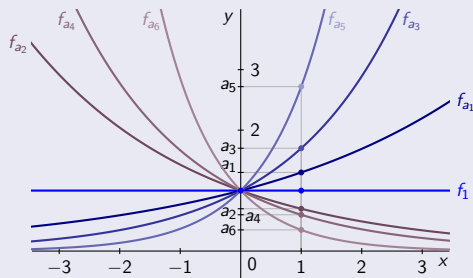
•  $a = 1$ .  $\Rightarrow$  •  $f_1: y = 1: \mathbb{R} \rightarrow \{1\}$ .

[Konštantná funkcia.]

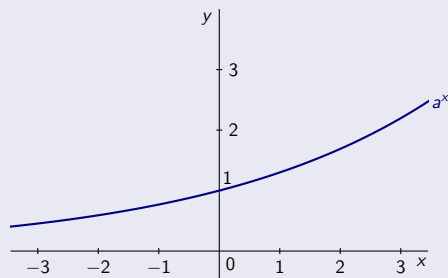
•  $a \neq 1$ .  $\Rightarrow$  •  $f_a: \mathbb{R} \rightarrow (0; \infty)$ ,  $f_a$  je bijektívna, je rýdzo monotónna,

je rastúca pre  $a > 1$ , je klesajúca pre  $a < 1$ ,  $f_a(0) = 1$ ,  $f_a(1) = a$ .

• Grafy funkcií  $f_a: y = a^x$



$$a_6 < a_4 < a_2 < 1 < a_1 < a_3 < a_5$$



# Exponenciálna funkcia

Funkcia  $f_a: y = a^x$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , kde  $a \in (0; \infty)$ .

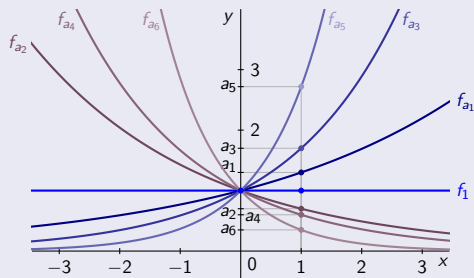
•  $a = 1$ .  $\Rightarrow$  •  $f_1: y = 1: \mathbb{R} \rightarrow \{1\}$ .

[Konštantná funkcia.]

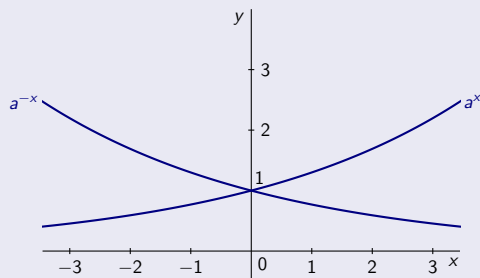
•  $a \neq 1$ .  $\Rightarrow$  •  $f_a: \mathbb{R} \rightarrow (0; \infty)$ ,  $f_a$  je bijektívna, je rýdzo monotónna,

je rastúca pre  $a > 1$ , je klesajúca pre  $a < 1$ ,  $f_a(0) = 1$ ,  $f_a(1) = a$ .

• Grafy funkcií  $f_a: y = a^x$  a  $f_{a^{-1}}: y = a^{-x}$



$$a_6 < a_4 < a_2 < 1 < a_1 < a_3 < a_5$$



# Exponenciálna funkcia

Funkcia  $f_a: y = a^x, x \in \mathbb{R}$ , kde  $a \in (0; \infty)$ .

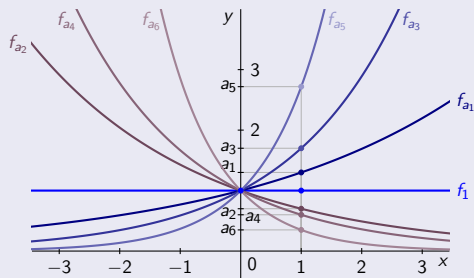
•  $a = 1. \Rightarrow$  •  $f_1: y = 1: \mathbb{R} \rightarrow \{1\}$ .

[Konštantná funkcia.]

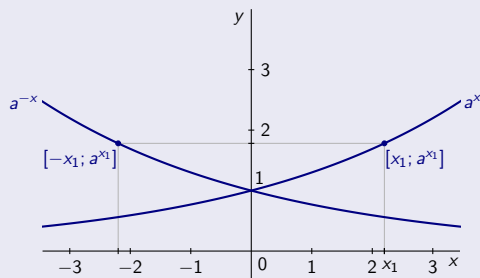
•  $a \neq 1. \Rightarrow$  •  $f_a: \mathbb{R} \rightarrow (0; \infty)$ ,  $f_a$  je bijektívna, je rýdzo monotónna,

je rastúca pre  $a > 1$ , je klesajúca pre  $a < 1$ ,  $f_a(0) = 1$ ,  $f_a(1) = a$ .

• Grafy funkcií  $f_a: y = a^x$  a  $f_{a^{-1}}: y = a^{-x}$  sú osovo súmerné podľa osi  $y$ ,



$$a_6 < a_4 < a_2 < 1 < a_1 < a_3 < a_5$$



# Exponenciálna funkcia

Funkcia  $f_a: y = a^x$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , kde  $a \in (0; \infty)$ .

•  $a = 1$ .  $\Rightarrow$  •  $f_1: y = 1: \mathbb{R} \rightarrow \{1\}$ .

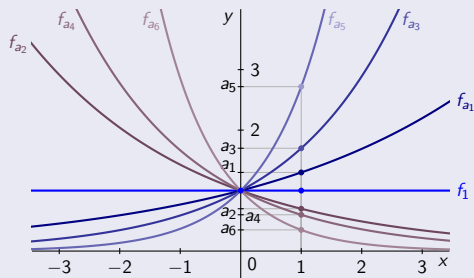
[Konštantná funkcia.]

•  $a \neq 1$ .  $\Rightarrow$  •  $f_a: \mathbb{R} \rightarrow (0; \infty)$ ,  $f_a$  je bijektívna, je rýdzo monotónna,

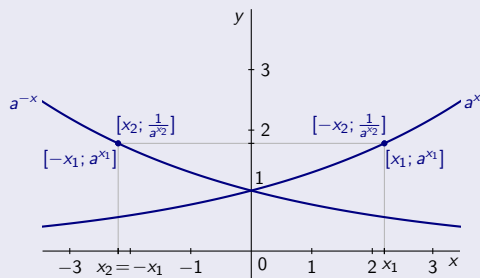
je rastúca pre  $a > 1$ , je klesajúca pre  $a < 1$ ,  $f_a(0) = 1$ ,  $f_a(1) = a$ .

• Grafy funkcií  $f_a: y = a^x$  a  $f_{a^{-1}}: y = a^{-x}$  sú osovo súmerné podľa osi  $y$ ,

t. j. pre všetky  $x \in \mathbb{R}$  platí  $f_{a^{-1}}(-x) = (a^{-1})^{-x} = a^x = f_a(x)$ .



$$a_6 < a_4 < a_2 < 1 < a_1 < a_3 < a_5$$





# Exponenciálna funkcia

Funkcia  $f_a: y = a^x$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , kde  $a \in (0; \infty)$ .

•  $a = 1$ .  $\Rightarrow$  •  $f_1: y = 1: \mathbb{R} \rightarrow \{1\}$ .

[Konštantná funkcia.]

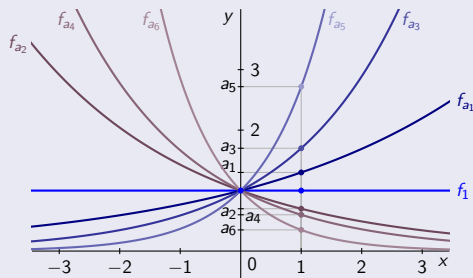
•  $a \neq 1$ .  $\Rightarrow$  •  $f_a: \mathbb{R} \rightarrow (0; \infty)$ ,  $f_a$  je bijektívna, je rýdzo monotónna,

je rastúca pre  $a > 1$ , je klesajúca pre  $a < 1$ ,  $f_a(0) = 1$ ,  $f_a(1) = a$ .

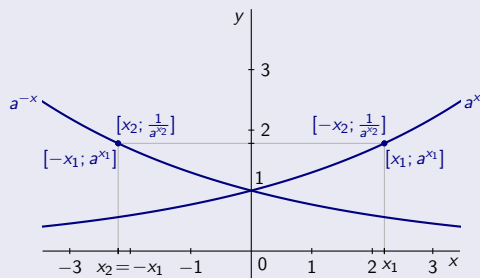
• Grafy funkcií  $f_a: y = a^x$  a  $f_{a^{-1}}: y = a^{-x}$  sú osovo súmerné podľa osi  $y$ ,

t. j. pre všetky  $x \in \mathbb{R}$  platí  $f_{a^{-1}}(-x) = (a^{-1})^{-x} = a^x = f_a(x)$ .

$[a \in (0; 1) \Leftrightarrow a^{-1} \in (1; \infty)]$



$$a_6 < a_4 < a_2 < 1 < a_1 < a_3 < a_5$$



# Exponenciálna funkcia

Funkcia  $f_a: y = a^x$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , kde  $a \in (0; \infty)$ .

•  $a = 1. \Rightarrow$  •  $f_1: y = 1: \mathbb{R} \rightarrow \{1\}$ .

[Konštantná funkcia.]

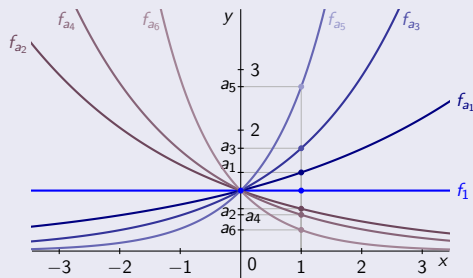
•  $a \neq 1. \Rightarrow$  •  $f_a: \mathbb{R} \rightarrow (0; \infty)$ ,  $f_a$  je bijektívna, je rýdzo monotónna,

je rastúca pre  $a > 1$ , je klesajúca pre  $a < 1$ ,  $f_a(0) = 1$ ,  $f_a(1) = a$ .

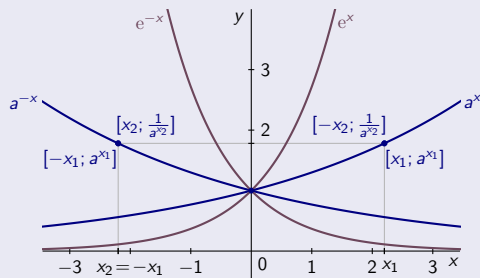
• Grafy funkcií  $f_a: y = a^x$  a  $f_{a^{-1}}: y = a^{-x}$  sú osovo súmerné podľa osi  $y$ ,

t. j. pre všetky  $x \in \mathbb{R}$  platí  $f_{a^{-1}}(-x) = (a^{-1})^{-x} = a^x = f_a(x)$ .

[ $a \in (0; 1) \Leftrightarrow a^{-1} \in (1; \infty)$ .]



$$a_6 < a_4 < a_2 < 1 < a_1 < a_3 < a_5$$



# Exponenciálna funkcia

Funkcia  $f_a: y = a^x$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , kde  $a \in (0; \infty)$ .

•  $a = 1. \Rightarrow$  •  $f_1: y = 1: \mathbb{R} \rightarrow \{1\}$ .

[Konštantná funkcia.]

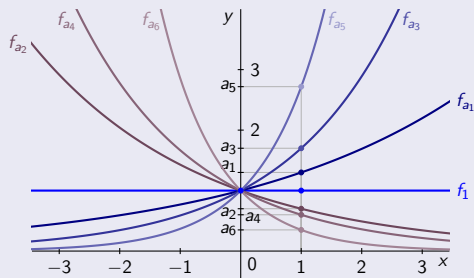
•  $a \neq 1. \Rightarrow$  •  $f_a: \mathbb{R} \rightarrow (0; \infty)$ ,  $f_a$  je bijektívna, je rýdzo monotónna,

je rastúca pre  $a > 1$ , je klesajúca pre  $a < 1$ ,  $f_a(0) = 1$ ,  $f_a(1) = a$ .

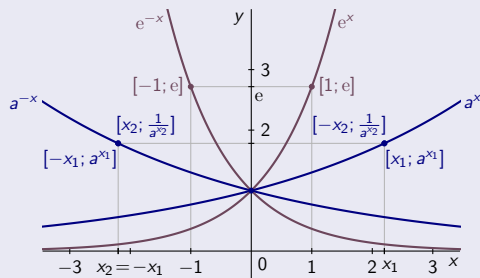
• Grafy funkcií  $f_a: y = a^x$  a  $f_{a^{-1}}: y = a^{-x}$  sú osovo súmerné podľa osi  $y$ ,

t. j. pre všetky  $x \in \mathbb{R}$  platí  $f_{a^{-1}}(-x) = (a^{-1})^{-x} = a^x = f_a(x)$ .

[ $a \in (0; 1) \Leftrightarrow a^{-1} \in (1; \infty)$ .]



$$a_6 < a_4 < a_2 < 1 < a_1 < a_3 < a_5$$



# Exponenciálna funkcia

Funkcia  $f_a: y = a^x$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , kde  $a \in (0; \infty)$ .

•  $a = 1. \Rightarrow$  •  $f_1: y = 1: \mathbb{R} \rightarrow \{1\}$ .

[Konštantná funkcia.]

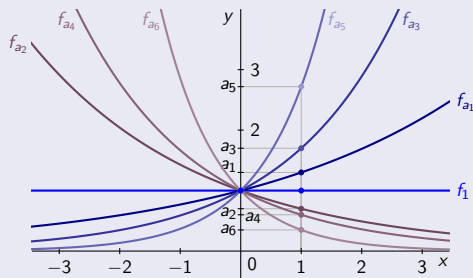
•  $a \neq 1. \Rightarrow$  •  $f_a: \mathbb{R} \rightarrow (0; \infty)$ ,  $f_a$  je bijektívna, je rýdzo monotónna,

je rastúca pre  $a > 1$ , je klesajúca pre  $a < 1$ ,  $f_a(0) = 1$ ,  $f_a(1) = a$ .

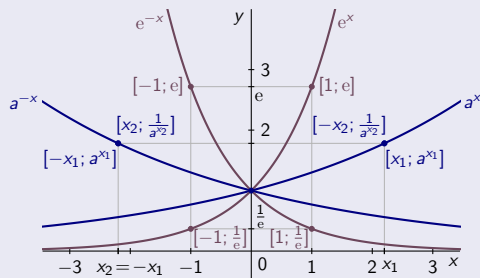
• Grafy funkcií  $f_a: y = a^x$  a  $f_{a^{-1}}: y = a^{-x}$  sú osovo súmerné podľa osi  $y$ ,

t. j. pre všetky  $x \in \mathbb{R}$  platí  $f_{a^{-1}}(-x) = (a^{-1})^{-x} = a^x = f_a(x)$ .

[ $a \in (0; 1) \Leftrightarrow a^{-1} \in (1; \infty)$ .]



$$a_6 < a_4 < a_2 < 1 < a_1 < a_3 < a_5$$



# Logaritmická funkcia

Logaritmická funkcia sa nazýva

# Logaritmická funkcia

Logaritmická funkcia sa nazýva

funkcia  $f: y = \log_a x$ , kde  $a \in \mathbb{R}$ ,  $a > 0$ ,  $a \neq 1$ .

# Logaritmická funkcia

Logaritmická funkcia sa nazýva

funkcia  $f: y = \log_a x$ , kde  $a \in \mathbb{R}$ ,  $a > 0$ ,  $a \neq 1$ .

- Číslo  $a$  nazývame základ logaritmickéj funkcie.

# Logaritmická funkcia

Logaritmická funkcia sa nazýva

funkcia  $f: y = \log_a x$ , kde  $a \in \mathbb{R}$ ,  $a > 0$ ,  $a \neq 1$ .

- Číslo  $a$  nazývame základ logaritmickéj funkcie.
- Číslo  $y = \log_a x$  pre  $x \in (0; \infty)$ ,  $a \in \mathbb{R}$ ,  $a > 0$ ,  $a \neq 1$



# Logaritmická funkcia

Logaritmická funkcia sa nazýva

funkcia  $f: y = \log_a x$ , kde  $a \in \mathbb{R}$ ,  $a > 0$ ,  $a \neq 1$ .

- Číslo  $a$  nazývame základ logaritmickéj funkcie.
- Číslo  $y = \log_a x$  pre  $x \in (0; \infty)$ ,  $a \in \mathbb{R}$ ,  $a > 0$ ,  $a \neq 1$  také, že  $x = a^y$

# Logaritmická funkcia

Logaritmická funkcia sa nazýva

funkcia  $f: y = \log_a x$ , kde  $a \in \mathbb{R}$ ,  $a > 0$ ,  $a \neq 1$ .

- Číslo  $a$  nazývame základ logaritmickéj funkcie.
- Číslo  $y = \log_a x$  pre  $x \in (0; \infty)$ ,  $a \in \mathbb{R}$ ,  $a > 0$ ,  $a \neq 1$  také, že  $x = a^y$  nazývame logaritmus čísla  $x$  so základom  $a$  (pri základe  $a$ ).

# Logaritmická funkcia

Logaritmická funkcia sa nazýva

funkcia  $f: y = \log_a x$ , kde  $a \in \mathbb{R}$ ,  $a > 0$ ,  $a \neq 1$ .

- Číslo  $a$  nazývame základ logaritmickéj funkcie.
- Číslo  $y = \log_a x$  pre  $x \in (0; \infty)$ ,  $a \in \mathbb{R}$ ,  $a > 0$ ,  $a \neq 1$  také, že  $x = a^y$  (existuje jediné) nazývame logaritmus čísla  $x$  so základom  $a$  (pri základe  $a$ ).

# Logaritmická funkcia

## Logaritmická funkcia sa nazýva

funkcia  $f: y = \log_a x$ , kde  $a \in \mathbb{R}$ ,  $a > 0$ ,  $a \neq 1$ .

- Číslo  $a$  nazývame základ logaritmickéj funkcie.
- Číslo  $y = \log_a x$  pre  $x \in (0; \infty)$ ,  $a \in \mathbb{R}$ ,  $a > 0$ ,  $a \neq 1$  také, že  $x = a^y$  (existuje jediné) nazývame logaritmus čísla  $x$  so základom  $a$  (pri základe  $a$ ).
- Prírodný  $D(f) = (0; \infty)$ ,

# Logaritmická funkcia

## Logaritmická funkcia sa nazýva

funkcia  $f: y = \log_a x$ , kde  $a \in \mathbb{R}$ ,  $a > 0$ ,  $a \neq 1$ .

- Číslo  $a$  nazývame základ logaritmickéj funkcie.
- Číslo  $y = \log_a x$  pre  $x \in (0; \infty)$ ,  $a \in \mathbb{R}$ ,  $a > 0$ ,  $a \neq 1$  také, že  $x = a^y$  (existuje jediné) nazývame logaritmus čísla  $x$  so základom  $a$  (pri základe  $a$ ).
- Prírodný  $D(f) = (0; \infty)$ ,  $H(f) = (0; \infty)$ ,

# Logaritmická funkcia

## Logaritmická funkcia sa nazýva

funkcia  $f: y = \log_a x$ , kde  $a \in \mathbb{R}$ ,  $a > 0$ ,  $a \neq 1$ .

- Číslo  $a$  nazývame základ logaritmickéj funkcie.
- Číslo  $y = \log_a x$  pre  $x \in (0; \infty)$ ,  $a \in \mathbb{R}$ ,  $a > 0$ ,  $a \neq 1$  také, že  $x = a^y$  (existuje jediné) nazývame logaritmus čísla  $x$  so základom  $a$  (pri základe  $a$ ).
- Prirodzený  $D(f) = (0; \infty)$ ,  $H(f) = (0; \infty)$ ,  $f$  je prostá

# Logaritmická funkcia

Logaritmická funkcia sa nazýva

funkcia  $f: y = \log_a x$ , kde  $a \in \mathbb{R}$ ,  $a > 0$ ,  $a \neq 1$ .

- Číslo  $a$  nazývame základ logaritmickéj funkcie.
- Číslo  $y = \log_a x$  pre  $x \in (0; \infty)$ ,  $a \in \mathbb{R}$ ,  $a > 0$ ,  $a \neq 1$  také, že  $x = a^y$  (existuje jediné) nazývame logaritmus čísla  $x$  so základom  $a$  (pri základe  $a$ ).
- Prírodný  $D(f) = (0; \infty)$ ,  $H(f) = (0; \infty)$ ,  $f$  je prostá (aj bijektívna).

# Logaritmická funkcia

## Logaritmická funkcia sa nazýva

funkcia  $f: y = \log_a x$ , kde  $a \in \mathbb{R}$ ,  $a > 0$ ,  $a \neq 1$ .

- Číslo  $a$  nazývame základ logaritmickéj funkcie.
- Číslo  $y = \log_a x$  pre  $x \in (0; \infty)$ ,  $a \in \mathbb{R}$ ,  $a > 0$ ,  $a \neq 1$  také, že  $x = a^y$  (existuje jediné) nazývame logaritmus čísla  $x$  so základom  $a$  (pri základe  $a$ ).
- Prírodný  $D(f) = (0; \infty)$ ,  $H(f) = (0; \infty)$ ,  $f$  je prostá (aj bijektívna).
- Pre  $a \in (0; 1)$  je  $f$  klesajúca.



# Logaritmická funkcia

## Logaritmická funkcia sa nazýva

funkcia  $f: y = \log_a x$ , kde  $a \in \mathbb{R}$ ,  $a > 0$ ,  $a \neq 1$ .

- Číslo  $a$  nazývame **základ** logaritmickéj funkcie.
- Číslo  $y = \log_a x$  pre  $x \in (0; \infty)$ ,  $a \in \mathbb{R}$ ,  $a > 0$ ,  $a \neq 1$  také, že  $x = a^y$  (existuje jediné) nazývame **logaritmus** čísla  $x$  so základom  $a$  (pri základe  $a$ ).
- Prírodný  $D(f) = (0; \infty)$ ,  $H(f) = (0; \infty)$ ,  $f$  je **prostá** (aj bijektívna).
- Pre  $a \in (0; 1)$  je  $f$  **klesajúca**. • Pre  $a \in (1; \infty)$  je  $f$  **rastúca**.

# Logaritmická funkcia

## Logaritmická funkcia sa nazýva

funkcia  $f: y = \log_a x$ , kde  $a \in \mathbb{R}$ ,  $a > 0$ ,  $a \neq 1$ .

- Číslo  $a$  nazývame **základ** logaritmickéj funkcie.
- Číslo  $y = \log_a x$  pre  $x \in (0; \infty)$ ,  $a \in \mathbb{R}$ ,  $a > 0$ ,  $a \neq 1$  také, že  $x = a^y$  (existuje jediné) nazývame **logaritmus** čísla  $x$  so základom  $a$  (pri základe  $a$ ).
- Prírodný  $D(f) = (0; \infty)$ ,  $H(f) = (0; \infty)$ ,  $f$  je **prostá** (aj bijektívna).
  - Pre  $a \in (0; 1)$  je  $f$  **klesajúca**.
  - Pre  $a \in (1; \infty)$  je  $f$  **rastúca**.
- Graf funkcie  $f$  nazývame **logaritmická** krivka.

# Logaritmická funkcia

## Logaritmická funkcia sa nazýva

funkcia  $f: y = \log_a x$ , kde  $a \in \mathbb{R}$ ,  $a > 0$ ,  $a \neq 1$ .

- Číslo  $a$  nazývame **základ** logaritmickéj funkcie.
- Číslo  $y = \log_a x$  pre  $x \in (0; \infty)$ ,  $a \in \mathbb{R}$ ,  $a > 0$ ,  $a \neq 1$  také, že  $x = a^y$  (existuje jediné) nazývame **logaritmus** čísla  $x$  so základom  $a$  (pri základe  $a$ ).
- Prírodný  $D(f) = (0; \infty)$ ,  $H(f) = (0; \infty)$ ,  $f$  je **prostá** (aj bijektívna).
  - Pre  $a \in (0; 1)$  je  $f$  klesajúca.
  - Pre  $a \in (1; \infty)$  je  $f$  rastúca.
- Graf funkcie  $f$  nazývame **logaritmická** krivka.
- Každá logaritmická krivka prechádza bodmi  $[1; 0]$  a  $[a; 1]$ .

# Logaritmická funkcia

## Logaritmická funkcia sa nazýva

funkcia  $f: y = \log_a x$ , kde  $a \in \mathbb{R}$ ,  $a > 0$ ,  $a \neq 1$ .

- Číslo  $a$  nazývame **základ** logaritmickej funkcie.
- Číslo  $y = \log_a x$  pre  $x \in (0; \infty)$ ,  $a \in \mathbb{R}$ ,  $a > 0$ ,  $a \neq 1$  také, že  $x = a^y$  (existuje jediné) nazývame **logaritmus** čísla  $x$  so základom  $a$  (pri základe  $a$ ).
- Prírodný  $D(f) = (0; \infty)$ ,  $H(f) = (0; \infty)$ ,  $f$  je **prostá** (aj bijektívna).
- Pre  $a \in (0; 1)$  je  $f$  **klesajúca**. • Pre  $a \in (1; \infty)$  je  $f$  **rastúca**.
- Graf funkcie  $f$  nazývame **logaritmická krivka**.
- Každá logaritmická krivka **prechádza bodmi**  $[1; 0]$  a  $[a; 1]$ . [ $a^0 = 1, a^1 = a$ , t. j.  $\log_a 1 = 0, \log_a a = 1$ .]

# Logaritmická funkcia

## Logaritmická funkcia sa nazýva

funkcia  $f: y = \log_a x$ , kde  $a \in \mathbb{R}$ ,  $a > 0$ ,  $a \neq 1$ .

- Číslo  $a$  nazývame **základ** logaritmickej funkcie.
- Číslo  $y = \log_a x$  pre  $x \in (0; \infty)$ ,  $a \in \mathbb{R}$ ,  $a > 0$ ,  $a \neq 1$  také, že  $x = a^y$  (existuje jediné) nazývame **logaritmus** čísla  $x$  so základom  $a$  (pri základe  $a$ ).
- Prirodzený  $D(f) = (0; \infty)$ ,  $H(f) = (0; \infty)$ ,  $f$  je **prostá** (aj bijektívna).
- Pre  $a \in (0; 1)$  je  $f$  **klesajúca**. • Pre  $a \in (1; \infty)$  je  $f$  **rastúca**.
- Graf funkcie  $f$  nazývame **logaritmická krivka**.
- Každá logaritmická krivka **prechádza bodmi**  $[1; 0]$  a  $[a; 1]$ . [ $a^0 = 1, a^1 = a$ , t. j.  $\log_a 1 = 0, \log_a a = 1$ .]
- Grafy funkcií  $y = \log_a x$  a  $y = \log_{a^{-1}} x = \log_{\frac{1}{a}} x$  sú **osovo súmerné** podľa osi  $x$ .

# Logaritmická funkcia

## Logaritmická funkcia sa nazýva

funkcia  $f: y = \log_a x$ , kde  $a \in \mathbb{R}$ ,  $a > 0$ ,  $a \neq 1$ .

- Číslo  $a$  nazývame **základ** logaritmickej funkcie.
- Číslo  $y = \log_a x$  pre  $x \in (0; \infty)$ ,  $a \in \mathbb{R}$ ,  $a > 0$ ,  $a \neq 1$  také, že  $x = a^y$  (existuje jediné) nazývame **logaritmus** čísla  $x$  so základom  $a$  (pri základe  $a$ ).
- Prírodný  $D(f) = (0; \infty)$ ,  $H(f) = (0; \infty)$ ,  $f$  je **prostá** (aj bijektívna).
- Pre  $a \in (0; 1)$  je  $f$  **klesajúca**. • Pre  $a \in (1; \infty)$  je  $f$  **rastúca**.
- Graf funkcie  $f$  nazývame **logaritmická krivka**.
- Každá logaritmická krivka **prechádza bodmi**  $[1; 0]$  a  $[a; 1]$ . [ $a^0 = 1, a^1 = a$ , t. j.  $\log_a 1 = 0, \log_a a = 1$ .]
- Grafy funkcií  $y = \log_a x$  a  $y = \log_{a^{-1}} x = \log_{\frac{1}{a}} x$  sú **osovo súmerné** podľa osi  $x$ .
- Logaritmus pri základe 10 nazývame **dekadický**,

# Logaritmická funkcia

## Logaritmická funkcia sa nazýva

funkcia  $f: y = \log_a x$ , kde  $a \in \mathbb{R}$ ,  $a > 0$ ,  $a \neq 1$ .

- Číslo  $a$  nazývame **základ** logaritmickej funkcie.
- Číslo  $y = \log_a x$  pre  $x \in (0; \infty)$ ,  $a \in \mathbb{R}$ ,  $a > 0$ ,  $a \neq 1$  také, že  $x = a^y$  (existuje jediné) nazývame **logaritmus** čísla  $x$  so základom  $a$  (pri základe  $a$ ).
- Prírodný  $D(f) = (0; \infty)$ ,  $H(f) = (0; \infty)$ ,  $f$  je **prostá** (aj bijektívna).
- Pre  $a \in (0; 1)$  je  $f$  **klesajúca**. • Pre  $a \in (1; \infty)$  je  $f$  **rastúca**.
- Graf funkcie  $f$  nazývame **logaritmická krivka**.
- Každá logaritmická krivka **prechádza bodmi**  $[1; 0]$  a  $[a; 1]$ . [ $a^0 = 1, a^1 = a$ , t. j.  $\log_a 1 = 0, \log_a a = 1$ .]
- Grafy funkcií  $y = \log_a x$  a  $y = \log_{a^{-1}} x = \log_{\frac{1}{a}} x$  sú **osovo súmerné** podľa osi  $x$ .
- Logaritmus pri základe 10 nazývame **dekadický**, označenie  $y = \log_{10} x = \log x$ .

# Logaritmická funkcia

## Logaritmická funkcia sa nazýva

funkcia  $f: y = \log_a x$ , kde  $a \in \mathbb{R}$ ,  $a > 0$ ,  $a \neq 1$ .

- Číslo  $a$  nazývame **základ** logaritmickej funkcie.
- Číslo  $y = \log_a x$  pre  $x \in (0; \infty)$ ,  $a \in \mathbb{R}$ ,  $a > 0$ ,  $a \neq 1$  také, že  $x = a^y$  (existuje jediné) nazývame **logaritmus** čísla  $x$  so základom  $a$  (pri základe  $a$ ).
- Prirodzený  $D(f) = (0; \infty)$ ,  $H(f) = (0; \infty)$ ,  $f$  je **prostá** (aj bijektívna).
  - Pre  $a \in (0; 1)$  je  $f$  klesajúca.
  - Pre  $a \in (1; \infty)$  je  $f$  rastúca.
- Graf funkcie  $f$  nazývame **logaritmická krivka**.
- Každá logaritmická krivka prechádza bodmi  $[1; 0]$  a  $[a; 1]$ . [ $a^0 = 1, a^1 = a$ , t. j.  $\log_a 1 = 0, \log_a a = 1$ .]
- Grafy funkcií  $y = \log_a x$  a  $y = \log_{a^{-1}} x = \log_{\frac{1}{a}} x$  sú osovo súmerné podľa osi  $x$ .
- Logaritmus pri základe 10 nazývame **dekadický**, označenie  $y = \log_{10} x = \log x$ .
- Logaritmus pri základe  $e$  nazývame **prirodzený**,



# Logaritmická funkcia

## Logaritmická funkcia sa nazýva

funkcia  $f: y = \log_a x$ , kde  $a \in \mathbb{R}$ ,  $a > 0$ ,  $a \neq 1$ .

- Číslo  $a$  nazývame **základ** logaritmickej funkcie.
- Číslo  $y = \log_a x$  pre  $x \in (0; \infty)$ ,  $a \in \mathbb{R}$ ,  $a > 0$ ,  $a \neq 1$  také, že  $x = a^y$  (existuje jediné) nazývame **logaritmus** čísla  $x$  so základom  $a$  (pri základe  $a$ ).
- Prirodzený  $D(f) = (0; \infty)$ ,  $H(f) = (0; \infty)$ ,  $f$  je **prostá** (aj bijektívna).
- Pre  $a \in (0; 1)$  je  $f$  **klesajúca**. • Pre  $a \in (1; \infty)$  je  $f$  **rastúca**.
- Graf funkcie  $f$  nazývame **logaritmická krivka**.
- Každá logaritmická krivka **prechádza bodmi**  $[1; 0]$  a  $[a; 1]$ .  $[a^0 = 1, a^1 = a, \text{ t. j. } \log_a 1 = 0, \log_a a = 1.]$
- Grafy funkcií  $y = \log_a x$  a  $y = \log_{a^{-1}} x = \log_{\frac{1}{a}} x$  sú **osovo súmerné** podľa osi  $x$ .
- Logaritmus pri základe 10 nazývame **dekadický**, označenie  $y = \log_{10} x = \log x$ .
- Logaritmus pri základe  $e$  nazývame **prirodzený**, označenie  $y = \log_e = \ln x$ .

# Logaritmická funkcia

## Logaritmická funkcia sa nazýva

funkcia  $f: y = \log_a x$ , kde  $a \in \mathbb{R}$ ,  $a > 0$ ,  $a \neq 1$ .

- Číslo  $a$  nazývame **základ** logaritmickej funkcie.
- Číslo  $y = \log_a x$  pre  $x \in (0; \infty)$ ,  $a \in \mathbb{R}$ ,  $a > 0$ ,  $a \neq 1$  také, že  $x = a^y$  (existuje jediné) nazývame **logaritmus** čísla  $x$  so základom  $a$  (pri základe  $a$ ).

- Prirodzený  $D(f) = (0; \infty)$ ,  $H(f) = (0; \infty)$ ,  $f$  je **prostá** (aj bijektívna).
- Pre  $a \in (0; 1)$  je  $f$  **klesajúca**. • Pre  $a \in (1; \infty)$  je  $f$  **rastúca**.
- Graf funkcie  $f$  nazývame **logaritmická krivka**.
- Každá logaritmická krivka **prechádza bodmi**  $[1; 0]$  a  $[a; 1]$ . [ $a^0 = 1, a^1 = a$ , t. j.  $\log_a 1 = 0, \log_a a = 1$ .]
- Grafy funkcií  $y = \log_a x$  a  $y = \log_{a^{-1}} x = \log_{\frac{1}{a}} x$  sú **osovo súmerné** podľa osi  $x$ .
- Logaritmus pri základe **10** nazývame **dekadický**, označenie  $y = \log_{10} x = \log x$ .
- Logaritmus pri základe **e** nazývame **prirodzený**, označenie  $y = \log_e = \ln x$ .  
[Prirodzený logaritmus sa aj po anglicky značí  $\ln x$ . Často (najmä v počítačových programoch) sa používa  $\log x$ .]

# Logaritmická funkcia

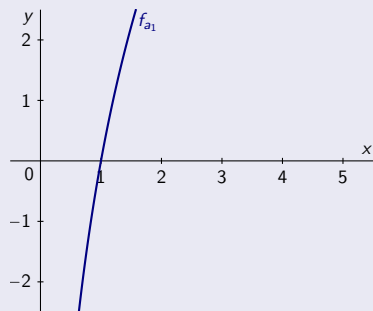
Funkcia  $f_a: y = \log_a x, x \in (0; \infty),$  kde  $a \in (0; \infty), a \neq 1.$



# Logaritmická funkcia

Funkcia  $f_a: y = \log_a x$ ,  $x \in (0; \infty)$ , kde  $a \in (0; \infty)$ ,  $a \neq 1$ .

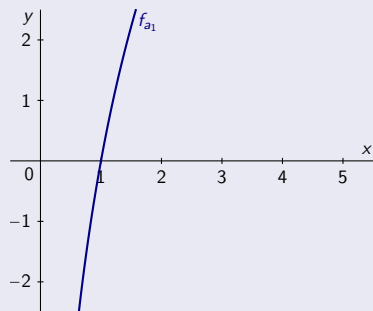
- $f_a: (0; \infty) \rightarrow \mathbb{R}$



# Logaritmická funkcia

Funkcia  $f_a: y = \log_a x$ ,  $x \in (0; \infty)$ , kde  $a \in (0; \infty)$ ,  $a \neq 1$ .

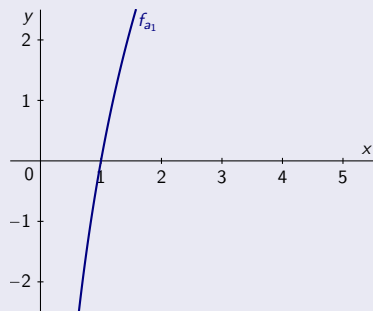
- $f_a: (0; \infty) \rightarrow R$  je bijektívna,



# Logaritmická funkcia

Funkcia  $f_a: y = \log_a x$ ,  $x \in (0; \infty)$ , kde  $a \in (0; \infty)$ ,  $a \neq 1$ .

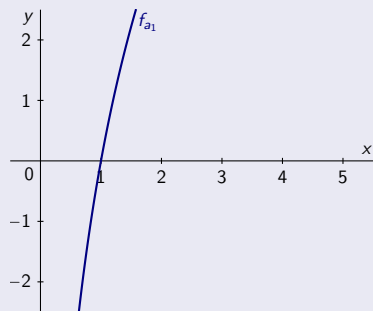
- $f_a: (0; \infty) \rightarrow \mathbb{R}$  je bijektívna, je rýdzdo monotónna,



# Logaritmická funkcia

Funkcia  $f_a: y = \log_a x$ ,  $x \in (0; \infty)$ , kde  $a \in (0; \infty)$ ,  $a \neq 1$ .

- $f_a: (0; \infty) \rightarrow \mathbb{R}$  je bijektívna, je rýdzo monotónna,  
je rastúca pre  $a > 1$ ,

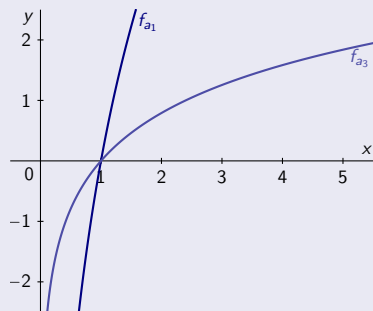


$$1 < a_1$$

# Logaritmická funkcia

Funkcia  $f_a: y = \log_a x$ ,  $x \in (0; \infty)$ , kde  $a \in (0; \infty)$ ,  $a \neq 1$ .

- $f_a: (0; \infty) \rightarrow \mathbb{R}$  je bijektívna, je rýdzo monotónna,  
je rastúca pre  $a > 1$ ,



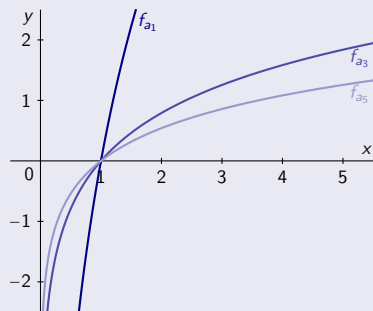
$$1 < a_1 < a_3$$



# Logaritmická funkcia

Funkcia  $f_a: y = \log_a x$ ,  $x \in (0; \infty)$ , kde  $a \in (0; \infty)$ ,  $a \neq 1$ .

- $f_a: (0; \infty) \rightarrow \mathbb{R}$  je bijektívna, je rýdzo monotónna,  
je rastúca pre  $a > 1$ ,



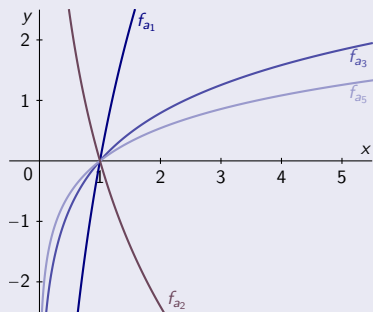
$$1 < a_1 < a_3 < a_5$$

# Logaritmická funkcia

Funkcia  $f_a: y = \log_a x$ ,  $x \in (0; \infty)$ , kde  $a \in (0; \infty)$ ,  $a \neq 1$ .

- $f_a: (0; \infty) \rightarrow \mathbb{R}$  je bijektívna, je rýdzdo monotónna,

je rastúca pre  $a > 1$ , je klesajúca pre  $a < 1$ ,



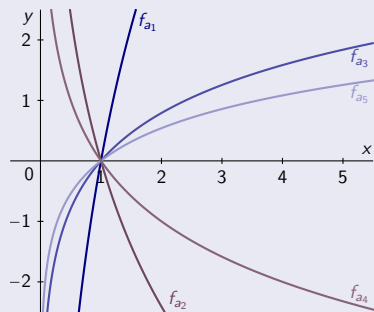
$$a_2 < 1 < a_1 < a_3 < a_5$$

# Logaritmická funkcia

Funkcia  $f_a: y = \log_a x$ ,  $x \in (0; \infty)$ , kde  $a \in (0; \infty)$ ,  $a \neq 1$ .

- $f_a: (0; \infty) \rightarrow \mathbb{R}$  je bijektívna, je rýdzdo monotónna,

je rastúca pre  $a > 1$ , je klesajúca pre  $a < 1$ ,



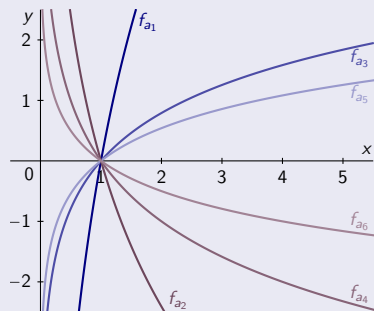
$$a_4 < a_2 < 1 < a_1 < a_3 < a_5$$

# Logaritmická funkcia

Funkcia  $f_a: y = \log_a x$ ,  $x \in (0; \infty)$ , kde  $a \in (0; \infty)$ ,  $a \neq 1$ .

- $f_a: (0; \infty) \rightarrow \mathbb{R}$  je bijektívna, je rýdzo monotónna,

je rastúca pre  $a > 1$ , je klesajúca pre  $a < 1$ ,



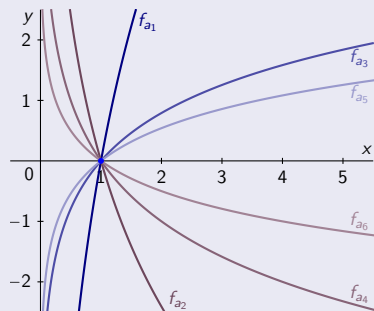
$$a_6 < a_4 < a_2 < 1 < a_1 < a_3 < a_5$$

# Logaritmická funkcia

Funkcia  $f_a: y = \log_a x$ ,  $x \in (0; \infty)$ , kde  $a \in (0; \infty)$ ,  $a \neq 1$ .

- $f_a: (0; \infty) \rightarrow R$  je bijektívna, je rýdzo monotónna,

je rastúca pre  $a > 1$ , je klesajúca pre  $a < 1$ ,  $f_a(1) = 0$ ,



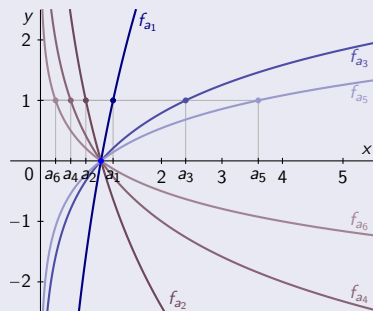
$$a_6 < a_4 < a_2 < 1 < a_1 < a_3 < a_5$$

# Logaritmická funkcia

Funkcia  $f_a: y = \log_a x$ ,  $x \in (0; \infty)$ , kde  $a \in (0; \infty)$ ,  $a \neq 1$ .

- $f_a: (0; \infty) \rightarrow \mathbb{R}$  je bijektívna, je rýdzdo monotónna,

je rastúca pre  $a > 1$ , je klesajúca pre  $a < 1$ ,  $f_a(1) = 0$ ,  $f_a(a) = 1$ .



$$a_6 < a_4 < a_2 < 1 < a_1 < a_3 < a_5$$

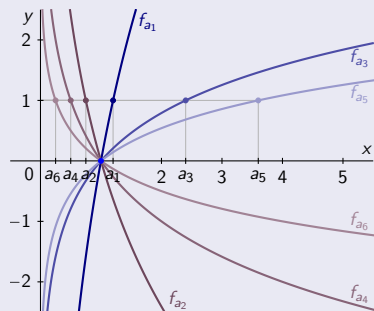
# Logaritmická funkcia

Funkcia  $f_a: y = \log_a x$ ,  $x \in (0; \infty)$ , kde  $a \in (0; \infty)$ ,  $a \neq 1$ .

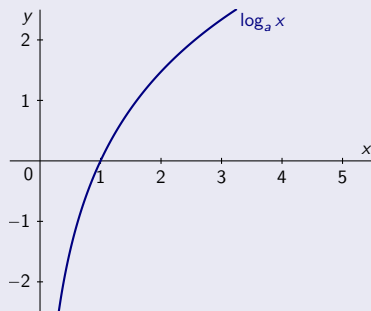
- $f_a: (0; \infty) \rightarrow \mathbb{R}$  je bijektívna, je rýdzdo monotónna,

je rastúca pre  $a > 1$ , je klesajúca pre  $a < 1$ ,  $f_a(1) = 0$ ,  $f_a(a) = 1$ .

- Grafy funkcií  $f_a: y = \log_a x$



$$a_6 < a_4 < a_2 < 1 < a_1 < a_3 < a_5$$



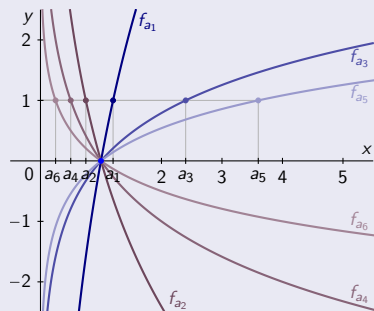
# Logaritmická funkcia

Funkcia  $f_a: y = \log_a x$ ,  $x \in (0; \infty)$ , kde  $a \in (0; \infty)$ ,  $a \neq 1$ .

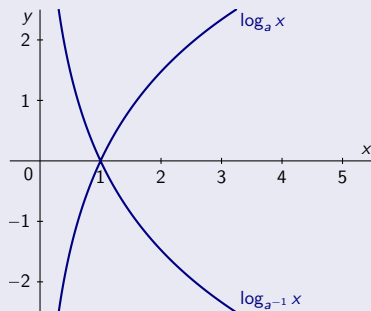
- $f_a: (0; \infty) \rightarrow R$  je bijektívna, je rýdzo monotónna,

je rastúca pre  $a > 1$ , je klesajúca pre  $a < 1$ ,  $f_a(1) = 0$ ,  $f_a(a) = 1$ .

- Grafy funkcií  $f_a: y = \log_a x$  a  $f_{a^{-1}}: y = \log_{a^{-1}} x = \log_{\frac{1}{a}} x$



$$a_6 < a_4 < a_2 < 1 < a_1 < a_3 < a_5$$





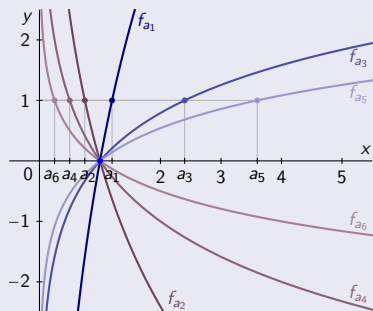
# Logaritmická funkcia

Funkcia  $f_a: y = \log_a x$ ,  $x \in (0; \infty)$ , kde  $a \in (0; \infty)$ ,  $a \neq 1$ .

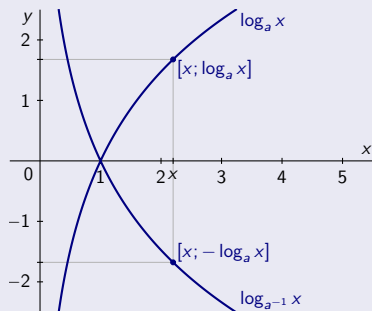
- $f_a: (0; \infty) \rightarrow \mathbb{R}$  je bijektívna, je rýdzo monotónna,

je rastúca pre  $a > 1$ , je klesajúca pre  $a < 1$ ,  $f_a(1) = 0$ ,  $f_a(a) = 1$ .

- Grafy funkcií  $f_a: y = \log_a x$  a  $f_{a^{-1}}: y = \log_{a^{-1}} x = \log_{\frac{1}{a}} x$  sú osovo súmerné podľa osi  $x$ ,



$$a_6 < a_4 < a_2 < 1 < a_1 < a_3 < a_5$$



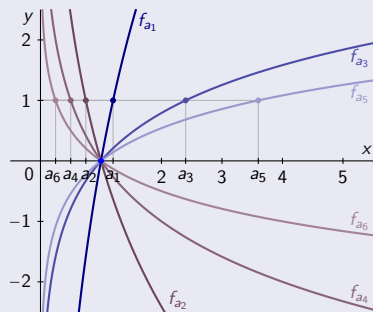
# Logaritmická funkcia

Funkcia  $f_a: y = \log_a x$ ,  $x \in (0; \infty)$ , kde  $a \in (0; \infty)$ ,  $a \neq 1$ .

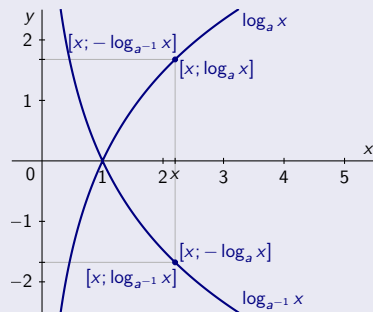
- $f_a: (0; \infty) \rightarrow R$  je bijektívna, je rýdzo monotónna,

je rastúca pre  $a > 1$ , je klesajúca pre  $a < 1$ ,  $f_a(1) = 0$ ,  $f_a(a) = 1$ .

- Grafy funkcií  $f_a: y = \log_a x$  a  $f_{a^{-1}}: y = \log_{a^{-1}} x = \log_{\frac{1}{a}} x$  sú osovo súmerné podľa osi  $x$ , t. j.  $f_a(x) = \log_a x = -\log_{a^{-1}} x = -f_{a^{-1}}(x)$  pre  $x > 0$ .



$$a_6 < a_4 < a_2 < 1 < a_1 < a_3 < a_5$$



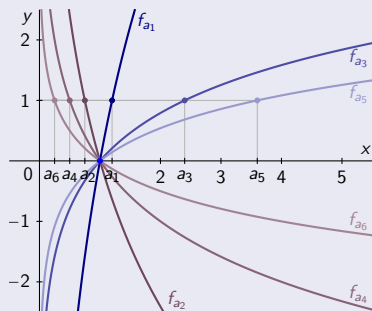
# Logaritmická funkcia

Funkcia  $f_a: y = \log_a x$ ,  $x \in (0; \infty)$ , kde  $a \in (0; \infty)$ ,  $a \neq 1$ .

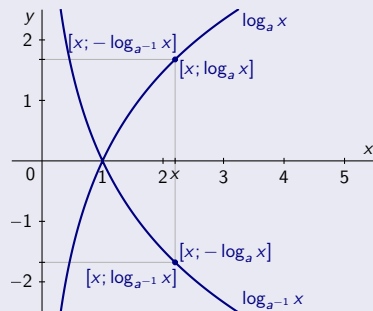
- $f_a: (0; \infty) \rightarrow \mathbb{R}$  je bijektívna, je rýdzo monotónna,

je rastúca pre  $a > 1$ , je klesajúca pre  $a < 1$ ,  $f_a(1) = 0$ ,  $f_a(a) = 1$ .

- Grafy funkcií  $f_a: y = \log_a x$  a  $f_{a^{-1}}: y = \log_{a^{-1}} x = \log_{\frac{1}{a}} x$  sú osovo súmerné podľa osi  $x$ , t. j.  $f_a(x) = \log_a x = -\log_{a^{-1}} x = -f_{a^{-1}}(x)$  pre  $x > 0$ .  $[y = -\log_{a^{-1}} x]$



$$a_6 < a_4 < a_2 < 1 < a_1 < a_3 < a_5$$



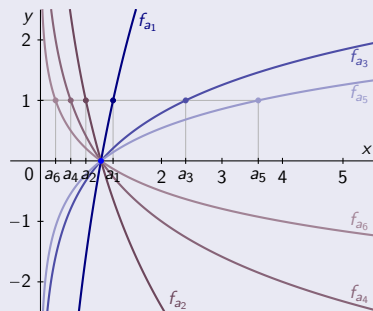
# Logaritmická funkcia

Funkcia  $f_a: y = \log_a x$ ,  $x \in (0; \infty)$ , kde  $a \in (0; \infty)$ ,  $a \neq 1$ .

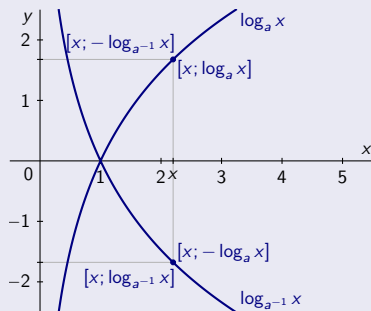
- $f_a: (0; \infty) \rightarrow R$  je bijektívna, je rýdzo monotónna,

je rastúca pre  $a > 1$ , je klesajúca pre  $a < 1$ ,  $f_a(1) = 0$ ,  $f_a(a) = 1$ .

- Grafy funkcií  $f_a: y = \log_a x$  a  $f_{a^{-1}}: y = \log_{a^{-1}} x = \log_{\frac{1}{a}} x$  sú osovo súmerné podľa osi  $x$ , t. j.  $f_a(x) = \log_a x = -\log_{a^{-1}} x = -f_{a^{-1}}(x)$  pre  $x > 0$ .  $[y = -\log_{a^{-1}} x. \Leftrightarrow x = (a^{-1})^{-y} = a^y.$



$$a_6 < a_4 < a_2 < 1 < a_1 < a_3 < a_5$$



# Logaritmická funkcia

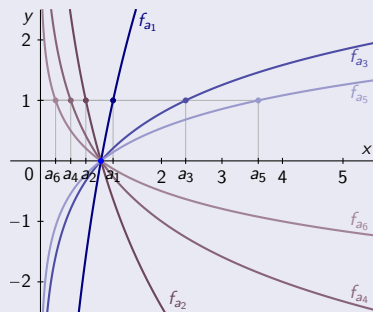
Funkcia  $f_a: y = \log_a x$ ,  $x \in (0; \infty)$ , kde  $a \in (0; \infty)$ ,  $a \neq 1$ .

- $f_a: (0; \infty) \rightarrow R$  je bijektívna, je rýdzo monotónna,

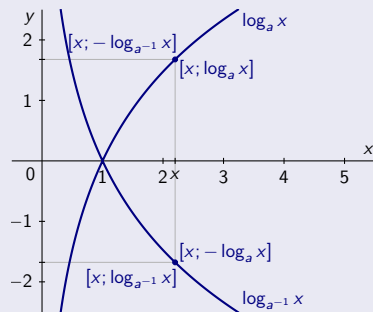
je rastúca pre  $a > 1$ , je klesajúca pre  $a < 1$ ,  $f_a(1) = 0$ ,  $f_a(a) = 1$ .

- Grafy funkcií  $f_a: y = \log_a x$  a  $f_{a^{-1}}: y = \log_{a^{-1}} x = \log_{\frac{1}{a}} x$  sú osovo súmerné podľa osi  $x$ ,

t. j.  $f_a(x) = \log_a x = -\log_{a^{-1}} x = -f_{a^{-1}}(x)$  pre  $x > 0$ . [  $y = -\log_{a^{-1}} x \Leftrightarrow x = (a^{-1})^{-y} = a^y \Leftrightarrow y = \log_a x$ . ]



$$a_6 < a_4 < a_2 < 1 < a_1 < a_3 < a_5$$



# Logaritmická funkcia

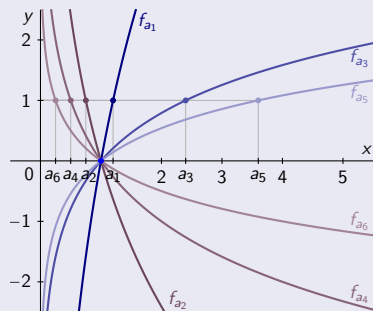
Funkcia  $f_a: y = \log_a x$ ,  $x \in (0; \infty)$ , kde  $a \in (0; \infty)$ ,  $a \neq 1$ .

- $f_a: (0; \infty) \rightarrow R$  je bijektívna, je rýdzo monotónna,

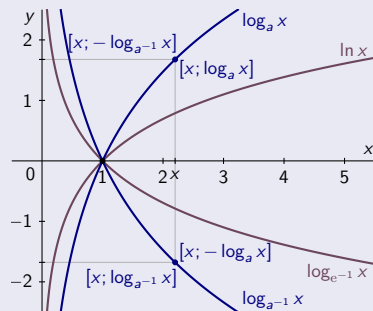
je rastúca pre  $a > 1$ , je klesajúca pre  $a < 1$ ,  $f_a(1) = 0$ ,  $f_a(a) = 1$ .

- Grafy funkcií  $f_a: y = \log_a x$  a  $f_{a^{-1}}: y = \log_{a^{-1}} x = \log_{\frac{1}{a}} x$  sú osovo súmerné podľa osi  $x$ ,

t. j.  $f_a(x) = \log_a x = -\log_{a^{-1}} x = -f_{a^{-1}}(x)$  pre  $x > 0$ .  $[y = -\log_{a^{-1}} x. \Leftrightarrow x = (a^{-1})^{-y} = a^y. \Leftrightarrow y = \log_a x.]$



$$a_6 < a_4 < a_2 < 1 < a_1 < a_3 < a_5$$



# Logaritmická funkcia

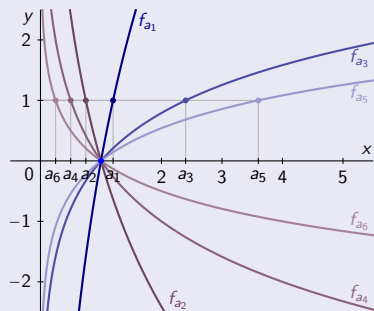
Funkcia  $f_a: y = \log_a x$ ,  $x \in (0; \infty)$ , kde  $a \in (0; \infty)$ ,  $a \neq 1$ .

- $f_a: (0; \infty) \rightarrow R$  je bijektívna, je rýdzo monotónna,

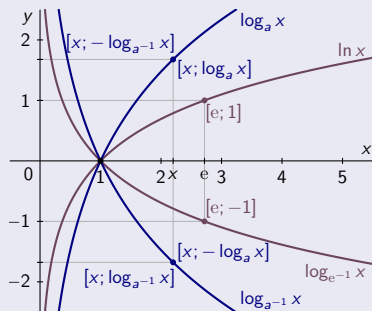
je rastúca pre  $a > 1$ , je klesajúca pre  $a < 1$ ,  $f_a(1) = 0$ ,  $f_a(a) = 1$ .

- Grafy funkcií  $f_a: y = \log_a x$  a  $f_{a^{-1}}: y = \log_{a^{-1}} x = \log_{\frac{1}{a}} x$  sú osovo súmerné podľa osi  $x$ ,

t. j.  $f_a(x) = \log_a x = -\log_{a^{-1}} x = -f_{a^{-1}}(x)$  pre  $x > 0$ . [  $y = -\log_{a^{-1}} x \Leftrightarrow x = (a^{-1})^{-y} = a^y \Leftrightarrow y = \log_a x$  ]



$$a_6 < a_4 < a_2 < 1 < a_1 < a_3 < a_5$$



# Logaritmická funkcia

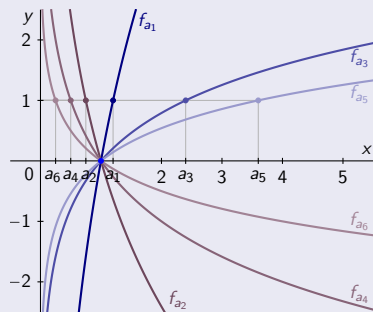
Funkcia  $f_a: y = \log_a x$ ,  $x \in (0; \infty)$ , kde  $a \in (0; \infty)$ ,  $a \neq 1$ .

- $f_a: (0; \infty) \rightarrow R$  je bijektívna, je rýdzo monotónna,

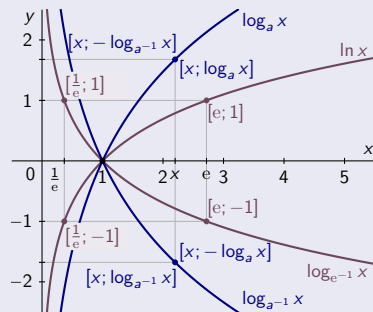
je rastúca pre  $a > 1$ , je klesajúca pre  $a < 1$ ,  $f_a(1) = 0$ ,  $f_a(a) = 1$ .

- Grafy funkcií  $f_a: y = \log_a x$  a  $f_{a^{-1}}: y = \log_{a^{-1}} x = \log_{\frac{1}{a}} x$  sú osovo súmerné podľa osi  $x$ ,

t. j.  $f_a(x) = \log_a x = -\log_{a^{-1}} x = -f_{a^{-1}}(x)$  pre  $x > 0$ . [  $y = -\log_{a^{-1}} x \Leftrightarrow x = (a^{-1})^{-y} = a^y \Leftrightarrow y = \log_a x$  ]



$$a_6 < a_4 < a_2 < 1 < a_1 < a_3 < a_5$$





# Logaritmická funkcia

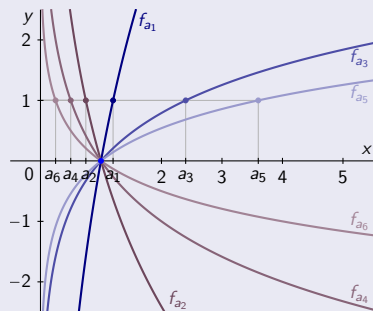
Funkcia  $f_a: y = \log_a x$ ,  $x \in (0; \infty)$ , kde  $a \in (0; \infty)$ ,  $a \neq 1$ .

- $f_a: (0; \infty) \rightarrow \mathbb{R}$  je bijektívna, je rýdzo monotónna,

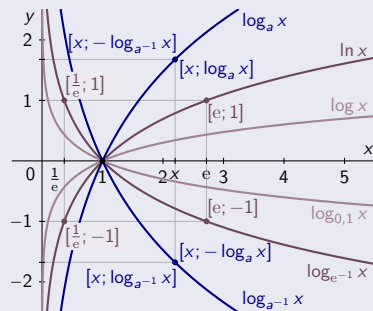
je rastúca pre  $a > 1$ , je klesajúca pre  $a < 1$ ,  $f_a(1) = 0$ ,  $f_a(a) = 1$ .

- Grafy funkcií  $f_a: y = \log_a x$  a  $f_{a^{-1}}: y = \log_{a^{-1}} x = \log_{\frac{1}{a}} x$  sú osovo súmerné podľa osi  $x$ ,

t. j.  $f_a(x) = \log_a x = -\log_{a^{-1}} x = -f_{a^{-1}}(x)$  pre  $x > 0$ . [  $y = -\log_{a^{-1}} x \Leftrightarrow x = (a^{-1})^{-y} = a^y \Leftrightarrow y = \log_a x$  ]



$$a_6 < a_4 < a_2 < 1 < a_1 < a_3 < a_5$$



# Logaritmická funkcia

Základ  $a \in (0; \infty)$ ,  $a \neq 1$ , premenné  $x, x_1, x_2 \in (0; \infty)$ , čísla  $r \in \mathbb{R}$ ,  $n \in \mathbb{N}$ .

# Logaritmická funkcia

Základ  $a \in (0; \infty)$ ,  $a \neq 1$ , premenné  $x, x_1, x_2 \in (0; \infty)$ , čísla  $r \in \mathbb{R}$ ,  $n \in \mathbb{N}$ .

$$\Rightarrow \bullet \log_a x_1 + \log_a x_2 = \log_a (x_1 x_2).$$

# Logaritmická funkcia

Základ  $a \in (0; \infty)$ ,  $a \neq 1$ , premenné  $x, x_1, x_2 \in (0; \infty)$ , čísla  $r \in \mathbb{R}$ ,  $n \in \mathbb{N}$ .

$\Rightarrow$  •  $\log_a x_1 + \log_a x_2 = \log_a (x_1 x_2)$ .

•  $\log_a x_1 - \log_a x_2 = \log_a \frac{x_1}{x_2}$ .

# Logaritmická funkcia

Základ  $a \in (0; \infty)$ ,  $a \neq 1$ , premenné  $x, x_1, x_2 \in (0; \infty)$ , čísla  $r \in \mathbb{R}$ ,  $n \in \mathbb{N}$ .

- $\Rightarrow$
- $\log_a x_1 + \log_a x_2 = \log_a (x_1 x_2)$ .
  - $\log_a x_1 - \log_a x_2 = \log_a \frac{x_1}{x_2}$ .
  - $\log_a x^r = r \cdot \log_a x$ .

# Logaritmická funkcia

Základ  $a \in (0; \infty)$ ,  $a \neq 1$ , premenné  $x, x_1, x_2 \in (0; \infty)$ , čísla  $r \in \mathbb{R}$ ,  $n \in \mathbb{N}$ .

$$\Rightarrow \bullet \log_a x_1 + \log_a x_2 = \log_a (x_1 x_2).$$

$$\bullet \log_a x^r = r \cdot \log_a x.$$

$$\bullet \log_a x_1 - \log_a x_2 = \log_a \frac{x_1}{x_2}.$$

$$\bullet \text{Špeciálne } \log_a \sqrt[n]{x} = \log_a x^{\frac{1}{n}} = \frac{1}{n} \log_a x.$$

# Logaritmická funkcia

Základ  $a \in (0; \infty)$ ,  $a \neq 1$ , premenné  $x, x_1, x_2 \in (0; \infty)$ , čísla  $r \in \mathbb{R}$ ,  $n \in \mathbb{N}$ .

$$\Rightarrow \bullet \log_a x_1 + \log_a x_2 = \log_a (x_1 x_2).$$

$$\bullet \log_a x_1 - \log_a x_2 = \log_a \frac{x_1}{x_2}.$$

$$\bullet \log_a x^r = r \cdot \log_a x.$$

$$\bullet \text{Špeciálne } \log_a \sqrt[n]{x} = \log_a x^{\frac{1}{n}} = \frac{1}{n} \log_a x.$$

$$\bullet \log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a} \text{ pre všetky } b \in (0; \infty), b \neq 1.$$

# Logaritmická funkcia

Základ  $a \in (0; \infty)$ ,  $a \neq 1$ , premenné  $x, x_1, x_2 \in (0; \infty)$ , čísla  $r \in \mathbb{R}$ ,  $n \in \mathbb{N}$ .

$$\Rightarrow \bullet \log_a x_1 + \log_a x_2 = \log_a (x_1 x_2).$$

$$\bullet \log_a x_1 - \log_a x_2 = \log_a \frac{x_1}{x_2}.$$

$$\bullet \log_a x^r = r \cdot \log_a x.$$

$$\bullet \text{Špeciálne } \log_a \sqrt[n]{x} = \log_a x^{\frac{1}{n}} = \frac{1}{n} \log_a x.$$

$$\bullet \log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a} \text{ pre všetky } b \in (0; \infty), b \neq 1.$$

$$\bullet \text{Špeciálne } \log_a x = \frac{\ln x}{\ln a}.$$



# Logaritmická funkcia

Základ  $a \in (0; \infty)$ ,  $a \neq 1$ , premenné  $x, x_1, x_2 \in (0; \infty)$ , čísla  $r \in \mathbb{R}$ ,  $n \in \mathbb{N}$ .

- ⇒
- $\log_a x_1 + \log_a x_2 = \log_a (x_1 x_2)$ .
  - $\log_a x_1 - \log_a x_2 = \log_a \frac{x_1}{x_2}$ .
  - $\log_a x^r = r \cdot \log_a x$ .
  - Špeciálne  $\log_a \sqrt[n]{x} = \log_a x^{\frac{1}{n}} = \frac{1}{n} \log_a x$ .
  - $\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$  pre všetky  $b \in (0; \infty)$ ,  $b \neq 1$ .
  - Špeciálne  $\log_a x = \frac{\ln x}{\ln a}$ .

Funkcie  $f: y = \log_a x$ ,  $x \in (0; \infty)$  a  $g: y = a^x$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , kde  $a \in (0; \infty)$ ,  $a \neq 1$ .

# Logaritmická funkcia

Základ  $a \in (0; \infty)$ ,  $a \neq 1$ , premenné  $x, x_1, x_2 \in (0; \infty)$ , čísla  $r \in \mathbb{R}$ ,  $n \in \mathbb{N}$ .

- ⇒
- $\log_a x_1 + \log_a x_2 = \log_a (x_1 x_2)$ .
  - $\log_a x_1 - \log_a x_2 = \log_a \frac{x_1}{x_2}$ .
  - $\log_a x^r = r \cdot \log_a x$ .
  - Špeciálne  $\log_a \sqrt[n]{x} = \log_a x^{\frac{1}{n}} = \frac{1}{n} \log_a x$ .
  - $\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$  pre všetky  $b \in (0; \infty)$ ,  $b \neq 1$ .
  - Špeciálne  $\log_a x = \frac{\ln x}{\ln a}$ .

Funkcie  $f: y = \log_a x$ ,  $x \in (0; \infty)$  a  $g: y = a^x$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , kde  $a \in (0; \infty)$ ,  $a \neq 1$ .

- ⇒
- Funkcie  $f: y = \log_a x$  a  $g: y = a^x$  sú navzájom inverzné.

# Logaritmická funkcia

Základ  $a \in (0; \infty)$ ,  $a \neq 1$ , premenné  $x, x_1, x_2 \in (0; \infty)$ , čísla  $r \in \mathbb{R}$ ,  $n \in \mathbb{N}$ .

- ⇒
- $\log_a x_1 + \log_a x_2 = \log_a (x_1 x_2)$ .
  - $\log_a x_1 - \log_a x_2 = \log_a \frac{x_1}{x_2}$ .
  - $\log_a x^r = r \cdot \log_a x$ .
  - Špeciálne  $\log_a \sqrt[n]{x} = \log_a x^{\frac{1}{n}} = \frac{1}{n} \log_a x$ .
  - $\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$  pre všetky  $b \in (0; \infty)$ ,  $b \neq 1$ .
  - Špeciálne  $\log_a x = \frac{\ln x}{\ln a}$ .

Funkcie  $f: y = \log_a x$ ,  $x \in (0; \infty)$  a  $g: y = a^x$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , kde  $a \in (0; \infty)$ ,  $a \neq 1$ .

- ⇒ • Funkcie  $f: y = \log_a x$  a  $g: y = a^x$  sú navzájom inverzné. [Rovnaký základ  $a \in (0; \infty)$ ,  $a \neq 1$ .]

# Logaritmická funkcia

Základ  $a \in (0; \infty)$ ,  $a \neq 1$ , premenné  $x, x_1, x_2 \in (0; \infty)$ , čísla  $r \in \mathbb{R}$ ,  $n \in \mathbb{N}$ .

- ⇒
- $\log_a x_1 + \log_a x_2 = \log_a (x_1 x_2)$ .
  - $\log_a x_1 - \log_a x_2 = \log_a \frac{x_1}{x_2}$ .
  - $\log_a x^r = r \cdot \log_a x$ .
  - Špeciálne  $\log_a \sqrt[n]{x} = \log_a x^{\frac{1}{n}} = \frac{1}{n} \log_a x$ .
  - $\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$  pre všetky  $b \in (0; \infty)$ ,  $b \neq 1$ .
  - Špeciálne  $\log_a x = \frac{\ln x}{\ln a}$ .

Funkcie  $f: y = \log_a x$ ,  $x \in (0; \infty)$  a  $g: y = a^x$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , kde  $a \in (0; \infty)$ ,  $a \neq 1$ .

- ⇒
- Funkcie  $f: y = \log_a x$  a  $g: y = a^x$  sú navzájom inverzné. [Rovnaký základ  $a \in (0; \infty)$ ,  $a \neq 1$ .]
  - Grafy funkcií  $f$  a  $g$  sú osovo súmerné podľa priamky  $y = x$ .

# Logaritmická funkcia

Základ  $a \in (0; \infty)$ ,  $a \neq 1$ , premenné  $x, x_1, x_2 \in (0; \infty)$ , čísla  $r \in R$ ,  $n \in N$ .

- ⇒
- $\log_a x_1 + \log_a x_2 = \log_a (x_1 x_2)$ .
  - $\log_a x_1 - \log_a x_2 = \log_a \frac{x_1}{x_2}$ .
  - $\log_a x^r = r \cdot \log_a x$ .
  - Špeciálne  $\log_a \sqrt[n]{x} = \log_a x^{\frac{1}{n}} = \frac{1}{n} \log_a x$ .
  - $\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$  pre všetky  $b \in (0; \infty)$ ,  $b \neq 1$ .
  - Špeciálne  $\log_a x = \frac{\ln x}{\ln a}$ .

Funkcie  $f: y = \log_a x$ ,  $x \in (0; \infty)$  a  $g: y = a^x$ ,  $x \in R$ , kde  $a \in (0; \infty)$ ,  $a \neq 1$ .

- ⇒
- Funkcie  $f: y = \log_a x$  a  $g: y = a^x$  sú navzájom inverzné. [Rovnaký základ  $a \in (0; \infty)$ ,  $a \neq 1$ .]
  - Grafy funkcií  $f$  a  $g$  sú osovo súmerné podľa priamky  $y = x$ .
- 
- $x \in R$ .
  - $x \in (0; \infty)$ .

# Logaritmická funkcia

Základ  $a \in (0; \infty)$ ,  $a \neq 1$ , premenné  $x, x_1, x_2 \in (0; \infty)$ , čísla  $r \in \mathbb{R}$ ,  $n \in \mathbb{N}$ .

- ⇒
- $\log_a x_1 + \log_a x_2 = \log_a (x_1 x_2)$ .
  - $\log_a x_1 - \log_a x_2 = \log_a \frac{x_1}{x_2}$ .
  - $\log_a x^r = r \cdot \log_a x$ .
  - Špeciálne  $\log_a \sqrt[n]{x} = \log_a x^{\frac{1}{n}} = \frac{1}{n} \log_a x$ .
  - $\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$  pre všetky  $b \in (0; \infty)$ ,  $b \neq 1$ .
  - Špeciálne  $\log_a x = \frac{\ln x}{\ln a}$ .

Funkcie  $f: y = \log_a x$ ,  $x \in (0; \infty)$  a  $g: y = a^x$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , kde  $a \in (0; \infty)$ ,  $a \neq 1$ .

- ⇒
- Funkcie  $f: y = \log_a x$  a  $g: y = a^x$  sú navzájom inverzné. [Rovnaký základ  $a \in (0; \infty)$ ,  $a \neq 1$ .]
  - Grafy funkcií  $f$  a  $g$  sú osovo súmerné podľa priamky  $y = x$ .
- 
- $x \in \mathbb{R}$ . ⇒ •  $x = f(g(x)) = f(a^x) = \log_a a^x$ ,
  - $x \in (0; \infty)$ .

# Logaritmická funkcia

Základ  $a \in (0; \infty)$ ,  $a \neq 1$ , premenné  $x, x_1, x_2 \in (0; \infty)$ , čísla  $r \in \mathbb{R}$ ,  $n \in \mathbb{N}$ .

- ⇒
- $\log_a x_1 + \log_a x_2 = \log_a (x_1 x_2)$ .
  - $\log_a x_1 - \log_a x_2 = \log_a \frac{x_1}{x_2}$ .
  - $\log_a x^r = r \cdot \log_a x$ .
  - Špeciálne  $\log_a \sqrt[n]{x} = \log_a x^{\frac{1}{n}} = \frac{1}{n} \log_a x$ .
  - $\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$  pre všetky  $b \in (0; \infty)$ ,  $b \neq 1$ .
  - Špeciálne  $\log_a x = \frac{\ln x}{\ln a}$ .

Funkcie  $f: y = \log_a x$ ,  $x \in (0; \infty)$  a  $g: y = a^x$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , kde  $a \in (0; \infty)$ ,  $a \neq 1$ .

- ⇒
- Funkcie  $f: y = \log_a x$  a  $g: y = a^x$  sú navzájom inverzné. [Rovnaký základ  $a \in (0; \infty)$ ,  $a \neq 1$ .]
  - Grafy funkcií  $f$  a  $g$  sú osovo súmerné podľa priamky  $y = x$ .
- 
- $x \in \mathbb{R}$ . ⇒ •  $x = f(g(x)) = f(a^x) = \log_a a^x$ ,
  - $x \in (0; \infty)$ . ⇒ •  $x = g(f(x)) = g(\log_a x) = a^{\log_a x}$ ,

# Logaritmická funkcia

Základ  $a \in (0; \infty)$ ,  $a \neq 1$ , premenné  $x, x_1, x_2 \in (0; \infty)$ , čísla  $r \in \mathbb{R}$ ,  $n \in \mathbb{N}$ .

- ⇒
- $\log_a x_1 + \log_a x_2 = \log_a (x_1 x_2)$ .
  - $\log_a x_1 - \log_a x_2 = \log_a \frac{x_1}{x_2}$ .
  - $\log_a x^r = r \cdot \log_a x$ .
  - Špeciálne  $\log_a \sqrt[n]{x} = \log_a x^{\frac{1}{n}} = \frac{1}{n} \log_a x$ .
  - $\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$  pre všetky  $b \in (0; \infty)$ ,  $b \neq 1$ .
  - Špeciálne  $\log_a x = \frac{\ln x}{\ln a}$ .

Funkcie  $f: y = \log_a x$ ,  $x \in (0; \infty)$  a  $g: y = a^x$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , kde  $a \in (0; \infty)$ ,  $a \neq 1$ .

- ⇒
- Funkcie  $f: y = \log_a x$  a  $g: y = a^x$  sú navzájom inverzné. [Rovnaký základ  $a \in (0; \infty)$ ,  $a \neq 1$ .]
  - Grafy funkcií  $f$  a  $g$  sú osovo súmerné podľa priamky  $y = x$ .
- 
- $x \in \mathbb{R}$ . ⇒ •  $x = f(g(x)) = f(a^x) = \log_a a^x$ , t. j. •  $x = \log_a a^x$ .
  - $x \in (0; \infty)$ . ⇒ •  $x = g(f(x)) = g(\log_a x) = a^{\log_a x}$ , t. j. •  $x = a^{\log_a x}$ .



# Logaritmická funkcia

Základ  $a \in (0; \infty)$ ,  $a \neq 1$ , premenné  $x, x_1, x_2 \in (0; \infty)$ , čísla  $r \in \mathbb{R}$ ,  $n \in \mathbb{N}$ .

- ⇒
- $\log_a x_1 + \log_a x_2 = \log_a (x_1 x_2)$ .
  - $\log_a x_1 - \log_a x_2 = \log_a \frac{x_1}{x_2}$ .
  - $\log_a x^r = r \cdot \log_a x$ .
  - Špeciálne  $\log_a \sqrt[n]{x} = \log_a x^{\frac{1}{n}} = \frac{1}{n} \log_a x$ .
  - $\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$  pre všetky  $b \in (0; \infty)$ ,  $b \neq 1$ .
  - Špeciálne  $\log_a x = \frac{\ln x}{\ln a}$ .

Funkcie  $f: y = \log_a x$ ,  $x \in (0; \infty)$  a  $g: y = a^x$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , kde  $a \in (0; \infty)$ ,  $a \neq 1$ .

⇒ • Funkcie  $f: y = \log_a x$  a  $g: y = a^x$  sú navzájom inverzné. [Rovnaký základ  $a \in (0; \infty)$ ,  $a \neq 1$ ]

• Grafy funkcií  $f$  a  $g$  sú osovo súmerné podľa priamky  $y = x$ .

•  $x \in \mathbb{R}$ . ⇒ •  $x = f(g(x)) = f(a^x) = \log_a a^x$ , t. j. •  $x = \log_a a^x$ .

•  $x \in (0; \infty)$ . ⇒ •  $x = g(f(x)) = g(\log_a x) = a^{\log_a x}$ , t. j. •  $x = a^{\log_a x}$ .

Špeciálne platí: •  $x^r = e^{\ln x^r} = e^{r \cdot \ln x}$  pre  $x > 0$ ,  $r \in \mathbb{R}$ .

# Logaritmická funkcia

Základ  $a \in (0; \infty)$ ,  $a \neq 1$ , premenné  $x, x_1, x_2 \in (0; \infty)$ , čísla  $r \in \mathbb{R}$ ,  $n \in \mathbb{N}$ .

- ⇒
- $\log_a x_1 + \log_a x_2 = \log_a (x_1 x_2)$ .
  - $\log_a x_1 - \log_a x_2 = \log_a \frac{x_1}{x_2}$ .
  - $\log_a x^r = r \cdot \log_a x$ .
  - Špeciálne  $\log_a \sqrt[n]{x} = \log_a x^{\frac{1}{n}} = \frac{1}{n} \log_a x$ .
  - $\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$  pre všetky  $b \in (0; \infty)$ ,  $b \neq 1$ .
  - Špeciálne  $\log_a x = \frac{\ln x}{\ln a}$ .

Funkcie  $f: y = \log_a x$ ,  $x \in (0; \infty)$  a  $g: y = a^x$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , kde  $a \in (0; \infty)$ ,  $a \neq 1$ .

⇒ • Funkcie  $f: y = \log_a x$  a  $g: y = a^x$  sú navzájom inverzné. [Rovnaký základ  $a \in (0; \infty)$ ,  $a \neq 1$ ]

• Grafy funkcií  $f$  a  $g$  sú osovo súmerné podľa priamky  $y = x$ .

•  $x \in \mathbb{R}$ . ⇒ •  $x = f(g(x)) = f(a^x) = \log_a a^x$ , t. j. •  $x = \log_a a^x$ .

•  $x \in (0; \infty)$ . ⇒ •  $x = g(f(x)) = g(\log_a x) = a^{\log_a x}$ , t. j. •  $x = a^{\log_a x}$ .

Špeciálne platí: •  $x^r = e^{\ln x^r} = e^{r \cdot \ln x}$  pre  $x > 0$ ,  $r \in \mathbb{R}$ .

•  $a^x = e^{\ln a^x} = e^{x \cdot \ln a}$  pre  $x \in \mathbb{R}$ ,  $a \in (0; \infty)$ ,  $a \neq 1$ .

# Logaritmická funkcia

Základ  $a \in (0; \infty)$ ,  $a \neq 1$ , premenné  $x, x_1, x_2 \in (0; \infty)$ , čísla  $r \in \mathbb{R}$ ,  $n \in \mathbb{N}$ .

- ⇒ •  $\log_a x_1 + \log_a x_2 = \log_a (x_1 x_2)$ . •  $\log_a x_1 - \log_a x_2 = \log_a \frac{x_1}{x_2}$ .
- $\log_a x^r = r \cdot \log_a x$ . • Špeciálne  $\log_a \sqrt[n]{x} = \log_a x^{\frac{1}{n}} = \frac{1}{n} \log_a x$ .
- $\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$  pre všetky  $b \in (0; \infty)$ ,  $b \neq 1$ . • Špeciálne  $\log_a x = \frac{\ln x}{\ln a}$ .

Funkcie  $f: y = \log_a x$ ,  $x \in (0; \infty)$  a  $g: y = a^x$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , kde  $a \in (0; \infty)$ ,  $a \neq 1$ .

⇒ • Funkcie  $f: y = \log_a x$  a  $g: y = a^x$  sú navzájom inverzné. [Rovnaký základ  $a \in (0; \infty)$ ,  $a \neq 1$ ]

• Grafy funkcií  $f$  a  $g$  sú osovo súmerné podľa priamky  $y = x$ .

•  $x \in \mathbb{R}$ . ⇒ •  $x = f(g(x)) = f(a^x) = \log_a a^x$ , t. j. •  $x = \log_a a^x$ .

•  $x \in (0; \infty)$ . ⇒ •  $x = g(f(x)) = g(\log_a x) = a^{\log_a x}$ , t. j. •  $x = a^{\log_a x}$ .

Špeciálne platí: •  $x^r = e^{\ln x^r} = e^{r \cdot \ln x}$  pre  $x > 0$ ,  $r \in \mathbb{R}$ .

•  $a^x = e^{\ln a^x} = e^{x \cdot \ln a}$  pre  $x \in \mathbb{R}$ ,  $a \in (0; \infty)$ ,  $a \neq 1$ .

•  $s(x)^{h(x)} = e^{\ln s(x)^{h(x)}} = e^{h(x) \cdot \ln s(x)}$  pre funkcie  $s, h$ , pričom  $s(x) > 0$ ,  $h(x) \in \mathbb{R}$ .

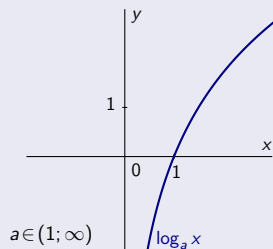
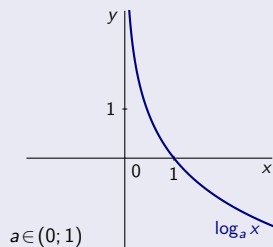
# Logaritmická funkcia

Funkcie  $f: y = \log_a x, x \in (0; \infty)$  a  $g: y = a^x, x \in R$ , pričom základ  $a \in (0; \infty), a \neq 1$ .

# Logaritmická funkcia

Funkcie  $f: y = \log_a x$ ,  $x \in (0; \infty)$  a  $g: y = a^x$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , pričom základ  $a \in (0; \infty)$ ,  $a \neq 1$ .

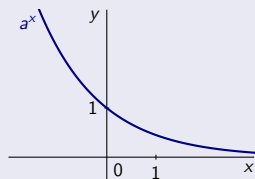
- Funkcie  $\log_a x$



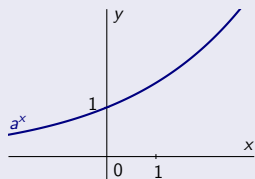
# Logaritmická funkcia

Funkcie  $f: y = \log_a x$ ,  $x \in (0; \infty)$  a  $g: y = a^x$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , pričom základ  $a \in (0; \infty)$ ,  $a \neq 1$ .

- Funkcie  $\log_a x$  a  $a^x$



$a \in (0; 1)$

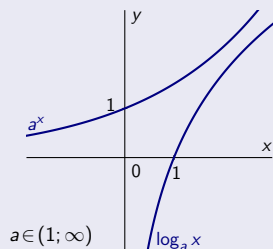
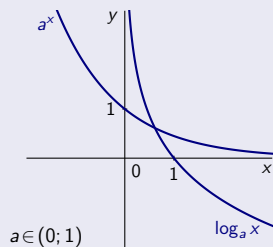


$a \in (1; \infty)$

# Logaritmická funkcia

Funkcie  $f: y = \log_a x$ ,  $x \in (0; \infty)$  a  $g: y = a^x$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , pričom základ  $a \in (0; \infty)$ ,  $a \neq 1$ .

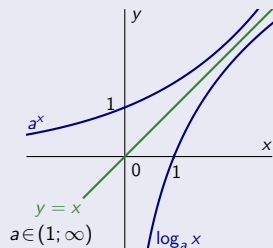
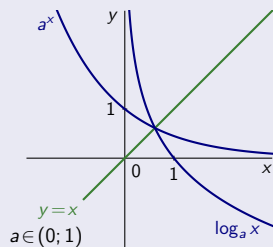
- Funkcie  $\log_a x$  a  $a^x$  sú navzájom inverzné,



# Logaritmická funkcia

Funkcie  $f: y = \log_a x$ ,  $x \in (0; \infty)$  a  $g: y = a^x$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , pričom základ  $a \in (0; \infty)$ ,  $a \neq 1$ .

- Funkcie  $\log_a x$  a  $a^x$  sú navzájom inverzné, t. j. ich grafy sú osovo súmerné podľa priamky  $y = x$ .

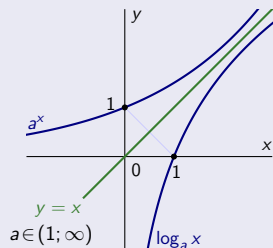
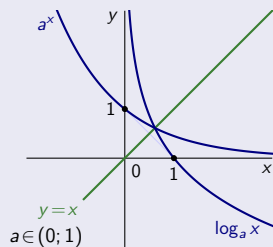




# Logaritmická funkcia

Funkcie  $f: y = \log_a x$ ,  $x \in (0; \infty)$  a  $g: y = a^x$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , pričom základ  $a \in (0; \infty)$ ,  $a \neq 1$ .

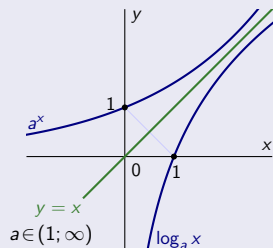
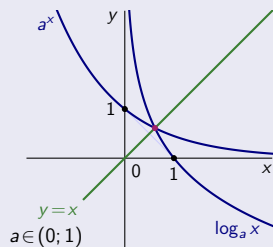
- Funkcie  $\log_a x$  a  $a^x$  sú navzájom inverzné, t. j. ich grafy sú osovo súmerné podľa priamky  $y = x$ .



# Logaritmická funkcia

Funkcie  $f: y = \log_a x$ ,  $x \in (0; \infty)$  a  $g: y = a^x$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , pričom základ  $a \in (0; \infty)$ ,  $a \neq 1$ .

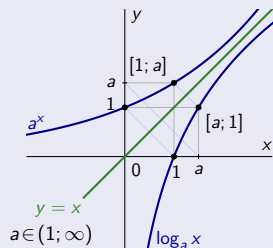
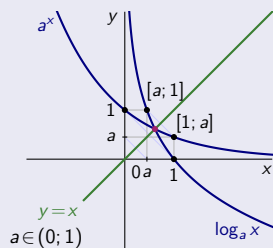
- Funkcie  $\log_a x$  a  $a^x$  sú navzájom inverzné, t. j. ich grafy sú osovo súmerné podľa priamky  $y = x$ .



# Logaritmická funkcia

Funkcie  $f: y = \log_a x$ ,  $x \in (0; \infty)$  a  $g: y = a^x$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , pričom základ  $a \in (0; \infty)$ ,  $a \neq 1$ .

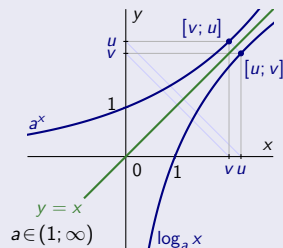
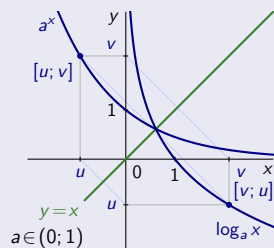
- Funkcie  $\log_a x$  a  $a^x$  sú navzájom inverzné, t. j. ich grafy sú osovo súmerné podľa priamky  $y = x$ .



# Logaritmická funkcia

Funkcie  $f: y = \log_a x$ ,  $x \in (0; \infty)$  a  $g: y = a^x$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , pričom základ  $a \in (0; \infty)$ ,  $a \neq 1$ .

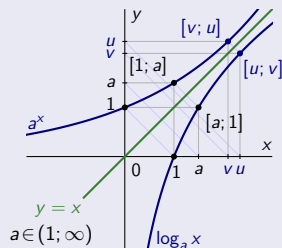
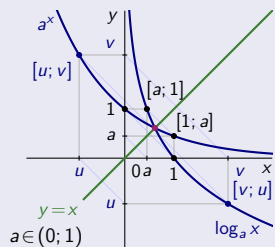
- Funkcie  $\log_a x$  a  $a^x$  sú navzájom inverzné, t. j. ich grafy sú osovo súmerné podľa priamky  $y = x$ .



# Logaritmická funkcia

Funkcie  $f: y = \log_a x$ ,  $x \in (0; \infty)$  a  $g: y = a^x$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , pričom základ  $a \in (0; \infty)$ ,  $a \neq 1$ .

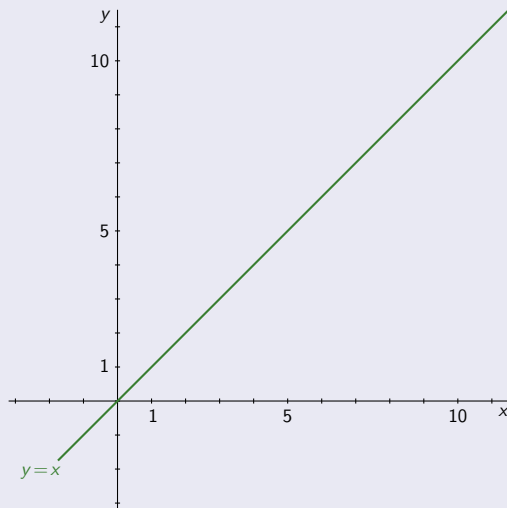
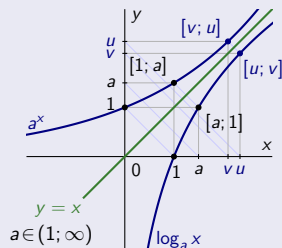
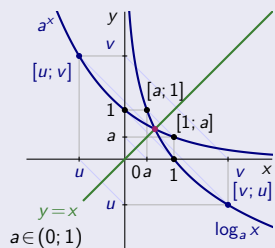
- Funkcie  $\log_a x$  a  $a^x$  sú navzájom inverzné, t. j. ich grafy sú osovo súmerné podľa priamky  $y = x$ .



# Logaritmická funkcia

Funkcie  $f: y = \log_a x$ ,  $x \in (0; \infty)$  a  $g: y = a^x$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , pričom základ  $a \in (0; \infty)$ ,  $a \neq 1$ .

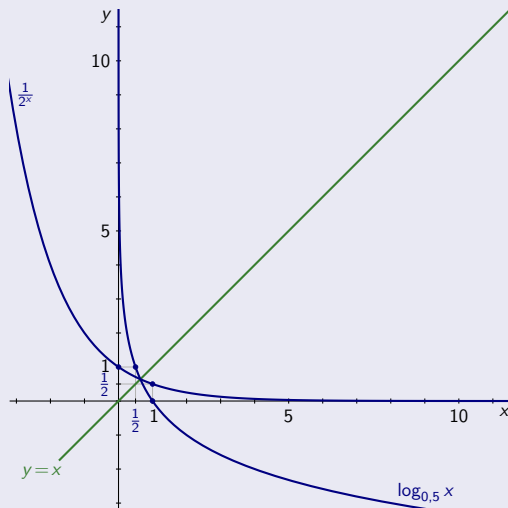
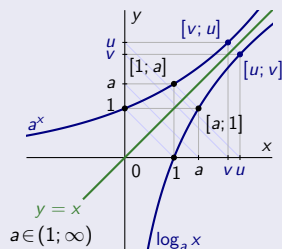
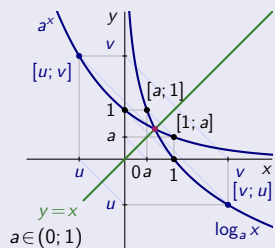
- Funkcie  $\log_a x$  a  $a^x$  sú navzájom inverzné, t. j. ich grafy sú osovo súmerné podľa priamky  $y = x$ .



# Logaritmická funkcia

Funkcie  $f: y = \log_a x$ ,  $x \in (0; \infty)$  a  $g: y = a^x$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , pričom základ  $a \in (0; \infty)$ ,  $a \neq 1$ .

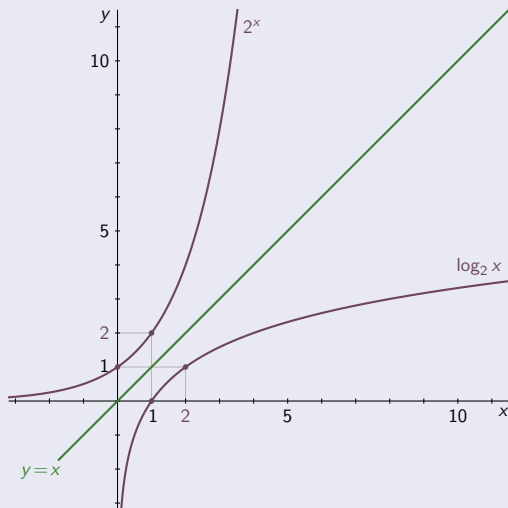
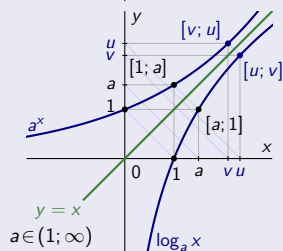
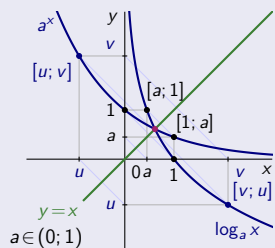
- Funkcie  $\log_a x$  a  $a^x$  sú navzájom inverzné, t. j. ich grafy sú osovo súmerné podľa priamky  $y = x$ .



# Logaritmická funkcia

Funkcie  $f: y = \log_a x$ ,  $x \in (0; \infty)$  a  $g: y = a^x$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , pričom základ  $a \in (0; \infty)$ ,  $a \neq 1$ .

- Funkcie  $\log_a x$  a  $a^x$  sú navzájom inverzné, t. j. ich grafy sú osovo súmerné podľa priamky  $y = x$ .

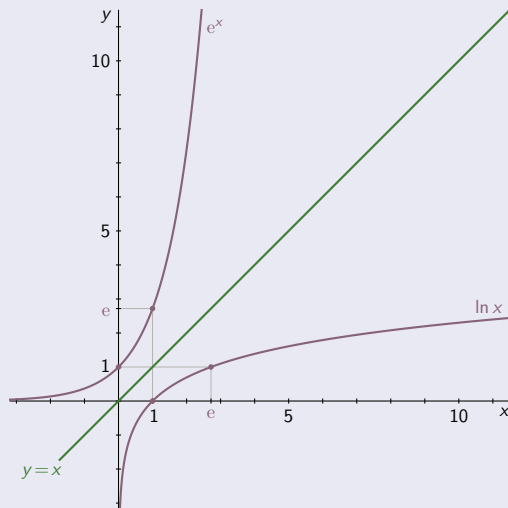
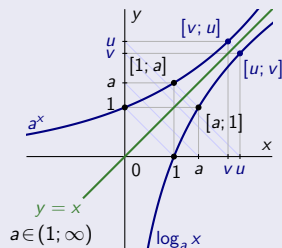
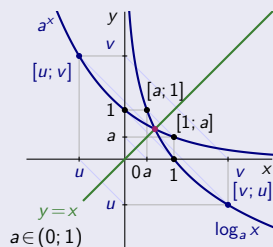




# Logaritmická funkcia

Funkcie  $f: y = \log_a x$ ,  $x \in (0; \infty)$  a  $g: y = a^x$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , pričom základ  $a \in (0; \infty)$ ,  $a \neq 1$ .

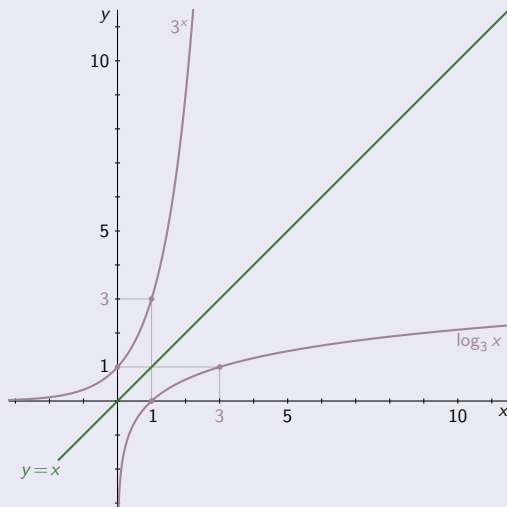
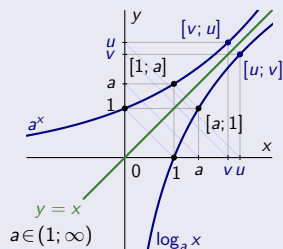
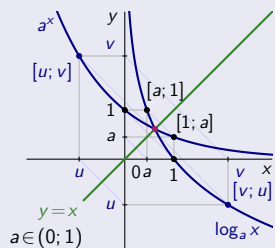
- Funkcie  $\log_a x$  a  $a^x$  sú navzájom inverzné, t. j. ich grafy sú osovo súmerné podľa priamky  $y = x$ .



# Logaritmická funkcia

Funkcie  $f: y = \log_a x$ ,  $x \in (0; \infty)$  a  $g: y = a^x$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , pričom základ  $a \in (0; \infty)$ ,  $a \neq 1$ .

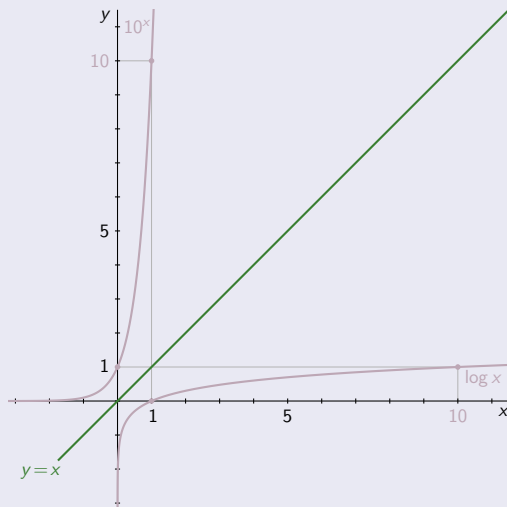
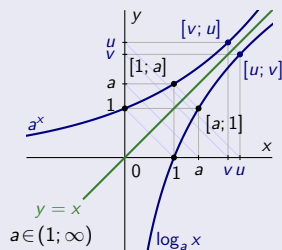
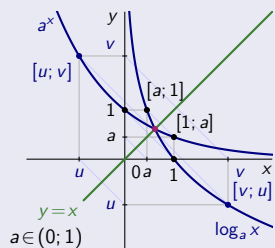
- Funkcie  $\log_a x$  a  $a^x$  sú navzájom inverzné, t. j. ich grafy sú osovo súmerné podľa priamky  $y = x$ .



# Logaritmická funkcia

Funkcie  $f: y = \log_a x$ ,  $x \in (0; \infty)$  a  $g: y = a^x$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , pričom základ  $a \in (0; \infty)$ ,  $a \neq 1$ .

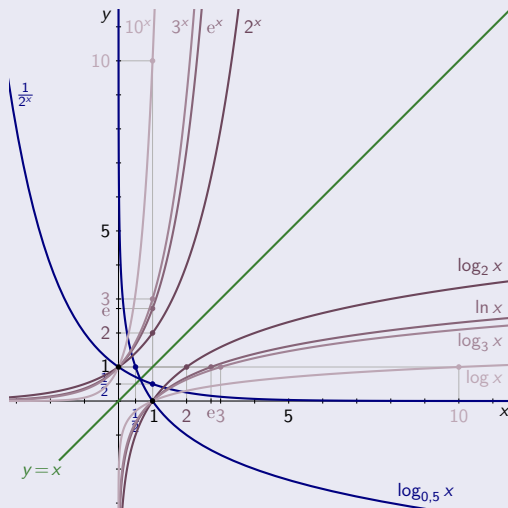
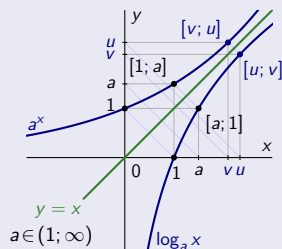
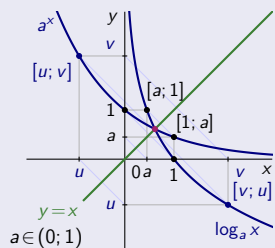
- Funkcie  $\log_a x$  a  $a^x$  sú navzájom inverzné, t. j. ich grafy sú osovo súmerné podľa priamky  $y = x$ .



# Logaritmická funkcia

Funkcie  $f: y = \log_a x$ ,  $x \in (0; \infty)$  a  $g: y = a^x$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , pričom základ  $a \in (0; \infty)$ ,  $a \neq 1$ .

- Funkcie  $\log_a x$  a  $a^x$  sú navzájom inverzné, t. j. ich grafy sú osovo súmerné podľa priamky  $y = x$ .



# Goniometrické funkcie

Základné **goniometrické** (trigonometrické)

funkcie sú:

# Goniometrické funkcie

Základné **goniometrické** (trigonometrické)

funkcie sú: ● **sínus**,

# Goniometrické funkcie

Základné **goniometrické** (trigonometrické)

funkcie sú: • **sínus**, • **kosínus**,

# Goniometrické funkcie

Základné **goniometrické** (trigonometrické)

funkcie sú: • sínus,                      • kosínus,                      • tangens,



# Goniometrické funkcie

Základné **goniometrické** (trigonometrické)

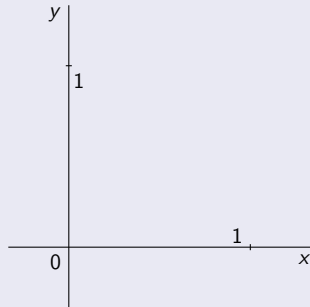
funkcie sú: • sínus,      • kosínus,      • tangens,      • kotangens.

# Goniometrické funkcie

Základné **goniometrické** (trigonometrické)

funkcie sú: • **sínus**, • **kosínus**, • **tangens**, • **kotangens**.

Definujú sa v rovine  $R^2$  pomocou jednotkovej kružnice  $k$  so stredom v počiatku 0 karteziánskeho súradnicového systému:



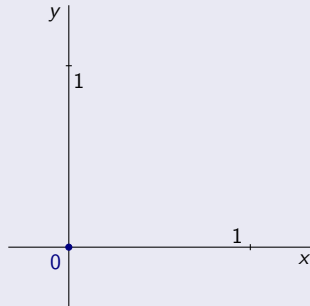
# Goniometrické funkcie

## Základné goniometrické (trigonometrické)

funkcie sú: • **sínus**, • **kosínus**, • **tangens**, • **kotangens**.

Definujú sa v rovine  $R^2$  pomocou jednotkovej kružnice  $k$  so stredom v počiatku  $0$  karteziánskeho súradnicového systému:

- Označme body  $0 = [0; 0]$ ,



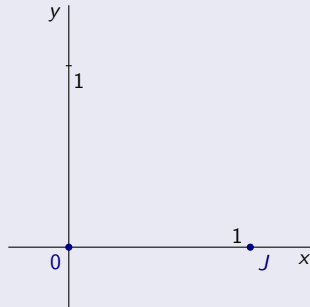
# Goniometrické funkcie

## Základné goniometrické (trigonometrické)

funkcie sú: • **sínus**, • **kosínus**, • **tangens**, • **kotangens**.

Definujú sa v rovine  $R^2$  pomocou jednotkovej kružnice  $k$  so stredom v počiatku  $0$  karteziánskeho súradnicového systému:

- Označme body  $0 = [0; 0]$ ,  $J = [1; 0]$ ,



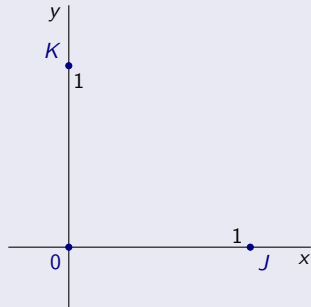
# Goniometrické funkcie

## Základné goniometrické (trigonometrické)

funkcie sú: • **sínus**, • **kosínus**, • **tangens**, • **kotangens**.

Definujú sa v rovine  $R^2$  pomocou jednotkovej kružnice  $k$  so stredom v počiatku  $0$  karteziánskeho súradnicového systému:

- Označme body  $0 = [0; 0]$ ,  $J = [1; 0]$ ,  $K = [0; 1]$ ,



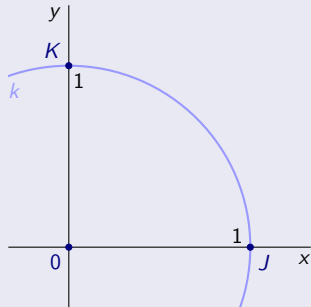
# Goniometrické funkcie

## Základné goniometrické (trigonometrické)

funkcie sú: • sínus, • kosínus, • tangens, • kotangens.

Definujú sa v rovine  $R^2$  pomocou jednotkovej kružnice  $k$  so stredom v počiatku  $0$  karteziánskeho súradnicového systému:

- Označme body  $0 = [0; 0]$ ,  $J = [1; 0]$ ,  $K = [0; 1]$ , kružnicu  $k$  (stred  $0$ , polomer  $r = 1$ ).



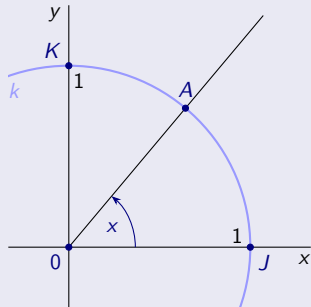
# Goniometrické funkcie

## Základné goniometrické (trigonometrické)

funkcie sú: • **sínus**, • **kosínus**, • **tangens**, • **kotangens**.

Definujú sa v rovine  $R^2$  pomocou jednotkovej kružnice  $k$  so stredom v počiatku  $0$  karteziánskeho súradnicového systému:

- Označme body  $0 = [0; 0]$ ,  $J = [1; 0]$ ,  $K = [0; 1]$ , kružnicu  $k$  (stred  $0$ , polomer  $r = 1$ ).
- Bodu  $x \in R$  priradíme orientovaný uhol  $J0A$ ,



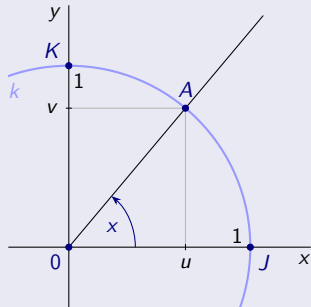
# Goniometrické funkcie

## Základné goniometrické (trigonometrické)

funkcie sú: • **sínus**, • **kosínus**, • **tangens**, • **kotangens**.

Definujú sa v rovine  $R^2$  pomocou jednotkovej kružnice  $k$  so stredom v počiatku  $0$  karteziánskeho súradnicového systému:

- Označme body  $0 = [0; 0]$ ,  $J = [1; 0]$ ,  $K = [0; 1]$ , kružnicu  $k$  (stred  $0$ , polomer  $r = 1$ ).
- Bodu  $x \in R$  priradíme orientovaný uhol  $J0A$ , kde bod  $A = [u; v] \in k$ .





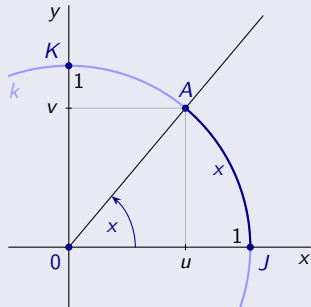
# Goniometrické funkcie

## Základné goniometrické (trigonometrické)

funkcie sú: • **sínus**, • **kosínus**, • **tangens**, • **kotangens**.

Definujú sa v rovine  $R^2$  pomocou jednotkovej kružnice  $k$  so stredom v počiatku  $0$  karteziánskeho súradnicového systému:

- Označme body  $0 = [0; 0]$ ,  $J = [1; 0]$ ,  $K = [0; 1]$ , kružnicu  $k$  (stred  $0$ , polomer  $r = 1$ ).
- Bodu  $x \in R$  priradíme orientovaný uhol  $J0A$ , kde bod  $A = [u; v] \in k$ .
- Číslo  $x$  vyjadruje veľkosť uhla  $J0A$  v oblúčkovej miere v jednotkách **radiány**.



# Goniometrické funkcie

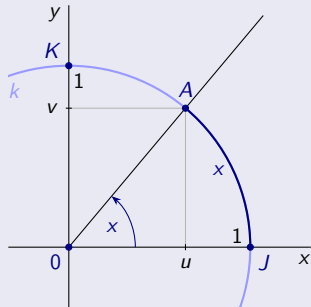
## Základné goniometrické (trigonometrické)

funkcie sú: • **sínus**, • **kosínus**, • **tangens**, • **kotangens**.

Definujú sa v rovine  $R^2$  pomocou jednotkovej kružnice  $k$  so stredom v počiatku  $0$  karteziánskeho súradnicového systému:

- Označme body  $0 = [0; 0]$ ,  $J = [1; 0]$ ,  $K = [0; 1]$ , kružnicu  $k$  (stred  $0$ , polomer  $r = 1$ ).
- Bodu  $x \in R$  priradíme orientovaný uhol  $J0A$ , kde bod  $A = [u; v] \in k$ .
- Číslo  $x$  vyjadruje veľkosť uhla  $J0A$  v oblúčovej miere v jednotkách **radiány**.

[Pre  $x > 0$  je uhol orientovaný kladne (proti smeru otáčania hodinových ručičiek), pre  $x < 0$  je uhol orientovaný záporne.]



# Goniometrické funkcie

## Základné goniometrické (trigonometrické)

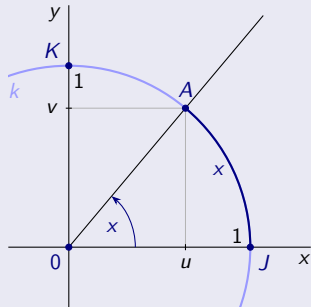
funkcie sú: • **sínus**, • **kosínus**, • **tangens**, • **kotangens**.

Definujú sa v rovine  $R^2$  pomocou jednotkovej kružnice  $k$  so stredom v počiatku  $0$  karteziánskeho súradnicového systému:

- Označme body  $0 = [0; 0]$ ,  $J = [1; 0]$ ,  $K = [0; 1]$ , kružnicu  $k$  (stred  $0$ , polomer  $r = 1$ ).
- Bodu  $x \in R$  priradíme orientovaný uhol  $J0A$ , kde bod  $A = [u; v] \in k$ .
- Číslo  $x$  vyjadruje veľkosť uhla  $J0A$  v oblúčovej miere v jednotkách **radiány**.

[Pre  $x > 0$  je uhol orientovaný kladne (proti smeru otáčania hodinových ručičiek), pre  $x < 0$  je uhol orientovaný záporne.]

Pre všetky  $x \in R$  definujeme:



# Goniometrické funkcie

## Základné goniometrické (trigonometrické)

funkcie sú: • **sínus**, • **kosínus**, • **tangens**, • **kotangens**.

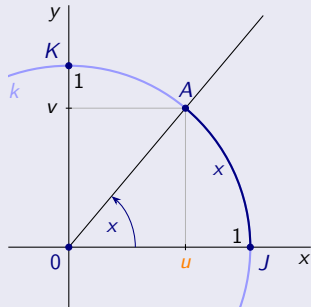
Definujú sa v rovine  $R^2$  pomocou jednotkovej kružnice  $k$  so stredom v počiatku  $0$  karteziánskeho súradnicového systému:

- Označme body  $0 = [0; 0]$ ,  $J = [1; 0]$ ,  $K = [0; 1]$ , kružnicu  $k$  (stred  $0$ , polomer  $r = 1$ ).
- Bodu  $x \in R$  priradíme orientovaný uhol  $J0A$ , kde bod  $A = [u; v] \in k$ .
- Číslo  $x$  vyjadruje veľkosť uhla  $J0A$  v oblúčovej miere v jednotkách **radiány**.

[Pre  $x > 0$  je uhol orientovaný kladne (proti smeru otáčania hodinových ručičiek), pre  $x < 0$  je uhol orientovaný záporne.]

Pre všetky  $x \in R$  definujeme:

- $u$



# Goniometrické funkcie

## Základné goniometrické (trigonometrické)

funkcie sú: • **sínus**, • **kosínus**, • **tangens**, • **kotangens**.

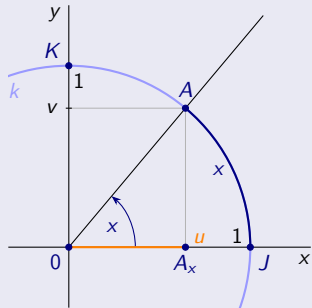
Definujú sa v rovine  $R^2$  pomocou jednotkovej kružnice  $k$  so stredom v počiatku  $0$  karteziánskeho súradnicového systému:

- Označme body  $0 = [0; 0]$ ,  $J = [1; 0]$ ,  $K = [0; 1]$ , kružnicu  $k$  (stred  $0$ , polomer  $r = 1$ ).
- Bodu  $x \in R$  priradíme orientovaný uhol  $J0A$ , kde bod  $A = [u; v] \in k$ .
- Číslo  $x$  vyjadruje veľkosť uhla  $J0A$  v oblúčkovej miere v jednotkách **radiány**.

[Pre  $x > 0$  je uhol orientovaný kladne (proti smeru otáčania hodinových ručičiek), pre  $x < 0$  je uhol orientovaný záporne.]

Pre všetky  $x \in R$  definujeme:

- $u = |0A_x|$



# Goniometrické funkcie

## Základné goniometrické (trigonometrické)

funkcie sú: • **sínus**, • **kosínus**, • **tangens**, • **kotangens**.

Definujú sa v rovine  $R^2$  pomocou jednotkovej kružnice  $k$  so stredom v počiatku  $0$  karteziánskeho súradnicového systému:

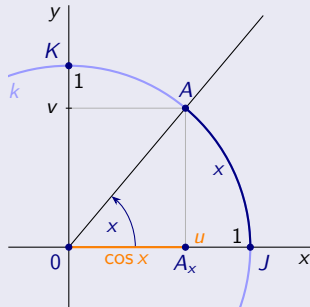
- Označme body  $0 = [0; 0]$ ,  $J = [1; 0]$ ,  $K = [0; 1]$ , kružnicu  $k$  (stred  $0$ , polomer  $r = 1$ ).
- Bodu  $x \in R$  priradíme orientovaný uhol  $J0A$ , kde bod  $A = [u; v] \in k$ .
- Číslo  $x$  vyjadruje veľkosť uhla  $J0A$  v oblúčovej miere v jednotkách **radiány**.

[Pre  $x > 0$  je uhol orientovaný kladne (proti smeru otáčania hodinových ručičiek), pre  $x < 0$  je uhol orientovaný záporne.]

Pre všetky  $x \in R$  definujeme:

$$A = [\cos x; \sin x].$$

- $u = |0A_x| = \cos x$  sa nazýva **kosínus  $x$** .



# Goniometrické funkcie

## Základné goniometrické (trigonometrické)

funkcie sú: • **sínus**, • **kosínus**, • **tangens**, • **kotangens**.

Definujú sa v rovine  $R^2$  pomocou jednotkovej kružnice  $k$  so stredom v počiatku  $0$  karteziánskeho súradnicového systému:

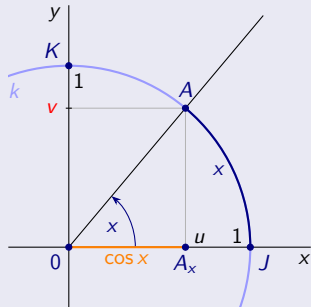
- Označme body  $0 = [0; 0]$ ,  $J = [1; 0]$ ,  $K = [0; 1]$ , kružnicu  $k$  (stred  $0$ , polomer  $r = 1$ ).
- Bodu  $x \in R$  priradíme orientovaný uhol  $J0A$ , kde bod  $A = [u; v] \in k$ .
- Číslo  $x$  vyjadruje veľkosť uhla  $J0A$  v oblúčovej miere v jednotkách **radiány**.

[Pre  $x > 0$  je uhol orientovaný kladne (proti smeru otáčania hodinových ručičiek), pre  $x < 0$  je uhol orientovaný záporne.]

Pre všetky  $x \in R$  definujeme:

$$A = [\cos x; \sin x].$$

- $v$
- $u = |0A_x| = \cos x$  sa nazýva **kosínus  $x$** .



# Goniometrické funkcie

## Základné goniometrické (trigonometrické)

funkcie sú: • **sínus**, • **kosínus**, • **tangens**, • **kotangens**.

Definujú sa v rovine  $R^2$  pomocou jednotkovej kružnice  $k$  so stredom v počiatku  $0$  karteziánskeho súradnicového systému:

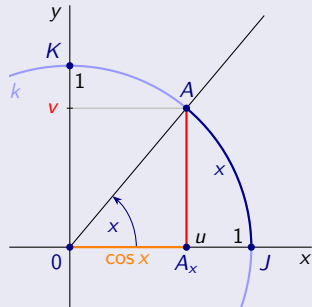
- Označme body  $0 = [0; 0]$ ,  $J = [1; 0]$ ,  $K = [0; 1]$ , kružnicu  $k$  (stred  $0$ , polomer  $r = 1$ ).
- Bodu  $x \in R$  priradíme orientovaný uhol  $J0A$ , kde bod  $A = [u; v] \in k$ .
- Číslo  $x$  vyjadruje veľkosť uhla  $J0A$  v oblúčovej miere v jednotkách **radiány**.

[Pre  $x > 0$  je uhol orientovaný kladne (proti smeru otáčania hodinových ručičiek), pre  $x < 0$  je uhol orientovaný záporne.]

Pre všetky  $x \in R$  definujeme:

$$A = [\cos x; \sin x].$$

- $v = |AA_x|$
- $u = |0A_x| = \cos x$  sa nazýva **kosínus  $x$** .





# Goniometrické funkcie

## Základné goniometrické (trigonometrické)

funkcie sú: • **sínus**, • **kosínus**, • **tangens**, • **kotangens**.

Definujú sa v rovine  $R^2$  pomocou jednotkovej kružnice  $k$  so stredom v počiatku 0 karteziánskeho súradnicového systému:

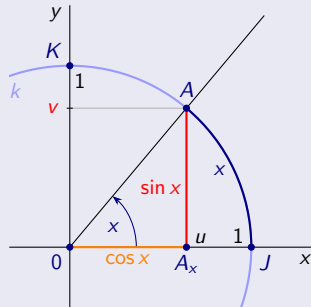
- Označme body  $0 = [0; 0]$ ,  $J = [1; 0]$ ,  $K = [0; 1]$ , kružnicu  $k$  (stred 0, polomer  $r = 1$ ).
- Bodu  $x \in R$  priradíme orientovaný uhol  $J0A$ , kde bod  $A = [u; v] \in k$ .
- Číslo  $x$  vyjadruje veľkosť uhla  $J0A$  v oblúčovej miere v jednotkách **radiány**.

[Pre  $x > 0$  je uhol orientovaný kladne (proti smeru otáčania hodinových ručičiek), pre  $x < 0$  je uhol orientovaný záporne.]

Pre všetky  $x \in R$  definujeme:

$$A = [\cos x; \sin x].$$

- $v = |AA_x| = \sin x$  sa nazýva **sínus  $x$** .
- $u = |0A_x| = \cos x$  sa nazýva **kosínus  $x$** .



# Goniometrické funkcie

## Základné goniometrické (trigonometrické)

funkcie sú: • **sínus**, • **kosínus**, • **tangens**, • **kotangens**.

Definujú sa v rovine  $R^2$  pomocou jednotkovej kružnice  $k$  so stredom v počiatku  $0$  karteziánskeho súradnicového systému:

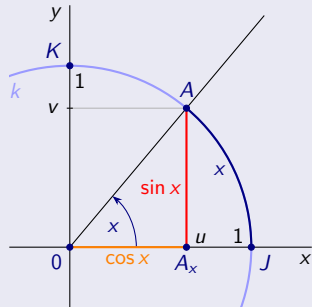
- Označme body  $0 = [0; 0]$ ,  $J = [1; 0]$ ,  $K = [0; 1]$ , kružnicu  $k$  (stred  $0$ , polomer  $r = 1$ ).
- Bodu  $x \in R$  priradíme orientovaný uhol  $J0A$ , kde bod  $A = [u; v] \in k$ .
- Číslo  $x$  vyjadruje veľkosť uhla  $J0A$  v oblúčovej miere v jednotkách **radiány**.

[Pre  $x > 0$  je uhol orientovaný kladne (proti smeru otáčania hodinových ručičiek), pre  $x < 0$  je uhol orientovaný záporne.]

Pre všetky  $x \in R$  definujeme:

$$A = [\cos x; \sin x].$$

- $v = |AA_x| = \sin x$  sa nazýva **sínus  $x$** .
- $u = |0A_x| = \cos x$  sa nazýva **kosínus  $x$** .
- $\operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x}$  pre  $\cos x \neq 0$



# Goniometrické funkcie

## Základné goniometrické (trigonometrické)

funkcie sú: • **sínus**, • **kosínus**, • **tangens**, • **kotangens**.

Definujú sa v rovine  $R^2$  pomocou jednotkovej kružnice  $k$  so stredom v počiatku 0 kartezianskeho súradnicového systému:

- Označme body  $O = [0; 0]$ ,  $J = [1; 0]$ ,  $K = [0; 1]$ , kružnicu  $k$  (stred  $O$ , polomer  $r = 1$ ).
- Bodu  $x \in R$  priradíme orientovaný uhol  $\sphericalangle JOA$ , kde bod  $A = [u; v] \in k$ .
- Číslo  $x$  vyjadruje veľkosť uhla  $\sphericalangle JOA$  v oblúčovej miere v jednotkách **radiány**.

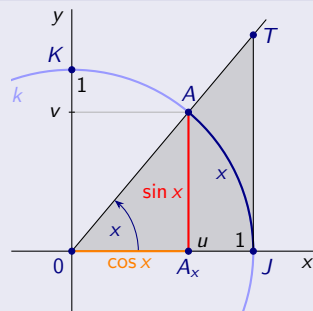
[Pre  $x > 0$  je uhol orientovaný kladne (proti smeru otáčania hodinových ručičiek), pre  $x < 0$  je uhol orientovaný záporne.]

Pre všetky  $x \in R$  definujeme:

$$A = [\cos x; \sin x].$$

- $v = |AA_x| = \sin x$  sa nazýva **sínus  $x$** .
- $u = |OA_x| = \cos x$  sa nazýva **kosínus  $x$** .
- $\operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x}$  pre  $\cos x \neq 0$

[Trojuholníky  $OJT$ ,



# Goniometrické funkcie

## Základné goniometrické (trigonometrické)

funkcie sú: • **sínus**, • **kosínus**, • **tangens**, • **kotangens**.

Definujú sa v rovine  $R^2$  pomocou jednotkovej kružnice  $k$  so stredom v počiatku  $0$  karteziánskeho súradnicového systému:

- Označme body  $0 = [0; 0]$ ,  $J = [1; 0]$ ,  $K = [0; 1]$ , kružnicu  $k$  (stred  $0$ , polomer  $r = 1$ ).
- Bodu  $x \in R$  priradíme orientovaný uhol  $J0A$ , kde bod  $A = [u; v] \in k$ .
- Číslo  $x$  vyjadruje veľkosť uhla  $J0A$  v oblúčovej miere v jednotkách **radiány**.

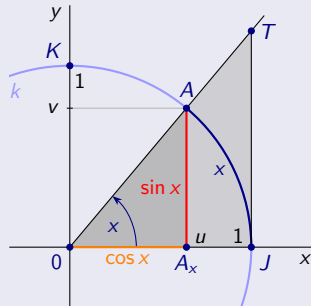
[Pre  $x > 0$  je uhol orientovaný kladne (proti smeru otáčania hodinových ručičiek), pre  $x < 0$  je uhol orientovaný záporne.]

Pre všetky  $x \in R$  definujeme:

$$A = [\cos x; \sin x].$$

- $v = |AA_x| = \sin x$  sa nazýva **sínus  $x$** .
- $u = |0A_x| = \cos x$  sa nazýva **kosínus  $x$** .
- $\operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x}$  pre  $\cos x \neq 0$

[Trojuholníky  $0JT$ ,  $0A_xA$  sú podobné.]



# Goniometrické funkcie

## Základné goniometrické (trigonometrické)

funkcie sú: • **sínus**, • **kosínus**, • **tangens**, • **kotangens**.

Definujú sa v rovine  $R^2$  pomocou jednotkovej kružnice  $k$  so stredom v počiatku 0 karteziánskeho súradnicového systému:

- Označme body  $O = [0; 0]$ ,  $J = [1; 0]$ ,  $K = [0; 1]$ , kružnicu  $k$  (stred 0, polomer  $r = 1$ ).
- Bodu  $x \in R$  priradíme orientovaný uhol  $\sphericalangle JOA$ , kde bod  $A = [u; v] \in k$ .
- Číslo  $x$  vyjadruje veľkosť uhla  $\sphericalangle JOA$  v oblúčovej miere v jednotkách **radiány**.

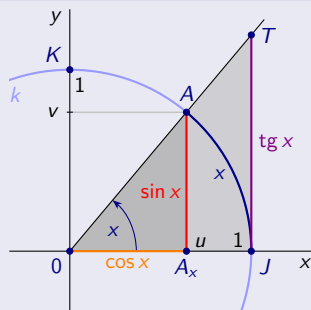
[Pre  $x > 0$  je uhol orientovaný kladne (proti smeru otáčania hodinových ručičiek), pre  $x < 0$  je uhol orientovaný záporne.]

Pre všetky  $x \in R$  definujeme:

$$\bullet A = [\cos x; \sin x].$$

- $v = |AA_x| = \sin x$  sa nazýva **sínus  $x$** .
- $u = |OA_x| = \cos x$  sa nazýva **kosínus  $x$** .
- $\operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x} = |TJ|$  pre  $\cos x \neq 0$

[Trojuholníky  $OJT$ ,  $OA_xA$  sú podobné.  $\Rightarrow \operatorname{tg} x = \frac{|AA_x|}{|OA_x|} = \frac{|TJ|}{|OJ|} = |TJ|$ .]



# Goniometrické funkcie

## Základné goniometrické (trigonometrické)

funkcie sú: • **sínus**, • **kosínus**, • **tangens**, • **kotangens**.

Definujú sa v rovine  $R^2$  pomocou jednotkovej kružnice  $k$  so stredom v počiatku  $0$  karteziánskeho súradnicového systému:

- Označme body  $0 = [0; 0]$ ,  $J = [1; 0]$ ,  $K = [0; 1]$ , kružnicu  $k$  (stred  $0$ , polomer  $r = 1$ ).
- Bodu  $x \in R$  priradíme orientovaný uhol  $J0A$ , kde bod  $A = [u; v] \in k$ .
- Číslo  $x$  vyjadruje veľkosť uhla  $J0A$  v oblúkovej miere v jednotkách **radiány**.

[Pre  $x > 0$  je uhol orientovaný kladne (proti smeru otáčania hodinových ručičiek), pre  $x < 0$  je uhol orientovaný záporne.]

Pre všetky  $x \in R$  definujeme:

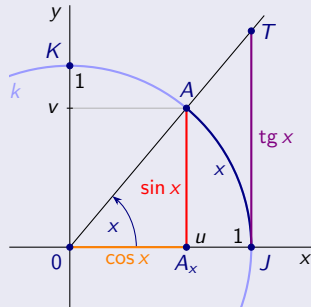
$$\bullet A = [\cos x; \sin x]. \quad \bullet T = [1; \operatorname{tg} x].$$

•  $v = |AA_x| = \sin x$  sa nazýva **sínus  $x$** .

•  $u = |0A_x| = \cos x$  sa nazýva **kosínus  $x$** .

•  $\operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x} = |TJ|$  pre  $\cos x \neq 0$  sa nazýva **tangens  $x$** .

[Trojuholníky  $0JT$ ,  $0A_xA$  sú podobné.  $\Rightarrow \operatorname{tg} x = \frac{|AA_x|}{|0A_x|} = \frac{|TJ|}{|0J|} = |TJ|$ .]



# Goniometrické funkcie

## Základné goniometrické (trigonometrické)

funkcie sú: • **sínus**, • **kosínus**, • **tangens**, • **kotangens**.

Definujú sa v rovine  $R^2$  pomocou jednotkovej kružnice  $k$  so stredom v počiatku 0 karteziánskeho súradnicového systému:

- Označme body  $O = [0; 0]$ ,  $J = [1; 0]$ ,  $K = [0; 1]$ , kružnicu  $k$  (stred  $O$ , polomer  $r = 1$ ).
- Bodu  $x \in R$  priradíme orientovaný uhol  $JOA$ , kde bod  $A = [u; v] \in k$ .
- Číslo  $x$  vyjadruje veľkosť uhla  $JOA$  v oblúčovej miere v jednotkách **radiány**.

[Pre  $x > 0$  je uhol orientovaný kladne (proti smeru otáčania hodinových ručičiek), pre  $x < 0$  je uhol orientovaný záporne.]

Pre všetky  $x \in R$  definujeme:

$$\bullet A = [\cos x; \sin x]. \quad \bullet T = [1; \operatorname{tg} x].$$

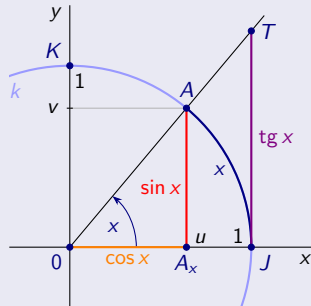
•  $v = |AA_x| = \sin x$  sa nazýva **sínus  $x$** .

•  $u = |OA_x| = \cos x$  sa nazýva **kosínus  $x$** .

•  $\operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x} = |TJ|$  pre  $\cos x \neq 0$  sa nazýva **tangens  $x$** .

[Trojuholníky  $OJT$ ,  $OA_xA$  sú podobné.  $\Rightarrow \operatorname{tg} x = \frac{|AA_x|}{|OA_x|} = \frac{|TJ|}{|OJ|} = |TJ|$ .]

•  $\operatorname{cotg} x = \frac{\cos x}{\sin x}$  pre  $\sin x \neq 0$



# Goniometrické funkcie

## Základné goniometrické (trigonometrické)

funkcie sú: • **sínus**, • **kosínus**, • **tangens**, • **kotangens**.

Definujú sa v rovine  $R^2$  pomocou jednotkovej kružnice  $k$  so stredom v počiatku 0 karteziánskeho súradnicového systému:

- Označme body  $0 = [0; 0]$ ,  $J = [1; 0]$ ,  $K = [0; 1]$ , kružnicu  $k$  (stred 0, polomer  $r = 1$ ).
- Bodu  $x \in R$  priradíme orientovaný uhol  $J0A$ , kde bod  $A = [u; v] \in k$ .
- Číslo  $x$  vyjadruje veľkosť uhla  $J0A$  v oblúčovej miere v jednotkách **radiány**.

[Pre  $x > 0$  je uhol orientovaný kladne (proti smeru otáčania hodinových ručičiek), pre  $x < 0$  je uhol orientovaný záporne.]

Pre všetky  $x \in R$  definujeme:

$$\bullet A = [\cos x; \sin x]. \quad \bullet T = [1; \operatorname{tg} x].$$

•  $v = |AA_x| = \sin x$  sa nazýva **sínus  $x$** .

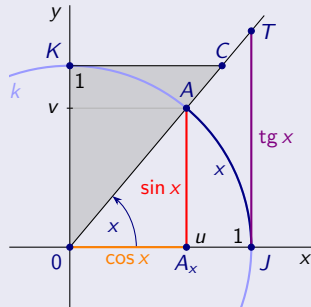
•  $u = |0A_x| = \cos x$  sa nazýva **kosínus  $x$** .

•  $\operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x} = |TJ|$  pre  $\cos x \neq 0$  sa nazýva **tangens  $x$** .

[Trojuholníky  $0JT$ ,  $0A_xA$  sú podobné.  $\Rightarrow \operatorname{tg} x = \frac{|AA_x|}{|0A_x|} = \frac{|TJ|}{|0J|} = |TJ|$ .]

•  $\operatorname{cotg} x = \frac{\cos x}{\sin x}$  pre  $\sin x \neq 0$

[Trojuholníky  $CK0$ ,





# Goniometrické funkcie

## Základné goniometrické (trigonometrické)

funkcie sú: • **sínus**, • **kosínus**, • **tangens**, • **kotangens**.

Definujú sa v rovine  $R^2$  pomocou jednotkovej kružnice  $k$  so stredom v počiatku  $0$  karteziánskeho súradnicového systému:

- Označme body  $0 = [0; 0]$ ,  $J = [1; 0]$ ,  $K = [0; 1]$ , kružnicu  $k$  (stred  $0$ , polomer  $r = 1$ ).
- Bodu  $x \in R$  priradíme orientovaný uhol  $J0A$ , kde bod  $A = [u; v] \in k$ .
- Číslo  $x$  vyjadruje veľkosť uhla  $J0A$  v oblúčovej miere v jednotkách **radiány**.

[Pre  $x > 0$  je uhol orientovaný kladne (proti smeru otáčania hodinových ručičiek), pre  $x < 0$  je uhol orientovaný záporne.]

Pre všetky  $x \in R$  definujeme:

$$\bullet A = [\cos x; \sin x]. \quad \bullet T = [1; \operatorname{tg} x].$$

$$\bullet v = |AA_x| = \sin x \text{ sa nazýva } \mathbf{sínus} \ x.$$

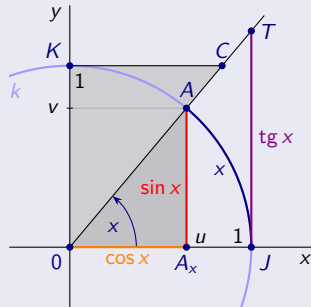
$$\bullet u = |0A_x| = \cos x \text{ sa nazýva } \mathbf{kosínus} \ x.$$

$$\bullet \operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x} = |TJ| \text{ pre } \cos x \neq 0 \text{ sa nazýva } \mathbf{tangens} \ x.$$

[Trojuholníky  $0JT$ ,  $0A_xA$  sú podobné.  $\Rightarrow \operatorname{tg} x = \frac{|AA_x|}{|0A_x|} = \frac{|TJ|}{|0J|} = |TJ|$ .]

$$\bullet \operatorname{cotg} x = \frac{\cos x}{\sin x} \text{ pre } \sin x \neq 0$$

[Trojuholníky  $CK0$ ,  $0A_xA$  sú podobné.]



# Goniometrické funkcie

## Základné goniometrické (trigonometrické)

funkcie sú: • **sínus**, • **kosínus**, • **tangens**, • **kotangens**.

Definujú sa v rovine  $R^2$  pomocou jednotkovej kružnice  $k$  so stredom v počiatku 0 karteziánskeho súradnicového systému:

- Označme body  $0 = [0; 0]$ ,  $J = [1; 0]$ ,  $K = [0; 1]$ , kružnicu  $k$  (stred 0, polomer  $r = 1$ ).
- Bodu  $x \in R$  priradíme orientovaný uhol  $J0A$ , kde bod  $A = [u; v] \in k$ .
- Číslo  $x$  vyjadruje veľkosť uhla  $J0A$  v oblúčovej miere v jednotkách **radiány**.

[Pre  $x > 0$  je uhol orientovaný kladne (proti smeru otáčania hodinových ručičiek), pre  $x < 0$  je uhol orientovaný záporne.]

Pre všetky  $x \in R$  definujeme:

$$A = [\cos x; \sin x]. \quad T = [1; \operatorname{tg} x].$$

•  $v = |AA_x| = \sin x$  sa nazýva **sínus  $x$** .

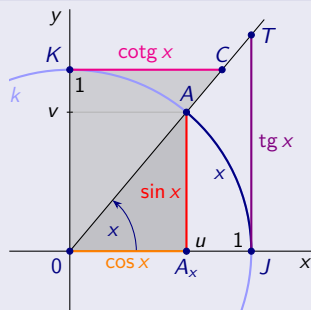
•  $u = |0A_x| = \cos x$  sa nazýva **kosínus  $x$** .

•  $\operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x} = |TJ|$  pre  $\cos x \neq 0$  sa nazýva **tangens  $x$** .

[Trojuholníky  $0JT$ ,  $0A_xA$  sú podobné.  $\Rightarrow \operatorname{tg} x = \frac{|AA_x|}{|0A_x|} = \frac{|TJ|}{|0J|} = |TJ|$ .]

•  $\operatorname{cotg} x = \frac{\cos x}{\sin x} = |CK|$  pre  $\sin x \neq 0$

[Trojuholníky  $CK0$ ,  $0A_xA$  sú podobné.  $\Rightarrow \operatorname{cotg} x = \frac{|0A_x|}{|AA_x|} = \frac{|CK|}{|0K|} = |CK|$ .]



# Goniometrické funkcie

## Základné goniometrické (trigonometrické)

funkcie sú: • **sínus**, • **kosínus**, • **tangens**, • **kotangens**.

Definujú sa v rovine  $R^2$  pomocou jednotkovej kružnice  $k$  so stredom v počiatku 0 karteziánskeho súradnicového systému:

- Označme body  $O = [0; 0]$ ,  $J = [1; 0]$ ,  $K = [0; 1]$ , kružnicu  $k$  (stred  $O$ , polomer  $r = 1$ ).
- Bodu  $x \in R$  priradíme orientovaný uhol  $\sphericalangle JOA$ , kde bod  $A = [u; v] \in k$ .
- Číslo  $x$  vyjadruje veľkosť uhla  $\sphericalangle JOA$  v oblúčovej miere v jednotkách **radiány**.

[Pre  $x > 0$  je uhol orientovaný kladne (proti smeru otáčania hodinových ručičiek), pre  $x < 0$  je uhol orientovaný záporne.]

Pre všetky  $x \in R$  definujeme:

$$\bullet A = [\cos x; \sin x]. \quad \bullet T = [1; \operatorname{tg} x]. \quad \bullet K = [\operatorname{cotg} x; 1].$$

- $v = |AA_x| = \sin x$  sa nazýva **sínus  $x$** .

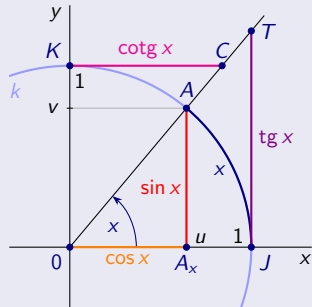
- $u = |OA_x| = \cos x$  sa nazýva **kosínus  $x$** .

- $\operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x} = |TJ|$  pre  $\cos x \neq 0$  sa nazýva **tangens  $x$** .

[Trojuholníky  $OJT$ ,  $OA_xA$  sú podobné.  $\Rightarrow \operatorname{tg} x = \frac{|AA_x|}{|OA_x|} = \frac{|TJ|}{|OJ|} = |TJ|$ .]

- $\operatorname{cotg} x = \frac{\cos x}{\sin x} = |CK|$  pre  $\sin x \neq 0$  sa nazýva **kotangens  $x$** .

[Trojuholníky  $CKO$ ,  $OA_xA$  sú podobné.  $\Rightarrow \operatorname{cotg} x = \frac{|OA_x|}{|AA_x|} = \frac{|CK|}{|OK|} = |CK|$ .]



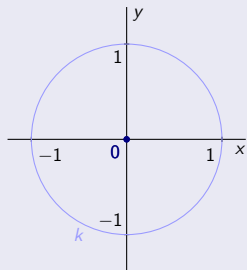
# Goniometrické funkcie

Geometricky význam funkcií  $\sin x = |AA_x|$  a  $\cos x = |OA_x|$  a  $\operatorname{tg} x = |TJ|$  a  $\operatorname{cotg} x = |CK|$ .

# Goniometrické funkcie

Geometricky význam funkcií  $\sin x = |AA_x|$  a  $\cos x = |OA_x|$  a  $\operatorname{tg} x = |TJ|$  a  $\operatorname{cotg} x = |CK|$ .

- Obvod kružnice  $k$  (stred 0, polomer  $r = 1$ ) je  $2\pi$ .

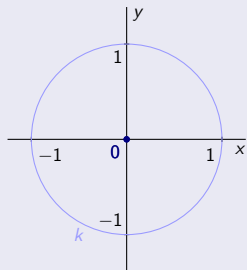


# Goniometrické funkcie

Geometricky význam funkcií  $\sin x = |AA_x|$  a  $\cos x = |OA_x|$  a  $\operatorname{tg} x = |TJ|$  a  $\operatorname{cotg} x = |CK|$ .

- Obvod kružnice  $k$  (stred 0, polomer  $r = 1$ ) je  $2\pi$ .

[Ludolfovo číslo  $\pi \approx 3,141\,592\,653\,590$  je iracionálne.]

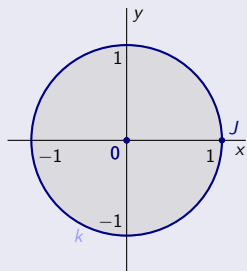


# Goniometrické funkcie

Geometricky význam funkcií  $\sin x = |AA_x|$  a  $\cos x = |OA_x|$  a  $\operatorname{tg} x = |TJ|$  a  $\operatorname{cotg} x = |CK|$ .

- Obvod kružnice  $k$  (stred 0, polomer  $r = 1$ ) je  $2\pi$ .
- Veľkosť oblúka od  $J$  po  $J$  je  $2\pi$  (v kladnom zmysle),

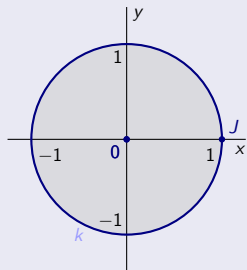
[Ludolfovo číslo  $\pi \approx 3,141\,592\,653\,590$  je iracionálne.]



# Goniometrické funkcie

Geometricky význam funkcií  $\sin x = |AA_x|$  a  $\cos x = |OA_x|$  a  $\operatorname{tg} x = |TJ|$  a  $\operatorname{cotg} x = |CK|$ .

- Obvod kružnice  $k$  (stred 0, polomer  $r = 1$ ) je  $2\pi$ . [Ludolfovo číslo  $\pi \approx 3,141\,592\,653\,590$  je iracionálne.]
- Veľkosť oblúka od  $J$  po  $J$  je  $2\pi$  (v kladnom zmysle), resp.  $-2\pi$  (v zápornom zmysle).

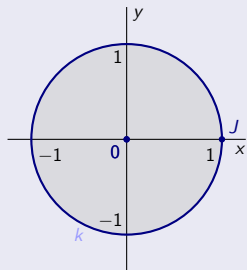




# Goniometrické funkcie

Geometricky význam funkcií  $\sin x = |AA_x|$  a  $\cos x = |0A_x|$  a  $\operatorname{tg} x = |TJ|$  a  $\operatorname{cotg} x = |CK|$ .

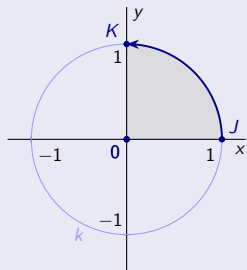
- Obvod kružnice  $k$  (stred  $0$ , polomer  $r = 1$ ) je  $2\pi$ . [Ludolfovo číslo  $\pi \approx 3,141\,592\,653\,590$  je iracionálne.]
- Veľkosť oblúka od  $J$  po  $J$  je  $2\pi$  (v kladnom zmysle), resp.  $-2\pi$  (v zápornom zmysle).  
[Veľkosť oblúka od  $J$  po  $J$  je aj  $\pm 2n\pi$ ,  $n \in \mathbb{N}$  pri viacnásobnom ( $n$ -násobnom) otočení oblúka okolo kružnice  $k$ .]



# Goniometrické funkcie

Geometricky význam funkcií  $\sin x = |AA_x|$  a  $\cos x = |OA_x|$  a  $\operatorname{tg} x = |TJ|$  a  $\operatorname{cotg} x = |CK|$ .

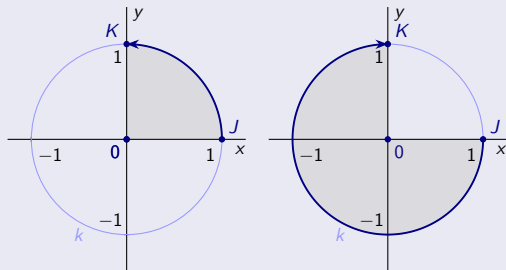
- Obvod kružnice  $k$  (stred  $O$ , polomer  $r = 1$ ) je  $2\pi$ . [Ludolfovo číslo  $\pi \approx 3,141\,592\,653\,590$  je iracionálne.]
- Veľkosť oblúka od  $J$  po  $J$  je  $2\pi$  (v kladnom zmysle), resp.  $-2\pi$  (v zápornom zmysle).  
[Veľkosť oblúka od  $J$  po  $J$  je aj  $\pm 2n\pi$ ,  $n \in \mathbb{N}$  pri viacnásobnom ( $n$ -násobnom) otočení oblúka okolo kružnice  $k$ .]
- Veľkosť oblúka od  $J$  po  $K$  je  $\frac{\pi}{2}$  (v kladnom zmysle),



# Goniometrické funkcie

Geometricky význam funkcií  $\sin x = |AA_x|$  a  $\cos x = |0A_x|$  a  $\operatorname{tg} x = |TJ|$  a  $\operatorname{cotg} x = |CK|$ .

- Obvod kružnice  $k$  (stred  $O$ , polomer  $r = 1$ ) je  $2\pi$ . [Ludolfovo číslo  $\pi \approx 3,141\,592\,653\,590$  je iracionálne.]
- Veľkosť oblúka od  $J$  po  $J$  je  $2\pi$  (v kladnom zmysle), resp.  $-2\pi$  (v zápornom zmysle).  
[Veľkosť oblúka od  $J$  po  $J$  je aj  $\pm 2n\pi$ ,  $n \in \mathbb{N}$  pri viacnásobnom ( $n$ -násobnom) otočení oblúka okolo kružnice  $k$ .]
- Veľkosť oblúka od  $J$  po  $K$  je  $\frac{\pi}{2}$  (v kladnom zmysle), resp.  $\frac{\pi}{2} - 2\pi = -\frac{3\pi}{2}$  (v zápornom zmysle).

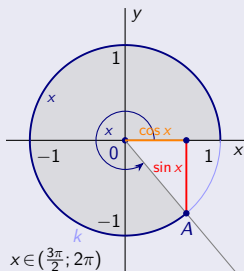
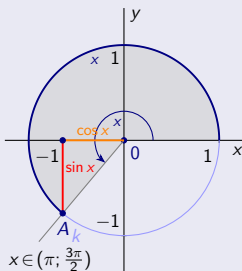
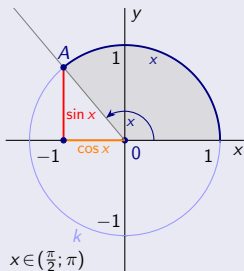
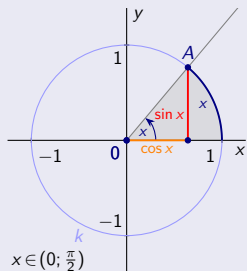


# Goniometrické funkcie

Geometrický význam funkcií  $\sin x = |AA_x|$  a  $\cos x = |OA_x|$  a  $\operatorname{tg} x = |TJ|$  a  $\operatorname{cotg} x = |CK|$ .

- Obvod kružnice  $k$  (stred  $O$ , polomer  $r = 1$ ) je  $2\pi$ . [Ludolfovo číslo  $\pi \approx 3,141\,592\,653\,590$  je iracionálne.]
- Veľkosť oblúka od  $J$  po  $J$  je  $2\pi$  (v kladnom zmysle), resp.  $-2\pi$  (v zápornom zmysle).  
[Veľkosť oblúka od  $J$  po  $J$  je aj  $\pm 2n\pi$ ,  $n \in \mathbb{N}$  pri viacnásobnom ( $n$ -násobnom) otočení oblúka okolo kružnice  $k$ .]
- Veľkosť oblúka od  $J$  po  $K$  je  $\frac{\pi}{2}$  (v kladnom zmysle), resp.  $\frac{\pi}{2} - 2\pi = -\frac{3\pi}{2}$  (v zápornom zmysle).

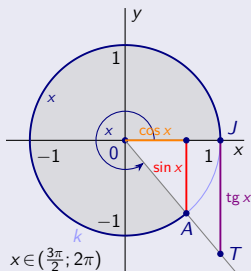
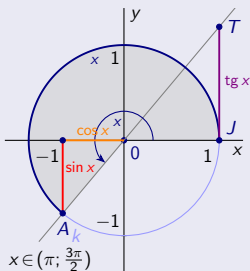
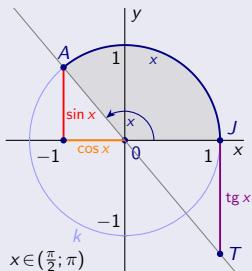
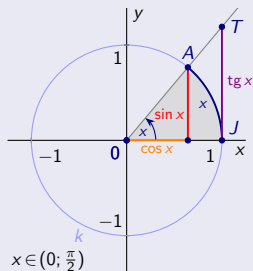
●  $A = [\cos x; \sin x]$ ,



# Goniometrické funkcie

Geometrický význam funkcií  $\sin x = |AA_x|$  a  $\cos x = |0A_x|$  a  $\operatorname{tg} x = |TJ|$  a  $\operatorname{cotg} x = |CK|$ .

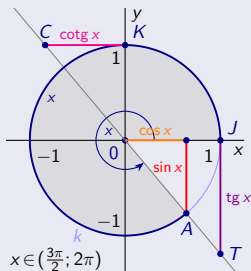
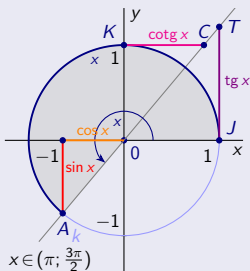
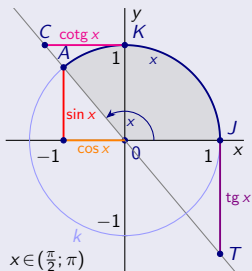
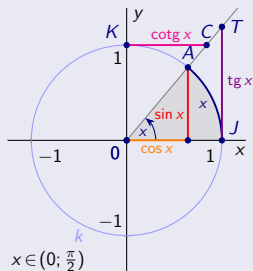
- Obvod kružnice  $k$  (stred  $O$ , polomer  $r = 1$ ) je  $2\pi$ . [Ludolfovo číslo  $\pi \approx 3,141\,592\,653\,590$  je iracionálne.]
  - Veľkosť oblúka od  $J$  po  $J$  je  $2\pi$  (v kladnom zmysle), resp.  $-2\pi$  (v zápornom zmysle).  
[Veľkosť oblúka od  $J$  po  $J$  je aj  $\pm 2n\pi$ ,  $n \in \mathbb{N}$  pri viacnásobnom ( $n$ -násobnom) otočení oblúka okolo kružnice  $k$ .]
  - Veľkosť oblúka od  $J$  po  $K$  je  $\frac{\pi}{2}$  (v kladnom zmysle), resp.  $\frac{\pi}{2} - 2\pi = -\frac{3\pi}{2}$  (v zápornom zmysle).
- $A = [\cos x; \sin x]$ ,  $T = [1; \operatorname{tg} x]$ ,



# Goniometrické funkcie

Geometrický význam funkcií  $\sin x = |AA_x|$  a  $\cos x = |0A_x|$  a  $\operatorname{tg} x = |TJ|$  a  $\operatorname{cotg} x = |CK|$ .

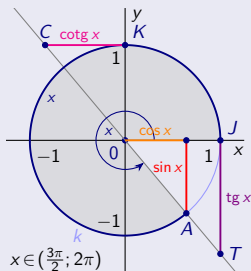
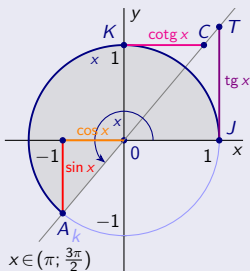
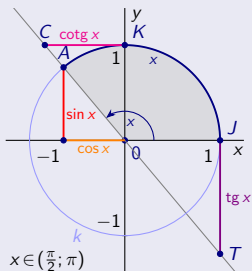
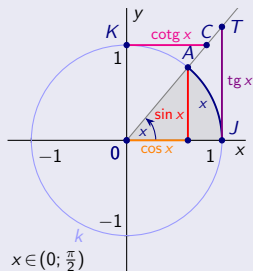
- Obvod kružnice  $k$  (stred  $O$ , polomer  $r = 1$ ) je  $2\pi$ . [Ludolfovo číslo  $\pi \approx 3,141\,592\,653\,590$  je iracionálne.]
  - Veľkosť oblúka od  $J$  po  $J$  je  $2\pi$  (v kladnom zmysle), resp.  $-2\pi$  (v zápornom zmysle).  
[Veľkosť oblúka od  $J$  po  $J$  je aj  $\pm 2n\pi$ ,  $n \in \mathbb{N}$  pri viacnásobnom ( $n$ -násobnom) otočení oblúka okolo kružnice  $k$ .]
  - Veľkosť oblúka od  $J$  po  $K$  je  $\frac{\pi}{2}$  (v kladnom zmysle), resp.  $\frac{\pi}{2} - 2\pi = -\frac{3\pi}{2}$  (v zápornom zmysle).
- $A = [\cos x; \sin x]$ ,  $T = [1; \operatorname{tg} x]$ ,  $C = [\operatorname{cotg} x; 1]$ .



# Goniometrické funkcie

Geometrický význam funkcií  $\sin x = |AA_x|$  a  $\cos x = |0A_x|$  a  $\operatorname{tg} x = |TJ|$  a  $\operatorname{cotg} x = |CK|$ .

- Obvod kružnice  $k$  (stred  $O$ , polomer  $r = 1$ ) je  $2\pi$ . [Ludolfovo číslo  $\pi \approx 3,141\,592\,653\,590$  je iracionálne.]
  - Veľkosť oblúka od  $J$  po  $J$  je  $2\pi$  (v kladnom zmysle), resp.  $-2\pi$  (v zápornom zmysle).  
[Veľkosť oblúka od  $J$  po  $J$  je aj  $\pm 2n\pi$ ,  $n \in \mathbb{N}$  pri viacnásobnom ( $n$ -násobnom) otočení oblúka okolo kružnice  $k$ .]
  - Veľkosť oblúka od  $J$  po  $K$  je  $\frac{\pi}{2}$  (v kladnom zmysle), resp.  $\frac{\pi}{2} - 2\pi = -\frac{3\pi}{2}$  (v zápornom zmysle).
- $A = [\cos x; \sin x]$ ,  $T = [1; \operatorname{tg} x]$ ,  $C = [\operatorname{cotg} x; 1]$ .      ● Pre všetky  $x \in \mathbb{R}$  platí  $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ .

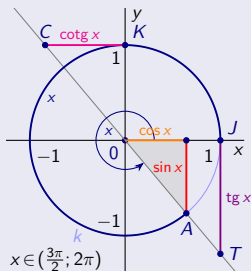
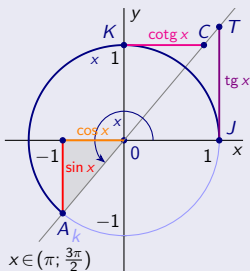
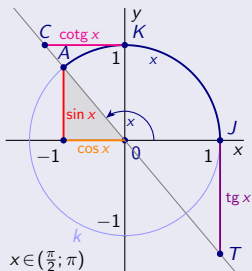
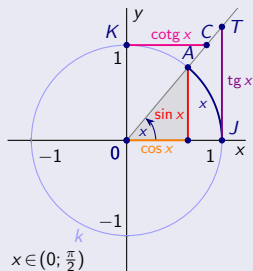


# Goniometrické funkcie

Geometrický význam funkcií  $\sin x = |AA_x|$  a  $\cos x = |0A_x|$  a  $\operatorname{tg} x = |TJ|$  a  $\operatorname{cotg} x = |CK|$ .

- Obvod kružnice  $k$  (stred  $0$ , polomer  $r = 1$ ) je  $2\pi$ . [Ludolfovo číslo  $\pi \approx 3,141\,592\,653\,590$  je iracionálne.]
- Veľkosť oblúka od  $J$  po  $J$  je  $2\pi$  (v kladnom zmysle), resp.  $-2\pi$  (v zápornom zmysle).  
[Veľkosť oblúka od  $J$  po  $J$  je aj  $\pm 2n\pi$ ,  $n \in \mathbb{N}$  pri viacnásobnom ( $n$ -násobnom) otočení oblúka okolo kružnice  $k$ .]
- Veľkosť oblúka od  $J$  po  $K$  je  $\frac{\pi}{2}$  (v kladnom zmysle), resp.  $\frac{\pi}{2} - 2\pi = -\frac{3\pi}{2}$  (v zápornom zmysle).
- $A = [\cos x; \sin x]$ ,  $T = [1; \operatorname{tg} x]$ ,  $C = [\operatorname{cotg} x; 1]$ . ● Pre všetky  $x \in \mathbb{R}$  platí  $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ .

[Pre  $A \neq [\pm 1; 0]$ ,  $A \neq [0; \pm 1]$  tvoria  $\sin x$ ,  $\cos x$  odvesny pravouhlého trojuholníka s preponou  $|0A| = 1$ .]

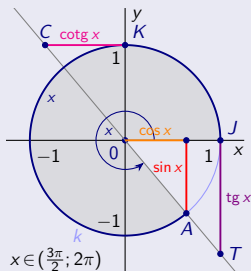
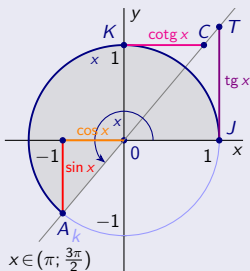
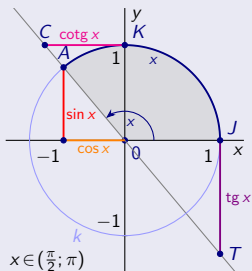
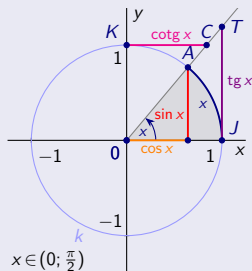




# Goniometrické funkcie

Geometrický význam funkcií  $\sin x = |AA_x|$  a  $\cos x = |0A_x|$  a  $\operatorname{tg} x = |TJ|$  a  $\operatorname{cotg} x = |CK|$ .

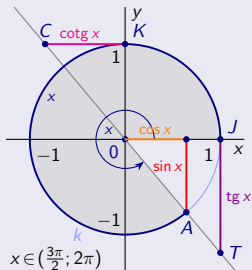
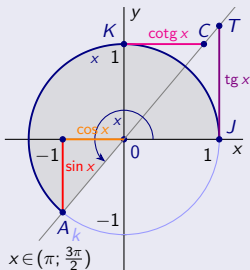
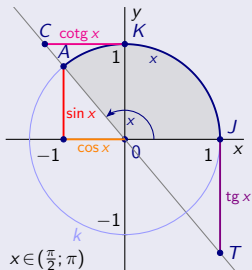
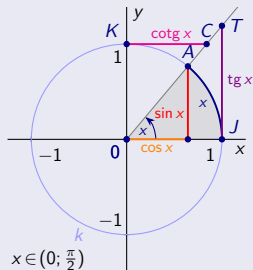
- Obvod kružnice  $k$  (stred  $O$ , polomer  $r = 1$ ) je  $2\pi$ . [Ludolfovo číslo  $\pi \approx 3,141\ 592\ 653\ 590$  je iracionálne.]
- Veľkosť oblúka od  $J$  po  $J$  je  $2\pi$  (v kladnom zmysle), resp.  $-2\pi$  (v zápornom zmysle).  
[Veľkosť oblúka od  $J$  po  $J$  je aj  $\pm 2n\pi$ ,  $n \in \mathbb{N}$  pri viacnásobnom ( $n$ -násobnom) otočení oblúka okolo kružnice  $k$ .]
- Veľkosť oblúka od  $J$  po  $K$  je  $\frac{\pi}{2}$  (v kladnom zmysle), resp.  $\frac{\pi}{2} - 2\pi = -\frac{3\pi}{2}$  (v zápornom zmysle).
- $A = [\cos x; \sin x]$ ,  $T = [1; \operatorname{tg} x]$ ,  $C = [\operatorname{cotg} x; 1]$ . ● Pre všetky  $x \in \mathbb{R}$  platí  $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ .  
[Pre  $A \neq [\pm 1; 0]$ ,  $A \neq [0; \pm 1]$  tvoria  $\sin x$ ,  $\cos x$  odvesny pravouhlého trojuholníka s preponou  $|OA| = 1$ .]
- Goniometrické funkcie majú v bodoch  $X$



# Goniometrické funkcie

Geometrický význam funkcií  $\sin x = |AA_x|$  a  $\cos x = |0A_x|$  a  $\operatorname{tg} x = |TJ|$  a  $\operatorname{cotg} x = |CK|$ .

- Obvod kružnice  $k$  (stred  $0$ , polomer  $r = 1$ ) je  $2\pi$ . [Ludolfovo číslo  $\pi \approx 3,141\,592\,653\,590$  je iracionálne.]
  - Veľkosť oblúka od  $J$  po  $J$  je  $2\pi$  (v kladnom zmysle), resp.  $-2\pi$  (v zápornom zmysle).  
[Veľkosť oblúka od  $J$  po  $J$  je aj  $\pm 2n\pi$ ,  $n \in \mathbb{N}$  pri viacnásobnom ( $n$ -násobnom) otočení oblúka okolo kružnice  $k$ .]
  - Veľkosť oblúka od  $J$  po  $K$  je  $\frac{\pi}{2}$  (v kladnom zmysle), resp.  $\frac{\pi}{2} - 2\pi = -\frac{3\pi}{2}$  (v zápornom zmysle).
- $A = [\cos x; \sin x]$ ,  $T = [1; \operatorname{tg} x]$ ,  $C = [\operatorname{cotg} x; 1]$ .      ● Pre všetky  $x \in \mathbb{R}$  platí  $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ .  
[Pre  $A \neq [\pm 1; 0]$ ,  $A \neq [0; \pm 1]$  tvoria  $\sin x$ ,  $\cos x$  odvesny pravouhlého trojuholníka s preponou  $|0A| = 1$ .]
- Goniometrické funkcie majú v bodoch  $x$  a  $x \pm 2n\pi$  pre všetky  $x \in \mathbb{R}$  pre rovnaké hodnoty.



# Goniometrické funkcie

- Na meranie **uhlov** (v rovine) sa niekedy používajú aj **stupne**,

# Goniometrické funkcie

- Na meranie uhlov (v rovine) sa niekedy používajú aj stupne, označenie  $^{\circ}$ .

# Goniometrické funkcie

• Na meranie uhlov (v rovine) sa niekedy používajú aj stupne, označenie  $^{\circ}$ .

•  $1^{\circ}$  sa delí na 60 minút. [ $1^{\circ} = 60'$ .]

# Goniometrické funkcie

- Na meranie uhlov (v rovine) sa niekedy používajú aj stupne, označenie  $^{\circ}$ .

- $1^{\circ}$  sa delí na 60 minút.

[ $1^{\circ} = 60'$ .]

- $1'$  sa delí na 60 sekúnd.

[ $1' = 60''$ .]

# Goniometrické funkcie

- Na meranie uhlov (v rovine) sa niekedy používajú aj **stupne**, označenie  $^{\circ}$ .

- $1^{\circ}$  sa delí na **60 minút**.

$$[1^{\circ} = 60'.]$$

- $1'$  sa delí na **60 sekúnd**.

$$[1' = 60''.]$$

- $x^{\circ} \rightarrow \frac{\pi x^{\circ}}{180^{\circ}} = \frac{\pi x}{180}$ .

$$[\text{Prevod } ^{\circ} \rightarrow \text{rad}.]$$

# Goniometrické funkcie

- Na meranie uhlov (v rovine) sa niekedy používajú aj **stupne**, označenie  $^{\circ}$ .

- $1^{\circ}$  sa delí na 60 minút.

$$[1^{\circ} = 60'.]$$

- $1'$  sa delí na 60 sekúnd.

$$[1' = 60''.]$$

- $x^{\circ} \rightarrow \frac{\pi x^{\circ}}{180^{\circ}} = \frac{\pi x}{180}$ .

$$[\text{Prevod } ^{\circ} \rightarrow \text{rad}.]$$

- $x \rightarrow \frac{180^{\circ}x}{\pi} = \frac{180x^{\circ}}{\pi}$ .

$$[\text{Prevod rad} \rightarrow ^{\circ}.]$$



# Goniometrické funkcie

- Na meranie uhlov (v rovine) sa niekedy používajú aj **stupne**, označenie  $^{\circ}$ .

- $1^{\circ}$  sa delí na **60 minút**.

$$[1^{\circ} = 60'.]$$

- $1'$  sa delí na **60 sekúnd**.

$$[1' = 60''.]$$

- $x^{\circ} \rightarrow \frac{\pi x^{\circ}}{180^{\circ}} = \frac{\pi x}{180}$ .

$$[\text{Prevod } ^{\circ} \rightarrow \text{rad}.]$$

- $x \rightarrow \frac{180^{\circ}x}{\pi} = \frac{180x^{\circ}}{\pi}$ .

$$[\text{Prevod rad} \rightarrow ^{\circ}.]$$

- Priamemu uhlu  $\pi$  zodpovedá  **$180^{\circ}$** .

# Goniometrické funkcie

- Na meranie uhlov (v rovine) sa niekedy používajú aj **stupne**, označenie  $^{\circ}$ .

- $1^{\circ}$  sa delí na 60 minút. [ $1^{\circ} = 60'$ .]
- $x^{\circ} \rightarrow \frac{\pi x^{\circ}}{180^{\circ}} = \frac{\pi x}{180}$ . [Prevod  $^{\circ} \rightarrow \text{rad}$ .]
- Priamemu uhlu  $\pi$  zodpovedá  $180^{\circ}$ . [ $360^{\circ} \sim 2\pi$ ,
- $1'$  sa delí na 60 sekúnd. [ $1' = 60''$ .]
- $x \rightarrow \frac{180^{\circ}x}{\pi} = \frac{180x^{\circ}}{\pi}$ . [Prevod rad  $\rightarrow ^{\circ}$ .]

# Goniometrické funkcie

- Na meranie uhlov (v rovine) sa niekedy používajú aj **stupne**, označenie  $^{\circ}$ .

- $1^{\circ}$  sa delí na 60 minút.

$$[1^{\circ} = 60'.]$$

- $1'$  sa delí na 60 sekúnd.

$$[1' = 60''.]$$

- $x^{\circ} \rightarrow \frac{\pi x^{\circ}}{180^{\circ}} = \frac{\pi x}{180}$ .

$$[\text{Prevod } ^{\circ} \rightarrow \text{rad}.]$$

- $x \rightarrow \frac{180^{\circ}x}{\pi} = \frac{180x^{\circ}}{\pi}$ .

$$[\text{Prevod rad} \rightarrow ^{\circ}.]$$

- Priamemu uhlu  $\pi$  zodpovedá  $180^{\circ}$ .

$$[360^{\circ} \sim 2\pi, 180^{\circ} \sim \pi,$$

# Goniometrické funkcie

- Na meranie uhlov (v rovine) sa niekedy používajú aj **stupne**, označenie  $^{\circ}$ .

- $1^{\circ}$  sa delí na 60 minút.

$$[1^{\circ} = 60'.]$$

- $1'$  sa delí na 60 sekúnd.

$$[1' = 60''.]$$

- $x^{\circ} \rightarrow \frac{\pi x^{\circ}}{180^{\circ}} = \frac{\pi x}{180}$ .

$$[\text{Prevod } ^{\circ} \rightarrow \text{rad}.]$$

- $x \rightarrow \frac{180^{\circ}x}{\pi} = \frac{180x^{\circ}}{\pi}$ .

$$[\text{Prevod rad} \rightarrow ^{\circ}.]$$

- Priamemu uhlu  $\pi$  zodpovedá  $180^{\circ}$ .

$$[360^{\circ} \sim 2\pi, 180^{\circ} \sim \pi, 90^{\circ} \sim \frac{\pi}{2},]$$

# Goniometrické funkcie

- Na meranie uhlov (v rovine) sa niekedy používajú aj **stupne**, označenie  $^{\circ}$ .

- $1^{\circ}$  sa delí na 60 minút.

$$[1^{\circ} = 60'.]$$

- $1'$  sa delí na 60 sekúnd.

$$[1' = 60''.]$$

- $x^{\circ} \rightarrow \frac{\pi x^{\circ}}{180^{\circ}} = \frac{\pi x}{180}$ .

$$[\text{Prevod } ^{\circ} \rightarrow \text{rad}.]$$

- $x \rightarrow \frac{180^{\circ}x}{\pi} = \frac{180x^{\circ}}{\pi}$ .

$$[\text{Prevod rad} \rightarrow ^{\circ}.]$$

- Priamemu uhlu  $\pi$  zodpovedá  $180^{\circ}$ .

$$[360^{\circ} \sim 2\pi, 180^{\circ} \sim \pi, 90^{\circ} \sim \frac{\pi}{2}, 45^{\circ} \sim \frac{\pi}{4},]$$

# Goniometrické funkcie

- Na meranie uhlov (v rovine) sa niekedy používajú aj **stupne**, označenie  $^{\circ}$ .

- $1^{\circ}$  sa delí na 60 minút.

$$[1^{\circ} = 60'.]$$

- $1'$  sa delí na 60 sekúnd.

$$[1' = 60''.]$$

- $x^{\circ} \rightarrow \frac{\pi x^{\circ}}{180^{\circ}} = \frac{\pi x}{180}$ .

$$[\text{Prevod } ^{\circ} \rightarrow \text{rad}.]$$

- $x \rightarrow \frac{180^{\circ}x}{\pi} = \frac{180x^{\circ}}{\pi}$ .

$$[\text{Prevod rad} \rightarrow ^{\circ}.]$$

- Priamemu uhlu  $\pi$  zodpovedá  $180^{\circ}$ .

$$[360^{\circ} \sim 2\pi, 180^{\circ} \sim \pi, 90^{\circ} \sim \frac{\pi}{2}, 45^{\circ} \sim \frac{\pi}{4}, 30^{\circ} \sim \frac{\pi}{6},]$$

# Goniometrické funkcie

- Na meranie uhlov (v rovine) sa niekedy používajú aj **stupne**, označenie  $^{\circ}$ .

- $1^{\circ}$  sa delí na 60 minút.

$[1^{\circ} = 60'.]$

- $1'$  sa delí na 60 sekúnd.

$[1' = 60''.]$

- $x^{\circ} \rightarrow \frac{\pi x^{\circ}}{180^{\circ}} = \frac{\pi x}{180}$ .

$[Prevod ^{\circ} \rightarrow \text{rad}.]$

- $x \rightarrow \frac{180^{\circ}x}{\pi} = \frac{180x^{\circ}}{\pi}$ .

$[Prevod \text{rad} \rightarrow ^{\circ}.]$

- Priamemu uhlu  $\pi$  zodpovedá  $180^{\circ}$ .

$[360^{\circ} \sim 2\pi, 180^{\circ} \sim \pi, 90^{\circ} \sim \frac{\pi}{2}, 45^{\circ} \sim \frac{\pi}{4}, 30^{\circ} \sim \frac{\pi}{6}, -120^{\circ} \sim -\frac{2\pi}{3}, \dots]$

# Goniometrické funkcie

- Na meranie uhlov (v rovine) sa niekedy používajú aj **stupne**, označenie  $^{\circ}$ .

- $1^{\circ}$  sa delí na 60 minút.  $[1^{\circ} = 60'.]$
- $1'$  sa delí na 60 sekúnd.  $[1' = 60''.]$

- $x^{\circ} \rightarrow \frac{\pi x^{\circ}}{180^{\circ}} = \frac{\pi x}{180}$ .  $[\text{Prevod } ^{\circ} \rightarrow \text{rad}.]$
- $x \rightarrow \frac{180^{\circ} x}{\pi} = \frac{180x^{\circ}}{\pi}$ .  $[\text{Prevod rad} \rightarrow ^{\circ}.]$

- Priamemu uhlu  $\pi$  zodpovedá  $180^{\circ}$ .  $[360^{\circ} \sim 2\pi, 180^{\circ} \sim \pi, 90^{\circ} \sim \frac{\pi}{2}, 45^{\circ} \sim \frac{\pi}{4}, 30^{\circ} \sim \frac{\pi}{6}, -120^{\circ} \sim -\frac{2\pi}{3}, \dots]$

Argumenty goniometrických funkcií sú vždy **v radiánoch** a nie **v stupňoch**  $^{\circ}$ .





# Goniometrické funkcie – Sínus, kosínus

Funkcia  $f: y = \sin x$ .

[Funkcia sínus.]

Funkcia  $f: y = \cos x$ .

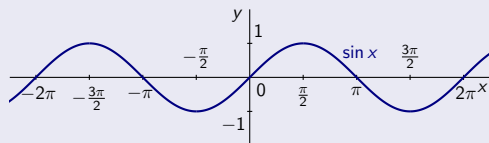
[Funkcia kosínus.]

# Goniometrické funkcie – Sínus, kosínus

Funkcia  $f: y = \sin x$ .

[Funkcia sínus.]

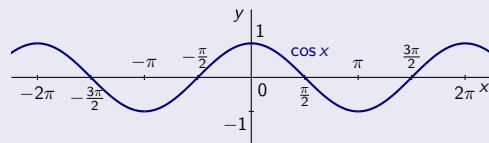
- $D(f) = \mathbb{R}$ .



Funkcia  $f: y = \cos x$ .

[Funkcia kosínus.]

- $D(f) = \mathbb{R}$ .

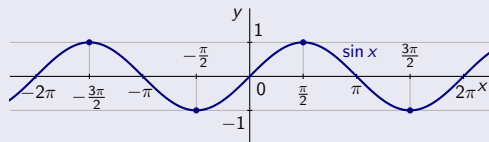


# Goniometrické funkcie – Sínus, kosínus

Funkcia  $f: y = \sin x$ .

[Funkcia sínus.]

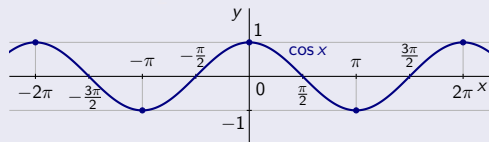
- $D(f) = \mathbb{R}$ .
- $H(f) = \langle -1; 1 \rangle$ .



Funkcia  $f: y = \cos x$ .

[Funkcia kosínus.]

- $D(f) = \mathbb{R}$ .
- $H(f) = \langle -1; 1 \rangle$ .

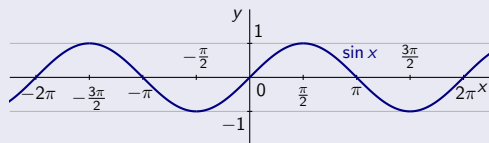


# Goniometrické funkcie – Sínus, kosínus

Funkcia  $f: y = \sin x$ .

[Funkcia sínus.]

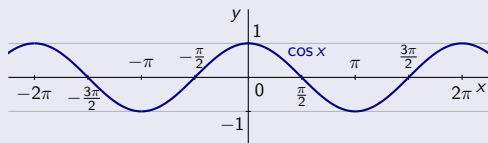
- $D(f) = \mathbb{R}$ .
- $H(f) = \langle -1; 1 \rangle$ .
- Graf nazývame **sínusoida**.



Funkcia  $f: y = \cos x$ .

[Funkcia kosínus.]

- $D(f) = \mathbb{R}$ .
- $H(f) = \langle -1; 1 \rangle$ .
- Graf nazývame **kosínusoida**.

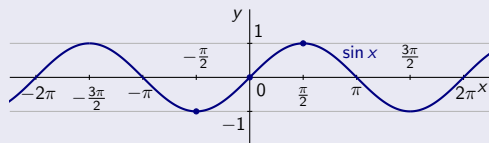


# Goniometrické funkcie – Sínus, kosínus

Funkcia  $f: y = \sin x$ .

[Funkcia sínus.]

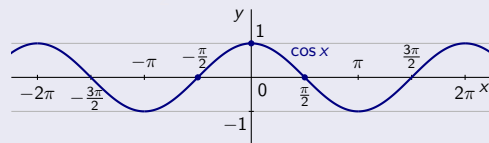
- $D(f) = \mathbb{R}$ .
  - $H(f) = \langle -1; 1 \rangle$ .
  - Graf nazývame **sínusoida**.
- 
- $f$  je nepárna.



Funkcia  $f: y = \cos x$ .

[Funkcia kosínus.]

- $D(f) = \mathbb{R}$ .
  - $H(f) = \langle -1; 1 \rangle$ .
  - Graf nazývame **kosínusoida**.
- 
- $f$  je párna.

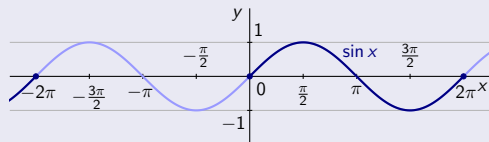


# Goniometrické funkcie – Sínus, kosínus

Funkcia  $f: y = \sin x$ .

[Funkcia sínus.]

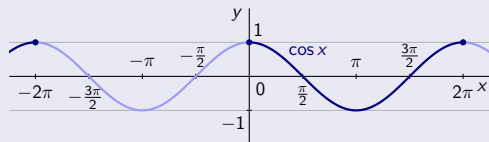
- $D(f) = \mathbb{R}$ .
  - $H(f) = \langle -1; 1 \rangle$ .
  - Graf nazývame **sínusoida**.
- 
- $f$  je nepárna.
  - $f$  je periodická,



Funkcia  $f: y = \cos x$ .

[Funkcia kosínus.]

- $D(f) = \mathbb{R}$ .
  - $H(f) = \langle -1; 1 \rangle$ .
  - Graf nazývame **kosínusoida**.
- 
- $f$  je párna.
  - $f$  je periodická,

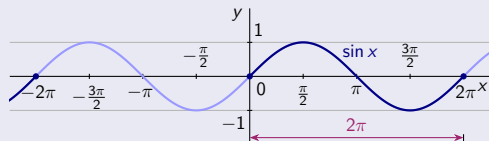


# Goniometrické funkcie – Sínus, kosínus

Funkcia  $f: y = \sin x$ .

[Funkcia sínus.]

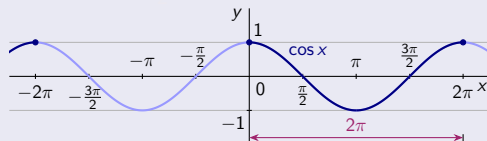
- $D(f) = \mathbb{R}$ .
  - $H(f) = \langle -1; 1 \rangle$ .
  - Graf nazývame **sínusoida**.
- 
- $f$  je nepárna.
  - $f$  je periodická, primitívna perióda je  $p = 2\pi$ .



Funkcia  $f: y = \cos x$ .

[Funkcia kosínus.]

- $D(f) = \mathbb{R}$ .
  - $H(f) = \langle -1; 1 \rangle$ .
  - Graf nazývame **kosínusoida**.
- 
- $f$  je párna.
  - $f$  je periodická, primitívna perióda je  $p = 2\pi$ .

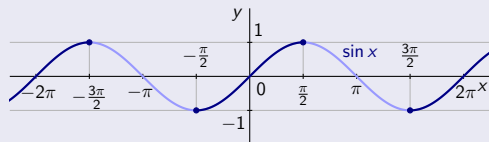


# Goniometrické funkcie – Sínus, kosínus

Funkcia  $f: y = \sin x$ .

[Funkcia sínus.]

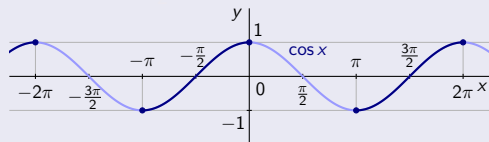
- $D(f) = \mathbb{R}$ .
  - $H(f) = \langle -1; 1 \rangle$ .
  - Graf nazývame **sínusoida**.
- 
- $f$  je nepárna.
  - $f$  je periodická, primitívna perióda je  $p = 2\pi$ .
- 
- $f$  rastie na  $\langle -\frac{\pi}{2} + 2k\pi; \frac{\pi}{2} + 2k\pi \rangle$ ,  
 $k \in \mathbb{Z}$ .



Funkcia  $f: y = \cos x$ .

[Funkcia kosínus.]

- $D(f) = \mathbb{R}$ .
  - $H(f) = \langle -1; 1 \rangle$ .
  - Graf nazývame **kosínusoida**.
- 
- $f$  je párna.
  - $f$  je periodická, primitívna perióda je  $p = 2\pi$ .
- 
- $f$  rastie na  $\langle \pi + 2k\pi; 2\pi + 2k\pi \rangle$ ,  
 $k \in \mathbb{Z}$ .



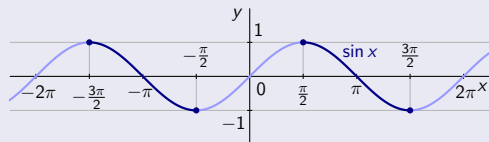


# Goniometrické funkcie – Sínus, kosínus

Funkcia  $f: y = \sin x$ .

[Funkcia sínus.]

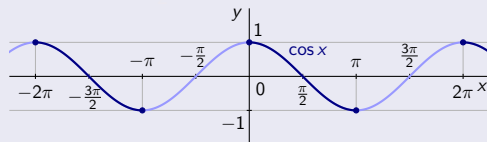
- $D(f) = \mathbb{R}$ .
  - $H(f) = \langle -1; 1 \rangle$ .
  - Graf nazývame **sínusoida**.
- 
- $f$  je nepárna.
  - $f$  je periodická, primitívna perióda je  $p = 2\pi$ .
- 
- $f$  rastie na  $\langle -\frac{\pi}{2} + 2k\pi; \frac{\pi}{2} + 2k\pi \rangle$ ,  
klesá na  $\langle \frac{\pi}{2} + 2k\pi; \frac{3\pi}{2} + 2k\pi \rangle$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ .



Funkcia  $f: y = \cos x$ .

[Funkcia kosínus.]

- $D(f) = \mathbb{R}$ .
  - $H(f) = \langle -1; 1 \rangle$ .
  - Graf nazývame **kosínusoida**.
- 
- $f$  je párna.
  - $f$  je periodická, primitívna perióda je  $p = 2\pi$ .
- 
- $f$  rastie na  $\langle \pi + 2k\pi; 2\pi + 2k\pi \rangle$ ,  
klesá na  $\langle 0 + 2k\pi; \pi + 2k\pi \rangle$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ .

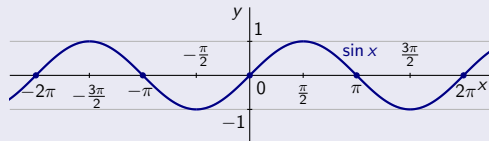


# Goniometrické funkcie – Sínus, kosínus

Funkcia  $f: y = \sin x$ .

[Funkcia sínus.]

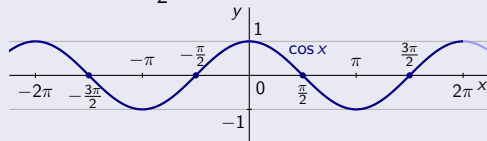
- $D(f) = R$ .
  - $H(f) = \langle -1; 1 \rangle$ .
  - Graf nazývame **sínusoida**.
- 
- $f$  je nepárna.
  - $f$  je periodická, primitívna perióda je  $p = 2\pi$ .
- 
- $f$  rastie na  $\langle -\frac{\pi}{2} + 2k\pi; \frac{\pi}{2} + 2k\pi \rangle$ ,  
klesá na  $\langle \frac{\pi}{2} + 2k\pi; \frac{3\pi}{2} + 2k\pi \rangle$ ,  $k \in Z$ .
- 
- Korene sú  $0 + k\pi$ ,  $k \in Z$ .



Funkcia  $f: y = \cos x$ .

[Funkcia kosínus.]

- $D(f) = R$ .
  - $H(f) = \langle -1; 1 \rangle$ .
  - Graf nazývame **kosínusoida**.
- 
- $f$  je párna.
  - $f$  je periodická, primitívna perióda je  $p = 2\pi$ .
- 
- $f$  rastie na  $\langle \pi + 2k\pi; 2\pi + 2k\pi \rangle$ ,  
klesá na  $\langle 0 + 2k\pi; \pi + 2k\pi \rangle$ ,  $k \in Z$ .
- 
- Korene sú  $\frac{\pi}{2} + k\pi$ ,  $k \in Z$ .

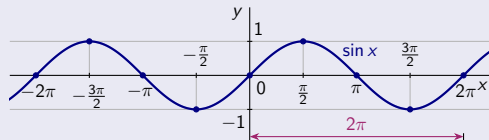


# Goniometrické funkcie – Sínus, kosínus

Funkcia  $f: y = \sin x$ .

[Funkcia sínus.]

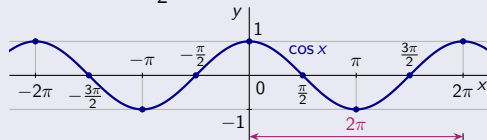
- $D(f) = R$ .
  - $H(f) = \langle -1; 1 \rangle$ .
  - Graf nazývame **sínusoida**.
- 
- $f$  je nepárna.
  - $f$  je periodická, primitívna perióda je  $p = 2\pi$ .
- 
- $f$  rastie na  $\langle -\frac{\pi}{2} + 2k\pi; \frac{\pi}{2} + 2k\pi \rangle$ ,  
klesá na  $\langle \frac{\pi}{2} + 2k\pi; \frac{3\pi}{2} + 2k\pi \rangle$ ,  $k \in Z$ .
- 
- Korene sú  $0 + k\pi$ ,  $k \in Z$ .



Funkcia  $f: y = \cos x$ .

[Funkcia kosínus.]

- $D(f) = R$ .
  - $H(f) = \langle -1; 1 \rangle$ .
  - Graf nazývame **kosínusoida**.
- 
- $f$  je párna.
  - $f$  je periodická, primitívna perióda je  $p = 2\pi$ .
- 
- $f$  rastie na  $\langle \pi + 2k\pi; 2\pi + 2k\pi \rangle$ ,  
klesá na  $\langle 0 + 2k\pi; \pi + 2k\pi \rangle$ ,  $k \in Z$ .
- 
- Korene sú  $\frac{\pi}{2} + k\pi$ ,  $k \in Z$ .



# Goniometrické funkcie – Dôležité hodnoty

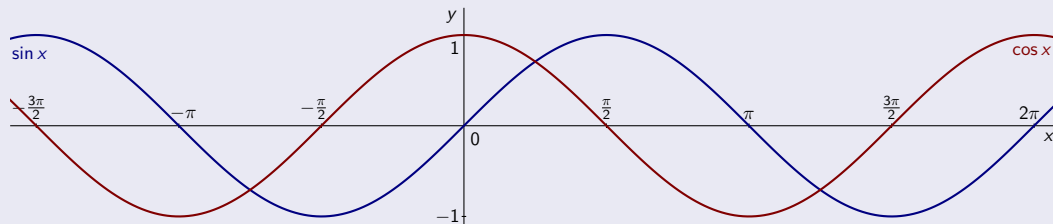
Pre všetky  $x \in \mathbb{R}$  platí:



# Goniometrické funkcie – Dôležité hodnoty

Pre všetky  $x \in \mathbb{R}$  platí:

[Dôležité hodnoty funkcií sínus a kosínus.]

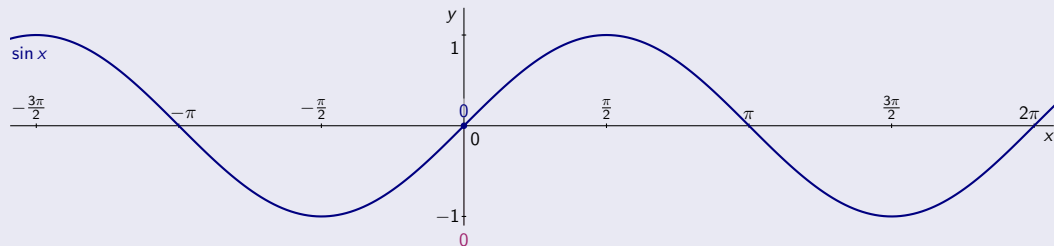


# Goniometrické funkcie – Dôležité hodnoty

Pre všetky  $x \in \mathbb{R}$  platí:

[Dôležité hodnoty funkcií sínus a kosínus.]

- $\sin 0 = 0.$



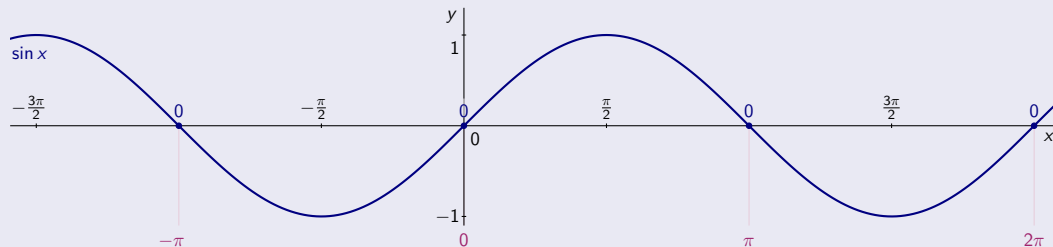
# Goniometrické funkcie – Dôležité hodnoty

Pre všetky  $x \in \mathbb{R}$  platí:

[Dôležité hodnoty funkcií sínus a kosínus.]

- $\sin 0 = 0.$

- $\sin(x + \pi) = \sin(x - \pi) = -\sin x.$



# Goniometrické funkcie – Dôležité hodnoty

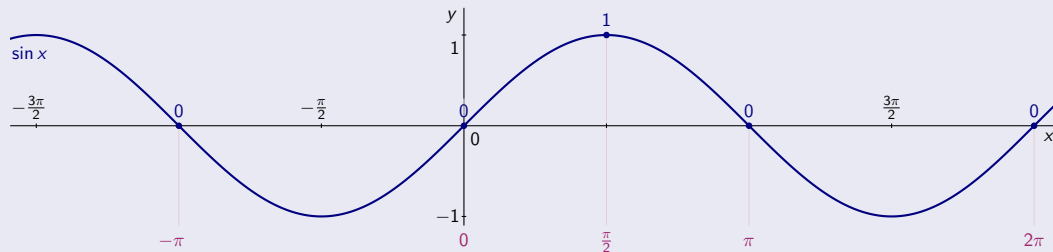
Pre všetky  $x \in \mathbb{R}$  platí:

[Dôležité hodnoty funkcií sínus a kosínus.]

- $\sin 0 = 0.$

- $\sin \frac{\pi}{2} = 1.$

- $\sin(x + \pi) = \sin(x - \pi) = -\sin x.$





# Goniometrické funkcie – Dôležité hodnoty

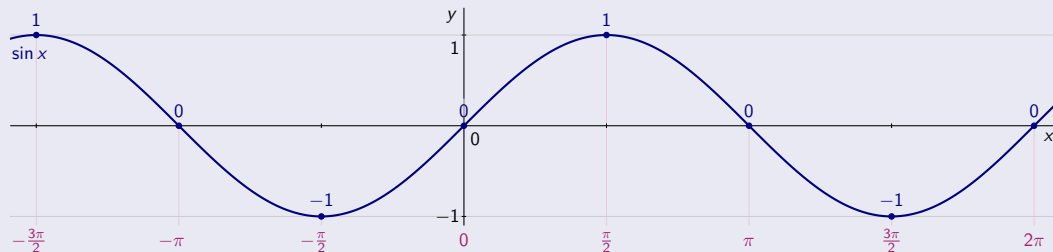
Pre všetky  $x \in \mathbb{R}$  platí:

[Dôležité hodnoty funkcií sínus a kosínus.]

- $\sin 0 = 0.$

- $\sin \frac{\pi}{2} = 1.$

- $\sin(x + \pi) = \sin(x - \pi) = -\sin x.$



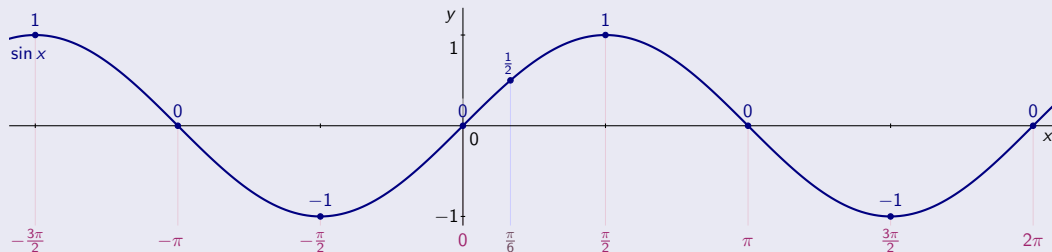
# Goniometrické funkcie – Dôležité hodnoty

Pre všetky  $x \in \mathbb{R}$  platí:

[Dôležité hodnoty funkcií sínus a kosínus.]

- $\sin 0 = 0.$
- $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{2} = 1.$

- $\sin(x + \pi) = \sin(x - \pi) = -\sin x.$

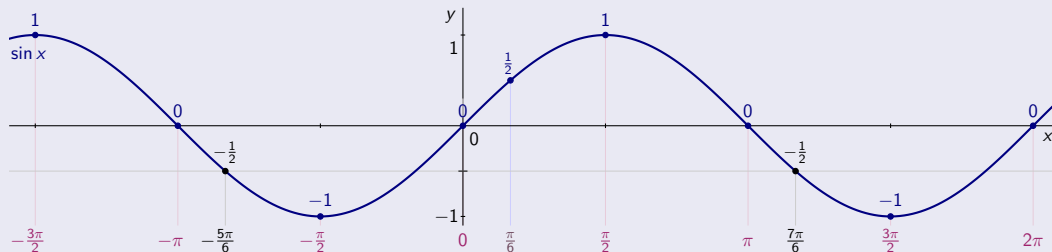


# Goniometrické funkcie – Dôležité hodnoty

Pre všetky  $x \in \mathbb{R}$  platí:

[Dôležité hodnoty funkcií sínus a kosínus.]

- $\sin 0 = 0.$
- $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{2} = 1.$
- $\sin(x + \pi) = \sin(x - \pi) = -\sin x.$



# Goniometrické funkcie – Dôležité hodnoty

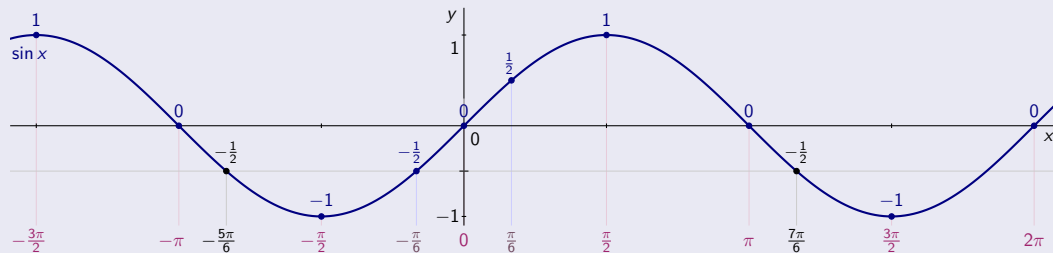
Pre všetky  $x \in \mathbb{R}$  platí:

[Dôležité hodnoty funkcií sínus a kosínus.]

[Funkcia sínus je nepárna, t. j.  $\sin x = -\sin(-x)$ .]

- $\sin 0 = 0.$
- $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{2} = 1.$

- $\sin(x + \pi) = \sin(x - \pi) = -\sin x.$



# Goniometrické funkcie – Dôležité hodnoty

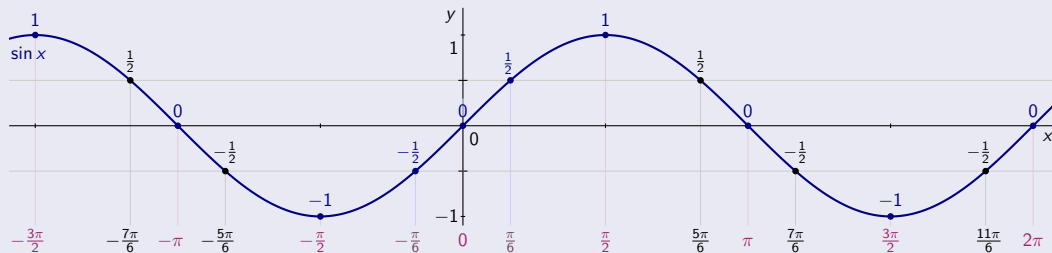
Pre všetky  $x \in \mathbb{R}$  platí:

[Dôležité hodnoty funkcií sínus a kosínus.]

[Funkcia sínus je nepárna, t. j.  $\sin x = -\sin(-x)$ .]

- $\sin 0 = 0.$
- $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{2} = 1.$

- $\sin(x + \pi) = \sin(x - \pi) = -\sin x.$



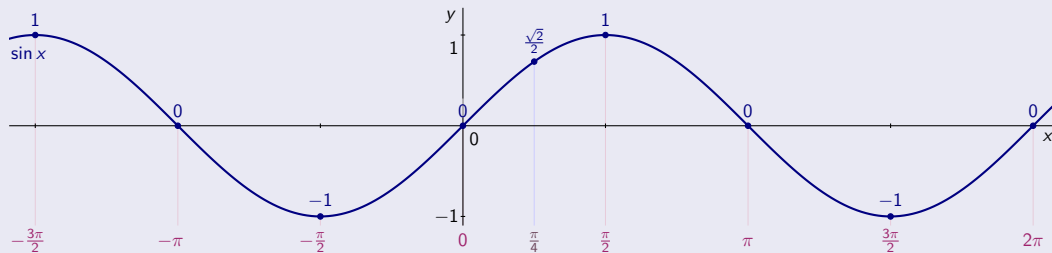
# Goniometrické funkcie – Dôležité hodnoty

Pre všetky  $x \in \mathbb{R}$  platí:

[Dôležité hodnoty funkcií sínus a kosínus.]

$$\bullet \sin 0 = 0. \quad \bullet \sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}. \quad \bullet \sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}. \quad \bullet \sin \frac{\pi}{2} = 1.$$

$$\bullet \sin(x + \pi) = \sin(x - \pi) = -\sin x.$$



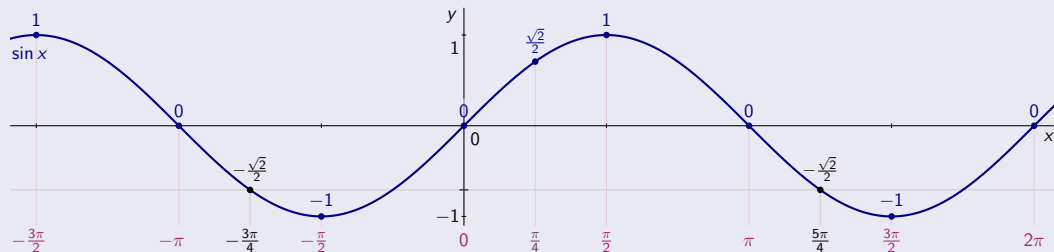
# Goniometrické funkcie – Dôležité hodnoty

Pre všetky  $x \in \mathbb{R}$  platí:

[Dôležité hodnoty funkcií sínus a kosínus.]

- $\sin 0 = 0.$
- $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{2} = 1.$

- $\sin(x + \pi) = \sin(x - \pi) = -\sin x.$



# Goniometrické funkcie – Dôležité hodnoty

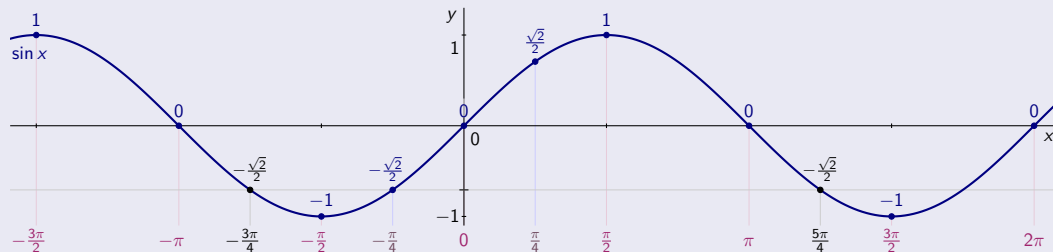
Pre všetky  $x \in \mathbb{R}$  platí:

[Dôležité hodnoty funkcií sínus a kosínus.]

[Funkcia sínus je nepárna, t. j.  $\sin x = -\sin(-x)$ .]

- $\sin 0 = 0.$
- $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{2} = 1.$

- $\sin(x + \pi) = \sin(x - \pi) = -\sin x.$





# Goniometrické funkcie – Dôležité hodnoty

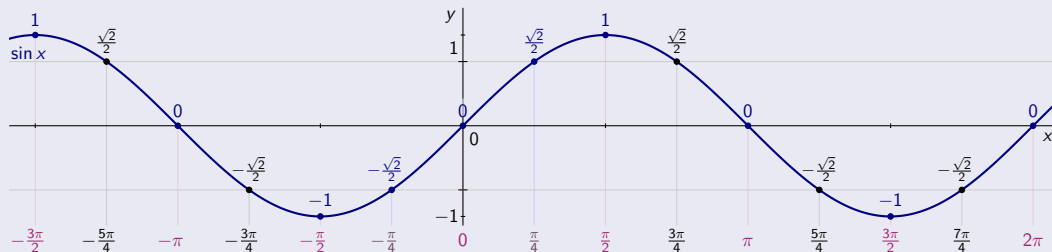
Pre všetky  $x \in \mathbb{R}$  platí:

[Dôležité hodnoty funkcií sínus a kosínus.]

[Funkcia sínus je nepárna, t. j.  $\sin x = -\sin(-x)$ .]

- $\sin 0 = 0.$
- $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{2} = 1.$

- $\sin(x + \pi) = \sin(x - \pi) = -\sin x.$



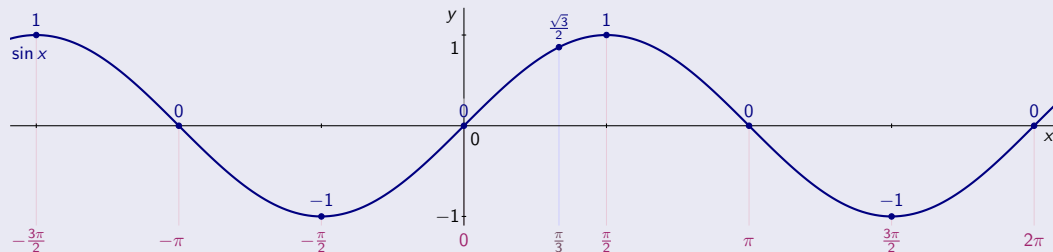
# Goniometrické funkcie – Dôležité hodnoty

Pre všetky  $x \in \mathbb{R}$  platí:

[Dôležité hodnoty funkcií sínus a kosínus.]

$$\bullet \sin 0 = 0. \quad \bullet \sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}. \quad \bullet \sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}. \quad \bullet \sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}. \quad \bullet \sin \frac{\pi}{2} = 1.$$

$$\bullet \sin(x + \pi) = \sin(x - \pi) = -\sin x.$$



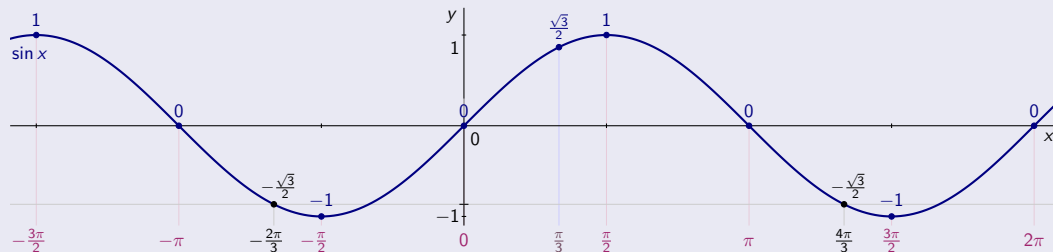
# Goniometrické funkcie – Dôležité hodnoty

Pre všetky  $x \in \mathbb{R}$  platí:

[Dôležité hodnoty funkcií sínus a kosínus.]

- $\sin 0 = 0.$
- $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{2} = 1.$

- $\sin(x + \pi) = \sin(x - \pi) = -\sin x.$



# Goniometrické funkcie – Dôležité hodnoty

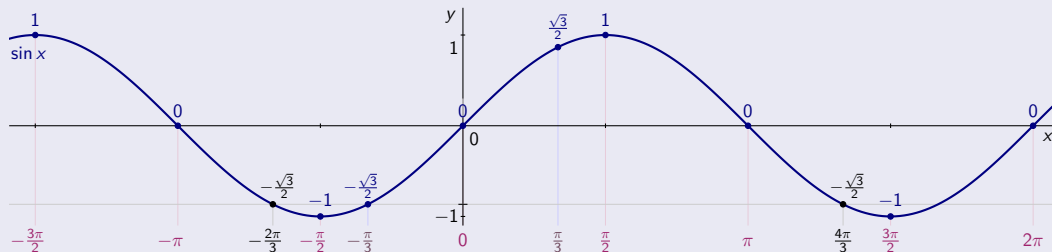
Pre všetky  $x \in \mathbb{R}$  platí:

[Dôležité hodnoty funkcií sínus a kosínus.]

[Funkcia sínus je nepárna, t. j.  $\sin x = -\sin(-x)$ .]

$$\bullet \sin 0 = 0. \quad \bullet \sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}. \quad \bullet \sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}. \quad \bullet \sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}. \quad \bullet \sin \frac{\pi}{2} = 1.$$

$$\bullet \sin(x + \pi) = \sin(x - \pi) = -\sin x.$$



# Goniometrické funkcie – Dôležité hodnoty

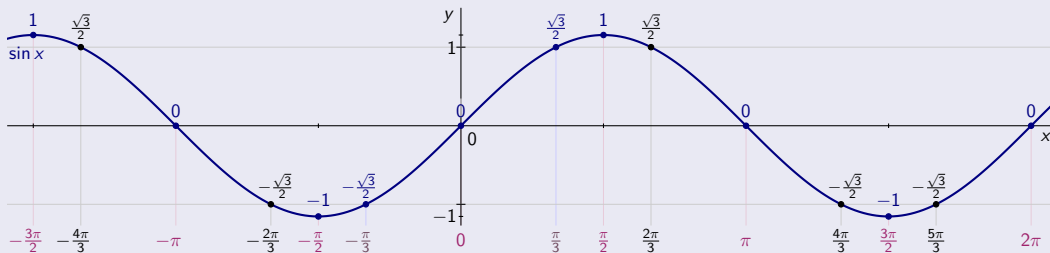
Pre všetky  $x \in \mathbb{R}$  platí:

[Dôležité hodnoty funkcií sínus a kosínus.]

[Funkcia sínus je nepárna, t. j.  $\sin x = -\sin(-x)$ .]

$$\bullet \sin 0 = 0. \quad \bullet \sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}. \quad \bullet \sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}. \quad \bullet \sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}. \quad \bullet \sin \frac{\pi}{2} = 1.$$

$$\bullet \sin(x + \pi) = \sin(x - \pi) = -\sin x.$$



# Goniometrické funkcie – Dôležité hodnoty

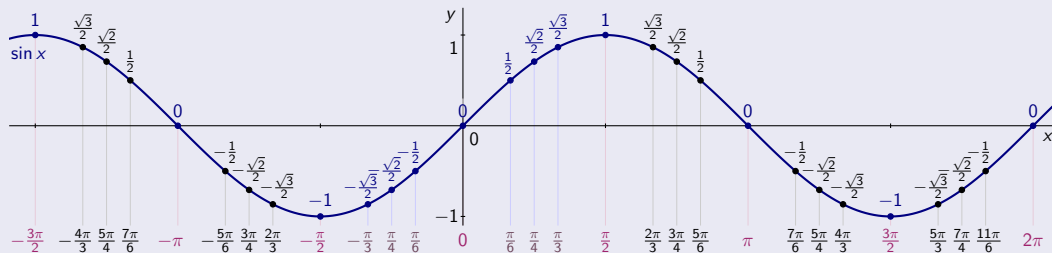
Pre všetky  $x \in \mathbb{R}$  platí:

[Dôležité hodnoty funkcií sínus a kosínus.]

[Funkcia sínus je nepárna, t. j.  $\sin x = -\sin(-x)$ .]

- $\sin 0 = 0.$
- $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{2} = 1.$

- $\sin(x + \pi) = \sin(x - \pi) = -\sin x.$

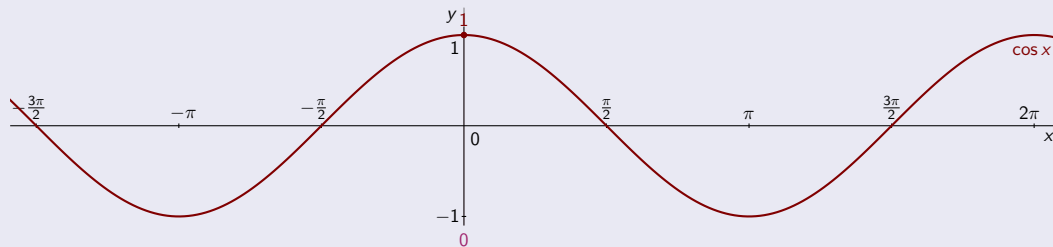


# Goniometrické funkcie – Dôležité hodnoty

Pre všetky  $x \in \mathbb{R}$  platí:

[Dôležité hodnoty funkcií sínus a kosínus.]

- $\sin 0 = 0.$
- $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{2} = 1.$
- $\cos 0 = 1.$



# Goniometrické funkcie – Dôležité hodnoty

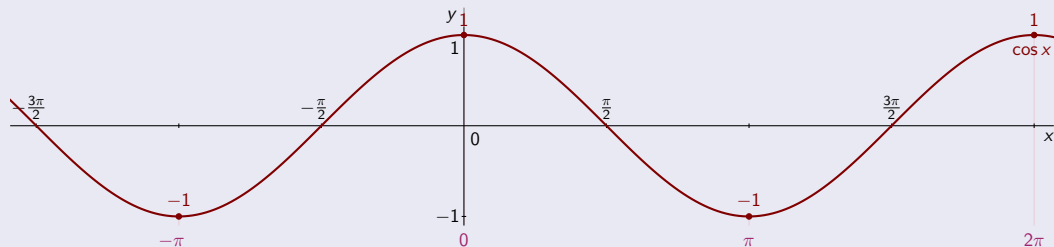
Pre všetky  $x \in \mathbb{R}$  platí:

[Dôležité hodnoty funkcií sínus a kosínus.]

- $\sin 0 = 0.$
- $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{2} = 1.$

- $\cos 0 = 1.$

- $\cos(x + \pi) = \cos(x - \pi) = -\cos x.$



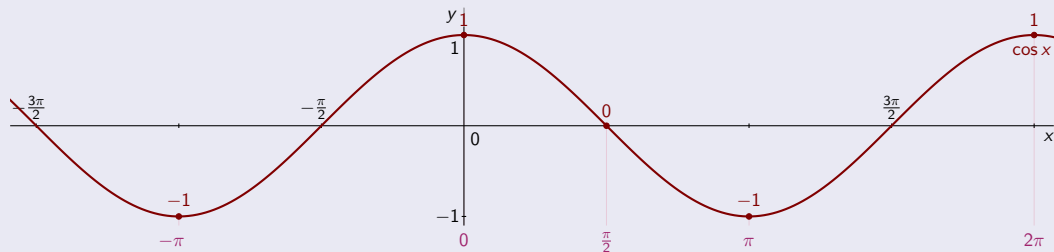


# Goniometrické funkcie – Dôležité hodnoty

Pre všetky  $x \in \mathbb{R}$  platí:

[Dôležité hodnoty funkcií sínus a kosínus.]

- $\sin 0 = 0.$
- $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{2} = 1.$
- $\cos 0 = 1.$
- $\cos \frac{\pi}{2} = 0.$
- $\cos(x + \pi) = \cos(x - \pi) = -\cos x.$

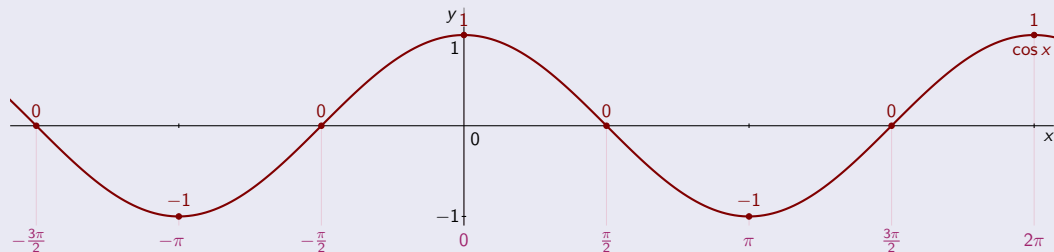


# Goniometrické funkcie – Dôležité hodnoty

Pre všetky  $x \in \mathbb{R}$  platí:

[Dôležité hodnoty funkcií sínus a kosínus.]

- $\sin 0 = 0.$
- $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{2} = 1.$
- $\cos 0 = 1.$
- $\cos \frac{\pi}{2} = 0.$
- $\cos(x + \pi) = \cos(x - \pi) = -\cos x.$

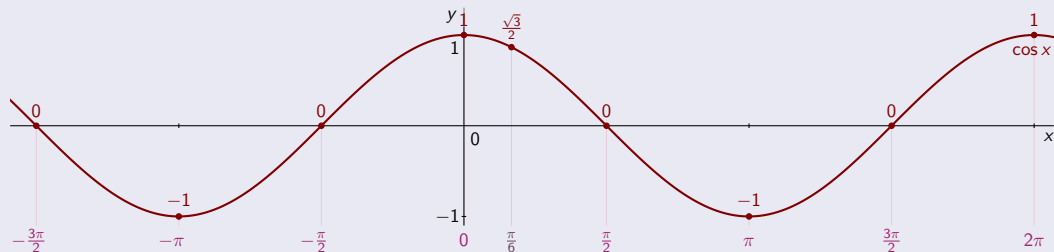


# Goniometrické funkcie – Dôležité hodnoty

Pre všetky  $x \in \mathbb{R}$  platí:

[Dôležité hodnoty funkcií sínus a kosínus.]

- $\sin 0 = 0.$
  - $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}.$
  - $\sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$
  - $\sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
  - $\sin \frac{\pi}{2} = 1.$
  - $\cos 0 = 1.$
  - $\cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
  - $\cos \frac{\pi}{2} = 0.$
- $\cos(x + \pi) = \cos(x - \pi) = -\cos x.$

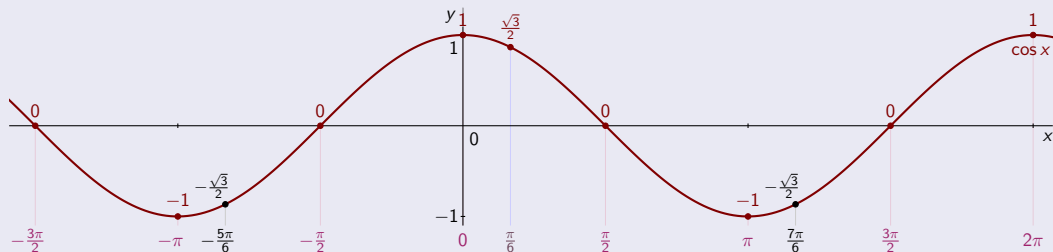


# Goniometrické funkcie – Dôležité hodnoty

Pre všetky  $x \in \mathbb{R}$  platí:

[Dôležité hodnoty funkcií sínus a kosínus.]

- $\sin 0 = 0.$
- $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{2} = 1.$
- $\cos 0 = 1.$
- $\cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{2} = 0.$
- $\cos(x + \pi) = \cos(x - \pi) = -\cos x.$



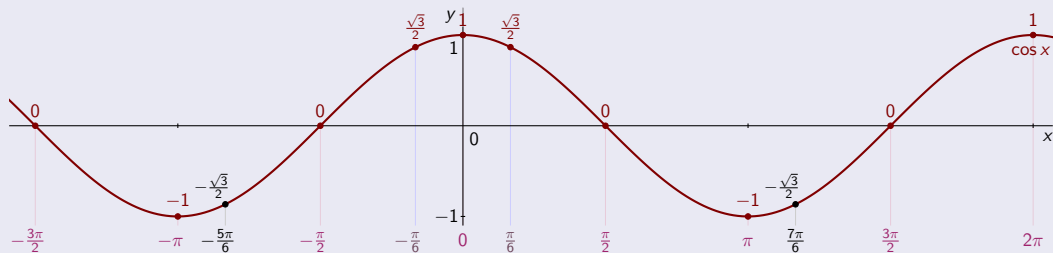
# Goniometrické funkcie – Dôležité hodnoty

Pre všetky  $x \in \mathbb{R}$  platí:

[Dôležité hodnoty funkcií sínus a kosínus.]

[Funkcia kosínus je párna, t. j.  $\cos x = \cos(-x)$ .]

- $\sin 0 = 0.$
- $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{2} = 1.$
- $\cos 0 = 1.$
- $\cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{2} = 0.$
- $\cos(x + \pi) = \cos(x - \pi) = -\cos x.$



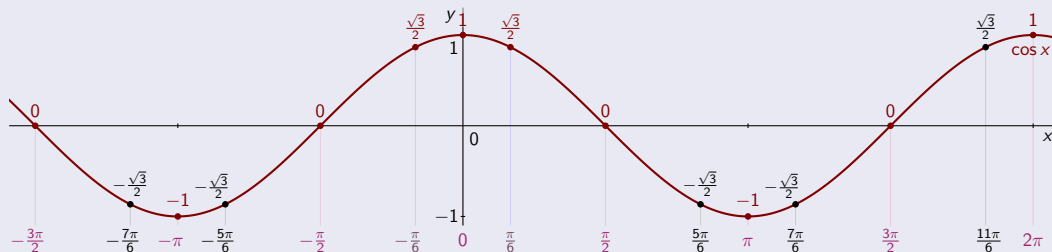
# Goniometrické funkcie – Dôležité hodnoty

Pre všetky  $x \in \mathbb{R}$  platí:

[Dôležité hodnoty funkcií sínus a kosínus.]

[Funkcia kosínus je párna, t. j.  $\cos x = \cos(-x)$ .]

- $\sin 0 = 0.$
- $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{2} = 1.$
- $\cos 0 = 1.$
- $\cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{2} = 0.$
- $\cos(x + \pi) = \cos(x - \pi) = -\cos x.$

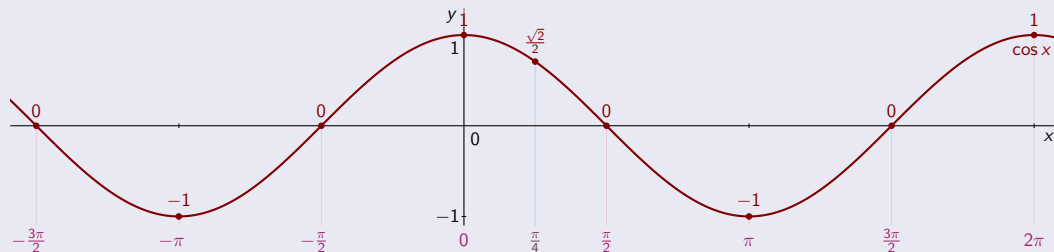


# Goniometrické funkcie – Dôležité hodnoty

Pre všetky  $x \in \mathbb{R}$  platí:

[Dôležité hodnoty funkcií sínus a kosínus.]

- $\sin 0 = 0.$
  - $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}.$
  - $\sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$
  - $\sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
  - $\sin \frac{\pi}{2} = 1.$
  - $\cos 0 = 1.$
  - $\cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
  - $\cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$
  - $\cos \frac{\pi}{2} = 0.$
- $\cos(x + \pi) = \cos(x - \pi) = -\cos x.$

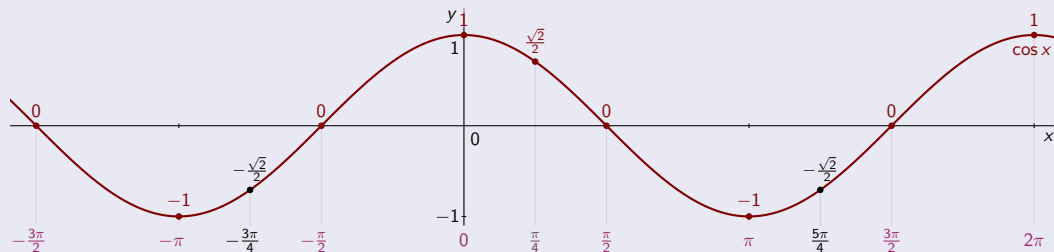


# Goniometrické funkcie – Dôležité hodnoty

Pre všetky  $x \in \mathbb{R}$  platí:

[Dôležité hodnoty funkcií sínus a kosínus.]

- $\sin 0 = 0.$
- $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{2} = 1.$
- $\cos 0 = 1.$
- $\cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{2} = 0.$
- $\cos(x + \pi) = \cos(x - \pi) = -\cos x.$





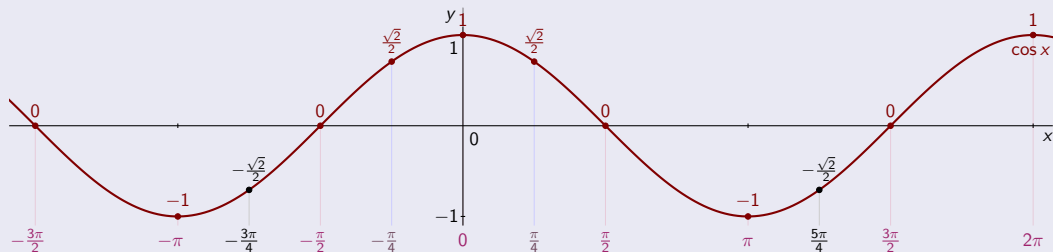
# Goniometrické funkcie – Dôležité hodnoty

Pre všetky  $x \in \mathbb{R}$  platí:

[Dôležité hodnoty funkcií sínus a kosínus.]

[Funkcia kosínus je párna, t. j.  $\cos x = \cos(-x)$ .]

- $\sin 0 = 0.$
  - $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}.$
  - $\sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$
  - $\sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
  - $\sin \frac{\pi}{2} = 1.$
  - $\cos 0 = 1.$
  - $\cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
  - $\cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$
  - $\cos \frac{\pi}{2} = 0.$
- $\cos(x + \pi) = \cos(x - \pi) = -\cos x.$



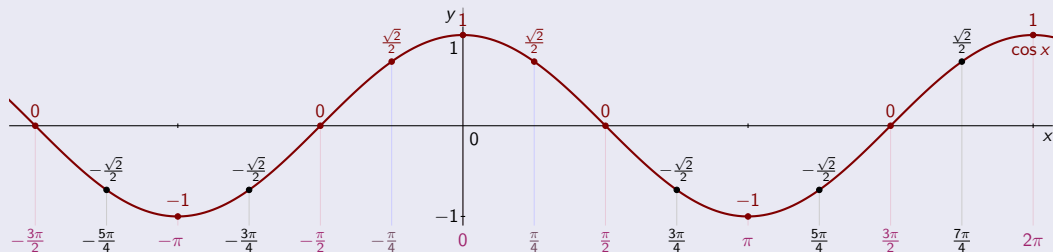
# Goniometrické funkcie – Dôležité hodnoty

Pre všetky  $x \in \mathbb{R}$  platí:

[Dôležité hodnoty funkcií sínus a kosínus.]

[Funkcia kosínus je párna, t. j.  $\cos x = \cos(-x)$ .]

- $\sin 0 = 0.$
- $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{2} = 1.$
- $\cos 0 = 1.$
- $\cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{2} = 0.$
- $\cos(x + \pi) = \cos(x - \pi) = -\cos x.$

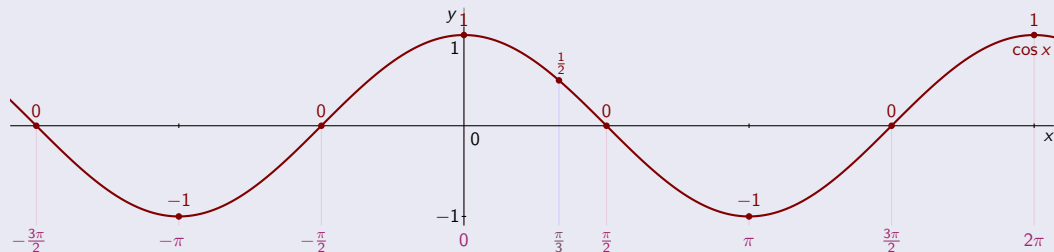


# Goniometrické funkcie – Dôležité hodnoty

Pre všetky  $x \in \mathbb{R}$  platí:

[Dôležité hodnoty funkcií sínus a kosínus.]

- $\sin 0 = 0.$
  - $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}.$
  - $\sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$
  - $\sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
  - $\sin \frac{\pi}{2} = 1.$
  - $\cos 0 = 1.$
  - $\cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
  - $\cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$
  - $\cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}.$
  - $\cos \frac{\pi}{2} = 0.$
- $\cos(x + \pi) = \cos(x - \pi) = -\cos x.$

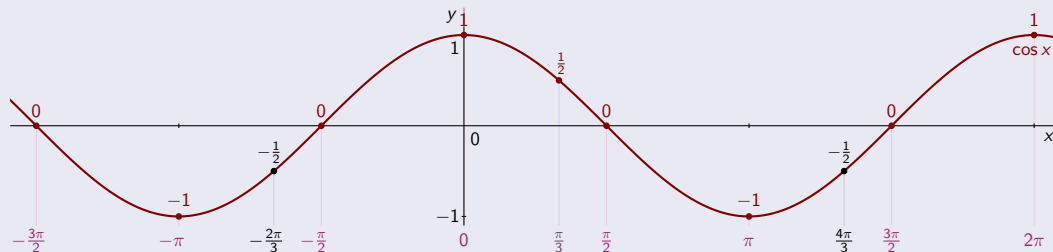


# Goniometrické funkcie – Dôležité hodnoty

Pre všetky  $x \in \mathbb{R}$  platí:

[Dôležité hodnoty funkcií sínus a kosínus.]

- $\sin 0 = 0.$
- $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{2} = 1.$
- $\cos 0 = 1.$
- $\cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{2} = 0.$
- $\cos(x + \pi) = \cos(x - \pi) = -\cos x.$



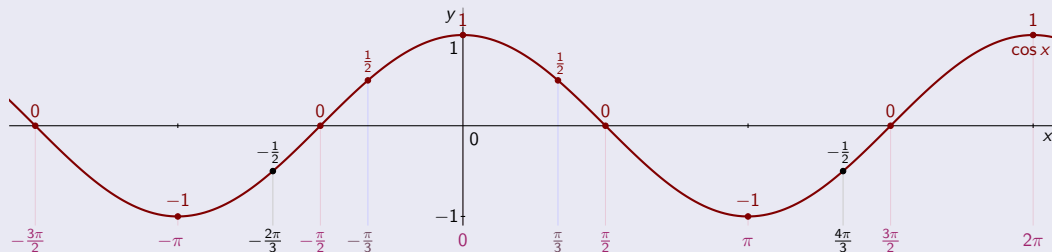
# Goniometrické funkcie – Dôležité hodnoty

Pre všetky  $x \in \mathbb{R}$  platí:

[Dôležité hodnoty funkcií sínus a kosínus.]

[Funkcia kosínus je párna, t. j.  $\cos x = \cos(-x)$ .]

- $\sin 0 = 0.$
  - $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}.$
  - $\sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$
  - $\sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
  - $\sin \frac{\pi}{2} = 1.$
  - $\cos 0 = 1.$
  - $\cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
  - $\cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$
  - $\cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}.$
  - $\cos \frac{\pi}{2} = 0.$
- $\cos(x + \pi) = \cos(x - \pi) = -\cos x.$



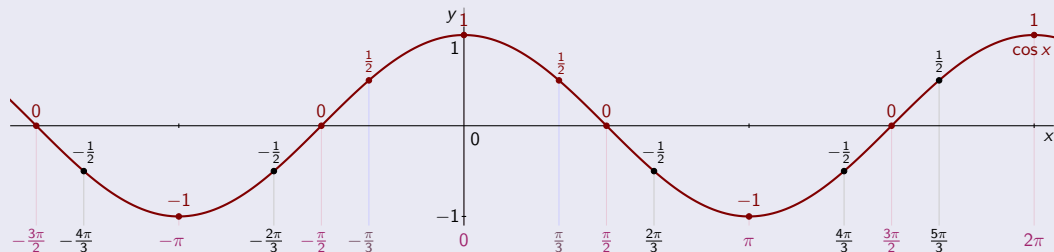
# Goniometrické funkcie – Dôležité hodnoty

Pre všetky  $x \in \mathbb{R}$  platí:

[Dôležité hodnoty funkcií sínus a kosínus.]

[Funkcia kosínus je párna, t. j.  $\cos x = \cos(-x)$ .]

- $\sin 0 = 0.$
- $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{2} = 1.$
- $\cos 0 = 1.$
- $\cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{2} = 0.$
- $\cos(x + \pi) = \cos(x - \pi) = -\cos x.$



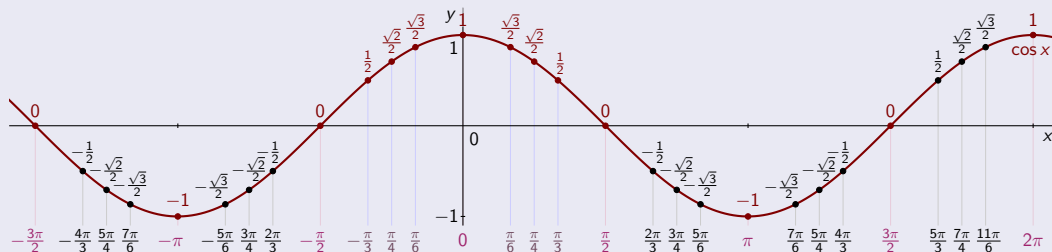
# Goniometrické funkcie – Dôležité hodnoty

Pre všetky  $x \in \mathbb{R}$  platí:

[Dôležité hodnoty funkcií sínus a kosínus.]

[Funkcia kosínus je párna, t. j.  $\cos x = \cos(-x)$ .]

- $\sin 0 = 0.$
- $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{2} = 1.$
- $\cos 0 = 1.$
- $\cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{2} = 0.$
- $\cos(x + \pi) = \cos(x - \pi) = -\cos x.$



# Goniometrické funkcie – Dôležité hodnoty

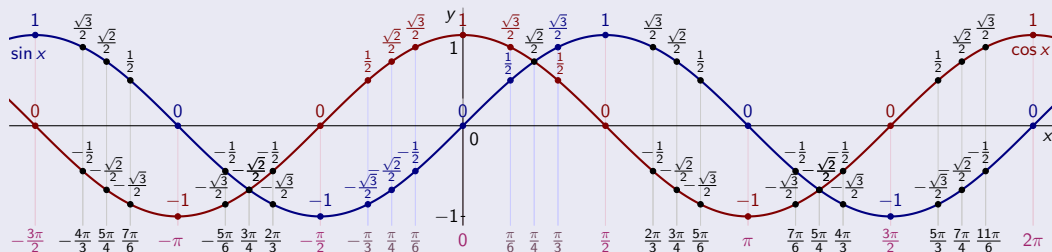
Pre všetky  $x \in \mathbb{R}$  platí:

[Dôležité hodnoty funkcií sínus a kosínus.]

[Funkcia sínus je nepárna, t. j.  $\sin x = -\sin(-x)$ .]

[Funkcia kosínus je párna, t. j.  $\cos x = \cos(-x)$ .]

- $\sin 0 = 0.$
- $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{2} = 1.$
- $\cos 0 = 1.$
- $\cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{2} = 0.$
- $\sin(x + \pi) = \sin(x - \pi) = -\sin x.$
- $\cos(x + \pi) = \cos(x - \pi) = -\cos x.$





# Goniometrické funkcie – Dôležité hodnoty

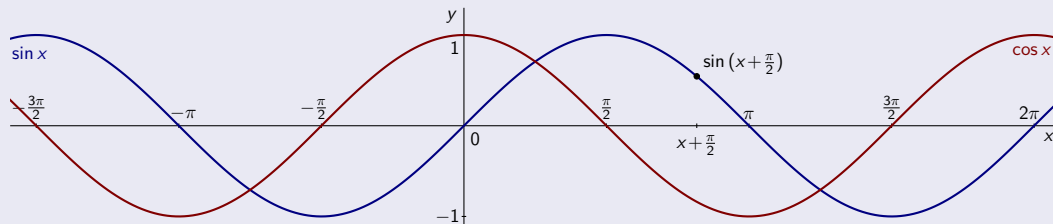
Pre všetky  $x \in \mathbb{R}$  platí:

[Dôležité hodnoty funkcií sínus a kosínus.]

[Funkcia sínus je nepárna, t. j.  $\sin x = -\sin(-x)$ .]

[Funkcia kosínus je párna, t. j.  $\cos x = \cos(-x)$ .]

- $\sin 0 = 0.$
- $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{2} = 1.$
- $\cos 0 = 1.$
- $\cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{2} = 0.$
- $\sin(x + \pi) = \sin(x - \pi) = -\sin x.$
- $\cos(x + \pi) = \cos(x - \pi) = -\cos x.$
- $\sin(x + \frac{\pi}{2})$



# Goniometrické funkcie – Dôležité hodnoty

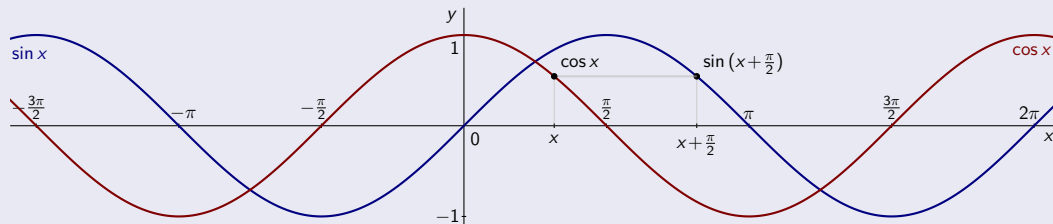
Pre všetky  $x \in \mathbb{R}$  platí:

[Dôležité hodnoty funkcií sínus a kosínus.]

[Funkcia sínus je nepárna, t. j.  $\sin x = -\sin(-x)$ .]

[Funkcia kosínus je párna, t. j.  $\cos x = \cos(-x)$ .]

- $\sin 0 = 0.$
- $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{2} = 1.$
- $\cos 0 = 1.$
- $\cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{2} = 0.$
- $\sin(x + \pi) = \sin(x - \pi) = -\sin x.$
- $\cos(x + \pi) = \cos(x - \pi) = -\cos x.$
- $\sin(x + \frac{\pi}{2}) = \cos x.$



# Goniometrické funkcie – Dôležité hodnoty

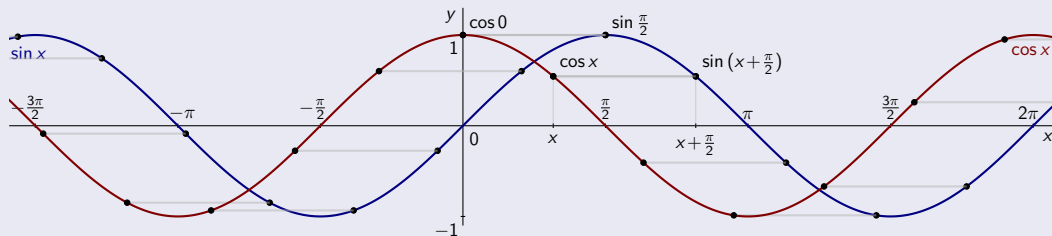
Pre všetky  $x \in \mathbb{R}$  platí:

[Dôležité hodnoty funkcií sínus a kosínus.]

[Funkcia sínus je nepárna, t. j.  $\sin x = -\sin(-x)$ .]

[Funkcia kosínus je párna, t. j.  $\cos x = \cos(-x)$ .]

- $\sin 0 = 0.$
- $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{2} = 1.$
- $\cos 0 = 1.$
- $\cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{2} = 0.$
- $\sin(x + \pi) = \sin(x - \pi) = -\sin x.$
- $\cos(x + \pi) = \cos(x - \pi) = -\cos x.$
- $\sin(x + \frac{\pi}{2}) = \cos x.$



# Goniometrické funkcie – Dôležité hodnoty

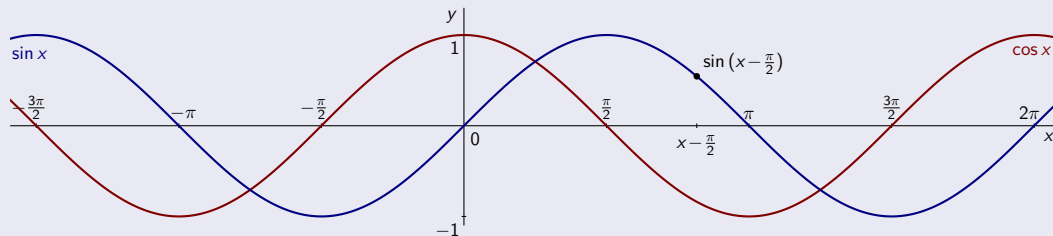
Pre všetky  $x \in \mathbb{R}$  platí:

[Dôležité hodnoty funkcií sínus a kosínus.]

[Funkcia sínus je nepárna, t. j.  $\sin x = -\sin(-x)$ .]

[Funkcia kosínus je párna, t. j.  $\cos x = \cos(-x)$ .]

- $\sin 0 = 0.$
- $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{2} = 1.$
- $\cos 0 = 1.$
- $\cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{2} = 0.$
- $\sin(x + \pi) = \sin(x - \pi) = -\sin x.$
- $\cos(x + \pi) = \cos(x - \pi) = -\cos x.$
- $\sin(x + \frac{\pi}{2}) = \cos x.$
- $\sin(x - \frac{\pi}{2})$



# Goniometrické funkcie – Dôležité hodnoty

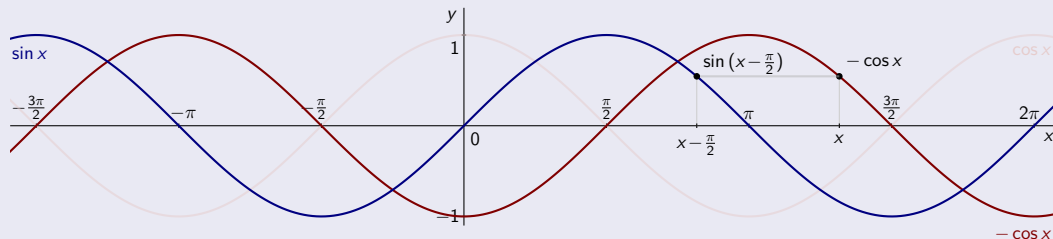
Pre všetky  $x \in \mathbb{R}$  platí:

[Dôležité hodnoty funkcií sínus a kosínus.]

[Funkcia sínus je nepárna, t. j.  $\sin x = -\sin(-x)$ .]

[Funkcia kosínus je párna, t. j.  $\cos x = \cos(-x)$ .]

- $\sin 0 = 0.$
- $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{2} = 1.$
- $\cos 0 = 1.$
- $\cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{2} = 0.$
- $\sin(x + \pi) = \sin(x - \pi) = -\sin x.$
- $\cos(x + \pi) = \cos(x - \pi) = -\cos x.$
- $\sin(x + \frac{\pi}{2}) = \cos x.$
- $\sin(x - \frac{\pi}{2}) = -\cos x.$



# Goniometrické funkcie – Dôležité hodnoty

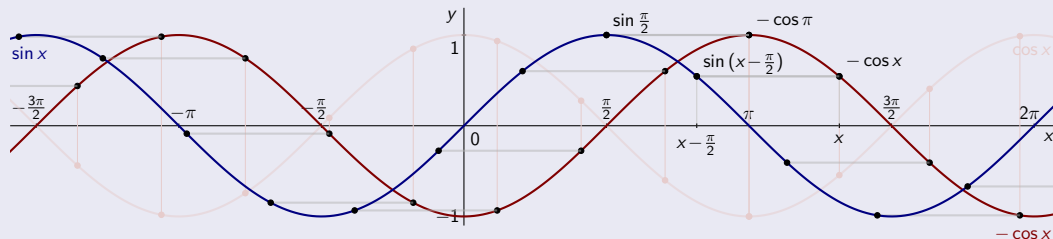
Pre všetky  $x \in \mathbb{R}$  platí:

[Dôležité hodnoty funkcií sínus a kosínus.]

[Funkcia sínus je nepárna, t. j.  $\sin x = -\sin(-x)$ .]

[Funkcia kosínus je párna, t. j.  $\cos x = \cos(-x)$ .]

- $\sin 0 = 0.$
- $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{2} = 1.$
- $\cos 0 = 1.$
- $\cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{2} = 0.$
- $\sin(x + \pi) = \sin(x - \pi) = -\sin x.$
- $\cos(x + \pi) = \cos(x - \pi) = -\cos x.$
- $\sin(x + \frac{\pi}{2}) = \cos x.$
- $\sin(x - \frac{\pi}{2}) = -\cos x.$



# Goniometrické funkcie – Dôležité hodnoty

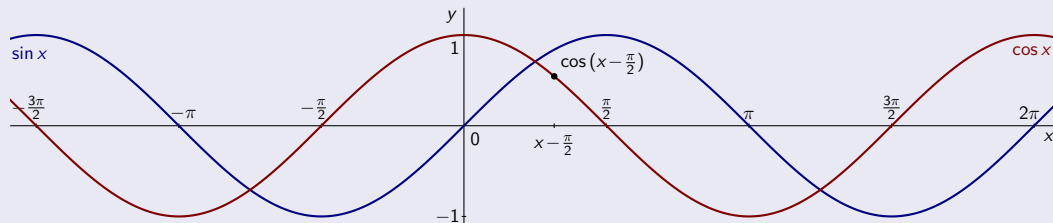
Pre všetky  $x \in \mathbb{R}$  platí:

[Dôležité hodnoty funkcií sínus a kosínus.]

[Funkcia sínus je nepárna, t. j.  $\sin x = -\sin(-x)$ .]

[Funkcia kosínus je párna, t. j.  $\cos x = \cos(-x)$ .]

- $\sin 0 = 0.$
- $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{2} = 1.$
- $\cos 0 = 1.$
- $\cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{2} = 0.$
- $\sin(x + \pi) = \sin(x - \pi) = -\sin x.$
- $\cos(x + \pi) = \cos(x - \pi) = -\cos x.$
- $\sin(x + \frac{\pi}{2}) = \cos x.$
- $\cos(x - \frac{\pi}{2})$
- $\sin(x - \frac{\pi}{2}) = -\cos x.$



# Goniometrické funkcie – Dôležité hodnoty

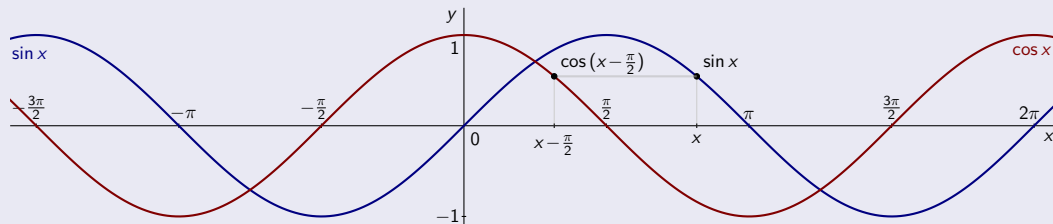
Pre všetky  $x \in \mathbb{R}$  platí:

[Dôležité hodnoty funkcií sínus a kosínus.]

[Funkcia sínus je nepárna, t. j.  $\sin x = -\sin(-x)$ .]

[Funkcia kosínus je párna, t. j.  $\cos x = \cos(-x)$ .]

- $\sin 0 = 0.$
- $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{2} = 1.$
- $\cos 0 = 1.$
- $\cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{2} = 0.$
- $\sin(x + \pi) = \sin(x - \pi) = -\sin x.$
- $\cos(x + \pi) = \cos(x - \pi) = -\cos x.$
- $\sin(x + \frac{\pi}{2}) = \cos x.$
- $\cos(x - \frac{\pi}{2}) = \sin x.$
- $\sin(x - \frac{\pi}{2}) = -\cos x.$





# Goniometrické funkcie – Dôležité hodnoty

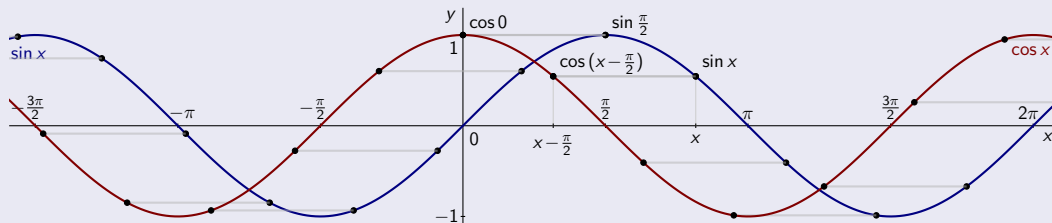
Pre všetky  $x \in \mathbb{R}$  platí:

[Dôležité hodnoty funkcií sínus a kosínus.]

[Funkcia sínus je nepárna, t. j.  $\sin x = -\sin(-x)$ .]

[Funkcia kosínus je párna, t. j.  $\cos x = \cos(-x)$ .]

- $\sin 0 = 0.$
- $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{2} = 1.$
- $\cos 0 = 1.$
- $\cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{2} = 0.$
- $\sin(x + \pi) = \sin(x - \pi) = -\sin x.$
- $\cos(x + \pi) = \cos(x - \pi) = -\cos x.$
- $\sin(x + \frac{\pi}{2}) = \cos x.$
- $\cos(x - \frac{\pi}{2}) = \sin x.$
- $\sin(x - \frac{\pi}{2}) = -\cos x.$



# Goniometrické funkcie – Dôležité hodnoty

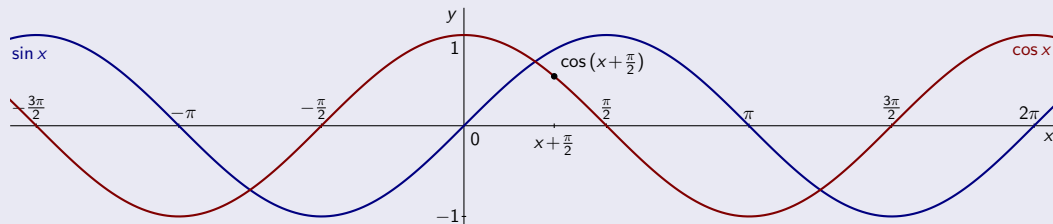
Pre všetky  $x \in \mathbb{R}$  platí:

[Dôležité hodnoty funkcií sínus a kosínus.]

[Funkcia sínus je nepárna, t. j.  $\sin x = -\sin(-x)$ .]

[Funkcia kosínus je párna, t. j.  $\cos x = \cos(-x)$ .]

- $\sin 0 = 0.$
- $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{2} = 1.$
- $\cos 0 = 1.$
- $\cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{2} = 0.$
- $\sin(x + \pi) = \sin(x - \pi) = -\sin x.$
- $\cos(x + \pi) = \cos(x - \pi) = -\cos x.$
- $\sin(x + \frac{\pi}{2}) = \cos x.$
- $\cos(x - \frac{\pi}{2}) = \sin x.$
- $\sin(x - \frac{\pi}{2}) = -\cos x.$
- $\cos(x + \frac{\pi}{2})$



# Goniometrické funkcie – Dôležité hodnoty

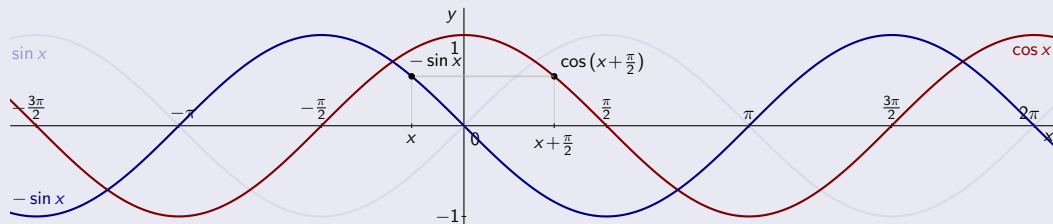
Pre všetky  $x \in \mathbb{R}$  platí:

[Dôležité hodnoty funkcií sínus a kosínus.]

[Funkcia sínus je nepárna, t. j.  $\sin x = -\sin(-x)$ .]

[Funkcia kosínus je párna, t. j.  $\cos x = \cos(-x)$ .]

- $\sin 0 = 0.$
- $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{2} = 1.$
- $\cos 0 = 1.$
- $\cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{2} = 0.$
- $\sin(x + \pi) = \sin(x - \pi) = -\sin x.$
- $\cos(x + \pi) = \cos(x - \pi) = -\cos x.$
- $\sin(x + \frac{\pi}{2}) = \cos x.$
- $\cos(x - \frac{\pi}{2}) = \sin x.$
- $\sin(x - \frac{\pi}{2}) = -\cos x.$
- $\cos(x + \frac{\pi}{2}) = -\sin x.$



# Goniometrické funkcie – Dôležité hodnoty

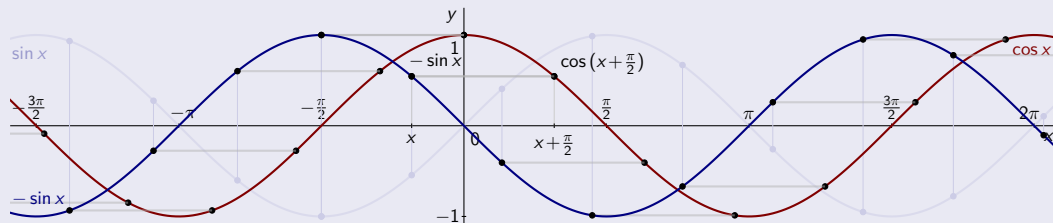
Pre všetky  $x \in \mathbb{R}$  platí:

[Dôležité hodnoty funkcií sínus a kosínus.]

[Funkcia sínus je nepárna, t. j.  $\sin x = -\sin(-x)$ .]

[Funkcia kosínus je párna, t. j.  $\cos x = \cos(-x)$ .]

- $\sin 0 = 0.$
- $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{2} = 1.$
- $\cos 0 = 1.$
- $\cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{2} = 0.$
- $\sin(x + \pi) = \sin(x - \pi) = -\sin x.$
- $\cos(x + \pi) = \cos(x - \pi) = -\cos x.$
- $\sin(x + \frac{\pi}{2}) = \cos x.$
- $\cos(x - \frac{\pi}{2}) = \sin x.$
- $\sin(x - \frac{\pi}{2}) = -\cos x.$
- $\cos(x + \frac{\pi}{2}) = -\sin x.$



# Goniometrické funkcie – Dôležité hodnoty

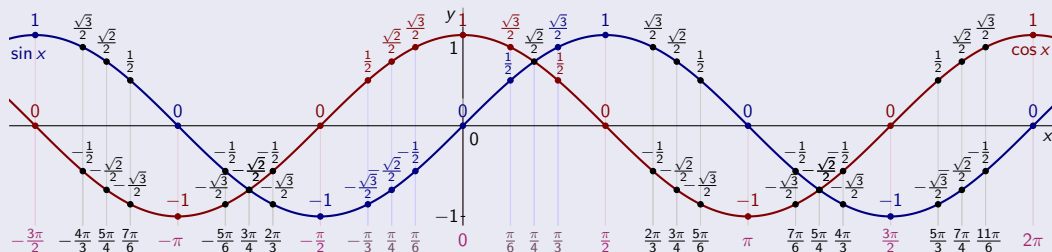
Pre všetky  $x \in \mathbb{R}$  platí:

[Dôležité hodnoty funkcií sínus a kosínus.]

[Funkcia sínus je nepárna, t. j.  $\sin x = -\sin(-x)$ .]

[Funkcia kosínus je párna, t. j.  $\cos x = \cos(-x)$ .]

- $\sin 0 = 0.$
- $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
- $\sin \frac{\pi}{2} = 1.$
- $\cos 0 = 1.$
- $\cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}.$
- $\cos \frac{\pi}{2} = 0.$
- $\sin(x + \pi) = \sin(x - \pi) = -\sin x.$
- $\cos(x + \pi) = \cos(x - \pi) = -\cos x.$
- $\sin(x + \frac{\pi}{2}) = \cos x.$
- $\cos(x - \frac{\pi}{2}) = \sin x.$
- $\sin(x - \frac{\pi}{2}) = -\cos x.$
- $\cos(x + \frac{\pi}{2}) = -\sin x.$



# Goniometrické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky  $x, y \in \mathbb{R}$  platí:

[Základné súčtové vzorce.]



# Goniometrické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky  $x, y \in \mathbb{R}$  platí:

[Základné súčtové vzorce.]

- $\sin(x + y) = \sin x \cdot \cos y + \cos x \cdot \sin y.$

# Goniometrické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky  $x, y \in \mathbb{R}$  platí:

[Základné súčtové vzorce.]

- $\sin(x + y) = \sin x \cdot \cos y + \cos x \cdot \sin y.$
- $\sin(x - y) = \sin x \cdot \cos y - \cos x \cdot \sin y.$



# Goniometrické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky  $x, y \in \mathbb{R}$  platí:

[Základné súčtové vzorce.]

- $\sin(x + y) = \sin x \cdot \cos y + \cos x \cdot \sin y.$

- $\sin(x - y) = \sin x \cdot \cos y - \cos x \cdot \sin y.$

- Špeciálne  $\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \cos x.$

- Špeciálne  $\sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = -\cos x.$

# Goniometrické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky  $x, y \in \mathbb{R}$  platí:

[Základné súčtové vzorce.]

- $\sin(x + y) = \sin x \cdot \cos y + \cos x \cdot \sin y.$

- $\sin(x - y) = \sin x \cdot \cos y - \cos x \cdot \sin y.$

- $\cos(x + y) = \cos x \cdot \cos y - \sin x \cdot \sin y.$

- Špeciálne  $\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \cos x.$

- Špeciálne  $\sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = -\cos x.$

# Goniometrické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky  $x, y \in \mathbb{R}$  platí:

[Základné súčtové vzorce.]

- $\sin(x + y) = \sin x \cdot \cos y + \cos x \cdot \sin y.$

- $\sin(x - y) = \sin x \cdot \cos y - \cos x \cdot \sin y.$

- $\cos(x + y) = \cos x \cdot \cos y - \sin x \cdot \sin y.$

- $\cos(x - y) = \cos x \cdot \cos y + \sin x \cdot \sin y.$

- Špeciálne  $\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \cos x.$

- Špeciálne  $\sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = -\cos x.$

# Goniometrické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky  $x, y \in \mathbb{R}$  platí:

[Základné súčtové vzorce.]

- $\sin(x + y) = \sin x \cdot \cos y + \cos x \cdot \sin y.$

- $\sin(x - y) = \sin x \cdot \cos y - \cos x \cdot \sin y.$

- $\cos(x + y) = \cos x \cdot \cos y - \sin x \cdot \sin y.$

- $\cos(x - y) = \cos x \cdot \cos y + \sin x \cdot \sin y.$

- Špeciálne  $\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \cos x.$

- Špeciálne  $\sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = -\cos x.$

- Špeciálne  $\cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = -\sin x.$

- Špeciálne  $\cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = \sin x.$

# Goniometrické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky  $x, y \in \mathbb{R}$  platí:

[Základné súčtové vzorce.]

- $\sin(x + y) = \sin x \cdot \cos y + \cos x \cdot \sin y.$

- Špeciálne  $\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \cos x.$

- $\sin(x - y) = \sin x \cdot \cos y - \cos x \cdot \sin y.$

- Špeciálne  $\sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = -\cos x.$

- $\cos(x + y) = \cos x \cdot \cos y - \sin x \cdot \sin y.$

- Špeciálne  $\cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = -\sin x.$

- $\cos(x - y) = \cos x \cdot \cos y + \sin x \cdot \sin y.$

- Špeciálne  $\cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = \sin x.$

[Z každého z týchto vzorcov môžeme odvodiť všetky ostatné súčtové vzorce.]

# Goniometrické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky  $x, y \in \mathbb{R}$  platí:

[Základné súčtové vzorce.]

- $\sin(x + y) = \sin x \cdot \cos y + \cos x \cdot \sin y.$

- Špeciálne  $\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \cos x.$

- $\sin(x - y) = \sin x \cdot \cos y - \cos x \cdot \sin y.$

- Špeciálne  $\sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = -\cos x.$

- $\cos(x + y) = \cos x \cdot \cos y - \sin x \cdot \sin y.$

- Špeciálne  $\cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = -\sin x.$

- $\cos(x - y) = \cos x \cdot \cos y + \sin x \cdot \sin y.$

- Špeciálne  $\cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = \sin x.$

[Z každého z týchto vzorcov môžeme odvodiť všetky ostatné súčtové vzorce.]

Pre všetky  $x \in \mathbb{R}$  platí:

[Vzorce pre dvojnásobné uhly.]

# Goniometrické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky  $x, y \in \mathbb{R}$  platí:

[Základné súčtové vzorce.]

- $\sin(x + y) = \sin x \cdot \cos y + \cos x \cdot \sin y.$

- Špeciálne  $\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \cos x.$

- $\sin(x - y) = \sin x \cdot \cos y - \cos x \cdot \sin y.$

- Špeciálne  $\sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = -\cos x.$

- $\cos(x + y) = \cos x \cdot \cos y - \sin x \cdot \sin y.$

- Špeciálne  $\cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = -\sin x.$

- $\cos(x - y) = \cos x \cdot \cos y + \sin x \cdot \sin y.$

- Špeciálne  $\cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = \sin x.$

[Z každého z týchto vzorcov môžeme odvodiť všetky ostatné súčtové vzorce.]

Pre všetky  $x \in \mathbb{R}$  platí:

[Vzorce pre dvojnásobné uhly.]

- $\sin 2x = 2 \sin x \cdot \cos x.$

# Goniometrické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky  $x, y \in \mathbb{R}$  platí:

[Základné súčtové vzorce.]

- $\sin(x + y) = \sin x \cdot \cos y + \cos x \cdot \sin y.$

- Špeciálne  $\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \cos x.$

- $\sin(x - y) = \sin x \cdot \cos y - \cos x \cdot \sin y.$

- Špeciálne  $\sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = -\cos x.$

- $\cos(x + y) = \cos x \cdot \cos y - \sin x \cdot \sin y.$

- Špeciálne  $\cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = -\sin x.$

- $\cos(x - y) = \cos x \cdot \cos y + \sin x \cdot \sin y.$

- Špeciálne  $\cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = \sin x.$

[Z každého z týchto vzorcov môžeme odvodiť všetky ostatné súčtové vzorce.]

Pre všetky  $x \in \mathbb{R}$  platí:

[Vzorce pre dvojnásobné uhly.]

- $\sin 2x = 2 \sin x \cdot \cos x.$

- Špeciálne  $\sin x = 2 \sin \frac{x}{2} \cdot \cos \frac{x}{2}.$



# Goniometrické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky  $x, y \in \mathbb{R}$  platí:

[Základné súčtové vzorce.]

- $\sin(x + y) = \sin x \cdot \cos y + \cos x \cdot \sin y.$
  - $\sin(x - y) = \sin x \cdot \cos y - \cos x \cdot \sin y.$
  - $\cos(x + y) = \cos x \cdot \cos y - \sin x \cdot \sin y.$
  - $\cos(x - y) = \cos x \cdot \cos y + \sin x \cdot \sin y.$
- Špeciálne  $\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \cos x.$
  - Špeciálne  $\sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = -\cos x.$
  - Špeciálne  $\cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = -\sin x.$
  - Špeciálne  $\cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = \sin x.$

[Z každého z týchto vzorcov môžeme odvodiť všetky ostatné súčtové vzorce.]

Pre všetky  $x \in \mathbb{R}$  platí:

[Vzorce pre dvojnásobné uhly.]

- $\sin 2x = 2 \sin x \cdot \cos x.$
  - $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x.$
- Špeciálne  $\sin x = 2 \sin \frac{x}{2} \cdot \cos \frac{x}{2}.$

# Goniometrické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky  $x, y \in \mathbb{R}$  platí:

[Základné súčtové vzorce.]

- $\sin(x + y) = \sin x \cdot \cos y + \cos x \cdot \sin y.$

- Špeciálne  $\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \cos x.$

- $\sin(x - y) = \sin x \cdot \cos y - \cos x \cdot \sin y.$

- Špeciálne  $\sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = -\cos x.$

- $\cos(x + y) = \cos x \cdot \cos y - \sin x \cdot \sin y.$

- Špeciálne  $\cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = -\sin x.$

- $\cos(x - y) = \cos x \cdot \cos y + \sin x \cdot \sin y.$

- Špeciálne  $\cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = \sin x.$

[Z každého z týchto vzorcov môžeme odvodiť všetky ostatné súčtové vzorce.]

Pre všetky  $x \in \mathbb{R}$  platí:

[Vzorce pre dvojnásobné uhly.]

- $\sin 2x = 2 \sin x \cdot \cos x.$

- Špeciálne  $\sin x = 2 \sin \frac{x}{2} \cdot \cos \frac{x}{2}.$

- $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x.$

- Špeciálne  $\cos x = \cos^2 \frac{x}{2} - \sin^2 \frac{x}{2}.$

# Goniometrické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky  $x, y \in \mathbb{R}$  platí:

[Základné súčtové vzorce.]

- $\sin(x + y) = \sin x \cdot \cos y + \cos x \cdot \sin y.$
  - $\sin(x - y) = \sin x \cdot \cos y - \cos x \cdot \sin y.$
  - $\cos(x + y) = \cos x \cdot \cos y - \sin x \cdot \sin y.$
  - $\cos(x - y) = \cos x \cdot \cos y + \sin x \cdot \sin y.$
- Špeciálne  $\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \cos x.$
  - Špeciálne  $\sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = -\cos x.$
  - Špeciálne  $\cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = -\sin x.$
  - Špeciálne  $\cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = \sin x.$

[Z každého z týchto vzorcov môžeme odvodiť všetky ostatné súčtové vzorce.]

Pre všetky  $x \in \mathbb{R}$  platí:

[Vzorce pre dvojnásobné uhly.]

- $\sin 2x = 2 \sin x \cdot \cos x.$
  - $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x.$
- Špeciálne  $\sin x = 2 \sin \frac{x}{2} \cdot \cos \frac{x}{2}.$
  - Špeciálne  $\cos x = \cos^2 \frac{x}{2} - \sin^2 \frac{x}{2}.$

Pre všetky  $x \in \mathbb{R}$  platí:

[Vzorce pre polovičné uhly.]



# Goniometrické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky  $x, y \in \mathbb{R}$  platí:

[Základné súčtové vzorce.]

- $\sin(x + y) = \sin x \cdot \cos y + \cos x \cdot \sin y.$
  - $\sin(x - y) = \sin x \cdot \cos y - \cos x \cdot \sin y.$
  - $\cos(x + y) = \cos x \cdot \cos y - \sin x \cdot \sin y.$
  - $\cos(x - y) = \cos x \cdot \cos y + \sin x \cdot \sin y.$
- Špeciálne  $\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \cos x.$
  - Špeciálne  $\sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = -\cos x.$
  - Špeciálne  $\cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = -\sin x.$
  - Špeciálne  $\cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = \sin x.$

[Z každého z týchto vzorcov môžeme odvodiť všetky ostatné súčtové vzorce.]

Pre všetky  $x \in \mathbb{R}$  platí:

[Vzorce pre dvojnásobné uhly.]

- $\sin 2x = 2 \sin x \cdot \cos x.$
  - $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x.$
- Špeciálne  $\sin x = 2 \sin \frac{x}{2} \cdot \cos \frac{x}{2}.$
  - Špeciálne  $\cos x = \cos^2 \frac{x}{2} - \sin^2 \frac{x}{2}.$

Pre všetky  $x \in \mathbb{R}$  platí:

[Vzorce pre polovičné uhly.]

- $\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}.$

# Goniometrické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky  $x, y \in \mathbb{R}$  platí:

[Základné súčtové vzorce.]

- $\sin(x + y) = \sin x \cdot \cos y + \cos x \cdot \sin y.$
  - $\sin(x - y) = \sin x \cdot \cos y - \cos x \cdot \sin y.$
  - $\cos(x + y) = \cos x \cdot \cos y - \sin x \cdot \sin y.$
  - $\cos(x - y) = \cos x \cdot \cos y + \sin x \cdot \sin y.$
- Špeciálne  $\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \cos x.$
  - Špeciálne  $\sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = -\cos x.$
  - Špeciálne  $\cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = -\sin x.$
  - Špeciálne  $\cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = \sin x.$

[Z každého z týchto vzorcov môžeme odvodiť všetky ostatné súčtové vzorce.]

Pre všetky  $x \in \mathbb{R}$  platí:

[Vzorce pre dvojnásobné uhly.]

- $\sin 2x = 2 \sin x \cdot \cos x.$
  - $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x.$
- Špeciálne  $\sin x = 2 \sin \frac{x}{2} \cdot \cos \frac{x}{2}.$
  - Špeciálne  $\cos x = \cos^2 \frac{x}{2} - \sin^2 \frac{x}{2}.$

Pre všetky  $x \in \mathbb{R}$  platí:

[Vzorce pre polovičné uhly.]

- $\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}.$
- Špeciálne  $\sin^2 \frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{2}.$

# Goniometrické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky  $x, y \in \mathbb{R}$  platí:

[Základné súčtové vzorce.]

- $\sin(x + y) = \sin x \cdot \cos y + \cos x \cdot \sin y.$
  - $\sin(x - y) = \sin x \cdot \cos y - \cos x \cdot \sin y.$
  - $\cos(x + y) = \cos x \cdot \cos y - \sin x \cdot \sin y.$
  - $\cos(x - y) = \cos x \cdot \cos y + \sin x \cdot \sin y.$
- Špeciálne  $\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \cos x.$
  - Špeciálne  $\sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = -\cos x.$
  - Špeciálne  $\cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = -\sin x.$
  - Špeciálne  $\cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = \sin x.$

[Z každého z týchto vzorcov môžeme odvodiť všetky ostatné súčtové vzorce.]

Pre všetky  $x \in \mathbb{R}$  platí:

[Vzorce pre dvojnásobné uhly.]

- $\sin 2x = 2 \sin x \cdot \cos x.$
  - $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x.$
- Špeciálne  $\sin x = 2 \sin \frac{x}{2} \cdot \cos \frac{x}{2}.$
  - Špeciálne  $\cos x = \cos^2 \frac{x}{2} - \sin^2 \frac{x}{2}.$

Pre všetky  $x \in \mathbb{R}$  platí:

[Vzorce pre polovičné uhly.]

- $\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}.$
  - $\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}.$
- Špeciálne  $\sin^2 \frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{2}.$

# Goniometrické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky  $x, y \in \mathbb{R}$  platí:

[Základné súčtové vzorce.]

- $\sin(x + y) = \sin x \cdot \cos y + \cos x \cdot \sin y.$
  - $\sin(x - y) = \sin x \cdot \cos y - \cos x \cdot \sin y.$
  - $\cos(x + y) = \cos x \cdot \cos y - \sin x \cdot \sin y.$
  - $\cos(x - y) = \cos x \cdot \cos y + \sin x \cdot \sin y.$
- Špeciálne  $\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \cos x.$
  - Špeciálne  $\sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = -\cos x.$
  - Špeciálne  $\cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = -\sin x.$
  - Špeciálne  $\cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = \sin x.$

[Z každého z týchto vzorcov môžeme odvodiť všetky ostatné súčtové vzorce.]

Pre všetky  $x \in \mathbb{R}$  platí:

[Vzorce pre dvojnásobné uhly.]

- $\sin 2x = 2 \sin x \cdot \cos x.$
  - $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x.$
- Špeciálne  $\sin x = 2 \sin \frac{x}{2} \cdot \cos \frac{x}{2}.$
  - Špeciálne  $\cos x = \cos^2 \frac{x}{2} - \sin^2 \frac{x}{2}.$

Pre všetky  $x \in \mathbb{R}$  platí:

[Vzorce pre polovičné uhly.]

- $\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}.$
  - $\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}.$
- Špeciálne  $\sin^2 \frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{2}.$
  - Špeciálne  $\cos^2 \frac{x}{2} = \frac{1 + \cos x}{2}.$

# Goniometrické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky  $x, y \in \mathbb{R}$  platí:





# Goniometrické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky  $x, y \in \mathbb{R}$  platí:

- $\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cdot \cos \frac{x-y}{2}.$

# Goniometrické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky  $x, y \in \mathbb{R}$  platí:

- $\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cdot \cos \frac{x-y}{2}.$

- $\sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cdot \sin \frac{x-y}{2}.$

# Goniometrické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky  $x, y \in \mathbb{R}$  platí:

- $\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cdot \cos \frac{x-y}{2}$ .
- $\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cdot \cos \frac{x-y}{2}$ .
- $\sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cdot \sin \frac{x-y}{2}$ .

# Goniometrické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky  $x, y \in \mathbb{R}$  platí:

- $\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cdot \cos \frac{x-y}{2}$ .
- $\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cdot \cos \frac{x-y}{2}$ .
- $\sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cdot \sin \frac{x-y}{2}$ .
- $\cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \cdot \sin \frac{x-y}{2}$ .

# Goniometrické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky  $x, y \in \mathbb{R}$  platí:





- $\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cdot \cos \frac{x-y}{2}$ .
- $\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cdot \cos \frac{x-y}{2}$ .
- $\sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cdot \sin \frac{x-y}{2}$ .
- $\cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \cdot \sin \frac{x-y}{2}$ .

Pre všetky  $x, y \in \mathbb{R}$  platí:




# Goniometrické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky  $x, y \in \mathbb{R}$  platí:

- $\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cdot \cos \frac{x-y}{2}$  
- $\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cdot \cos \frac{x-y}{2}$  
- $\sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cdot \sin \frac{x-y}{2}$  
- $\cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \cdot \sin \frac{x-y}{2}$  





Pre všetky  $x, y \in \mathbb{R}$  platí:

- $\sin x \cdot \cos y = \frac{\sin(x+y) + \sin(x-y)}{2}$  



# Goniometrické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky  $x, y \in \mathbb{R}$  platí:

- $\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cdot \cos \frac{x-y}{2}$  
- $\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cdot \cos \frac{x-y}{2}$  
- $\sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cdot \sin \frac{x-y}{2}$  
- $\cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \cdot \sin \frac{x-y}{2}$  

Pre všetky  $x, y \in \mathbb{R}$  platí:

- $\sin x \cdot \cos y = \frac{\sin(x+y) + \sin(x-y)}{2}$  
- $\cos x \cdot \sin y = \frac{\sin(x+y) - \sin(x-y)}{2}$  

# Goniometrické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky  $x, y \in \mathbb{R}$  platí:

- $\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cdot \cos \frac{x-y}{2}$ .
- $\sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cdot \sin \frac{x-y}{2}$ .
- $\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cdot \cos \frac{x-y}{2}$ .
- $\cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \cdot \sin \frac{x-y}{2}$ .

Pre všetky  $x, y \in \mathbb{R}$  platí:

- $\sin x \cdot \cos y = \frac{\sin(x+y) + \sin(x-y)}{2}$ .
- $\cos x \cdot \cos y = \frac{\cos(x+y) + \cos(x-y)}{2}$ .
- $\cos x \cdot \sin y = \frac{\sin(x+y) - \sin(x-y)}{2}$ .



# Goniometrické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky  $x, y \in \mathbb{R}$  platí:

- $\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cdot \cos \frac{x-y}{2}$ .
- $\sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cdot \sin \frac{x-y}{2}$ .
- $\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cdot \cos \frac{x-y}{2}$ .
- $\cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \cdot \sin \frac{x-y}{2}$ .

Pre všetky  $x, y \in \mathbb{R}$  platí:

- $\sin x \cdot \cos y = \frac{\sin(x+y) + \sin(x-y)}{2}$ .
- $\cos x \cdot \cos y = \frac{\cos(x+y) + \cos(x-y)}{2}$ .
- $\cos x \cdot \sin y = \frac{\sin(x+y) - \sin(x-y)}{2}$ .
- $\sin x \cdot \sin y = \frac{-\cos(x+y) + \cos(x-y)}{2}$ .

# Goniometrické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky  $x, y \in \mathbb{R}$  platí:

- $\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cdot \cos \frac{x-y}{2}$ .
- $\sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cdot \sin \frac{x-y}{2}$ .
- $\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cdot \cos \frac{x-y}{2}$ .
- $\cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \cdot \sin \frac{x-y}{2}$ .

Pre všetky  $x, y \in \mathbb{R}$  platí:

- $\sin x \cdot \cos y = \frac{\sin(x+y) + \sin(x-y)}{2}$ .
- $\cos x \cdot \cos y = \frac{\cos(x+y) + \cos(x-y)}{2}$ .
- $\cos x \cdot \sin y = \frac{\sin(x+y) - \sin(x-y)}{2}$ .
- $\sin x \cdot \sin y = \frac{-\cos(x+y) + \cos(x-y)}{2}$ .

Pre všetky  $x, y \in \mathbb{R}$  platí:



# Goniometrické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky  $x, y \in \mathbb{R}$  platí:

- $\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cdot \cos \frac{x-y}{2}$ .
- $\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cdot \cos \frac{x-y}{2}$ .
- $\sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cdot \sin \frac{x-y}{2}$ .
- $\cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \cdot \sin \frac{x-y}{2}$ .

Pre všetky  $x, y \in \mathbb{R}$  platí:

- $\sin x \cdot \cos y = \frac{\sin(x+y) + \sin(x-y)}{2}$ .
- $\cos x \cdot \cos y = \frac{\cos(x+y) + \cos(x-y)}{2}$ .
- $\cos x \cdot \sin y = \frac{\sin(x+y) - \sin(x-y)}{2}$ .
- $\sin x \cdot \sin y = \frac{-\cos(x+y) + \cos(x-y)}{2}$ .

Pre všetky  $x, y \in \mathbb{R}$  platí:

- $\sin(x+y) \cdot \sin(x-y) = \sin^2 x - \sin^2 y = \cos^2 y - \cos^2 x$ .

# Goniometrické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky  $x, y \in \mathbb{R}$  platí:

- $\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cdot \cos \frac{x-y}{2}$ .
- $\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cdot \cos \frac{x-y}{2}$ .
- $\sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cdot \sin \frac{x-y}{2}$ .
- $\cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \cdot \sin \frac{x-y}{2}$ .

Pre všetky  $x, y \in \mathbb{R}$  platí:

- $\sin x \cdot \cos y = \frac{\sin(x+y) + \sin(x-y)}{2}$ .
- $\cos x \cdot \cos y = \frac{\cos(x+y) + \cos(x-y)}{2}$ .
- $\cos x \cdot \sin y = \frac{\sin(x+y) - \sin(x-y)}{2}$ .
- $\sin x \cdot \sin y = \frac{-\cos(x+y) + \cos(x-y)}{2}$ .

Pre všetky  $x, y \in \mathbb{R}$  platí:

- $\sin(x+y) \cdot \sin(x-y) = \sin^2 x - \sin^2 y = \cos^2 y - \cos^2 x$ .
- $\cos(x+y) \cdot \cos(x-y) = \cos^2 x - \sin^2 y = \cos^2 y - \sin^2 x$ .

# Goniometrické funkcie – Tangens, kotangens

Funkcia  $f: y = \operatorname{tg} x$ .

[Funkcia tangens.]

Funkcia  $f: y = \operatorname{cotg} x$ .

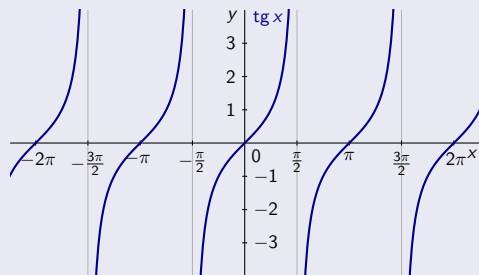
[Funkcia kotangens.]

# Goniometrické funkcie – Tangens, kotangens

Funkcia  $f: y = \operatorname{tg} x$ .

[Funkcia tangens.]

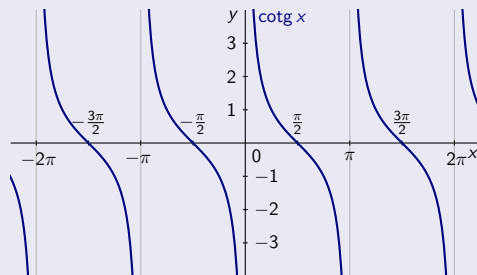
- $D(f) = R - \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .



Funkcia  $f: y = \operatorname{cotg} x$ .

[Funkcia kotangens.]

- $D(f) = R - \{0 + k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ .

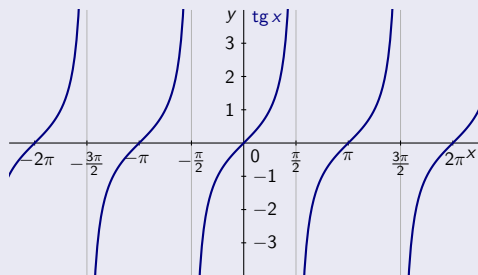


# Goniometrické funkcie – Tangens, kotangens

Funkcia  $f: y = \operatorname{tg} x$ .

[Funkcia tangens.]

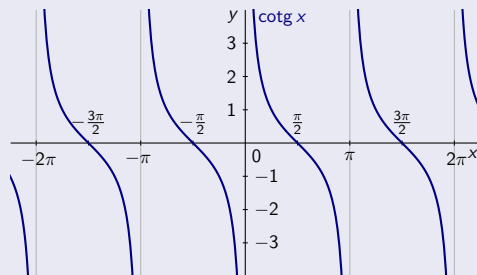
- $D(f) = R - \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in Z \right\}$ .
- $H(f) = R$ .



Funkcia  $f: y = \operatorname{cotg} x$ .

[Funkcia kotangens.]

- $D(f) = R - \{0 + k\pi, k \in Z\}$ .
- $H(f) = R$ .

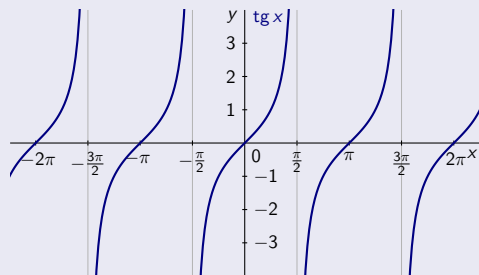


# Goniometrické funkcie – Tangens, kotangens

Funkcia  $f: y = \operatorname{tg} x$ .

[Funkcia tangens.]

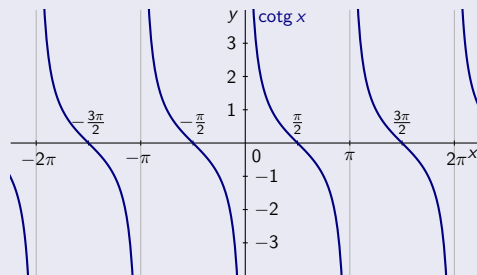
- $D(f) = R - \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in Z \right\}$ .
- $H(f) = R$ .
- Graf nazývame **tangenta**.



Funkcia  $f: y = \operatorname{cotg} x$ .

[Funkcia kotangens.]

- $D(f) = R - \{0 + k\pi, k \in Z\}$ .
- $H(f) = R$ .
- Graf nazývame **kotangenta**.



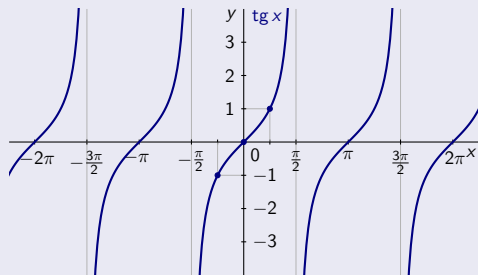


# Goniometrické funkcie – Tangens, kotangens

Funkcia  $f: y = \operatorname{tg} x$ .

[Funkcia tangens.]

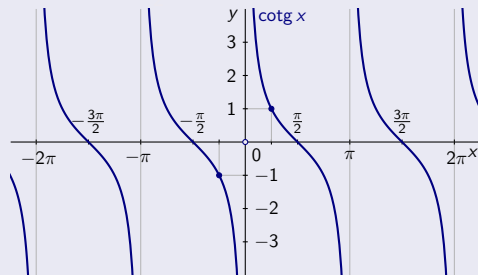
- $D(f) = R - \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in Z \right\}$ .
- $H(f) = R$ . • Graf nazývame **tangenta**.
- $f$  je nepárna.



Funkcia  $f: y = \operatorname{cotg} x$ .

[Funkcia kotangens.]

- $D(f) = R - \{0 + k\pi, k \in Z\}$ .
- $H(f) = R$ . • Graf nazývame **kotangenta**.
- $f$  je nepárna.

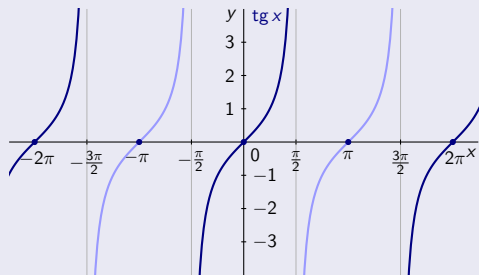


# Goniometrické funkcie – Tangens, kotangens

Funkcia  $f: y = \operatorname{tg} x$ .

[Funkcia tangens.]

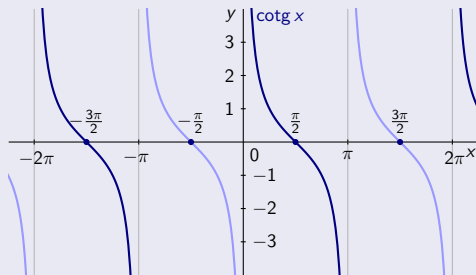
- $D(f) = R - \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in Z \right\}$ .
- $H(f) = R$ . • Graf nazývame **tangenta**.
- $f$  je nepárna.
- $f$  je periodická,



Funkcia  $f: y = \operatorname{cotg} x$ .

[Funkcia kotangens.]

- $D(f) = R - \{0 + k\pi, k \in Z\}$ .
- $H(f) = R$ . • Graf nazývame **kotangenta**.
- $f$  je nepárna.
- $f$  je periodická,

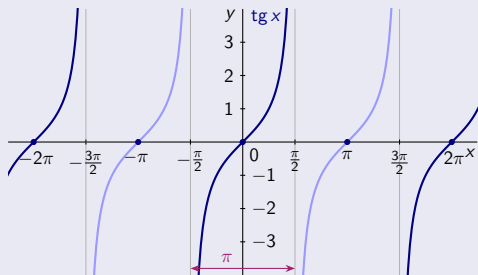


# Goniometrické funkcie – Tangens, kotangens

Funkcia  $f: y = \operatorname{tg} x$ .

[Funkcia tangens.]

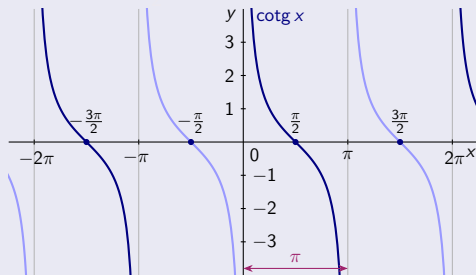
- $D(f) = R - \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in Z \right\}$ .
- $H(f) = R$ . • Graf nazývame **tangenta**.
- $f$  je nepárna.
- $f$  je periodická, primitívna perióda  $p = \pi$ .



Funkcia  $f: y = \operatorname{cotg} x$ .

[Funkcia kotangens.]

- $D(f) = R - \{0 + k\pi, k \in Z\}$ .
- $H(f) = R$ . • Graf nazývame **kotangenta**.
- $f$  je nepárna.
- $f$  je periodická, primitívna perióda  $p = \pi$ .

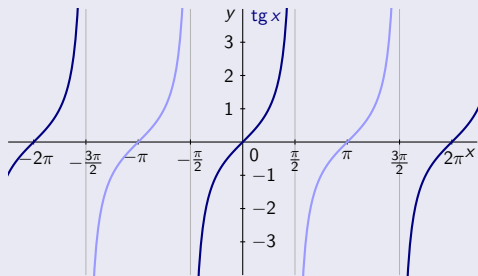


# Goniometrické funkcie – Tangens, kotangens

Funkcia  $f: y = \operatorname{tg} x$ .

[Funkcia tangens.]

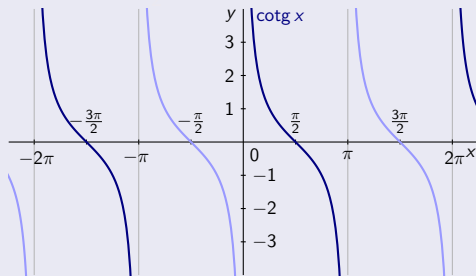
- $D(f) = R - \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .
- $H(f) = R$ . • Graf nazývame **tangenta**.
- $f$  je nepárna.
- $f$  je periodická, primitívna perióda  $p = \pi$ .
- $f$  rastie na  $\left(-\frac{\pi}{2} + k\pi; \frac{\pi}{2} + k\pi\right), k \in \mathbb{Z}$ .



Funkcia  $f: y = \operatorname{cotg} x$ .

[Funkcia kotangens.]

- $D(f) = R - \{0 + k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ .
- $H(f) = R$ . • Graf nazývame **kotangenta**.
- $f$  je nepárna.
- $f$  je periodická, primitívna perióda  $p = \pi$ .
- $f$  klesá na  $(0 + k\pi; \pi + k\pi), k \in \mathbb{Z}$ .

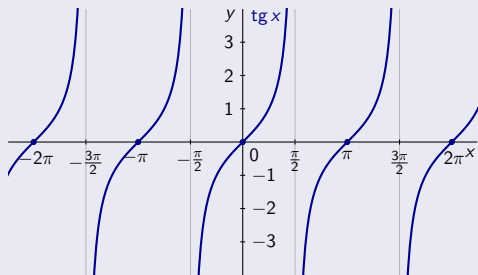


# Goniometrické funkcie – Tangens, kotangens

Funkcia  $f: y = \operatorname{tg} x$ .

[Funkcia tangens.]

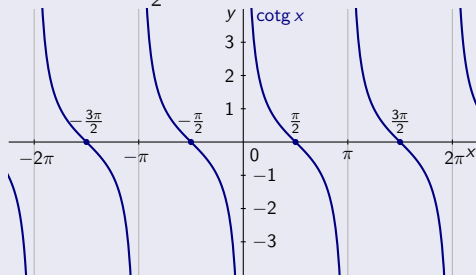
- $D(f) = R - \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .
- $H(f) = R$ . • Graf nazývame **tangenta**.
- $f$  je nepárna.
- $f$  je periodická, primitívna perióda  $p = \pi$ .
- $f$  rastie na  $\left(-\frac{\pi}{2} + k\pi; \frac{\pi}{2} + k\pi\right), k \in \mathbb{Z}$ .
- Korene sú  $0 + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .



Funkcia  $f: y = \operatorname{cotg} x$ .

[Funkcia kotangens.]

- $D(f) = R - \{0 + k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ .
- $H(f) = R$ . • Graf nazývame **kotangenta**.
- $f$  je nepárna.
- $f$  je periodická, primitívna perióda  $p = \pi$ .
- $f$  klesá na  $(0 + k\pi; \pi + k\pi), k \in \mathbb{Z}$ .
- Korene sú  $\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

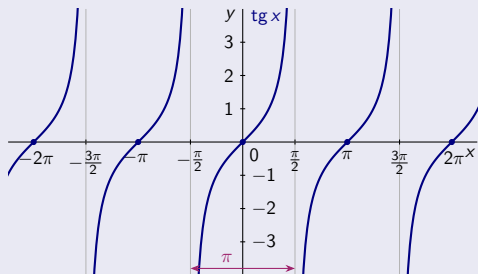


# Goniometrické funkcie – Tangens, kotangens

Funkcia  $f: y = \operatorname{tg} x$ .

[Funkcia tangens.]

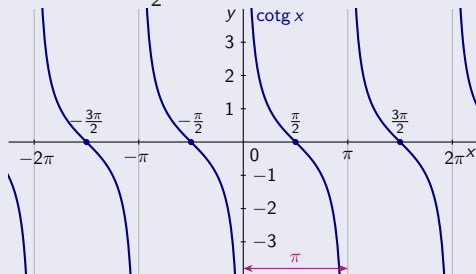
- $D(f) = R - \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .
- $H(f) = R$ . • Graf nazývame **tangenta**.
- $f$  je nepárna.
- $f$  je periodická, primitívna perióda  $p = \pi$ .
- $f$  rastie na  $\left(-\frac{\pi}{2} + k\pi; \frac{\pi}{2} + k\pi\right), k \in \mathbb{Z}$ .
- Korene sú  $0 + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .



Funkcia  $f: y = \operatorname{cotg} x$ .

[Funkcia kotangens.]

- $D(f) = R - \{0 + k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ .
- $H(f) = R$ . • Graf nazývame **kotangenta**.
- $f$  je nepárna.
- $f$  je periodická, primitívna perióda  $p = \pi$ .
- $f$  klesá na  $(0 + k\pi; \pi + k\pi), k \in \mathbb{Z}$ .
- Korene sú  $\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .



# Goniometrické funkcie – Prevodové vzorce

Pre všetky  $x, y \in \mathbb{R}$  (pokiaľ sú príslušné výrazy definované) platí:

[Súčtové vzorce pre tangens a kotangens.]



# Goniometrické funkcie – Prevodové vzorce

Pre všetky  $x, y \in \mathbb{R}$  (pokiaľ sú príslušné výrazy definované) platí:

[Súčtové vzorce pre tangens a kotangens.]

- $\operatorname{tg}(x + y) = \frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y}{1 - \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y}$





# Goniometrické funkcie – Prevodové vzorce

Pre všetky  $x, y \in R$  (pokiaľ sú príslušné výrazy definované) platí:

[Súčtové vzorce pre tangens a kotangens.]

- $\operatorname{tg}(x + y) = \frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y}{1 - \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y}$

- $\operatorname{tg}(x - y) = \frac{\operatorname{tg} x - \operatorname{tg} y}{1 + \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y}$

# Goniometrické funkcie – Prevodové vzorce

Pre všetky  $x, y \in \mathbb{R}$  (pokiaľ sú príslušné výrazy definované) platí:

[Súčtové vzorce pre tangens a kotangens.]

$$\bullet \operatorname{tg}(x + y) = \frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y}{1 - \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y}.$$

$$\bullet \operatorname{cotg}(x + y) = \frac{\operatorname{cotg} x \cdot \operatorname{cotg} y - 1}{\operatorname{cotg} y + \operatorname{cotg} x}.$$

$$\bullet \operatorname{tg}(x - y) = \frac{\operatorname{tg} x - \operatorname{tg} y}{1 + \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y}.$$

# Goniometrické funkcie – Prevodové vzorce

Pre všetky  $x, y \in \mathbb{R}$  (pokiaľ sú príslušné výrazy definované) platí:

[Súčtové vzorce pre tangens a kotangens.]

$$\bullet \operatorname{tg}(x + y) = \frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y}{1 - \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y}.$$

$$\bullet \operatorname{tg}(x - y) = \frac{\operatorname{tg} x - \operatorname{tg} y}{1 + \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y}.$$

$$\bullet \operatorname{cotg}(x + y) = \frac{\operatorname{cotg} x \cdot \operatorname{cotg} y - 1}{\operatorname{cotg} y + \operatorname{cotg} x}.$$

$$\bullet \operatorname{cotg}(x - y) = \frac{\operatorname{cotg} x \cdot \operatorname{cotg} y + 1}{\operatorname{cotg} y - \operatorname{cotg} x}.$$

# Goniometrické funkcie – Prevodové vzorce

Pre všetky  $x, y \in \mathbb{R}$  (pokiaľ sú príslušné výrazy definované) platí:

[Súčtové vzorce pre tangens a kotangens.]

$$\bullet \operatorname{tg}(x + y) = \frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y}{1 - \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y}.$$

$$\bullet \operatorname{tg}(x - y) = \frac{\operatorname{tg} x - \operatorname{tg} y}{1 + \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y}.$$

$$\bullet \operatorname{tg} 2x = \frac{2 \operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{tg}^2 x} = \frac{2}{\operatorname{cotg} x - \operatorname{tg} x}.$$

$$\bullet \operatorname{cotg}(x + y) = \frac{\operatorname{cotg} x \cdot \operatorname{cotg} y - 1}{\operatorname{cotg} y + \operatorname{cotg} x}.$$

$$\bullet \operatorname{cotg}(x - y) = \frac{\operatorname{cotg} x \cdot \operatorname{cotg} y + 1}{\operatorname{cotg} y - \operatorname{cotg} x}.$$

# Goniometrické funkcie – Prevodové vzorce

Pre všetky  $x, y \in \mathbb{R}$  (pokiaľ sú príslušné výrazy definované) platí:

[Súčtové vzorce pre tangens a kotangens.]

$$\bullet \operatorname{tg}(x + y) = \frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y}{1 - \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y}.$$

$$\bullet \operatorname{tg}(x - y) = \frac{\operatorname{tg} x - \operatorname{tg} y}{1 + \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y}.$$

$$\bullet \operatorname{tg} 2x = \frac{2 \operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{tg}^2 x} = \frac{2}{\operatorname{cotg} x - \operatorname{tg} x}.$$

$$\bullet \operatorname{cotg}(x + y) = \frac{\operatorname{cotg} x \cdot \operatorname{cotg} y - 1}{\operatorname{cotg} y + \operatorname{cotg} x}.$$

$$\bullet \operatorname{cotg}(x - y) = \frac{\operatorname{cotg} x \cdot \operatorname{cotg} y + 1}{\operatorname{cotg} y - \operatorname{cotg} x}.$$

$$\bullet \operatorname{cotg} 2x = \frac{\operatorname{cotg}^2 x - 1}{2 \operatorname{cotg} x} = \frac{\operatorname{cotg} x - \operatorname{tg} x}{2}.$$

# Goniometrické funkcie – Prevodové vzorce

Pre všetky  $x, y \in R$  (pokiaľ sú príslušné výrazy definované) platí:

[Súčtové vzorce pre tangens a kotangens.]

$$\bullet \operatorname{tg}(x + y) = \frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y}{1 - \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y}.$$

$$\bullet \operatorname{tg}(x - y) = \frac{\operatorname{tg} x - \operatorname{tg} y}{1 + \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y}.$$

$$\bullet \operatorname{tg} 2x = \frac{2 \operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{tg}^2 x} = \frac{2}{\operatorname{cotg} x - \operatorname{tg} x}.$$

$$\bullet \operatorname{cotg}(x + y) = \frac{\operatorname{cotg} x \cdot \operatorname{cotg} y - 1}{\operatorname{cotg} y + \operatorname{cotg} x}.$$

$$\bullet \operatorname{cotg}(x - y) = \frac{\operatorname{cotg} x \cdot \operatorname{cotg} y + 1}{\operatorname{cotg} y - \operatorname{cotg} x}.$$

$$\bullet \operatorname{cotg} 2x = \frac{\operatorname{cotg}^2 x - 1}{2 \operatorname{cotg} x} = \frac{\operatorname{cotg} x - \operatorname{tg} x}{2}.$$

Pre všetky  $x \in R$ ,  $x \neq k \frac{\pi}{2}$ ,  $k \in Z$  platí:

Pre všetky  $x \in (0; \frac{\pi}{2})$  platí:

# Goniometrické funkcie – Prevodové vzorce

Pre všetky  $x, y \in R$  (pokiaľ sú príslušné výrazy definované) platí:

[Súčtové vzorce pre tangens a kotangens.]

$$\bullet \operatorname{tg}(x + y) = \frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y}{1 - \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y}.$$

$$\bullet \operatorname{tg}(x - y) = \frac{\operatorname{tg} x - \operatorname{tg} y}{1 + \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y}.$$

$$\bullet \operatorname{tg} 2x = \frac{2 \operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{tg}^2 x} = \frac{2}{\operatorname{cotg} x - \operatorname{tg} x}.$$

$$\bullet \operatorname{cotg}(x + y) = \frac{\operatorname{cotg} x \cdot \operatorname{cotg} y - 1}{\operatorname{cotg} y + \operatorname{cotg} x}.$$

$$\bullet \operatorname{cotg}(x - y) = \frac{\operatorname{cotg} x \cdot \operatorname{cotg} y + 1}{\operatorname{cotg} y - \operatorname{cotg} x}.$$

$$\bullet \operatorname{cotg} 2x = \frac{\operatorname{cotg}^2 x - 1}{2 \operatorname{cotg} x} = \frac{\operatorname{cotg} x - \operatorname{tg} x}{2}.$$

Pre všetky  $x \in R$ ,  $x \neq k \frac{\pi}{2}$ ,  $k \in Z$  platí:

$$\bullet \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{cotg} x = \frac{\sin x}{\cos x} \cdot \frac{\cos x}{\sin x} = 1.$$

Pre všetky  $x \in (0; \frac{\pi}{2})$  platí:



# Goniometrické funkcie – Prevodové vzorce

Pre všetky  $x, y \in R$  (pokiaľ sú príslušné výrazy definované) platí:

[Súčtové vzorce pre tangens a kotangens.]

$$\bullet \operatorname{tg}(x + y) = \frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y}{1 - \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y}.$$

$$\bullet \operatorname{tg}(x - y) = \frac{\operatorname{tg} x - \operatorname{tg} y}{1 + \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y}.$$

$$\bullet \operatorname{tg} 2x = \frac{2 \operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{tg}^2 x} = \frac{2}{\operatorname{cotg} x - \operatorname{tg} x}.$$

$$\bullet \operatorname{cotg}(x + y) = \frac{\operatorname{cotg} x \cdot \operatorname{cotg} y - 1}{\operatorname{cotg} y + \operatorname{cotg} x}.$$

$$\bullet \operatorname{cotg}(x - y) = \frac{\operatorname{cotg} x \cdot \operatorname{cotg} y + 1}{\operatorname{cotg} y - \operatorname{cotg} x}.$$

$$\bullet \operatorname{cotg} 2x = \frac{\operatorname{cotg}^2 x - 1}{2 \operatorname{cotg} x} = \frac{\operatorname{cotg} x - \operatorname{tg} x}{2}.$$

Pre všetky  $x \in R$ ,  $x \neq k \frac{\pi}{2}$ ,  $k \in Z$  platí:

$$\bullet \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{cotg} x = \frac{\sin x}{\cos x} \cdot \frac{\cos x}{\sin x} = 1.$$

Pre všetky  $x \in (0; \frac{\pi}{2})$  platí:

$$\bullet 0 < \sin x < x < \operatorname{tg} x.$$



# Goniometrické funkcie – Prevodové vzorce

Pre všetky  $x, y \in R$  (pokiaľ sú príslušné výrazy definované) platí:

[Súčtové vzorce pre tangens a kotangens.]

$$\bullet \operatorname{tg}(x + y) = \frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y}{1 - \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y}.$$

$$\bullet \operatorname{tg}(x - y) = \frac{\operatorname{tg} x - \operatorname{tg} y}{1 + \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y}.$$

$$\bullet \operatorname{tg} 2x = \frac{2 \operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{tg}^2 x} = \frac{2}{\operatorname{cotg} x - \operatorname{tg} x}.$$

$$\bullet \operatorname{cotg}(x + y) = \frac{\operatorname{cotg} x \cdot \operatorname{cotg} y - 1}{\operatorname{cotg} y + \operatorname{cotg} x}.$$

$$\bullet \operatorname{cotg}(x - y) = \frac{\operatorname{cotg} x \cdot \operatorname{cotg} y + 1}{\operatorname{cotg} y - \operatorname{cotg} x}.$$

$$\bullet \operatorname{cotg} 2x = \frac{\operatorname{cotg}^2 x - 1}{2 \operatorname{cotg} x} = \frac{\operatorname{cotg} x - \operatorname{tg} x}{2}.$$

Pre všetky  $x \in R$ ,  $x \neq k \frac{\pi}{2}$ ,  $k \in Z$  platí:

$$\bullet \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{cotg} x = \frac{\sin x}{\cos x} \cdot \frac{\cos x}{\sin x} = 1.$$

Pre všetky  $x \in (0; \frac{\pi}{2})$  platí:

$$\bullet 0 < \sin x < x < \operatorname{tg} x.$$

Pre všetky  $x \in (0; \frac{\pi}{2})$  platí:

$$\bullet \sin x$$

$$\bullet \cos x$$

$$\bullet \operatorname{tg} x = \frac{1}{\operatorname{cotg} x}$$

# Goniometrické funkcie – Prevodové vzorce

Pre všetky  $x, y \in \mathbb{R}$  (pokiaľ sú príslušné výrazy definované) platí:

[Súčtové vzorce pre tangens a kotangens.]

$$\bullet \operatorname{tg}(x + y) = \frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y}{1 - \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y}.$$

$$\bullet \operatorname{tg}(x - y) = \frac{\operatorname{tg} x - \operatorname{tg} y}{1 + \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y}.$$

$$\bullet \operatorname{tg} 2x = \frac{2 \operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{tg}^2 x} = \frac{2}{\operatorname{cotg} x - \operatorname{tg} x}.$$

$$\bullet \operatorname{cotg}(x + y) = \frac{\operatorname{cotg} x \cdot \operatorname{cotg} y - 1}{\operatorname{cotg} y + \operatorname{cotg} x}.$$

$$\bullet \operatorname{cotg}(x - y) = \frac{\operatorname{cotg} x \cdot \operatorname{cotg} y + 1}{\operatorname{cotg} y - \operatorname{cotg} x}.$$

$$\bullet \operatorname{cotg} 2x = \frac{\operatorname{cotg}^2 x - 1}{2 \operatorname{cotg} x} = \frac{\operatorname{cotg} x - \operatorname{tg} x}{2}.$$

Pre všetky  $x \in \mathbb{R}$ ,  $x \neq k \frac{\pi}{2}$ ,  $k \in \mathbb{Z}$  platí:

$$\bullet \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{cotg} x = \frac{\sin x}{\cos x} \cdot \frac{\cos x}{\sin x} = 1.$$

Pre všetky  $x \in (0; \frac{\pi}{2})$  platí:

$$\bullet 0 < \sin x < x < \operatorname{tg} x.$$

Pre všetky  $x \in (0; \frac{\pi}{2})$  platí:

[Oproti I. kvadrantu sa v príslušných vzťahoch v II., III. a IV. kvadrante líšia znamienka.]

$$\bullet \sin x$$

$$\bullet \cos x$$

$$\bullet \operatorname{tg} x = \frac{1}{\operatorname{cotg} x}$$

# Goniometrické funkcie – Prevodové vzorce

Pre všetky  $x, y \in R$  (pokiaľ sú príslušné výrazy definované) platí:

[Súčtové vzorce pre tangens a kotangens.]

$$\bullet \operatorname{tg}(x + y) = \frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y}{1 - \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y}$$

$$\bullet \operatorname{tg}(x - y) = \frac{\operatorname{tg} x - \operatorname{tg} y}{1 + \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y}$$

$$\bullet \operatorname{tg} 2x = \frac{2 \operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{tg}^2 x} = \frac{2}{\operatorname{cotg} x - \operatorname{tg} x}$$

$$\bullet \operatorname{cotg}(x + y) = \frac{\operatorname{cotg} x \cdot \operatorname{cotg} y - 1}{\operatorname{cotg} y + \operatorname{cotg} x}$$

$$\bullet \operatorname{cotg}(x - y) = \frac{\operatorname{cotg} x \cdot \operatorname{cotg} y + 1}{\operatorname{cotg} y - \operatorname{cotg} x}$$

$$\bullet \operatorname{cotg} 2x = \frac{\operatorname{cotg}^2 x - 1}{2 \operatorname{cotg} x} = \frac{\operatorname{cotg} x - \operatorname{tg} x}{2}$$

Pre všetky  $x \in R$ ,  $x \neq k \frac{\pi}{2}$ ,  $k \in Z$  platí:

$$\bullet \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{cotg} x = \frac{\sin x}{\cos x} \cdot \frac{\cos x}{\sin x} = 1.$$

Pre všetky  $x \in (0; \frac{\pi}{2})$  platí:

$$\bullet 0 < \sin x < x < \operatorname{tg} x.$$

Pre všetky  $x \in (0; \frac{\pi}{2})$  platí:

[Oproti I. kvadrantu sa v príslušných vzťahoch v II., III. a IV. kvadrante líšia znamienka.]

$$\bullet \sin x$$

$$\bullet \cos x = \sqrt{1 - \sin^2 x}$$

$$\bullet \operatorname{tg} x = \frac{1}{\operatorname{cotg} x} = \frac{\sin x}{\sqrt{1 - \sin^2 x}}$$

# Goniometrické funkcie – Prevodové vzorce

Pre všetky  $x, y \in \mathbb{R}$  (pokiaľ sú príslušné výrazy definované) platí:

[Súčtové vzorce pre tangens a kotangens.]

$$\bullet \operatorname{tg}(x + y) = \frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y}{1 - \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y}$$

$$\bullet \operatorname{tg}(x - y) = \frac{\operatorname{tg} x - \operatorname{tg} y}{1 + \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y}$$

$$\bullet \operatorname{tg} 2x = \frac{2 \operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{tg}^2 x} = \frac{2}{\operatorname{cotg} x - \operatorname{tg} x}$$

$$\bullet \operatorname{cotg}(x + y) = \frac{\operatorname{cotg} x \cdot \operatorname{cotg} y - 1}{\operatorname{cotg} y + \operatorname{cotg} x}$$

$$\bullet \operatorname{cotg}(x - y) = \frac{\operatorname{cotg} x \cdot \operatorname{cotg} y + 1}{\operatorname{cotg} y - \operatorname{cotg} x}$$

$$\bullet \operatorname{cotg} 2x = \frac{\operatorname{cotg}^2 x - 1}{2 \operatorname{cotg} x} = \frac{\operatorname{cotg} x - \operatorname{tg} x}{2}$$

Pre všetky  $x \in \mathbb{R}$ ,  $x \neq k \frac{\pi}{2}$ ,  $k \in \mathbb{Z}$  platí:

$$\bullet \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{cotg} x = \frac{\sin x}{\cos x} \cdot \frac{\cos x}{\sin x} = 1$$

Pre všetky  $x \in (0; \frac{\pi}{2})$  platí:

$$\bullet 0 < \sin x < x < \operatorname{tg} x$$

Pre všetky  $x \in (0; \frac{\pi}{2})$  platí:

[Oproti I. kvadrantu sa v príslušných vzťahoch v II., III. a IV. kvadrante líšia znamienka.]

$$\bullet \sin x$$

$$\bullet = \sqrt{1 - \cos^2 x}$$

$$\bullet \cos x$$

$$\bullet \operatorname{tg} x = \frac{1}{\operatorname{cotg} x}$$

$$\bullet = \frac{\sqrt{1 - \cos^2 x}}{\cos x}$$

# Goniometrické funkcie – Prevodové vzorce

Pre všetky  $x, y \in R$  (pokiaľ sú príslušné výrazy definované) platí:

[Súčtové vzorce pre tangens a kotangens.]

$$\bullet \operatorname{tg}(x + y) = \frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y}{1 - \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y}.$$

$$\bullet \operatorname{tg}(x - y) = \frac{\operatorname{tg} x - \operatorname{tg} y}{1 + \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y}.$$

$$\bullet \operatorname{tg} 2x = \frac{2 \operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{tg}^2 x} = \frac{2}{\operatorname{cotg} x - \operatorname{tg} x}.$$

$$\bullet \operatorname{cotg}(x + y) = \frac{\operatorname{cotg} x \cdot \operatorname{cotg} y - 1}{\operatorname{cotg} y + \operatorname{cotg} x}.$$

$$\bullet \operatorname{cotg}(x - y) = \frac{\operatorname{cotg} x \cdot \operatorname{cotg} y + 1}{\operatorname{cotg} y - \operatorname{cotg} x}.$$

$$\bullet \operatorname{cotg} 2x = \frac{\operatorname{cotg}^2 x - 1}{2 \operatorname{cotg} x} = \frac{\operatorname{cotg} x - \operatorname{tg} x}{2}.$$

Pre všetky  $x \in R$ ,  $x \neq k \frac{\pi}{2}$ ,  $k \in Z$  platí:

$$\bullet \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{cotg} x = \frac{\sin x}{\cos x} \cdot \frac{\cos x}{\sin x} = 1.$$

Pre všetky  $x \in (0; \frac{\pi}{2})$  platí:

$$\bullet 0 < \sin x < x < \operatorname{tg} x.$$

Pre všetky  $x \in (0; \frac{\pi}{2})$  platí:

[Oproti I. kvadrantu sa v príslušných vzťahoch v II., III. a IV. kvadrante líšia znamienka.]

$$\bullet \sin x$$

$$\bullet = \frac{\operatorname{tg} x}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 x}}$$

$$\bullet \cos x$$

$$\bullet = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 x}}$$

$$\bullet \operatorname{tg} x = \frac{1}{\operatorname{cotg} x}$$

# Goniometrické funkcie – Prevodové vzorce

Pre všetky  $x, y \in R$  (pokiaľ sú príslušné výrazy definované) platí:

[Súčtové vzorce pre tangens a kotangens.]

$$\bullet \operatorname{tg}(x + y) = \frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y}{1 - \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y}.$$

$$\bullet \operatorname{tg}(x - y) = \frac{\operatorname{tg} x - \operatorname{tg} y}{1 + \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y}.$$

$$\bullet \operatorname{tg} 2x = \frac{2 \operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{tg}^2 x} = \frac{2}{\operatorname{cotg} x - \operatorname{tg} x}.$$

$$\bullet \operatorname{cotg}(x + y) = \frac{\operatorname{cotg} x \cdot \operatorname{cotg} y - 1}{\operatorname{cotg} y + \operatorname{cotg} x}.$$

$$\bullet \operatorname{cotg}(x - y) = \frac{\operatorname{cotg} x \cdot \operatorname{cotg} y + 1}{\operatorname{cotg} y - \operatorname{cotg} x}.$$

$$\bullet \operatorname{cotg} 2x = \frac{\operatorname{cotg}^2 x - 1}{2 \operatorname{cotg} x} = \frac{\operatorname{cotg} x - \operatorname{tg} x}{2}.$$

Pre všetky  $x \in R$ ,  $x \neq k \frac{\pi}{2}$ ,  $k \in Z$  platí:

$$\bullet \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{cotg} x = \frac{\sin x}{\cos x} \cdot \frac{\cos x}{\sin x} = 1.$$

Pre všetky  $x \in (0; \frac{\pi}{2})$  platí:

$$\bullet 0 < \sin x < x < \operatorname{tg} x.$$

Pre všetky  $x \in (0; \frac{\pi}{2})$  platí:

[Oproti I. kvadrantu sa v príslušných vzťahoch v II., III. a IV. kvadrante líšia znamienka.]

$$\bullet \sin x$$

$$\bullet = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{cotg}^2 x}}.$$

$$\bullet \cos x$$

$$\bullet = \frac{\operatorname{cotg} x}{\sqrt{1 + \operatorname{cotg}^2 x}}.$$

$$\bullet \operatorname{tg} x = \frac{1}{\operatorname{cotg} x}$$

# Goniometrické funkcie – Prevodové vzorce

Pre všetky  $x, y \in R$  (pokiaľ sú príslušné výrazy definované) platí:

[Súčtové vzorce pre tangens a kotangens.]

$$\bullet \operatorname{tg}(x + y) = \frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y}{1 - \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y}$$

$$\bullet \operatorname{cotg}(x + y) = \frac{\operatorname{cotg} x \cdot \operatorname{cotg} y - 1}{\operatorname{cotg} y + \operatorname{cotg} x}$$

$$\bullet \operatorname{tg}(x - y) = \frac{\operatorname{tg} x - \operatorname{tg} y}{1 + \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y}$$

$$\bullet \operatorname{cotg}(x - y) = \frac{\operatorname{cotg} x \cdot \operatorname{cotg} y + 1}{\operatorname{cotg} y - \operatorname{cotg} x}$$

$$\bullet \operatorname{tg} 2x = \frac{2 \operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{tg}^2 x} = \frac{2}{\operatorname{cotg} x - \operatorname{tg} x}$$

$$\bullet \operatorname{cotg} 2x = \frac{\operatorname{cotg}^2 x - 1}{2 \operatorname{cotg} x} = \frac{\operatorname{cotg} x - \operatorname{tg} x}{2}$$

Pre všetky  $x \in R$ ,  $x \neq k \frac{\pi}{2}$ ,  $k \in Z$  platí:

$$\bullet \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{cotg} x = \frac{\sin x}{\cos x} \cdot \frac{\cos x}{\sin x} = 1.$$

Pre všetky  $x \in (0; \frac{\pi}{2})$  platí:

$$\bullet 0 < \sin x < x < \operatorname{tg} x.$$

Pre všetky  $x \in (0; \frac{\pi}{2})$  platí:

[Oproti I. kvadrantu sa v príslušných vzťahoch v II., III. a IV. kvadrante líšia znamienka.]

$$\bullet \sin x = \sqrt{1 - \cos^2 x} = \frac{\operatorname{tg} x}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 x}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{cotg}^2 x}}$$

$$\bullet \cos x = \sqrt{1 - \sin^2 x} = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 x}} = \frac{\operatorname{cotg} x}{\sqrt{1 + \operatorname{cotg}^2 x}}$$

$$\bullet \operatorname{tg} x = \frac{1}{\operatorname{cotg} x} = \frac{\sin x}{\sqrt{1 - \sin^2 x}} = \frac{\sqrt{1 - \cos^2 x}}{\cos x}$$

# Cyklometrické funkcie

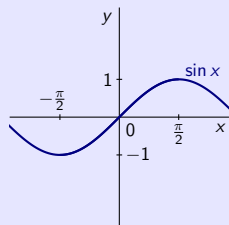
Cyklometrické funkcie sú inverzné ku goniometrickým funkciám



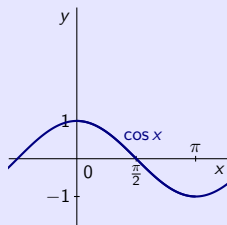
# Cyklometrické funkcie

Cyklometrické funkcie sú inverzné ku goniometrickým funkciám

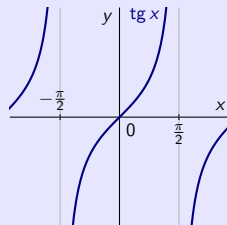
- Ku goniometrickým funkciám neexistujú inverzné funkcie,



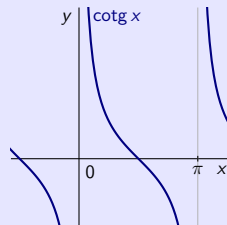
sínus



kosínus



tangens

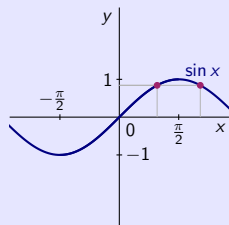


kotangens

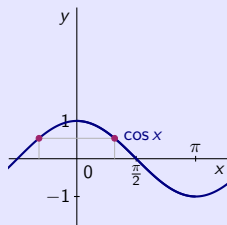
# Cyklometrické funkcie

Cyklometrické funkcie sú inverzné ku goniometrickým funkciám

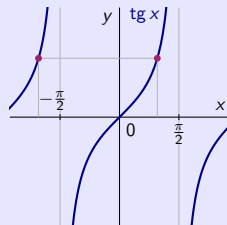
- Ku goniometrickým funkciám neexistujú inverzné funkcie, pretože nie sú prosté.



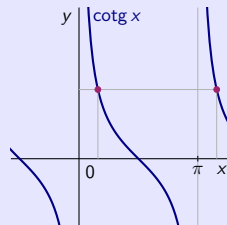
sínus



kosínus



tangens

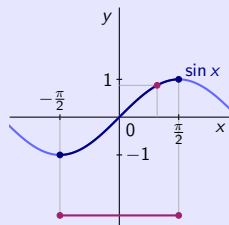


kotangens

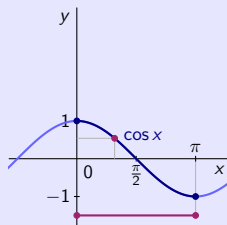
# Cyklometrické funkcie

Cyklometrické funkcie sú inverzné ku goniometrickým funkciám

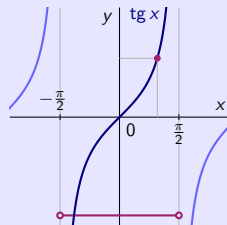
- Ku goniometrickým funkciám neexistujú inverzné funkcie, pretože nie sú prosté.
- Musíme ich zúžiť na vhodné intervaly tak, aby zúženia boli prosté.



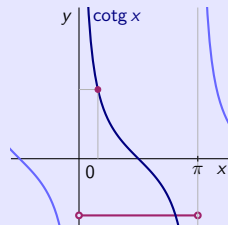
sínus



kosínus



tangens



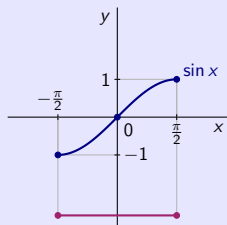
kotangens

# Cyklometrické funkcie

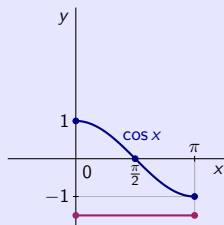
Cyklometrické funkcie sú inverzné ku goniometrickým funkciám (k vhodným zúženiam):

- Ku goniometrickým funkciám neexistujú inverzné funkcie, pretože nie sú prosté.
- Musíme ich zúžiť na vhodné intervaly tak, aby zúženia boli prosté.

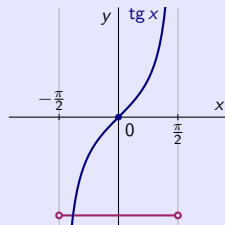
[sínus na  $\langle -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \rangle$ , kosínus na  $\langle 0; \pi \rangle$ , tangens na  $\langle -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \rangle$ , kotangens na  $\langle 0; \pi \rangle$ .]



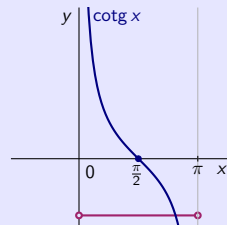
sínus



kosínus



tangens



kotangens

# Cyklometrické funkcie

**Cyklometrické funkcie** sú **inverzné** ku goniometrickým funkciám (k vhodným zúženiam):

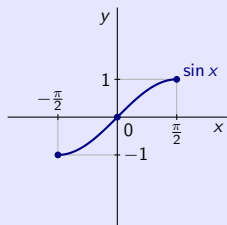
$$y = \sin x, x \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right].$$

$$y = \cos x, x \in (0; \pi].$$

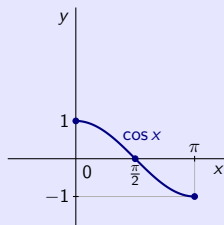
$$y = \operatorname{tg} x, x \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right).$$

$$y = \operatorname{cotg} x, x \in (0; \pi).$$

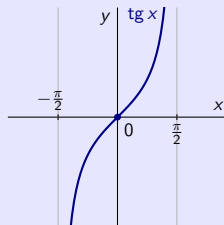
- Ku goniometrickým funkciám **neexistujú** **inverzné** funkcie, pretože nie sú **prosté**.
- Musíme ich **zúžiť** na vhodné intervaly tak, aby zúženia boli **prosté**.



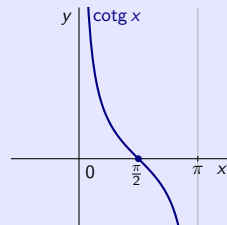
sínus



kosínus



tangens



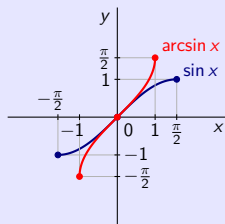
kotangens

# Cyklometrické funkcie

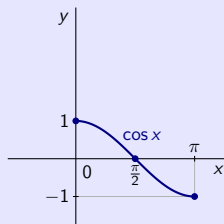
**Cyklometrické funkcie** sú **inverzné** ku goniometrickým funkciám (k vhodným zúženiam):

- Arkussínus**  $y = \arcsin x: \langle -1; 1 \rangle \rightarrow \langle -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \rangle$ . [Inverzná k  $y = \sin x, x \in \langle -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \rangle$ .]
- $y = \cos x, x \in \langle 0; \pi \rangle$ .
- $y = \operatorname{tg} x, x \in \langle -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \rangle$ .
- $y = \operatorname{cotg} x, x \in \langle 0; \pi \rangle$ .

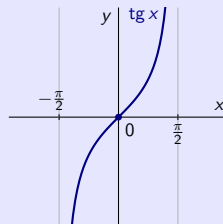
- Ku goniometrickým funkciám **neexistujú inverzné funkcie**, pretože nie sú **prosté**.
- Musíme ich **zúžiť** na vhodné intervaly tak, aby zúženia boli **prosté**.  
[sínus na  $\langle -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \rangle$ ,



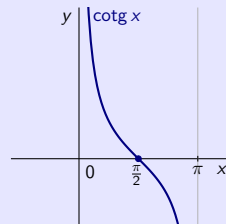
sínus a arkus sínus



kosínus



tangens



kotangens

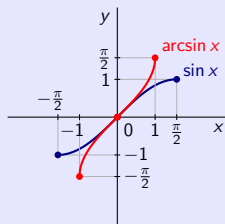
# Cyklometrické funkcie

**Cyklometrické funkcie** sú **inverzné** ku goniometrickým funkciám (k vhodným zúženiam):

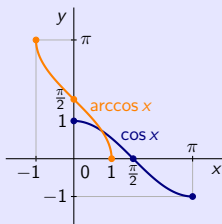
- **Arkussínus**  $y = \arcsin x: \langle -1; 1 \rangle \rightarrow \langle -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \rangle$ . [Inverzná k  $y = \sin x, x \in \langle -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \rangle$ .]
- **Arkusosínus**  $y = \arccos x: \langle -1; 1 \rangle \rightarrow \langle 0; \pi \rangle$ . [Inverzná k  $y = \cos x, x \in \langle 0; \pi \rangle$ .]
- $y = \operatorname{tg} x, x \in \langle -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \rangle$ .
- $y = \operatorname{cotg} x, x \in \langle 0; \pi \rangle$ .

- Ku goniometrickým funkciám **neexistujú inverzné funkcie**, pretože nie sú **prosté**.
- Musíme ich **zúžiť** na vhodné intervaly tak, aby zúženia boli **prosté**.

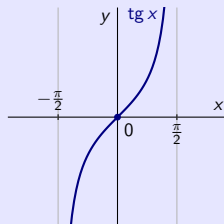
[sínus na  $\langle -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \rangle$ , kosínus na  $\langle 0; \pi \rangle$ ,



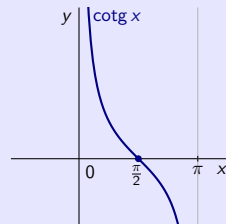
sínus a arkus sínus



kosínus a arkus kosínus



tangens



kotangens

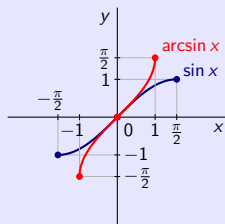
# Cyklometrické funkcie

**Cyklometrické funkcie** sú **inverzné** ku goniometrickým funkciám (k vhodným zúženiam):

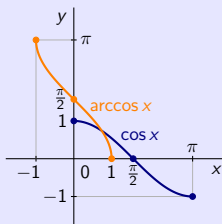
- **Arkussínus**  $y = \arcsin x: \langle -1; 1 \rangle \rightarrow \langle -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \rangle$ . [Inverzná k  $y = \sin x, x \in \langle -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \rangle$ .]
  - **Arkuskosínus**  $y = \arccos x: \langle -1; 1 \rangle \rightarrow \langle 0; \pi \rangle$ . [Inverzná k  $y = \cos x, x \in \langle 0; \pi \rangle$ .]
  - **Arkustangens**  $y = \operatorname{arctg} x: \mathbb{R} \rightarrow \langle -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \rangle$ . [Inverzná k  $y = \operatorname{tg} x, x \in \langle -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \rangle$ .]
- $y = \operatorname{cotg} x, x \in \langle 0; \pi \rangle$ .]

- Ku goniometrickým funkciám **neexistujú** **inverzné** funkcie, pretože nie sú **prosté**.
- Musíme ich **zúžiť** na vhodné intervaly tak, aby zúženia boli **prosté**.

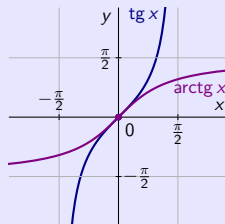
[sínus na  $\langle -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \rangle$ , kosínus na  $\langle 0; \pi \rangle$ , tangens na  $\langle -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \rangle$ ,



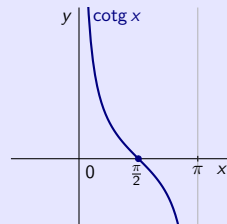
sínus a arkus sínus



kosínus a arkus kosínus



tangens a arkus tangens



kotangens



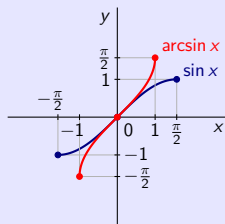
# Cyklometrické funkcie

**Cyklometrické funkcie** sú **inverzné** ku goniometrickým funkciám (k vhodným zúženiam):

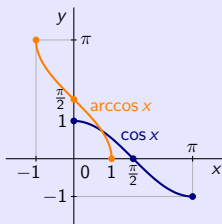
- **Arkussínus**  $y = \arcsin x: \langle -1; 1 \rangle \rightarrow \langle -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \rangle$ . [Inverzná k  $y = \sin x, x \in \langle -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \rangle$ .]
- **Arkuskosínus**  $y = \arccos x: \langle -1; 1 \rangle \rightarrow \langle 0; \pi \rangle$ . [Inverzná k  $y = \cos x, x \in \langle 0; \pi \rangle$ .]
- **Arkustangens**  $y = \operatorname{arctg} x: \mathbb{R} \rightarrow \langle -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \rangle$ . [Inverzná k  $y = \operatorname{tg} x, x \in \langle -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \rangle$ .]
- **Arkuskotangens**  $y = \operatorname{arccotg} x: \mathbb{R} \rightarrow \langle 0; \pi \rangle$ . [Inverzná k  $y = \operatorname{cotg} x, x \in \langle 0; \pi \rangle$ .]

- Ku goniometrickým funkciám **neexistujú** **inverzné** funkcie, pretože nie sú **prosté**.
- Musíme ich **zúžiť** na vhodné intervaly tak, aby zúženia boli **prosté**.

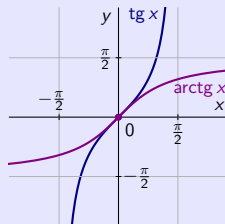
[sínus na  $\langle -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \rangle$ , kosínus na  $\langle 0; \pi \rangle$ , tangens na  $\langle -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \rangle$ , kotangens na  $\langle 0; \pi \rangle$ .]



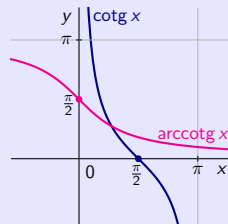
sínus a arkus sínus



kosínus a arkus kosínus



tangens a arkus tangens



kotangens a arkus kotangens

# Cyklometrické funkcie – Arkussínus, arkuskosínus

Funkcia  $f: y = \arcsin x$ .

[Funkcia arkussínus.]

Funkcia  $f: y = \arccos x$ .

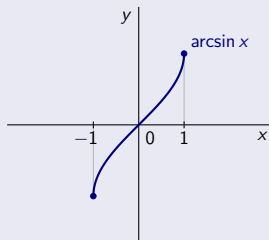
[Funkcia arkuskosínus.]

# Cyklometrické funkcie – Arkussínus, arkuskosínus

Funkcia  $f: y = \arcsin x$ .

[Funkcia arkussínus.]

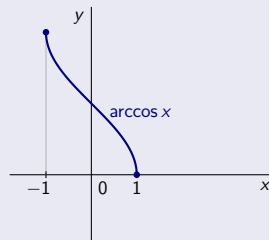
- $D(f) = \langle -1; 1 \rangle$ .



Funkcia  $f: y = \arccos x$ .

[Funkcia arkuskosínus.]

- $D(f) = \langle -1; 1 \rangle$ .

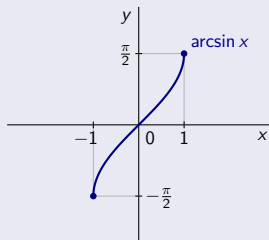


# Cyklometrické funkcie – Arkussínus, arkuskosínus

Funkcia  $f: y = \arcsin x$ .

[Funkcia arkussínus.]

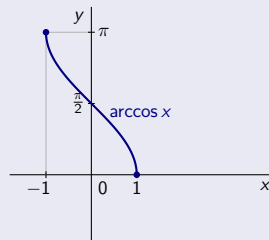
- $D(f) = \langle -1; 1 \rangle$ .
- $H(f) = \langle -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \rangle$ .



Funkcia  $f: y = \arccos x$ .

[Funkcia arkuskosínus.]

- $D(f) = \langle -1; 1 \rangle$ .
- $H(f) = \langle 0; \pi \rangle$ .

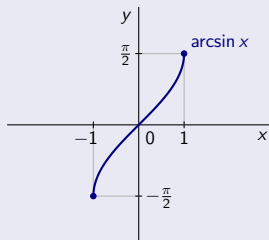


# Cyklometrické funkcie – Arkussínus, arkuskosínus

Funkcia  $f: y = \arcsin x$ .

[Funkcia arkussínus.]

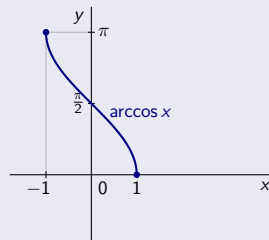
- $D(f) = \langle -1; 1 \rangle$ .
- $H(f) = \langle -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \rangle$ .
- $f$  je nepárna.



Funkcia  $f: y = \arccos x$ .

[Funkcia arkuskosínus.]

- $D(f) = \langle -1; 1 \rangle$ .
- $H(f) = \langle 0; \pi \rangle$ .
- $f$  nie je nepárna ani párna.

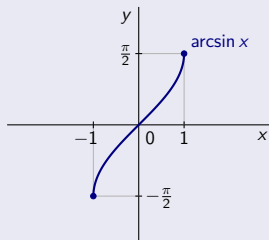


# Cyklometrické funkcie – Arkussínus, arkuskosínus

Funkcia  $f: y = \arcsin x$ .

[Funkcia arkussínus.]

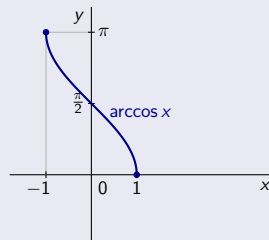
- $D(f) = \langle -1; 1 \rangle$ .
- $H(f) = \langle -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \rangle$ .
- $f$  je nepárna.
- $f$  je rastúca.



Funkcia  $f: y = \arccos x$ .

[Funkcia arkuskosínus.]

- $D(f) = \langle -1; 1 \rangle$ .
- $H(f) = \langle 0; \pi \rangle$ .
- $f$  nie je nepárna ani párna.
- $f$  je klesajúca.

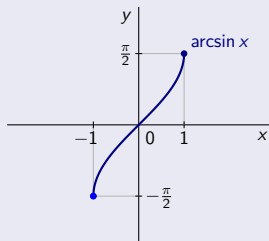


# Cyklometrické funkcie – Arkussínus, arkuskosínus

Funkcia  $f: y = \arcsin x$ .

[Funkcia arkussínus.]

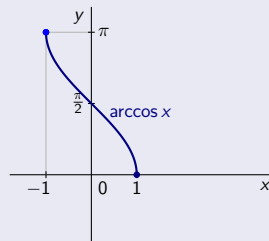
- $D(f) = \langle -1; 1 \rangle$ .
  - $H(f) = \langle -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \rangle$ .
  - $f$  je nepárna.
  - $f$  je rastúca.
- 
- $\arcsin(-1) = -\frac{\pi}{2}$ .



Funkcia  $f: y = \arccos x$ .

[Funkcia arkuskosínus.]

- $D(f) = \langle -1; 1 \rangle$ .
  - $H(f) = \langle 0; \pi \rangle$ .
  - $f$  nie je nepárna ani párna.
  - $f$  je klesajúca.
- 
- $\arccos(-1) = \pi$ .

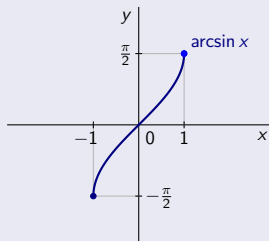


# Cyklometrické funkcie – Arkussínus, arkuskosínus

Funkcia  $f: y = \arcsin x$ .

[Funkcia arkussínus.]

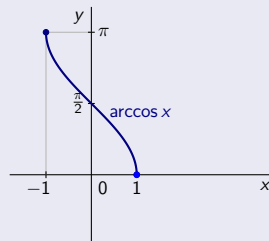
- $D(f) = \langle -1; 1 \rangle$ .
- $H(f) = \langle -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \rangle$ .
- $f$  je nepárna.
- $f$  je rastúca.
- $\arcsin(-1) = -\frac{\pi}{2}$ .
- $\arcsin 1 = \frac{\pi}{2}$ .



Funkcia  $f: y = \arccos x$ .

[Funkcia arkuskosínus.]

- $D(f) = \langle -1; 1 \rangle$ .
- $H(f) = \langle 0; \pi \rangle$ .
- $f$  nie je nepárna ani párna.
- $f$  je klesajúca.
- $\arccos(-1) = \pi$ .
- $\arccos 1 = 0$ .



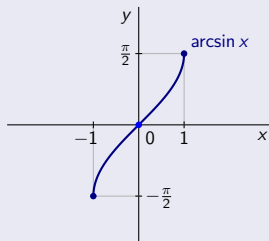


# Cyklometrické funkcie – Arkussínus, arkuskosínus

Funkcia  $f: y = \arcsin x$ .

[Funkcia arkussínus.]

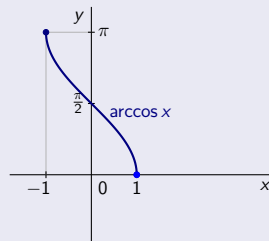
- $D(f) = \langle -1; 1 \rangle$ .
- $H(f) = \langle -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \rangle$ .
- $f$  je nepárna.
- $f$  je rastúca.
- $\arcsin(-1) = -\frac{\pi}{2}$ .
- $\arcsin 1 = \frac{\pi}{2}$ .
- Koreň (nulový bod) je 0. [ $\arcsin 0 = 0$ .]



Funkcia  $f: y = \arccos x$ .

[Funkcia arkuskosínus.]

- $D(f) = \langle -1; 1 \rangle$ .
- $H(f) = \langle 0; \pi \rangle$ .
- $f$  nie je nepárna ani párna.
- $f$  je klesajúca.
- $\arccos(-1) = \pi$ .
- $\arccos 1 = 0$ .
- Koreň (nulový bod) je 1. [ $\arccos 1 = 0$ .]

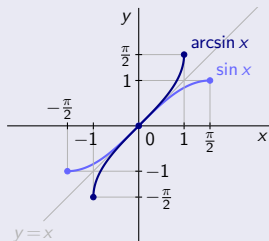


# Cyklometrické funkcie – Arkussínus, arkuskosínus

Funkcia  $f: y = \arcsin x$ .

[Funkcia arkussínus.]

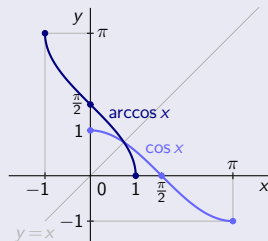
- $D(f) = \langle -1; 1 \rangle$ .
- $H(f) = \langle -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \rangle$ .
- $f$  je nepárna.
- $f$  je rastúca.
- $\arcsin(-1) = -\frac{\pi}{2}$ .
- $\arcsin 1 = \frac{\pi}{2}$ .
- Koreň (nulový bod) je 0. [arcsin 0 = 0.]



Funkcia  $f: y = \arccos x$ .

[Funkcia arkuskosínus.]

- $D(f) = \langle -1; 1 \rangle$ .
- $H(f) = \langle 0; \pi \rangle$ .
- $f$  nie je nepárna ani párna.
- $f$  je klesajúca.
- $\arccos(-1) = \pi$ .
- $\arccos 1 = 0$ .
- Koreň (nulový bod) je 1. [arccos 1 = 0.]

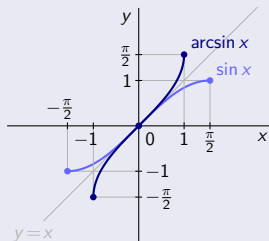


# Cyklometrické funkcie – Arkussínus, arkuskosínus

Funkcia  $f: y = \arcsin x$ .

[Funkcia arkussínus.]

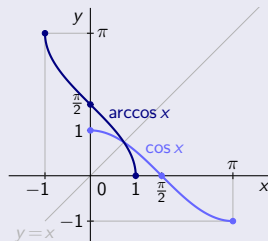
- $D(f) = \langle -1; 1 \rangle$ .
- $H(f) = \langle -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \rangle$ .
- $f$  je nepárna.
- $f$  je rastúca.
- $\arcsin(-1) = -\frac{\pi}{2}$ .
- $\arcsin 1 = \frac{\pi}{2}$ .
- Koreň (nulový bod) je 0. [arcsin 0 = 0.]



Funkcia  $f: y = \arccos x$ .

[Funkcia arkuskosínus.]

- $D(f) = \langle -1; 1 \rangle$ .
- $H(f) = \langle 0; \pi \rangle$ .
- $f$  nie je nepárna ani párna.
- $f$  je klesajúca.
- $\arccos(-1) = \pi$ .
- $\arccos 1 = 0$ .
- Koreň (nulový bod) je 1. [arccos 1 = 0.]



Pre všetky  $x \in \langle -1; 1 \rangle$  platí:

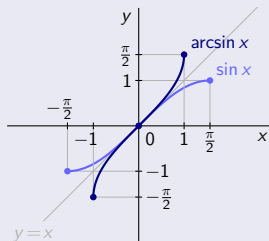


# Cyklometrické funkcie – Arkussínus, arkuskosínus

Funkcia  $f: y = \arcsin x$ .

[Funkcia arkussínus.]

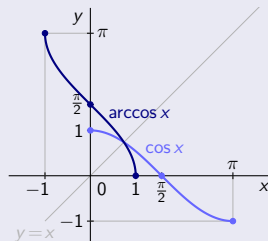
- $D(f) = \langle -1; 1 \rangle$ .
- $H(f) = \langle -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \rangle$ .
- $f$  je nepárna.
- $f$  je rastúca.
- $\arcsin(-1) = -\frac{\pi}{2}$ .
- $\arcsin 1 = \frac{\pi}{2}$ .
- Koreň (nulový bod) je 0. [arcsin 0 = 0.]



Funkcia  $f: y = \arccos x$ .

[Funkcia arkuskosínus.]

- $D(f) = \langle -1; 1 \rangle$ .
- $H(f) = \langle 0; \pi \rangle$ .
- $f$  nie je nepárna ani párna.
- $f$  je klesajúca.
- $\arccos(-1) = \pi$ .
- $\arccos 1 = 0$ .
- Koreň (nulový bod) je 1. [arccos 1 = 0.]



Pre všetky  $x \in \langle -1; 1 \rangle$  platí:

- $\arcsin x + \arccos x = \frac{\pi}{2}$ .

# Cyklometrické funkcie – Arkustangens, arkuskotangens

Funkcia  $f: y = \operatorname{arctg} x$ .

[Funkcia arkustangens.]

Funkcia  $f: y = \operatorname{arccotg} x$ .

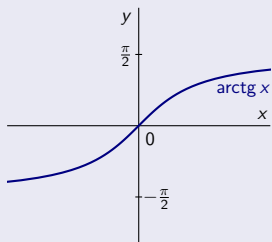
[Funkcia arkuskotangens.]

# Cyklometrické funkcie – Arkustangens, arkuskotangens

Funkcia  $f: y = \operatorname{arctg} x$ .

[Funkcia arkustangens.]

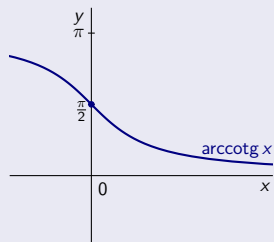
- $D(f) = \mathbb{R}$ .



Funkcia  $f: y = \operatorname{arccotg} x$ .

[Funkcia arkuskotangens.]

- $D(f) = \mathbb{R}$ .

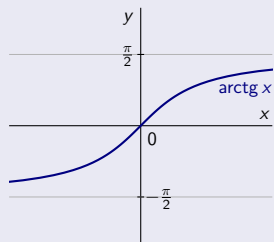


# Cyklometrické funkcie – Arkustangens, arkuskotangens

Funkcia  $f: y = \operatorname{arctg} x$ .

[Funkcia arkustangens.]

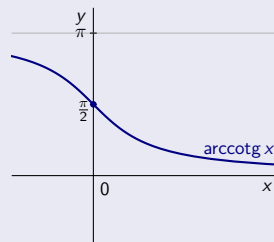
- $D(f) = \mathbb{R}$ .
- $H(f) = \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ .



Funkcia  $f: y = \operatorname{arccotg} x$ .

[Funkcia arkuskotangens.]

- $D(f) = \mathbb{R}$ .
- $H(f) = (0; \pi)$ .

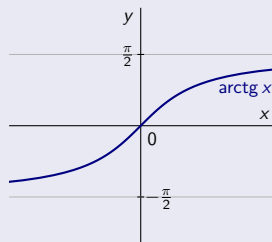


# Cyklometrické funkcie – Arkustangens, arkuskotangens

Funkcia  $f: y = \operatorname{arctg} x$ .

[Funkcia arkustangens.]

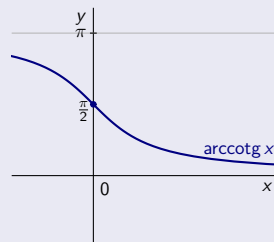
- $D(f) = \mathbb{R}$ .
- $H(f) = \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ .
- $f$  je nepárna.



Funkcia  $f: y = \operatorname{arccotg} x$ .

[Funkcia arkuskotangens.]

- $D(f) = \mathbb{R}$ .
- $H(f) = (0; \pi)$ .
- $f$  nie je nepárna ani párna.



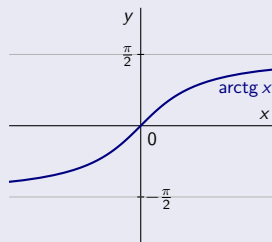


# Cyklometrické funkcie – Arkustangens, arkuskotangens

Funkcia  $f: y = \operatorname{arctg} x$ .

[Funkcia arkustangens.]

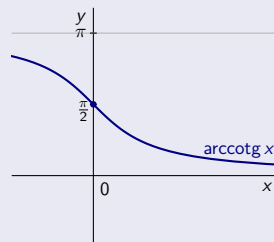
- $D(f) = \mathbb{R}$ .
- $H(f) = \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ .
- $f$  je nepárna.
- $f$  je rastúca.



Funkcia  $f: y = \operatorname{arccotg} x$ .

[Funkcia arkuskotangens.]

- $D(f) = \mathbb{R}$ .
- $H(f) = (0; \pi)$ .
- $f$  nie je nepárna ani párna.
- $f$  je klesajúca.

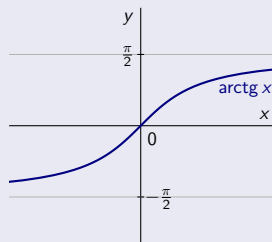


# Cyklometrické funkcie – Arkustangens, arkuskotangens

Funkcia  $f: y = \operatorname{arctg} x$ .

[Funkcia arkustangens.]

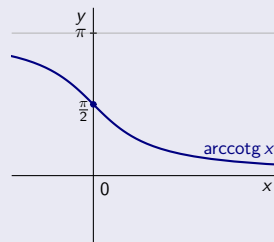
- $D(f) = \mathbb{R}$ .
- $H(f) = (-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$ .
- $f$  je nepárna.
- $f$  je rastúca.
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\frac{\pi}{2}$ .



Funkcia  $f: y = \operatorname{arccotg} x$ .

[Funkcia arkuskotangens.]

- $D(f) = \mathbb{R}$ .
- $H(f) = (0; \pi)$ .
- $f$  nie je nepárna ani párna.
- $f$  je klesajúca.
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \pi$ .

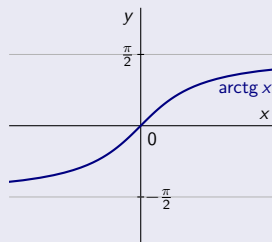


# Cyklometrické funkcie – Arkustangens, arkuskotangens

Funkcia  $f: y = \operatorname{arctg} x$ .

[Funkcia arkustangens.]

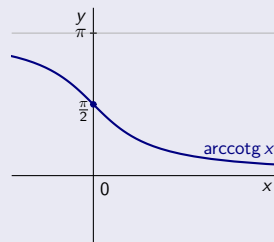
- $D(f) = \mathbb{R}$ .
- $H(f) = (-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$ .
- $f$  je nepárna.
- $f$  je rastúca.
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\frac{\pi}{2}$ .
- $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \frac{\pi}{2}$ .



Funkcia  $f: y = \operatorname{arccotg} x$ .

[Funkcia arkuskotangens.]

- $D(f) = \mathbb{R}$ .
- $H(f) = (0; \pi)$ .
- $f$  nie je nepárna ani párna.
- $f$  je klesajúca.
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \pi$ .
- $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$ .

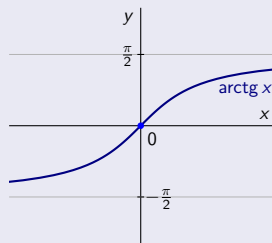


# Cyklometrické funkcie – Arkustangens, arkuskotangens

Funkcia  $f: y = \operatorname{arctg} x$ .

[Funkcia arkustangens.]

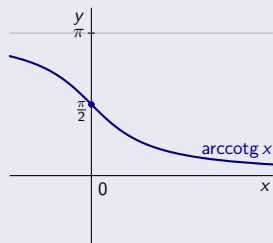
- $D(f) = \mathbb{R}$ .
- $H(f) = (-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$ .
- $f$  je nepárna.
- $f$  je rastúca.
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\frac{\pi}{2}$ .
- $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \frac{\pi}{2}$ .
- Koreň (nulový bod) je 0. [arctg 0 = 0.]



Funkcia  $f: y = \operatorname{arccotg} x$ .

[Funkcia arkuskotangens.]

- $D(f) = \mathbb{R}$ .
- $H(f) = (0; \pi)$ .
- $f$  nie je nepárna ani párna.
- $f$  je klesajúca.
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \pi$ .
- $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$ .
- Korene (nulové body) neexistujú.

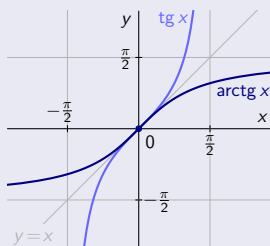


# Cyklometrické funkcie – Arkustangens, arkuskotangens

Funkcia  $f: y = \operatorname{arctg} x$ .

[Funkcia arkustangens.]

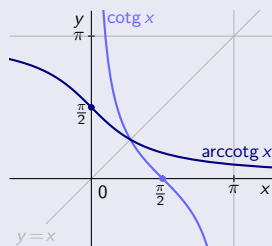
- $D(f) = R$ .
- $H(f) = (-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$ .
- $f$  je nepárna.
- $f$  je rastúca.
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\frac{\pi}{2}$ .
- $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \frac{\pi}{2}$ .
- Koreň (nulový bod) je 0. [arctg 0 = 0.]



Funkcia  $f: y = \operatorname{arccotg} x$ .

[Funkcia arkuskotangens.]

- $D(f) = R$ .
- $H(f) = (0; \pi)$ .
- $f$  nie je nepárna ani párna.
- $f$  je klesajúca.
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \pi$ .
- $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$ .
- Korene (nulové body) neexistujú.

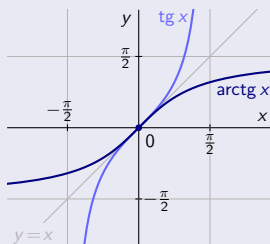


# Cyklometrické funkcie – Arkustangens, arkuskotangens

Funkcia  $f: y = \operatorname{arctg} x$ .

[Funkcia arkustangens.]

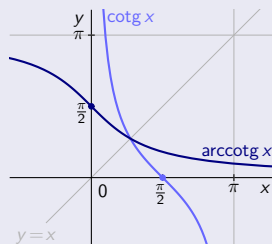
- $D(f) = \mathbb{R}$ .
- $H(f) = (-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$ .
- $f$  je nepárna.
- $f$  je rastúca.
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\frac{\pi}{2}$ .
- $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \frac{\pi}{2}$ .
- Koreň (nulový bod) je 0. [arctg 0 = 0.]



Funkcia  $f: y = \operatorname{arccotg} x$ .

[Funkcia arkuskotangens.]

- $D(f) = \mathbb{R}$ .
- $H(f) = (0; \pi)$ .
- $f$  nie je nepárna ani párna.
- $f$  je klesajúca.
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \pi$ .
- $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$ .
- Korene (nulové body) neexistujú.



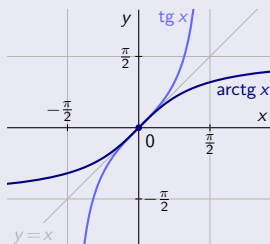
Pre všetky  $x \in \mathbb{R}$  platí:

# Cyklometrické funkcie – Arkustangens, arkuskotangens

Funkcia  $f: y = \operatorname{arctg} x$ .

[Funkcia arkustangens.]

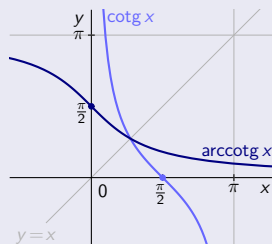
- $D(f) = R$ .
- $H(f) = (-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$ .
- $f$  je nepárna.
- $f$  je rastúca.
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\frac{\pi}{2}$ .
- $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \frac{\pi}{2}$ .
- Koreň (nulový bod) je 0. [arctg 0 = 0.]



Funkcia  $f: y = \operatorname{arccotg} x$ .

[Funkcia arkuskotangens.]

- $D(f) = R$ .
- $H(f) = (0; \pi)$ .
- $f$  nie je nepárna ani párna.
- $f$  je klesajúca.
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \pi$ .
- $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$ .
- Korene (nulové body) neexistujú.



Pre všetky  $x \in R$  platí:

- $\operatorname{arctg} x + \operatorname{arccotg} x = \frac{\pi}{2}$ .


# Hyperbolické funkcie – Sínus a kosínus

- Hyperbolické funkcie (sínus, kosínus, tangens a kotangens hyperbolický) majú podobné vlastnosti





# Hyperbolické funkcie – Sínus a kosínus

- Hyperbolické funkcie (sínus, kosínus, tangens a kotangens hyperbolický) majú podobné vlastnosti a platia pre ne podobné vzťahy ako pre goniometrické funkcie. 

# Hyperbolické funkcie – Sínus a kosínus

- Hyperbolické funkcie (sínus, kosínus, tangens a kotangens hyperbolický) majú podobné vlastnosti a platia pre ne podobné vzťahy ako pre goniometrické funkcie.

Sínus hyperbolický sa nazýva

funkcia

Kosínus hyperbolický sa nazýva

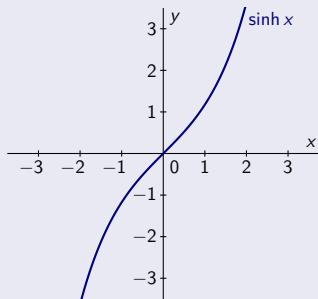
funkcia

# Hyperbolické funkcie – Sínus a kosínus

- Hyperbolické funkcie (sínus, kosínus, tangens a kotangens hyperbolický) majú podobné vlastnosti a platia pre ne podobné vzťahy ako pre goniometrické funkcie.

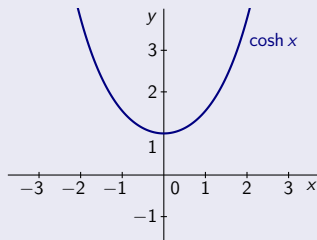
## Sínus hyperbolický sa nazýva

funkcia  $f: y = \sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$ .



## Kosínus hyperbolický sa nazýva

funkcia  $f: y = \cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$ .



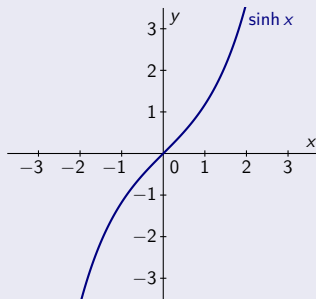
# Hyperbolické funkcie – Sínus a kosínus

- Hyperbolické funkcie (sínus, kosínus, tangens a kotangens hyperbolický) majú podobné vlastnosti a platia pre ne podobné vzťahy ako pre goniometrické funkcie.

## Sínus hyperbolický sa nazýva

funkcia  $f: y = \sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$ .

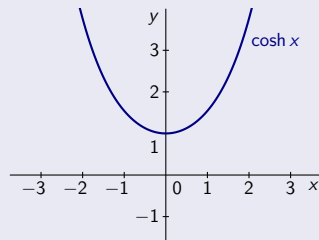
- $D(f) = \mathbb{R}$ .



## Kosínus hyperbolický sa nazýva

funkcia  $f: y = \cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$ .

- $D(f) = \mathbb{R}$ .



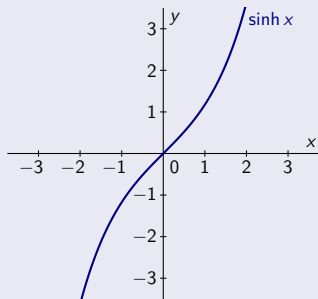
# Hyperbolické funkcie – Sínus a kosínus

- Hyperbolické funkcie (sínus, kosínus, tangens a kotangens hyperbolický) majú podobné vlastnosti a platia pre ne podobné vzťahy ako pre goniometrické funkcie.

## Sínus hyperbolický sa nazýva

funkcia  $f: y = \sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$ .

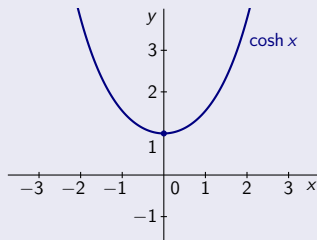
- $D(f) = \mathbb{R}$ .
- $H(f) = \mathbb{R}$ .



## Kosínus hyperbolický sa nazýva

funkcia  $f: y = \cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$ .

- $D(f) = \mathbb{R}$ .
- $H(f) = \langle 1; \infty \rangle$ .



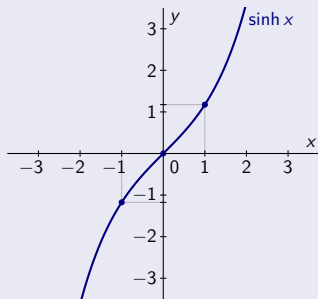
# Hyperbolické funkcie – Sínus a kosínus

- Hyperbolické funkcie (sínus, kosínus, tangens a kotangens hyperbolický) majú podobné vlastnosti a platia pre ne podobné vzťahy ako pre goniometrické funkcie.

## Sínus hyperbolický sa nazýva

funkcia  $f: y = \sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$ .

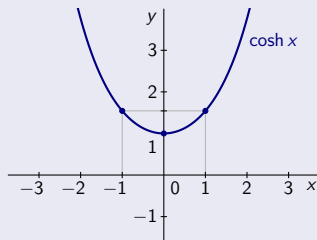
- $D(f) = \mathbb{R}$ .
- $H(f) = \mathbb{R}$ .
- $f$  je nepárna.



## Kosínus hyperbolický sa nazýva

funkcia  $f: y = \cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$ .

- $D(f) = \mathbb{R}$ .
- $H(f) = \langle 1; \infty \rangle$ .
- $f$  je párna.



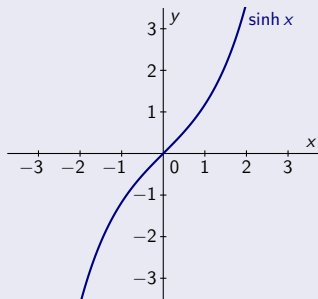
# Hyperbolické funkcie – Sínus a kosínus

- Hyperbolické funkcie (sínus, kosínus, tangens a kotangens hyperbolický) majú podobné vlastnosti a platia pre ne podobné vzťahy ako pre goniometrické funkcie.

## Sínus hyperbolický sa nazýva

funkcia  $f: y = \sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$ .

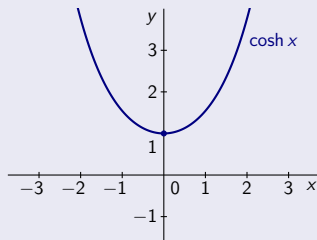
- $D(f) = \mathbb{R}$ .
- $H(f) = \mathbb{R}$ .
- $f$  je nepárna.
- $f$  je rastúca.



## Kosínus hyperbolický sa nazýva

funkcia  $f: y = \cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$ .

- $D(f) = \mathbb{R}$ .
- $H(f) = \langle 1; \infty \rangle$ .
- $f$  je párna.
- $f$  klesá na  $(-\infty; 0)$ ,



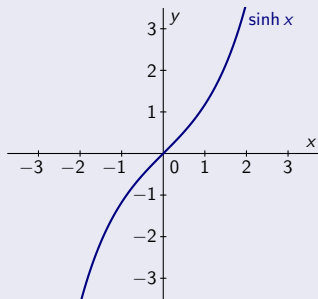
# Hyperbolické funkcie – Sínus a kosínus

- Hyperbolické funkcie (sínus, kosínus, tangens a kotangens hyperbolický) majú podobné vlastnosti a platia pre ne podobné vzťahy ako pre goniometrické funkcie.

## Sínus hyperbolický sa nazýva

funkcia  $f: y = \sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$ .

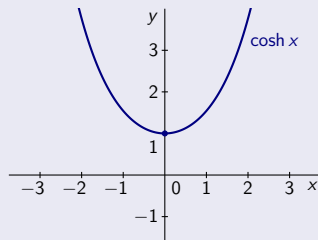
- $D(f) = \mathbb{R}$ .
- $H(f) = \mathbb{R}$ .
- $f$  je nepárna.
- $f$  je rastúca.



## Kosínus hyperbolický sa nazýva

funkcia  $f: y = \cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$ .

- $D(f) = \mathbb{R}$ .
- $H(f) = \langle 1; \infty \rangle$ .
- $f$  je párna.
- $f$  klesá na  $(-\infty; 0)$ , rastie na  $\langle 0; \infty \rangle$ .





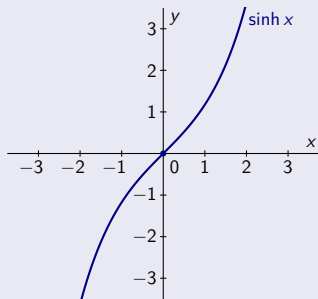
# Hyperbolické funkcie – Sínus a kosínus

- Hyperbolické funkcie (sínus, kosínus, tangens a kotangens hyperbolický) majú podobné vlastnosti a platia pre ne podobné vzťahy ako pre goniometrické funkcie.

## Sínus hyperbolický sa nazýva

funkcia  $f: y = \sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$ .

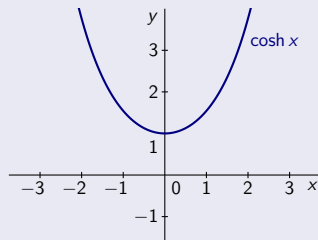
- $D(f) = \mathbb{R}$ .
- $H(f) = \mathbb{R}$ .
- $f$  je nepárna.
- $f$  je rastúca.
- Koreň (nulový bod) je 0. [sinh 0 = 0.]



## Kosínus hyperbolický sa nazýva

funkcia  $f: y = \cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$ .

- $D(f) = \mathbb{R}$ .
- $H(f) = \langle 1; \infty \rangle$ .
- $f$  je párna.
- $f$  klesá na  $(-\infty; 0]$ , rastie na  $\langle 0; \infty)$ .
- Korene (nulové body) neexistujú.



# Hyperbolické funkcie – Tangens a kotangens

## Tangens hyperbolický sa nazýva

funkcia 

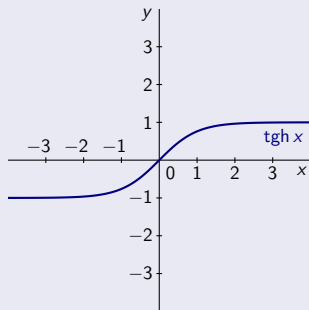
## Kotangens hyperbolický sa nazýva

funkcia 

# Hyperbolické funkcie – Tangens a kotangens

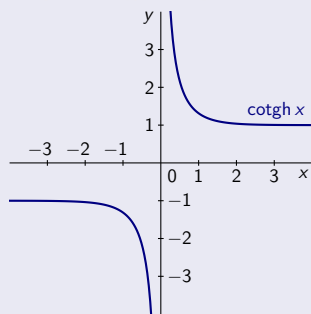
## Tangens hyperbolický sa nazýva

funkcia  $f$ :  $y = \operatorname{tgh} x = \frac{\sinh x}{\cosh x} = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$ .



## Kotangens hyperbolický sa nazýva

funkcia  $f$ :  $y = \operatorname{cotgh} x = \frac{\cosh x}{\sinh x} = \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}$ .

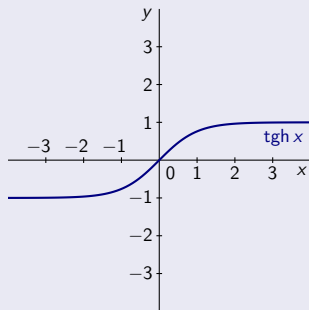


# Hyperbolické funkcie – Tangens a kotangens

## Tangens hyperbolický sa nazýva

funkcia  $f: y = \operatorname{tgh} x = \frac{\sinh x}{\cosh x} = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$ .

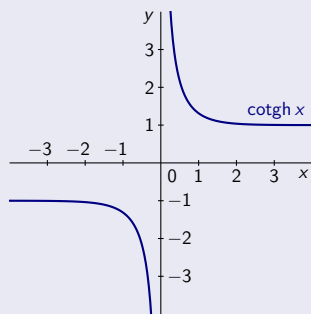
- $D(f) = \mathbb{R}$ .



## Kotangens hyperbolický sa nazýva

funkcia  $f: y = \operatorname{cotgh} x = \frac{\cosh x}{\sinh x} = \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}$ .

- $D(f) = \mathbb{R} - \{0\}$ .

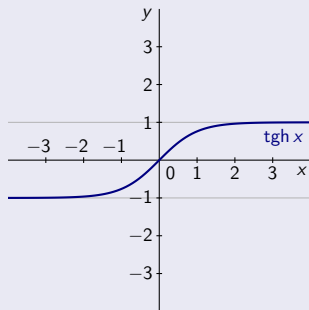


# Hyperbolické funkcie – Tangens a kotangens

## Tangens hyperbolický sa nazýva

funkcia  $f: y = \operatorname{tgh} x = \frac{\sinh x}{\cosh x} = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$ .

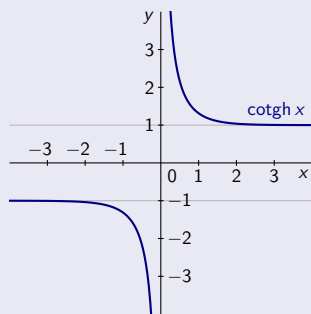
- $D(f) = \mathbb{R}$ .
- $H(f) = (-1; 1)$ .



## Kotangens hyperbolický sa nazýva

funkcia  $f: y = \operatorname{cotgh} x = \frac{\cosh x}{\sinh x} = \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}$ .

- $D(f) = \mathbb{R} - \{0\}$ .
- $H(f) = \mathbb{R} - \langle -1; 1 \rangle$ .

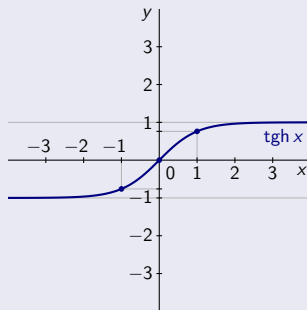


# Hyperbolické funkcie – Tangens a kotangens

## Tangens hyperbolický sa nazýva

funkcia  $f: y = \operatorname{tgh} x = \frac{\sinh x}{\cosh x} = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$ .

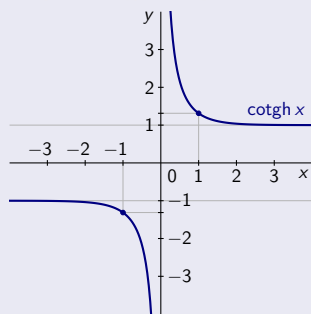
- $D(f) = \mathbb{R}$ .
- $H(f) = (-1; 1)$ .
- $f$  je nepárna.



## Kotangens hyperbolický sa nazýva

funkcia  $f: y = \operatorname{cotgh} x = \frac{\cosh x}{\sinh x} = \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}$ .

- $D(f) = \mathbb{R} - \{0\}$ .
- $H(f) = \mathbb{R} - \langle -1; 1 \rangle$ .
- $f$  je nepárna.

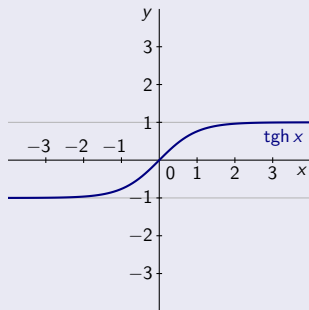


# Hyperbolické funkcie – Tangens a kotangens

## Tangens hyperbolický sa nazýva

funkcia  $f: y = \operatorname{tgh} x = \frac{\sinh x}{\cosh x} = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$ .

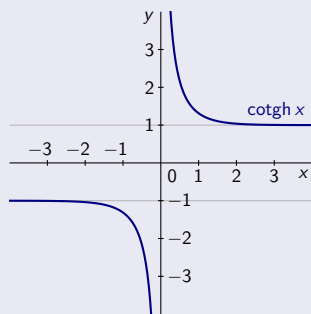
- $D(f) = R$ .
- $H(f) = (-1; 1)$ .
- $f$  je nepárna.
- $f$  je rastúca.



## Kotangens hyperbolický sa nazýva

funkcia  $f: y = \operatorname{cotgh} x = \frac{\cosh x}{\sinh x} = \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}$ .

- $D(f) = R - \{0\}$ .
- $H(f) = R - \langle -1; 1 \rangle$ .
- $f$  je nepárna.
- $f$  klesá na  $(-\infty; 0)$ ,

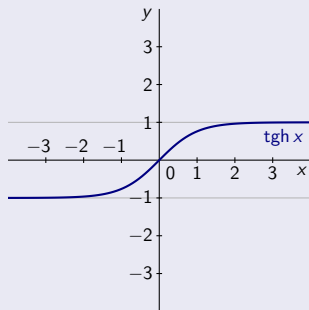


# Hyperbolické funkcie – Tangens a kotangens

## Tangens hyperbolický sa nazýva

funkcia  $f: y = \operatorname{tgh} x = \frac{\sinh x}{\cosh x} = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$ .

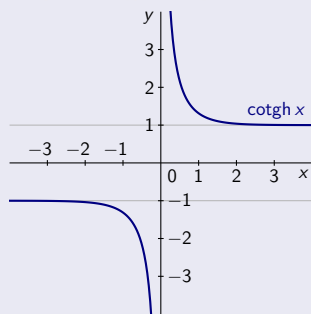
- $D(f) = \mathbb{R}$ .
- $H(f) = (-1; 1)$ .
- $f$  je nepárna.
- $f$  je rastúca.



## Kotangens hyperbolický sa nazýva

funkcia  $f: y = \operatorname{cotgh} x = \frac{\cosh x}{\sinh x} = \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}$ .

- $D(f) = \mathbb{R} - \{0\}$ .
- $H(f) = \mathbb{R} - \langle -1; 1 \rangle$ .
- $f$  je nepárna.
- $f$  klesá na  $(-\infty; 0)$ , klesá na  $(0; \infty)$ .



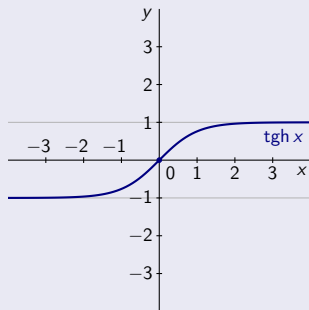


# Hyperbolické funkcie – Tangens a kotangens

## Tangens hyperbolický sa nazýva

funkcia  $f: y = \operatorname{tgh} x = \frac{\sinh x}{\cosh x} = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$ .

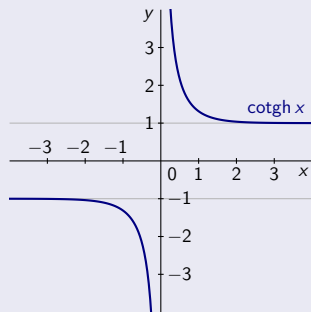
- $D(f) = R$ .
- $H(f) = (-1; 1)$ .
- $f$  je nepárna.
- $f$  je rastúca.
- Koreň (nulový bod) je 0. [tgh 0 = 0.]



## Kotangens hyperbolický sa nazýva

funkcia  $f: y = \operatorname{cotgh} x = \frac{\cosh x}{\sinh x} = \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}$ .

- $D(f) = R - \{0\}$ .
- $H(f) = R - \langle -1; 1 \rangle$ .
- $f$  je nepárna.
- $f$  klesá na  $(-\infty; 0)$ , klesá na  $(0; \infty)$ .
- Korene (nulové body) neexistujú.



# Hyperbolické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky  $x \in \mathbb{R}$  platí:

[Základné vzorce.]



# Hyperbolické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky  $x \in \mathbb{R}$  platí:

[Základné vzorce.]

- $\sinh x + \cosh x = e^x$ .



# Hyperbolické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky  $x \in \mathbb{R}$  platí:

[Základné vzorce.]

- $\sinh x + \cosh x = e^x.$
- $\sinh x - \cosh x = -e^{-x}.$

# Hyperbolické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky  $x \in \mathbb{R}$  platí:

[Základné vzorce.]

- $\sinh x + \cosh x = e^x.$
- $\sinh x - \cosh x = -e^{-x}.$
- $\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1.$

# Hyperbolické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky  $x \in \mathbb{R}$  platí:

[Základné vzorce.]

- $\sinh x + \cosh x = e^x.$

- $\sinh x - \cosh x = -e^{-x}.$

- $\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1.$

[Body so súradnicami  $(\cosh x; \sinh x)$  ležia na hyperbole  $y^2 - x^2 = 1.$ ]

# Hyperbolické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky  $x \in \mathbb{R}$  platí:

[Základné vzorce.]

- $\sinh x + \cosh x = e^x.$

- $\sinh x - \cosh x = -e^{-x}.$

- $\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1.$

[Body so súradnicami  $(\cosh x; \sinh x)$  ležia na hyperbole  $y^2 - x^2 = 1.$ ]

Pre všetky  $x, y \in \mathbb{R}$  platí:

[Základné súčtové vzorce.]



# Hyperbolické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky  $x \in \mathbb{R}$  platí:

[Základné vzorce.]

- $\sinh x + \cosh x = e^x.$

- $\sinh x - \cosh x = -e^{-x}.$

- $\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1.$

[Body so súradnicami  $(\cosh x; \sinh x)$  ležia na hyperbole  $y^2 - x^2 = 1.$ ]

Pre všetky  $x, y \in \mathbb{R}$  platí:

[Základné súčtové vzorce.]

- $\sinh(x + y) = \sinh x \cdot \cosh y + \cosh x \cdot \sinh y.$

- $\sinh(x - y) = \sinh x \cdot \cosh y - \cosh x \cdot \sinh y.$



# Hyperbolické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky  $x \in \mathbb{R}$  platí:

[Základné vzorce.]

- $\sinh x + \cosh x = e^x.$

- $\sinh x - \cosh x = -e^{-x}.$

- $\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1.$

[Body so súradnicami  $(\cosh x; \sinh x)$  ležia na hyperbole  $y^2 - x^2 = 1.$ ]

Pre všetky  $x, y \in \mathbb{R}$  platí:

[Základné súčtové vzorce.]

- $\sinh(x + y) = \sinh x \cdot \cosh y + \cosh x \cdot \sinh y.$

- $\sinh(x - y) = \sinh x \cdot \cosh y - \cosh x \cdot \sinh y.$

- $\cosh(x + y) = \cosh x \cdot \cosh y + \sinh x \cdot \sinh y.$

- $\cosh(x - y) = \cosh x \cdot \cosh y - \sinh x \cdot \sinh y.$

# Hyperbolické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky  $x \in \mathbb{R}$  platí:

[Základné vzorce.]

- $\sinh x + \cosh x = e^x.$

- $\sinh x - \cosh x = -e^{-x}.$

- $\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1.$

[Body so súradnicami  $(\cosh x; \sinh x)$  ležia na hyperbole  $y^2 - x^2 = 1$ .]

Pre všetky  $x, y \in \mathbb{R}$  platí:

[Základné súčtové vzorce.]

- $\sinh(x + y) = \sinh x \cdot \cosh y + \cosh x \cdot \sinh y.$

- $\sinh(x - y) = \sinh x \cdot \cosh y - \cosh x \cdot \sinh y.$

- $\cosh(x + y) = \cosh x \cdot \cosh y + \sinh x \cdot \sinh y.$

- $\cosh(x - y) = \cosh x \cdot \cosh y - \sinh x \cdot \sinh y.$

Pre všetky  $x \in \mathbb{R}$  platí:

[Dvojnásobné a polovičné argumenty.]

# Hyperbolické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky  $x \in \mathbb{R}$  platí:

[Základné vzorce.]

- $\sinh x + \cosh x = e^x.$

- $\sinh x - \cosh x = -e^{-x}.$

- $\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1.$

[Body so súradnicami  $(\cosh x; \sinh x)$  ležia na hyperbole  $y^2 - x^2 = 1$ .]

Pre všetky  $x, y \in \mathbb{R}$  platí:

[Základné súčtové vzorce.]

- $\sinh(x + y) = \sinh x \cdot \cosh y + \cosh x \cdot \sinh y.$

- $\sinh(x - y) = \sinh x \cdot \cosh y - \cosh x \cdot \sinh y.$

- $\cosh(x + y) = \cosh x \cdot \cosh y + \sinh x \cdot \sinh y.$

- $\cosh(x - y) = \cosh x \cdot \cosh y - \sinh x \cdot \sinh y.$

Pre všetky  $x \in \mathbb{R}$  platí:

[Dvojnásobné a polovičné argumenty.]

- $\sinh 2x = 2 \sinh x \cosh x.$

- $\cosh 2x = \sinh^2 x + \cosh^2 x.$

# Hyperbolické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky  $x \in \mathbb{R}$  platí:

[Základné vzorce.]

- $\sinh x + \cosh x = e^x.$

- $\sinh x - \cosh x = -e^{-x}.$

- $\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1.$

[Body so súradnicami  $(\cosh x; \sinh x)$  ležia na hyperbole  $y^2 - x^2 = 1$ .]

Pre všetky  $x, y \in \mathbb{R}$  platí:

[Základné súčtové vzorce.]

- $\sinh(x + y) = \sinh x \cdot \cosh y + \cosh x \cdot \sinh y.$

- $\sinh(x - y) = \sinh x \cdot \cosh y - \cosh x \cdot \sinh y.$

- $\cosh(x + y) = \cosh x \cdot \cosh y + \sinh x \cdot \sinh y.$

- $\cosh(x - y) = \cosh x \cdot \cosh y - \sinh x \cdot \sinh y.$

Pre všetky  $x \in \mathbb{R}$  platí:

[Dvojnásobné a polovičné argumenty.]

- $\sinh 2x = 2 \sinh x \cosh x.$

- $\sinh^2 x = \frac{\cosh 2x - 1}{2}.$

- $\cosh 2x = \sinh^2 x + \cosh^2 x.$

- $\cosh^2 x = \frac{\cosh 2x + 1}{2}.$

# Hyperbolické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky  $x, y \in \mathbb{R}$  platí:



# Hyperbolické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky  $x, y \in \mathbb{R}$  platí:

- $\sinh x + \sinh y = 2 \sinh \frac{x+y}{2} \cdot \cosh \frac{x-y}{2}$ .



# Hyperbolické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky  $x, y \in \mathbb{R}$  platí:

- $\sinh x + \sinh y = 2 \sinh \frac{x+y}{2} \cdot \cosh \frac{x-y}{2}$ .
- $\sinh x - \sinh y = 2 \cosh \frac{x+y}{2} \cdot \sinh \frac{x-y}{2}$ .

# Hyperbolické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky  $x, y \in \mathbb{R}$  platí:

- $\sinh x + \sinh y = 2 \sinh \frac{x+y}{2} \cdot \cosh \frac{x-y}{2}$ .
- $\sinh x - \sinh y = 2 \cosh \frac{x+y}{2} \cdot \sinh \frac{x-y}{2}$ .

---

- $\cosh x + \cosh y = 2 \cosh \frac{x+y}{2} \cdot \cosh \frac{x-y}{2}$ .



# Hyperbolické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky  $x, y \in \mathbb{R}$  platí:

- $\sinh x + \sinh y = 2 \sinh \frac{x+y}{2} \cdot \cosh \frac{x-y}{2}$ .
- $\sinh x - \sinh y = 2 \cosh \frac{x+y}{2} \cdot \sinh \frac{x-y}{2}$ .

---

- $\cosh x + \cosh y = 2 \cosh \frac{x+y}{2} \cdot \cosh \frac{x-y}{2}$ .
- $\cosh x - \cosh y = 2 \sinh \frac{x+y}{2} \cdot \sinh \frac{x-y}{2}$ .

# Hyperbolické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky  $x, y \in \mathbb{R}$  platí:

- $\sinh x + \sinh y = 2 \sinh \frac{x+y}{2} \cdot \cosh \frac{x-y}{2}$ .
- $\sinh x - \sinh y = 2 \cosh \frac{x+y}{2} \cdot \sinh \frac{x-y}{2}$ .

---

- $\cosh x + \cosh y = 2 \cosh \frac{x+y}{2} \cdot \cosh \frac{x-y}{2}$ .
- $\cosh x - \cosh y = 2 \sinh \frac{x+y}{2} \cdot \sinh \frac{x-y}{2}$ .

Pre všetky  $x, y \in \mathbb{R}$  platí:



# Hyperbolické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky  $x, y \in \mathbb{R}$  platí:

- $\sinh x + \sinh y = 2 \sinh \frac{x+y}{2} \cdot \cosh \frac{x-y}{2}$ .
- $\sinh x - \sinh y = 2 \cosh \frac{x+y}{2} \cdot \sinh \frac{x-y}{2}$ .

---

- $\cosh x + \cosh y = 2 \cosh \frac{x+y}{2} \cdot \cosh \frac{x-y}{2}$ .
- $\cosh x - \cosh y = 2 \sinh \frac{x+y}{2} \cdot \sinh \frac{x-y}{2}$ .

Pre všetky  $x, y \in \mathbb{R}$  platí:

- $\sinh(x+y) + \sinh(x-y) = 2 \sinh x \cdot \cosh y$ .

# Hyperbolické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky  $x, y \in \mathbb{R}$  platí:

- $\sinh x + \sinh y = 2 \sinh \frac{x+y}{2} \cdot \cosh \frac{x-y}{2}$ .
- $\sinh x - \sinh y = 2 \cosh \frac{x+y}{2} \cdot \sinh \frac{x-y}{2}$ .

---

- $\cosh x + \cosh y = 2 \cosh \frac{x+y}{2} \cdot \cosh \frac{x-y}{2}$ .
- $\cosh x - \cosh y = 2 \sinh \frac{x+y}{2} \cdot \sinh \frac{x-y}{2}$ .

Pre všetky  $x, y \in \mathbb{R}$  platí:

- $\sinh(x+y) + \sinh(x-y) = 2 \sinh x \cdot \cosh y$ .
- $\sinh(x+y) - \sinh(x-y) = 2 \cosh x \cdot \sinh y$ .

# Hyperbolické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky  $x, y \in \mathbb{R}$  platí:

- $\sinh x + \sinh y = 2 \sinh \frac{x+y}{2} \cdot \cosh \frac{x-y}{2}.$
- $\sinh x - \sinh y = 2 \cosh \frac{x+y}{2} \cdot \sinh \frac{x-y}{2}.$

---

- $\cosh x + \cosh y = 2 \cosh \frac{x+y}{2} \cdot \cosh \frac{x-y}{2}.$
- $\cosh x - \cosh y = 2 \sinh \frac{x+y}{2} \cdot \sinh \frac{x-y}{2}.$

Pre všetky  $x, y \in \mathbb{R}$  platí:

- $\sinh(x+y) + \sinh(x-y) = 2 \sinh x \cdot \cosh y.$
- $\sinh(x+y) - \sinh(x-y) = 2 \cosh x \cdot \sinh y.$

---

- $\cosh(x+y) + \cosh(x-y) = 2 \cosh x \cdot \cosh y.$

# Hyperbolické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky  $x, y \in \mathbb{R}$  platí:

- $\sinh x + \sinh y = 2 \sinh \frac{x+y}{2} \cdot \cosh \frac{x-y}{2}$ .
- $\sinh x - \sinh y = 2 \cosh \frac{x+y}{2} \cdot \sinh \frac{x-y}{2}$ .

---

- $\cosh x + \cosh y = 2 \cosh \frac{x+y}{2} \cdot \cosh \frac{x-y}{2}$ .
- $\cosh x - \cosh y = 2 \sinh \frac{x+y}{2} \cdot \sinh \frac{x-y}{2}$ .

Pre všetky  $x, y \in \mathbb{R}$  platí:

- $\sinh(x+y) + \sinh(x-y) = 2 \sinh x \cdot \cosh y$ .
- $\sinh(x+y) - \sinh(x-y) = 2 \cosh x \cdot \sinh y$ .

---

- $\cosh(x+y) + \cosh(x-y) = 2 \cosh x \cdot \cosh y$ .
- $\cosh(x+y) - \cosh(x-y) = 2 \sinh x \cdot \sinh y$ .

# Hyperbolické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky  $x, y \in \mathbb{R}$  platí:

# Hyperbolické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky  $x, y \in \mathbb{R}$  platí:

- $\sinh(x + y) \cdot \sinh(x - y) = \sinh^2 x - \sinh^2 y$



# Hyperbolické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky  $x, y \in \mathbb{R}$  platí:

- $\sinh(x + y) \cdot \sinh(x - y) = \sinh^2 x - \sinh^2 y$

- $\cosh(x + y) \cdot \cosh(x - y) = \cosh^2 x + \cosh^2 y - 1$

# Hyperbolické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky  $x, y \in \mathbb{R}$  platí:

- $\sinh(x + y) \cdot \sinh(x - y) = \sinh^2 x - \sinh^2 y = \cosh^2 x - \cosh^2 y.$
- $\cosh(x + y) \cdot \cosh(x - y) = \cosh^2 x + \cosh^2 y - 1 = \sinh^2 y + \sinh^2 x + 1.$

# Hyperbolické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky  $x, y \in \mathbb{R}$  platí:

- $\sinh(x + y) \cdot \sinh(x - y) = \sinh^2 x - \sinh^2 y = \cosh^2 x - \cosh^2 y.$
- $\cosh(x + y) \cdot \cosh(x - y) = \cosh^2 x + \cosh^2 y - 1 = \sinh^2 y + \sinh^2 x + 1.$

Pre všetky  $x \in \mathbb{R}, x \neq 0$  platí:

# Hyperbolické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky  $x, y \in \mathbb{R}$  platí:

- $\sinh(x + y) \cdot \sinh(x - y) = \sinh^2 x - \sinh^2 y = \cosh^2 x - \cosh^2 y.$
- $\cosh(x + y) \cdot \cosh(x - y) = \cosh^2 x + \cosh^2 y - 1 = \sinh^2 y + \sinh^2 x + 1.$

Pre všetky  $x \in \mathbb{R}, x \neq 0$  platí:

- $\operatorname{tgh} x \cdot \operatorname{cotgh} x = \frac{\sinh x}{\cosh x} \cdot \frac{\cosh x}{\sinh x} = 1.$

# Hyperbolické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky  $x, y \in \mathbb{R}$  platí:

- $\sinh(x + y) \cdot \sinh(x - y) = \sinh^2 x - \sinh^2 y = \cosh^2 x - \cosh^2 y.$
- $\cosh(x + y) \cdot \cosh(x - y) = \cosh^2 x + \cosh^2 y - 1 = \sinh^2 y + \sinh^2 x + 1.$

Pre všetky  $x \in \mathbb{R}, x \neq 0$  platí:

- $\operatorname{tgh} x \cdot \operatorname{cotgh} x = \frac{\sinh x}{\cosh x} \cdot \frac{\cosh x}{\sinh x} = 1.$

Pre všetky  $x, y \in \mathbb{R}$  platí:

[Súčtové vzorce pre tangens a kotangens hyperbolické.]

# Hyperbolické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky  $x, y \in \mathbb{R}$  platí:

- $\sinh(x + y) \cdot \sinh(x - y) = \sinh^2 x - \sinh^2 y = \cosh^2 x - \cosh^2 y.$
- $\cosh(x + y) \cdot \cosh(x - y) = \cosh^2 x + \cosh^2 y - 1 = \sinh^2 y + \sinh^2 x + 1.$

Pre všetky  $x \in \mathbb{R}, x \neq 0$  platí:

- $\operatorname{tgh} x \cdot \operatorname{cotgh} x = \frac{\sinh x}{\cosh x} \cdot \frac{\cosh x}{\sinh x} = 1.$

Pre všetky  $x, y \in \mathbb{R}$  platí:

[Súčtové vzorce pre tangens a kotangens hyperbolické.]

- $\operatorname{tgh}(x + y) = \frac{\operatorname{tgh} x + \operatorname{tgh} y}{1 + \operatorname{tgh} x \cdot \operatorname{tgh} y}.$

# Hyperbolické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky  $x, y \in \mathbb{R}$  platí:

- $\sinh(x + y) \cdot \sinh(x - y) = \sinh^2 x - \sinh^2 y = \cosh^2 x - \cosh^2 y.$
- $\cosh(x + y) \cdot \cosh(x - y) = \cosh^2 x + \cosh^2 y - 1 = \sinh^2 y + \sinh^2 x + 1.$

Pre všetky  $x \in \mathbb{R}, x \neq 0$  platí:

- $\operatorname{tgh} x \cdot \operatorname{cotgh} x = \frac{\sinh x}{\cosh x} \cdot \frac{\cosh x}{\sinh x} = 1.$

Pre všetky  $x, y \in \mathbb{R}$  platí:

[Súčtové vzorce pre tangens a kotangens hyperbolické.]

- $\operatorname{tgh}(x + y) = \frac{\operatorname{tgh} x + \operatorname{tgh} y}{1 + \operatorname{tgh} x \cdot \operatorname{tgh} y}.$
- $\operatorname{tgh}(x - y) = \frac{\operatorname{tgh} x - \operatorname{tgh} y}{1 - \operatorname{tgh} x \cdot \operatorname{tgh} y}.$

# Hyperbolické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky  $x, y \in \mathbb{R}$  platí:

- $\sinh(x + y) \cdot \sinh(x - y) = \sinh^2 x - \sinh^2 y = \cosh^2 x - \cosh^2 y.$
- $\cosh(x + y) \cdot \cosh(x - y) = \cosh^2 x + \cosh^2 y - 1 = \sinh^2 y + \sinh^2 x + 1.$

Pre všetky  $x \in \mathbb{R}, x \neq 0$  platí:

- $\operatorname{tgh} x \cdot \operatorname{cotgh} x = \frac{\sinh x}{\cosh x} \cdot \frac{\cosh x}{\sinh x} = 1.$

Pre všetky  $x, y \in \mathbb{R}$  platí:

[Súčtové vzorce pre tangens a kotangens hyperbolické.]

- $\operatorname{tgh}(x + y) = \frac{\operatorname{tgh} x + \operatorname{tgh} y}{1 + \operatorname{tgh} x \cdot \operatorname{tgh} y}.$
- $\operatorname{cotgh}(x + y) = \frac{1 + \operatorname{cotgh} x \cdot \operatorname{cotgh} y}{\operatorname{cotgh} x + \operatorname{cotgh} y}.$
- $\operatorname{tgh}(x - y) = \frac{\operatorname{tgh} x - \operatorname{tgh} y}{1 - \operatorname{tgh} x \cdot \operatorname{tgh} y}.$



# Hyperbolické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky  $x, y \in \mathbb{R}$  platí:

- $\sinh(x + y) \cdot \sinh(x - y) = \sinh^2 x - \sinh^2 y = \cosh^2 x - \cosh^2 y.$
- $\cosh(x + y) \cdot \cosh(x - y) = \cosh^2 x + \cosh^2 y - 1 = \sinh^2 y + \sinh^2 x + 1.$

Pre všetky  $x \in \mathbb{R}, x \neq 0$  platí:

- $\operatorname{tgh} x \cdot \operatorname{cotgh} x = \frac{\sinh x}{\cosh x} \cdot \frac{\cosh x}{\sinh x} = 1.$

Pre všetky  $x, y \in \mathbb{R}$  platí:

[Súčtové vzorce pre tangens a kotangens hyperbolické.]

- $\operatorname{tgh}(x + y) = \frac{\operatorname{tgh} x + \operatorname{tgh} y}{1 + \operatorname{tgh} x \cdot \operatorname{tgh} y}.$
- $\operatorname{tgh}(x - y) = \frac{\operatorname{tgh} x - \operatorname{tgh} y}{1 - \operatorname{tgh} x \cdot \operatorname{tgh} y}.$
- $\operatorname{cotgh}(x + y) = \frac{1 + \operatorname{cotgh} x \cdot \operatorname{cotgh} y}{\operatorname{cotgh} x + \operatorname{cotgh} y}.$
- $\operatorname{cotgh}(x - y) = \frac{1 - \operatorname{cotgh} x \cdot \operatorname{cotgh} y}{\operatorname{cotgh} x - \operatorname{cotgh} y}.$

# Hyperbolické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky  $x, y \in \mathbb{R}$  platí:

- $\sinh(x + y) \cdot \sinh(x - y) = \sinh^2 x - \sinh^2 y = \cosh^2 x - \cosh^2 y.$
- $\cosh(x + y) \cdot \cosh(x - y) = \cosh^2 x + \cosh^2 y - 1 = \sinh^2 y + \sinh^2 x + 1.$

Pre všetky  $x \in \mathbb{R}, x \neq 0$  platí:

- $\operatorname{tgh} x \cdot \operatorname{cotgh} x = \frac{\sinh x}{\cosh x} \cdot \frac{\cosh x}{\sinh x} = 1.$

Pre všetky  $x, y \in \mathbb{R}$  platí:

[Súčtové vzorce pre tangens a kotangens hyperbolické.]

- $\operatorname{tgh}(x + y) = \frac{\operatorname{tgh} x + \operatorname{tgh} y}{1 + \operatorname{tgh} x \cdot \operatorname{tgh} y}.$
- $\operatorname{cotgh}(x + y) = \frac{1 + \operatorname{cotgh} x \cdot \operatorname{cotgh} y}{\operatorname{cotgh} x + \operatorname{cotgh} y}.$
- $\operatorname{tgh}(x - y) = \frac{\operatorname{tgh} x - \operatorname{tgh} y}{1 - \operatorname{tgh} x \cdot \operatorname{tgh} y}.$
- $\operatorname{cotgh}(x - y) = \frac{1 - \operatorname{cotgh} x \cdot \operatorname{cotgh} y}{\operatorname{cotgh} x - \operatorname{cotgh} y}.$

Pre všetky  $x, y \in \mathbb{R}$  platí:

[Súčtové vzorce pre dvojnásobné argumenty.]

# Hyperbolické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky  $x, y \in \mathbb{R}$  platí:

- $\sinh(x + y) \cdot \sinh(x - y) = \sinh^2 x - \sinh^2 y = \cosh^2 x - \cosh^2 y.$
- $\cosh(x + y) \cdot \cosh(x - y) = \cosh^2 x + \cosh^2 y - 1 = \sinh^2 y + \sinh^2 x + 1.$

Pre všetky  $x \in \mathbb{R}, x \neq 0$  platí:

- $\operatorname{tgh} x \cdot \operatorname{cotgh} x = \frac{\sinh x}{\cosh x} \cdot \frac{\cosh x}{\sinh x} = 1.$

Pre všetky  $x, y \in \mathbb{R}$  platí:

[Súčtové vzorce pre tangens a kotangens hyperbolické.]

- $\operatorname{tgh}(x + y) = \frac{\operatorname{tgh} x + \operatorname{tgh} y}{1 + \operatorname{tgh} x \cdot \operatorname{tgh} y}.$
- $\operatorname{tgh}(x - y) = \frac{\operatorname{tgh} x - \operatorname{tgh} y}{1 - \operatorname{tgh} x \cdot \operatorname{tgh} y}.$
- $\operatorname{cotgh}(x + y) = \frac{1 + \operatorname{cotgh} x \cdot \operatorname{cotgh} y}{\operatorname{cotgh} x + \operatorname{cotgh} y}.$
- $\operatorname{cotgh}(x - y) = \frac{1 - \operatorname{cotgh} x \cdot \operatorname{cotgh} y}{\operatorname{cotgh} x - \operatorname{cotgh} y}.$

Pre všetky  $x, y \in \mathbb{R}$  platí:

[Súčtové vzorce pre dvojnásobné argumenty.]

- $\operatorname{tgh} 2x = \frac{2 \operatorname{tgh} x}{1 + \operatorname{tgh}^2 x} = \frac{2}{\operatorname{cotgh} x + \operatorname{tgh} x}.$

# Hyperbolické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky  $x, y \in \mathbb{R}$  platí:

- $\sinh(x + y) \cdot \sinh(x - y) = \sinh^2 x - \sinh^2 y = \cosh^2 x - \cosh^2 y.$
- $\cosh(x + y) \cdot \cosh(x - y) = \cosh^2 x + \cosh^2 y - 1 = \sinh^2 y + \sinh^2 x + 1.$

Pre všetky  $x \in \mathbb{R}, x \neq 0$  platí:

- $\operatorname{tgh} x \cdot \operatorname{cotgh} x = \frac{\sinh x}{\cosh x} \cdot \frac{\cosh x}{\sinh x} = 1.$

Pre všetky  $x, y \in \mathbb{R}$  platí:

[Súčtové vzorce pre tangens a kotangens hyperbolické.]

- $\operatorname{tgh}(x + y) = \frac{\operatorname{tgh} x + \operatorname{tgh} y}{1 + \operatorname{tgh} x \cdot \operatorname{tgh} y}.$
- $\operatorname{tgh}(x - y) = \frac{\operatorname{tgh} x - \operatorname{tgh} y}{1 - \operatorname{tgh} x \cdot \operatorname{tgh} y}.$
- $\operatorname{cotgh}(x + y) = \frac{1 + \operatorname{cotgh} x \cdot \operatorname{cotgh} y}{\operatorname{cotgh} x + \operatorname{cotgh} y}.$
- $\operatorname{cotgh}(x - y) = \frac{1 - \operatorname{cotgh} x \cdot \operatorname{cotgh} y}{\operatorname{cotgh} x - \operatorname{cotgh} y}.$

Pre všetky  $x, y \in \mathbb{R}$  platí:

[Súčtové vzorce pre dvojnásobné argumenty.]

- $\operatorname{tgh} 2x = \frac{2 \operatorname{tgh} x}{1 + \operatorname{tgh}^2 x} = \frac{2}{\operatorname{cotgh} x + \operatorname{tgh} x}.$
- $\operatorname{cotgh} 2x = \frac{1 + \operatorname{cotgh}^2 x}{2 \operatorname{cotgh} x} = \frac{\operatorname{cotgh} x + \operatorname{tgh} x}{2}.$

# Hyperbolické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky  $x \in \mathbb{R}$ ,  $n \in \mathbb{N}$  platí:



# Hyperbolické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky  $x \in \mathbb{R}$ ,  $n \in \mathbb{N}$  platí:

[Moivreov vzorec pre hyperbolické funkcie.]

- $(\cosh x \pm \sinh x)^n = \cosh nx \pm \sinh nx.$

# Hyperbolické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky  $x \in \mathbb{R}$ ,  $n \in \mathbb{N}$  platí:

[Moivreov vzorec pre hyperbolické funkcie.]

- $(\cosh x \pm \sinh x)^n = \cosh nx \pm \sinh nx.$

[Moivreov vzorec pre komplexné čísla: • Pre všetky  $x \in \mathbb{R}$ ,  $n \in \mathbb{N}$  platí  $(\cos x \pm i \sin x)^n = \cos nx \pm i \sin nx.$ ]

# Hyperbolické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky  $x \in \mathbb{R}$ ,  $n \in \mathbb{N}$  platí:

[Moivreov vzorec pre hyperbolické funkcie.]

- $(\cosh x \pm \sinh x)^n = \cosh nx \pm \sinh nx.$

[Moivreov vzorec pre komplexné čísla: • Pre všetky  $x \in \mathbb{R}$ ,  $n \in \mathbb{N}$  platí  $(\cos x \pm i \sin x)^n = \cos nx \pm i \sin nx.$ ]

Pre všetky  $x \in (0; \infty)$  platí:

- $\sinh x$

- $\cosh x$

- $\operatorname{tgh} x = \frac{1}{\operatorname{cotgh} x}$



# Hyperbolické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky  $x \in \mathbb{R}$ ,  $n \in \mathbb{N}$  platí:

[Moivreov vzorec pre hyperbolické funkcie.]

- $(\cosh x \pm \sinh x)^n = \cosh nx \pm \sinh nx.$

[Moivreov vzorec pre komplexné čísla: • Pre všetky  $x \in \mathbb{R}$ ,  $n \in \mathbb{N}$  platí  $(\cos x \pm i \sin x)^n = \cos nx \pm i \sin nx.$ ]

Pre všetky  $x \in (0; \infty)$  platí:

- $\sinh x$

- $\cosh x = \sqrt{\sinh^2 x + 1}$

- $\operatorname{tgh} x = \frac{1}{\operatorname{cotgh} x} = \frac{\sinh x}{\sqrt{\sinh^2 x + 1}}$

# Hyperbolické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky  $x \in \mathbb{R}$ ,  $n \in \mathbb{N}$  platí:

[Moivreov vzorec pre hyperbolické funkcie.]

$$\bullet (\cosh x \pm \sinh x)^n = \cosh nx \pm \sinh nx.$$

[Moivreov vzorec pre komplexné čísla:  $\bullet$  Pre všetky  $x \in \mathbb{R}$ ,  $n \in \mathbb{N}$  platí  $(\cos x \pm i \sin x)^n = \cos nx \pm i \sin nx$ .]

Pre všetky  $x \in (0; \infty)$  platí:

$$\bullet \sinh x$$

$$\bullet = \sqrt{\cosh^2 x - 1}$$

$$\bullet \cosh x$$

$$\bullet \operatorname{tgh} x = \frac{1}{\operatorname{cotgh} x}$$

$$\bullet = \frac{\sqrt{\cosh^2 x - 1}}{\cosh x}.$$

# Hyperbolické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky  $x \in \mathbb{R}$ ,  $n \in \mathbb{N}$  platí:

[Moivreov vzorec pre hyperbolické funkcie.]

- $(\cosh x \pm \sinh x)^n = \cosh nx \pm \sinh nx.$

[Moivreov vzorec pre komplexné čísla: • Pre všetky  $x \in \mathbb{R}$ ,  $n \in \mathbb{N}$  platí  $(\cos x \pm i \sin x)^n = \cos nx \pm i \sin nx.$ ]

Pre všetky  $x \in (0; \infty)$  platí:

- $\sinh x$

- $= \frac{\operatorname{tgh} x}{\sqrt{1 - \operatorname{tgh}^2 x}}$

- $\cosh x$

- $= \frac{1}{\sqrt{1 - \operatorname{tgh}^2 x}}$

- $\operatorname{tgh} x = \frac{1}{\operatorname{cotgh} x}$

# Hyperbolické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky  $x \in \mathbb{R}$ ,  $n \in \mathbb{N}$  platí:

[Moivreov vzorec pre hyperbolické funkcie.]

- $(\cosh x \pm \sinh x)^n = \cosh nx \pm \sinh nx.$

[Moivreov vzorec pre komplexné čísla: • Pre všetky  $x \in \mathbb{R}$ ,  $n \in \mathbb{N}$  platí  $(\cos x \pm i \sin x)^n = \cos nx \pm i \sin nx.$ ]

Pre všetky  $x \in (0; \infty)$  platí:

- $\sinh x$

- $\cosh x$

- $\operatorname{tgh} x = \frac{1}{\operatorname{cotgh} x}$

- $= \frac{1}{\sqrt{\operatorname{cotgh}^2 x - 1}}$

- $= \frac{\operatorname{cotgh} x}{\sqrt{\operatorname{cotgh}^2 x - 1}}$

# Hyperbolické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky  $x \in \mathbb{R}$ ,  $n \in \mathbb{N}$  platí:

[Moivreov vzorec pre hyperbolické funkcie.]

$$\bullet (\cosh x \pm \sinh x)^n = \cosh nx \pm \sinh nx.$$

[Moivreov vzorec pre komplexné čísla:  $\bullet$  Pre všetky  $x \in \mathbb{R}$ ,  $n \in \mathbb{N}$  platí  $(\cos x \pm i \sin x)^n = \cos nx \pm i \sin nx$ .]

Pre všetky  $x \in (0; \infty)$  platí:

$$\bullet \sinh x = \sqrt{\cosh^2 x - 1} = \frac{\operatorname{tgh} x}{\sqrt{1 - \operatorname{tgh}^2 x}} = \frac{1}{\sqrt{\operatorname{cotgh}^2 x - 1}}.$$

$$\bullet \cosh x = \sqrt{\sinh^2 x + 1} = \frac{1}{\sqrt{1 - \operatorname{tgh}^2 x}} = \frac{\operatorname{cotgh} x}{\sqrt{\operatorname{cotgh}^2 x - 1}}.$$

$$\bullet \operatorname{tgh} x = \frac{1}{\operatorname{cotgh} x} = \frac{\sinh x}{\sqrt{\sinh^2 x + 1}} = \frac{\sqrt{\cosh^2 x - 1}}{\cosh x}.$$

# Hyperbolické funkcie – Súčtové vzorce

Pre všetky  $x \in \mathbb{R}$ ,  $n \in \mathbb{N}$  platí:

[Moivreov vzorec pre hyperbolické funkcie.]

$$\bullet (\cosh x \pm \sinh x)^n = \cosh nx \pm \sinh nx.$$

[Moivreov vzorec pre komplexné čísla:  $\bullet$  Pre všetky  $x \in \mathbb{R}$ ,  $n \in \mathbb{N}$  platí  $(\cos x \pm i \sin x)^n = \cos nx \pm i \sin nx$ .]

Pre všetky  $x \in (0; \infty)$  platí:

[Hyperbolické funkcie.]

$$\bullet \sinh x = \sqrt{\cosh^2 x - 1} = \frac{\operatorname{tgh} x}{\sqrt{1 - \operatorname{tgh}^2 x}} = \frac{1}{\sqrt{\operatorname{cotgh}^2 x - 1}}.$$

$$\bullet \cosh x = \sqrt{\sinh^2 x + 1} = \frac{1}{\sqrt{1 - \operatorname{tgh}^2 x}} = \frac{\operatorname{cotgh} x}{\sqrt{\operatorname{cotgh}^2 x - 1}}.$$

$$\bullet \operatorname{tgh} x = \frac{1}{\operatorname{cotgh} x} = \frac{\sinh x}{\sqrt{\sinh^2 x + 1}} = \frac{\sqrt{\cosh^2 x - 1}}{\cosh x}.$$

Pre všetky  $x \in (0; \frac{\pi}{2})$  platí:

[Goniometrické funkcie.]

$$\bullet \sin x = \sqrt{1 - \cos^2 x} = \frac{\operatorname{tg} x}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 x}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{cotg}^2 x}}.$$

$$\bullet \cos x = \sqrt{1 - \sin^2 x} = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 x}} = \frac{\operatorname{cotg} x}{\sqrt{1 + \operatorname{cotg}^2 x}}.$$

$$\bullet \operatorname{tg} x = \frac{1}{\operatorname{cotg} x} = \frac{\sin x}{\sqrt{1 - \sin^2 x}} = \frac{\sqrt{1 - \cos^2 x}}{\cos x}.$$

# Hyperbolometrické funkcie – Argument sínus a kosínus hyp.

- Hyperbolometrickými funkciami,

nazývame inverzné funkcie ku funkciám hyperbolickým

# Hyperbolometrické funkcie – Argument sínus a kosínus hyp.

- Hyperbolometrickými funkciami,

nazývame inverzné funkcie ku funkciám hyperbolickým (resp. k ich vhodným zúženiam).



# Hyperbolometrické funkcie – Argument sínus a kosínus hyp.

- Hyperbolometrickými funkciami, označenie  $\operatorname{argsinh}$ ,  $\operatorname{argcosh}$ ,  $\operatorname{argtggh}$ ,  $\operatorname{argcotgh}$ , nazývame inverzné funkcie ku funkciám hyperbolickým (resp. k ich vhodným zúženiam).

# Hyperbolometrické funkcie – Argument sínus a kosínus hyp.

- Hyperbolometrickými funkciami, označenie  $\operatorname{argsinh}$ ,  $\operatorname{argcosh}$ ,  $\operatorname{argtgh}$ ,  $\operatorname{argcotgh}$ , nazývame inverzné funkcie ku funkciám hyperbolickým (resp. k ich vhodným zúženiam).

## Argument sínusu hyperbolického

sa nazýva funkcia

## Argument kosínusu hyperbolického

sa nazýva funkcia

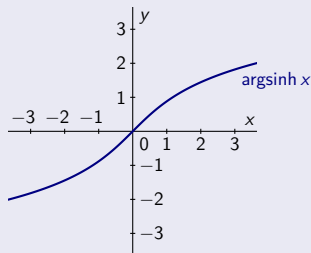
# Hyperbolometrické funkcie – Argument sínus a kosínus hyp.

- Hyperbolometrickými funkciami, označenie  $\operatorname{argsinh}$ ,  $\operatorname{argcosh}$ ,  $\operatorname{argtgh}$ ,  $\operatorname{argcotgh}$ , nazývame inverzné funkcie ku funkciám hyperbolickým (resp. k ich vhodným zúženiam).

## Argument sínusu hyperbolického

sa nazýva funkcia

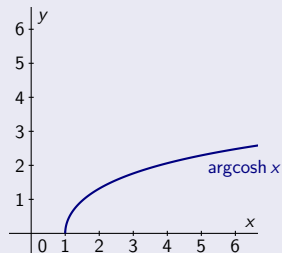
$$f: y = \operatorname{argsinh} x = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}).$$



## Argument kosínusu hyperbolického

sa nazýva funkcia

$$f: y = \operatorname{argcosh} x = \ln(x + \sqrt{x^2 - 1}).$$



# Hyperbolometrické funkcie – Argument sínus a kosínus hyp.

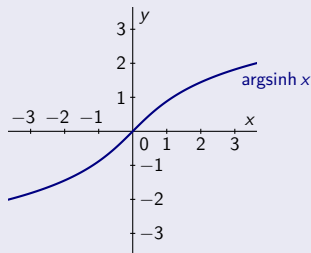
- Hyperbolometrickými funkciami, označenie arsinh, argcosh, argtgh, argcotgh, nazývame inverzné funkcie ku funkciám hyperbolickým (resp. k ich vhodným zúženiam).

## Argument sínusu hyperbolického

sa nazýva funkcia

$$f: y = \operatorname{arsinh} x = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}).$$

- $D(f) = \mathbb{R}$ .

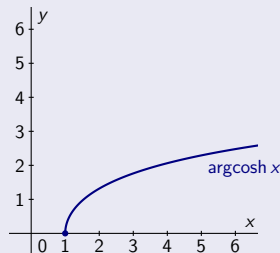


## Argument kosínusu hyperbolického

sa nazýva funkcia

$$f: y = \operatorname{argcosh} x = \ln(x + \sqrt{x^2 - 1}).$$

- $D(f) = \langle 1; \infty \rangle$ .



# Hyperbolometrické funkcie – Argument sínus a kosínus hyp.

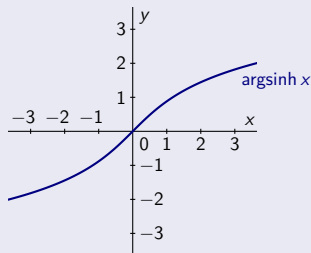
- Hyperbolometrickými funkciami, označenie  $\operatorname{argsinh}$ ,  $\operatorname{argcosh}$ ,  $\operatorname{argtgh}$ ,  $\operatorname{argcotgh}$ , nazývame inverzné funkcie ku funkciám hyperbolickým (resp. k ich vhodným zúženiam).

## Argument sínusu hyperbolického

sa nazýva funkcia

$$f: y = \operatorname{argsinh} x = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}).$$

- $D(f) = \mathbb{R}$ .
- $H(f) = \mathbb{R}$ .

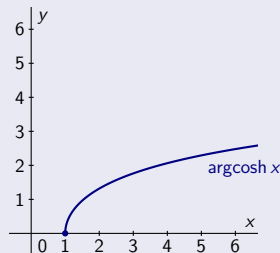


## Argument kosínusu hyperbolického

sa nazýva funkcia

$$f: y = \operatorname{argcosh} x = \ln(x + \sqrt{x^2 - 1}).$$

- $D(f) = \langle 1; \infty \rangle$ .
- $H(f) = \langle 0; \infty \rangle$ .



# Hyperbolometrické funkcie – Argument sínus a kosínus hyp.

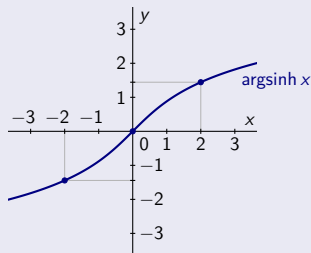
- Hyperbolometrickými funkciami, označenie  $\operatorname{argsinh}$ ,  $\operatorname{argcosh}$ ,  $\operatorname{argtgh}$ ,  $\operatorname{argcotgh}$ , nazývame inverzné funkcie ku funkciám hyperbolickým (resp. k ich vhodným zúženiam).

## Argument sínusu hyperbolického

sa nazýva funkcia

$$f: y = \operatorname{argsinh} x = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}).$$

- $D(f) = \mathbb{R}$ .
- $H(f) = \mathbb{R}$ .
- $f$  je nepárna.

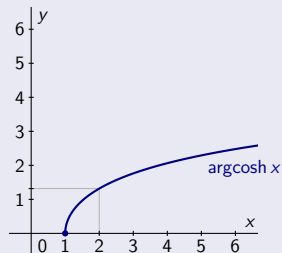


## Argument kosínusu hyperbolického

sa nazýva funkcia

$$f: y = \operatorname{argcosh} x = \ln(x + \sqrt{x^2 - 1}).$$

- $D(f) = \langle 1; \infty \rangle$ .
- $H(f) = \langle 0; \infty \rangle$ .



# Hyperbolometrické funkcie – Argument sínus a kosínus hyp.

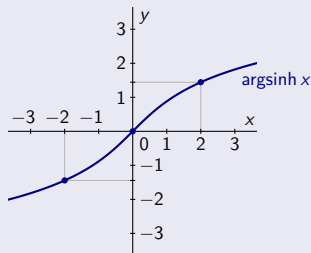
- Hyperbolometrickými funkciami, označenie  $\operatorname{argsinh}$ ,  $\operatorname{argcosh}$ ,  $\operatorname{argtgh}$ ,  $\operatorname{argcotgh}$ , nazývame inverzné funkcie ku funkciám hyperbolickým (resp. k ich vhodným zúženiam).

## Argument sínusu hyperbolického

sa nazýva funkcia

$$f: y = \operatorname{argsinh} x = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}).$$

- $D(f) = \mathbb{R}$ .
- $H(f) = \mathbb{R}$ .
- $f$  je nepárna.
- $f$  je rastúca.

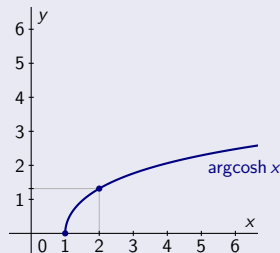


## Argument kosínusu hyperbolického

sa nazýva funkcia

$$f: y = \operatorname{argcosh} x = \ln(x + \sqrt{x^2 - 1}).$$

- $D(f) = \langle 1; \infty \rangle$ .
- $H(f) = \langle 0; \infty \rangle$ .
- $f$  je rastúca.



# Hyperbolometrické funkcie – Argument sínus a kosínus hyp.

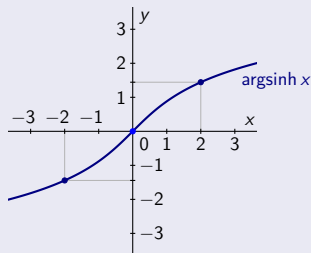
- Hyperbolometrickými funkciami, označenie  $\operatorname{argsinh}$ ,  $\operatorname{argcosh}$ ,  $\operatorname{argtgh}$ ,  $\operatorname{argcotgh}$ , nazývame inverzné funkcie ku funkciám hyperbolickým (resp. k ich vhodným zúženiam).

## Argument sínusu hyperbolického

sa nazýva funkcia

$$f: y = \operatorname{argsinh} x = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}).$$

- $D(f) = \mathbb{R}$ .
- $H(f) = \mathbb{R}$ .
- $f$  je nepárna.
- $f$  je rastúca.
- Koreň (nulový bod) je 0. [  $\operatorname{argsinh} 0 = 0$ . ]

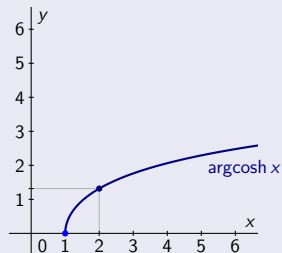


## Argument kosínusu hyperbolického

sa nazýva funkcia

$$f: y = \operatorname{argcosh} x = \ln(x + \sqrt{x^2 - 1}).$$

- $D(f) = \langle 1; \infty \rangle$ .
- $H(f) = \langle 0; \infty \rangle$ .
- $f$  je rastúca.
- Koreň (nulový bod) je 1. [  $\operatorname{argcosh} 1 = 0$ . ]





# Hyperbolometrické funkcie – Argument sínus a kosínus hyp.

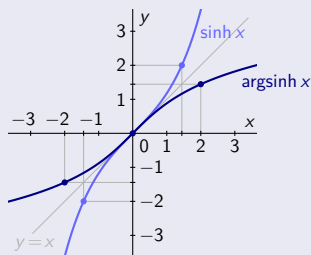
- Hyperbolometrickými funkciami, označenie  $\operatorname{arsinh}$ ,  $\operatorname{argcosh}$ ,  $\operatorname{argtgh}$ ,  $\operatorname{argcotgh}$ , nazývame inverzné funkcie ku funkciám hyperbolickým (resp. k ich vhodným zúženiam).

## Argument sínusu hyperbolického

sa nazýva funkcia

$$f: y = \operatorname{arsinh} x = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}).$$

- $D(f) = \mathbb{R}$ .
- $H(f) = \mathbb{R}$ .
- $f$  je nepárna.
- $f$  je rastúca.
- Koreň (nulový bod) je 0. [ $\operatorname{arsinh} 0 = 0$ .]

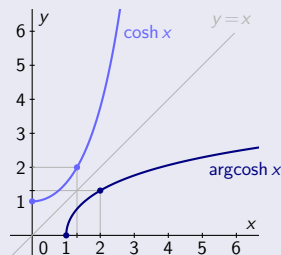


## Argument kosínusu hyperbolického

sa nazýva funkcia

$$f: y = \operatorname{argcosh} x = \ln(x + \sqrt{x^2 - 1}).$$

- $D(f) = \langle 1; \infty \rangle$ .
- $H(f) = \langle 0; \infty \rangle$ .
- $f$  je rastúca.
- Koreň (nulový bod) je 1. [ $\operatorname{argcosh} 1 = 0$ .]



# Hyperbolometrické funkcie – Argument tangens a kotangens hyp.

## Argument tangensu hyperbolického

sa nazýva funkcia

## Argument kotangensu hyperbolického

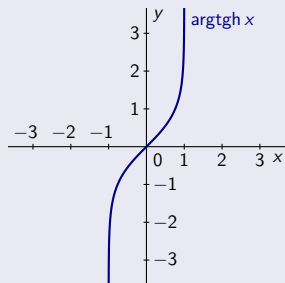
sa nazýva funkcia

# Hyperbolometrické funkcie – Argument tangens a kotangens hyp.

## Argument tangensu hyperbolického

sa nazýva funkcia

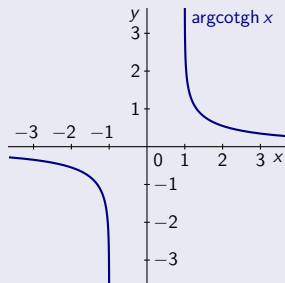
$$f: y = \operatorname{argtg} x = \frac{1}{2} \ln \frac{1+x}{1-x}.$$



## Argument kotangensu hyperbolického

sa nazýva funkcia

$$f: y = \operatorname{argcotg} x = \frac{1}{2} \ln \frac{x+1}{x-1}.$$



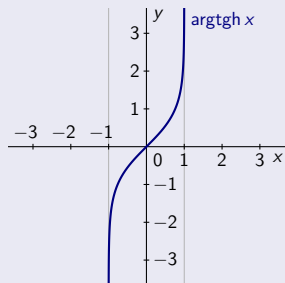
# Hyperbolometrické funkcie – Argument tangens a kotangens hyp.

## Argument tangensu hyperbolického

sa nazýva funkcia

$$f: y = \operatorname{argtgh} x = \frac{1}{2} \ln \frac{1+x}{1-x}.$$

- $D(f) = (-1; 1)$ .

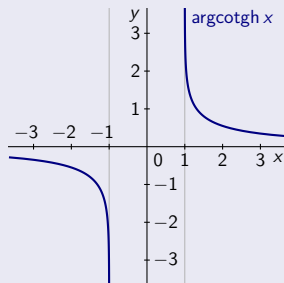


## Argument kotangensu hyperbolického

sa nazýva funkcia

$$f: y = \operatorname{argcotgh} x = \frac{1}{2} \ln \frac{x+1}{x-1}.$$

- $D(f) = \mathbb{R} - \langle -1; 1 \rangle$ .



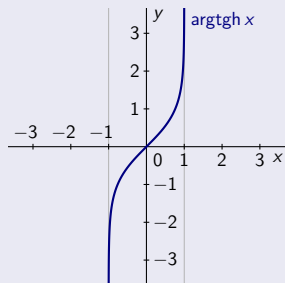
# Hyperbolometrické funkcie – Argument tangens a kotangens hyp.

## Argument tangensu hyperbolického

sa nazýva funkcia

$$f: y = \operatorname{argtgh} x = \frac{1}{2} \ln \frac{1+x}{1-x}.$$

- $D(f) = (-1; 1)$ .
- $H(f) = \mathbb{R}$ .

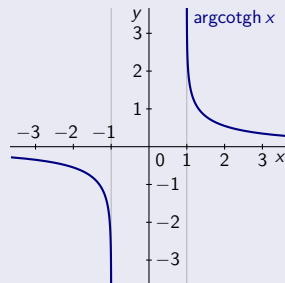


## Argument kotangensu hyperbolického

sa nazýva funkcia

$$f: y = \operatorname{argcotgh} x = \frac{1}{2} \ln \frac{x+1}{x-1}.$$

- $D(f) = \mathbb{R} - \langle -1; 1 \rangle$ .
- $H(f) = \mathbb{R} - \{0\}$ .



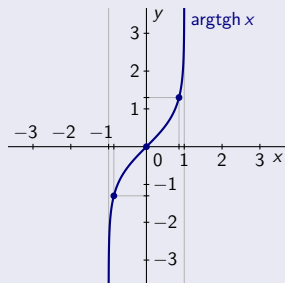
# Hyperbolometrické funkcie – Argument tangens a kotangens hyp.

## Argument tangensu hyperbolického

sa nazýva funkcia

$$f: y = \operatorname{argtgh} x = \frac{1}{2} \ln \frac{1+x}{1-x}.$$

- $D(f) = (-1; 1)$ .    •  $H(f) = \mathbb{R}$ .
- $f$  je nepárna.

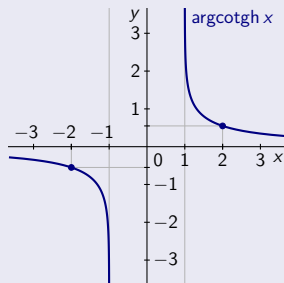


## Argument kotangensu hyperbolického

sa nazýva funkcia

$$f: y = \operatorname{argcotgh} x = \frac{1}{2} \ln \frac{x+1}{x-1}.$$

- $D(f) = \mathbb{R} - \langle -1; 1 \rangle$ .    •  $H(f) = \mathbb{R} - \{0\}$ .
- $f$  je nepárna.



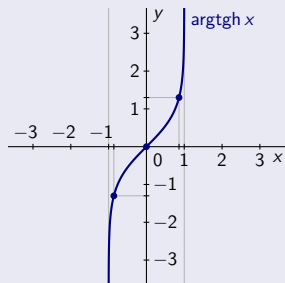
# Hyperbolometrické funkcie – Argument tangens a kotangens hyp.

## Argument tangensu hyperbolického

sa nazýva funkcia

$$f: y = \operatorname{argtgh} x = \frac{1}{2} \ln \frac{1+x}{1-x}.$$

- $D(f) = (-1; 1)$ .    •  $H(f) = \mathbb{R}$ .
- $f$  je nepárna.
- $f$  je rastúca.

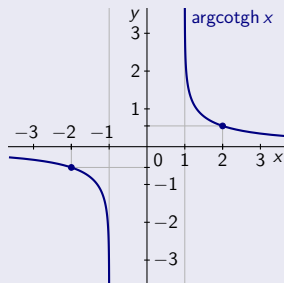


## Argument kotangensu hyperbolického

sa nazýva funkcia

$$f: y = \operatorname{argcotgh} x = \frac{1}{2} \ln \frac{x+1}{x-1}.$$

- $D(f) = \mathbb{R} - \langle -1; 1 \rangle$ .    •  $H(f) = \mathbb{R} - \{0\}$ .
- $f$  je nepárna.
- $f$  klesá na  $(-\infty; -1)$ ,



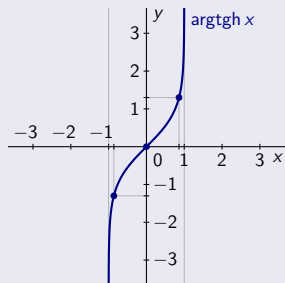
# Hyperbolometrické funkcie – Argument tangens a kotangens hyp.

## Argument tangensu hyperbolického

sa nazýva funkcia

$$f: y = \operatorname{argtgh} x = \frac{1}{2} \ln \frac{1+x}{1-x}.$$

- $D(f) = (-1; 1)$ .    •  $H(f) = \mathbb{R}$ .
- $f$  je nepárna.
- $f$  je rastúca.

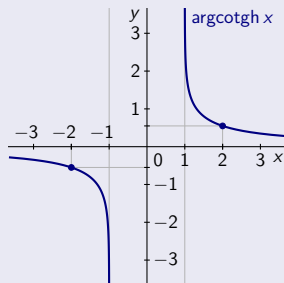


## Argument kotangensu hyperbolického

sa nazýva funkcia

$$f: y = \operatorname{argcotgh} x = \frac{1}{2} \ln \frac{x+1}{x-1}.$$

- $D(f) = \mathbb{R} - \langle -1; 1 \rangle$ .    •  $H(f) = \mathbb{R} - \{0\}$ .
- $f$  je nepárna.
- $f$  klesá na  $(-\infty; -1)$ , klesá na  $(1; \infty)$ .





# Hyperbolometrické funkcie – Argument tangens a kotangens hyp.

## Argument tangensu hyperbolického

sa nazýva funkcia

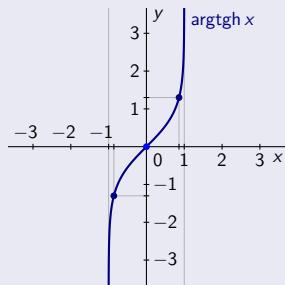
$$f: y = \operatorname{argtgh} x = \frac{1}{2} \ln \frac{1+x}{1-x}.$$

- $D(f) = (-1; 1)$ .
- $H(f) = \mathbb{R}$ .

- $f$  je nepárna.

- $f$  je rastúca.

- Koreň (nulový bod) je 0. [argtgh 0 = 0.]



## Argument kotangensu hyperbolického

sa nazýva funkcia

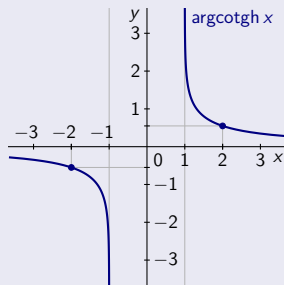
$$f: y = \operatorname{argcotgh} x = \frac{1}{2} \ln \frac{x+1}{x-1}.$$

- $D(f) = \mathbb{R} - \langle -1; 1 \rangle$ .
- $H(f) = \mathbb{R} - \{0\}$ .

- $f$  je nepárna.

- $f$  klesá na  $(-\infty; -1)$ , klesá na  $(1; \infty)$ .

- Korene (nulové body) neexistujú.



# Hyperbolometrické funkcie – Argument tangens a kotangens hyp.

## Argument tangensu hyperbolického

sa nazýva funkcia

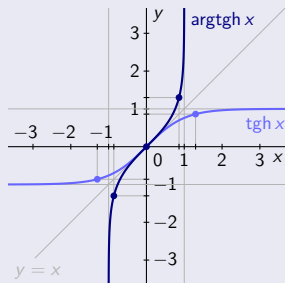
$$f: y = \operatorname{argtgh} x = \frac{1}{2} \ln \frac{1+x}{1-x}.$$

- $D(f) = (-1; 1)$ .
- $H(f) = \mathbb{R}$ .

- $f$  je nepárna.

- $f$  je rastúca.

- Koreň (nulový bod) je 0. [argtgh 0 = 0.]



## Argument kotangensu hyperbolického

sa nazýva funkcia

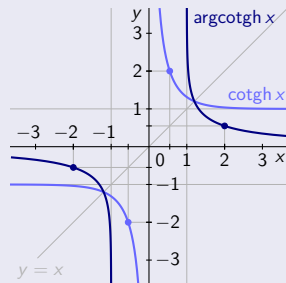
$$f: y = \operatorname{argcotgh} x = \frac{1}{2} \ln \frac{x+1}{x-1}.$$

- $D(f) = \mathbb{R} - \langle -1; 1 \rangle$ .
- $H(f) = \mathbb{R} - \{0\}$ .

- $f$  je nepárna.

- $f$  klesá na  $(-\infty; -1)$ , klesá na  $(1; \infty)$ .

- Korene (nulové body) neexistujú.



# Koniec 5. časti

Ďakujem za pozornosť.