Matematická analýza 1

2023/2024

4. Reálne funkcie

Pre správne zobrazenie, fungovanie tooltipov, 2D a 3D animácií je nevyhnutné súbor otvoriť pomocou programu Adobe Reader (zásuvný modul Adobe PDF Plug-In webového prehliadača nestačí).

Kliknutím na text pred ikonou získate nápomoc.

Kliknutím na skratku v modrej lište vpravo hore sa dostanete na príslušný slajd, druhým kliknutím sa dostanete na koniec tohto slajdu.

Obsah

Základné pojmy

Zobrazenie (funkcia) $y = f(x) : D(f) \to H(f)$ sa nazýva:

Základné pojmy

Zobrazenie (funkcia) $y = f(x) : D(f) \rightarrow H(f)$ sa nazýva:

- Funkcia reálnej premennej,
- Reálna funkcia,

Základné pojmy

Zobrazenie (funkcia) $y = f(x) : D(f) \to H(f)$ sa nazýva:

- Funkcia reálnej premennej, ak $x \in R$, t. j. $D(f) \subset R$.
- Reálna funkcia,

Základné pojmy

Zobrazenie (funkcia) $y = f(x) : D(f) \to H(f)$ sa nazýva:

- Funkcia reálnej premennej, ak $x \in R$, t. j. $D(f) \subset R$.
- Reálna funkcia, ak $f(x) \in R$, t. j. $H(f) \subset R$.

Základné pojmy

Zobrazenie (funkcia) $y = f(x) : D(f) \to H(f)$ sa nazýva:

- Funkcia reálnej premennej, ak $x \in R$, t. j. $D(f) \subset R$.
- Reálna funkcia, ak $f(x) \in R$, t. j. $H(f) \subset R$.

- Pokým neurčíme ináč, bude funkcia znamenať reálnu funkciu reálnej premennej,

Základné pojmy

Zobrazenie (funkcia) $y = f(x) : D(f) \to H(f)$ sa nazýva:

- **Funkcia reálnej premennej**, ak $x \in R$, t. j. $D(f) \subset R$. [$x \in R$ nezávislá premenná, vzor.]
- **Reálna funkcia**, ak $f(x) \in R$, t. j. $H(f) \subset R$. [$y = f(x) \in R$ závislá premenná, funkčná hodnota, obraz.]

- Pokým neurčíme ináč, bude funkcia znamenať reálnu funkciu reálnej premennej, t. j. $D(f), H(f) \subset R$.

Základné pojmy

Zobrazenie (funkcia) $y = f(x) : D(f) \to H(f)$ sa nazýva:

- Funkcia reálnej premennej, ak $x \in R$, t. j. $D(f) \subset R$. [$x \in R$ nezávislá premenná, vzor.]
- Reálna funkcia, ak $f(x) \in R$, t. j. $H(f) \subset R$. [$y = f(x) \in R$ závislá premenná, funkčná hodnota, obraz.]

- Pokým neurčíme ináč, bude funkcia znamenať reálnu funkciu reálnej premennej, t. j. $D(f), H(f) \subset R$.

- $A \subset D(f)$,

Základné pojmy

Zobrazenie (funkcia) $y = f(x) : D(f) \to H(f)$ sa nazýva:

- **Funkcia reálnej premennej**, ak $x \in R$, t. j. $D(f) \subset R$. [$x \in R$ nezávislá premenná, vzor.]
- **Reálna funkcia**, ak $f(x) \in R$, t. j. $H(f) \subset R$. [$y = f(x) \in R$ závislá premenná, funkčná hodnota, obraz.]

- Pokým neurčíme ináč, bude funkcia znamenať reálnu funkciu reálnej premennej, t. j. $D(f), H(f) \subset R$.

- $A \subset D(f)$, potom $f(A) = \{f(x), x \in A\}$ nazývame **obraz množiny A**.

Základné pojmy

Zobrazenie (funkcia) $y = f(x) : D(f) \to H(f)$ sa nazýva:

- Funkcia reálnej premennej, ak $x \in R$, t. j. $D(f) \subset R$. [$x \in R$ nezávislá premenná, vzor.]
- Reálna funkcia, ak $f(x) \in R$, t. j. $H(f) \subset R$. [$y = f(x) \in R$ závislá premenná, funkčná hodnota, obraz.]

- Pokým neurčíme ináč, bude funkcia znamenať reálnu funkciu reálnej premennej, t. j. $D(f), H(f) \subset R$.

- $A \subset D(f)$, potom $f(A) = \{f(x), x \in A\}$ nazývame obraz množiny A.

- $D(f) = \{x,$ pre ktoré existuje y, že $[x; y] \in f\}$ (množina všetkých vzorov)

Základné pojmy

Zobrazenie (funkcia) $y = f(x) : D(f) \to H(f)$ sa nazýva:

- **Funkcia reálnej premennej**, ak $x \in R$, t. j. $D(f) \subset R$. [$x \in R$ nezávislá premenná, vzor.]
- **Reálna funkcia**, ak $f(x) \in R$, t. j. $H(f) \subset R$. [$y = f(x) \in R$ závislá premenná, funkčná hodnota, obraz.]

- Pokým neurčíme ináč, bude funkcia znamenať reálnu funkciu reálnej premennej, t. j. $D(f), H(f) \subset R$.

- $A \subset D(f)$, potom $f(A) = \{f(x), x \in A\}$ nazývame **obraz množiny A**.

- $D(f) = \{x,$ pre ktoré existuje y, že $[x; y] \in f\}$ (množina všetkých vzorov) sa nazýva **definičný obor f**.

Základné pojmy

Zobrazenie (funkcia) $y = f(x) : D(f) \to H(f)$ sa nazýva:

- **Funkcia reálnej premennej**, ak $x \in R$, t. j. $D(f) \subset R$. [$x \in R$ nezávislá premenná, vzor.]
- **Reálna funkcia**, ak $f(x) \in R$, t. j. $H(f) \subset R$. [$y = f(x) \in R$ závislá premenná, funkčná hodnota, obraz.]

- Pokým neurčíme ináč, bude funkcia znamenať reálnu funkciu reálnej premennej, t. j. $D(f), H(f) \subset R$.

- $A \subset D(f)$, potom $f(A) = \{f(x), x \in A\}$ nazývame **obraz množiny A**.

- $D(f) = \{x$, pre ktoré existuje y, že $[x; y] \in f\}$ (množina všetkých vzorov) sa nazýva **definičný obor f**.

Ak nie je $D(f)$ daný, potom myslíme maximálny možný,

Základné pojmy

Zobrazenie (funkcia) $y = f(x) : D(f) \to H(f)$ sa nazýva:

- Funkcia reálnej premennej, ak $x \in R$, t. j. $D(f) \subset R$. [$x \in R$ nezávislá premenná, vzor.]
- Reálna funkcia, ak $f(x) \in R$, t. j. $H(f) \subset R$. [$y = f(x) \in R$ závislá premenná, funkčná hodnota, obraz.]

- Pokým neurčíme ináč, bude funkcia znamenať reálnu funkciu reálnej premennej, t. j. $D(f), H(f) \subset R$.

- $A \subset D(f)$, potom $f(A) = \{f(x), x \in A\}$ nazývame obraz množiny A.

- $D(f) = \{x,$ pre ktoré existuje y, že $[x; y] \in f\}$ (množina všetkých vzorov) sa nazýva definičný obor f.

Ak nie je $D(f)$ daný, potom myslíme maximálny možný, tzv. prirodzený.

Základné pojmy

Zobrazenie (funkcia) $y = f(x) : D(f) \to H(f)$ sa nazýva:

- Funkcia reálnej premennej, ak $x \in R$, t. j. $D(f) \subset R$. [$x \in R$ nezávislá premenná, vzor.]
- Reálna funkcia, ak $f(x) \in R$, t. j. $H(f) \subset R$. [$y = f(x) \in R$ závislá premenná, funkčná hodnota, obraz.]

- Pokým neurčíme ináč, bude funkcia znamenať reálnu funkciu reálnej premennej, t. j. $D(f), H(f) \subset R$.

- $A \subset D(f)$, potom $f(A) = \{f(x), x \in A\}$ nazývame obraz množiny A.

- $D(f) = \{x,$ pre ktoré existuje y, že $[x; y] \in f\}$ (množina všetkých vzorov) sa nazýva definičný obor f.

  Ak nie je $D(f)$ daný, potom myslíme maximálny možný, tzv. prirodzený.

- $H(f) = \{y,$ pre ktoré existuje x, že $[x; y] \in f\}$ (množina všetkých obrazov)

Základné pojmy

Zobrazenie (funkcia) $y = f(x) : D(f) \to H(f)$ sa nazýva:

- Funkcia reálnej premennej, ak $x \in R$, t. j. $D(f) \subset R$. [$x \in R$ nezávislá premenná, vzor.]
- Reálna funkcia, ak $f(x) \in R$, t. j. $H(f) \subset R$. [$y = f(x) \in R$ závislá premenná, funkčná hodnota, obraz.]

- Pokým neurčíme ináč, bude funkcia znamenať reálnu funkciu reálnej premennej, t. j. $D(f), H(f) \subset R$.

- $A \subset D(f)$, potom $f(A) = \{f(x), x \in A\}$ nazývame obraz množiny A.

- $D(f) = \{x$, pre ktoré existuje y, že $[x; y] \in f\}$ (množina všetkých vzorov) sa nazýva definičný obor f.

Ak nie je $D(f)$ daný, potom myslíme maximálny možný, tzv. prirodzený.

- $H(f) = \{y$, pre ktoré existuje x, že $[x; y] \in f\} = \{f(x), x \in D(f)\}$ (množina všetkých obrazov)

Základné pojmy

Zobrazenie (funkcia) $y = f(x) : D(f) \to H(f)$ sa nazýva:

- **Funkcia reálnej premennej**, ak $x \in R$, t. j. $D(f) \subset R$. [$x \in R$ nezávislá premenná, vzor.]
- **Reálna funkcia**, ak $f(x) \in R$, t. j. $H(f) \subset R$. [$y = f(x) \in R$ závislá premenná, funkčná hodnota, obraz.]

- Pokým neurčíme ináč, bude funkcia znamenať reálnu funkciu reálnej premennej, t. j. $D(f), H(f) \subset R$.

- $A \subset D(f)$, potom $f(A) = \{f(x), x \in A\}$ nazývame **obraz množiny A**.

- $D(f) = \{x$, pre ktoré existuje y, že $[x; y] \in f\}$ (množina všetkých vzorov) sa nazýva **definičný obor f**.

  Ak nie je $D(f)$ daný, potom myslíme maximálny možný, tzv. **prirodzený**.

- $H(f) = \{y$, pre ktoré existuje x, že $[x; y] \in f\} = \{f(x), x \in D(f)\} = f(D(f))$ (množina všetkých obrazov)

Základné pojmy

Zobrazenie (funkcia) $y = f(x) : D(f) \to H(f)$ sa nazýva:

- Funkcia reálnej premennej, ak $x \in R$, t. j. $D(f) \subset R$. [$x \in R$ nezávislá premenná, vzor.]
- Reálna funkcia, ak $f(x) \in R$, t. j. $H(f) \subset R$. [$y = f(x) \in R$ závislá premenná, funkčná hodnota, obraz.]

- Pokým neurčíme ináč, bude funkcia znamenať reálnu funkciu reálnej premennej, t. j. $D(f), H(f) \subset R$.

- $A \subset D(f)$, potom $f(A) = \{f(x), x \in A\}$ nazývame obraz množiny A.

- $D(f) = \{x$, pre ktoré existuje y, že $[x; y] \in f\}$ (množina všetkých vzorov) sa nazýva definičný obor f.

  Ak nie je $D(f)$ daný, potom myslíme maximálny možný, tzv. prirodzený.

- $H(f) = \{y$, pre ktoré existuje x, že $[x; y] \in f\} = \{f(x), x \in D(f)\} = f(D(f))$ (množina všetkých obrazov) sa nazýva obor hodnôt f.

Základné pojmy

Zobrazenie (funkcia) $y = f(x) : D(f) \to H(f)$ sa nazýva:

- **Funkcia reálnej premennej**, ak $x \in R$, t. j. $D(f) \subset R$. [$x \in R$ nezávislá premenná, vzor.]
- **Reálna funkcia**, ak $f(x) \in R$, t. j. $H(f) \subset R$. [$y = f(x) \in R$ závislá premenná, funkčná hodnota, obraz.]

- Pokým neurčíme ináč, bude funkcia znamenať reálnu funkciu reálnej premennej, t. j. $D(f), H(f) \subset R$.

- $A \subset D(f)$, potom $f(A) = \{f(x), x \in A\}$ nazývame **obraz množiny A**.

- $D(f) = \{x,$ pre ktoré existuje y, že $[x; y] \in f\}$ (množina všetkých vzorov) sa nazýva **definičný obor f**.

  Ak nie je $D(f)$ daný, potom myslíme maximálny možný, tzv. **prirodzený**.

- $H(f) = \{y,$ pre ktoré existuje x, že $[x; y] \in f\} = \{f(x), x \in D(f)\} = f(D(f))$ (množina všetkých obrazov) sa nazýva **obor hodnôt f**.

- Množina $\{[x; y], x \in D(f), y = f(x)\} = \{[x; f(x)], x \in D(f)\}$ sa nazýva **graf funkcie f**.

Základné pojmy

Zobrazenie (funkcia) $y = f(x) : D(f) \to H(f)$ sa nazýva:

- Funkcia reálnej premennej, ak $x \in R$, t. j. $D(f) \subset R$. [$x \in R$ nezávislá premenná, vzor.]
- Reálna funkcia, ak $f(x) \in R$, t. j. $H(f) \subset R$. [$y = f(x) \in R$ závislá premenná, funkčná hodnota, obraz.]

- Pokým neurčíme ináč, bude funkcia znamenať reálnu funkciu reálnej premennej, t. j. $D(f), H(f) \subset R$.

- $A \subset D(f)$, potom $f(A) = \{f(x), x \in A\}$ nazývame obraz množiny A.

- $D(f) = \{x,$ pre ktoré existuje y, že $[x; y] \in f\}$ (množina všetkých vzorov) sa nazýva definičný obor f.

  Ak nie je $D(f)$ daný, potom myslíme maximálny možný, tzv. prirodzený.

- $H(f) = \{y,$ pre ktoré existuje x, že $[x; y] \in f\} = \{f(x), x \in D(f)\} = f(D(f))$ (množina všetkých obrazov) sa nazýva obor hodnôt f.

- Množina $\{[x; y], x \in D(f), y = f(x)\} = \{[x; f(x)], x \in D(f)\}$ sa nazýva graf funkcie f.

  [f (reálnu funkciu reálnej premennej) tvoria usporiadané dvojice $[x; f(x)] \in R^2$,

Základné pojmy

Zobrazenie (funkcia) $y = f(x) : D(f) \to H(f)$ sa nazýva:

- Funkcia reálnej premennej, ak $x \in R$, t. j. $D(f) \subset R$. [$x \in R$ nezávislá premenná, vzor.]
- Reálna funkcia, ak $f(x) \in R$, t. j. $H(f) \subset R$. [$y = f(x) \in R$ závislá premenná, funkčná hodnota, obraz.]

- Pokým neurčíme ináč, bude funkcia znamenať reálnu funkciu reálnej premennej, t. j. $D(f), H(f) \subset R$.

- $A \subset D(f)$, potom $f(A) = \{f(x), x \in A\}$ nazývame obraz množiny A.

- $D(f) = \{x$, pre ktoré existuje y, že $[x; y] \in f\}$ (množina všetkých vzorov) sa nazýva definičný obor f.

  Ak nie je $D(f)$ daný, potom myslíme maximálny možný, tzv. prirodzený.

- $H(f) = \{y$, pre ktoré existuje x, že $[x; y] \in f\} = \{f(x), x \in D(f)\} = f(D(f))$ (množina všetkých obrazov) sa nazýva obor hodnôt f.

- Množina $\{[x; y], x \in D(f), y = f(x)\} = \{[x; f(x)], x \in D(f)\}$ sa nazýva graf funkcie f.

  [f (reálnu funkciu reálnej premennej) tvoria usporiadané dvojice $[x; f(x)] \in R^2$, t. j. f môžeme graficky zobraziť v rovine R^2.]

Základné pojmy

Funkcia (zobrazenie) $f : A \to B$ sa nazýva:

Základné pojmy

Funkcia (zobrazenie) $f : A \to B$ sa nazýva:

- Injektívna (injekcia, prostá),
- Surjektívna (surjekcia, na),
- Bijektívna (bijekcia, prostá na),

Základné pojmy

Funkcia (zobrazenie) $f : A \to B$ sa nazýva:

- Injektívna (injekcia, prostá), ak $\forall x_1, x_2 \in A\colon\ x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$.

- Surjektívna (surjekcia, na),

- Bijektívna (bijekcia, prostá na),

Základné pojmy

Funkcia (zobrazenie) $f : A \to B$ sa nazýva:

- Injektívna (injekcia, prostá), ak $\forall x_1, x_2 \in A\colon\ x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$.

  Resp. (obrátená implikácia) ak: $\forall x_1, x_2 \in A\colon\ f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$.

- Surjektívna (surjekcia, na),

- Bijektívna (bijekcia, prostá na),

Základné pojmy

Funkcia (zobrazenie) $f : A \to B$ sa nazýva:

- Injektívna (injekcia, prostá), ak $\forall x_1, x_2 \in A\colon\ x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$.

  [Rôznym vzorom x_1, x_2 z množiny A prislúchajú rôzne obrazy $f(x_1)$, $f(x_2)$ z množiny B.]

  Resp. (obrátená implikácia) ak: $\forall x_1, x_2 \in A\colon\ f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$.

  [Ak sa rovnajú obrazy $f(x_1)$, $f(x_2)$, potom sa rovnajú aj vzory x_1, x_2.]

- Surjektívna (surjekcia, na),

- Bijektívna (bijekcia, prostá na),

Základné pojmy

Funkcia (zobrazenie) $f : A \to B$ sa nazýva:

- Injektívna (injekcia, prostá), ak $\forall x_1, x_2 \in A\colon\ x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$.

  [Rôznym vzorom x_1, x_2 z množiny A prislúchajú rôzne obrazy $f(x_1)$, $f(x_2)$ z množiny B.]

  Resp. (obrátená implikácia) ak: $\forall x_1, x_2 \in A\colon\ f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$.

  [Ak sa rovnajú obrazy $f(x_1)$, $f(x_2)$, potom sa rovnajú aj vzory x_1, x_2.]

- Surjektívna (surjekcia, na), ak $\forall y \in B\ \exists x \in A\colon\ y = f(x)$,

- Bijektívna (bijekcia, prostá na),

Základné pojmy

Funkcia (zobrazenie) $f : A \to B$ sa nazýva:

- Injektívna (injekcia, prostá), ak $\forall x_1, x_2 \in A\colon\ x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$.

  [Rôznym vzorom x_1, x_2 z množiny A prislúchajú rôzne obrazy $f(x_1)$, $f(x_2)$ z množiny B.]

  Resp. (obrátená implikácia) ak: $\forall x_1, x_2 \in A\colon\ f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$.

  [Ak sa rovnajú obrazy $f(x_1)$, $f(x_2)$, potom sa rovnajú aj vzory x_1, x_2.]

- Surjektívna (surjekcia, na), ak $\forall y \in B\ \exists x \in A\colon\ y = f(x)$, t. j. $f(A) = B$.

- Bijektívna (bijekcia, prostá na),

Základné pojmy

Funkcia (zobrazenie) $f : A \to B$ sa nazýva:

- Injektívna (injekcia, prostá), ak $\forall x_1, x_2 \in A\colon\ x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$.

  [Rôznym vzorom x_1, x_2 z množiny A prislúchajú rôzne obrazy $f(x_1)$, $f(x_2)$ z množiny B.]

  Resp. (obrátená implikácia) ak: $\forall x_1, x_2 \in A\colon\ f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$.

  [Ak sa rovnajú obrazy $f(x_1)$, $f(x_2)$, potom sa rovnajú aj vzory x_1, x_2.]

- Surjektívna (surjekcia, na), ak $\forall y \in B\ \exists x \in A\colon\ y = f(x)$, t. j. $f(A) = B$.

  [Ku každému obrazu $y \in B$ existuje vzor $x \in A$ taký, že $y = f(x)$.]

- Bijektívna (bijekcia, prostá na),

Základné pojmy

Funkcia (zobrazenie) $f : A \to B$ sa nazýva:

- Injektívna (injekcia, prostá), ak $\forall x_1, x_2 \in A\colon\ x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$.

  [Rôznym vzorom x_1, x_2 z množiny A prislúchajú rôzne obrazy $f(x_1)$, $f(x_2)$ z množiny B.]

  Resp. (obrátená implikácia) ak: $\forall x_1, x_2 \in A\colon\ f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$.

  [Ak sa rovnajú obrazy $f(x_1)$, $f(x_2)$, potom sa rovnajú aj vzory x_1, x_2.]

- Surjektívna (surjekcia, na), ak $\forall y \in B\ \exists x \in A\colon\ y = f(x)$, t. j. $f(A) = B$.

  [Ku každému obrazu $y \in B$ existuje vzor $x \in A$ taký, že $y = f(x)$.]

- Bijektívna (bijekcia, prostá na), ak je injektívna a súčasne surjektívna.

Základné pojmy

Funkcia (zobrazenie) $f : A \to B$ sa nazýva:

- Injektívna (injekcia, prostá), ak $\forall x_1, x_2 \in A\colon\ x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$.

  [Rôznym vzorom x_1, x_2 z množiny A prislúchajú rôzne obrazy $f(x_1)$, $f(x_2)$ z množiny B.]

  Resp. (obrátená implikácia) ak: $\forall x_1, x_2 \in A\colon\ f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$.

  [Ak sa rovnajú obrazy $f(x_1)$, $f(x_2)$, potom sa rovnajú aj vzory x_1, x_2.]

- Surjektívna (surjekcia, na), ak $\forall y \in B\ \exists x \in A\colon\ y = f(x)$, t. j. $f(A) = B$.

  [Ku každému obrazu $y \in B$ existuje vzor $x \in A$taký, že $y = f(x)$.]

- Bijektívna (bijekcia, prostá na), ak je injektívna a súčasne surjektívna.

Pre funkciu $y = f(x)$, $x \in D(f)$,

Základné pojmy

Funkcia (zobrazenie) $f : A \to B$ sa nazýva:

- Injektívna (injekcia, prostá), ak $\forall x_1, x_2 \in A\colon\ x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$.

  [Rôznym vzorom x_1, x_2 z množiny A prislúchajú rôzne obrazy $f(x_1)$, $f(x_2)$ z množiny B.]

  Resp. (obrátená implikácia) ak: $\forall x_1, x_2 \in A\colon\ f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$.

  [Ak sa rovnajú obrazy $f(x_1)$, $f(x_2)$, potom sa rovnajú aj vzory x_1, x_2.]

- Surjektívna (surjekcia, na), ak $\forall y \in B\ \exists x \in A\colon\ y = f(x)$, t. j. $f(A) = B$.

  [Ku každému obrazu $y \in B$ existuje vzor $x \in A$ taký, že $y = f(x)$.]

- Bijektívna (bijekcia, prostá na), ak je injektívna a súčasne surjektívna.

Pre funkciu $y = f(x)$, $x \in D(f)$, t. j. funkciu $y = f(x)\colon D(f) \to H(f)$ platí:

Základné pojmy

Funkcia (zobrazenie) $f : A \to B$ sa nazýva:

- Injektívna (injekcia, prostá), ak $\forall x_1, x_2 \in A\colon\ x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$.

  [Rôznym vzorom x_1, x_2 z množiny A prislúchajú rôzne obrazy $f(x_1)$, $f(x_2)$ z množiny B.]

  Resp. (obrátená implikácia) ak: $\forall x_1, x_2 \in A\colon\ f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$.

  [Ak sa rovnajú obrazy $f(x_1)$, $f(x_2)$, potom sa rovnajú aj vzory x_1, x_2.]

- Surjektívna (surjekcia, na), ak $\forall y \in B\ \exists x \in A\colon\ y = f(x)$, t. j. $f(A) = B$.

  [Ku každému obrazu $y \in B$ existuje vzor $x \in A$taký, že $y = f(x)$.]

- Bijektívna (bijekcia, prostá na), ak je injektívna a súčasne surjektívna.

Pre funkciu $y = f(x)$, $x \in D(f)$, t. j. funkciu $y = f(x)\colon D(f) \to H(f)$ platí:

- f je vždy surjektívna,

Základné pojmy

Funkcia (zobrazenie) $f : A \to B$ sa nazýva:

- Injektívna (injekcia, prostá), ak $\forall x_1, x_2 \in A\colon\ x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$.

  [Rôznym vzorom x_1, x_2 z množiny A prislúchajú rôzne obrazy $f(x_1)$, $f(x_2)$ z množiny B.]

  Resp. (obrátená implikácia) ak: $\forall x_1, x_2 \in A\colon\ f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$.

  [Ak sa rovnajú obrazy $f(x_1)$, $f(x_2)$, potom sa rovnajú aj vzory x_1, x_2.]

- Surjektívna (surjekcia, na), ak $\forall y \in B\ \exists x \in A\colon\ y = f(x)$, t. j. $f(A) = B$.

  [Ku každému obrazu $y \in B$ existuje vzor $x \in A$ taký, že $y = f(x)$.]

- Bijektívna (bijekcia, prostá na), ak je injektívna a súčasne surjektívna.

Pre funkciu $y = f(x)$, $x \in D(f)$, t. j. funkciu $y = f(x)\colon D(f) \to H(f)$ platí:

- f je vždy surjektívna, pretože $H(f) = \{y \in R$, pre ktoré existuje $x \in R$, že $[x; y] \in f\}$.

Základné pojmy

Funkcia (zobrazenie) $f : A \to B$ sa nazýva:

- Injektívna (injekcia, prostá), ak $\forall x_1, x_2 \in A\colon\ x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$.

  [Rôznym vzorom x_1, x_2 z množiny A prislúchajú rôzne obrazy $f(x_1)$, $f(x_2)$ z množiny B.]

  Resp. (obrátená implikácia) ak: $\forall x_1, x_2 \in A\colon\ f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$.

  [Ak sa rovnajú obrazy $f(x_1)$, $f(x_2)$, potom sa rovnajú aj vzory x_1, x_2.]

- Surjektívna (surjekcia, na), ak $\forall y \in B\ \exists x \in A\colon\ y = f(x)$, t. j. $f(A) = B$.

  [Ku každému obrazu $y \in B$ existuje vzor $x \in A$ taký, že $y = f(x)$.]

- Bijektívna (bijekcia, prostá na), ak je injektívna a súčasne surjektívna.

Pre funkciu $y = f(x)$, $x \in D(f)$, t. j. funkciu $y = f(x)\colon D(f) \to H(f)$ platí:

- f je vždy surjektívna, pretože $H(f) = \{y \in R$, pre ktoré existuje $x \in R$, že $[x; y] \in f\}$.
- f je injektívna, ak pre všetky $x_1, x_2 \in D(f)$, $x_1 \neq x_2$ platí $f(x_1) \neq f(x_2)$.

Základné pojmy

Funkcia (zobrazenie) $f : A \to B$ sa nazýva:

- Injektívna (injekcia, prostá), ak $\forall x_1, x_2 \in A\colon\ x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$.

  [Rôznym vzorom x_1, x_2 z množiny A prislúchajú rôzne obrazy $f(x_1)$, $f(x_2)$ z množiny B.]

  Resp. (obrátená implikácia) ak: $\forall x_1, x_2 \in A\colon\ f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$.

  [Ak sa rovnajú obrazy $f(x_1)$, $f(x_2)$, potom sa rovnajú aj vzory x_1, x_2.]

- Surjektívna (surjekcia, na), ak $\forall y \in B\ \exists x \in A\colon\ y = f(x)$, t. j. $f(A) = B$.

  [Ku každému obrazu $y \in B$ existuje vzor $x \in A$ taký, že $y = f(x)$.]

- Bijektívna (bijekcia, prostá na), ak je injektívna a súčasne surjektívna.

Pre funkciu $y = f(x)$, $x \in D(f)$, t. j. funkciu $y = f(x)\colon D(f) \to H(f)$ platí:

- f je vždy surjektívna, pretože $H(f) = \{y \in R$, pre ktoré existuje $x \in R$, že $[x; y] \in f\}$.
- f je injektívna, ak pre všetky $x_1, x_2 \in D(f)$, $x_1 \neq x_2$ platí $f(x_1) \neq f(x_2)$.
- f je bijektívna, ak je injektívna

Základné pojmy

Funkcia (zobrazenie) $f : A \to B$ sa nazýva:

- Injektívna (injekcia, prostá), ak $\forall x_1, x_2 \in A\colon\ x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$.

  [Rôznym vzorom x_1, x_2 z množiny A prislúchajú rôzne obrazy $f(x_1)$, $f(x_2)$ z množiny B.]

  Resp. (obrátená implikácia) ak: $\forall x_1, x_2 \in A\colon\ f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$.

  [Ak sa rovnajú obrazy $f(x_1)$, $f(x_2)$, potom sa rovnajú aj vzory x_1, x_2.]

- Surjektívna (surjekcia, na), ak $\forall y \in B\ \exists x \in A\colon\ y = f(x)$, t. j. $f(A) = B$.

  [Ku každému obrazu $y \in B$ existuje vzor $x \in A$ taký, že $y = f(x)$.]

- Bijektívna (bijekcia, prostá na), ak je injektívna a súčasne surjektívna.

Pre funkciu $y = f(x)$, $x \in D(f)$, t. j. funkciu $y = f(x)\colon D(f) \to H(f)$ platí:

- f je vždy surjektívna, pretože $H(f) = \{y \in R$, pre ktoré existuje $x \in R$, že $[x; y] \in f\}$.
- f je injektívna, ak pre všetky $x_1, x_2 \in D(f)$, $x_1 \neq x_2$ platí $f(x_1) \neq f(x_2)$.
- f je bijektívna, ak je injektívna (surjektívna je vždy).

Základné pojmy

Funkciu $y = f(x),\ x \in D(f)$ môžeme definovať viacerými spôsobmi:

- Explicitne
- Parametricky
- Implicitne

Základné pojmy

Funkciu $y = f(x)$, $x \in D(f)$ môžeme definovať viacerými spôsobmi:

- Explicitne
- Parametricky
- Implicitne

Základné pojmy

Funkciu $y = f(x)$, $x \in D(f)$ môžeme definovať viacerými spôsobmi:

- Explicitne predpisom (analytickým vzorcom) $y = f(x)$.
- Parametricky
- Implicitne

Základné pojmy

Funkciu $y = f(x)$, $x \in D(f)$ môžeme definovať viacerými spôsobmi:

- Explicitne predpisom (analytickým vzorcom) $y = f(x)$.
- Parametricky pomocnými funkciam $x = \alpha(t)$, $y = \beta(t)$, $t \in J$, $J \subset R$.
- Implicitne

Základné pojmy

Funkciu $y = f(x)$, $x \in D(f)$ môžeme definovať viacerými spôsobmi:

- Explicitne predpisom (analytickým vzorcom) $y = f(x)$.
- Parametricky pomocnými funkciam $x = \alpha(t)$, $y = \beta(t)$, $t \in J$, $J \subset R$.

  [Funkciu f môžeme vždy parametrizovať funkciami $x = t$, $y = f(t)$, $t \in D(f)$.]
- Implicitne

Základné pojmy

Funkciu $y = f(x)$, $x \in D(f)$ môžeme definovať viacerými spôsobmi:

- Explicitne predpisom (analytickým vzorcom) $y = f(x)$.
- Parametricky pomocnými funkciam $x = \alpha(t)$, $y = \beta(t)$, $t \in J$, $J \subset R$.

  [Funkciu f môžeme vždy parametrizovať funkciami $x = t$, $y = f(t)$, $t \in D(f)$.]
- Implicitne rovnicou $F(x,y) = 0$ a podmienkami pre x, y.

Základné pojmy

Funkciu $y = f(x)$, $x \in D(f)$ môžeme definovať viacerými spôsobmi:

- Explicitne predpisom (analytickým vzorcom) $y = f(x)$.
- Parametricky pomocnými funkciam $x = \alpha(t)$, $y = \beta(t)$, $t \in J$, $J \subset R$.

  [Funkciu f môžeme vždy parametrizovať funkciami $x = t$, $y = f(t)$, $t \in D(f)$.]
- Implicitne rovnicou $F(x,y) = 0$ a podmienkami pre x, y.

Napríklad funkciu $y = |x|$, $x \in R$ môžeme definovať:

Základné pojmy

Funkciu $y = f(x)$, $x \in D(f)$ môžeme definovať viacerými spôsobmi:

- Explicitne predpisom (analytickým vzorcom) $y = f(x)$.
- Parametricky pomocnými funkciam $x = \alpha(t)$, $y = \beta(t)$, $t \in J$, $J \subset R$.

  [Funkciu f môžeme vždy parametrizovať funkciami $x = t$, $y = f(t)$, $t \in D(f)$.]
- Implicitne rovnicou $F(x,y) = 0$ a podmienkami pre x, y.

Napríklad funkciu $y = |x|$, $x \in R$ môžeme definovať:

- Explicitne:
- Parametricky:
- Implicitne:

Základné pojmy

Funkciu $y = f(x),\ x \in D(f)$ môžeme definovať viacerými spôsobmi:

- Explicitne predpisom (analytickým vzorcom) $y = f(x)$.
- Parametricky pomocnými funkciam $x = \alpha(t),\ y = \beta(t),\ t \in J,\ J \subset R$.

  [Funkciu f môžeme vždy parametrizovať funkciami $x = t,\ y = f(t),\ t \in D(f)$.]
- Implicitne rovnicou $F(x,y) = 0$ a podmienkami pre $x,\ y$.

Napríklad funkciu $y = |x|,\ x \in R$ môžeme definovať:

- Explicitne: $y = \sqrt{x^2},\ x \in R,$
- Parametricky: $x = t,\ t \in R,$
  $y = |t|,$
- Implicitne: $y^2 - x^2 = 0,\ y \geq 0,$

Základné pojmy

Funkciu $y = f(x)$, $x \in D(f)$ môžeme definovať viacerými spôsobmi:

- **Explicitne** predpisom (analytickým vzorcom) $y = f(x)$.
- **Parametricky** pomocnými funkciam $x = \alpha(t)$, $y = \beta(t)$, $t \in J$, $J \subset R$.

  [Funkciu f môžeme vždy parametrizovať funkciami $x = t$, $y = f(t)$, $t \in D(f)$.]
- **Implicitne** rovnicou $F(x,y) = 0$ a podmienkami pre x, y.

Napríklad funkciu $y = |x|$, $x \in R$ môžeme definovať:

- Explicitne: $y = \sqrt{x^2}$, $x \in R$, resp. $y = \max\{-x, x\}$,
- Parametricky: $x = t$, $t \in R$, $y = |t|$, resp. $x = t$, $t \in R$, $y = \sqrt{t^2}$,
- Implicitne: $y^2 - x^2 = 0$, $y \geq 0$, resp. $y - |x| = 0$,

Základné pojmy

Funkciu $y = f(x),\ x \in D(f)$ môžeme definovať viacerými spôsobmi:

- **Explicitne** predpisom (analytickým vzorcom) $y = f(x)$.
- **Parametricky** pomocnými funkciam $x = \alpha(t),\ y = \beta(t),\ t \in J,\ J \subset R$.

  [Funkciu f môžeme vždy parametrizovať funkciami $x = t,\ y = f(t),\ t \in D(f)$.]
- **Implicitne** rovnicou $F(x,y) = 0$ a podmienkami pre $x,\ y$.

Napríklad funkciu $y = |x|,\ x \in R$ môžeme definovať:

- Explicitne: $y = \sqrt{x^2},\ x \in R,$ resp. $y = \max\{-x, x\},$ resp. $y = \begin{cases} -x \text{ pre } x < 0, \\ x \text{ pre } x \geq 0. \end{cases}$
- Parametricky: $x = t,\ t \in R,\ y = |t|,$ resp. $x = t,\ t \in R,\ y = \sqrt{t^2},$ resp. $x = t^3,\ t \in R.\ y = |t^3|,$
- Implicitne: $y^2 - x^2 = 0,\ y \geq 0,$ resp. $y - |x| = 0,$ resp. $y - \sqrt{x^2} = 0.$

Základné pojmy

Karteziánsky súradnicový systém.

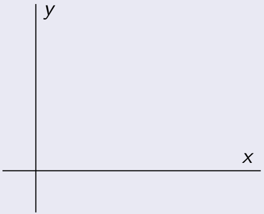
[Pravouhlý súradnicový systém.]

Polárny súradnicový systém.

Základné pojmy

Karteziánsky súradnicový systém.

[Pravouhlý súradnicový systém.]



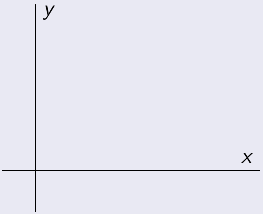
- Súradnicové osi x (x-ová os) a y (y-ová os).

Polárny súradnicový systém.

- Pól (počiatok) súradnicového systému 0.

Základné pojmy

Karteziánsky súradnicový systém. [Pravouhlý súradnicový systém.]



- Súradnicové osi x (x-ová os) a y (y-ová os). [Dve na seba kolmé priamky.]

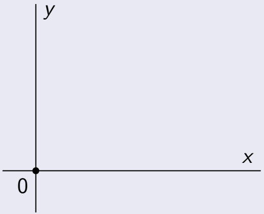
Polárny súradnicový systém.

- Pól (počiatok) súradnicového systému 0. [Bod v rovine.]

Základné pojmy

Karteziánsky súradnicový systém.

[Pravouhlý súradnicový systém.]



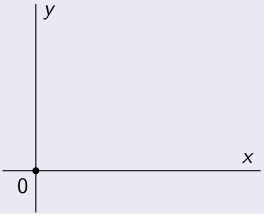
- Súradnicové osi x (x-ová os) a y (y-ová os). [Dve na seba kolmé priamky.]
- Počiatok súradnicového systému 0.

Polárny súradnicový systém.

- Pól (počiatok) súradnicového systému 0. [Bod v rovine.]
- Polárna poloos o.

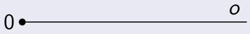
Základné pojmy

Karteziánsky súradnicový systém. [Pravouhlý súradnicový systém.]



- Súradnicové osi x (x-ová os) a y (y-ová os). [Dve na seba kolmé priamky.]
- Počiatok súradnicového systému 0. [Priesečník osí x a y.]

Polárny súradnicový systém. [Pól zodpovedá počiatku 0. Poloos o zodpovedá kladnej poloosi x.]

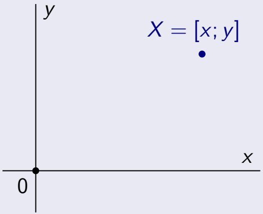


- Pól (počiatok) súradnicového systému 0. [Bod v rovine.]
- Polárna poloos o. [Polpriamka vychádzajúca z pólu 0.]

Základné pojmy

Karteziánsky súradnicový systém.

[Pravouhlý súradnicový systém.]

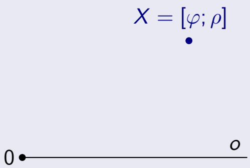


- Súradnicové osi x (x-ová os) a y (y-ová os). [Dve na seba kolmé priamky.]
- Počiatok súradnicového systému 0. [Priesečník osí x a y.]

- Každému bodu $X \in R^2$ sú priradené súradnice $[x; y]$:

Polárny súradnicový systém.

[Pól zodpovedá počiatku 0. Poloos o zodpovedá kladnej poloosi x.]



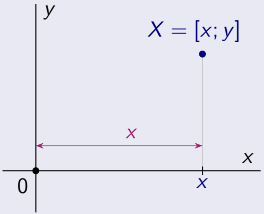
- Pól (počiatok) súradnicového systému 0. [Bod v rovine.]
- Polárna poloos o. [Polpriamka vychádzajúca z pólu 0.]

- Každému bodu $X \in R^2$ sú priradené súradnice $[\varphi; \rho]$:

Základné pojmy

Karteziánsky súradnicový systém.

[Pravouhlý súradnicový systém.]



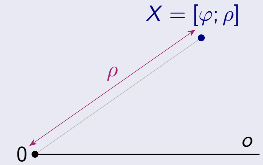
- Súradnicové osi x (x-ová os) a y (y-ová os). [Dve na seba kolmé priamky.]
- Počiatok súradnicového systému 0. [Priesečník osí x a y.]

- Každému bodu $X \in R^2$ sú priradené súradnice $[x; y]$:

  $x \in R$ (x-ová súradnica).

Polárny súradnicový systém.

[Pól zodpovedá počiatku 0. Poloos o zodpovedá kladnej poloosi x.]



- Pól (počiatok) súradnicového systému 0. [Bod v rovine.]
- Polárna poloos o. [Polpriamka vychádzajúca z pólu 0.]

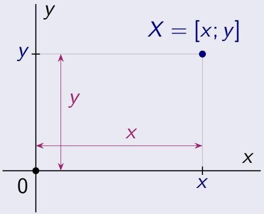
- Každému bodu $X \in R^2$ sú priradené súradnice $[\varphi; \rho]$:

  $\rho \geq 0$ (sprievodič, rádiusvektor).

Základné pojmy

Karteziánsky súradnicový systém.

[Pravouhlý súradnicový systém.]



- Súradnicové osi x (x-ová os) a y (y-ová os). [Dve na seba kolmé priamky.]
- Počiatok súradnicového systému 0. [Priesečník osí x a y.]

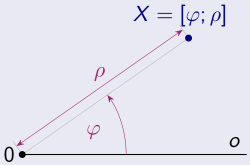
- Každému bodu $X \in R^2$ sú priradené súradnice $[x; y]$:

  $x \in R$ (x-ová súradnica).

  $y \in R$ (y-ová súradnica).

Polárny súradnicový systém.

[Pól zodpovedá počiatku 0. Poloos o zodpovedá kladnej poloosi x.]



- Pól (počiatok) súradnicového systému 0. [Bod v rovine.]
- Polárna poloos o. [Polpriamka vychádzajúca z pólu 0.]

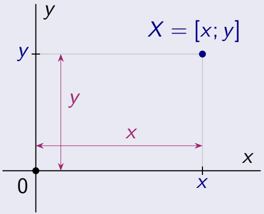
- Každému bodu $X \in R^2$ sú priradené súradnice $[\varphi; \rho]$:

  $\rho \geq 0$ (sprievodič, rádiusvektor).

  $\varphi \in R$ (polárny uhol, amplitúda).

Základné pojmy

Karteziánsky súradnicový systém. [Pravouhlý súradnicový systém.]



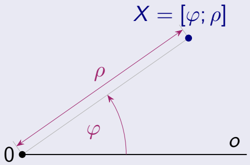
- Súradnicové osi x (x-ová os) a y (y-ová os). [Dve na seba kolmé priamky.]
- Počiatok súradnicového systému 0. [Priesečník osí x a y.]

- Každému bodu $X \in R^2$ sú priradené súradnice $[x; y]$:

  $x \in R$ (x-ová súradnica).

  $y \in R$ (y-ová súradnica).

Polárny súradnicový systém. [Pól zodpovedá počiatku 0. Poloos o zodpovedá kladnej poloosi x.]



- Pól (počiatok) súradnicového systému 0. [Bod v rovine.]
- Polárna poloos o. [Polpriamka vychádzajúca z pólu 0.]

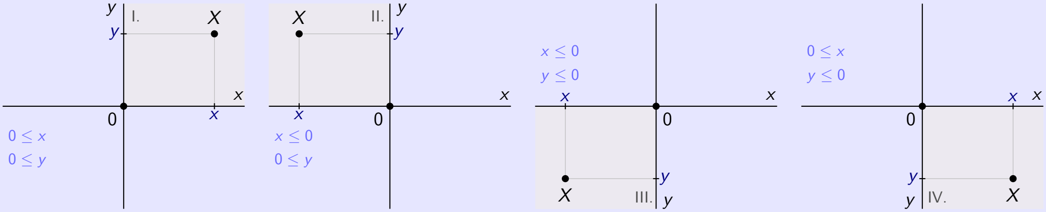
- Každému bodu $X \in R^2$ sú priradené súradnice $[\varphi; \rho]$:

  $\rho \geq 0$ (sprievodič, rádiusvektor). [Vzdialenosť X od pólu 0.]

  $\varphi \in R$ (polárny uhol, amplitúda). [Orientovaný uhol poloosi o s polpriamkou $0X$.]

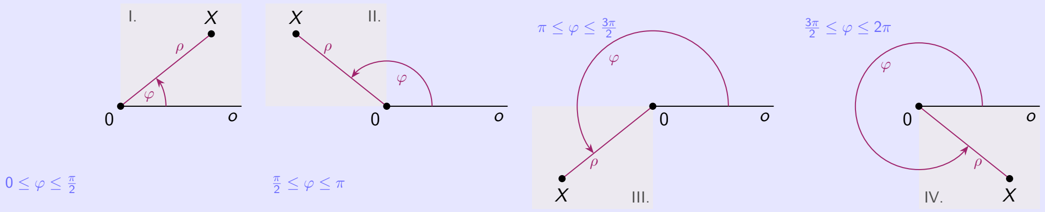
Základné pojmy

- Bod $X=[x;y]\in R^2$ má v karteziánskom systéme jednoznačne určené súradnice $X=[x;y]$.



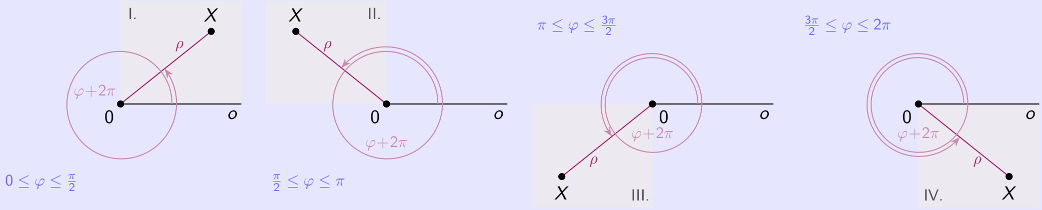
Základné pojmy

- Bod $X=[x;y]\in R^2$ má v karteziánskom systéme jednoznačne určené súradnice $X=[x;y]$.
- Bod $X=[\varphi;\rho]\in R^2$ má polárnom systéme nekonečne veľa vyjadrení $X=[\varphi+2k\pi;\rho]$, $k\in Z$ (ľubovoľné).



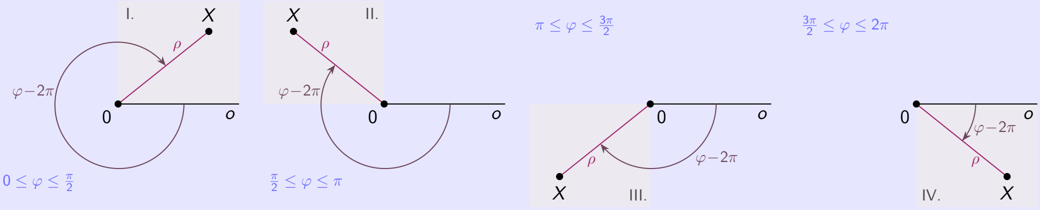
Základné pojmy

- Bod $X=[x;y]\in R^2$ má v karteziánskom systéme jednoznačne určené súradnice $X=[x;y]$.
- Bod $X=[\varphi;\rho]\in R^2$ má polárnom systéme nekonečne veľa vyjadrení $X=[\varphi+2k\pi;\rho]$, $k\in Z$ (ľubovoľné).



Základné pojmy

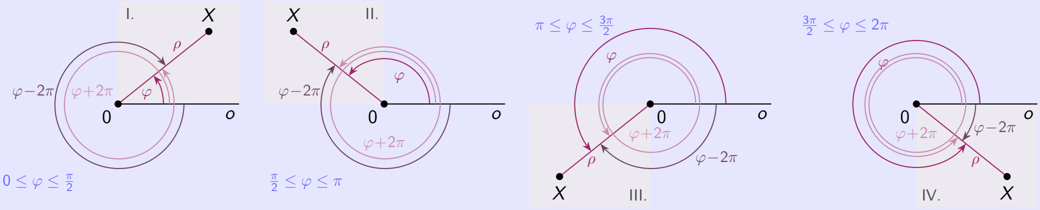
- Bod $X=[x;y]\in R^2$ má v karteziánskom systéme jednoznačne určené súradnice $X=[x;y]$.
- Bod $X=[\varphi;\rho]\in R^2$ má polárnom systéme nekonečne veľa vyjadrení $X=[\varphi+2k\pi;\rho]$, $k\in Z$ (ľubovoľné).



Základné pojmy

- Bod $X=[x;y]\in R^2$ má v karteziánskom systéme jednoznačne určené súradnice $X=[x;y]$.
- Bod $X=[\varphi;\rho]\in R^2$ má polárnom systéme nekonečne veľa vyjadrení $X=[\varphi+2k\pi;\rho]$, $k\in Z$ (ľubovoľné).

[Pre rozsah uhla φ sa zvykne určiť interval dĺžky 2π, najčastejšie $\langle 0;2\pi\rangle$, $\langle 0;2\pi)$, resp. $\langle -\pi;\pi\rangle$.]



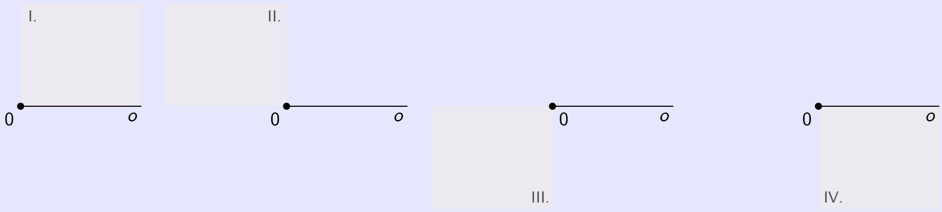
Základné pojmy

- Bod $X = [x; y] \in R^2$ má v karteziánskom systéme jednoznačne určené súradnice $X = [x; y]$.

- Bod $X = [\varphi; \rho] \in R^2$ má polárnom systéme nekonečne veľa vyjadrení $X = [\varphi + 2k\pi; \rho]$, $k \in Z$ (ľubovoľné).

  [Pre rozsah uhla φ sa zvykne určiť interval dĺžky 2π, najčastejšie $\langle 0; 2\pi \rangle$, $\langle 0; 2\pi)$, resp. $\langle -\pi; \pi \rangle$.]

  - Pól 0 má nekonečne veľa vyjadrení $0 = [\varphi; 0]$, kde $\varphi \in R$ (ľubovoľné).



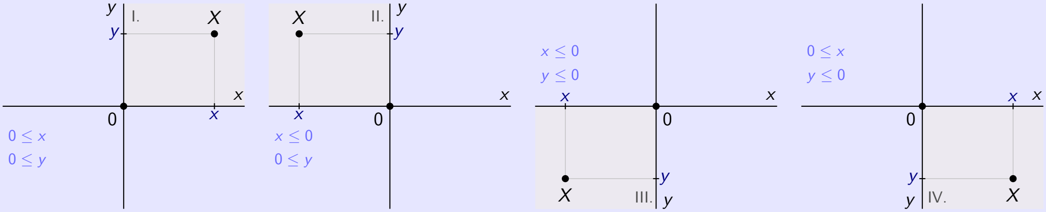
Základné pojmy

- Bod $X=[x;y]\in R^2$ má v karteziánskom systéme jednoznačne určené súradnice $X=[x;y]$.

- Bod $X=[\varphi;\rho]\in R^2$ má polárnom systéme nekonečne veľa vyjadrení $X=[\varphi+2k\pi;\rho]$, $k\in Z$ (ľubovoľné).

  [Pre rozsah uhla φ sa zvykne určiť interval dĺžky 2π, najčastejšie $\langle 0;2\pi\rangle$, $\langle 0;2\pi)$, resp. $\langle -\pi;\pi\rangle$.]

  - Pól 0 má nekonečne veľa vyjadrení $0=[\varphi;0]$, kde $\varphi\in R$ (ľubovoľné).



- $X=[x;y]\in R^2$, $X\neq[0;0]$. [Karteziánske súradnice.]

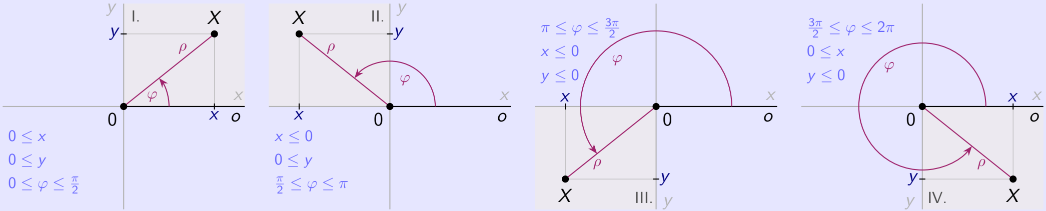
Základné pojmy

- Bod $X=[x;y]\in R^2$ má v karteziánskom systéme jednoznačne určené súradnice $X=[x;y]$.

- Bod $X=[\varphi;\rho]\in R^2$ má polárnom systéme nekonečne veľa vyjadrení $X=[\varphi+2k\pi;\rho]$, $k\in Z$ (ľubovoľné).

  [Pre rozsah uhla φ sa zvykne určiť interval dĺžky 2π, najčastejšie $\langle 0;2\pi\rangle$, $\langle 0;2\pi)$, resp. $\langle -\pi;\pi\rangle$.]

  - Pól 0 má nekonečne veľa vyjadrení $0=[\varphi;0]$, kde $\varphi\in R$ (ľubovoľné).



- $X=[x;y]\in R^2$, $X\neq[0;0]$.

[Karteziánske súradnice.]

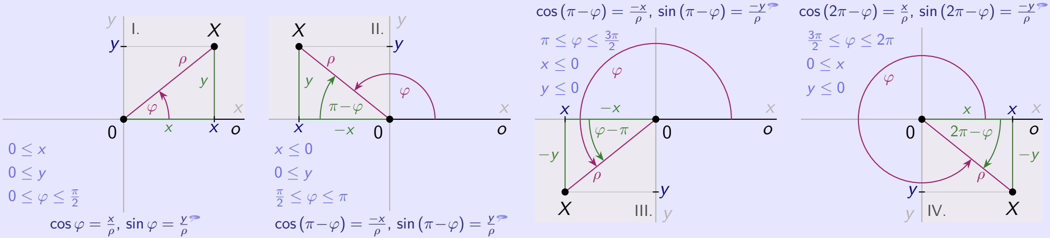
Základné pojmy

- Bod $X=[x;y]\in R^2$ má v karteziánskom systéme jednoznačne určené súradnice $X=[x;y]$.

- Bod $X=[\varphi;\rho]\in R^2$ má polárnom systéme nekonečne veľa vyjadrení $X=[\varphi+2k\pi;\rho]$, $k\in Z$ (ľubovoľné).

  [Pre rozsah uhla φ sa zvykne určiť interval dĺžky 2π, najčastejšie $\langle 0;2\pi\rangle$, $\langle 0;2\pi)$, resp. $\langle -\pi;\pi\rangle$.]

  - Pól 0 má nekonečne veľa vyjadrení $0=[\varphi;0]$, kde $\varphi\in R$ (ľubovoľné).



- $X=[x;y]\in R^2$, $X\neq[0;0]$. [Karteziánske súradnice.]

$\Rightarrow$ • $\rho=\sqrt{x^2+y^2}$, • $\cos\varphi=\frac{x}{\rho}=\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}$, • $\sin\varphi=\frac{y}{\rho}=\frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}$. [Polárne súradnice.]

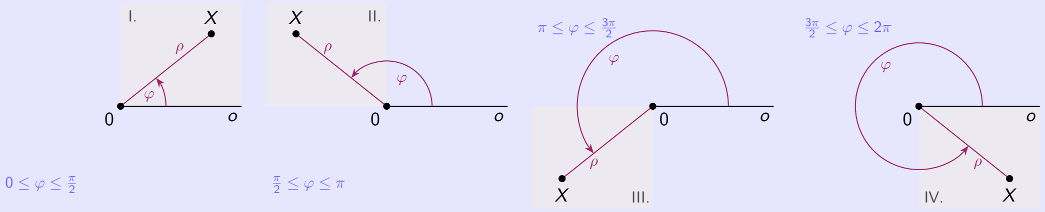
Základné pojmy

- Bod $X=[x;y]\in R^2$ má v karteziánskom systéme jednoznačne určené súradnice $X=[x;y]$.

- Bod $X=[\varphi;\rho]\in R^2$ má polárnom systéme nekonečne veľa vyjadrení $X=[\varphi+2k\pi;\rho]$, $k\in Z$ (ľubovoľné).

  [Pre rozsah uhla φ sa zvykne určiť interval dĺžky 2π, najčastejšie $\langle 0;2\pi\rangle$, $\langle 0;2\pi)$, resp. $\langle -\pi;\pi\rangle$.]

  - Pól 0 má nekonečne veľa vyjadrení $0=[\varphi;0]$, kde $\varphi\in R$ (ľubovoľné).



- $X=[x;y]\in R^2$, $X\neq[0;0]$. [Karteziánske súradnice.]

$\Rightarrow$ • $\rho=\sqrt{x^2+y^2}$, • $\cos\varphi=\frac{x}{\rho}=\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}$, • $\sin\varphi=\frac{y}{\rho}=\frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}$. [Polárne súradnice.]

- $X=[\varphi;\rho]\in R\times\langle 0;\infty)$. [Polárne súradnice.]

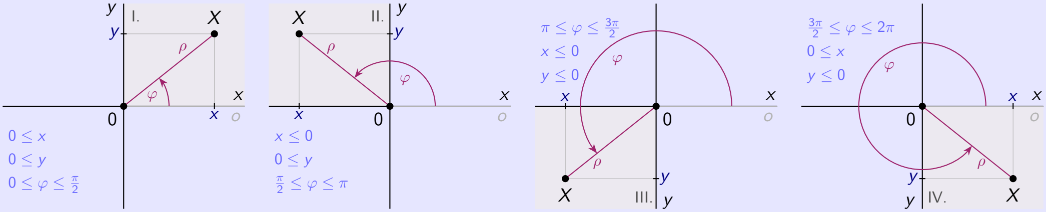
Základné pojmy

- Bod $X=[x;y]\in R^2$ má v karteziánskom systéme jednoznačne určené súradnice $X=[x;y]$.

- Bod $X=[\varphi;\rho]\in R^2$ má polárnom systéme nekonečne veľa vyjadrení $X=[\varphi+2k\pi;\rho]$, $k\in Z$ (ľubovoľné).

  [Pre rozsah uhla φ sa zvykne určiť interval dĺžky 2π, najčastejšie $\langle 0;2\pi\rangle$, $\langle 0;2\pi)$, resp. $\langle -\pi;\pi\rangle$.]

  - Pól 0 má nekonečne veľa vyjadrení $0=[\varphi;0]$, kde $\varphi\in R$ (ľubovoľné).



- $X=[x;y]\in R^2$, $X\neq[0;0]$. [Karteziánske súradnice.]

  $\Rightarrow$ • $\rho=\sqrt{x^2+y^2}$, • $\cos\varphi=\dfrac{x}{\rho}=\dfrac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}$, • $\sin\varphi=\dfrac{y}{\rho}=\dfrac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}$. [Polárne súradnice.]

- $X=[\varphi;\rho]\in R\times\langle 0;\infty)$. [Polárne súradnice.]

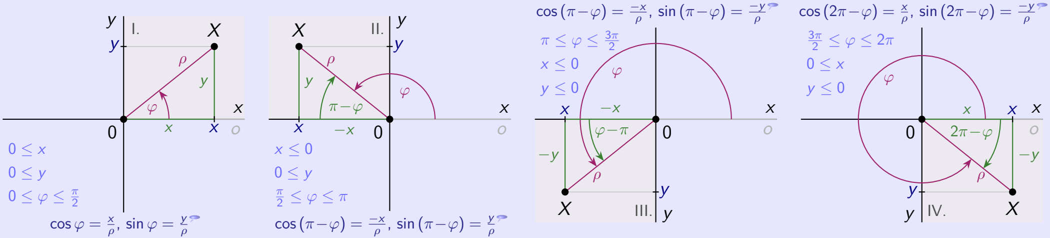
Základné pojmy

- Bod $X = [x; y] \in R^2$ má v karteziánskom systéme jednoznačne určené súradnice $X = [x; y]$.

- Bod $X = [\varphi; \rho] \in R^2$ má polárnom systéme nekonečne veľa vyjadrení $X = [\varphi + 2k\pi; \rho]$, $k \in Z$ (ľubovoľné).

[Pre rozsah uhla φ sa zvykne určiť interval dĺžky 2π, najčastejšie $\langle 0; 2\pi\rangle$, $\langle 0; 2\pi)$, resp. $\langle -\pi; \pi\rangle$.]

  - Pól 0 má nekonečne veľa vyjadrení $0 = [\varphi; 0]$, kde $\varphi \in R$ (ľubovoľné).



- $X = [x; y] \in R^2$, $X \neq [0; 0]$. [Karteziánske súradnice.]

$\Rightarrow$ • $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$, • $\cos\varphi = \frac{x}{\rho} = \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}$, • $\sin\varphi = \frac{y}{\rho} = \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}$. [Polárne súradnice.]

- $X = [\varphi; \rho] \in R \times \langle 0; \infty)$. [Polárne súradnice.]

$\Rightarrow$ • $x = \rho\cos\varphi$, • $y = \rho\sin\varphi$, • $X = [\rho\cos\varphi; \rho\sin\varphi]$. [Karteziánske súradnice.]

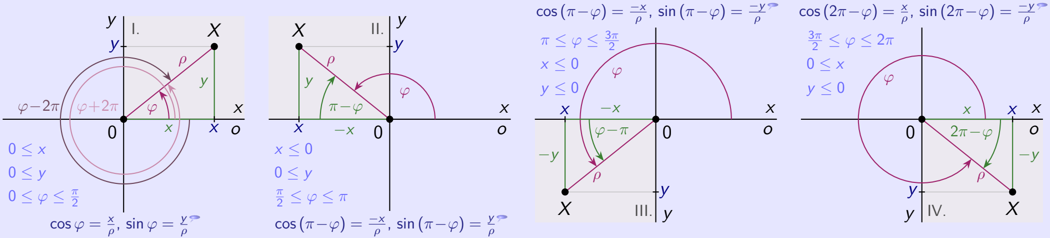
Základné pojmy

- Bod $X=[x;y]\in R^2$ má v karteziánskom systéme jednoznačne určené súradnice $X=[x;y]$.

- Bod $X=[\varphi;\rho]\in R^2$ má polárnom systéme nekonečne veľa vyjadrení $X=[\varphi+2k\pi;\rho]$, $k\in Z$ (ľubovoľné).

  [Pre rozsah uhla φ sa zvykne určiť interval dĺžky 2π, najčastejšie $\langle 0;2\pi\rangle$, $\langle 0;2\pi)$, resp. $\langle -\pi;\pi\rangle$.]

  - Pól 0 má nekonečne veľa vyjadrení $0=[\varphi;0]$, kde $\varphi\in R$ (ľubovoľné).



- $X=[x;y]\in R^2$, $X\neq[0;0]$. [Karteziánske súradnice.]

  $\Rightarrow$ • $\rho=\sqrt{x^2+y^2}$, • $\cos\varphi=\dfrac{x}{\rho}=\dfrac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}$, • $\sin\varphi=\dfrac{y}{\rho}=\dfrac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}$. [Polárne súradnice.]

- $X=[\varphi;\rho]\in R\times\langle 0;\infty)$. [Polárne súradnice.]

  $\Rightarrow$ • $x=\rho\cos\varphi$, • $y=\rho\sin\varphi$, • $X=[\rho\cos\varphi;\rho\sin\varphi]$. [Karteziánske súradnice.]

Základné pojmy

Funkcia f má v karteziánskom systéme (pravouhlom) tvar:

Funkcia f má v polárnom systéme tvar:

Základné pojmy

Funkcia f má v karteziánskom systéme (pravouhlom) tvar:

- $f = \{[x; y], x \in D(f), y = f(x)\}$,

Funkcia f má v polárnom systéme tvar:

- $f = \{[\varphi; \rho], \varphi \in D(f), \rho = f(\varphi)\}$,

Základné pojmy

Funkcia f má v karteziánskom systéme (pravouhlom) tvar:

- $f = \{[x; y]\,, x \in D(f), y = f(x)\}$, t. j.
- $f\colon y = f(x),\ x \in D(f)$.

Funkcia f má v polárnom systéme tvar:

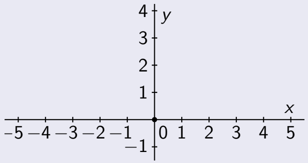
- $f = \{[\varphi; \rho]\,, \varphi \in D(f), \rho = f(\varphi)\}$, t. j.
- $f\colon \rho = f(\varphi),\ \varphi \in D(f)$.

Základné pojmy

Funkcia f má v karteziánskom systéme (pravouhlom) tvar:

- $f = \{[x;y], x \in D(f), y = f(x)\}$, t. j.
- $f: y = f(x), x \in D(f)$.

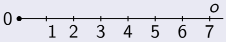
- $y = f_1(x) = 1, x \in R$. [Konštantná funkcia.]



Funkcia f má v polárnom systéme tvar:

- $f = \{[\varphi;\rho], \varphi \in D(f), \rho = f(\varphi)\}$, t. j.
- $f: \rho = f(\varphi), \varphi \in D(f)$.

- $\rho = f_1(\varphi) = 1, \varphi \in R$. [Konštantná funkcia.]



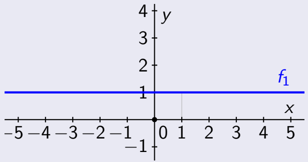
Základné pojmy

Funkcia f má v karteziánskom systéme (pravouhlom) tvar:

- $f = \{[x; y], x \in D(f), y = f(x)\}$, t. j. • $f : y = f(x)$, $x \in D(f)$.

- $y = f_1(x) = 1$, $x \in R$. [Konštantná funkcia.]

  Grafom f_1 je priamka (rovnobežná s osou x).

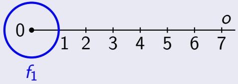


Funkcia f má v polárnom systéme tvar:

- $f = \{[\varphi; \rho], \varphi \in D(f), \rho = f(\varphi)\}$, t. j. • $f : \rho = f(\varphi)$, $\varphi \in D(f)$.

- $\rho = f_1(\varphi) = 1$, $\varphi \in R$. [Konštantná funkcia.]

  Grafom f_1 je kružnica (so stredom 0 a polomerom 1).



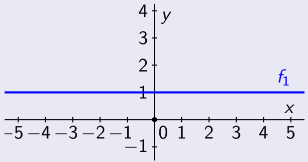
Základné pojmy

Funkcia f má v karteziánskom systéme (pravouhlom) tvar:

- $f = \{[x;y], x \in D(f), y = f(x)\}$, t. j. • $f: y = f(x)$, $x \in D(f)$.

- $y = f_1(x) = 1$, $x \in R$. [Konštantná funkcia.]

  Grafom f_1 je priamka (rovnobežná s osou x).



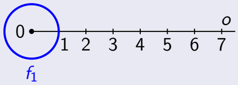
Funkcia f má v polárnom systéme tvar:

- $f = \{[\varphi;\rho], \varphi \in D(f), \rho = f(\varphi)\}$, t. j. • $f: \rho = f(\varphi)$, $\varphi \in D(f)$.

- $\rho = f_1(\varphi) = 1$, $\varphi \in R$. [Konštantná funkcia.]

  Grafom f_1 je kružnica (so stredom 0 a polomerom 1).

  [Kružnica v pravouhlom systéme nie je grafom funkcie.]



Základné pojmy

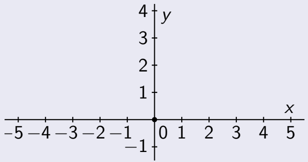
Funkcia f má v **karteziánskom systéme** (pravouhlom) tvar:

- $f = \{[x;y], x \in D(f), y = f(x)\}$, t. j. • $f: y = f(x),\ x \in D(f)$.

- $y = f_1(x) = 1,\ x \in R$. [Konštantná funkcia.]

  Grafom f_1 je priamka (rovnobežná s osou x).

- $y = f_2(x) = x,\ x \ge 0$. [Identita.]



Funkcia f má v **polárnom systéme** tvar:

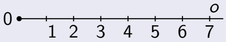
- $f = \{[\varphi;\rho], \varphi \in D(f), \rho = f(\varphi)\}$, t. j. • $f: \rho = f(\varphi),\ \varphi \in D(f)$.

- $\rho = f_1(\varphi) = 1,\ \varphi \in R$. [Konštantná funkcia.]

  Grafom f_1 je kružnica (so stredom 0 a polomerom 1).

  [Kružnica v pravouhlom systéme nie je grafom funkcie.]

- $\rho = f_2(\varphi) = \varphi,\ \varphi \ge 0$. [Identita.]



Základné pojmy

Funkcia f má v karteziánskom systéme (pravouhlom) tvar:

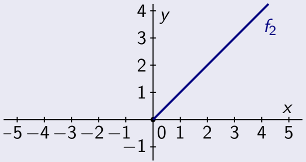
- $f = \{[x; y], x \in D(f), y = f(x)\}$, t. j. • $f : y = f(x), x \in D(f)$.

- $y = f_1(x) = 1$, $x \in R$. [Konštantná funkcia.]

  Grafom f_1 je priamka (rovnobežná s osou x).

- $y = f_2(x) = x$, $x \geq 0$. [Identita.]

  Grafom f_2 je polpriamka (začínajúca v bode 0).



Funkcia f má v polárnom systéme tvar:

- $f = \{[\varphi; \rho], \varphi \in D(f), \rho = f(\varphi)\}$, t. j. • $f : \rho = f(\varphi), \varphi \in D(f)$.

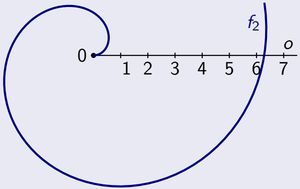
- $\rho = f_1(\varphi) = 1$, $\varphi \in R$. [Konštantná funkcia.]

  Grafom f_1 je kružnica (so stredom 0 a polomerom 1).

  [Kružnica v pravouhlom systéme nie je grafom funkcie.]

- $\rho = f_2(\varphi) = \varphi$, $\varphi \geq 0$. [Identita.]

  Grafom f_2 je špirála (začínajúca v bode 0).



Základné pojmy

Funkcia f má v karteziánskom systéme (pravouhlom) tvar:

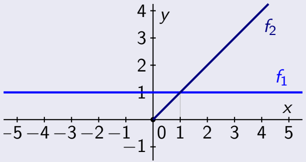
- $f = \{[x; y], x \in D(f), y = f(x)\}$, t. j. • $f: y = f(x), x \in D(f)$.

- $y = f_1(x) = 1, x \in R$. [Konštantná funkcia.]

  Grafom f_1 je priamka (rovnobežná s osou x).

- $y = f_2(x) = x, x \geq 0$. [Identita.]

  Grafom f_2 je polpriamka (začínajúca v bode 0).



Funkcia f má v polárnom systéme tvar:

- $f = \{[\varphi; \rho], \varphi \in D(f), \rho = f(\varphi)\}$, t. j. • $f: \rho = f(\varphi), \varphi \in D(f)$.

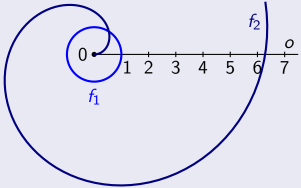
- $\rho = f_1(\varphi) = 1, \varphi \in R$. [Konštantná funkcia.]

  Grafom f_1 je kružnica (so stredom 0 a polomerom 1).

  [Kružnica v pravouhlom systéme nie je grafom funkcie.]

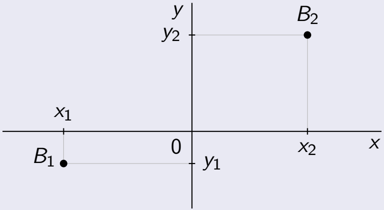
- $\rho = f_2(\varphi) = \varphi, \varphi \geq 0$. [Identita.]

  Grafom f_2 je špirála (začínajúca v bode 0).



Základné pojmy

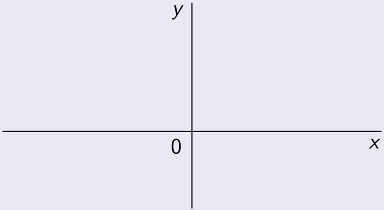
Nájdite **rovnicu priamky** v rovine, ktorá prechádza bodmi $B_1=[x_1;y_1]$, $B_2=[x_2;y_2]$, kde $x_1, x_2, x_3, x_4 \in R$.



Základné pojmy

Nájdite **rovnicu priamky** v rovine, ktorá prechádza bodmi $B_1 = [x_1; y_1]$, $B_2 = [x_2; y_2]$, kde $x_1, x_2, x_3, x_4 \in R$.

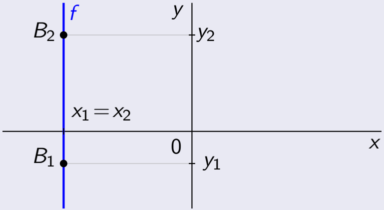
- $x_1 = x_2$.
- $x_1 \neq x_2$.



Základné pojmy

Nájdite rovnicu priamky v rovine, ktorá prechádza bodmi $B_1 = [x_1; y_1]$, $B_2 = [x_2; y_2]$, kde $x_1, x_2, x_3, x_4 \in R$.

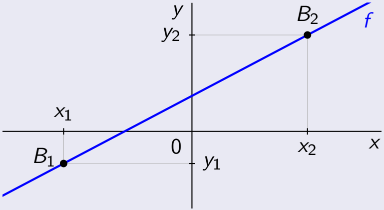
- $x_1 = x_2$. $\Rightarrow$
  - Hľadaná priamka má tvar $f\colon x = x_1,\ y \in R$ a nereprezentuje funkciu.
- $x_1 \neq x_2$.
  -



Základné pojmy

Nájdite **rovnicu priamky** v rovine, ktorá prechádza bodmi $B_1=[x_1;y_1]$, $B_2=[x_2;y_2]$, kde $x_1,x_2,x_3,x_4\in R$.

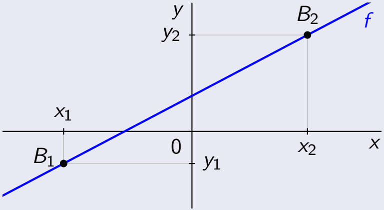
- $x_1=x_2$. $\Rightarrow$ • Hľadaná priamka má tvar $f\colon x=x_1,\ y\in R$ a nereprezentuje funkciu.
- $x_1\neq x_2$. $\Rightarrow$ • Hľadaná priamka je grafom funkcie $f\colon y=ax+b,\ x\in R$.



Základné pojmy

Nájdite **rovnicu priamky** v rovine, ktorá prechádza bodmi $B_1=[x_1;y_1]$, $B_2=[x_2;y_2]$, kde $x_1,x_2,x_3,x_4\in R$.

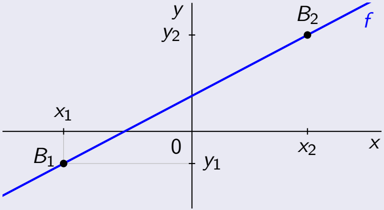
- $x_1=x_2$. $\Rightarrow$ • Hľadaná priamka má tvar $f\colon x=x_1,\ y\in R$ a nereprezentuje funkciu.
- $x_1\neq x_2$. $\Rightarrow$ • Hľadaná priamka je grafom funkcie $f\colon y=ax+b,\ x\in R$. [Musíme určiť koeficienty a, b, aby $B_1,B_2\in f$.]



Základné pojmy

Nájdite rovnicu priamky v rovine, ktorá prechádza bodmi $B_1 = [x_1; y_1]$, $B_2 = [x_2; y_2]$, kde $x_1, x_2, x_3, x_4 \in R$.

- $x_1 = x_2$. $\Rightarrow$ • Hľadaná priamka má tvar $f\colon x = x_1,\ y \in R$ a nereprezentuje funkciu.
- $x_1 \neq x_2$. $\Rightarrow$ • Hľadaná priamka je grafom funkcie $f\colon y = ax + b,\ x \in R$. [Musíme určiť koeficienty a, b, aby $B_1, B_2 \in f$.]

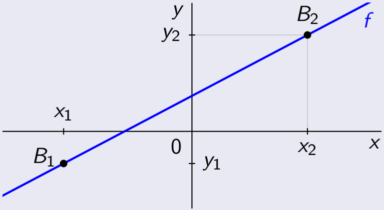


- $B_1 = [x_1; y_1] \in f$. $\Rightarrow$ • $y_1 = ax_1 + b$.

Základné pojmy

Nájdite **rovnicu priamky** v rovine, ktorá prechádza bodmi $B_1 = [x_1; y_1]$, $B_2 = [x_2; y_2]$, kde $x_1, x_2, x_3, x_4 \in R$.

- $x_1 = x_2$. $\Rightarrow$ • Hľadaná priamka má tvar $f\colon x = x_1,\ y \in R$ a nereprezentuje funkciu.
- $x_1 \neq x_2$. $\Rightarrow$ • Hľadaná priamka je grafom funkcie $f\colon y = ax + b,\ x \in R$. [Musíme určiť koeficienty a, b, aby $B_1, B_2 \in f$.]

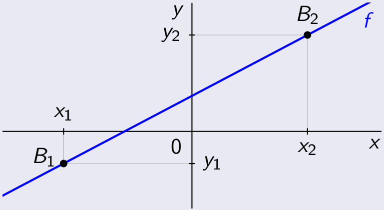


- $B_1 = [x_1; y_1] \in f$. $\Rightarrow$ • $y_1 = ax_1 + b$.
- $B_2 = [x_2; y_2] \in f$. $\Rightarrow$ • $y_2 = ax_2 + b$.

Základné pojmy

Nájdite **rovnicu priamky** v rovine, ktorá prechádza bodmi $B_1=[x_1;y_1]$, $B_2=[x_2;y_2]$, kde $x_1,x_2,x_3,x_4\in R$.

- $x_1=x_2$. $\Rightarrow$ • Hľadaná priamka má tvar $f\colon x=x_1,\ y\in R$ a nereprezentuje funkciu.
- $x_1\neq x_2$. $\Rightarrow$ • Hľadaná priamka je grafom funkcie $f\colon y=ax+b,\ x\in R$. [Musíme určiť koeficienty a, b, aby $B_1,B_2\in f$.]



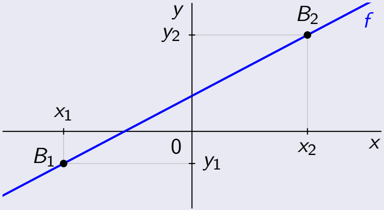
- $B_1=[x_1;y_1]\in f$. $\Rightarrow$ • $y_1=ax_1+b$.
- $B_2=[x_2;y_2]\in f$. $\Rightarrow$ • $y_2=ax_2+b$.

$$y_2-y_1=ax_2+b-ax_1-b$$

Základné pojmy

Nájdite **rovnicu priamky** v rovine, ktorá prechádza bodmi $B_1=[x_1;y_1]$, $B_2=[x_2;y_2]$, kde $x_1,x_2,x_3,x_4\in R$.

- $x_1 = x_2$. $\Rightarrow$ • Hľadaná priamka má tvar $f\colon x = x_1,\ y\in R$ a nereprezentuje funkciu.
- $x_1 \neq x_2$. $\Rightarrow$ • Hľadaná priamka je grafom funkcie $f\colon y = ax+b,\ x\in R$. [Musíme určiť koeficienty a, b, aby $B_1,B_2\in f$.]



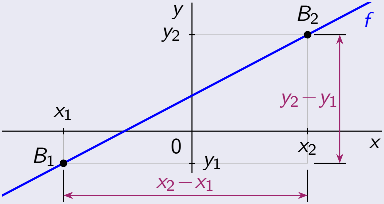
- $B_1 = [x_1;y_1]\in f$. $\Rightarrow$ • $y_1 = ax_1 + b$.
- $B_2 = [x_2;y_2]\in f$. $\Rightarrow$ • $y_2 = ax_2 + b$.

$$y_2 - y_1 = ax_2 + b - ax_1 - b = a(x_2 - x_1).$$

Základné pojmy

Nájdite rovnicu priamky v rovine, ktorá prechádza bodmi $B_1 = [x_1; y_1]$, $B_2 = [x_2; y_2]$, kde $x_1, x_2, x_3, x_4 \in R$.

- $x_1 = x_2$. $\Rightarrow$ • Hľadaná priamka má tvar $f\colon x = x_1,\ y \in R$ a nereprezentuje funkciu.
- $x_1 \neq x_2$. $\Rightarrow$ • Hľadaná priamka je grafom funkcie $f\colon y = ax+b,\ x \in R$. [Musíme určiť koeficienty a, b, aby $B_1, B_2 \in f$.]



- $B_1 = [x_1; y_1] \in f$. $\Rightarrow$ • $y_1 = ax_1 + b$.
- $B_2 = [x_2; y_2] \in f$. $\Rightarrow$ • $y_2 = ax_2 + b$.

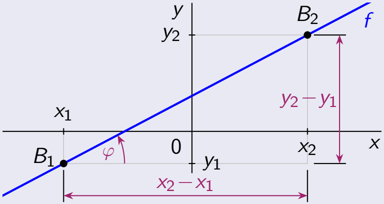
$$y_2 - y_1 = ax_2 + b - ax_1 - b = a(x_2 - x_1).$$

$\Rightarrow$ • $a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

Základné pojmy

Nájdite **rovnicu priamky** v rovine, ktorá prechádza bodmi $B_1=[x_1;y_1]$, $B_2=[x_2;y_2]$, kde $x_1,x_2,x_3,x_4\in R$.

- $x_1 = x_2$. $\Rightarrow$ • Hľadaná priamka má tvar $f\colon x = x_1,\ y\in R$ a nereprezentuje funkciu.
- $x_1 \neq x_2$. $\Rightarrow$ • Hľadaná priamka je grafom funkcie $f\colon y = ax+b,\ x\in R$. [Musíme určiť koeficienty a, b, aby $B_1,B_2\in f$.]



- $B_1=[x_1;y_1]\in f$. $\Rightarrow$ • $y_1 = ax_1 + b$.
- $B_2=[x_2;y_2]\in f$. $\Rightarrow$ • $y_2 = ax_2 + b$.

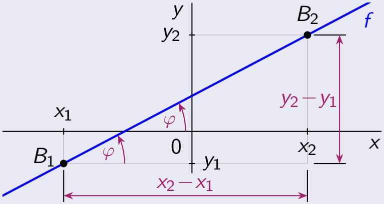
$$y_2 - y_1 = ax_2 + b - ax_1 - b = a(x_2 - x_1).$$

$\Rightarrow$ • $a = \dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1} = \operatorname{tg}\varphi$.

Základné pojmy

Nájdite **rovnicu priamky** v rovine, ktorá prechádza bodmi $B_1=[x_1;y_1]$, $B_2=[x_2;y_2]$, kde $x_1,x_2,x_3,x_4\in R$.

- $x_1 = x_2$. $\Rightarrow$ • Hľadaná priamka má tvar $f\colon x = x_1,\ y\in R$ a nereprezentuje funkciu.
- $x_1 \neq x_2$. $\Rightarrow$ • Hľadaná priamka je grafom funkcie $f\colon y = ax+b,\ x\in R$. [Musíme určiť koeficienty a, b, aby $B_1,B_2\in f$.]



- $B_1 = [x_1;y_1]\in f$. $\Rightarrow$ • $y_1 = ax_1 + b$.
- $B_2 = [x_2;y_2]\in f$. $\Rightarrow$ • $y_2 = ax_2 + b$.

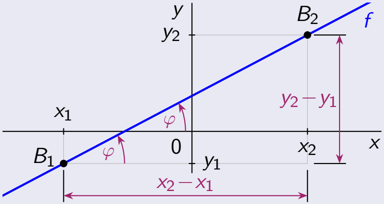
$$y_2 - y_1 = ax_2 + b - ax_1 - b = a(x_2 - x_1).$$

$\Rightarrow$ • $a = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} = \operatorname{tg}\varphi.$ [a je smernica priamky f.]

Základné pojmy

Nájdite **rovnicu priamky** v rovine, ktorá prechádza bodmi $B_1=[x_1;y_1]$, $B_2=[x_2;y_2]$, kde $x_1,x_2,x_3,x_4\in R$.

- $x_1=x_2$. $\Rightarrow$ • Hľadaná priamka má tvar $f\colon x=x_1,\ y\in R$ a nereprezentuje funkciu.
- $x_1\neq x_2$. $\Rightarrow$ • Hľadaná priamka je grafom funkcie $f\colon y=ax+b,\ x\in R$. [Musíme určiť koeficienty a, b, aby $B_1,B_2\in f$.]



- $B_1=[x_1;y_1]\in f$. $\Rightarrow$ • $y_1=ax_1+b$.
- $B_2=[x_2;y_2]\in f$. $\Rightarrow$ • $y_2=ax_2+b$.

$$y_2-y_1=ax_2+b-ax_1-b=a(x_2-x_1).$$

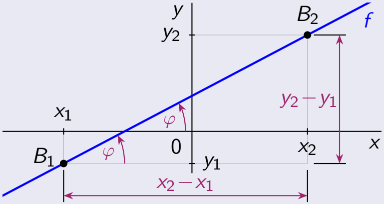
$\Rightarrow$ • $a=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\operatorname{tg}\varphi$. [$a$ je smernica priamky f.]

$\Rightarrow$ • $b=y_1-ax_1=y_1-\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}x_1$

Základné pojmy

Nájdite rovnicu priamky v rovine, ktorá prechádza bodmi $B_1=[x_1;y_1]$, $B_2=[x_2;y_2]$, kde $x_1,x_2,x_3,x_4\in R$.

- $x_1 = x_2$. $\Rightarrow$ • Hľadaná priamka má tvar $f\colon x = x_1,\ y\in R$ a nereprezentuje funkciu.
- $x_1 \neq x_2$. $\Rightarrow$ • Hľadaná priamka je grafom funkcie $f\colon y = ax+b,\ x\in R$. [Musíme určiť koeficienty a, b, aby $B_1,B_2\in f$.]



- $B_1 = [x_1;y_1]\in f$. $\Rightarrow$ • $y_1 = ax_1 + b$.
- $B_2 = [x_2;y_2]\in f$. $\Rightarrow$ • $y_2 = ax_2 + b$.

$$y_2 - y_1 = ax_2 + b - ax_1 - b = a(x_2 - x_1).$$

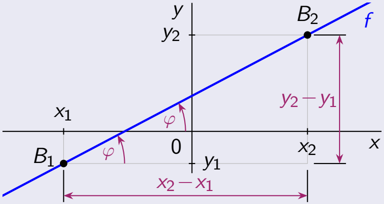
$\Rightarrow$ • $a = \dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1} = \operatorname{tg}\varphi$. [$a$ je smernica priamky f.]

$\Rightarrow$ • $b = y_1 - ax_1 = y_1 - \dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}x_1 = \dfrac{y_1(x_2-x_1)-x_1(y_2-y_1)}{x_2-x_1}$

Základné pojmy

Nájdite **rovnicu priamky** v rovine, ktorá prechádza bodmi $B_1=[x_1;y_1]$, $B_2=[x_2;y_2]$, kde $x_1,x_2,x_3,x_4\in R$.

- $x_1=x_2$. $\Rightarrow$ • Hľadaná priamka má tvar $f\colon x=x_1,\ y\in R$ a nereprezentuje funkciu.
- $x_1\neq x_2$. $\Rightarrow$ • Hľadaná priamka je grafom funkcie $f\colon y=ax+b,\ x\in R$. [Musíme určiť koeficienty a, b, aby $B_1,B_2\in f$.]



- $B_1=[x_1;y_1]\in f$. $\Rightarrow$ • $y_1=ax_1+b$.
- $B_2=[x_2;y_2]\in f$. $\Rightarrow$ • $y_2=ax_2+b$.

$$y_2-y_1=ax_2+b-ax_1-b=a(x_2-x_1).$$

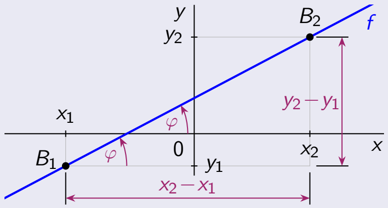
$\Rightarrow$ • $a=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\operatorname{tg}\varphi.$ [a je smernica priamky f.]

$\Rightarrow$ • $$b=y_1-ax_1=y_1-\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}x_1=\frac{y_1(x_2-x_1)-x_1(y_2-y_1)}{x_2-x_1}$$
$$=\frac{y_1x_2-y_1x_1-(x_1y_2-x_1y_1)}{x_2-x_1}=\frac{y_1x_2-y_1x_1-y_2x_1+y_1x_1}{x_2-x_1}$$

Základné pojmy

Nájdite **rovnicu priamky** v rovine, ktorá prechádza bodmi $B_1=[x_1;y_1]$, $B_2=[x_2;y_2]$, kde $x_1,x_2,x_3,x_4\in R$.

- $x_1=x_2$. $\Rightarrow$ • Hľadaná priamka má tvar $f\colon x=x_1,\ y\in R$ a nereprezentuje funkciu.
- $x_1\neq x_2$. $\Rightarrow$ • Hľadaná priamka je grafom funkcie $f\colon y=ax+b,\ x\in R$. [Musíme určiť koeficienty a, b, aby $B_1,B_2\in f$.]



- $B_1=[x_1;y_1]\in f$. $\Rightarrow$ • $y_1=ax_1+b$.
- $B_2=[x_2;y_2]\in f$. $\Rightarrow$ • $y_2=ax_2+b$.

$$y_2-y_1=ax_2+b-ax_1-b=a(x_2-x_1).$$

$\Rightarrow$ • $a=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\operatorname{tg}\varphi$. [$a$ je smernica priamky f.]

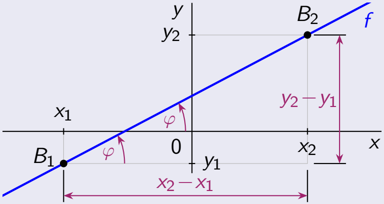
$$\Rightarrow \bullet\ b=y_1-ax_1=y_1-\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}x_1=\frac{y_1(x_2-x_1)-x_1(y_2-y_1)}{x_2-x_1}$$

$$=\frac{y_1x_2-y_1x_1-(x_1y_2-x_1y_1)}{x_2-x_1}=\frac{y_1x_2-y_1x_1-y_2x_1+y_1x_1}{x_2-x_1}=\frac{y_1x_2-y_2x_1}{x_2-x_1}.$$

Základné pojmy

Nájdite **rovnicu priamky** v rovine, ktorá prechádza bodmi $B_1=[x_1;y_1]$, $B_2=[x_2;y_2]$, kde $x_1,x_2,x_3,x_4\in R$.

- $x_1=x_2$. $\Rightarrow$ • Hľadaná priamka má tvar $f\colon x=x_1,\ y\in R$ a nereprezentuje funkciu.
- $x_1\neq x_2$. $\Rightarrow$ • Hľadaná priamka je grafom funkcie $f\colon y=ax+b,\ x\in R$. [Musíme určiť koeficienty a, b, aby $B_1,B_2\in f$.]



- $B_1=[x_1;y_1]\in f$. $\Rightarrow$ • $y_1=ax_1+b$.
- $B_2=[x_2;y_2]\in f$. $\Rightarrow$ • $y_2=ax_2+b$.

$$y_2-y_1=ax_2+b-ax_1-b=a(x_2-x_1).$$

$\Rightarrow$ • $a=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\operatorname{tg}\varphi$. [$a$ je smernica priamky f.]

$\Rightarrow$ • $b=y_1-ax_1=y_1-\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}x_1=\dfrac{y_1(x_2-x_1)-x_1(y_2-y_1)}{x_2-x_1}$

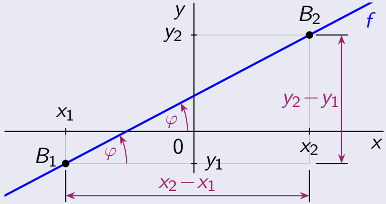
$$=\frac{y_1x_2-y_1x_1-(x_1y_2-x_1y_1)}{x_2-x_1}=\frac{y_1x_2-y_1x_1-y_2x_1+y_1x_1}{x_2-x_1}=\frac{y_1x_2-y_2x_1}{x_2-x_1}.$$

$f\colon y=ax+b$

Základné pojmy

Nájdite **rovnicu priamky** v rovine, ktorá prechádza bodmi $B_1=[x_1;y_1]$, $B_2=[x_2;y_2]$, kde $x_1,x_2,x_3,x_4\in R$.

- $x_1 = x_2$. $\Rightarrow$ • Hľadaná priamka má tvar $f\colon x = x_1,\ y\in R$ a nereprezentuje funkciu.
- $x_1 \neq x_2$. $\Rightarrow$ • Hľadaná priamka je grafom funkcie $f\colon y = ax+b,\ x\in R$. [Musíme určiť koeficienty a, b, aby $B_1,B_2\in f$.]



- $B_1 = [x_1;y_1]\in f$. $\Rightarrow$ • $y_1 = ax_1 + b$.
- $B_2 = [x_2;y_2]\in f$. $\Rightarrow$ • $y_2 = ax_2 + b$.

$$y_2 - y_1 = ax_2 + b - ax_1 - b = a(x_2 - x_1).$$

$\Rightarrow$ • $a = \dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1} = \operatorname{tg}\varphi.$ [a je smernica priamky f.]

$$\Rightarrow \bullet\ b = y_1 - ax_1 = y_1 - \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}x_1 = \frac{y_1(x_2-x_1)-x_1(y_2-y_1)}{x_2-x_1}$$

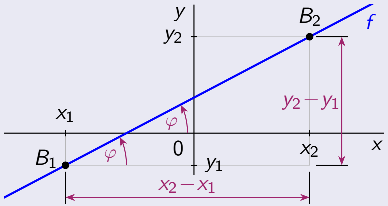
$$= \frac{y_1x_2-y_1x_1-(x_1y_2-x_1y_1)}{x_2-x_1} = \frac{y_1x_2-y_1x_1-y_2x_1+y_1x_1}{x_2-x_1} = \frac{y_1x_2-y_2x_1}{x_2-x_1}.$$

$$f\colon y = ax + b = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}x + \frac{y_1x_2-y_2x_1}{x_2-x_1}$$

Základné pojmy

Nájdite **rovnicu priamky** v rovine, ktorá prechádza bodmi $B_1=[x_1;y_1]$, $B_2=[x_2;y_2]$, kde $x_1,x_2,x_3,x_4\in R$.

- $x_1 = x_2$. $\Rightarrow$ • Hľadaná priamka má tvar $f\colon x = x_1,\ y\in R$ a nereprezentuje funkciu.
- $x_1 \neq x_2$. $\Rightarrow$ • Hľadaná priamka je grafom funkcie $f\colon y = ax+b,\ x\in R$. [Musíme určiť koeficienty a, b, aby $B_1,B_2\in f$.]



- $B_1 = [x_1;y_1]\in f$. $\Rightarrow$ • $y_1 = ax_1 + b$.
- $B_2 = [x_2;y_2]\in f$. $\Rightarrow$ • $y_2 = ax_2 + b$.

$$y_2 - y_1 = ax_2 + b - ax_1 - b = a(x_2 - x_1).$$

$\Rightarrow$ • $a = \dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1} = \operatorname{tg}\varphi$. [$a$ je smernica priamky f.]

$$\Rightarrow \bullet\ b = y_1 - ax_1 = y_1 - \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}x_1 = \frac{y_1(x_2-x_1)-x_1(y_2-y_1)}{x_2-x_1}$$

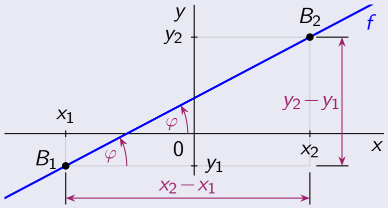
$$= \frac{y_1x_2-y_1x_1-(x_1y_2-x_1y_1)}{x_2-x_1} = \frac{y_1x_2-y_1x_1-y_2x_1+y_1x_1}{x_2-x_1} = \frac{y_1x_2-y_2x_1}{x_2-x_1}.$$

$$f\colon y = ax+b = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}x + \frac{y_1x_2-y_2x_1}{x_2-x_1} = \frac{y_2x-y_1x+y_1x_2-y_2x_1}{x_2-x_1} = \frac{y_2(x-x_1)+y_1(-x+x_2)}{x_2-x_1}.$$

Základné pojmy

Nájdite **rovnicu priamky** v rovine, ktorá prechádza bodmi $B_1=[x_1;y_1]$, $B_2=[x_2;y_2]$, kde $x_1,x_2,x_3,x_4\in R$.

- $x_1 = x_2$. $\Rightarrow$ • Hľadaná priamka má tvar $f\colon x = x_1,\ y\in R$ a nereprezentuje funkciu.
- $x_1 \neq x_2$. $\Rightarrow$ • Hľadaná priamka je grafom funkcie $f\colon y = ax+b,\ x\in R$. [Musíme určiť koeficienty a, b, aby $B_1,B_2\in f$.]



- $B_1 = [x_1;y_1]\in f$. $\Rightarrow$ • $y_1 = ax_1 + b$.
- $B_2 = [x_2;y_2]\in f$. $\Rightarrow$ • $y_2 = ax_2 + b$.

$$y_2 - y_1 = ax_2 + b - ax_1 - b = a(x_2 - x_1).$$

$\Rightarrow$ • $a = \dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1} = \operatorname{tg}\varphi.$ [a je smernica priamky f.]

$$\Rightarrow \bullet\ b = y_1 - ax_1 = y_1 - \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}x_1 = \frac{y_1(x_2-x_1)-x_1(y_2-y_1)}{x_2-x_1}$$

$$= \frac{y_1x_2-y_1x_1-(x_1y_2-x_1y_1)}{x_2-x_1} = \frac{y_1x_2-y_1x_1-y_2x_1+y_1x_1}{x_2-x_1} = \frac{y_1x_2-y_2x_1}{x_2-x_1}.$$

$$f\colon y = ax + b = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}x + \frac{y_1x_2-y_2x_1}{x_2-x_1} = \frac{y_2x-y_1x+y_1x_2-y_2x_1}{x_2-x_1} = \frac{y_2(x-x_1)+y_1(-x+x_2)}{x_2-x_1}.$$

$$\Rightarrow \bullet\ f\colon y = \frac{x-x_1}{x_2-x_1}\cdot y_2 + \frac{x_2-x}{x_2-x_1}\cdot y_1,\ x\in R.$$

Operácie s funkciami

- Funkcie sú množiny usporiadaných dvojíc $[x; f(x)]$,

Operácie s funkciami

- Funkcie sú množiny usporiadaných dvojíc $[x; f(x)]$,

  t. j. relácie a operácie s nimi, musíme chápať ako relácie a operácie s množinami.

Operácie s funkciami

- Funkcie sú množiny usporiadaných dvojíc $[x; f(x)]$,
  t. j. relácie a operácie s nimi, musíme chápať ako relácie a operácie s množinami.

Funkcie $y = f(x)$, $x \in D(f)$ a $y = g(x)$, $x \in D(g)$:

Funkcie $y = f(x)$, $x \in D(f)$ a $y = g(x)$, $x \in D(g)$, množina $A \subset D(f) \cap D(g)$:

Operácie s funkciami

- Funkcie sú množiny usporiadaných dvojíc $[x; f(x)]$,

t. j. relácie a operácie s nimi, musíme chápať ako relácie a operácie s množinami.

Funkcie $y=f(x)$, $x\in D(f)$ a $y=g(x)$, $x\in D(g)$:

- $f = g$ (funkcie f a g sa rovnajú),
- $f \neq g$ (funkcie f a g sa nerovnajú),

Funkcie $y=f(x)$, $x\in D(f)$ a $y=g(x)$, $x\in D(g)$, množina $A \subset D(f) \cap D(g)$:

- $f = g$, $x \in A$

Operácie s funkciami

- Funkcie sú množiny usporiadaných dvojíc $[x; f(x)]$,

  t. j. relácie a operácie s nimi, musíme chápať ako relácie a operácie s množinami.

Funkcie $y=f(x)$, $x\in D(f)$ a $y=g(x)$, $x\in D(g)$: [Globálna vlastnosť na definičných oboroch.]

- $f = g$ (funkcie f a g sa rovnajú), ak $D(f) = D(g)$

- $f \neq g$ (funkcie f a g sa nerovnajú),

Funkcie $y=f(x)$, $x\in D(f)$ a $y=g(x)$, $x\in D(g)$, množina $A \subset D(f) \cap D(g)$: [Lokálna vlastnosť na A.]

- $f = g$, $x\in A$ (funkcie f, g sa rovnajú na množine A),

Operácie s funkciami

- Funkcie sú množiny usporiadaných dvojíc $[x; f(x)]$,

  t. j. relácie a operácie s nimi, musíme chápať ako relácie a operácie s množinami.

Funkcie $y=f(x)$, $x\in D(f)$ a $y=g(x)$, $x\in D(g)$: [Globálna vlastnosť na definičných oboroch.]

- $f=g$ (funkcie f a g sa rovnajú), ak $D(f)=D(g)$ a pre všetky $x\in D(f)$ platí $f(x)=g(x)$.
- $f\neq g$ (funkcie f a g sa nerovnajú),

Funkcie $y=f(x)$, $x\in D(f)$ a $y=g(x)$, $x\in D(g)$, množina $A\subset D(f)\cap D(g)$: [Lokálna vlastnosť na A.]

- $f=g$, $x\in A$ (funkcie f, g sa rovnajú na množine A),

Operácie s funkciami

- Funkcie sú množiny usporiadaných dvojíc $[x; f(x)]$,

  t. j. relácie a operácie s nimi, musíme chápať ako relácie a operácie s množinami.

Funkcie $y=f(x)$, $x\in D(f)$ a $y=g(x)$, $x\in D(g)$: [Globálna vlastnosť na definičných oboroch.]

- $f = g$ (funkcie f a g sa rovnajú), ak $D(f) = D(g)$ a pre všetky $x\in D(f)$ platí $f(x) = g(x)$.
- $f \neq g$ (funkcie f a g sa nerovnajú), ak neplatí $f = g$,

Funkcie $y=f(x)$, $x\in D(f)$ a $y=g(x)$, $x\in D(g)$, množina $A \subset D(f)\cap D(g)$: [Lokálna vlastnosť na A.]

- $f = g$, $x\in A$ (funkcie f, g sa rovnajú na množine A),

Operácie s funkciami

- Funkcie sú množiny usporiadaných dvojíc $[x; f(x)]$,

  t. j. relácie a operácie s nimi, musíme chápať ako relácie a operácie s množinami.

Funkcie $y=f(x)$, $x\in D(f)$ a $y=g(x)$, $x\in D(g)$: [Globálna vlastnosť na definičných oboroch.]

- $f=g$ (funkcie f a g sa rovnajú), ak $D(f)=D(g)$ a pre všetky $x\in D(f)$ platí $f(x)=g(x)$.
- $f\neq g$ (funkcie f a g sa nerovnajú), ak neplatí $f=g$, t. j. $D(f)\neq D(g)$

Funkcie $y=f(x)$, $x\in D(f)$ a $y=g(x)$, $x\in D(g)$, množina $A\subset D(f)\cap D(g)$: [Lokálna vlastnosť na A.]

- $f=g$, $x\in A$ (funkcie f, g sa rovnajú na množine A),

Operácie s funkciami

- Funkcie sú množiny usporiadaných dvojíc $[x; f(x)]$,

  t. j. relácie a operácie s nimi, musíme chápať ako relácie a operácie s množinami.

Funkcie $y=f(x)$, $x\in D(f)$ a $y=g(x)$, $x\in D(g)$: [Globálna vlastnosť na definičných oboroch.]

- $f = g$ (funkcie f a g sa rovnajú), ak $D(f) = D(g)$ a pre všetky $x\in D(f)$ platí $f(x) = g(x)$.
- $f \neq g$ (funkcie f a g sa nerovnajú), ak neplatí $f = g$, t. j. $D(f) \neq D(g)$ alebo $f(x) \neq g(x)$ pre nejaké $x\in R$.

Funkcie $y=f(x)$, $x\in D(f)$ a $y=g(x)$, $x\in D(g)$, množina $A\subset D(f)\cap D(g)$: [Lokálna vlastnosť na A.]

- $f = g$, $x\in A$ (funkcie f, g sa rovnajú na množine A),

Operácie s funkciami

- Funkcie sú množiny usporiadaných dvojíc $[x; f(x)]$,
  t. j. relácie a operácie s nimi, musíme chápať ako relácie a operácie s množinami.

Funkcie $y=f(x)$, $x\in D(f)$ a $y=g(x)$, $x\in D(g)$: [Globálna vlastnosť na definičných oboroch.]

- $f=g$ (funkcie f a g sa rovnajú), ak $D(f)=D(g)$ a pre všetky $x\in D(f)$ platí $f(x)=g(x)$.
- $f\neq g$ (funkcie f a g sa nerovnajú), ak neplatí $f=g$, t. j. $D(f)\neq D(g)$ alebo $f(x)\neq g(x)$ pre nejaké $x\in R$.

  [Neexistuje $g(x)$ v nejakom bode $x\in D(f)$,

Funkcie $y=f(x)$, $x\in D(f)$ a $y=g(x)$, $x\in D(g)$, množina $A\subset D(f)\cap D(g)$: [Lokálna vlastnosť na A.]

- $f=g$, $x\in A$ (funkcie f, g sa rovnajú na množine A),

Operácie s funkciami

- Funkcie sú množiny usporiadaných dvojíc $[x; f(x)]$,
  t. j. relácie a operácie s nimi, musíme chápať ako relácie a operácie s množinami.

Funkcie $y=f(x)$, $x\in D(f)$ a $y=g(x)$, $x\in D(g)$: [Globálna vlastnosť na definičných oboroch.]

- $f = g$ (funkcie f a g sa rovnajú), ak $D(f) = D(g)$ a pre všetky $x\in D(f)$ platí $f(x) = g(x)$.
- $f \neq g$ (funkcie f a g sa nerovnajú), ak neplatí $f = g$, t. j. $D(f) \neq D(g)$ alebo $f(x) \neq g(x)$ pre nejaké $x\in R$.

  [Neexistuje $g(x)$ v nejakom bode $x\in D(f)$, neexistuje $f(x)$ v nejakom bode $x\in D(g)$]

Funkcie $y=f(x)$, $x\in D(f)$ a $y=g(x)$, $x\in D(g)$, množina $A\subset D(f)\cap D(g)$: [Lokálna vlastnosť na A.]

- $f = g$, $x\in A$ (funkcie f, g sa rovnajú na množine A),

Operácie s funkciami

- Funkcie sú množiny usporiadaných dvojíc $[x; f(x)]$,
  t. j. relácie a operácie s nimi, musíme chápať ako relácie a operácie s množinami.

Funkcie $y = f(x)$, $x \in D(f)$ a $y = g(x)$, $x \in D(g)$: [Globálna vlastnosť na definičných oboroch.]

- $f = g$ (funkcie f a g sa rovnajú), ak $D(f) = D(g)$ a pre všetky $x \in D(f)$ platí $f(x) = g(x)$.
- $f \neq g$ (funkcie f a g sa nerovnajú), ak neplatí $f = g$, t. j. $D(f) \neq D(g)$ alebo $f(x) \neq g(x)$ pre nejaké $x \in R$.

  [Neexistuje $g(x)$ v nejakom bode $x \in D(f)$, neexistuje $f(x)$ v nejakom bode $x \in D(g)$ alebo $f(x) \neq g(x)$ pre nejaké $x \in D(g) \cap D(g)$.]

Funkcie $y = f(x)$, $x \in D(f)$ a $y = g(x)$, $x \in D(g)$, množina $A \subset D(f) \cap D(g)$: [Lokálna vlastnosť na A.]

- $f = g$, $x \in A$ (funkcie f, g sa rovnajú na množine A),

Operácie s funkciami

- Funkcie sú množiny usporiadaných dvojíc $[x; f(x)]$,
  t. j. relácie a operácie s nimi, musíme chápať ako relácie a operácie s množinami.

Funkcie $y=f(x)$, $x\in D(f)$ a $y=g(x)$, $x\in D(g)$: [Globálna vlastnosť na definičných oboroch.]

- $f = g$ (funkcie f a g sa rovnajú), ak $D(f) = D(g)$ a pre všetky $x\in D(f)$ platí $f(x) = g(x)$.
- $f \neq g$ (funkcie f a g sa nerovnajú), ak neplatí $f = g$, t. j. $D(f) \neq D(g)$ alebo $f(x) \neq g(x)$ pre nejaké $x\in R$.
  [Neexistuje $g(x)$ v nejakom bode $x\in D(f)$, neexistuje $f(x)$ v nejakom bode $x\in D(g)$ alebo $f(x)\neq g(x)$ pre nejaké $x\in D(g)\cap D(g)$.]

Funkcie $y=f(x)$, $x\in D(f)$ a $y=g(x)$, $x\in D(g)$, množina $A\subset D(f)\cap D(g)$: [Lokálna vlastnosť na A.]

- $f = g$, $x\in A$ (funkcie f, g sa rovnajú na množine A),

ak pre všetky $x\in A$ platí $f(x) = g(x)$,

Operácie s funkciami

- Funkcie sú množiny usporiadaných dvojíc $[x; f(x)]$,
t. j. relácie a operácie s nimi, musíme chápať ako relácie a operácie s množinami.

Funkcie $y=f(x)$, $x \in D(f)$ a $y=g(x)$, $x \in D(g)$: [Globálna vlastnosť na definičných oboroch.]

- $f = g$ (funkcie f a g sa rovnajú), ak $D(f) = D(g)$ a pre všetky $x \in D(f)$ platí $f(x) = g(x)$.
- $f \neq g$ (funkcie f a g sa nerovnajú), ak neplatí $f = g$, t. j. $D(f) \neq D(g)$ alebo $f(x) \neq g(x)$ pre nejaké $x \in R$.
[Neexistuje $g(x)$ v nejakom bode $x \in D(f)$, neexistuje $f(x)$ v nejakom bode $x \in D(g)$ alebo $f(x) \neq g(x)$ pre nejaké $x \in D(g) \cap D(g)$.]

Funkcie $y=f(x)$, $x \in D(f)$ a $y=g(x)$, $x \in D(g)$, množina $A \subset D(f) \cap D(g)$: [Lokálna vlastnosť na A.]

- $f = g$, $x \in A$ (funkcie f, g sa rovnajú na množine A),
  resp. • $f < g$, $x \in A$,

ak pre všetky $x \in A$ platí

resp. • $f(x) < g(x)$,

Operácie s funkciami

- Funkcie sú množiny usporiadaných dvojíc $[x; f(x)]$,

  t. j. relácie a operácie s nimi, musíme chápať ako relácie a operácie s množinami.

Funkcie $y=f(x)$, $x\in D(f)$ a $y=g(x)$, $x\in D(g)$: [Globálna vlastnosť na definičných oboroch.]

- $f = g$ (funkcie f a g sa rovnajú), ak $D(f) = D(g)$ a pre všetky $x\in D(f)$ platí $f(x) = g(x)$.
- $f \neq g$ (funkcie f a g sa nerovnajú), ak neplatí $f = g$, t. j. $D(f) \neq D(g)$ alebo $f(x) \neq g(x)$ pre nejaké $x\in R$.

  [Neexistuje $g(x)$ v nejakom bode $x\in D(f)$, neexistuje $f(x)$ v nejakom bode $x\in D(g)$ alebo $f(x)\neq g(x)$ pre nejaké $x\in D(g)\cap D(g)$.]

Funkcie $y=f(x)$, $x\in D(f)$ a $y=g(x)$, $x\in D(g)$, množina $A\subset D(f)\cap D(g)$: [Lokálna vlastnosť na A.]

- $f = g$, $x\in A$ (funkcie f, g sa rovnajú na množine A),

  resp. • $f < g$, $x\in A$, resp. • $f \leq g$, $x\in A$,

ak pre všetky $x\in A$ platí

resp. • $f(x) < g(x)$, resp. • $f(x) \leq g(x)$,

Operácie s funkciami

- Funkcie sú množiny usporiadaných dvojíc $[x; f(x)]$,
  t. j. relácie a operácie s nimi, musíme chápať ako relácie a operácie s množinami.

Funkcie $y=f(x)$, $x\in D(f)$ a $y=g(x)$, $x\in D(g)$: [Globálna vlastnosť na definičných oboroch.]

- $f = g$ (funkcie f a g sa rovnajú), ak $D(f) = D(g)$ a pre všetky $x\in D(f)$ platí $f(x) = g(x)$.
- $f \neq g$ (funkcie f a g sa nerovnajú), ak neplatí $f = g$, t. j. $D(f) \neq D(g)$ alebo $f(x) \neq g(x)$ pre nejaké $x\in R$.

[Neexistuje $g(x)$ v nejakom bode $x\in D(f)$, neexistuje $f(x)$ v nejakom bode $x\in D(g)$ alebo $f(x)\neq g(x)$ pre nejaké $x\in D(g)\cap D(g)$.]

Funkcie $y=f(x)$, $x\in D(f)$ a $y=g(x)$, $x\in D(g)$, množina $A\subset D(f)\cap D(g)$: [Lokálna vlastnosť na A.]

- $f = g$, $x\in A$ (funkcie f, g sa rovnajú na množine A),

  resp. • $f < g$, $x\in A$, resp. • $f \leq g$, $x\in A$, resp. • $f > g$, $x\in A$,

ak pre všetky $x\in A$ platí

  resp. • $f(x) < g(x)$, resp. • $f(x) \leq g(x)$, resp. • $f(x) > g(x)$,

Operácie s funkciami

- Funkcie sú množiny usporiadaných dvojíc $[x; f(x)]$,

t. j. relácie a operácie s nimi, musíme chápať ako relácie a operácie s množinami.

Funkcie $y = f(x)$, $x \in D(f)$ a $y = g(x)$, $x \in D(g)$: [Globálna vlastnosť na definičných oboroch.]

- $f = g$ (funkcie f a g sa rovnajú), ak $D(f) = D(g)$ a pre všetky $x \in D(f)$ platí $f(x) = g(x)$.
- $f \neq g$ (funkcie f a g sa nerovnajú), ak neplatí $f = g$, t. j. $D(f) \neq D(g)$ alebo $f(x) \neq g(x)$ pre nejaké $x \in R$.

[Neexistuje $g(x)$ v nejakom bode $x \in D(f)$, neexistuje $f(x)$ v nejakom bode $x \in D(g)$ alebo $f(x) \neq g(x)$ pre nejaké $x \in D(g) \cap D(g)$.]

Funkcie $y = f(x)$, $x \in D(f)$ a $y = g(x)$, $x \in D(g)$, množina $A \subset D(f) \cap D(g)$: [Lokálna vlastnosť na A.]

- $f = g$, $x \in A$ (funkcie f, g sa rovnajú na množine A),

resp. • $f < g$, $x \in A$, resp. • $f \leq g$, $x \in A$, resp. • $f > g$, $x \in A$, resp. • $f \geq g$, $x \in A$,

ak pre všetky $x \in A$ platí

resp. • $f(x) < g(x)$, resp. • $f(x) \leq g(x)$, resp. • $f(x) > g(x)$, resp. • $f(x) \geq g(x)$.

Operácie s funkciami

- Funkcie sú množiny usporiadaných dvojíc $[x; f(x)]$,

  t. j. relácie a operácie s nimi, musíme chápať ako relácie a operácie s množinami.

Funkcie $y=f(x)$, $x\in D(f)$ a $y=g(x)$, $x\in D(g)$: [Globálna vlastnosť na definičných oboroch.]

- $f = g$ (funkcie f a g sa rovnajú), ak $D(f) = D(g)$ a pre všetky $x\in D(f)$ platí $f(x) = g(x)$.

- $f \neq g$ (funkcie f a g sa nerovnajú), ak neplatí $f = g$, t. j. $D(f) \neq D(g)$ alebo $f(x) \neq g(x)$ pre nejaké $x\in R$.

  [Neexistuje $g(x)$ v nejakom bode $x\in D(f)$, neexistuje $f(x)$ v nejakom bode $x\in D(g)$ alebo $f(x)\neq g(x)$ pre nejaké $x\in D(g)\cap D(g)$.]

Funkcie $y=f(x)$, $x\in D(f)$ a $y=g(x)$, $x\in D(g)$, množina $A\subset D(f)\cap D(g)$: [Lokálna vlastnosť na A.]

- $f = g$, $x\in A$ (funkcie f, g sa rovnajú na množine A),

  resp. • $f < g$, $x\in A$, resp. • $f \leq g$, $x\in A$, resp. • $f > g$, $x\in A$, resp. • $f \geq g$, $x\in A$,

  ak pre všetky $x\in A$ platí $f(x) = g(x)$,

  resp. • $f(x) < g(x)$, resp. • $f(x) \leq g(x)$, resp. • $f(x) > g(x)$, resp. • $f(x) \geq g(x)$.

Operácie s funkciami

- Funkcie sú množiny usporiadaných dvojíc $[x; f(x)]$,

  t. j. relácie a operácie s nimi, musíme chápať ako relácie a operácie s množinami.

Funkcie $y=f(x)$, $x\in D(f)$ a $y=g(x)$, $x\in D(g)$: [Globálna vlastnosť na definičných oboroch.]

- $f = g$ (funkcie f a g sa rovnajú), ak $D(f) = D(g)$ a pre všetky $x\in D(f)$ platí $f(x) = g(x)$.
- $f \neq g$ (funkcie f a g sa nerovnajú), ak neplatí $f = g$, t. j. $D(f) \neq D(g)$ alebo $f(x) \neq g(x)$ pre nejaké $x\in R$.

  [Neexistuje $g(x)$ v nejakom bode $x\in D(f)$, neexistuje $f(x)$ v nejakom bode $x\in D(g)$ alebo $f(x)\neq g(x)$ pre nejaké $x\in D(g)\cap D(g)$.]

Funkcie $y=f(x)$, $x\in D(f)$ a $y=g(x)$, $x\in D(g)$, množina $A\subset D(f)\cap D(g)$: [Lokálna vlastnosť na A.]

- $f = g$, $x\in A$ (funkcie f, g sa rovnajú na množine A),

  resp. • $f < g$, $x\in A$, resp. • $f \leq g$, $x\in A$, resp. • $f > g$, $x\in A$, resp. • $f \geq g$, $x\in A$,

ak pre všetky $x\in A$ platí $f(x) = g(x)$,

  resp. • $f(x) < g(x)$, resp. • $f(x) \leq g(x)$, resp. • $f(x) > g(x)$, resp. • $f(x) \geq g(x)$.

- Funkcie vo všeobecnosti nemôžeme porovnávať.

Operácie s funkciami

- Funkcie sú množiny usporiadaných dvojíc $[x; f(x)]$,
  t. j. relácie a operácie s nimi, musíme chápať ako relácie a operácie s množinami.

Funkcie $y=f(x)$, $x\in D(f)$ a $y=g(x)$, $x\in D(g)$: [Globálna vlastnosť na definičných oboroch.]

- $f = g$ (funkcie f a g sa rovnajú), ak $D(f) = D(g)$ a pre všetky $x\in D(f)$ platí $f(x) = g(x)$.
- $f \neq g$ (funkcie f a g sa nerovnajú), ak neplatí $f = g$, t. j. $D(f) \neq D(g)$ alebo $f(x) \neq g(x)$ pre nejaké $x\in R$.

[Neexistuje $g(x)$ v nejakom bode $x\in D(f)$, neexistuje $f(x)$ v nejakom bode $x\in D(g)$ alebo $f(x)\neq g(x)$ pre nejaké $x\in D(g)\cap D(g)$.]

Funkcie $y=f(x)$, $x\in D(f)$ a $y=g(x)$, $x\in D(g)$, množina $A\subset D(f)\cap D(g)$: [Lokálna vlastnosť na A.]

- $f = g$, $x\in A$ (funkcie f, g sa rovnajú na množine A),

  resp. • $f < g$, $x\in A$, resp. • $f \leq g$, $x\in A$, resp. • $f > g$, $x\in A$, resp. • $f \geq g$, $x\in A$,

ak pre všetky $x\in A$ platí $f(x) = g(x)$,

resp. • $f(x) < g(x)$, resp. • $f(x) \leq g(x)$, resp. • $f(x) > g(x)$, resp. • $f(x) \geq g(x)$.

- Funkcie vo všeobecnosti nemôžeme porovnávať.
- Môžeme určiť množiny, na ktorých platí $f < g$, $f = g$, $f > g$, resp. $f \leq g$, $f \geq g$.

Operácie s funkciami

- Funkcie môžeme sčítavať, odčítavať, násobiť, deliť, umocňovať. . .

Operácie s funkciami

- Funkcie môžeme sčítavať, odčítavať, násobiť, deliť, umocňovať...

Funkcie $y=f(x)$, $x\in D(f)$ a $y=g(x)$, $x\in D(g)$, číslo $n\in N$.

Operácie s funkciami

- Funkcie môžeme sčítavať, odčítavať, násobiť, deliť, umocňovať...

Funkcie $y=f(x)$, $x\in D(f)$ a $y=g(x)$, $x\in D(g)$, číslo $n\in N$.

Pre $x\in D(f)\cap D(g)$ definujeme:

Operácie s funkciami

- Funkcie môžeme sčítavať, odčítavať, násobiť, deliť, umocňovať...

Funkcie $y = f(x)$, $x \in D(f)$ a $y = g(x)$, $x \in D(g)$, číslo $n \in N$.

Pre $x \in D(f) \cap D(g)$ definujeme:

- $(f \pm g)(x) = f(x) \pm g(x)$.

Operácie s funkciami

- Funkcie môžeme sčítavať, odčítavať, násobiť, deliť, umocňovať. . .

Funkcie $y=f(x)$, $x\in D(f)$ a $y=g(x)$, $x\in D(g)$, číslo $n\in N$.

Pre $x\in D(f)\cap D(g)$ definujeme:

- $(f\pm g)(x) = f(x)\pm g(x)$.
- $(fg)(x) = f(x)\cdot g(x)$.

Operácie s funkciami

- Funkcie môžeme sčítavať, odčítavať, násobiť, deliť, umocňovať...

Funkcie $y=f(x)$, $x\in D(f)$ a $y=g(x)$, $x\in D(g)$, číslo $n\in N$.

Pre $x\in D(f)\cap D(g)$ definujeme:

- $(f\pm g)(x)=f(x)\pm g(x)$.
- $(fg)(x)=f(x)\cdot g(x)$.
- $\left(\frac{f}{g}\right)(x)=\frac{f(x)}{g(x)}$ pre $g(x)\neq 0$.

Operácie s funkciami

- Funkcie môžeme sčítavať, odčítavať, násobiť, deliť, umocňovať...

Funkcie $y=f(x)$, $x\in D(f)$ a $y=g(x)$, $x\in D(g)$, číslo $n\in N$.

Pre $x\in D(f)\cap D(g)$ definujeme:

- $(f\pm g)(x)=f(x)\pm g(x)$.
- $(fg)(x)=f(x)\cdot g(x)$.
- $\left(\frac{f}{g}\right)(x)=\frac{f(x)}{g(x)}$ pre $g(x)\neq 0$.

Pre $x\in D(f)$ definujeme:

Operácie s funkciami

- Funkcie môžeme sčítavať, odčítavať, násobiť, deliť, umocňovať...

Funkcie $y=f(x)$, $x\in D(f)$ a $y=g(x)$, $x\in D(g)$, číslo $n\in N$.

Pre $x\in D(f)\cap D(g)$ definujeme:

- $(f\pm g)(x) = f(x)\pm g(x)$.
- $(fg)(x) = f(x)\cdot g(x)$.
- $\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$ pre $g(x)\neq 0$.

Pre $x\in D(f)$ definujeme:

- $|f|(x) = |f(x)|$.

Operácie s funkciami

- Funkcie môžeme sčítavať, odčítavať, násobiť, deliť, umocňovať. . .

Funkcie $y=f(x)$, $x\in D(f)$ a $y=g(x)$, $x\in D(g)$, číslo $n\in N$.

Pre $x\in D(f)\cap D(g)$ definujeme:

- $(f\pm g)(x)=f(x)\pm g(x)$.
- $(fg)(x)=f(x)\cdot g(x)$.
- $\left(\frac{f}{g}\right)(x)=\frac{f(x)}{g(x)}$ pre $g(x)\neq 0$.

Pre $x\in D(f)$ definujeme:

- $|f|(x)=|f(x)|$.
- $f^n(x)=\left[f(x)\right]^n$.

Operácie s funkciami

- Funkcie môžeme sčítavať, odčítavať, násobiť, deliť, umocňovať. . .

Funkcie $y=f(x)$, $x\in D(f)$ a $y=g(x)$, $x\in D(g)$, číslo $n\in N$.

Pre $x\in D(f)\cap D(g)$ definujeme:

- $(f\pm g)(x)=f(x)\pm g(x)$.
- $(fg)(x)=f(x)\cdot g(x)$.
- $\left(\frac{f}{g}\right)(x)=\frac{f(x)}{g(x)}$ pre $g(x)\neq 0$.

Pre $x\in D(f)$ definujeme:

- $|f|(x)=|f(x)|$.
- $f^n(x)=\left[f(x)\right]^n$.

Funkcia $y=f(x)$, $x\in D(f)$, množina $A\subset D(f)$.

Operácie s funkciami

- Funkcie môžeme sčítavať, odčítavať, násobiť, deliť, umocňovať...

Funkcie $y=f(x)$, $x\in D(f)$ a $y=g(x)$, $x\in D(g)$, číslo $n\in N$.

Pre $x\in D(f)\cap D(g)$ definujeme:

- $(f\pm g)(x)=f(x)\pm g(x)$.
- $(fg)(x)=f(x)\cdot g(x)$.
- $\left(\frac{f}{g}\right)(x)=\frac{f(x)}{g(x)}$ pre $g(x)\neq 0$.

Pre $x\in D(f)$ definujeme:

- $|f|(x)=|f(x)|$.
- $f^n(x)=\left[f(x)\right]^n$.

Funkcia $y=f(x)$, $x\in D(f)$, množina $A\subset D(f)$.

Funkcia $y=h(x)$, $x\in A$ sa nazýva zúženie (reštrikcia) funkcie f na množinu A,

Operácie s funkciami

- Funkcie môžeme sčítavať, odčítavať, násobiť, deliť, umocňovať. . .

Funkcie $y=f(x)$, $x\in D(f)$ a $y=g(x)$, $x\in D(g)$, číslo $n\in N$.

Pre $x\in D(f)\cap D(g)$ definujeme:

- $(f\pm g)(x) = f(x)\pm g(x)$.
- $(fg)(x) = f(x)\cdot g(x)$.
- $\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$ pre $g(x)\neq 0$.

Pre $x\in D(f)$ definujeme:

- $|f|(x) = |f(x)|$.
- $f^n(x) = \big[f(x)\big]^n$.

Funkcia $y=f(x)$, $x\in D(f)$, množina $A\subset D(f)$.

Funkcia $y=h(x)$, $x\in A$ sa nazýva zúženie (reštrikcia) funkcie f na množinu A, označenie $h=f|_A$,

Operácie s funkciami

- Funkcie môžeme sčítavať, odčítavať, násobiť, deliť, umocňovať...

Funkcie $y = f(x)$, $x \in D(f)$ a $y = g(x)$, $x \in D(g)$, číslo $n \in N$.

Pre $x \in D(f) \cap D(g)$ definujeme:

- $(f \pm g)(x) = f(x) \pm g(x)$.
- $(fg)(x) = f(x) \cdot g(x)$.
- $\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$ pre $g(x) \neq 0$.

Pre $x \in D(f)$ definujeme:

- $|f|(x) = |f(x)|$.
- $f^n(x) = [f(x)]^n$.

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$.

Funkcia $y = h(x)$, $x \in A$ sa nazýva zúženie (reštrikcia) funkcie f na množinu A, označenie $h = f|_A$,

ak pre všetky $x \in A$ platí $h(x) = f(x)$.

Operácie s funkciami

- Funkcie môžeme sčítavať, odčítavať, násobiť, deliť, umocňovať. . .

Funkcie $y=f(x)$, $x\in D(f)$ a $y=g(x)$, $x\in D(g)$, číslo $n\in N$.

Pre $x\in D(f)\cap D(g)$ definujeme:

- $(f\pm g)(x)=f(x)\pm g(x)$.
- $(fg)(x)=f(x)\cdot g(x)$.
- $\left(\frac{f}{g}\right)(x)=\frac{f(x)}{g(x)}$ pre $g(x)\neq 0$.

Pre $x\in D(f)$ definujeme:

- $|f|(x)=|f(x)|$.
- $f^n(x)=\left[f(x)\right]^n$.

Funkcia $y=f(x)$, $x\in D(f)$, množina $A\subset D(f)$.

Funkcia $y=h(x)$, $x\in A$ sa nazýva zúženie (reštrikcia) funkcie f na množinu A, označenie $h=f|_A$, ak pre všetky $x\in A$ platí $h(x)=f(x)$.

[Graf funkcie h je časťou grafu funkcie f.]

Operácie s funkciami

- Funkcie môžeme sčítavať, odčítavať, násobiť, deliť, umocňovať. . .

Funkcie $y=f(x)$, $x\in D(f)$ a $y=g(x)$, $x\in D(g)$, číslo $n\in N$.

Pre $x\in D(f)\cap D(g)$ definujeme:

- $(f\pm g)(x)=f(x)\pm g(x)$.
- $(fg)(x)=f(x)\cdot g(x)$.
- $\left(\frac{f}{g}\right)(x)=\frac{f(x)}{g(x)}$ pre $g(x)\neq 0$.

Pre $x\in D(f)$ definujeme:

- $|f|(x)=|f(x)|$.
- $f^n(x)=\left[f(x)\right]^n$.

Funkcia $y=f(x)$, $x\in D(f)$, množina $A\subset D(f)$.

Funkcia $y=h(x)$, $x\in A$ sa nazýva zúženie (reštrikcia) funkcie f na množinu A, označenie $h=f|_A$,

ak pre všetky $x\in A$ platí $h(x)=f(x)$. [Graf funkcie h je časťou grafu funkcie f.]

- Dirichletova funkcia $\chi(x)=\begin{cases}1 \text{ pre } x\in Q,\\ 0 \text{ pre } x\in I.\end{cases}$
- $f\colon y=x^2$, $x\in R$.
- $g\colon y=x^2$, $x\in\langle 0;2\rangle$.
- $f\colon y=0$, $x\in\langle 0;1)$.
- $g\colon y=\lfloor x\rfloor$.

Operácie s funkciami

- Funkcie môžeme sčítavať, odčítavať, násobiť, deliť, umocňovať. . .

Funkcie $y=f(x)$, $x\in D(f)$ a $y=g(x)$, $x\in D(g)$, číslo $n\in N$.

Pre $x\in D(f)\cap D(g)$ definujeme:

- $(f\pm g)(x)=f(x)\pm g(x)$.
- $(fg)(x)=f(x)\cdot g(x)$.
- $\left(\frac{f}{g}\right)(x)=\frac{f(x)}{g(x)}$ pre $g(x)\neq 0$.

Pre $x\in D(f)$ definujeme:

- $|f|(x)=|f(x)|$.
- $f^n(x)=[f(x)]^n$.

Funkcia $y=f(x)$, $x\in D(f)$, množina $A\subset D(f)$.

Funkcia $y=h(x)$, $x\in A$ sa nazýva zúženie (reštrikcia) funkcie f na množinu A, označenie $h=f|_A$, ak pre všetky $x\in A$ platí $h(x)=f(x)$.

[Graf funkcie h je časťou grafu funkcie f.]

- Dirichletova funkcia $\chi(x)=\begin{cases}1 & \text{pre } x\in Q,\\ 0 & \text{pre } x\in I.\end{cases}$ $\Rightarrow$ • $\chi|_Q\colon y=1,\ x\in Q$.
- $f\colon y=x^2,\ x\in R$. • $g\colon y=x^2,\ x\in\langle 0;2\rangle$. $\Rightarrow$ •
- $f\colon y=0,\ x\in\langle 0;1)$. • $g\colon y=\lfloor x\rfloor$. $\Rightarrow$ •

Operácie s funkciami

- Funkcie môžeme sčítavať, odčítavať, násobiť, deliť, umocňovať...

Funkcie $y=f(x)$, $x\in D(f)$ a $y=g(x)$, $x\in D(g)$, číslo $n\in N$.

Pre $x\in D(f)\cap D(g)$ definujeme:

- $(f\pm g)(x)=f(x)\pm g(x)$.
- $(fg)(x)=f(x)\cdot g(x)$.
- $\left(\frac{f}{g}\right)(x)=\frac{f(x)}{g(x)}$ pre $g(x)\neq 0$.

Pre $x\in D(f)$ definujeme:

- $|f|(x)=|f(x)|$.
- $f^n(x)=[f(x)]^n$.

Funkcia $y=f(x)$, $x\in D(f)$, množina $A\subset D(f)$.

Funkcia $y=h(x)$, $x\in A$ sa nazýva zúženie (reštrikcia) funkcie f na množinu A, označenie $h=f|_A$,

ak pre všetky $x\in A$ platí $h(x)=f(x)$.

[Graf funkcie h je časťou grafu funkcie f.]

- Dirichletova funkcia $\chi(x)=\begin{cases}1 & \text{pre } x\in Q,\\ 0 & \text{pre } x\in I.\end{cases}$ $\Rightarrow$ • $\chi|_Q\colon y=1,\ x\in Q$. • $\chi|_I\colon y=0,\ x\in I$.
- $f\colon y=x^2,\ x\in R$. • $g\colon y=x^2,\ x\in\langle 0;2\rangle$. $\Rightarrow$ • $g=f|_{\langle 0;2\rangle}$.
- $f\colon y=0,\ x\in\langle 0;1)$. • $g\colon y=\lfloor x\rfloor$. $\Rightarrow$ • $f=g|_{\langle 0;1)}$.

Operácie s funkciami

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$.

Operácie s funkciami

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$.

Bod $c \in D(f)$ sa nazýva **nulový bod (koreň)** funkcie f,

Operácie s funkciami

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$.

Bod $c \in D(f)$ sa nazýva nulový bod (koreň) funkcie f, ak platí $f(c) = 0$.

Operácie s funkciami

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$.

Bod $c \in D(f)$ sa nazýva **nulový bod (koreň)** funkcie f, ak platí $f(c) = 0$.

- Korene funkcie f nájdeme riešením rovnice $f(x) = 0$, $x \in D(f)$.

Operácie s funkciami

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$.

Bod $c \in D(f)$ sa nazýva **nulový bod (koreň)** funkcie f, ak platí $f(c) = 0$.

- Korene funkcie f nájdeme riešením rovnice $f(x) = 0$, $x \in D(f)$.

[V praxi väčšinou korene rovnice hľadáme pomocou približných numerických metód.]

Operácie s funkciami

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$.

Bod $c \in D(f)$ sa nazýva **nulový bod (koreň)** funkcie f, ak platí $f(c) = 0$.

- Korene funkcie f nájdeme riešením rovnice $f(x) = 0$, $x \in D(f)$.

[V praxi väčšinou korene rovnice hľadáme pomocou približných numerických metód.]

Funkcie $y = f(x)$, $x \in D(f)$ a $y = g(x)$, $x \in D(g)$, pričom platí $H(f) \subset D(g)$.

Operácie s funkciami

Funkcia $y = f(x),\ x \in D(f)$.

Bod $c \in D(f)$ sa nazýva nulový bod (koreň) funkcie f, ak platí $f(c) = 0$.

- Korene funkcie f nájdeme riešením rovnice $f(x) = 0,\ x \in D(f)$.

[V praxi väčšinou korene rovnice hľadáme pomocou približných numerických metód.]

Funkcie $y = f(x),\ x \in D(f)$ a $y = g(x),\ x \in D(g)$, pričom platí $H(f) \subset D(g)$.

Zloženou funkciou f a g nazývame funkciu $y = F(x) = g[f(x)],\ x \in D(f)$,

Operácie s funkciami

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$.

Bod $c \in D(f)$ sa nazýva **nulový bod (koreň)** funkcie f, ak platí $f(c) = 0$.

- Korene funkcie f nájdeme riešením rovnice $f(x) = 0$, $x \in D(f)$.

[V praxi väčšinou korene rovnice hľadáme pomocou približných numerických metód.]

Funkcie $y = f(x)$, $x \in D(f)$ a $y = g(x)$, $x \in D(g)$, pričom platí $H(f) \subset D(g)$.

Zloženou funkciou f a g nazývame funkciu $y = F(x) = g[f(x)]$, $x \in D(f)$,

označenie $F = g(f)$, resp. $F = f \circ g$.

Operácie s funkciami

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$.

Bod $c \in D(f)$ sa nazýva nulový bod (koreň) funkcie f, ak platí $f(c) = 0$.

- Korene funkcie f nájdeme riešením rovnice $f(x) = 0$, $x \in D(f)$.

[V praxi väčšinou korene rovnice hľadáme pomocou približných numerických metód.]

Funkcie $y = f(x)$, $x \in D(f)$ a $y = g(x)$, $x \in D(g)$, pričom platí $H(f) \subset D(g)$.

Zloženou funkciou f a g nazývame funkciu $y = F(x) = g[f(x)]$, $x \in D(f)$,

označenie $F = g(f)$, resp. $F = f \circ g$.

- Funkcia f sa nazýva vnútorná zložka,

Operácie s funkciami

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$.

Bod $c \in D(f)$ sa nazýva **nulový bod (koreň)** funkcie f, ak platí $f(c) = 0$.

- Korene funkcie f nájdeme riešením rovnice $f(x) = 0$, $x \in D(f)$.

[V praxi väčšinou korene rovnice hľadáme pomocou približných numerických metód.]

Funkcie $y = f(x)$, $x \in D(f)$ a $y = g(x)$, $x \in D(g)$, pričom platí $H(f) \subset D(g)$.

Zloženou funkciou f a g nazývame funkciu $y = F(x) = g[f(x)]$, $x \in D(f)$,

označenie $F = g(f)$, resp. $F = f \circ g$.

- Funkcia f sa nazýva **vnútorná zložka**,
- Funkcia g sa nazýva **vonkajšia zložka**.

Operácie s funkciami

Funkcia $y = f(x),\ x \in D(f)$.

Bod $c \in D(f)$ sa nazýva **nulový bod (koreň)** funkcie f, ak platí $f(c) = 0$.

- Korene funkcie f nájdeme riešením rovnice $f(x) = 0,\ x \in D(f)$.

[V praxi väčšinou korene rovnice hľadáme pomocou približných numerických metód.]

Funkcie $y = f(x),\ x \in D(f)$ a $y = g(x),\ x \in D(g)$, pričom platí $H(f) \subset D(g)$.

Zloženou funkciou f a g nazývame funkciu $y = F(x) = g[f(x)],\ x \in D(f)$,

označenie $F = g(f)$, resp. $F = f \circ g$.

- Funkcia f sa nazýva **vnútorná zložka**,
- Funkcia g sa nazýva **vonkajšia zložka**.

- Ak sú funkcie f, g zadané analyticky $u = f(x),\ y = g(x),\ H(f) \subset D(g)$,

Operácie s funkciami

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$.

Bod $c \in D(f)$ sa nazýva **nulový bod (koreň)** funkcie f, ak platí $f(c) = 0$.

- Korene funkcie f nájdeme riešením rovnice $f(x) = 0$, $x \in D(f)$.

  [V praxi väčšinou korene rovnice hľadáme pomocou približných numerických metód.]

Funkcie $y = f(x)$, $x \in D(f)$ a $y = g(x)$, $x \in D(g)$, pričom platí $H(f) \subset D(g)$.

Zloženou funkciou f a g nazývame funkciu $y = F(x) = g[f(x)]$, $x \in D(f)$,

označenie $F = g(f)$, resp. $F = f \circ g$.

- Funkcia f sa nazýva **vnútorná zložka**,
- Funkcia g sa nazýva **vonkajšia zložka**.

- Ak sú funkcie f, g zadané analyticky $u = f(x)$, $y = g(x)$, $H(f) \subset D(g)$,

  potom vzorec pre zloženú funkciu $g(f)$ dostaneme, ak výraz $f(x)$ dosadíme za u do vzorca $g(u)$.

Operácie s funkciami

Funkcia $y = f(x),\ x \in D(f)$.

Bod $c \in D(f)$ sa nazýva nulový bod (koreň) funkcie f, ak platí $f(c) = 0$.

- Korene funkcie f nájdeme riešením rovnice $f(x) = 0,\ x \in D(f)$.

[V praxi väčšinou korene rovnice hľadáme pomocou približných numerických metód.]

Funkcie $y = f(x),\ x \in D(f)$ a $y = g(x),\ x \in D(g)$, pričom platí $H(f) \subset D(g)$.

Zloženou funkciou f a g nazývame funkciu $y = F(x) = g[f(x)],\ x \in D(f)$,

označenie $F = g(f)$, resp. $F = f \circ g$.

- Funkcia f sa nazýva vnútorná zložka,
- Funkcia g sa nazýva vonkajšia zložka.

- Ak sú funkcie f, g zadané analyticky $u = f(x),\ y = g(x),\ H(f) \subset D(g)$,

potom vzorec pre zloženú funkciu $g(f)$ dostaneme, ak výraz $f(x)$ dosadíme za u do vzorca $g(u)$.

[Substitúcia premennej u výrazom $f(x)$.]

Operácie s funkciami

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$.

Bod $c \in D(f)$ sa nazýva **nulový bod (koreň)** funkcie f, ak platí $f(c) = 0$.

- Korene funkcie f nájdeme riešením rovnice $f(x) = 0$, $x \in D(f)$.

  [V praxi väčšinou korene rovnice hľadáme pomocou približných numerických metód.]

Funkcie $y = f(x)$, $x \in D(f)$ a $y = g(x)$, $x \in D(g)$, pričom platí $H(f) \subset D(g)$.

Zloženou funkciou f a g nazývame funkciu $y = F(x) = g[f(x)]$, $x \in D(f)$,

označenie $F = g(f)$, resp. $F = f \circ g$.

- Funkcia f sa nazýva **vnútorná zložka**,
- Funkcia g sa nazýva **vonkajšia zložka**.

- Ak sú funkcie f, g zadané analyticky $u = f(x)$, $y = g(x)$, $H(f) \subset D(g)$,

  potom vzorec pre zloženú funkciu $g(f)$ dostaneme, ak výraz $f(x)$ dosadíme za u do vzorca $g(u)$.

  [Substitúcia premennej u výrazom $f(x)$.]

- Rozklad (zloženej) funkcie na zložky (vnútornú a vonkajšiu) nebýva jednoznačný,

Operácie s funkciami

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$.

Bod $c \in D(f)$ sa nazýva **nulový bod (koreň)** funkcie f, ak platí $f(c) = 0$.

- Korene funkcie f nájdeme riešením rovnice $f(x) = 0$, $x \in D(f)$.

  [V praxi väčšinou korene rovnice hľadáme pomocou približných numerických metód.]

Funkcie $y = f(x)$, $x \in D(f)$ a $y = g(x)$, $x \in D(g)$, pričom platí $H(f) \subset D(g)$.

Zloženou funkciou f a g nazývame funkciu $y = F(x) = g[f(x)]$, $x \in D(f)$,

označenie $F = g(f)$, resp. $F = f \circ g$.

- Funkcia f sa nazýva **vnútorná zložka**,
- Funkcia g sa nazýva **vonkajšia zložka**.

- Ak sú funkcie f, g zadané analyticky $u = f(x)$, $y = g(x)$, $H(f) \subset D(g)$,

  potom vzorec pre zloženú funkciu $g(f)$ dostaneme, ak výraz $f(x)$ dosadíme za u do vzorca $g(u)$.

  [Substitúcia premennej u výrazom $f(x)$.]

- Rozklad (zloženej) funkcie na zložky (vnútornú a vonkajšiu) nebýva jednoznačný,

  [Rozklad na zložky musíme prispôsobiť našim možnostiam a daným požiadavkám.]

Operácie s funkciami

Funkcie $f: \ y = \sin x \colon R \to \langle -1; 1 \rangle$ a $g: y = \sqrt{x+1} \colon \langle -1; \infty) \to \langle 0; \infty)$.

Operácie s funkciami

Funkcie $f\colon\ y=\sin x\colon R\to\langle -1;1\rangle$ a $g\colon y=\sqrt{x+1}\colon \langle -1;\infty)\to\langle 0;\infty)$.

Určte zložené funkcie $f(g)$, $g(f)$, $f(f)$, $g(g)$.

Operácie s funkciami

Funkcie $f\colon\ y=\sin x\colon R\to\langle -1;1\rangle$ a $g\colon y=\sqrt{x+1}\colon\langle -1;\infty)\to\langle 0;\infty)$.

Určte zložené funkcie $f(g)$, $g(f)$, $f(f)$, $g(g)$.

- $f(g)$:
- $g(f)$:
- $f(f)$:
- $g(g)$:

Operácie s funkciami

Funkcie $f: \ y = \sin x\colon R \to \langle -1; 1\rangle$ a $g: y = \sqrt{x+1}\colon \langle -1; \infty) \to \langle 0; \infty)$.

Určte zložené funkcie $f(g)$, $g(f)$, $f(f)$, $g(g)$.

- $f(g)\colon\ y = f[g(x)]$
- $g(f)\colon\ y = g[f(x)]$
- $f(f)\colon\ y = f[f(x)]$
- $g(g)\colon\ y = g[g(x)]$

Operácie s funkciami

Funkcie $f: \ y = \sin x \colon R \to \langle -1; 1 \rangle$ a $g: y = \sqrt{x+1} \colon \langle -1; \infty) \to \langle 0; \infty)$.

Určte zložené funkcie $f(g)$, $g(f)$, $f(f)$, $g(g)$.

- $f(g)\colon y = f[g(x)] = \left\{ f(\sqrt{x+1}) = \sin \sqrt{x+1} \right.$
- $g(f)\colon y = g[f(x)] = \left\{ g(\sin x) = \sqrt{\sin x + 1} \right.$
- $f(f)\colon y = f[f(x)] = \left\{ f(\sin x) = \sin(\sin x) \right.$
- $g(g)\colon y = g[g(x)] = \left\{ g(\sqrt{x+1}) = \sqrt{\sqrt{x+1}+1} \right.$

Operácie s funkciami

Funkcie $f: \ y = \sin x \colon R \to \langle -1; 1 \rangle$ a $g: y = \sqrt{x+1} \colon \langle -1; \infty) \to \langle 0; \infty)$.

Určte zložené funkcie $f(g)$, $g(f)$, $f(f)$, $g(g)$.

- $f(g)\colon y = f[g(x)] = \begin{cases} \\ \sin\left(g(x)\right) \quad = \sin\sqrt{x+1} \end{cases}$
- $g(f)\colon y = g[f(x)] = \begin{cases} \\ \sqrt{f(x)+1} = \sqrt{\sin x + 1} \end{cases}$
- $f(f)\colon y = f[f(x)] = \begin{cases} \\ \sin\left(f(x)\right) \quad = \sin\left(\sin x\right) \end{cases}$
- $g(g)\colon y = g[g(x)] = \begin{cases} \\ \sqrt{g(x)+1} = \sqrt{\sqrt{x+1}+1} \end{cases}$

Operácie s funkciami

Funkcie $f:\ y=\sin x\colon R\to\langle -1;1\rangle$ a $g\colon y=\sqrt{x+1}\colon \langle -1;\infty)\to\langle 0;\infty)$.

Určte zložené funkcie $f(g),\ g(f),\ f(f),\ g(g)$.

- $f(g)\colon y=f[g(x)]=\begin{cases} f(\sqrt{x+1}) & =\sin\sqrt{x+1} \\ \sin\left(g(x)\right) & =\sin\sqrt{x+1}\end{cases}$
- $g(f)\colon y=g[f(x)]=\begin{cases} g(\sin x) & =\sqrt{\sin x+1} \\ \sqrt{f(x)+1} & =\sqrt{\sin x+1}\end{cases}$
- $f(f)\colon y=f[f(x)]=\begin{cases} f(\sin x) & =\sin\left(\sin x\right) \\ \sin\left(f(x)\right) & =\sin\left(\sin x\right)\end{cases}$
- $g(g)\colon y=g[g(x)]=\begin{cases} g(\sqrt{x+1}) & =\sqrt{\sqrt{x+1}+1} \\ \sqrt{g(x)+1} & =\sqrt{\sqrt{x+1}+1}\end{cases}$

Operácie s funkciami

Funkcie $f:\ y = \sin x\colon R \to \langle -1; 1\rangle$ a $g:\ y = \sqrt{x+1}\colon \langle -1; \infty) \to \langle 0; \infty)$.

Určte zložené funkcie $f(g),\ g(f),\ f(f),\ g(g)$.

- $f(g)\colon\ y = f[g(x)] = \left\{\begin{matrix} f(\sqrt{x+1}) \\ \sin\,(g(x)) \end{matrix}\right\} = \sin\sqrt{x+1}\colon \langle -1; \infty) \to \langle -1; 1\rangle.$
- $g(f)\colon\ y = g[f(x)] = \left\{\begin{matrix} g(\sin x) \\ \sqrt{f(x)+1} \end{matrix}\right\} = \sqrt{\sin x + 1}\colon R \to \langle 0; \sqrt{2}\rangle.$
- $f(f)\colon\ y = f[f(x)] = \left\{\begin{matrix} f(\sin x) \\ \sin\,(f(x)) \end{matrix}\right\} = \sin\,(\sin x)\colon R \to \langle -1; 1\rangle.$
- $g(g)\colon\ y = g[g(x)] = \left\{\begin{matrix} g(\sqrt{x+1}) \\ \sqrt{g(x)+1} \end{matrix}\right\} = \sqrt{\sqrt{x+1}+1}\colon \langle -1; \infty) \to \langle 1; \infty).$

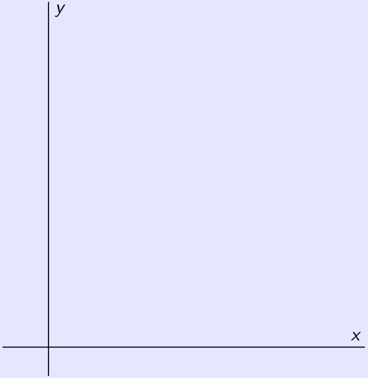
Operácie s funkciami

Geometrická konštrukcia grafu zloženej funkcie $g[f]$.

Operácie s funkciami

Geometrická konštrukcia grafu zloženej funkcie $g[f]$.

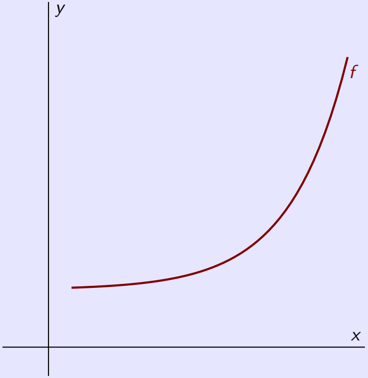
Zostrojte $g(f)$,



Operácie s funkciami

Geometrická konštrukcia grafu zloženej funkcie $g[f]$.

Zostrojte $g(f)$, ak $y = f(x)$, $x \in D(f)$ je vnútorná zložka,

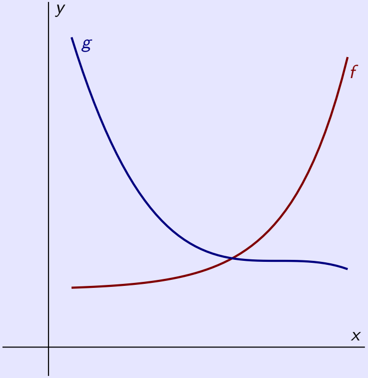


Operácie s funkciami

Geometrická konštrukcia grafu zloženej funkcie $g[f]$.

Zostrojte $g(f)$, ak $y = f(x)$, $x \in D(f)$ je vnútorná zložka,

$y = g(x)$, $x \in D(g)$ je vonkajšia zložka,

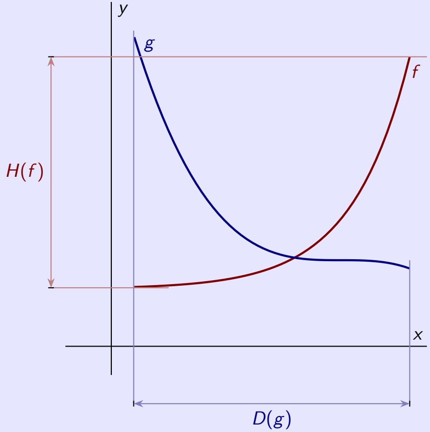


Operácie s funkciami

Geometrická konštrukcia grafu zloženej funkcie $g[f]$.

Zostrojte $g(f)$, ak $y = f(x)$, $x \in D(f)$ je vnútorná zložka,

$y = g(x)$, $x \in D(g)$ je vonkajšia zložka, $H(f) \subset D(g)$.

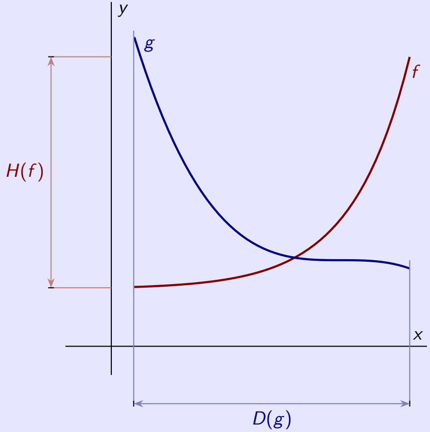


Operácie s funkciami

Geometrická konštrukcia grafu zloženej funkcie $g[f]$.

Zostrojte $g(f)$, ak $y = f(x),\ x \in D(f)$ je vnútorná zložka,

$y = g(x),\ x \in D(g)$ je vonkajšia zložka, $H(f) \subset D(g)$.

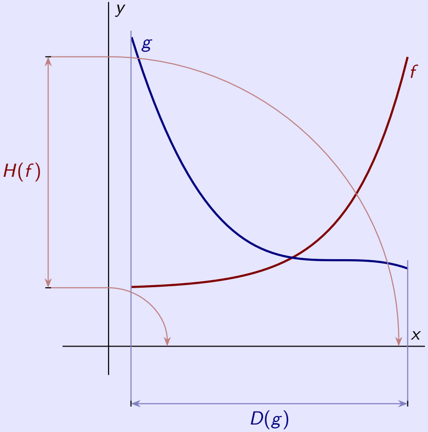


Operácie s funkciami

Geometrická konštrukcia grafu zloženej funkcie $g[f]$.

Zostrojte $g(f)$, ak $y = f(x),\ x \in D(f)$ je vnútorná zložka,

$y = g(x),\ x \in D(g)$ je vonkajšia zložka, $H(f) \subset D(g)$.

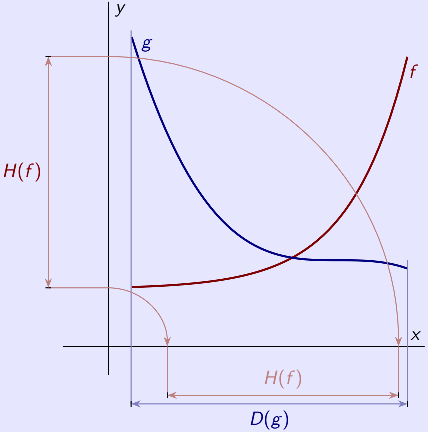


Operácie s funkciami

Geometrická konštrukcia grafu zloženej funkcie $g[f]$.

Zostrojte $g(f)$, ak $y = f(x)$, $x \in D(f)$ je vnútorná zložka,

$y = g(x)$, $x \in D(g)$ je vonkajšia zložka, $H(f) \subset D(g)$.

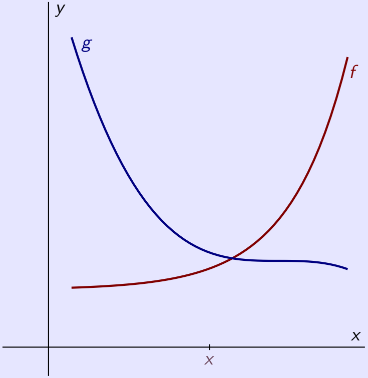


Operácie s funkciami

Geometrická konštrukcia grafu zloženej funkcie $g[f]$.

Zostrojte $g(f)$, ak $y = f(x)$, $x \in D(f)$ je vnútorná zložka,

$y = g(x)$, $x \in D(g)$ je vonkajšia zložka, $H(f) \subset D(g)$.



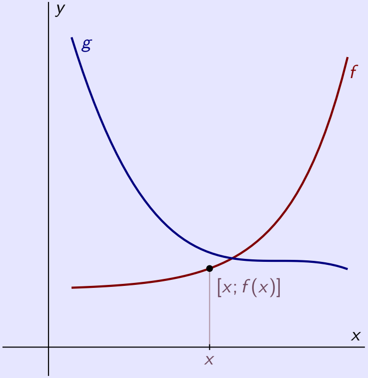
- Zvoľme na osi x bod $x \in D(f)$.

Operácie s funkciami

Geometrická konštrukcia grafu zloženej funkcie $g[f]$.

Zostrojte $g(f)$, ak $y = f(x)$, $x \in D(f)$ je vnútorná zložka,

$y = g(x)$, $x \in D(g)$ je vonkajšia zložka, $H(f) \subset D(g)$.



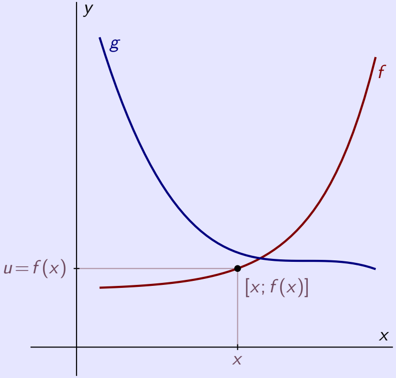
- Zvoľme na osi x bod $x \in D(f)$.
- Označme bod $[x; f(x)] \in f$.

Operácie s funkciami

Geometrická konštrukcia grafu zloženej funkcie $g[f]$.

Zostrojte $g(f)$, ak $y = f(x)$, $x \in D(f)$ je vnútorná zložka,

$y = g(x)$, $x \in D(g)$ je vonkajšia zložka, $H(f) \subset D(g)$.



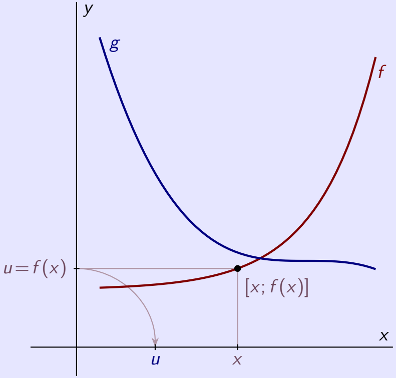
- Zvoľme na osi x bod $x \in D(f)$.
- Označme bod $[x; f(x)] \in f$.
- Označme na osi y hodnotu $u = f(x)$.

Operácie s funkciami

Geometrická konštrukcia grafu zloženej funkcie $g[f]$.

Zostrojte $g(f)$, ak $y = f(x)$, $x \in D(f)$ je vnútorná zložka,

$y = g(x)$, $x \in D(g)$ je vonkajšia zložka, $H(f) \subset D(g)$.



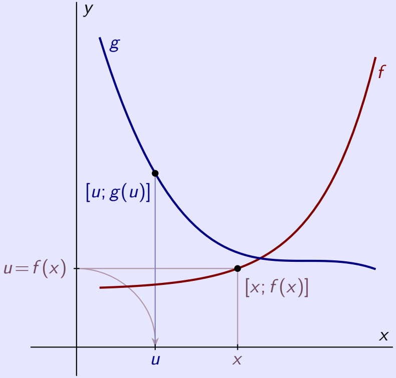
- Zvoľme na osi x bod $x \in D(f)$.
- Označme bod $[x; f(x)] \in f$.
- Označme na osi y hodnotu $u = f(x)$.
- Označme na osi x hodnotu u.

Operácie s funkciami

Geometrická konštrukcia grafu zloženej funkcie $g[f]$.

Zostrojte $g(f)$, ak $y = f(x)$, $x \in D(f)$ je vnútorná zložka,

$y = g(x)$, $x \in D(g)$ je vonkajšia zložka, $H(f) \subset D(g)$.



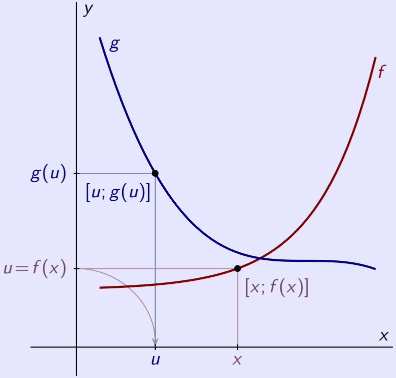
- Zvoľme na osi x bod $x \in D(f)$.
- Označme bod $[x; f(x)] \in f$.
- Označme na osi y hodnotu $u = f(x)$.
- Označme na osi x hodnotu u.
- Označme bod $[u; g(u)] \in g$.

Operácie s funkciami

Geometrická konštrukcia grafu zloženej funkcie $g[f]$.

Zostrojte $g(f)$, ak $y = f(x)$, $x \in D(f)$ je vnútorná zložka,

$y = g(x)$, $x \in D(g)$ je vonkajšia zložka, $H(f) \subset D(g)$.



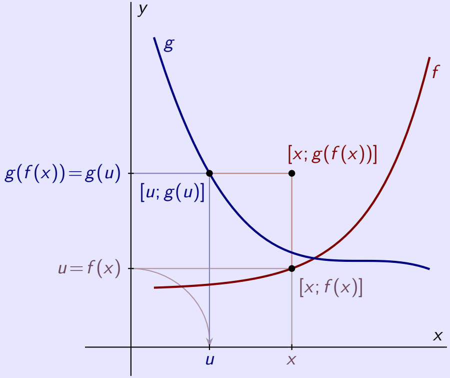
- Zvoľme na osi x bod $x \in D(f)$.
- Označme bod $[x; f(x)] \in f$.
- Označme na osi y hodnotu $u = f(x)$.
- Označme na osi x hodnotu u.
- Označme bod $[u; g(u)] \in g$.
- Označme na osi y hodnotu $g(u)$.

Operácie s funkciami

Geometrická konštrukcia grafu zloženej funkcie $g[f]$.

Zostrojte $g(f)$, ak $y = f(x)$, $x \in D(f)$ je vnútorná zložka,

$y = g(x)$, $x \in D(g)$ je vonkajšia zložka, $H(f) \subset D(g)$.



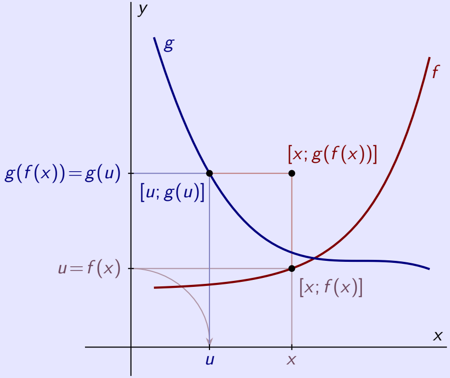
- Zvoľme na osi x bod $x \in D(f)$.
- Označme bod $[x; f(x)] \in f$.
- Označme na osi y hodnotu $u = f(x)$.
- Označme na osi x hodnotu u.
- Označme bod $[u; g(u)] \in g$.
- Označme na osi y hodnotu $g(u)$.
- Označme bod $[x; g(f(x))]$, pričom $g(f(x)) = g(u)$.

Operácie s funkciami

Geometrická konštrukcia grafu zloženej funkcie $g[f]$.

Zostrojte $g(f)$, ak $y = f(x)$, $x \in D(f)$ je vnútorná zložka,

$y = g(x)$, $x \in D(g)$ je vonkajšia zložka, $H(f) \subset D(g)$.



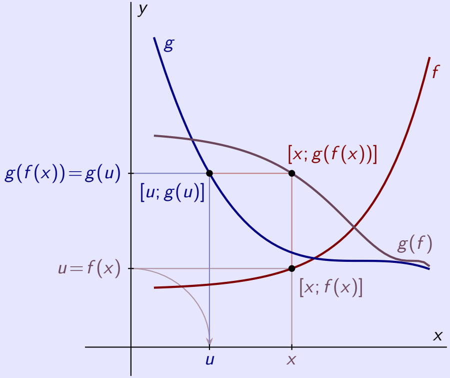
- Zvoľme na osi x bod $x \in D(f)$.
- Označme bod $[x; f(x)] \in f$.
- Označme na osi y hodnotu $u = f(x)$.
- Označme na osi x hodnotu u.
- Označme bod $[u; g(u)] \in g$.
- Označme na osi y hodnotu $g(u)$.
- Označme bod $[x; g(f(x))]$, pričom $g(f(x)) = g(u)$.

$[x; g(f(x))]$ je hľadaný bod grafu $g(f)$.

Operácie s funkciami

Geometrická konštrukcia grafu zloženej funkcie $g[f]$.

Zostrojte $g(f)$, ak $y = f(x),\ x \in D(f)$ je vnútorná zložka,
$y = g(x),\ x \in D(g)$ je vonkajšia zložka, $H(f) \subset D(g)$.



- Zvoľme na osi x bod $x \in D(f)$.
- Označme bod $[x; f(x)] \in f$.
- Označme na osi y hodnotu $u = f(x)$.
- Označme na osi x hodnotu u.
- Označme bod $[u; g(u)] \in g$.
- Označme na osi y hodnotu $g(u)$.
- Označme bod $[x; g(f(x))]$, pričom $g(f(x)) = g(u)$.

$[x; g(f(x))]$ je hľadaný bod grafu $g(f)$.

- Postup opakujeme pre každé $x \in D(f)$.

Operácie s funkciami

Funkcia $y = f(x),\ x \in D(f)$ sa nazýva

Operácie s funkciami

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$ sa nazýva

identická (identita),

Operácie s funkciami

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$ sa nazýva

identická (identita), ak sa každý obraz y zhoduje so svojim vzorom x.

Operácie s funkciami

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$ sa nazýva

identická (identita), ak sa každý obraz y zhoduje so svojim vzorom x.

[Funkcia $y = f(x) = x$, $H(f) = D(f)$, t. j. $y = x$, $x \in D(f)$.]

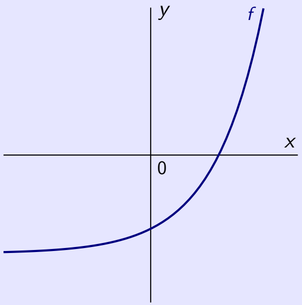
Operácie s funkciami

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$ sa nazýva

identická (identita), ak sa každý obraz y zhoduje so svojím vzorom x.

[Funkcia $y = f(x) = x$, $H(f) = D(f)$, t. j. $y = x$, $x \in D(f)$.]

Funkcia $y = f(x)\colon D(f) \to H(f)$ je prostá. [Funkcia f je zároveň aj bijektívna.]



Operácie s funkciami

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$ sa nazýva

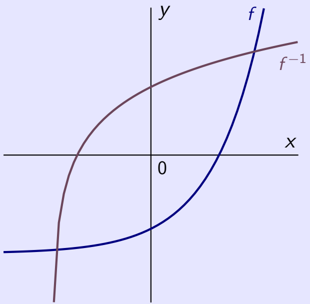
identická (identita), ak sa každý obraz y zhoduje so svojím vzorom x.

[Funkcia $y = f(x) = x$, $H(f) = D(f)$, t. j. $y = x$, $x \in D(f)$.]

Funkcia $y = f(x)$: $D(f) \to H(f)$ je prostá. [Funkcia f je zároveň aj bijektívna.]

Inverzná funkcia k funkcii f sa nazýva funkcia

$$x = f^{-1}(y)\colon H(f) \to D(f)$$



Operácie s funkciami

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$ sa nazýva

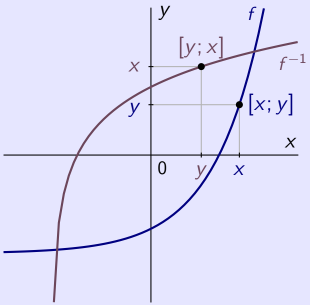
identická (identita), ak sa každý obraz y zhoduje so svojim vzorom x.

[Funkcia $y = f(x) = x$, $H(f) = D(f)$, t. j. $y = x$, $x \in D(f)$.]

Funkcia $y = f(x)$: $D(f) \to H(f)$ je prostá. [Funkcia f je zároveň aj bijektívna.]

Inverzná funkcia k funkcii f sa nazýva funkcia

$$x = f^{-1}(y)\colon H(f) \to D(f) \text{ taká, že } [x; y] \in f \text{ práve vtedy, ak } [y; x] \in f^{-1}.$$



Operácie s funkciami

Funkcia $y = f(x),\ x \in D(f)$ sa nazýva

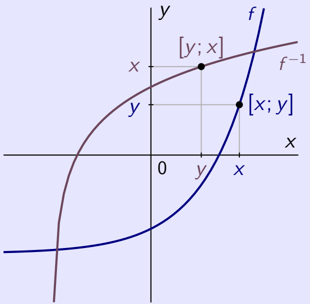
identická (identita), ak sa každý obraz y zhoduje so svojim vzorom x.

[Funkcia $y = f(x) = x$, $H(f) = D(f)$, t. j. $y = x$, $x \in D(f)$.]

Funkcia $y = f(x)\colon D(f) \to H(f)$ je prostá. [Funkcia f je zároveň aj bijektívna.]

Inverzná funkcia k funkcii f sa nazýva funkcia

$x = f^{-1}(y)\colon H(f) \to D(f)$ taká, že $[x; y] \in f$ práve vtedy, ak $[y; x] \in f^{-1}$.



Pre funkcie f a f^{-1} platí:

Operácie s funkciami

Funkcia $y = f(x),\ x \in D(f)$ sa nazýva

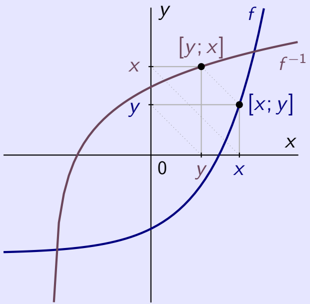
identická (identita), ak sa každý obraz y zhoduje so svojím vzorom x.

[Funkcia $y = f(x) = x$, $H(f) = D(f)$, t. j. $y = x$, $x \in D(f)$.]

Funkcia $y = f(x)\colon D(f) \to H(f)$ je prostá. [Funkcia f je zároveň aj bijektívna.]

Inverzná funkcia k funkcii f sa nazýva funkcia

$x = f^{-1}(y)\colon H(f) \to D(f)$ taká, že $[x; y] \in f$ práve vtedy, ak $[y; x] \in f^{-1}$.



Pre funkcie f a f^{-1} platí:

- $[x; y] \in f \Leftrightarrow [y; x] \in f^{-1}$. [$y = f(x) \Leftrightarrow x = f^{-1}(y)$.]

Operácie s funkciami

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$ sa nazýva

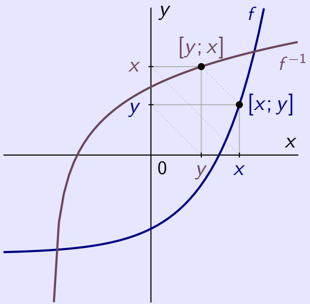
identická (identita), ak sa každý obraz y zhoduje so svojim vzorom x.

[Funkcia $y = f(x) = x$, $H(f) = D(f)$, t. j. $y = x$, $x \in D(f)$.]

Funkcia $y = f(x)\colon D(f) \to H(f)$ je prostá. [Funkcia f je zároveň aj bijektívna.]

Inverzná funkcia k funkcii f sa nazýva funkcia

$$x = f^{-1}(y)\colon H(f) \to D(f) \text{ taká, že } [x;y] \in f \text{ práve vtedy, ak } [y;x] \in f^{-1}.$$



Pre funkcie f a f^{-1} platí:

- $[x;y] \in f \Leftrightarrow [y;x] \in f^{-1}$. [$y = f(x) \Leftrightarrow x = f^{-1}(y)$.]
- Body $[x;y] \in f$, $[y;x] \in f^{-1}$ sa líšia iba poradím prvkov.

Operácie s funkciami

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$ sa nazýva

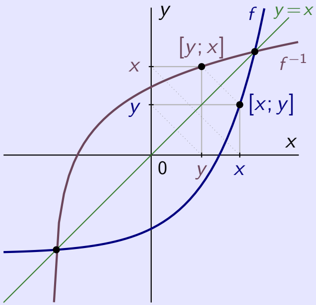
identická (identita), ak sa každý obraz y zhoduje so svojim vzorom x.

[Funkcia $y = f(x) = x$, $H(f) = D(f)$, t. j. $y = x$, $x \in D(f)$.]

Funkcia $y = f(x)$: $D(f) \to H(f)$ je prostá. [Funkcia f je zároveň aj bijektívna.]

Inverzná funkcia k funkcii f sa nazýva funkcia

$$x = f^{-1}(y)\colon H(f) \to D(f) \text{ taká, že } [x; y] \in f \text{ práve vtedy, ak } [y; x] \in f^{-1}.$$



Pre funkcie f a f^{-1} platí:

- $[x; y] \in f \Leftrightarrow [y; x] \in f^{-1}$. [$y = f(x) \Leftrightarrow x = f^{-1}(y)$.]
- Body $[x; y] \in f$, $[y; x] \in f^{-1}$ sa líšia iba poradím prvkov.
- Grafy funkcií f, f^{-1} sú osovo súmerné podľa priamky $y = x$.

Operácie s funkciami

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$ sa nazýva

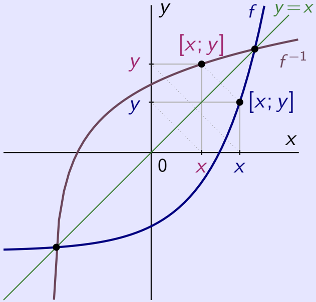
identická (identita), ak sa každý obraz y zhoduje so svojím vzorom x.

[Funkcia $y = f(x) = x$, $H(f) = D(f)$, t. j. $y = x$, $x \in D(f)$.]

Funkcia $y = f(x)\colon D(f) \to H(f)$ je prostá. [Funkcia f je zároveň aj bijektívna.]

Inverzná funkcia k funkcii f sa nazýva funkcia

$x = f^{-1}(y)\colon H(f) \to D(f)$ taká, že $[x; y] \in f$ práve vtedy, ak $[y; x] \in f^{-1}$.



Pre funkcie f a f^{-1} platí:

- $[x; y] \in f \Leftrightarrow [y; x] \in f^{-1}$. [$y = f(x) \Leftrightarrow x = f^{-1}(y)$.]
- Body $[x; y] \in f$, $[y; x] \in f^{-1}$ sa líšia iba poradím prvkov.
- Grafy funkcií f, f^{-1} sú osovo súmerné podľa priamky $y = x$.

- Namiesto $x = f^{-1}(y)$ píšeme $y = f^{-1}(x)$.

Operácie s funkciami

Funkcia $y = f(x),\ x \in D(f)$ sa nazýva

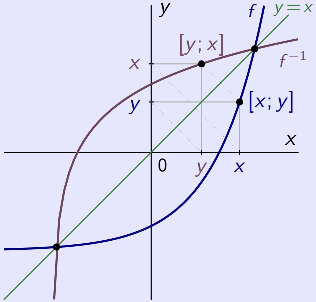
identická (identita), ak sa každý obraz y zhoduje so svojim vzorom x.

[Funkcia $y = f(x) = x,\ H(f) = D(f)$, t. j. $y = x,\ x \in D(f)$.]

Funkcia $y = f(x)\colon D(f) \to H(f)$ je prostá. [Funkcia f je zároveň aj bijektívna.]

Inverzná funkcia k funkcii f sa nazýva funkcia

$x = f^{-1}(y)\colon H(f) \to D(f)$ taká, že $[x; y] \in f$ práve vtedy, ak $[y; x] \in f^{-1}$.



Pre funkcie f a f^{-1} platí:

- $[x; y] \in f \Leftrightarrow [y; x] \in f^{-1}$. [$y = f(x) \Leftrightarrow x = f^{-1}(y)$.]
- Body $[x; y] \in f,\ [y; x] \in f^{-1}$ sa líšia iba poradím prvkov.
- Grafy funkcií $f,\ f^{-1}$ sú osovo súmerné podľa priamky $y = x$.

- Namiesto $x = f^{-1}(y)$ píšeme $y = f^{-1}(x)$.

[Spravidla sa dodržiava pravidlo, že argumenty (nezávislé premenné) oboch funkcií $f,\ f^{-1}$ značíme rovnakým symbolom x.]

Operácie s funkciami

Funkcia $y = f(x)$: $D(f) \to H(f)$ je **prostá.** [Funkcia f je zároveň aj bijektívna.]

Operácie s funkciami

Funkcia $y = f(x)$: $D(f) \to H(f)$ je prostá. [Funkcia f je zároveň aj bijektívna.]

$\Rightarrow$ • f^{-1}: $H(f) \to D(f)$ je bijekcia.

Operácie s funkciami

Funkcia $y = f(x)\colon D(f) \to H(f)$ je prostá. [Funkcia f je zároveň aj bijektívna.]

$\Rightarrow$
- $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$ je bijekcia.
- $\left[f^{-1}\right]^{-1} = f$.

Operácie s funkciami

Funkcia $y = f(x)\colon D(f) \to H(f)$ je prostá. [Funkcia f je zároveň aj bijektívna.]

$\Rightarrow$
- $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$ je bijekcia.
- $f^{-1}[f(x)] = x$ pre všetky $x \in D(f)$.
- $\left[f^{-1}\right]^{-1} = f$.

Operácie s funkciami

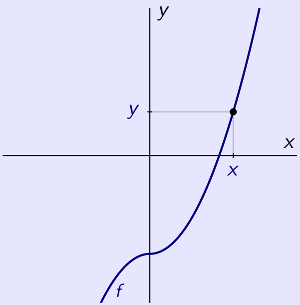
Funkcia $y = f(x)\colon D(f) \to H(f)$ je prostá. [Funkcia f je zároveň aj bijektívna.]

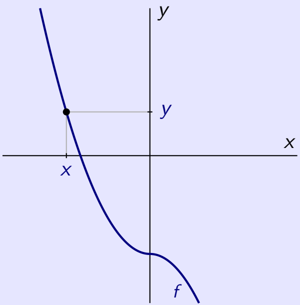
$\Rightarrow$
- $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$ je bijekcia.
- $\left[f^{-1}\right]^{-1} = f$.
- $f^{-1}\left[f(x)\right] = x$ pre všetky $x \in D(f)$.
- $f\left[f^{-1}(y)\right] = y$ pre všetky $y \in H(f)$.

Operácie s funkciami

Funkcia $y = f(x)\colon D(f) \to H(f)$ je prostá. [Funkcia f je zároveň aj bijektívna.]

$\Rightarrow$
- $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$ je bijekcia.
- $f^{-1}[f(x)] = x$ pre všetky $x \in D(f)$.
- $\left[f^{-1}\right]^{-1} = f$.
- $f[f^{-1}(y)] = y$ pre všetky $y \in H(f)$.





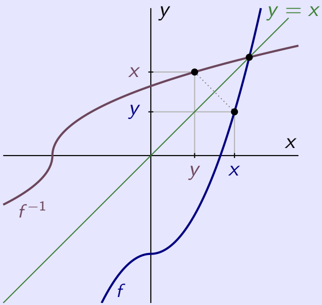
Funkcia $f\colon D(f) \to H(f)$ je rastúca.

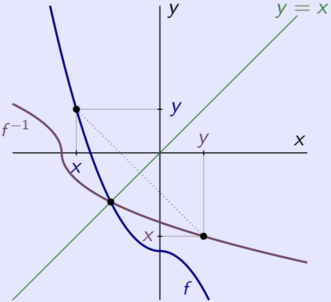
Funkcia $f\colon D(f) \to H(f)$ je klesajúca.

Operácie s funkciami

Funkcia $y = f(x)\colon D(f) \to H(f)$ je prostá. [Funkcia f je zároveň aj bijektívna.]

$\Rightarrow$
- $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$ je bijekcia.
- $f^{-1}\left[f(x)\right] = x$ pre všetky $x \in D(f)$.
- $\left[f^{-1}\right]^{-1} = f$.
- $f\left[f^{-1}(y)\right] = y$ pre všetky $y \in H(f)$.





Funkcia $f\colon D(f) \to H(f)$ je rastúca.

$\Leftrightarrow$ • $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$ je rastúca.

Funkcia $f\colon D(f) \to H(f)$ je klesajúca.

$\Leftrightarrow$ • $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$ je klesajúca.

Operácie s funkciami

Parametrický tvar funkcie f je $x = \alpha(t),\ y = \beta(t),\ t \in J$,

Operácie s funkciami

Parametrický tvar funkcie f je $x = \alpha(t)$, $y = \beta(t)$, $t \in J$, pričom α je **prostá** funkcia.

Operácie s funkciami

Parametrický tvar funkcie f je $x = \alpha(t)$, $y = \beta(t)$, $t \in J$, pričom α je prostá funkcia.

$\Rightarrow$ • Existuje inverzná funkcia $t = \alpha^{-1}(x)\colon \alpha(J) \to J$.

Operácie s funkciami

Parametrický tvar funkcie f je $x = \alpha(t)$, $y = \beta(t)$, $t \in J$, pričom α je **prostá** funkcia.

$\Rightarrow$
- Existuje inverzná funkcia $t = \alpha^{-1}(x)\colon \alpha(J) \to J$.
- Funkcia f má explicitný tvar $y = \beta(\alpha^{-1}(x))$, $x \in \alpha(J)$.

Operácie s funkciami

Parametrický tvar funkcie f je $x = \alpha(t)$, $y = \beta(t)$, $t \in J$, pričom α je prostá funkcia.

$\Rightarrow$
- Existuje inverzná funkcia $t = \alpha^{-1}(x)\colon \alpha(J) \to J$.
- Funkcia f má explicitný tvar $y = \beta(\alpha^{-1}(x))$, $x \in \alpha(J)$.

[Tento prechod k explicitnému vyjadreniu funkcie f nazývame vylúčenie parametra t.]

Operácie s funkciami

Parametrický tvar funkcie f je $x=\alpha(t)$, $y=\beta(t)$, $t\in J$, pričom α je prostá funkcia.

$\Rightarrow$
- Existuje inverzná funkcia $t=\alpha^{-1}(x)\colon \alpha(J)\to J$.
- Funkcia f má explicitný tvar $y=\beta(\alpha^{-1}(x))$, $x\in\alpha(J)$.

[Tento prechod k explicitnému vyjadreniu funkcie f nazývame vylúčenie parametra t.]

Funkcia $y=f(x)$, $x\in D(f)$ je rýdzo monotónna (rastúca, resp. klesajúca).

Operácie s funkciami

Parametrický tvar funkcie f je $x=\alpha(t)$, $y=\beta(t)$, $t\in J$, pričom α je prostá funkcia.

$\Rightarrow$
- Existuje inverzná funkcia $t=\alpha^{-1}(x)\colon \alpha(J)\to J$.
- Funkcia f má explicitný tvar $y=\beta(\alpha^{-1}(x))$, $x\in\alpha(J)$.

[Tento prechod k explicitnému vyjadreniu funkcie f nazývame vylúčenie parametra t.]

Funkcia $y=f(x)$, $x\in D(f)$ je rýdzo monotónna (rastúca, resp. klesajúca).

$\Rightarrow$
- Funkcia f je prostá (t. j. aj bijektívna).

Operácie s funkciami

Parametrický tvar funkcie f je $x = \alpha(t)$, $y = \beta(t)$, $t \in J$, pričom α je prostá funkcia.

$\Rightarrow$
- Existuje inverzná funkcia $t = \alpha^{-1}(x)\colon \alpha(J) \to J$.
- Funkcia f má explicitný tvar $y = \beta(\alpha^{-1}(x))$, $x \in \alpha(J)$.

[Tento prechod k explicitnému vyjadreniu funkcie f nazývame vylúčenie parametra t.]

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$ je rýdzo monotónna (rastúca, resp. klesajúca).

$\Rightarrow$
- Funkcia f je prostá (t. j. aj bijektívna).

[Opačné tvrdenie neplatí.]

- Funkcia f môže byť prostá a nemusí byť rýdzo monotónna.

Operácie s funkciami

Parametrický tvar funkcie f je $x = \alpha(t)$, $y = \beta(t)$, $t \in J$, pričom α je prostá funkcia.

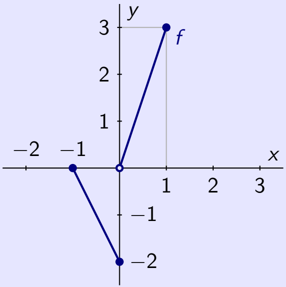
$\Rightarrow$
- Existuje inverzná funkcia $t = \alpha^{-1}(x)\colon \alpha(J) \to J$.
- Funkcia f má explicitný tvar $y = \beta(\alpha^{-1}(x))$, $x \in \alpha(J)$.

[Tento prechod k explicitnému vyjadreniu funkcie f nazývame vylúčenie parametra t.]

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$ je rýdzo monotónna (rastúca, resp. klesajúca).

$\Rightarrow$
- Funkcia f je prostá (t. j. aj bijektívna).

[Opačné tvrdenie neplatí.]



- Funkcia f môže byť prostá a nemusí byť rýdzo monotónna.

- $f\colon y = \begin{cases} -2x - 2 & \text{pre } x \in \langle -1; 0\rangle, \\ 3x & \text{pre } x \in (0; 1\rangle. \end{cases}$

Operácie s funkciami

Parametrický tvar funkcie f je $x = \alpha(t)$, $y = \beta(t)$, $t \in J$, pričom α je **prostá** funkcia.

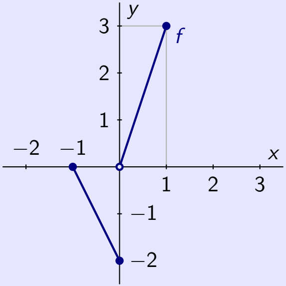
$\Rightarrow$
- Existuje inverzná funkcia $t = \alpha^{-1}(x)\colon \alpha(J) \to J$.
- Funkcia f má explicitný tvar $y = \beta(\alpha^{-1}(x))$, $x \in \alpha(J)$.

[Tento prechod k explicitnému vyjadreniu funkcie f nazývame vylúčenie parametra t.]

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$ je **rýdzo monotónna** (rastúca, resp. klesajúca).

$\Rightarrow$
- Funkcia f je **prostá** (t. j. aj bijektívna).

[Opačné tvrdenie neplatí.]



- Funkcia f môže byť **prostá** a nemusí byť **rýdzo monotónna.**

- $f\colon y = \begin{cases} -2x - 2 & \text{pre } x \in \langle -1; 0\rangle, \\ 3x & \text{pre } x \in (0; 1\rangle. \end{cases}$

Funkcia f je **prostá,**

Operácie s funkciami

Parametrický tvar funkcie f je $x = \alpha(t)$, $y = \beta(t)$, $t \in J$, pričom α je prostá funkcia.

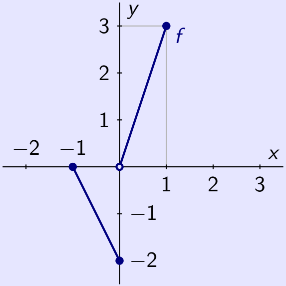
$\Rightarrow$
- Existuje inverzná funkcia $t = \alpha^{-1}(x)\colon \alpha(J) \to J$.
- Funkcia f má explicitný tvar $y = \beta(\alpha^{-1}(x))$, $x \in \alpha(J)$.

[Tento prechod k explicitnému vyjadreniu funkcie f nazývame vylúčenie parametra t.]

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$ je rýdzo monotónna (rastúca, resp. klesajúca).

$\Rightarrow$
- Funkcia f je prostá (t. j. aj bijektívna).

[Opačné tvrdenie neplatí.]



- Funkcia f môže byť prostá a nemusí byť rýdzo monotónna.

- $f\colon y = \begin{cases} -2x - 2 & \text{pre } x \in \langle -1; 0\rangle, \\ 3x & \text{pre } x \in (0; 1\rangle. \end{cases}$

[f je klesajúca na $\langle -1; 0\rangle$.]

[f je rastúca na $(0; 1\rangle$.]

Funkcia f je prostá, ale nie je rýdzo monotónna na $\langle -1; 1\rangle$.

Operácie s funkciami

Parametrický tvar funkcie f je $x=\alpha(t),\ y=\beta(t),\ t\in J$, pričom α je prostá funkcia.

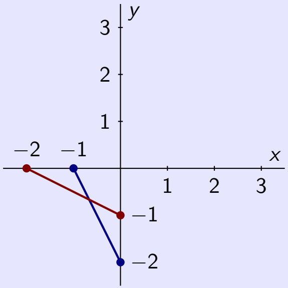
$\Rightarrow$

- Existuje inverzná funkcia $t=\alpha^{-1}(x)\colon \alpha(J)\to J$.
- Funkcia f má explicitný tvar $y=\beta(\alpha^{-1}(x)),\ x\in\alpha(J)$.

[Tento prechod k explicitnému vyjadreniu funkcie f nazývame vylúčenie parametra t.]

Funkcia $y=f(x),\ x\in D(f)$ je rýdzo monotónna (rastúca, resp. klesajúca).

$\Rightarrow$ • Funkcia f je prostá (t. j. aj bijektívna). [Opačné tvrdenie neplatí.]



- Funkcia f môže byť prostá a nemusí byť rýdzo monotónna.

- $f\colon y=\begin{cases} -2x-2 \text{ pre } x\in\langle -1;0\rangle, \\ \end{cases}$ [f je klesajúca na $\langle -1;0\rangle$.] [f je rastúca na $(0;1\rangle$.]

Funkcia f je prostá, ale nie je rýdzo monotónna na $\langle -1;1\rangle$.

- $f^{-1}\colon y=\begin{cases} -\frac{x}{2}-1 \text{ pre } x\in\langle -2;0\rangle, \\ \end{cases}$ [$y=-2x-2.\Rightarrow 2x=-y-2.\Rightarrow x=-\frac{y}{2}-1.$]

Operácie s funkciami

Parametrický tvar funkcie f je $x=\alpha(t)$, $y=\beta(t)$, $t\in J$, pričom α je **prostá** funkcia.

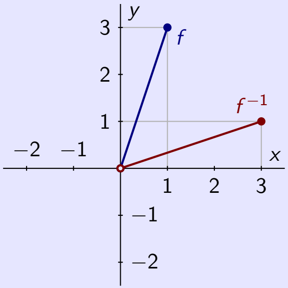
$\Rightarrow$
- Existuje inverzná funkcia $t=\alpha^{-1}(x)\colon \alpha(J)\to J$.
- Funkcia f má explicitný tvar $y=\beta(\alpha^{-1}(x))$, $x\in\alpha(J)$.

[Tento prechod k explicitnému vyjadreniu funkcie f nazývame vylúčenie parametra t.]

Funkcia $y=f(x)$, $x\in D(f)$ je **rýdzo monotónna** (rastúca, resp. klesajúca).

$\Rightarrow$
- Funkcia f je **prostá** (t. j. aj bijektívna).

[Opačné tvrdenie neplatí.]



- Funkcia f môže byť **prostá** a nemusí byť **rýdzo monotónna**.

- $f\colon y=\begin{cases} & \\ 3x & \text{pre } x\in(0;1\rangle.\end{cases}$

[f je klesajúca na $\langle -1;0\rangle$.]

[f je rastúca na $(0;1\rangle$.]

Funkcia f je **prostá**, ale nie je **rýdzo monotónna** na $\langle -1;1\rangle$.

- $f^{-1}\colon y=\begin{cases} & \\ \frac{x}{3} & \text{pre } x\in(0;3\rangle.\end{cases}$

[$y=3x.\ \Rightarrow\ x=\frac{y}{3}$.]

Operácie s funkciami

Parametrický tvar funkcie f je $x = \alpha(t)$, $y = \beta(t)$, $t \in J$, pričom α je prostá funkcia.

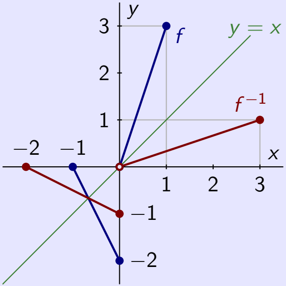
$\Rightarrow$
- Existuje inverzná funkcia $t = \alpha^{-1}(x)\colon \alpha(J) \to J$.
- Funkcia f má explicitný tvar $y = \beta(\alpha^{-1}(x))$, $x \in \alpha(J)$.

[Tento prechod k explicitnému vyjadreniu funkcie f nazývame vylúčenie parametra t.]

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$ je rýdzo monotónna (rastúca, resp. klesajúca).

$\Rightarrow$
- Funkcia f je prostá (t. j. aj bijektívna).

[Opačné tvrdenie neplatí.]



- Funkcia f môže byť prostá a nemusí byť rýdzo monotónna.

- $f\colon y = \begin{cases} -2x - 2 & \text{pre } x \in \langle -1; 0\rangle, \\ 3x & \text{pre } x \in (0; 1\rangle. \end{cases}$

[f je klesajúca na $\langle -1; 0\rangle$.]

[f je rastúca na $(0; 1\rangle$.]

Funkcia f je prostá, ale nie je rýdzo monotónna na $\langle -1; 1\rangle$.

- $f^{-1}\colon y = \begin{cases} -\frac{x}{2} - 1 & \text{pre } x \in \langle -2; 0\rangle, \\ \frac{x}{3} & \text{pre } x \in (0; 3\rangle. \end{cases}$

[$y = -2x - 2. \Rightarrow 2x = -y - 2. \Rightarrow x = -\frac{y}{2} - 1.$]

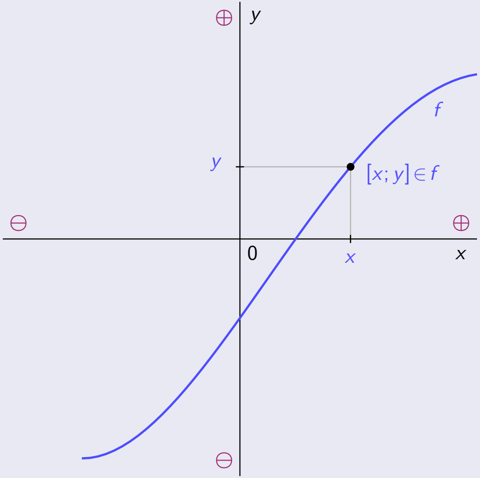
[$y = 3x. \Rightarrow x = \frac{y}{3}.$]

Operácie s funkciami

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$ k funkcii $f\colon D(f) \to H(f)$.

Operácie s funkciami

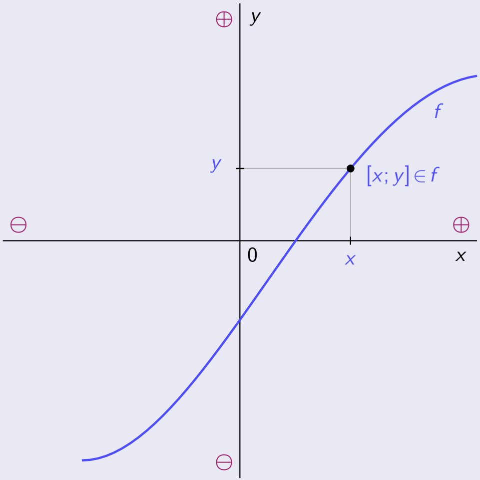
Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$ k funkcii $f\colon D(f) \to H(f)$.



- $f\colon D(f) \to H(f)$, platí $[x; y] \in f$.

Operácie s funkciami

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$ k funkcii $f\colon D(f) \to H(f)$.

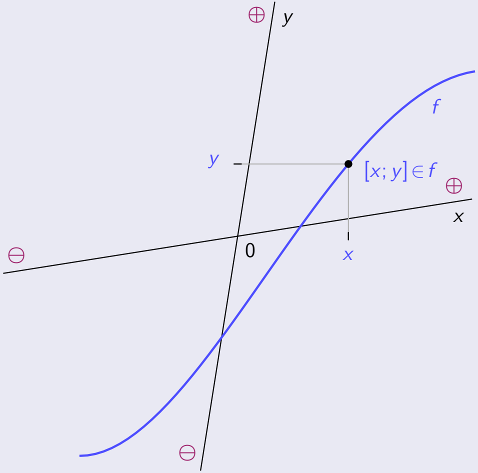


- $f\colon D(f) \to H(f)$, platí $[x; y] \in f$.

- Vymeníme súradnicové osi x a y.

Operácie s funkciami

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$ k funkcii $f\colon D(f) \to H(f)$.

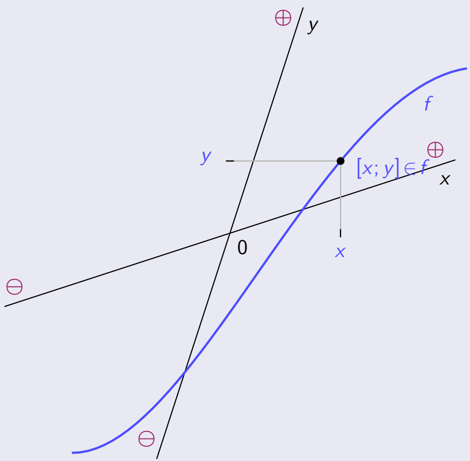


- $f\colon D(f) \to H(f)$, platí $[x;y] \in f$.

- Vymeníme súradnicové osi x a y.

Operácie s funkciami

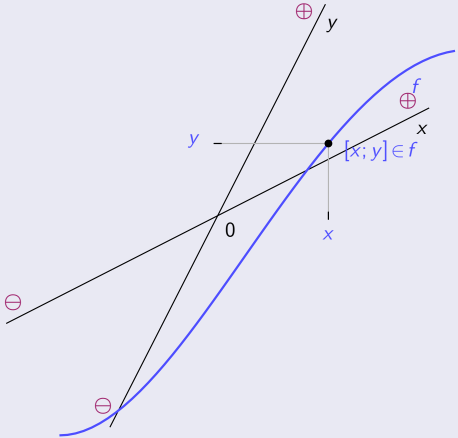
Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}: H(f) \to D(f)$ k funkcii $f: D(f) \to H(f)$.



- $f: D(f) \to H(f)$, platí $[x; y] \in f$.
- Vymeníme súradnicové osi x a y.

Operácie s funkciami

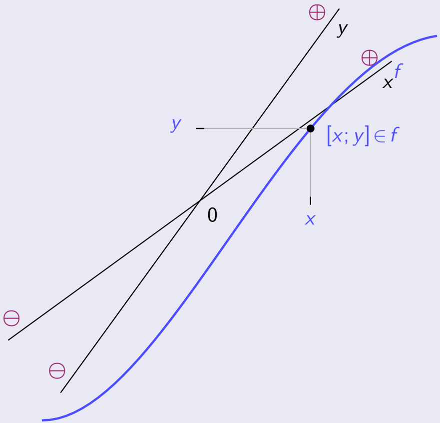
Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$ k funkcii $f\colon D(f) \to H(f)$.



- $f\colon D(f) \to H(f)$, platí $[x; y] \in f$.
- Vymeníme súradnicové osi x a y.

Operácie s funkciami

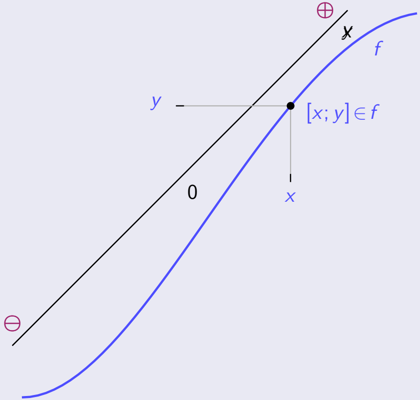
Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$ k funkcii $f\colon D(f) \to H(f)$.



- $f\colon D(f) \to H(f)$, platí $[x; y] \in f$.
- Vymeníme súradnicové osi x a y.

Operácie s funkciami

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$ k funkcii $f\colon D(f) \to H(f)$.

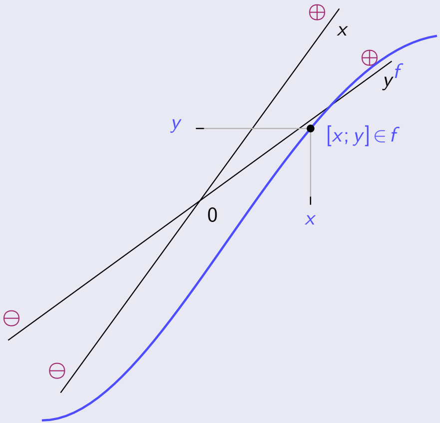


- $f\colon D(f) \to H(f)$, platí $[x;y] \in f$.

- Vymeníme súradnicové osi x a y.

Operácie s funkciami

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$ k funkcii $f\colon D(f) \to H(f)$.

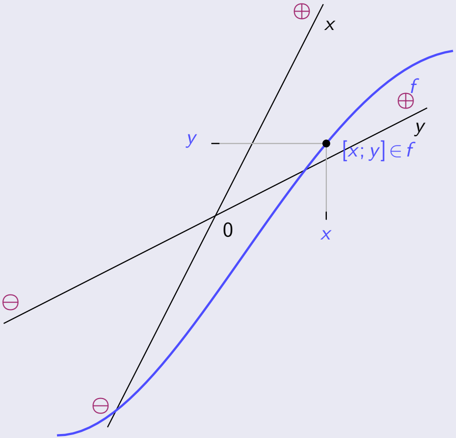


- $f\colon D(f) \to H(f)$, platí $[x; y] \in f$.

- Vymeníme súradnicové osi x a y.

Operácie s funkciami

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$ k funkcii $f\colon D(f) \to H(f)$.

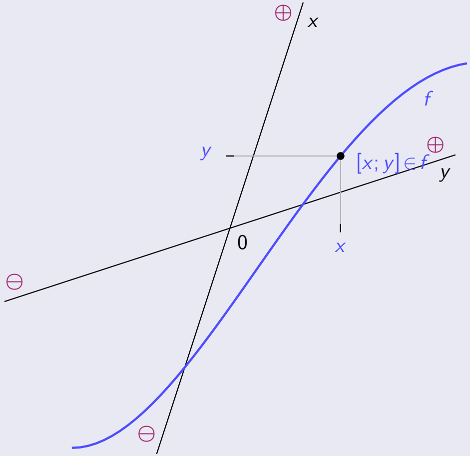


- $f\colon D(f) \to H(f)$, platí $[x; y] \in f$.

- Vymeníme súradnicové osi x a y.

Operácie s funkciami

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$ k funkcii $f\colon D(f) \to H(f)$.

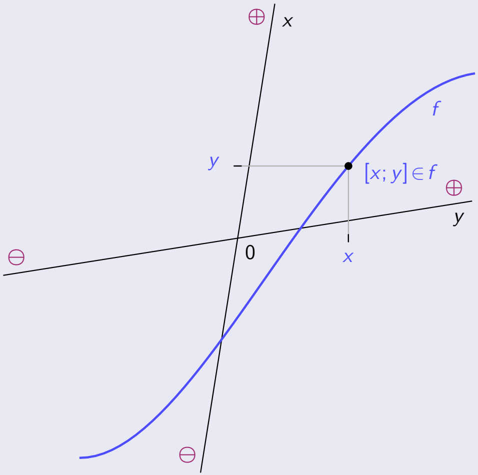


- $f\colon D(f) \to H(f)$, platí $[x; y] \in f$.

- Vymeníme súradnicové osi x a y.

Operácie s funkciami

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$ k funkcii $f\colon D(f) \to H(f)$.

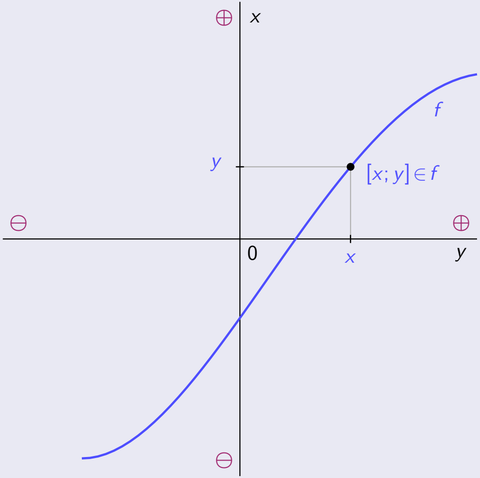


- $f\colon D(f) \to H(f)$, platí $[x; y] \in f$.

- Vymeníme súradnicové osi x a y.

Operácie s funkciami

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$ k funkcii $f\colon D(f) \to H(f)$.

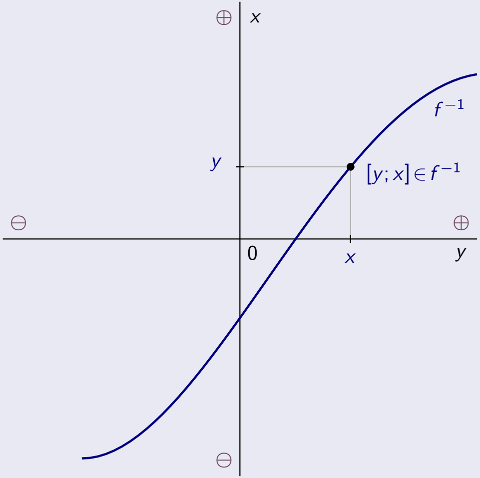


- $f\colon D(f) \to H(f)$, platí $[x; y] \in f$.

- Vymeníme súradnicové osi x a y.

Operácie s funkciami

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$ k funkcii $f\colon D(f) \to H(f)$.



- $f\colon D(f) \to H(f)$, platí $[x; y] \in f$.

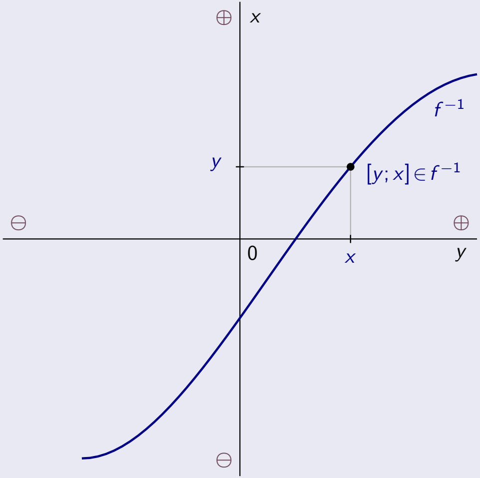
- Vymeníme súradnicové osi x a y.

  Z grafu funkcie f sa stane graf funkcie f^{-1}.

  [Bod $[x; y] \in f$ práve vtedy, ak bod $[y; x] \in f^{-1}$.]

Operácie s funkciami

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$ k funkcii $f\colon D(f) \to H(f)$.



- $f\colon D(f) \to H(f)$, platí $[x;y] \in f$.

- Vymeníme súradnicové osi x a y.

  Z grafu funkcie f sa stane graf funkcie f^{-1}.

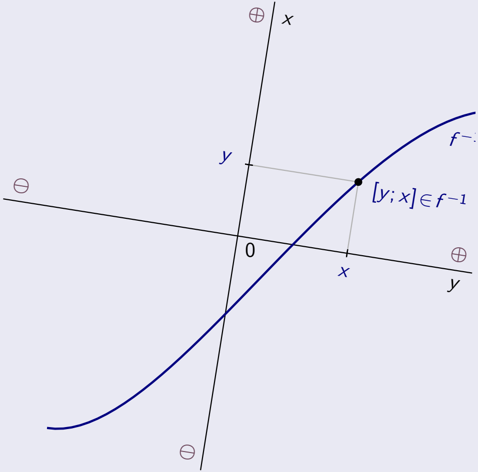
  [Bod $[x;y] \in f$ práve vtedy, ak bod $[y;x] \in f^{-1}$.]

- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) otočíme o uhol $-90°$.

  [Systém otočíme o uhol $\pi/2$ v smere hodinových ručičiek.]

Operácie s funkciami

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$ k funkcii $f\colon D(f) \to H(f)$.



- $f\colon D(f) \to H(f)$, platí $[x;y] \in f$.

- Vymeníme súradnicové osi X a y.

  Z grafu funkcie f sa stane graf funkcie f^{-1}.

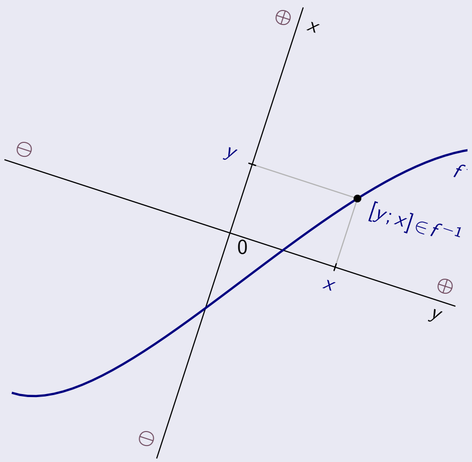
  [Bod $[x;y] \in f$ práve vtedy, ak bod $[y;x] \in f^{-1}$.]

- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) otočíme o uhol $-90°$.

  [Systém otočíme o uhol $\pi/2$ v smere hodinových ručičiek.]

Operácie s funkciami

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$ k funkcii $f\colon D(f) \to H(f)$.



- $f\colon D(f) \to H(f)$, platí $[x;y] \in f$.

- Vymeníme súradnicové osi x a y.

  Z grafu funkcie f sa stane graf funkcie f^{-1}.

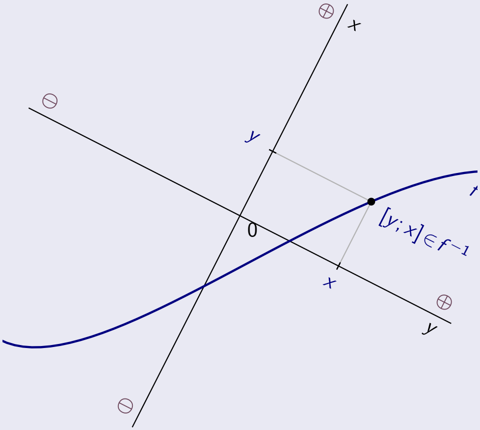
  [Bod $[x;y] \in f$ práve vtedy, ak bod $[y;x] \in f^{-1}$.]

- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) otočíme o uhol $-90°$.

  [Systém otočíme o uhol $\pi/2$ v smere hodinových ručičiek.]

Operácie s funkciami

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$ k funkcii $f\colon D(f) \to H(f)$.



- $f\colon D(f) \to H(f)$, platí $[x;y] \in f$.

- Vymeníme súradnicové osi x a y.

  Z grafu funkcie f sa stane graf funkcie f^{-1}.

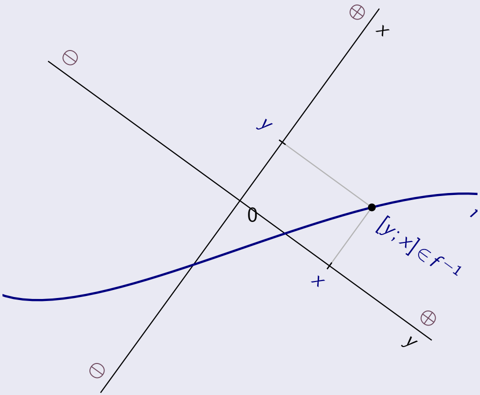
  [Bod $[x;y] \in f$ práve vtedy, ak bod $[y;x] \in f^{-1}$.]

- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) otočíme o uhol $-90°$.

  [Systém otočíme o uhol $\pi/2$ v smere hodinových ručičiek.]

Operácie s funkciami

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$ k funkcii $f\colon D(f) \to H(f)$.



- $f\colon D(f) \to H(f)$, platí $[x; y] \in f$.

- Vymeníme súradnicové osi x a y.

  Z grafu funkcie f sa stane graf funkcie f^{-1}.

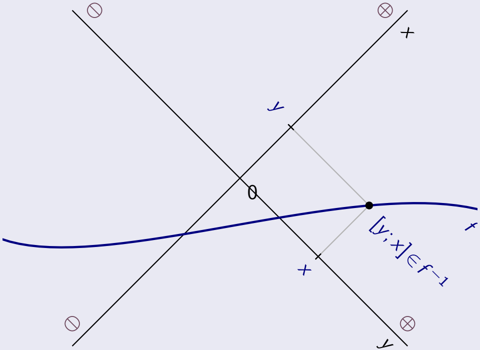
  [Bod $[x; y] \in f$ práve vtedy, ak bod $[y; x] \in f^{-1}$.]

- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) otočíme o uhol $-90°$.

  [Systém otočíme o uhol $\pi/2$ v smere hodinových ručičiek.]

Operácie s funkciami

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$ k funkcii $f\colon D(f) \to H(f)$.



- $f\colon D(f) \to H(f)$, platí $[x; y] \in f$.

- Vymeníme súradnicové osi x a y.

  Z grafu funkcie f sa stane graf funkcie f^{-1}.

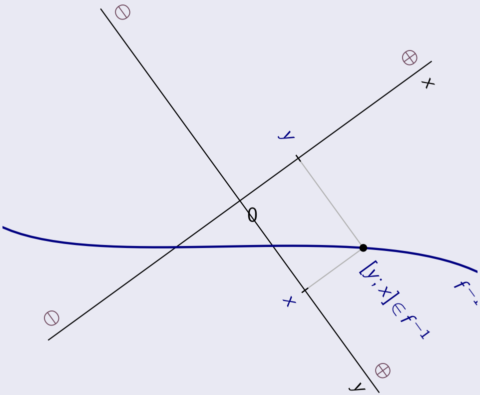
  [Bod $[x; y] \in f$ práve vtedy, ak bod $[y; x] \in f^{-1}$.]

- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) otočíme o uhol $-90°$.

  [Systém otočíme o uhol $\pi/2$ v smere hodinových ručičiek.]

Operácie s funkciami

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$ k funkcii $f\colon D(f) \to H(f)$.



- $f\colon D(f) \to H(f)$, platí $[x; y] \in f$.

- Vymeníme súradnicové osi x a y.

  Z grafu funkcie f sa stane graf funkcie f^{-1}.

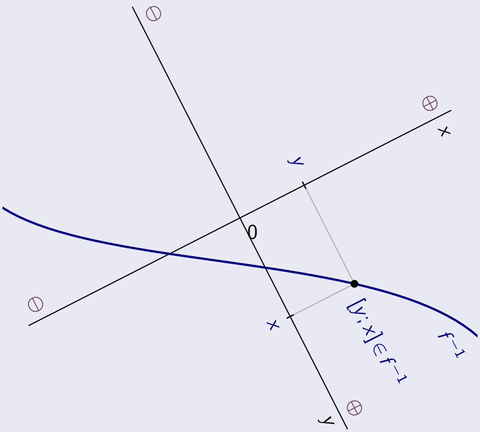
  [Bod $[x; y] \in f$ práve vtedy, ak bod $[y; x] \in f^{-1}$.]

- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) otočíme o uhol $-90°$.

  [Systém otočíme o uhol $\pi/2$ v smere hodinových ručičiek.]

Operácie s funkciami

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$ k funkcii $f\colon D(f) \to H(f)$.



- $f\colon D(f) \to H(f)$, platí $[x;y] \in f$.

- Vymeníme súradnicové osi x a y.

  Z grafu funkcie f sa stane graf funkcie f^{-1}.

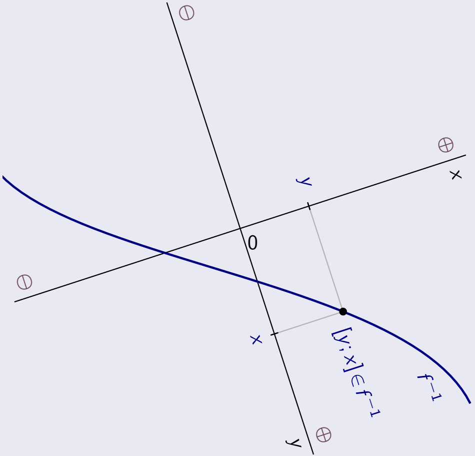
  [Bod $[x;y] \in f$ práve vtedy, ak bod $[y;x] \in f^{-1}$.]

- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) otočíme o uhol $-90°$.

  [Systém otočíme o uhol $\pi/2$ v smere hodinových ručičiek.]

Operácie s funkciami

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$ k funkcii $f\colon D(f) \to H(f)$.



- $f\colon D(f) \to H(f)$, platí $[x;y] \in f$.

- Vymeníme súradnicové osi x a y.

  Z grafu funkcie f sa stane graf funkcie f^{-1}.

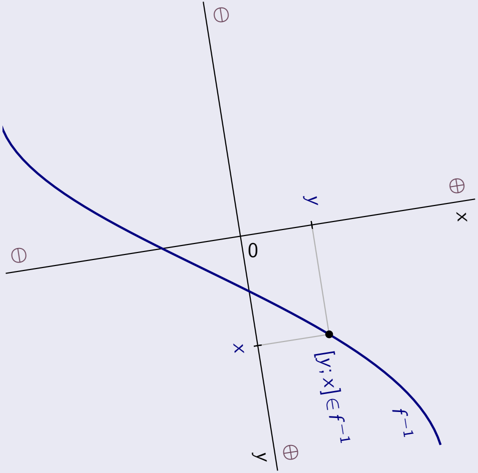
  [Bod $[x;y] \in f$ práve vtedy, ak bod $[y;x] \in f^{-1}$.]

- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) otočíme o uhol $-90°$.

  [Systém otočíme o uhol $\pi/2$ v smere hodinových ručičiek.]

Operácie s funkciami

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$ k funkcii $f\colon D(f) \to H(f)$.



- $f\colon D(f) \to H(f)$, platí $[x; y] \in f$.

- Vymeníme súradnicové osi x a y.

  Z grafu funkcie f sa stane graf funkcie f^{-1}.

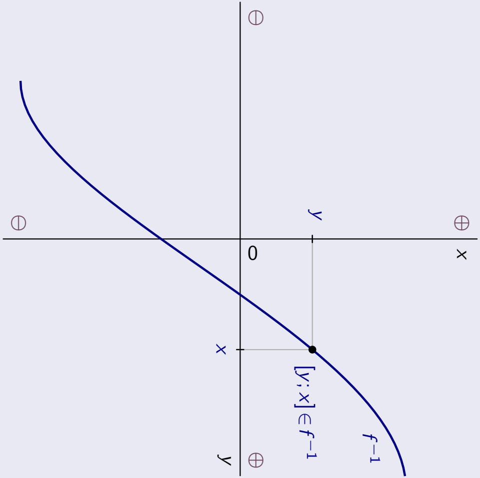
  [Bod $[x; y] \in f$ práve vtedy, ak bod $[y; x] \in f^{-1}$.]

- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) otočíme o uhol $-90°$.

  [Systém otočíme o uhol $\pi/2$ v smere hodinových ručičiek.]

Operácie s funkciami

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$ k funkcii $f\colon D(f) \to H(f)$.



- $f\colon D(f) \to H(f)$, platí $[x; y] \in f$.

- Vymeníme súradnicové osi x a y.

  Z grafu funkcie f sa stane graf funkcie f^{-1}.

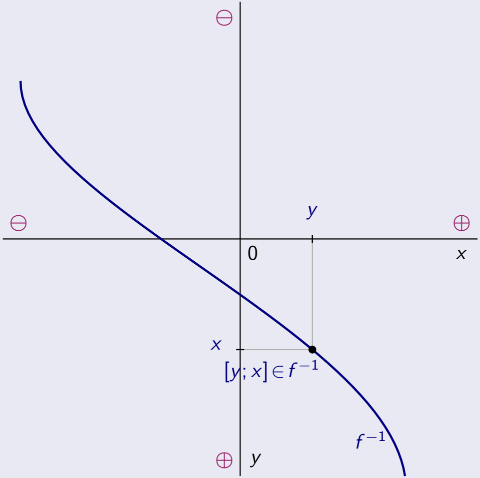
  [Bod $[x; y] \in f$ práve vtedy, ak bod $[y; x] \in f^{-1}$.]

- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) otočíme o uhol $-90°$.

  [Systém otočíme o uhol $\pi/2$ v smere hodinových ručičiek.]

Operácie s funkciami

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$ k funkcii $f\colon D(f) \to H(f)$.



- $f\colon D(f) \to H(f)$, platí $[x; y] \in f$.

- Vymeníme súradnicové osi x a y.

  Z grafu funkcie f sa stane graf funkcie f^{-1}.

  [Bod $[x; y] \in f$ práve vtedy, ak bod $[y; x] \in f^{-1}$.]

- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) otočíme o uhol $-90°$.

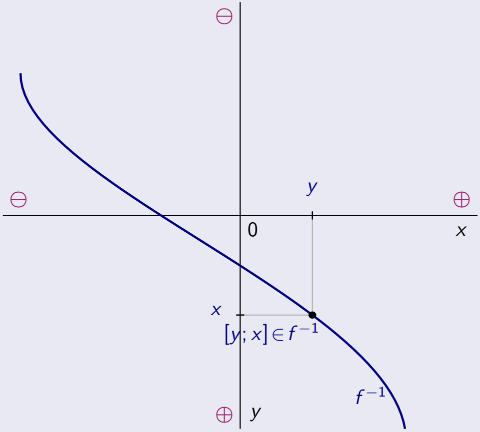
  [Systém otočíme o uhol $\pi/2$ v smere hodinových ručičiek.]

- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) preklopíme okolo osi x.

  [Systém zobrazíme súmerne podľa osi x.]

Operácie s funkciami

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$ k funkcii $f\colon D(f) \to H(f)$.



- $f\colon D(f) \to H(f)$, platí $[x;y] \in f$.

- Vymeníme súradnicové osi x a y.

  Z grafu funkcie f sa stane graf funkcie f^{-1}.

  [Bod $[x;y] \in f$ práve vtedy, ak bod $[y;x] \in f^{-1}$.]

- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) otočíme o uhol $-90°$.

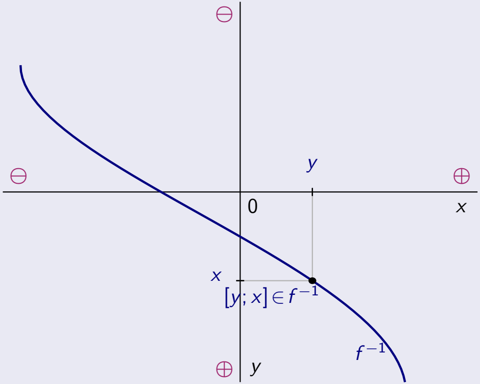
  [Systém otočíme o uhol $\pi/2$ v smere hodinových ručičiek.]

- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) preklopíme okolo osi x.

  [Systém zobrazíme súmerne podľa osi x.]

Operácie s funkciami

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$ k funkcii $f\colon D(f) \to H(f)$.



- $f\colon D(f) \to H(f)$, platí $[x; y] \in f$.

- Vymeníme súradnicové osi x a y.

  Z grafu funkcie f sa stane graf funkcie f^{-1}.

  [Bod $[x; y] \in f$ práve vtedy, ak bod $[y; x] \in f^{-1}$.]

- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) otočíme o uhol $-90°$.

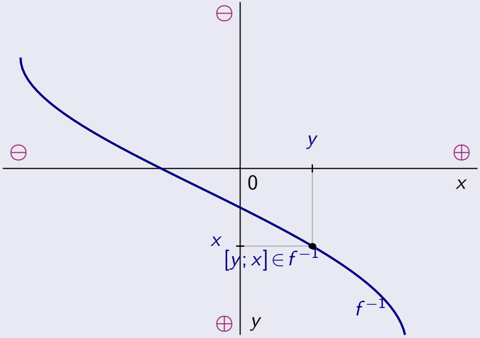
  [Systém otočíme o uhol $\pi/2$ v smere hodinových ručičiek.]

- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) preklopíme okolo osi x.

  [Systém zobrazíme súmerne podľa osi x.]

Operácie s funkciami

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$ k funkcii $f\colon D(f) \to H(f)$.



- $f\colon D(f) \to H(f)$, platí $[x; y] \in f$.

- Vymeníme súradnicové osi x a y.

  Z grafu funkcie f sa stane graf funkcie f^{-1}.

  [Bod $[x; y] \in f$ práve vtedy, ak bod $[y; x] \in f^{-1}$.]

- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) otočíme o uhol $-90°$.

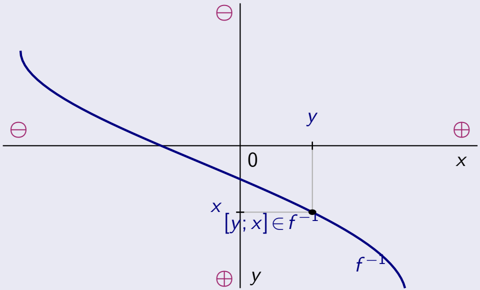
  [Systém otočíme o uhol $\pi/2$ v smere hodinových ručičiek.]

- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) preklopíme okolo osi x.

  [Systém zobrazíme súmerne podľa osi x.]

Operácie s funkciami

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$ k funkcii $f\colon D(f) \to H(f)$.



- $f\colon D(f) \to H(f)$, platí $[x; y] \in f$.

- Vymeníme súradnicové osi x a y.

  Z grafu funkcie f sa stane graf funkcie f^{-1}.

  [Bod $[x; y] \in f$ práve vtedy, ak bod $[y; x] \in f^{-1}$.]

- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) otočíme o uhol $-90°$.

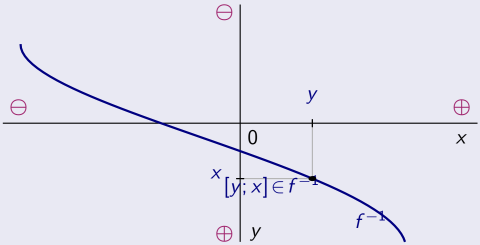
  [Systém otočíme o uhol $\pi/2$ v smere hodinových ručičiek.]

- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) preklopíme okolo osi x.

  [Systém zobrazíme súmerne podľa osi x.]

Operácie s funkciami

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$ k funkcii $f\colon D(f) \to H(f)$.



- $f\colon D(f) \to H(f)$, platí $[x; y] \in f$.

- Vymeníme súradnicové osi x a y.

  Z grafu funkcie f sa stane graf funkcie f^{-1}.

  [Bod $[x; y] \in f$ práve vtedy, ak bod $[y; x] \in f^{-1}$.]

- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) otočíme o uhol $-90°$.

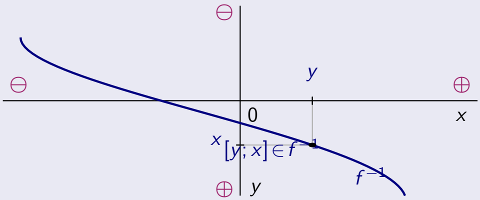
  [Systém otočíme o uhol $\pi/2$ v smere hodinových ručičiek.]

- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) preklopíme okolo osi x.

  [Systém zobrazíme súmerne podľa osi x.]

Operácie s funkciami

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$ k funkcii $f\colon D(f) \to H(f)$.



- $f\colon D(f) \to H(f)$, platí $[x; y] \in f$.

- Vymeníme súradnicové osi x a y.

  Z grafu funkcie f sa stane graf funkcie f^{-1}.

  [Bod $[x; y] \in f$ práve vtedy, ak bod $[y; x] \in f^{-1}$.]

- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) otočíme o uhol $-90°$.

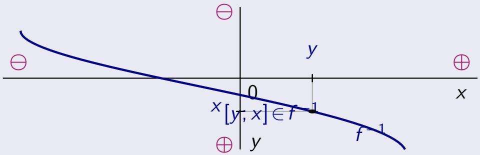
  [Systém otočíme o uhol $\pi/2$ v smere hodinových ručičiek.]

- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) preklopíme okolo osi x.

  [Systém zobrazíme súmerne podľa osi x.]

Operácie s funkciami

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$ k funkcii $f\colon D(f) \to H(f)$.



- $f\colon D(f) \to H(f)$, platí $[x; y] \in f$.

- Vymeníme súradnicové osi x a y.

  Z grafu funkcie f sa stane graf funkcie f^{-1}.

  [Bod $[x; y] \in f$ práve vtedy, ak bod $[y; x] \in f^{-1}$.]

- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) otočíme o uhol $-90°$.

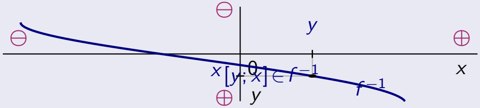
  [Systém otočíme o uhol $\pi/2$ v smere hodinových ručičiek.]

- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) preklopíme okolo osi x.

  [Systém zobrazíme súmerne podľa osi x.]

Operácie s funkciami

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$ k funkcii $f\colon D(f) \to H(f)$.



- $f\colon D(f) \to H(f)$, platí $[x; y] \in f$.

- Vymeníme súradnicové osi x a y.

  Z grafu funkcie f sa stane graf funkcie f^{-1}.

  [Bod $[x; y] \in f$ práve vtedy, ak bod $[y; x] \in f^{-1}$.]

- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) otočíme o uhol $-90°$.

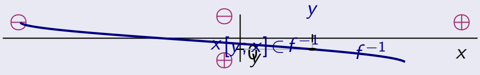
  [Systém otočíme o uhol $\pi/2$ v smere hodinových ručičiek.]

- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) preklopíme okolo osi x.

  [Systém zobrazíme súmerne podľa osi x.]

Operácie s funkciami

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$ k funkcii $f\colon D(f) \to H(f)$.



- $f\colon D(f) \to H(f)$, platí $[x; y] \in f$.

- Vymeníme súradnicové osi x a y.

  Z grafu funkcie f sa stane graf funkcie f^{-1}.

  [Bod $[x; y] \in f$ práve vtedy, ak bod $[y; x] \in f^{-1}$.]

- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) otočíme o uhol $-90°$.

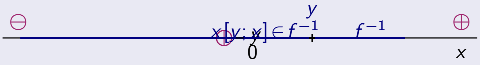
  [Systém otočíme o uhol $\pi/2$ v smere hodinových ručičiek.]

- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) preklopíme okolo osi x.

  [Systém zobrazíme súmerne podľa osi x.]

Operácie s funkciami

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$ k funkcii $f\colon D(f) \to H(f)$.



- $f\colon D(f) \to H(f)$, platí $[x; y] \in f$.

- Vymeníme súradnicové osi x a y.

  Z grafu funkcie f sa stane graf funkcie f^{-1}.

  [Bod $[x; y] \in f$ práve vtedy, ak bod $[y; x] \in f^{-1}$.]

- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) otočíme o uhol $-90°$.

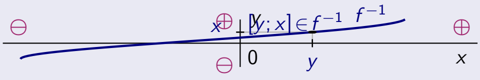
  [Systém otočíme o uhol $\pi/2$ v smere hodinových ručičiek.]

- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) preklopíme okolo osi x.

  [Systém zobrazíme súmerne podľa osi x.]

Operácie s funkciami

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$ k funkcii $f\colon D(f) \to H(f)$.



- $f\colon D(f) \to H(f)$, platí $[x;y] \in f$.

- Vymeníme súradnicové osi x a y.

  Z grafu funkcie f sa stane graf funkcie f^{-1}.

  [Bod $[x;y] \in f$ práve vtedy, ak bod $[y;x] \in f^{-1}$.]

- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) otočíme o uhol $-90°$.

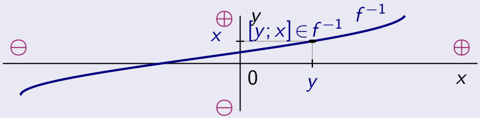
  [Systém otočíme o uhol $\pi/2$ v smere hodinových ručičiek.]

- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) preklopíme okolo osi x.

  [Systém zobrazíme súmerne podľa osi x.]

Operácie s funkciami

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$ k funkcii $f\colon D(f) \to H(f)$.



- $f\colon D(f) \to H(f)$, platí $[x; y] \in f$.

- Vymeníme súradnicové osi x a y.

  Z grafu funkcie f sa stane graf funkcie f^{-1}.

  [Bod $[x; y] \in f$ práve vtedy, ak bod $[y; x] \in f^{-1}$.]

- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) otočíme o uhol $-90°$.

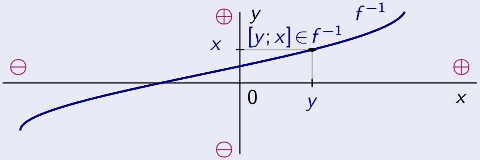
  [Systém otočíme o uhol $\pi/2$ v smere hodinových ručičiek.]

- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) preklopíme okolo osi x.

  [Systém zobrazíme súmerne podľa osi x.]

Operácie s funkciami

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$ k funkcii $f\colon D(f) \to H(f)$.



- $f\colon D(f) \to H(f)$, platí $[x;y] \in f$.

- Vymeníme súradnicové osi x a y.

  Z grafu funkcie f sa stane graf funkcie f^{-1}.

  [Bod $[x;y] \in f$ práve vtedy, ak bod $[y;x] \in f^{-1}$.]

- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) otočíme o uhol $-90°$.

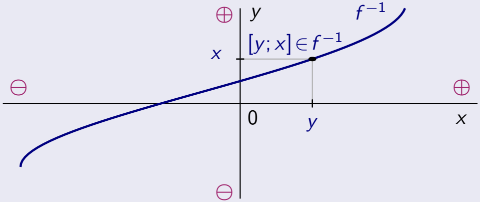
  [Systém otočíme o uhol $\pi/2$ v smere hodinových ručičiek.]

- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) preklopíme okolo osi x.

  [Systém zobrazíme súmerne podľa osi x.]

Operácie s funkciami

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$ k funkcii $f\colon D(f) \to H(f)$.



- $f\colon D(f) \to H(f)$, platí $[x;y] \in f$.

- Vymeníme súradnicové osi x a y.

  Z grafu funkcie f sa stane graf funkcie f^{-1}.

  [Bod $[x;y] \in f$ práve vtedy, ak bod $[y;x] \in f^{-1}$.]

- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) otočíme o uhol $-90°$.

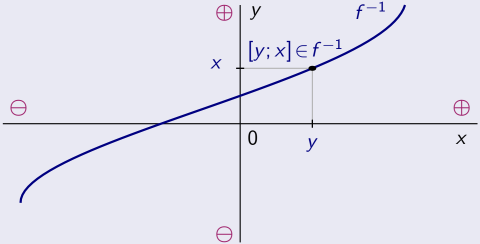
  [Systém otočíme o uhol $\pi/2$ v smere hodinových ručičiek.]

- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) preklopíme okolo osi x.

  [Systém zobrazíme súmerne podľa osi x.]

Operácie s funkciami

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$ k funkcii $f\colon D(f) \to H(f)$.



- $f\colon D(f) \to H(f)$, platí $[x;y] \in f$.

- Vymeníme súradnicové osi x a y.

  Z grafu funkcie f sa stane graf funkcie f^{-1}.

  [Bod $[x;y] \in f$ práve vtedy, ak bod $[y;x] \in f^{-1}$.]

- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) otočíme o uhol $-90°$.

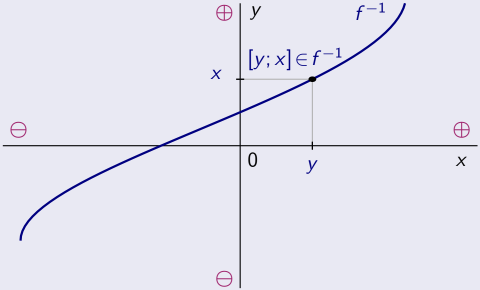
  [Systém otočíme o uhol $\pi/2$ v smere hodinových ručičiek.]

- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) preklopíme okolo osi x.

  [Systém zobrazíme súmerne podľa osi x.]

Operácie s funkciami

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$ k funkcii $f\colon D(f) \to H(f)$.



- $f\colon D(f) \to H(f)$, platí $[x; y] \in f$.

- Vymeníme súradnicové osi x a y.

  Z grafu funkcie f sa stane graf funkcie f^{-1}.

  [Bod $[x; y] \in f$ práve vtedy, ak bod $[y; x] \in f^{-1}$.]

- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) otočíme o uhol $-90°$.

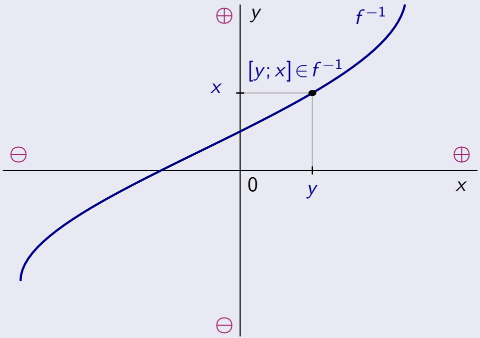
  [Systém otočíme o uhol $\pi/2$ v smere hodinových ručičiek.]

- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) preklopíme okolo osi x.

  [Systém zobrazíme súmerne podľa osi x.]

Operácie s funkciami

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$ k funkcii $f\colon D(f) \to H(f)$.



- $f\colon D(f) \to H(f)$, platí $[x; y] \in f$.

- Vymeníme súradnicové osi x a y.

  Z grafu funkcie f sa stane graf funkcie f^{-1}.

  [Bod $[x; y] \in f$ práve vtedy, ak bod $[y; x] \in f^{-1}$.]

- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) otočíme o uhol $-90°$.

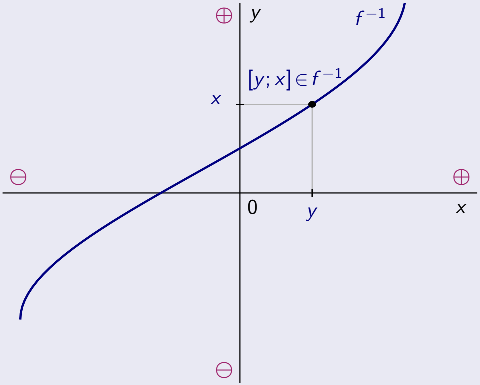
  [Systém otočíme o uhol $\pi/2$ v smere hodinových ručičiek.]

- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) preklopíme okolo osi x.

  [Systém zobrazíme súmerne podľa osi x.]

Operácie s funkciami

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$ k funkcii $f\colon D(f) \to H(f)$.



- $f\colon D(f) \to H(f)$, platí $[x;y] \in f$.

- Vymeníme súradnicové osi x a y.

  Z grafu funkcie f sa stane graf funkcie f^{-1}.

  [Bod $[x;y] \in f$ práve vtedy, ak bod $[y;x] \in f^{-1}$.]

- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) otočíme o uhol $-90°$.

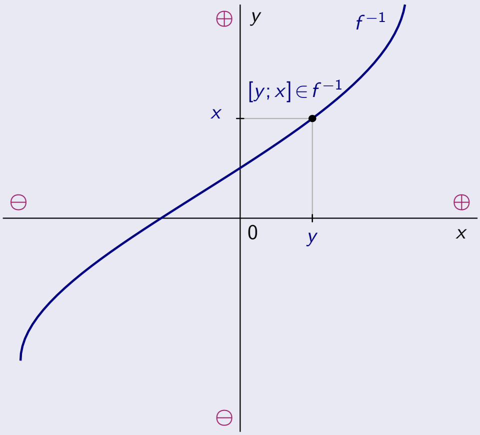
  [Systém otočíme o uhol $\pi/2$ v smere hodinových ručičiek.]

- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) preklopíme okolo osi x.

  [Systém zobrazíme súmerne podľa osi x.]

Operácie s funkciami

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$ k funkcii $f\colon D(f) \to H(f)$.



- $f\colon D(f) \to H(f)$, platí $[x; y] \in f$.
- Vymeníme súradnicové osi x a y.

  Z grafu funkcie f sa stane graf funkcie f^{-1}.

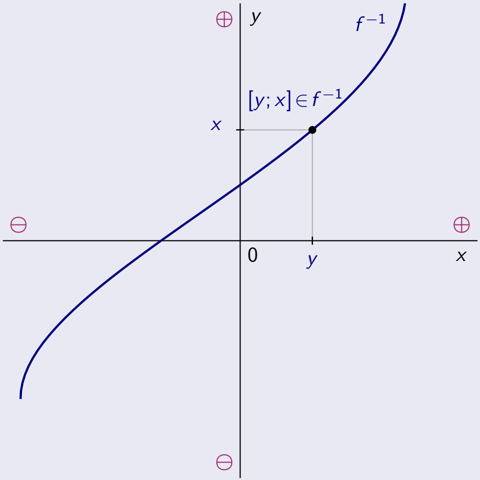
  [Bod $[x; y] \in f$ práve vtedy, ak bod $[y; x] \in f^{-1}$.]
- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) otočíme o uhol $-90°$.

  [Systém otočíme o uhol $\pi/2$ v smere hodinových ručičiek.]
- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) preklopíme okolo osi x.

  [Systém zobrazíme súmerne podľa osi x.]

Operácie s funkciami

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$ k funkcii $f\colon D(f) \to H(f)$.



- $f\colon D(f) \to H(f)$, platí $[x;y] \in f$.
- Vymeníme súradnicové osi x a y.

  Z grafu funkcie f sa stane graf funkcie f^{-1}.

  [Bod $[x;y] \in f$ práve vtedy, ak bod $[y;x] \in f^{-1}$.]
- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) otočíme o uhol $-90°$.

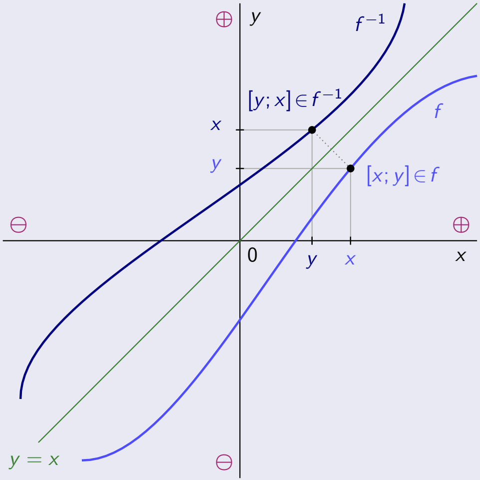
  [Systém otočíme o uhol $\pi/2$ v smere hodinových ručičiek.]
- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) preklopíme okolo osi x.

  [Systém zobrazíme súmerne podľa osi x.]

Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) je zobrazený v zvyčajnom tvare.

Operácie s funkciami

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$ k funkcii $f\colon D(f) \to H(f)$.



- $f\colon D(f) \to H(f)$, platí $[x; y] \in f$.

- Vymeníme súradnicové osi x a y.

  Z grafu funkcie f sa stane graf funkcie f^{-1}.

  [Bod $[x; y] \in f$ práve vtedy, ak bod $[y; x] \in f^{-1}$.]

- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) otočíme o uhol $-90°$.

  [Systém otočíme o uhol $\pi/2$ v smere hodinových ručičiek.]

- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) preklopíme okolo osi x.

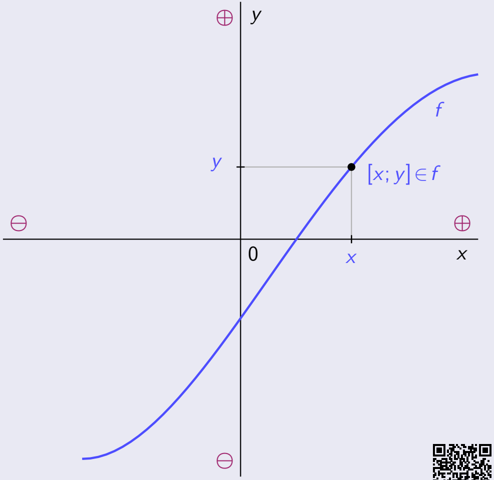
  [Systém zobrazíme súmerne podľa osi x.]

Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) je zobrazený v zvyčajnom tvare.

- $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$, platí $[y; x] \in f^{-1}$.

Operácie s funkciami

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$ k funkcii $f\colon D(f) \to H(f)$.



- $f\colon D(f) \to H(f)$, platí $[x;y] \in f$.

- Vymeníme súradnicové osi x a y.

  Z grafu funkcie f sa stane graf funkcie f^{-1}.

  [Bod $[x;y] \in f$ práve vtedy, ak bod $[y;x] \in f^{-1}$.]

- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) otočíme o uhol $-90°$.

  [Systém otočíme o uhol $\pi/2$ v smere hodinových ručičiek.]

- Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) preklopíme okolo osi x.

  [Systém zobrazíme súmerne podľa osi x.]

Súradnicový systém (aj graf f^{-1}) je zobrazený v zvyčajnom tvare.

- $f^{-1}\colon H(f) \to D(f)$, platí $[y;x] \in f^{-1}$.

Vlastnosti funkcií I

Vlastnosť funkcie $y = f(x),\ x \in D(f)$ sa nazýva:

Vlastnosti funkcií I

Vlastnosť funkcie $y = f(x)$, $x \in D(f)$ sa nazýva:

- Globálna (absolútna),
- Lokálna na množine $A \subset D(f)$,

Vlastnosti funkcií I

Vlastnosť funkcie $y = f(x)$, $x \in D(f)$ sa nazýva:

- Globálna (absolútna), ak platí pre všetky $x \in D(f)$.
- Lokálna na množine $A \subset D(f)$, ak platí pre všetky $x \in A$.

Vlastnosti funkcií I

Vlastnosť funkcie $y = f(x)$, $x \in D(f)$ sa nazýva:

- Globálna (absolútna), ak platí pre všetky $x \in D(f)$. [Vlastnosť na celom definičnom obore $D(f)$.]
- Lokálna na množine $A \subset D(f)$, ak platí pre všetky $x \in A$. [Vlastnosť na podmnožine definičného oboru A.]

Vlastnosti funkcií I

Vlastnosť funkcie $y = f(x),\ x \in D(f)$ sa nazýva:

- Globálna (absolútna), ak platí pre všetky $x \in D(f)$. [Vlastnosť na celom definičnom obore $D(f)$.]
- Lokálna na množine $A \subset D(f)$, ak platí pre všetky $x \in A$. [Vlastnosť na podmnožine definičného oboru A.]

- Prívlastky globálna, absolútna, resp. na množine $D(f)$ často vynechávame a hovoríme „iba“ o vlastnosti funkcie f.

Vlastnosti funkcií I

Vlastnosť funkcie $y = f(x)$, $x \in D(f)$ sa nazýva:

- Globálna (absolútna), ak platí pre všetky $x \in D(f)$. [Vlastnosť na celom definičnom obore $D(f)$.]
- Lokálna na množine $A \subset D(f)$, ak platí pre všetky $x \in A$. [Vlastnosť na podmnožine definičného oboru A.]

- Prívlastky globálna, absolútna, resp. na množine $D(f)$ často vynechávame a hovoríme „iba“ o vlastnosti funkcie f.
- Lokálne vlastnosti sa často vyšetrujú v nejakom okolí $O(c) \subset D(f)$ bodu $c \in D(f)$ alebo na intervale $I \subset D(f)$.

Vlastnosti funkcií I

Vlastnosť funkcie $y = f(x),\ x \in D(f)$ sa nazýva:

- Globálna (absolútna), ak platí pre všetky $x \in D(f)$. [Vlastnosť na celom definičnom obore $D(f)$.]
- Lokálna na množine $A \subset D(f)$, ak platí pre všetky $x \in A$. [Vlastnosť na podmnožine definičného oboru A.]

- Prívlastky globálna, absolútna, resp. na množine $D(f)$ často vynechávame a hovoríme „iba“ o vlastnosti funkcie f.
- Lokálne vlastnosti sa často vyšetrujú v nejakom okolí $O(c) \subset D(f)$ bodu $c \in D(f)$ alebo na intervale $I \subset D(f)$.

Funkcia $y = f(x),\ x \in D(f)$ sa nazýva na množine $A \subset D(f)$:

Vlastnosti funkcií I

Vlastnosť funkcie $y = f(x),\ x \in D(f)$ sa nazýva:

- Globálna (absolútna), ak platí pre všetky $x \in D(f)$. [Vlastnosť na celom definičnom obore $D(f)$.]
- Lokálna na množine $A \subset D(f)$, ak platí pre všetky $x \in A$. [Vlastnosť na podmnožine definičného oboru A.]

- Prívlastky globálna, absolútna, resp. na množine $D(f)$ často vynechávame a hovoríme „iba“ o vlastnosti funkcie f.
- Lokálne vlastnosti sa často vyšetrujú v nejakom okolí $O(c) \subset D(f)$ bodu $c \in D(f)$ alebo na intervale $I \subset D(f)$.

Funkcia $y = f(x),\ x \in D(f)$ sa nazýva na množine $A \subset D(f)$:

- Zhora ohraničená, ak existuje číslo $M \in R$ také, že pre všetky $x \in A$ platí $f(x) \leq M$.

- Zdola ohraničená, ak existuje číslo $m \in R$ také, že pre všetky $x \in A$ platí $m \leq f(x)$.

Vlastnosti funkcií I

Vlastnosť funkcie $y = f(x)$, $x \in D(f)$ sa nazýva:

- **Globálna (absolútna)**, ak platí pre všetky $x \in D(f)$. [Vlastnosť na celom definičnom obore $D(f)$.]
- **Lokálna** na množine $A \subset D(f)$, ak platí pre všetky $x \in A$. [Vlastnosť na podmnožine definičného oboru A.]

- Prívlastky globálna, absolútna, resp. na množine $D(f)$ často vynechávame a hovoríme „iba“ o vlastnosti funkcie f.
- Lokálne vlastnosti sa často vyšetrujú v nejakom okolí $O(c) \subset D(f)$ bodu $c \in D(f)$ alebo na intervale $I \subset D(f)$.

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$ sa nazýva na množine $A \subset D(f)$:

- **Zhora ohraničená**, ak existuje číslo $M \in R$ také, že pre všetky $x \in A$ platí $f(x) \leq M$.
- **Zhora neohraničená**, ak nie je ohraničená zhora.

- **Zdola ohraničená**, ak existuje číslo $m \in R$ také, že pre všetky $x \in A$ platí $m \leq f(x)$.
- **Zdola neohraničená**, ak nie je ohraničená zdola.

Vlastnosti funkcií I

Vlastnosť funkcie $y = f(x),\ x \in D(f)$ sa nazýva:

- Globálna (absolútna), ak platí pre všetky $x \in D(f)$. [Vlastnosť na celom definičnom obore $D(f)$.]
- Lokálna na množine $A \subset D(f)$, ak platí pre všetky $x \in A$. [Vlastnosť na podmnožine definičného oboru A.]

- Prívlastky globálna, absolútna, resp. na množine $D(f)$ často vynechávame a hovoríme „iba“ o vlastnosti funkcie f.
- Lokálne vlastnosti sa často vyšetrujú v nejakom okolí $O(c) \subset D(f)$ bodu $c \in D(f)$ alebo na intervale $I \subset D(f)$.

Funkcia $y = f(x),\ x \in D(f)$ sa nazýva na množine $A \subset D(f)$:

- Zhora ohraničená, ak existuje číslo $M \in R$ také, že pre všetky $x \in A$ platí $f(x) \leq M$.
- Zhora neohraničená, ak nie je ohraničená zhora.

- Zdola ohraničená, ak existuje číslo $m \in R$ také, že pre všetky $x \in A$ platí $m \leq f(x)$.
- Zdola neohraničená, ak nie je ohraničená zdola.

- Ohraničená, ak je ohraničená zhora a súčasne je ohraničená zdola.

Vlastnosti funkcií I

Vlastnosť funkcie $y = f(x)$, $x \in D(f)$ sa nazýva:

- Globálna (absolútna), ak platí pre všetky $x \in D(f)$. [Vlastnosť na celom definičnom obore $D(f)$.]
- Lokálna na množine $A \subset D(f)$, ak platí pre všetky $x \in A$. [Vlastnosť na podmnožine definičného oboru A.]

- Prívlastky globálna, absolútna, resp. na množine $D(f)$ často vynechávame a hovoríme „iba“ o vlastnosti funkcie f.
- Lokálne vlastnosti sa často vyšetrujú v nejakom okolí $O(c) \subset D(f)$ bodu $c \in D(f)$ alebo na intervale $I \subset D(f)$.

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$ sa nazýva na množine $A \subset D(f)$:

- Zhora ohraničená, ak existuje číslo $M \in R$ také, že pre všetky $x \in A$ platí $f(x) \leq M$.
- Zhora neohraničená, ak nie je ohraničená zhora.

- Zdola ohraničená, ak existuje číslo $m \in R$ také, že pre všetky $x \in A$ platí $m \leq f(x)$.
- Zdola neohraničená, ak nie je ohraničená zdola.

- Ohraničená, ak je ohraničená zhora a súčasne je ohraničená zdola.
- Neohraničená, ak nie je ohraničená zhora alebo nie je ohraničená zdola.

Vlastnosti funkcií I

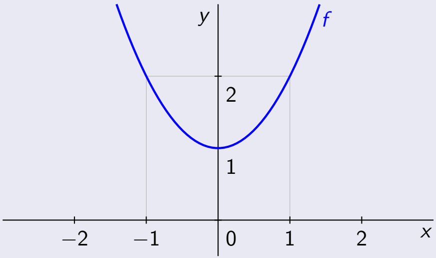
Funkcia $f\colon y = x^2 + 1$.

Funkcia $f\colon y = \frac{1}{x^2+1}$.

Vlastnosti funkcií I

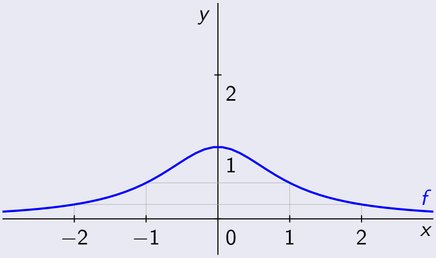
Funkcia $f\colon y = x^2 + 1$.

- $D(f) = R$.



Funkcia $f\colon y = \frac{1}{x^2+1}$.

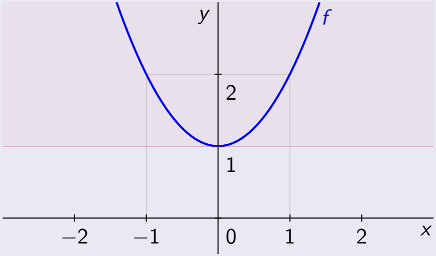
- $D(f) = R$.



Vlastnosti funkcií I

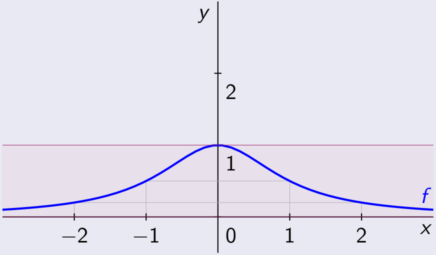
Funkcia $f\colon y = x^2 + 1$.

- $D(f) = R$.
- f je ohraničená zdola.



Funkcia $f\colon y = \frac{1}{x^2+1}$.

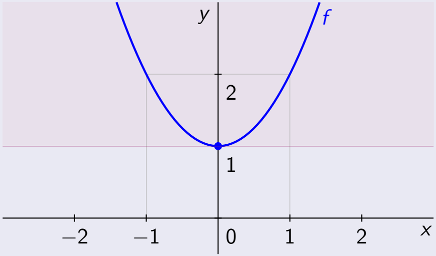
- $D(f) = R$.
- f je ohraničená.



Vlastnosti funkcií I

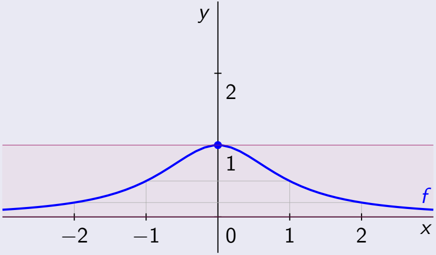
Funkcia $f\colon y = x^2 + 1$.

- $D(f) = R$.
- f je ohraničená zdola. $[1 \le f(x)$ pre všetky $x \in R.]$



Funkcia $f\colon y = \frac{1}{x^2+1}$.

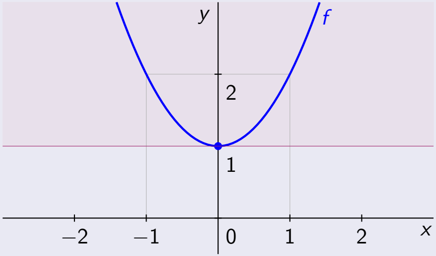
- $D(f) = R$.
- $H(f) = (0; 1\rangle$.
- f je ohraničená. $[0 < f(x) \le 1$ pre všetky $x \in R.]$



Vlastnosti funkcií I

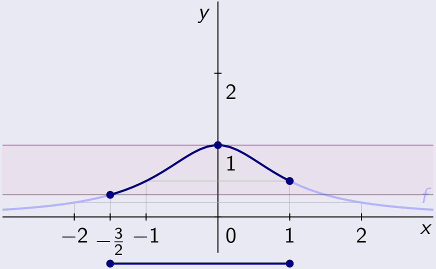
Funkcia $f\colon y = x^2 + 1$.

- $D(f) = R$.
- $H(f) = \langle 1; \infty)$.
- f je ohraničená zdola. $[1 \leq f(x)$ pre všetky $x \in R.]$
- f nie je ohraničená zhora.



Funkcia $f\colon y = \frac{1}{x^2+1}$.

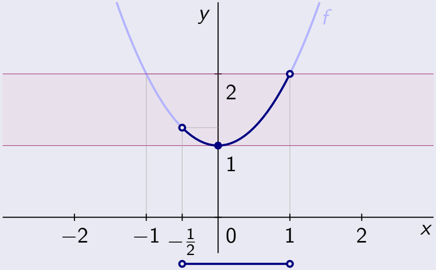
- $D(f) = R$.
- $H(f) = (0; 1\rangle$.
- f je ohraničená. $[0 < f(x) \leq 1$ pre všetky $x \in R.]$
- f je ohraničená na $\langle -\frac{3}{2}; 1\rangle$.



Vlastnosti funkcií I

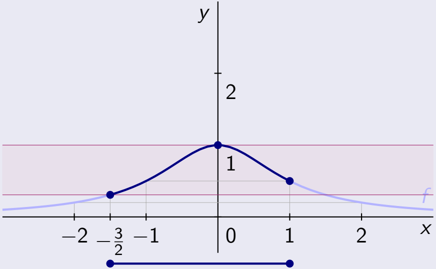
Funkcia $f\colon y = x^2 + 1$.

- $D(f) = R$.
- $H(f) = \langle 1; \infty)$.
- f je ohraničená zdola. $[1 \leq f(x)$ pre všetky $x \in R.]$
- f nie je ohraničená zhora.
- f je ohraničená na $(-\frac{1}{2}; 1)$.



Funkcia $f\colon y = \frac{1}{x^2+1}$.

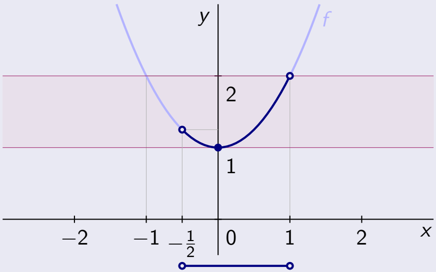
- $D(f) = R$.
- $H(f) = (0; 1\rangle$.
- f je ohraničená. $[0 < f(x) \leq 1$ pre všetky $x \in R.]$
- f je ohraničená na $\langle -\frac{3}{2}; 1\rangle$. $[\frac{4}{13} \leq f(x) \leq 1$ pre všetky $x \in \langle -\frac{3}{2}; 1\rangle.]$



Vlastnosti funkcií I

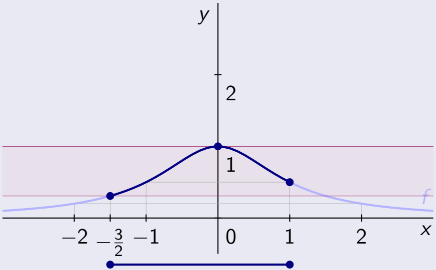
Funkcia $f\colon y = x^2 + 1$.

- $D(f) = R$.
- $H(f) = \langle 1; \infty)$.
- f je ohraničená zdola. $[1 \leq f(x)$ pre všetky $x \in R.]$
- f nie je ohraničená zhora.
- f je ohraničená na $(-\frac{1}{2}; 1)$.
  $[1 \leq f(x) < 2$ pre všetky $x \in (-\frac{1}{2}; 1).]$



Funkcia $f\colon y = \frac{1}{x^2+1}$.

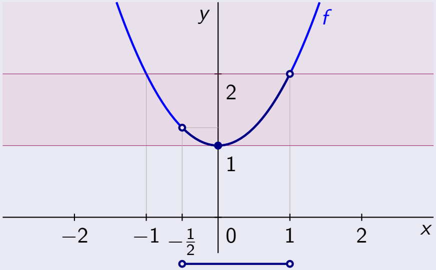
- $D(f) = R$.
- $H(f) = (0; 1\rangle$.
- f je ohraničená. $[0 < f(x) \leq 1$ pre všetky $x \in R.]$
- f je ohraničená na $\langle -\frac{3}{2}; 1\rangle$.
  $[\frac{4}{13} \leq f(x) \leq 1$ pre všetky $x \in \langle -\frac{3}{2}; 1\rangle.]$
- f je ohraničená na každej $A \subset R$.



Vlastnosti funkcií I

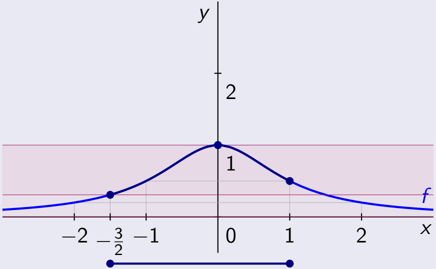
Funkcia $f\colon y = x^2 + 1$.

- $D(f) = R$.
- $H(f) = \langle 1; \infty)$.
- f je ohraničená zdola. $[1 \leq f(x)$ pre všetky $x \in R.]$
- f nie je ohraničená zhora.
- f je ohraničená na $(-\frac{1}{2}; 1)$.
  $[1 \leq f(x) < 2$ pre všetky $x \in (-\frac{1}{2}; 1).]$



Funkcia $f\colon y = \frac{1}{x^2+1}$.

- $D(f) = R$.
- $H(f) = (0; 1\rangle$.
- f je ohraničená. $[0 < f(x) \leq 1$ pre všetky $x \in R.]$
- f je ohraničená na $\langle -\frac{3}{2}; 1\rangle$.
  $[\frac{4}{13} \leq f(x) \leq 1$ pre všetky $x \in \langle -\frac{3}{2}; 1\rangle.]$
- f je ohraničená na každej $A \subset R$.



Vlastnosti funkcií I

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$.

Vlastnosti funkcií I

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$.

- $\sup f(D(f)) = \sup H(f) = \sup \{f(x); x \in D(f)\}$,

- $\inf f(D(f)) = \inf H(f) = \inf \{f(x); x \in D(f)\}$,

Vlastnosti funkcií I

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$.

- $\sup f(D(f)) = \sup H(f) = \sup \{f(x); x \in D(f)\}$, označenie $\sup f(x)$,

- $\inf f(D(f)) = \inf H(f) = \inf \{f(x); x \in D(f)\}$, označenie $\inf f(x)$,

Vlastnosti funkcií I

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$.

- $\sup f(D(f)) = \sup H(f) = \sup \{f(x); x \in D(f)\}$, označenie $\sup f(x)$,
  sa nazýva suprémum funkcie f.

- $\inf f(D(f)) = \inf H(f) = \inf \{f(x); x \in D(f)\}$, označenie $\inf f(x)$,
  sa nazýva infimum funkcie f.

Vlastnosti funkcií I

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$.

- $\sup f(D(f)) = \sup H(f) = \sup \{f(x); x \in D(f)\}$, označenie $\sup f(x)$,
  sa nazýva **suprémum** funkcie f.
- $\inf f(D(f)) = \inf H(f) = \inf \{f(x); x \in D(f)\}$, označenie $\inf f(x)$,
  sa nazýva **infimum** funkcie f.
- $\sup f(A) = \sup\limits_{x \in A} f(x) = \sup \{f(x); x \in A\}$,
- $\inf f(A) = \inf\limits_{x \in A} f(x) = \inf \{f(x); x \in A\}$,

Vlastnosti funkcií I

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$.

- $\sup f(D(f)) = \sup H(f) = \sup \{f(x); x \in D(f)\}$, označenie $\sup f(x)$, sa nazýva **suprémum** funkcie f.
- $\inf f(D(f)) = \inf H(f) = \inf \{f(x); x \in D(f)\}$, označenie $\inf f(x)$, sa nazýva **infimum** funkcie f.
- $\sup f(A) = \sup\limits_{x \in A} f(x) = \sup \{f(x); x \in A\}$, označenie $\sup f(x)$, $x \in A$,
- $\inf f(A) = \inf\limits_{x \in A} f(x) = \inf \{f(x); x \in A\}$, označenie $\inf f(x)$, $x \in A$,

Vlastnosti funkcií I

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$.

- $\sup f(D(f)) = \sup H(f) = \sup\{f(x); x \in D(f)\}$, označenie $\sup f(x)$, sa nazýva suprémum funkcie f.
- $\inf f(D(f)) = \inf H(f) = \inf\{f(x); x \in D(f)\}$, označenie $\inf f(x)$, sa nazýva infimum funkcie f.
- $\sup f(A) = \sup\limits_{x \in A} f(x) = \sup\{f(x); x \in A\}$, označenie $\sup f(x)$, $x \in A$, sa nazýva suprémum funkcie f na množine A.
- $\inf f(A) = \inf\limits_{x \in A} f(x) = \inf\{f(x); x \in A\}$, označenie $\inf f(x)$, $x \in A$, sa nazýva infimum funkcie f na množine A.

Vlastnosti funkcií I

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$.

- $\sup f(D(f)) = \sup H(f) = \sup \{f(x); x \in D(f)\}$, označenie $\sup f(x)$,
  sa nazýva suprémum funkcie f. [Globálne suprémum na $D(f)$.]
- $\inf f(D(f)) = \inf H(f) = \inf \{f(x); x \in D(f)\}$, označenie $\inf f(x)$,
  sa nazýva infimum funkcie f. [Globálne infimum na $D(f)$.]
- $\sup f(A) = \sup\limits_{x \in A} f(x) = \sup \{f(x); x \in A\}$, označenie $\sup f(x)$, $x \in A$,
  sa nazýva suprémum funkcie f na množine A. [Lobálne suprémum na A.]
- $\inf f(A) = \inf\limits_{x \in A} f(x) = \inf \{f(x); x \in A\}$, označenie $\inf f(x)$, $x \in A$,
  sa nazýva infimum funkcie f na množine A. [Lobálne infimum na A.]

Vlastnosti funkcií I

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$.

- $\sup f(D(f)) = \sup H(f) = \sup \{f(x); x \in D(f)\}$, označenie $\sup f(x)$, sa nazýva **suprémum** funkcie f. [Globálne suprémum na $D(f)$.]
- $\inf f(D(f)) = \inf H(f) = \inf \{f(x); x \in D(f)\}$, označenie $\inf f(x)$, sa nazýva **infimum** funkcie f. [Globálne infimum na $D(f)$.]
- $\sup f(A) = \sup\limits_{x \in A} f(x) = \sup \{f(x); x \in A\}$, označenie $\sup f(x)$, $x \in A$, sa nazýva **suprémum** funkcie f **na množine** A. [Lobálne suprémum na A.]
- $\inf f(A) = \inf\limits_{x \in A} f(x) = \inf \{f(x); x \in A\}$, označenie $\inf f(x)$, $x \in A$, sa nazýva **infimum** funkcie f **na množine** A. [Lobálne infimum na A.]

- f je na množine $A \subset D(f)$ $\begin{cases} \text{zhora neohraničená.} \\ \text{(zhora i zdola) ohraničená.} \\ \text{zdola neohraničená.} \end{cases}$

Vlastnosti funkcií I

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$.

- $\sup f(D(f)) = \sup H(f) = \sup \{f(x); x \in D(f)\}$, označenie $\sup f(x)$, sa nazýva **suprémum** funkcie f. [Globálne suprémum na $D(f)$.]
- $\inf f(D(f)) = \inf H(f) = \inf \{f(x); x \in D(f)\}$, označenie $\inf f(x)$, sa nazýva **infimum** funkcie f. [Globálne infimum na $D(f)$.]
- $\sup f(A) = \sup\limits_{x \in A} f(x) = \sup \{f(x); x \in A\}$, označenie $\sup f(x)$, $x \in A$, sa nazýva **suprémum** funkcie f **na množine** A. [Lobálne suprémum na A.]
- $\inf f(A) = \inf\limits_{x \in A} f(x) = \inf \{f(x); x \in A\}$, označenie $\inf f(x)$, $x \in A$, sa nazýva **infimum** funkcie f **na množine** A. [Lobálne infimum na A.]

- f je na množine $A \subset D(f)$
  - zhora neohraničená. $\Rightarrow$ • $\sup \{f(x); x \in A\} = \infty$.
  - (zhora i zdola) ohraničená.
  - zdola neohraničená. $\Rightarrow$ • $\inf \{f(x); x \in A\} = -\infty$.

Vlastnosti funkcií I

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$.

- $\sup f(D(f)) = \sup H(f) = \sup \{f(x); x \in D(f)\}$, označenie $\sup f(x)$, sa nazýva **suprémum** funkcie f. [Globálne suprémum na $D(f)$.]
- $\inf f(D(f)) = \inf H(f) = \inf \{f(x); x \in D(f)\}$, označenie $\inf f(x)$, sa nazýva **infimum** funkcie f. [Globálne infimum na $D(f)$.]
- $\sup f(A) = \sup\limits_{x \in A} f(x) = \sup \{f(x); x \in A\}$, označenie $\sup f(x)$, $x \in A$, sa nazýva **suprémum** funkcie f **na množine** A. [Lobálne suprémum na A.]
- $\inf f(A) = \inf\limits_{x \in A} f(x) = \inf \{f(x); x \in A\}$, označenie $\inf f(x)$, $x \in A$, sa nazýva **infimum** funkcie f **na množine** A. [Lobálne infimum na A.]

- f je na množine $A \subset D(f)$
  - zhora neohraničená. $\Rightarrow$
  - (zhora i zdola) ohraničená. $\Rightarrow$
    - $\sup \{f(x); x \in A\} \in R$.
    - $\inf \{f(x); x \in A\} \in R$.
  - zdola neohraničená.

Vlastnosti funkcií I

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$.

- $\sup f(D(f)) = \sup H(f) = \sup \{f(x); x \in D(f)\}$, označenie $\sup f(x)$, sa nazýva **suprémum** funkcie f. [Globálne suprémum na $D(f)$.]

- $\inf f(D(f)) = \inf H(f) = \inf \{f(x); x \in D(f)\}$, označenie $\inf f(x)$, sa nazýva **infimum** funkcie f. [Globálne infimum na $D(f)$.]

- $\sup f(A) = \sup\limits_{x \in A} f(x) = \sup \{f(x); x \in A\}$, označenie $\sup f(x)$, $x \in A$, sa nazýva **suprémum** funkcie f **na množine** A. [Lobálne suprémum na A.]

$\inf f(A) = \inf\limits_{x \in A} f(x) = \inf \{f(x); x \in A\}$, označenie $\inf f(x)$, $x \in A$, sa nazýva **infimum** funkcie f **na množine** A. [Lobálne infimum na A.]

- f je na množine $A \subset D(f)$
  - zhora neohraničená. $\Rightarrow$ $\sup \{f(x); x \in A\} = \infty$.
  - (zhora i zdola) ohraničená. $\Rightarrow$ $\sup \{f(x); x \in A\} \in R$, $\inf \{f(x); x \in A\} \in R$.
  - zdola neohraničená. $\Rightarrow$ $\inf \{f(x); x \in A\} = -\infty$.

Vlastnosti funkcií I

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$, bod $c \in A$.

Vlastnosti funkcií I

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$, bod $c \in A$.

Funkcia f **nadobúda (má)** v bode c **extrém** (maximum, minimum) na množine A:

Vlastnosti funkcií I

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$, bod $c \in A$.

Funkcia f nadobúda (má) v bode c extrém (maximum, minimum) na množine A:

- $f(c)$ je maximum (maximálna, najväčšia hodnota),
- $f(c)$ je minimum (minimálna, najmenšia hodnota),

Vlastnosti funkcií I

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$, bod $c \in A$.

Funkcia f nadobúda (má) v bode c extrém (maximum, minimum) na množine A:

- $f(c)$ je maximum (maximálna, najväčšia hodnota), označenie $f(c) = \max f(x)$, $x \in A$,

- $f(c)$ je minimum (minimálna, najmenšia hodnota), označenie $f(c) = \min f(x)$, $x \in A$,

Vlastnosti funkcií I

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$, bod $c \in A$.

Funkcia f nadobúda (má) v bode c extrém (maximum, minimum) na množine A:

- $f(c)$ je maximum (maximálna, najväčšia hodnota), označenie $f(c) = \max f(x)$, $x \in A$,
  ak pre všetky $x \in A$ platí $f(x) \leq f(c)$.
- $f(c)$ je minimum (minimálna, najmenšia hodnota), označenie $f(c) = \min f(x)$, $x \in A$,
  ak pre všetky $x \in A$ platí $f(c) \leq f(x)$.

Vlastnosti funkcií I

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$, bod $c \in A$.

Funkcia f nadobúda (má) v bode c extrém (maximum, minimum) na množine A:

- $f(c)$ je maximum (maximálna, najväčšia hodnota), označenie $f(c) = \max f(x)$, $x \in A$,
  ak pre všetky $x \in A$ platí $f(x) \leq f(c)$.
  [$f(c) = \max f(A) = \max\limits_{x \in A} f(x) = \max \{f(x); x \in A\}$.]
- $f(c)$ je minimum (minimálna, najmenšia hodnota), označenie $f(c) = \min f(x)$, $x \in A$,
  ak pre všetky $x \in A$ platí $f(c) \leq f(x)$.
  [$f(c) = \min f(A) = \min\limits_{x \in A} f(x) = \min \{f(x); x \in A\}$.]

Vlastnosti funkcií I

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$, bod $c \in A$.

Funkcia f nadobúda (má) v bode c extrém (maximum, minimum) na množine A:

- $f(c)$ je maximum (maximálna, najväčšia hodnota), označenie $f(c) = \max f(x)$, $x \in A$,

  ak pre všetky $x \in A$ platí $f(x) \leq f(c)$.

  $[f(c) = \max f(A) = \max\limits_{x \in A} f(x) = \max\{f(x); x \in A\}.]$

- $f(c)$ je minimum (minimálna, najmenšia hodnota), označenie $f(c) = \min f(x)$, $x \in A$,

  ak pre všetky $x \in A$ platí $f(c) \leq f(x)$.

  $[f(c) = \min f(A) = \min\limits_{x \in A} f(x) = \min\{f(x); x \in A\}.]$

  - $f(c)$ je ostré (rýdze) maximum,
  - $f(c)$ je ostré (rýdze) minimum,

Vlastnosti funkcií I

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$, bod $c \in A$.

Funkcia f nadobúda (má) v bode c extrém (maximum, minimum) na množine A:

- $f(c)$ je maximum (maximálna, najväčšia hodnota), označenie $f(c) = \max f(x)$, $x \in A$,
  ak pre všetky $x \in A$ platí $f(x) \leq f(c)$. $[f(c) = \max f(A) = \max\limits_{x \in A} f(x) = \max\{f(x); x \in A\}.]$

- $f(c)$ je minimum (minimálna, najmenšia hodnota), označenie $f(c) = \min f(x)$, $x \in A$,
  ak pre všetky $x \in A$ platí $f(c) \leq f(x)$. $[f(c) = \min f(A) = \min\limits_{x \in A} f(x) = \min\{f(x); x \in A\}.]$

  - $f(c)$ je ostré (rýdze) maximum, ak pre všetky $x \in A$, $x \neq c$ platí $f(x) < f(c)$.
  - $f(c)$ je ostré (rýdze) minimum, ak pre všetky $x \in A$, $x \neq c$ platí $f(c) < f(x)$.

Vlastnosti funkcií I

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$, bod $c \in A$.

Funkcia f nadobúda (má) v bode c extrém (maximum, minimum) na množine A:

- $f(c)$ je maximum (maximálna, najväčšia hodnota), označenie $f(c) = \max f(x)$, $x \in A$, ak pre všetky $x \in A$ platí $f(x) \leq f(c)$. $[f(c) = \max f(A) = \max\limits_{x \in A} f(x) = \max \{f(x); x \in A\}.]$
- $f(c)$ je minimum (minimálna, najmenšia hodnota), označenie $f(c) = \min f(x)$, $x \in A$, ak pre všetky $x \in A$ platí $f(c) \leq f(x)$. $[f(c) = \min f(A) = \min\limits_{x \in A} f(x) = \min \{f(x); x \in A\}.]$
  - $f(c)$ je ostré (rýdze) maximum, ak pre všetky $x \in A$, $x \neq c$ platí $f(x) < f(c)$.
  - $f(c)$ je ostré (rýdze) minimum, ak pre všetky $x \in A$, $x \neq c$ platí $f(c) < f(x)$.

- Ak $A = D(f)$, potom sa extrémy funkcie f nazývajú globálne (absolútne),

Vlastnosti funkcií I

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$, bod $c \in A$.

Funkcia f nadobúda (má) v bode c extrém (maximum, minimum) na množine A:

- $f(c)$ je maximum (maximálna, najväčšia hodnota), označenie $f(c) = \max f(x)$, $x \in A$, ak pre všetky $x \in A$ platí $f(x) \leq f(c)$.
  $[f(c) = \max f(A) = \max\limits_{x \in A} f(x) = \max \{f(x); x \in A\}.]$
- $f(c)$ je minimum (minimálna, najmenšia hodnota), označenie $f(c) = \min f(x)$, $x \in A$, ak pre všetky $x \in A$ platí $f(c) \leq f(x)$.
  $[f(c) = \min f(A) = \min\limits_{x \in A} f(x) = \min \{f(x); x \in A\}.]$
  - $f(c)$ je ostré (rýdze) maximum, ak pre všetky $x \in A$, $x \neq c$ platí $f(x) < f(c)$.
  - $f(c)$ je ostré (rýdze) minimum, ak pre všetky $x \in A$, $x \neq c$ platí $f(c) < f(x)$.

- Ak $A = D(f)$, potom sa extrémy funkcie f nazývajú globálne (absolútne),
  označenie $f(c) = \min f(x)$, resp. $f(c) = \max f(x)$.

Vlastnosti funkcií I

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$, bod $c \in A$.

Funkcia f nadobúda (má) v bode c extrém (maximum, minimum) na množine A:

- $f(c)$ je maximum (maximálna, najväčšia hodnota), označenie $f(c) = \max f(x)$, $x \in A$,
  ak pre všetky $x \in A$ platí $f(x) \leq f(c)$.
  $[f(c) = \max f(A) = \max\limits_{x \in A} f(x) = \max \{f(x); x \in A\}.]$
- $f(c)$ je minimum (minimálna, najmenšia hodnota), označenie $f(c) = \min f(x)$, $x \in A$,
  ak pre všetky $x \in A$ platí $f(c) \leq f(x)$.
  $[f(c) = \min f(A) = \min\limits_{x \in A} f(x) = \min \{f(x); x \in A\}.]$
  - $f(c)$ je ostré (rýdze) maximum, ak pre všetky $x \in A$, $x \neq c$ platí $f(x) < f(c)$.
  - $f(c)$ je ostré (rýdze) minimum, ak pre všetky $x \in A$, $x \neq c$ platí $f(c) < f(x)$.

- Ak $A = D(f)$, potom sa extrémy funkcie f nazývajú globálne (absolútne),
  označenie $f(c) = \min f(x)$, resp. $f(c) = \max f(x)$.
- Ak $A \subset D(f)$, potom sa extrémy funkcie f nazývajú lokálne (na množine A).

Vlastnosti funkcií I

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$, bod $c \in A$.

Funkcia f nadobúda (má) v bode c extrém (maximum, minimum) na množine A:

- $f(c)$ je maximum (maximálna, najväčšia hodnota), označenie $f(c) = \max f(x)$, $x \in A$, ak pre všetky $x \in A$ platí $f(x) \leq f(c)$.
  [$f(c) = \max f(A) = \max\limits_{x\in A} f(x) = \max\{f(x); x \in A\}$.]
- $f(c)$ je minimum (minimálna, najmenšia hodnota), označenie $f(c) = \min f(x)$, $x \in A$, ak pre všetky $x \in A$ platí $f(c) \leq f(x)$.
  [$f(c) = \min f(A) = \min\limits_{x\in A} f(x) = \min\{f(x); x \in A\}$.]
  - $f(c)$ je ostré (rýdze) maximum, ak pre všetky $x \in A$, $x \neq c$ platí $f(x) < f(c)$.
  - $f(c)$ je ostré (rýdze) minimum, ak pre všetky $x \in A$, $x \neq c$ platí $f(c) < f(x)$.

- Ak $A = D(f)$, potom sa extrémy funkcie f nazývajú globálne (absolútne),
  označenie $f(c) = \min f(x)$, resp. $f(c) = \max f(x)$.

- Ak $A \subset D(f)$, potom sa extrémy funkcie f nazývajú lokálne (na množine A).
  [Lokálne extrémy funkcie f postačí vyšetrovať na nejakom (ľubovoľnom) okolí $O(c) \subset D(f)$ alebo na intervale $I \subset D(f)$.]

Vlastnosti funkcií I

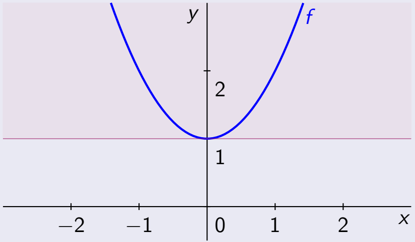
Funkcia $f\colon y = x^2 + 1,$

Funkcia $f\colon y = \frac{1}{x^2+1},$

Vlastnosti funkcií I

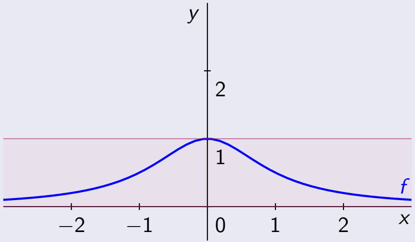
Funkcia $f\colon y = x^2 + 1,\ R \to \langle 1; \infty)$.

- f je ohraničená zdola ale nie zhora.



Funkcia $f\colon y = \frac{1}{x^2+1},\ R \to (0; 1\rangle$.

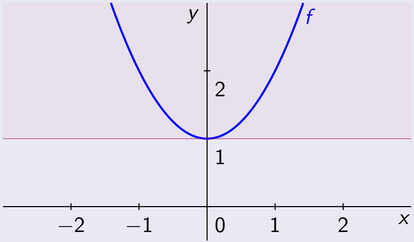
- f je ohraničená zdola a aj zhora.



Vlastnosti funkcií I

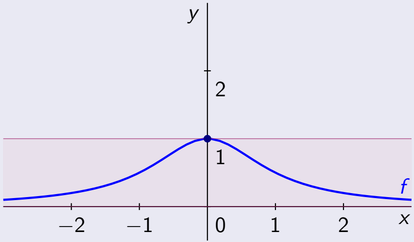
Funkcia $f\colon y = x^2 + 1,\ R \to \langle 1; \infty)$.

- f je ohraničená zdola ale nie zhora.
- $\max f(x)$ neexistuje.
- $\sup f(x) = \infty$.



Funkcia $f\colon y = \frac{1}{x^2+1},\ R \to (0; 1\rangle$.

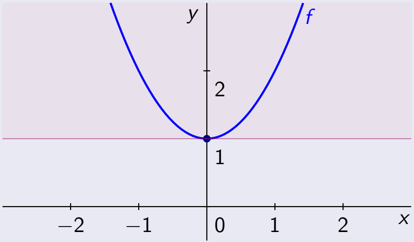
- f je ohraničená zdola a aj zhora.
- $\max f(x) = \sup f(x) = 1$.



Vlastnosti funkcií I

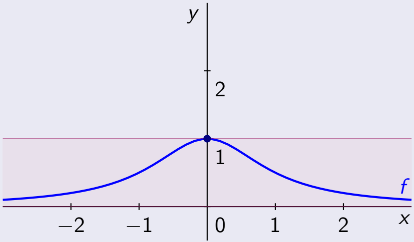
Funkcia $f\colon y = x^2 + 1,\ R \to \langle 1; \infty)$.

- f je ohraničená zdola ale nie zhora.
- $\max f(x)$ neexistuje.
- $\sup f(x) = \infty$.
- $\min f(x) = \inf f(x) = 1$.



Funkcia $f\colon y = \frac{1}{x^2+1},\ R \to (0; 1\rangle$.

- f je ohraničená zdola a aj zhora.
- $\max f(x) = \sup f(x) = 1$.
- $\min f(x)$ neexistuje.
- $\inf f(x) = 0$.



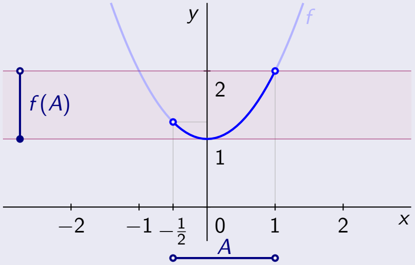
Vlastnosti funkcií I

Funkcia $f\colon y = x^2 + 1,\ R \to \langle 1; \infty)$.

- f je ohraničená zdola ale nie zhora.
- $\max f(x)$ neexistuje.
- $\sup f(x) = \infty$.
- $\min f(x) = \inf f(x) = 1$.

$A = (-\frac{1}{2}; 1)$. $\Rightarrow$

- $f(A) = \langle 1; 2)$.

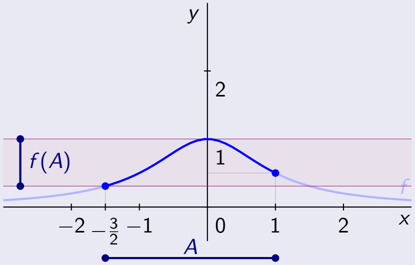


Funkcia $f\colon y = \frac{1}{x^2+1},\ R \to (0; 1\rangle$.

- f je ohraničená zdola a aj zhora.
- $\max f(x) = \sup f(x) = 1$.
- $\min f(x)$ neexistuje.
- $\inf f(x) = 0$.

$A = \langle -\frac{3}{2}; 1\rangle$. $\Rightarrow$

- $f(A) = \langle \frac{4}{13}; 1\rangle$.



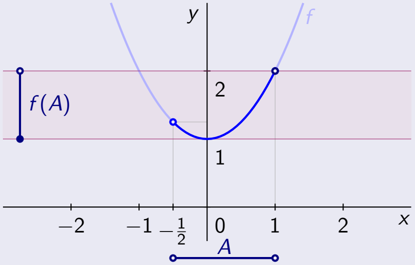
Vlastnosti funkcií I

Funkcia $f\colon y = x^2 + 1,\ R \to \langle 1; \infty)$.

- f je ohraničená zdola ale nie zhora.
- $\max f(x)$ neexistuje. • $\sup f(x) = \infty$.
- $\min f(x) = \inf f(x) = 1$.

$A = (-\frac{1}{2}; 1)$. $\Rightarrow$ • $f(A) = \langle 1; 2)$.

- $\max f(A)$ neexistuje. • $\sup f(A) = 2$.

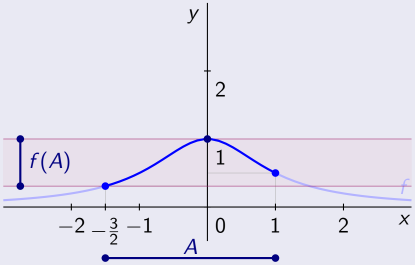


Funkcia $f\colon y = \frac{1}{x^2+1},\ R \to (0; 1\rangle$.

- f je ohraničená zdola a aj zhora.
- $\max f(x) = \sup f(x) = 1$.
- $\min f(x)$ neexistuje. • $\inf f(x) = 0$.

$A = \langle -\frac{3}{2}; 1\rangle$. $\Rightarrow$ • $f(A) = \langle \frac{4}{13}; 1\rangle$.

- $\max f(A) = \sup f(A) = 1$.



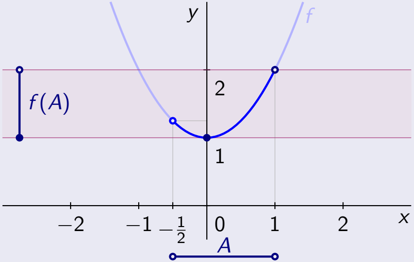
Vlastnosti funkcií I

Funkcia $f\colon y = x^2 + 1,\ R \to \langle 1; \infty)$.

- f je ohraničená zdola ale nie zhora.
- $\max f(x)$ neexistuje.
- $\sup f(x) = \infty$.
- $\min f(x) = \inf f(x) = 1$.

$A = (-\frac{1}{2}; 1)$. $\Rightarrow$

- $f(A) = \langle 1; 2)$.
- $\max f(A)$ neexistuje.
- $\sup f(A) = 2$.
- $\min f(A) = \inf f(A) = 1$.

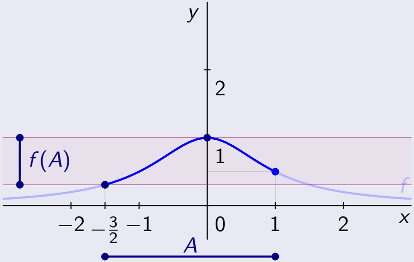


Funkcia $f\colon y = \frac{1}{x^2+1},\ R \to (0; 1\rangle$.

- f je ohraničená zdola a aj zhora.
- $\max f(x) = \sup f(x) = 1$.
- $\min f(x)$ neexistuje.
- $\inf f(x) = 0$.

$A = \langle -\frac{3}{2}; 1\rangle$. $\Rightarrow$

- $f(A) = \langle \frac{4}{13}; 1\rangle$.
- $\max f(A) = \sup f(A) = 1$.
- $\min f(A) = \inf f(A) = \frac{4}{13}$.



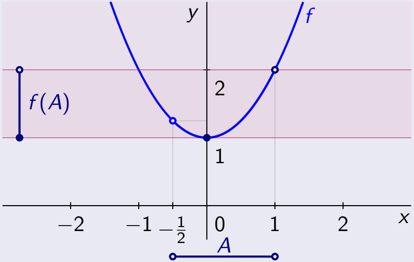
Vlastnosti funkcií I

Funkcia $f\colon y = x^2+1,\ R \to \langle 1;\infty)$.

- f je ohraničená zdola ale nie zhora.
- $\max f(x)$ neexistuje. • $\sup f(x) = \infty$.
- $\min f(x) = \inf f(x) = 1$.

$A = (-\frac{1}{2};1)$. $\Rightarrow$ • $f(A) = \langle 1;2)$.

- $\max f(A)$ neexistuje. • $\sup f(A) = 2$.
- $\min f(A) = \inf f(A) = 1$.

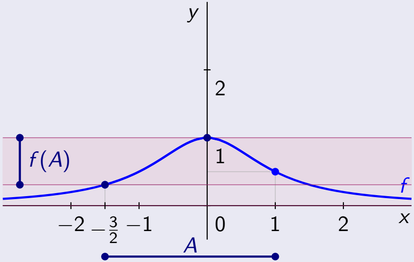


Funkcia $f\colon y = \frac{1}{x^2+1},\ R \to (0;1\rangle$.

- f je ohraničená zdola a aj zhora.
- $\max f(x) = \sup f(x) = 1$.
- $\min f(x)$ neexistuje. • $\inf f(x) = 0$.

$A = \langle -\frac{3}{2};1\rangle$. $\Rightarrow$ • $f(A) = \langle \frac{4}{13};1\rangle$.

- $\max f(A) = \sup f(A) = 1$.
- $\min f(A) = \inf f(A) = \frac{4}{13}$.



Vlastnosti funkcií I

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$.

Vlastnosti funkcií I

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$.

Funkcia f sa nazýva **monotónna** na množine A: [Ak spĺňa aspoň jednu z nasledujúcich vlastností.]

Vlastnosti funkcií I

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$.

Funkcia f sa nazýva **monotónna** na množine A: [Ak spĺňa aspoň jednu z nasledujúcich vlastností.]

- Rastúca (rastie),
- Klesajúca (klesá),

Vlastnosti funkcií I

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$.

Funkcia f sa nazýva **monotónna** na množine A: [Ak spĺňa aspoň jednu z nasledujúcich vlastností.]

- Rastúca (rastie),
- Klesajúca (klesá),

- Neklesajúca (neklesá),
- Nerastúca (nerastie),

Vlastnosti funkcií I

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$.

Funkcia f sa nazýva **monotónna** na množine A: [Ak spĺňa aspoň jednu z nasledujúcich vlastností.]

- Rastúca (rastie),
- Klesajúca (klesá),

- Neklesajúca (neklesá),
- Nerastúca (nerastie),

- Konštantná,

Vlastnosti funkcií I

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$.

Funkcia f sa nazýva **monotónna** na množine A: [Ak spĺňa aspoň jednu z nasledujúcich vlastností.]

- Rastúca (rastie),
- Klesajúca (klesá),

ak pre všetky $x_1, x_2 \in A$, $x_1 < x_2$ platí $\begin{cases} f(x_1) < f(x_2). \\ f(x_1) > f(x_2). \end{cases}$

- Neklesajúca (neklesá),
- Nerastúca (nerastie),

- Konštantná,

Vlastnosti funkcií I

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$.

Funkcia f sa nazýva monotónna na množine A: [Ak spĺňa aspoň jednu z nasledujúcich vlastností.]

- Rastúca (rastie),
- Klesajúca (klesá),

ak pre všetky $x_1, x_2 \in A$, $x_1 < x_2$ platí $\begin{cases} f(x_1) < f(x_2). \\ f(x_1) > f(x_2). \end{cases}$

- Neklesajúca (neklesá),
- Nerastúca (nerastie),

ak pre všetky $x_1, x_2 \in A$, $x_1 < x_2$ platí $\begin{cases} f(x_1) \leq f(x_2). \\ f(x_1) \geq f(x_2). \end{cases}$

- Konštantná,

Vlastnosti funkcií I

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$.

Funkcia f sa nazýva monotónna na množine A: [Ak spĺňa aspoň jednu z nasledujúcich vlastností.]

- Rastúca (rastie),
- Klesajúca (klesá),

$\Big\}$ ak pre všetky $x_1, x_2 \in A$, $x_1 < x_2$ platí $\begin{cases} f(x_1) < f(x_2). \\ f(x_1) > f(x_2). \end{cases}$

- Neklesajúca (neklesá),
- Nerastúca (nerastie),

$\Big\}$ ak pre všetky $x_1, x_2 \in A$, $x_1 < x_2$ platí $\begin{cases} f(x_1) \leq f(x_2). \\ f(x_1) \geq f(x_2). \end{cases}$

- Konštantná, ak pre všetky $x_1, x_2 \in A$ platí $f(x_1) = f(x_2)$,

Vlastnosti funkcií I

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$.

Funkcia f sa nazýva **monotónna** na množine A: [Ak spĺňa aspoň jednu z nasledujúcich vlastností.]

- **Rastúca** (rastie),
- **Klesajúca** (klesá),

ak pre všetky $x_1, x_2 \in A$, $x_1 < x_2$ platí $\begin{cases} f(x_1) < f(x_2). \\ f(x_1) > f(x_2). \end{cases}$

- **Neklesajúca** (neklesá),
- **Nerastúca** (nerastie),

ak pre všetky $x_1, x_2 \in A$, $x_1 < x_2$ platí $\begin{cases} f(x_1) \leq f(x_2). \\ f(x_1) \geq f(x_2). \end{cases}$

- **Konštantná**, ak pre všetky $x_1, x_2 \in A$ platí $f(x_1) = f(x_2)$, označenie $f(x) = \text{konšt.}$

Vlastnosti funkcií I

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$.

Funkcia f sa nazýva **monotónna** na množine A: [Ak spĺňa aspoň jednu z nasledujúcich vlastností.]

- **Rastúca** (rastie), ak pre všetky $x_1, x_2 \in A$, $x_1 < x_2$ platí $f(x_1) < f(x_2)$.
- **Klesajúca** (klesá), ak pre všetky $x_1, x_2 \in A$, $x_1 < x_2$ platí $f(x_1) > f(x_2)$.

- **Neklesajúca** (neklesá), ak pre všetky $x_1, x_2 \in A$, $x_1 < x_2$ platí $f(x_1) \leq f(x_2)$.
- **Nerastúca** (nerastie), ak pre všetky $x_1, x_2 \in A$, $x_1 < x_2$ platí $f(x_1) \geq f(x_2)$.

- **Konštantná**, ak pre všetky $x_1, x_2 \in A$ platí $f(x_1) = f(x_2)$, označenie $f(x) = \text{konšt.}$

[Existuje $c \in R$ také, že pre všetky $x \in A$ platí $f(x) = c$.]

Vlastnosti funkcií I

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$.

Funkcia f sa nazýva **monotónna** na množine A: [Ak spĺňa aspoň jednu z nasledujúcich vlastností.]

- **Rastúca** (rastie),
- **Klesajúca** (klesá),

ak pre všetky $x_1, x_2 \in A$, $x_1 < x_2$ platí $\begin{cases} f(x_1) < f(x_2). \\ f(x_1) > f(x_2). \end{cases}$ rýdzo (ostro) monotónna

- **Neklesajúca** (neklesá),
- **Nerastúca** (nerastie),

ak pre všetky $x_1, x_2 \in A$, $x_1 < x_2$ platí $\begin{cases} f(x_1) \leq f(x_2). \\ f(x_1) \geq f(x_2). \end{cases}$

- **Konštantná**, ak pre všetky $x_1, x_2 \in A$ platí $f(x_1) = f(x_2)$, označenie $f(x) = \text{konšt.}$

[Existuje $c \in R$ také, že pre všetky $x \in A$ platí $f(x) = c$.]

Vlastnosti funkcií I

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$.

Funkcia f sa nazýva monotónna na množine A: [Ak spĺňa aspoň jednu z nasledujúcich vlastností.]

- Rastúca (rastie),
- Klesajúca (klesá),

ak pre všetky $x_1, x_2 \in A$, $x_1 < x_2$ platí $\begin{cases} f(x_1) < f(x_2). \\ f(x_1) > f(x_2). \end{cases}$ rýdzo (ostro) monotónna

- Neklesajúca (neklesá),
- Nerastúca (nerastie),

ak pre všetky $x_1, x_2 \in A$, $x_1 < x_2$ platí $\begin{cases} f(x_1) \leq f(x_2). \\ f(x_1) \geq f(x_2). \end{cases}$

- Konštantná, ak pre všetky $x_1, x_2 \in A$ platí $f(x_1) = f(x_2)$, označenie $f(x) = \text{konšt.}$

[Existuje $c \in R$ také, že pre všetky $x \in A$ platí $f(x) = c$.]

- Konštantná funkcia (na množine A) je súčasne neklesajúca a aj nerastúca (na množine A).

Vlastnosti funkcií I

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$.

Funkcia f sa nazýva **monotónna** na množine A: [Ak spĺňa aspoň jednu z nasledujúcich vlastností.]

- **Rastúca** (rastie),
- **Klesajúca** (klesá),

ak pre všetky $x_1, x_2 \in A$, $x_1 < x_2$ platí $\begin{cases} f(x_1) < f(x_2). \\ f(x_1) > f(x_2). \end{cases}$ **rýdzo (ostro) monotónna**

- **Neklesajúca** (neklesá),
- **Nerastúca** (nerastie),

ak pre všetky $x_1, x_2 \in A$, $x_1 < x_2$ platí $\begin{cases} f(x_1) \leq f(x_2). \\ f(x_1) \geq f(x_2). \end{cases}$

- **Konštantná**, ak pre všetky $x_1, x_2 \in A$ platí $f(x_1) = f(x_2)$, označenie $f(x) = \text{konšt.}$

[Existuje $c \in R$ také, že pre všetky $x \in A$ platí $f(x) = c$.]

- Konštantná funkcia (na množine A) je súčasne neklesajúca a aj nerastúca (na množine A).

- Ak $A = D(f)$, potom **globálne (absolútne) vlastnosti** funkcie f (na celom definičnom obore).

Vlastnosti funkcií I

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$.

Funkcia f sa nazýva **monotónna** na množine A: [Ak spĺňa aspoň jednu z nasledujúcich vlastností.]

- Rastúca (rastie),
- Klesajúca (klesá),

ak pre všetky $x_1, x_2 \in A$, $x_1 < x_2$ platí $\begin{cases} f(x_1) < f(x_2). \\ f(x_1) > f(x_2). \end{cases}$ rýdzo (ostro) monotónna

- Neklesajúca (neklesá),
- Nerastúca (nerastie),

ak pre všetky $x_1, x_2 \in A$, $x_1 < x_2$ platí $\begin{cases} f(x_1) \leq f(x_2). \\ f(x_1) \geq f(x_2). \end{cases}$

- Konštantná, ak pre všetky $x_1, x_2 \in A$ platí $f(x_1) = f(x_2)$, označenie $f(x) = \text{konšt.}$

[Existuje $c \in R$ také, že pre všetky $x \in A$ platí $f(x) = c$.]

- Konštantná funkcia (na množine A) je súčasne neklesajúca a aj nerastúca (na množine A).

- Ak $A = D(f)$, potom globálne (absolútne) vlastnosti funkcie f (na celom definičnom obore).

[f je rastúca, f je neklesajúca, f je monotónna, ...]

Vlastnosti funkcií I

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$.

Funkcia f sa nazýva **monotónna** na množine A: [Ak spĺňa aspoň jednu z nasledujúcich vlastností.]

- **Rastúca** (rastie),
- **Klesajúca** (klesá),

ak pre všetky $x_1, x_2 \in A$, $x_1 < x_2$ platí $\begin{cases} f(x_1) < f(x_2). \\ f(x_1) > f(x_2). \end{cases}$ **rýdzo (ostro) monotónna**

- **Neklesajúca** (neklesá),
- **Nerastúca** (nerastie),

ak pre všetky $x_1, x_2 \in A$, $x_1 < x_2$ platí $\begin{cases} f(x_1) \leq f(x_2). \\ f(x_1) \geq f(x_2). \end{cases}$

- **Konštantná**, ak pre všetky $x_1, x_2 \in A$ platí $f(x_1) = f(x_2)$, označenie $f(x) = \text{konšt.}$

[Existuje $c \in R$ také, že pre všetky $x \in A$ platí $f(x) = c$.]

- Konštantná funkcia (na množine A) je súčasne neklesajúca a aj nerastúca (na množine A).

- Ak $A = D(f)$, potom **globálne (absolútne) vlastnosti** funkcie f (na celom definičnom obore).

  [f je rastúca, f je neklesajúca, f je monotónna, ...]

- Ak $A \subset D(f)$, potom **lokálne vlastnosti** funkcie f (na množine A).

Vlastnosti funkcií I

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$.

Funkcia f sa nazýva monotónna na množine A: [Ak spĺňa aspoň jednu z nasledujúcich vlastností.]

- Rastúca (rastie),
- Klesajúca (klesá),

ak pre všetky $x_1, x_2 \in A$, $x_1 < x_2$ platí $\begin{cases} f(x_1) < f(x_2). \\ f(x_1) > f(x_2). \end{cases}$ rýdzo (ostro) monotónna

- Neklesajúca (neklesá),
- Nerastúca (nerastie),

ak pre všetky $x_1, x_2 \in A$, $x_1 < x_2$ platí $\begin{cases} f(x_1) \leq f(x_2). \\ f(x_1) \geq f(x_2). \end{cases}$

- Konštantná, ak pre všetky $x_1, x_2 \in A$ platí $f(x_1) = f(x_2)$, označenie $f(x) = \text{konšt.}$

[Existuje $c \in R$ také, že pre všetky $x \in A$ platí $f(x) = c$.]

- Konštantná funkcia (na množine A) je súčasne neklesajúca a aj nerastúca (na množine A).

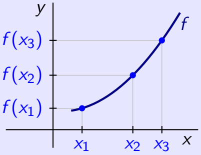
- Ak $A = D(f)$, potom globálne (absolútne) vlastnosti funkcie f (na celom definičnom obore).

[f je rastúca, f je neklesajúca, f je monotónna, ...]

- Ak $A \subset D(f)$, potom lokálne vlastnosti funkcie f (na množine A).

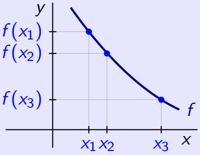
[f je rastúca na množine A, f je neklesajúca na intervale A, ...]

Vlastnosti funkcií I



$f(x_1) < f(x_2) < f(x_3)$

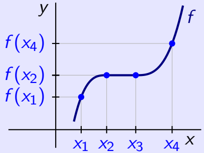
Rastúca funkcia



Klesajúca funkcia

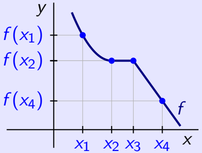
$f(x_1) > f(x_2) > f(x_3)$

Vlastnosti funkcií I



$f(x_1) < f(x_2) = f(x_3) < f(x_4)$

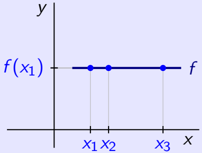
Neklesajúca funkcia



Nerastúca funkcia

$f(x_1) > f(x_2) = f(x_3) > f(x_4)$

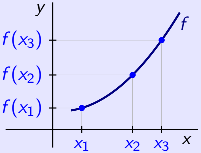
Vlastnosti funkcií I



$f(x_1) = f(x_2) = f(x_3)$

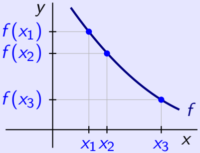
Konštantná funkcia

Vlastnosti funkcií I



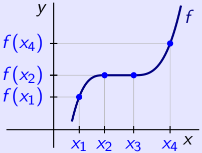
$f(x_1) < f(x_2) < f(x_3)$

Rastúca funkcia



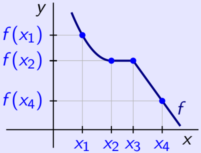
Klesajúca funkcia

$f(x_1) > f(x_2) > f(x_3)$



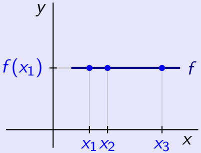
$f(x_1) < f(x_2) = f(x_3) < f(x_4)$

Neklesajúca funkcia



Nerastúca funkcia

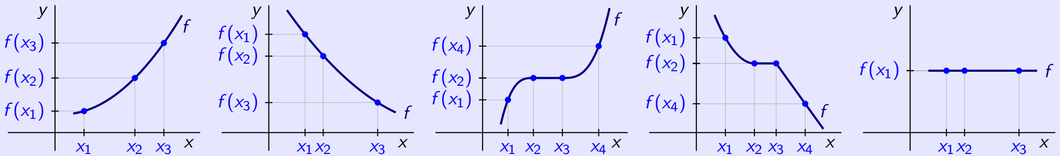
$f(x_1) > f(x_2) = f(x_3) > f(x_4)$



$f(x_1) = f(x_2) = f(x_3)$

Konštantná funkcia

Vlastnosti funkcií I



$f(x_1) < f(x_2) < f(x_3)$
Rastúca funkcia

Klesajúca funkcia
$f(x_1) > f(x_2) > f(x_3)$

$f(x_1) < f(x_2) = f(x_3) < f(x_4)$
Neklesajúca funkcia

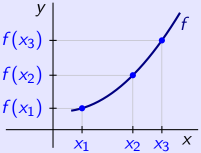
Nerastúca funkcia
$f(x_1) > f(x_2) = f(x_3) > f(x_4)$

$f(x_1) = f(x_2) = f(x_3)$
Konštantná funkcia

Funkcia $f\colon y = x^2 + 1$,

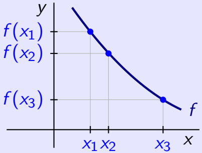
Funkcia $f\colon y = \frac{1}{x^2+1}$,

Vlastnosti funkcií I



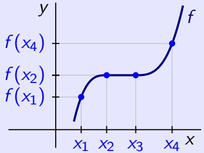
$f(x_1) < f(x_2) < f(x_3)$

Rastúca funkcia



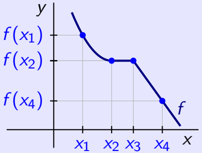
Klesajúca funkcia

$f(x_1) > f(x_2) > f(x_3)$



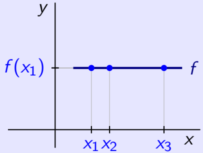
$f(x_1) < f(x_2) = f(x_3) < f(x_4)$

Neklesajúca funkcia



Nerastúca funkcia

$f(x_1) > f(x_2) = f(x_3) > f(x_4)$

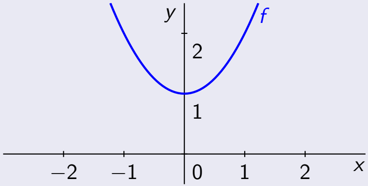


$f(x_1) = f(x_2) = f(x_3)$

Konštantná funkcia

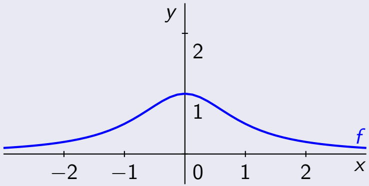
Funkcia $f\colon y = x^2 + 1,\ R \to \langle 1; \infty)$.

- f nie je monotónna.

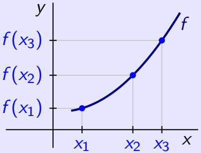


Funkcia $f\colon y = \frac{1}{x^2+1},\ R \to (0; 1\rangle$.

- f nie je monotónna.

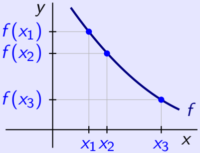


Vlastnosti funkcií I



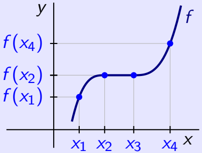
$f(x_1) < f(x_2) < f(x_3)$

Rastúca funkcia



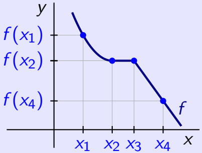
Klesajúca funkcia

$f(x_1) > f(x_2) > f(x_3)$



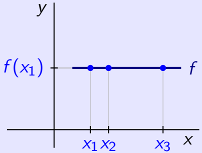
$f(x_1) < f(x_2) = f(x_3) < f(x_4)$

Neklesajúca funkcia



Nerastúca funkcia

$f(x_1) > f(x_2) = f(x_3) > f(x_4)$

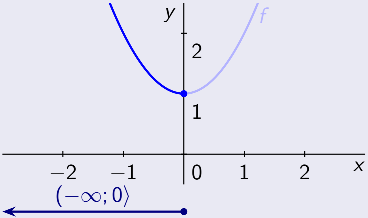


$f(x_1) = f(x_2) = f(x_3)$

Konštantná funkcia

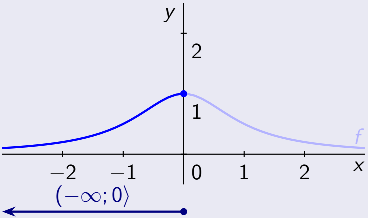
Funkcia $f\colon y = x^2 + 1,\ R \to \langle 1; \infty)$.

- f nie je monotónna.
- f klesá na $(-\infty; 0\rangle$

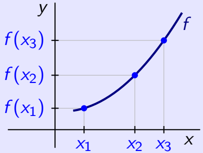


Funkcia $f\colon y = \frac{1}{x^2+1},\ R \to (0; 1\rangle$.

- f nie je monotónna.
- f rastie na $(-\infty; 0\rangle$

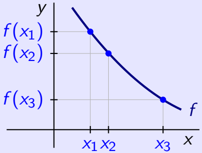


Vlastnosti funkcií I



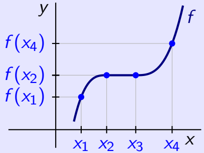
$f(x_1) < f(x_2) < f(x_3)$

Rastúca funkcia



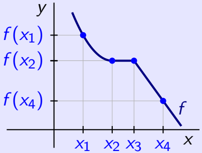
Klesajúca funkcia

$f(x_1) > f(x_2) > f(x_3)$



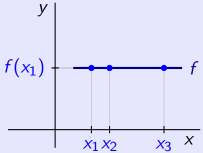
$f(x_1) < f(x_2) = f(x_3) < f(x_4)$

Neklesajúca funkcia



Nerastúca funkcia

$f(x_1) > f(x_2) = f(x_3) > f(x_4)$

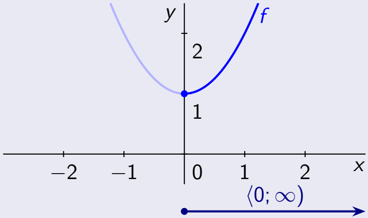


$f(x_1) = f(x_2) = f(x_3)$

Konštantná funkcia

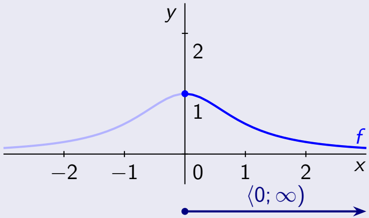
Funkcia $f\colon y = x^2 + 1,\ R \to \langle 1; \infty)$.

- f nie je monotónna.
- f klesá na $(-\infty; 0\rangle$ a rastie na $\langle 0; \infty)$.

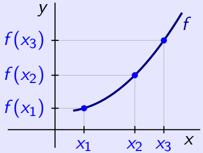


Funkcia $f\colon y = \frac{1}{x^2+1},\ R \to (0; 1\rangle$.

- f nie je monotónna.
- f rastie na $(-\infty; 0\rangle$ a klesá na $\langle 0; \infty)$.

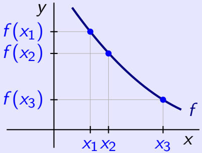


Vlastnosti funkcií I



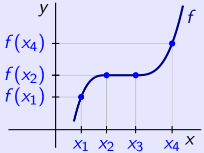
$f(x_1) < f(x_2) < f(x_3)$

Rastúca funkcia



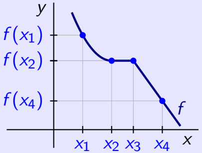
Klesajúca funkcia

$f(x_1) > f(x_2) > f(x_3)$



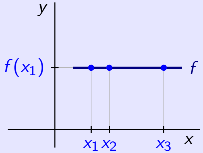
$f(x_1) < f(x_2) = f(x_3) < f(x_4)$

Neklesajúca funkcia



Nerastúca funkcia

$f(x_1) > f(x_2) = f(x_3) > f(x_4)$

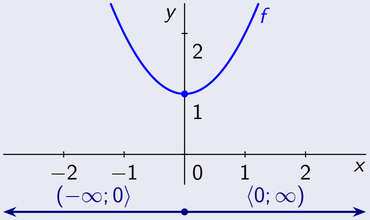


$f(x_1) = f(x_2) = f(x_3)$

Konštantná funkcia

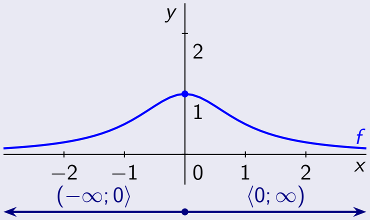
Funkcia $f\colon y = x^2 + 1,\ R \to \langle 1; \infty)$.

- f nie je monotónna.
- f klesá na $(-\infty; 0\rangle$ a rastie na $\langle 0; \infty)$.



Funkcia $f\colon y = \frac{1}{x^2+1},\ R \to (0; 1\rangle$.

- f nie je monotónna.
- f rastie na $(-\infty; 0\rangle$ a klesá na $\langle 0; \infty)$.



Vlastnosti funkcií I

- Niekedy je výhodné definovať monotónnosť funkcie v konkrétnom bode definičného oboru.

Vlastnosti funkcií I

- Niekedy je výhodné definovať monotónnosť funkcie v konkrétnom bode definičného oboru.

Funkcia $f\colon y = f(x),\ x \in D(f)$ bod $c \in D(f)$.

Vlastnosti funkcií I

- Niekedy je výhodné definovať monotónnosť funkcie v konkrétnom bode definičného oboru.

Funkcia $f\colon y = f(x)$, $x \in D(f)$ bod $c \in D(f)$.

Funkcia f sa nazýva v bode c:

Vlastnosti funkcií I

- Niekedy je výhodné definovať monotónnosť funkcie v konkrétnom bode definičného oboru.

Funkcia $f\colon y=f(x),\ x\in D(f)$ bod $c\in D(f)$.

Funkcia f sa nazýva v bode c:

- Rastúca,
- Klesajúca,
- Neklesajúca,
- Nerastúca,

Vlastnosti funkcií I

- Niekedy je výhodné definovať monotónnosť funkcie v konkrétnom bode definičného oboru.

Funkcia $f\colon y = f(x)$, $x \in D(f)$ bod $c \in D(f)$.

Funkcia f sa nazýva v bode c:

- Rastúca, ak existuje okolie $O(c)$ také, že pre všetky
- Klesajúca, ak existuje okolie $O(c)$ také, že pre všetky
- Neklesajúca, ak existuje okolie $O(c)$ také, že pre všetky
- Nerastúca, ak existuje okolie $O(c)$ také, že pre všetky

Vlastnosti funkcií I

- Niekedy je výhodné definovať monotónnosť funkcie v konkrétnom bode definičného oboru.

Funkcia $f\colon y=f(x)$, $x\in D(f)$ bod $c\in D(f)$.

Funkcia f sa nazýva v bode c:

- Rastúca, ak existuje okolie $O(c)$ také, že pre všetky $\begin{cases} x\in O^-(c) \text{ platí } f(x)<f(c), \\ x\in O^+(c) \text{ platí } f(c)<f(x). \end{cases}$
- Klesajúca, ak existuje okolie $O(c)$ také, že pre všetky
- Neklesajúca, ak existuje okolie $O(c)$ také, že pre všetky
- Nerastúca, ak existuje okolie $O(c)$ také, že pre všetky

Vlastnosti funkcií I

- Niekedy je výhodné definovať monotónnosť funkcie v konkrétnom bode definičného oboru.

Funkcia $f\colon y = f(x)$, $x \in D(f)$ bod $c \in D(f)$.

Funkcia f sa nazýva v bode c:

- Rastúca, ak existuje okolie $O(c)$ také, že pre všetky $\begin{cases} x \in O^{-}(c) \text{ platí } f(x) < f(c), \\ x \in O^{+}(c) \text{ platí } f(c) < f(x). \end{cases}$
- Klesajúca, ak existuje okolie $O(c)$ také, že pre všetky $\begin{cases} x \in O^{-}(c) \text{ platí } f(x) > f(c), \\ x \in O^{+}(c) \text{ platí } f(c) > f(x). \end{cases}$
- Neklesajúca, ak existuje okolie $O(c)$ také, že pre všetky
- Nerastúca, ak existuje okolie $O(c)$ také, že pre všetky

Vlastnosti funkcií I

- Niekedy je výhodné definovať monotónnosť funkcie v konkrétnom bode definičného oboru.

Funkcia $f\colon y = f(x),\ x \in D(f)$ bod $c \in D(f)$.

Funkcia f sa nazýva v bode c:

- Rastúca, ak existuje okolie $O(c)$ také, že pre všetky $\begin{cases} x \in O^-(c) \text{ platí } f(x) < f(c), \\ x \in O^+(c) \text{ platí } f(c) < f(x). \end{cases}$
- Klesajúca, ak existuje okolie $O(c)$ také, že pre všetky $\begin{cases} x \in O^-(c) \text{ platí } f(x) > f(c), \\ x \in O^+(c) \text{ platí } f(c) > f(x). \end{cases}$
- Neklesajúca, ak existuje okolie $O(c)$ také, že pre všetky $\begin{cases} x \in O^-(c) \text{ platí } f(x) \leq f(c), \\ x \in O^+(c) \text{ platí } f(c) \leq f(x). \end{cases}$
- Nerastúca, ak existuje okolie $O(c)$ také, že pre všetky

Vlastnosti funkcií I

- Niekedy je výhodné definovať monotónnosť funkcie v konkrétnom bode definičného oboru.

Funkcia $f\colon y=f(x),\ x\in D(f)$ bod $c\in D(f)$.

Funkcia f sa nazýva v bode c:

- **Rastúca,** ak existuje okolie $O(c)$ také, že pre všetky $\begin{cases} x\in O^-(c) \text{ platí } f(x)<f(c), \\ x\in O^+(c) \text{ platí } f(c)<f(x). \end{cases}$
- **Klesajúca,** ak existuje okolie $O(c)$ také, že pre všetky $\begin{cases} x\in O^-(c) \text{ platí } f(x)>f(c), \\ x\in O^+(c) \text{ platí } f(c)>f(x). \end{cases}$
- **Neklesajúca,** ak existuje okolie $O(c)$ také, že pre všetky $\begin{cases} x\in O^-(c) \text{ platí } f(x)\leq f(c), \\ x\in O^+(c) \text{ platí } f(c)\leq f(x). \end{cases}$
- **Nerastúca,** ak existuje okolie $O(c)$ také, že pre všetky $\begin{cases} x\in O^-(c) \text{ platí } f(x)\geq f(c), \\ x\in O^+(c) \text{ platí } f(c)\geq f(x). \end{cases}$

Vlastnosti funkcií I

- Niekedy je výhodné definovať **monotónnosť funkcie** v konkrétnom **bode** definičného oboru.

Funkcia $f\colon y = f(x)$, $x \in D(f)$ bod $c \in D(f)$.

Funkcia f sa nazýva v bode c:

- **Rastúca,** ak existuje okolie $O(c)$ také, že pre všetky $\begin{cases} x \in O^-(c) \text{ platí } f(x) < f(c), \\ x \in O^+(c) \text{ platí } f(c) < f(x). \end{cases}$
- **Klesajúca,** ak existuje okolie $O(c)$ také, že pre všetky $\begin{cases} x \in O^-(c) \text{ platí } f(x) > f(c), \\ x \in O^+(c) \text{ platí } f(c) > f(x). \end{cases}$
- **Neklesajúca,** ak existuje okolie $O(c)$ také, že pre všetky $\begin{cases} x \in O^-(c) \text{ platí } f(x) \leq f(c), \\ x \in O^+(c) \text{ platí } f(c) \leq f(x). \end{cases}$
- **Nerastúca,** ak existuje okolie $O(c)$ také, že pre všetky $\begin{cases} x \in O^-(c) \text{ platí } f(x) \geq f(c), \\ x \in O^+(c) \text{ platí } f(c) \geq f(x). \end{cases}$

- Ak je funkcia f rastúca v bode $c \in D(f)$,
- Ak je funkcia f klesajúca v bode $c \in D(f)$,

Vlastnosti funkcií I

- Niekedy je výhodné definovať monotónnosť funkcie v konkrétnom bode definičného oboru.

Funkcia $f\colon y=f(x),\ x\in D(f)$ bod $c\in D(f)$.

Funkcia f sa nazýva v bode c:

- **Rastúca,** ak existuje okolie $O(c)$ také, že pre všetky $\begin{cases} x\in O^{-}(c) \text{ platí } f(x)<f(c), \\ x\in O^{+}(c) \text{ platí } f(c)<f(x). \end{cases}$
- **Klesajúca,** ak existuje okolie $O(c)$ také, že pre všetky $\begin{cases} x\in O^{-}(c) \text{ platí } f(x)>f(c), \\ x\in O^{+}(c) \text{ platí } f(c)>f(x). \end{cases}$
- **Neklesajúca,** ak existuje okolie $O(c)$ také, že pre všetky $\begin{cases} x\in O^{-}(c) \text{ platí } f(x)\leq f(c), \\ x\in O^{+}(c) \text{ platí } f(c)\leq f(x). \end{cases}$
- **Nerastúca,** ak existuje okolie $O(c)$ také, že pre všetky $\begin{cases} x\in O^{-}(c) \text{ platí } f(x)\geq f(c), \\ x\in O^{+}(c) \text{ platí } f(c)\geq f(x). \end{cases}$

- Ak je funkcia f rastúca v bode $c\in D(f)$, potom nemusí byť rastúca v jeho okolí $O(c)$.
- Ak je funkcia f klesajúca v bode $c\in D(f)$, potom nemusí byť klesajúca v jeho okolí $O(c)$.

Vlastnosti funkcií I

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, interval $(a; b) \subset D(f)$.

Vlastnosti funkcií I

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, interval $(a; b) \subset D(f)$.

- f je rastúca na $(a; b)$. $\Leftrightarrow$ • f je rastúca v každom bode $c \in (a; b)$.

Vlastnosti funkcií I

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, interval $(a; b) \subset D(f)$.

- f je rastúca na $(a; b)$. $\Leftrightarrow$ • f je rastúca v každom bode $c \in (a; b)$.

- f je klesajúca na $(a; b)$. $\Leftrightarrow$ • f je klesajúca v každom bode $c \in (a; b)$.

Vlastnosti funkcií I

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, interval $(a; b) \subset D(f)$.

- f je rastúca na $(a; b)$. $\Leftrightarrow$ • f je rastúca v každom bode $c \in (a; b)$.

- f je klesajúca na $(a; b)$. $\Leftrightarrow$ • f je klesajúca v každom bode $c \in (a; b)$.

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$.

Vlastnosti funkcií I

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, interval $(a; b) \subset D(f)$.

- f je rastúca na $(a; b)$. $\Leftrightarrow$ • f je rastúca v každom bode $c \in (a; b)$.

- f je klesajúca na $(a; b)$. $\Leftrightarrow$ • f je klesajúca v každom bode $c \in (a; b)$.

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$.

- f je konštantná na A. $\Leftrightarrow$ • f je neklesajúca a súčasne nerastúca na množine A.

Vlastnosti funkcií I

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, interval $(a; b) \subset D(f)$.

- f je rastúca na $(a; b)$. $\Leftrightarrow$ • f je rastúca v každom bode $c \in (a; b)$.

- f je klesajúca na $(a; b)$. $\Leftrightarrow$ • f je klesajúca v každom bode $c \in (a; b)$.

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$.

- f je konštantná na A. $\Leftrightarrow$ • f je neklesajúca a súčasne nerastúca na množine A.

- f je rastúca na A. $\Rightarrow$ { • f je neklesajúca na množine A.

- f je klesajúca na A. $\Rightarrow$ • f je nerastúca na množine A.

Vlastnosti funkcií I

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, interval $(a; b) \subset D(f)$.

- f je rastúca na $(a; b)$. $\Leftrightarrow$ • f je rastúca v každom bode $c \in (a; b)$.
- f je klesajúca na $(a; b)$. $\Leftrightarrow$ • f je klesajúca v každom bode $c \in (a; b)$.

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$.

- f je konštantná na A. $\Leftrightarrow$ • f je neklesajúca a súčasne nerastúca na množine A.
- f je rastúca na A. $\Rightarrow$ {
  - f je neklesajúca na množine A.
  - f je rastúca v každom vnútornom bode $c \in A$.
- f je klesajúca na A. $\Rightarrow$
  - f je nerastúca na množine A.
  - f je klesajúca v každom vnútornom bode $c \in A$.

Vlastnosti funkcií I

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, interval $(a; b) \subset D(f)$.

- f je rastúca na $(a; b)$. $\Leftrightarrow$ • f je rastúca v každom bode $c \in (a; b)$.
- f je klesajúca na $(a; b)$. $\Leftrightarrow$ • f je klesajúca v každom bode $c \in (a; b)$.

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$, množina $A \subset D(f)$.

- f je konštantná na A. $\Leftrightarrow$ • f je neklesajúca a súčasne nerastúca na množine A.
- f je rastúca na A. $\Rightarrow$ {
  - f je neklesajúca na množine A.
  - f je rastúca v každom vnútornom bode $c \in A$.
- f je rastúca na A. $\Leftrightarrow$ • f je neklesajúca na množine A a na každej podmnožine $B \subset A$ (s aspoň dvomi prvkami) nie je konštantná.
- f je klesajúca na A. $\Rightarrow$ {
  - f je nerastúca na množine A.
  - f je klesajúca v každom vnútornom bode $c \in A$.
- f je klesajúca na A. $\Leftrightarrow$ • f je nerastúca na množine A a na každej podmnožine $B \subset A$ (s aspoň dvomi prvkami) nie je konštantná.

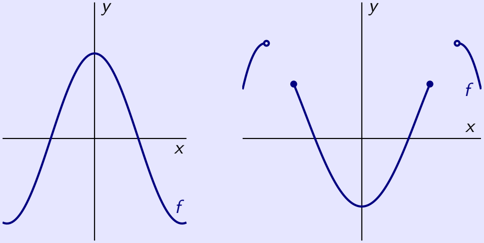
Vlastnosti funkcií II

Funkcia $f\colon y = f(x),\ x \in D(f)$ sa nazýva:

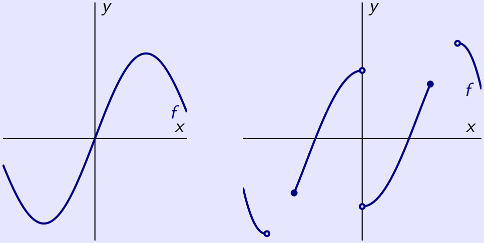
Vlastnosti funkcií II

Funkcia $f\colon y = f(x),\ x \in D(f)$ sa nazýva:

- Párna,
- Nepárna,



Párna funkcia

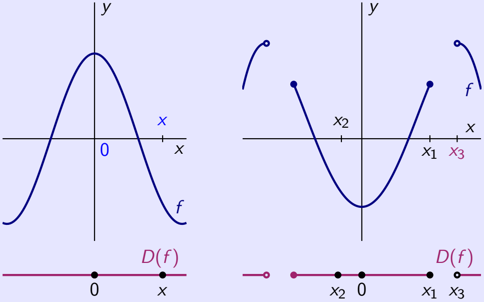


Nepárna funkcia

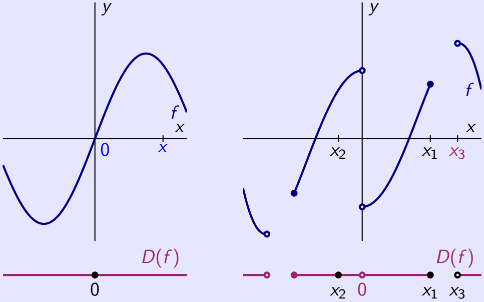
Vlastnosti funkcií II

Funkcia $f\colon y = f(x),\ x \in D(f)$ sa nazýva:

- **Párna,** ak pre všetky $x \in D(f)$
- **Nepárna,** ak pre všetky $x \in D(f)$



Párna funkcia



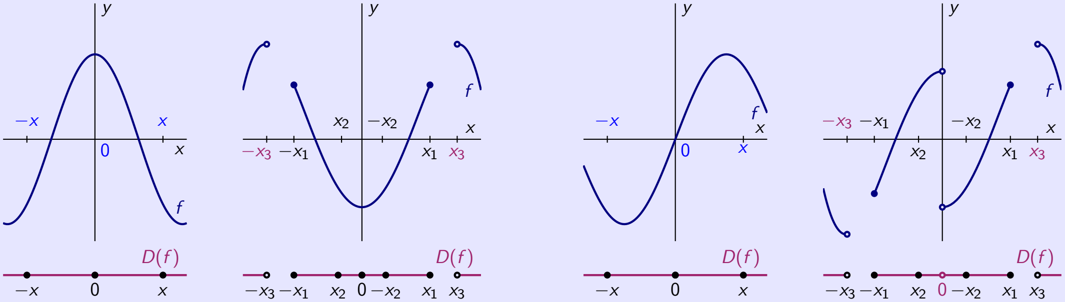
Nepárna funkcia

Vlastnosti funkcií II

Funkcia $f\colon y = f(x),\ x \in D(f)$ sa nazýva:

- **Párna,** ak pre všetky $x \in D(f)$ platí $-x \in D(f)$

- **Nepárna,** ak pre všetky $x \in D(f)$ platí $-x \in D(f)$



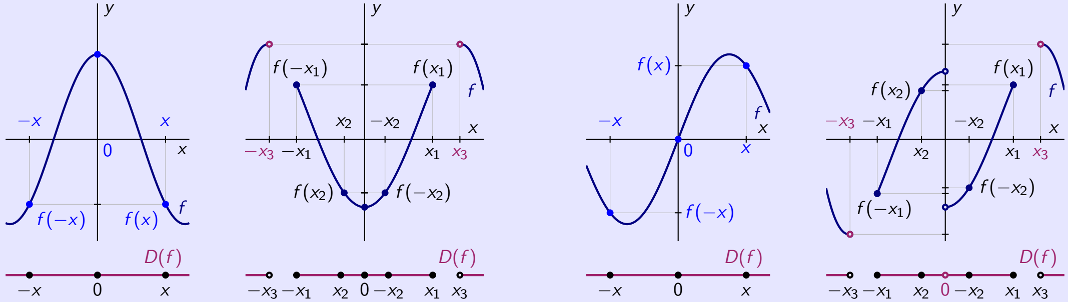
Párna funkcia Nepárna funkcia

Vlastnosti funkcií II

Funkcia $f\colon y=f(x),\ x\in D(f)$ sa nazýva:

- **Párna,** ak pre všetky $x\in D(f)$ platí $-x\in D(f)$ a navyše $f(x)=f(-x)$.

- **Nepárna,** ak pre všetky $x\in D(f)$ platí $-x\in D(f)$ a navyše $f(x)=-f(-x)$.



Párna funkcia   Nepárna funkcia

Vlastnosti funkcií II

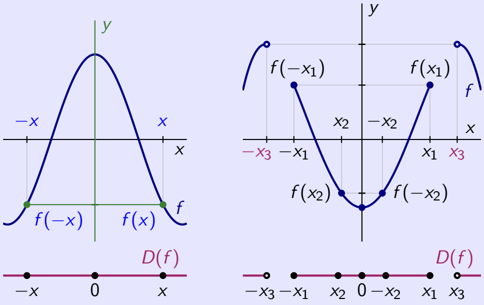
Funkcia $f\colon y = f(x),\ x \in D(f)$ sa nazýva:

- **Párna,** ak pre všetky $x \in D(f)$ platí $-x \in D(f)$ a navyše $f(x) = f(-x)$.

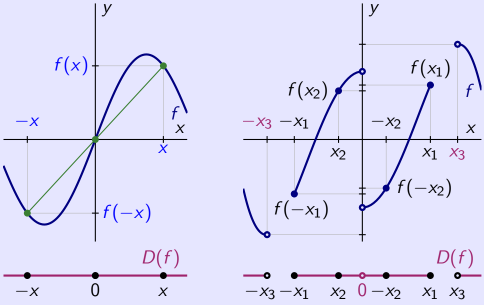
  [Graf párnej funkcie je (osovo) súmerný podľa súradnicovej osi y.]

- **Nepárna,** ak pre všetky $x \in D(f)$ platí $-x \in D(f)$ a navyše $f(x) = -f(-x)$.

  [Graf nepárnej funkcie je (bodovo) súmerný podľa počiatku súradnicového systému 0.]



Párna funkcia



Nepárna funkcia

Vlastnosti funkcií II

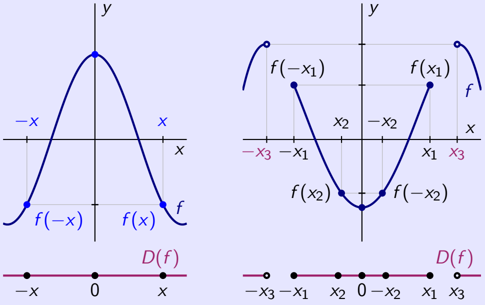
Funkcia $f\colon y = f(x),\ x \in D(f)$ sa nazýva:

- **Párna,** ak pre všetky $x \in D(f)$ platí $-x \in D(f)$ a navyše $f(x) = f(-x)$.

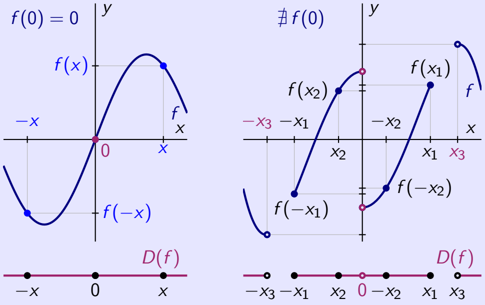
  [Graf párnej funkcie je (osovo) súmerný podľa súradnicovej osi y.]

- **Nepárna,** ak pre všetky $x \in D(f)$ platí $-x \in D(f)$ a navyše $f(x) = -f(-x)$.

  [Graf nepárnej funkcie je (bodovo) súmerný podľa počiatku súradnicového systému 0. Ak $0 \in D(f)$, potom platí $f(0) = 0$.]



Párna funkcia



Nepárna funkcia

Vlastnosti funkcií II

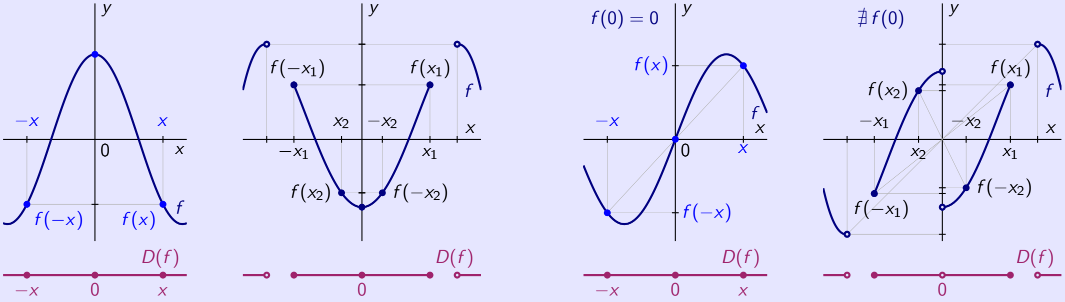
Funkcia $f\colon y = f(x),\ x \in D(f)$ sa nazýva:

- **Párna,** ak pre všetky $x \in D(f)$ platí $-x \in D(f)$ a navyše $f(x) = f(-x)$.

  [Graf párnej funkcie je (osovo) súmerný podľa súradnicovej osi y.]

- **Nepárna,** ak pre všetky $x \in D(f)$ platí $-x \in D(f)$ a navyše $f(x) = -f(-x)$.

  [Graf nepárnej funkcie je (bodovo) súmerný podľa počiatku súradnicového systému 0. Ak $0 \in D(f)$, potom platí $f(0) = 0$.]

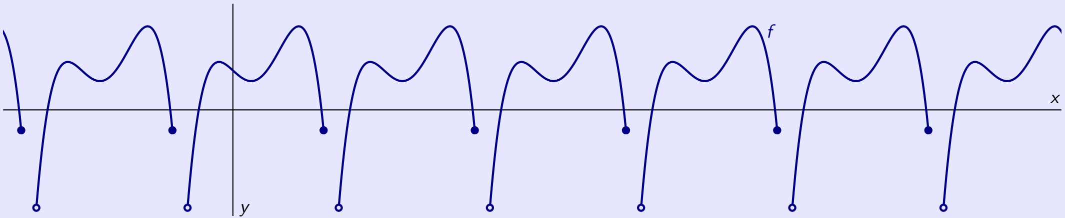


Párna funkcia

Nepárna funkcia

Vlastnosti funkcií II

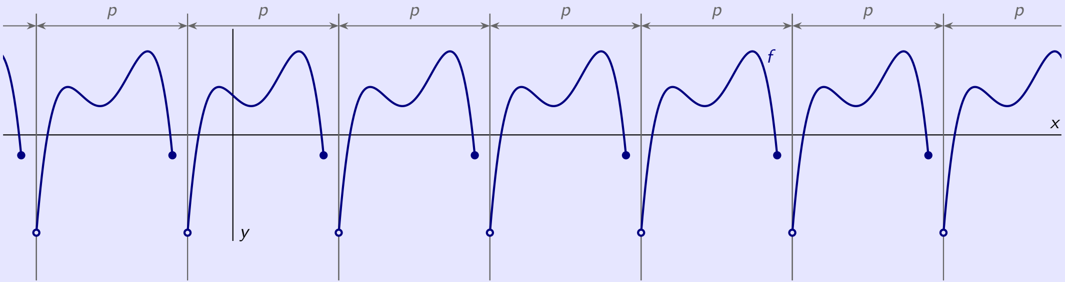
Funkcia $f\colon y = f(x),\ x \in D(f)$ sa nazýva



Vlastnosti funkcií II

Funkcia $f\colon y = f(x),\ x \in D(f)$ sa nazýva

periodická, ak existuje číslo $p \in R,\ p \neq 0$, ktoré nazývame perióda funkcie f,

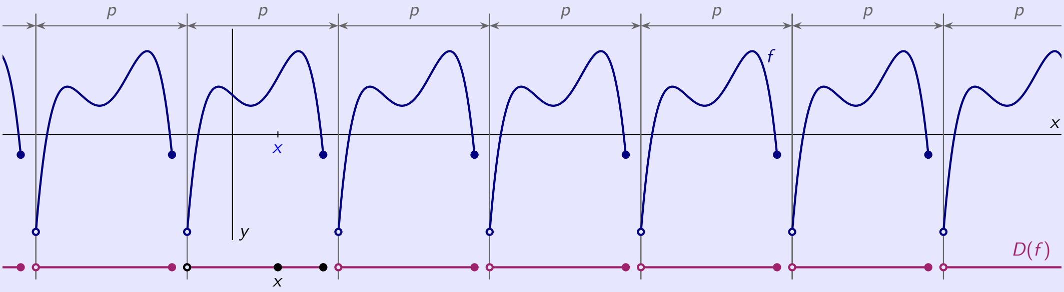


Vlastnosti funkcií II

Funkcia $f\colon y = f(x),\ x \in D(f)$ sa nazýva

periodická, ak existuje číslo $p \in R,\ p \neq 0$, ktoré nazývame **perióda** funkcie f,

také že pre všetky $x \in D(f)$

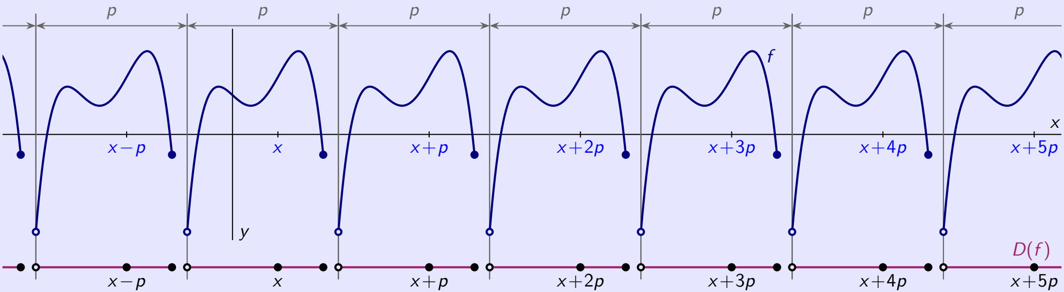


Vlastnosti funkcií II

Funkcia $f\colon y = f(x),\ x \in D(f)$ sa nazýva

periodická, ak existuje číslo $p \in R,\ p \neq 0$, ktoré nazývame **perióda** funkcie f,

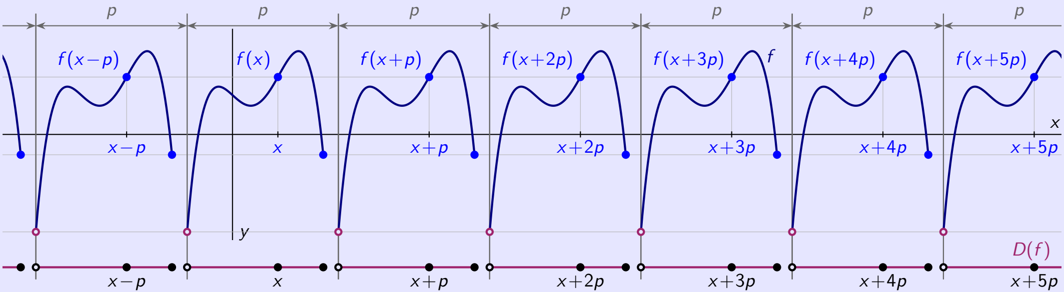
také že pre všetky $x \in D(f)$ platí $x \pm p \in D(f)$



Vlastnosti funkcií II

Funkcia $f\colon y = f(x),\ x \in D(f)$ sa nazýva

periodická, ak existuje číslo $p \in R$, $p \neq 0$, ktoré nazývame **perióda** funkcie f,
také že pre všetky $x \in D(f)$ platí $x \pm p \in D(f)$ a navyše platí $f(x) = f(x \pm p)$.

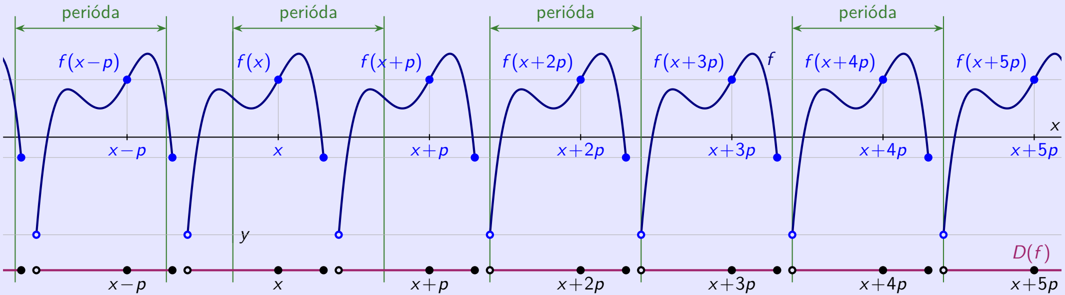


Vlastnosti funkcií II

Funkcia $f\colon y=f(x),\ x\in D(f)$ sa nazýva

periodická, ak existuje číslo $p\in R,\ p\neq 0$, ktoré nazývame **perióda** funkcie f, také že pre všetky $x\in D(f)$ platí $x\pm p\in D(f)$ a navyše platí $f(x)=f(x\pm p)$.

- Každý interval s dĺžkou periódy $p>0$ sa nazýva **interval periodicity**. [Perióda môže byť aj záporná, t. j. $p<0$.]

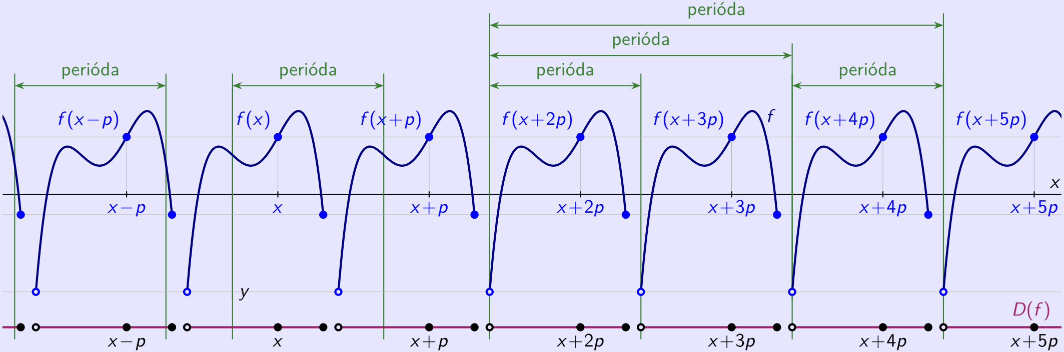


Vlastnosti funkcií II

Funkcia $f\colon y = f(x),\ x \in D(f)$ sa nazýva

periodická, ak existuje číslo $p \in R,\ p \neq 0$, ktoré nazývame **perióda** funkcie f, také že pre všetky $x \in D(f)$ platí $x \pm p \in D(f)$ a navyše platí $f(x) = f(x \pm p)$.

- Každý interval s dĺžkou periódy $p > 0$ sa nazýva **interval periodicity**. [Perióda môže byť aj záporná, t. j. $p < 0$.]

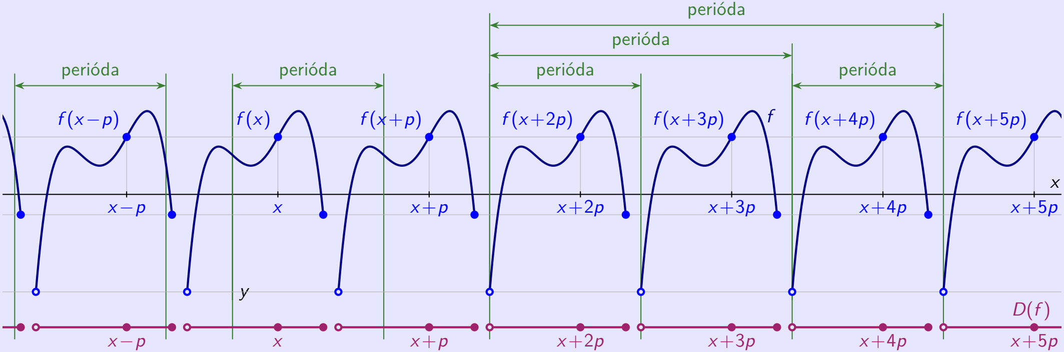


Vlastnosti funkcií II

Funkcia $f\colon y = f(x),\ x \in D(f)$ sa nazýva

periodická, ak existuje číslo $p \in R,\ p \neq 0$, ktoré nazývame **perióda** funkcie f,
také že pre všetky $x \in D(f)$ platí $x \pm p \in D(f)$ a navyše platí $f(x) = f(x \pm p)$.

- Každý interval s dĺžkou periódy $p > 0$ sa nazýva **interval periodicity**. [Perióda môže byť aj záporná, t. j. $p < 0$.]
- Najmenšia kladná perióda $p > 0$ (pokiaľ existuje)

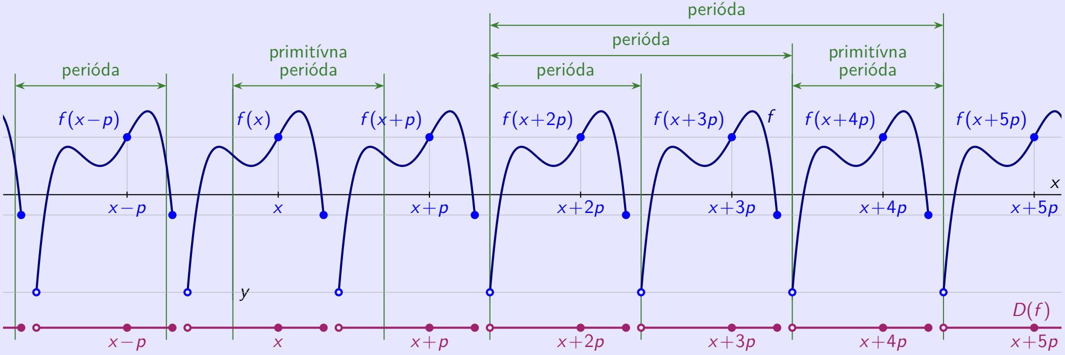


Vlastnosti funkcií II

Funkcia $f\colon y = f(x),\ x \in D(f)$ sa nazýva

periodická, ak existuje číslo $p \in R,\ p \neq 0$, ktoré nazývame **perióda** funkcie f, také že pre všetky $x \in D(f)$ platí $x \pm p \in D(f)$ a navyše platí $f(x) = f(x \pm p)$.

- Každý interval s dĺžkou periódy $p > 0$ sa nazýva **interval periodicity**. [Perióda môže byť aj záporná, t. j. $p < 0$.]
- Najmenšia kladná perióda $p > 0$ (pokiaľ existuje) sa nazýva **primitívna (základná) perióda**.



Vlastnosti funkcií II

Funkcia $f\colon y = f(x),\ x \in D(f)$ je **periodická** s periódou $p \in R,\ p \neq 0.$

Vlastnosti funkcií II

Funkcia $f\colon y = f(x),\ x \in D(f)$ je periodická s periódou $p \in R,\ p \neq 0$.

$\Rightarrow$ • Pre každé $m \in Z,\ m \neq 0$ je f periodická s periódou mp.

Vlastnosti funkcií II

Funkcia $f\colon y = f(x),\ x \in D(f)$ je periodická s periódou $p \in R,\ p \neq 0.$

$\Rightarrow$ • Pre každé $m \in Z,\ m \neq 0$ je f periodická s periódou $mp.$ [Periódami sú aj $-p,\ 2p,\ -2p,\ 3p,\ -3p,\ 4p,\ -4p,\ \ldots$]

Vlastnosti funkcií II

Funkcia $f\colon y = f(x),\ x \in D(f)$ je periodická s periódou $p \in R,\ p \neq 0$.

$\Rightarrow$

- Pre každé $m \in Z,\ m \neq 0$ je f periodická s periódou mp. [Periódami sú aj $-p, 2p, -2p, 3p, -3p, 4p, -4p, \ldots$]
- f je periodická s kladnou periódou $|p| > 0$

Vlastnosti funkcií II

Funkcia $f\colon y = f(x),\ x \in D(f)$ je periodická s periódou $p \in R,\ p \neq 0$.

$\Rightarrow$
- Pre každé $m \in Z,\ m \neq 0$ je f periodická s periódou mp. [Periódami sú aj $-p,\ 2p,\ -2p,\ 3p,\ -3p,\ 4p,\ -4p,\ \ldots$]
- f je periodická s kladnou periódou $|p| > 0$ a stačí ju vyšetrovať na (ľubovoľnom) intervale s dĺžkou $|p|$.

Vlastnosti funkcií II

Funkcia $f\colon y = f(x),\ x \in D(f)$ je periodická s periódou $p \in R,\ p \neq 0.$

$\Rightarrow$

- Pre každé $m \in Z,\ m \neq 0$ je f periodická s periódou mp. [Periódami sú aj $-p,\ 2p,\ -2p,\ 3p,\ -3p,\ 4p,\ -4p,\ \ldots$]
- f je periodická s kladnou periódou $|p| > 0$ a stačí ju vyšetrovať na (ľubovoľnom) intervale s dĺžkou $|p|$.
- f nemusí mať primitívnu periódu.

Vlastnosti funkcií II

Funkcia $f\colon y = f(x),\ x \in D(f)$ je **periodická** s periódou $p \in R,\ p \neq 0$.

$\Rightarrow$
- Pre každé $m \in Z,\ m \neq 0$ je f periodická s periódou mp. [Periódami sú aj $-p,\ 2p,\ -2p,\ 3p,\ -3p,\ 4p,\ -4p,\ \ldots$]
- f je periodická s kladnou periódou $|p| > 0$ a stačí ju vyšetrovať na (ľubovoľnom) intervale s dĺžkou $|p|$.
- f nemusí mať primitívnu periódu.

[Funkcia $y = 1,\ x \in R$ je periodická, periódou je každé $p \in R,\ p \neq 0$. Primitívna perióda neexistuje.]

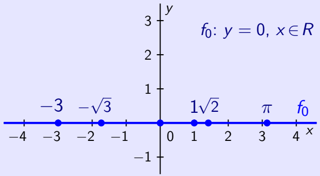
Vlastnosti funkcií II

Funkcia $f\colon y = f(x),\ x \in D(f)$ je periodická s periódou $p \in R,\ p \neq 0$.

$\Rightarrow$
- Pre každé $m \in Z,\ m \neq 0$ je f periodická s periódou mp. [Periódami sú aj $-p,\ 2p,\ -2p,\ 3p,\ -3p,\ 4p,\ -4p,\ \ldots$]
- f je periodická s kladnou periódou $|p| > 0$ a stačí ju vyšetrovať na (ľubovoľnom) intervale s dĺžkou $|p|$.
- f nemusí mať primitívnu periódu.

[Funkcia $y = 1,\ x \in R$ je periodická, periódou je každé $p \in R,\ p \neq 0$. Primitívna perióda neexistuje.]

- Konštantná funkcia $f_0\colon y = 0,\ x \in R$ je párna, je nepárna, je periodická.



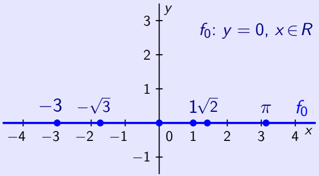
Vlastnosti funkcií II

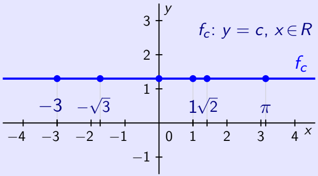
Funkcia $f\colon y = f(x),\ x \in D(f)$ je periodická s periódou $p \in R,\ p \neq 0$.

$\Rightarrow$
- Pre každé $m \in Z,\ m \neq 0$ je f periodická s periódou mp. [Periódami sú aj $-p, 2p, -2p, 3p, -3p, 4p, -4p, \ldots$]
- f je periodická s kladnou periódou $|p| > 0$ a stačí ju vyšetrovať na (ľubovoľnom) intervale s dĺžkou $|p|$.
- f nemusí mať primitívnu periódu.

[Funkcia $y = 1,\ x \in R$ je periodická, periódou je každé $p \in R,\ p \neq 0$. Primitívna perióda neexistuje.]

- Konštantná funkcia $f_0\colon y = 0,\ x \in R$ je párna, je nepárna, je periodická.
- Konštantná funkcia $f_c\colon y = c,\ x \in R$, pre $c \in R,\ c \neq 0$, je párna, nie je nepárna, je periodická.





Vlastnosti funkcií II

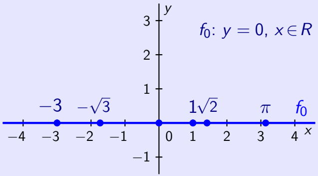
Funkcia $f\colon y = f(x),\ x \in D(f)$ je periodická s periódou $p \in R,\ p \neq 0$.

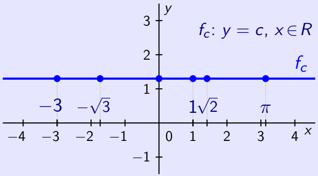
$\Rightarrow$
- Pre každé $m \in Z,\ m \neq 0$ je f periodická s periódou mp. [Periódami sú aj $-p,\ 2p,\ -2p,\ 3p,\ -3p,\ 4p,\ -4p,\ \ldots$]
- f je periodická s kladnou periódou $|p| > 0$ a stačí ju vyšetrovať na (ľubovoľnom) intervale s dĺžkou $|p|$.
- f nemusí mať primitívnu periódu.

[Funkcia $y = 1,\ x \in R$ je periodická, periódou je každé $p \in R,\ p \neq 0$. Primitívna perióda neexistuje.]

- Konštantná funkcia $f_0\colon y = 0,\ x \in R$ je párna, je nepárna, je periodická.
- Konštantná funkcia $f_c\colon y = c,\ x \in R$, pre $c \in R,\ c \neq 0$, je párna, nie je nepárna, je periodická.

[Periódou (v oboch prípadoch) je každé $p \in R,\ p \neq 0$. Primitívna perióda neexistuje.]





Vlastnosti funkcií II

Funkcia $f\colon y=f(x),\ x\in D(f)$ je periodická s periódou $p\in R,\ p\neq 0$.

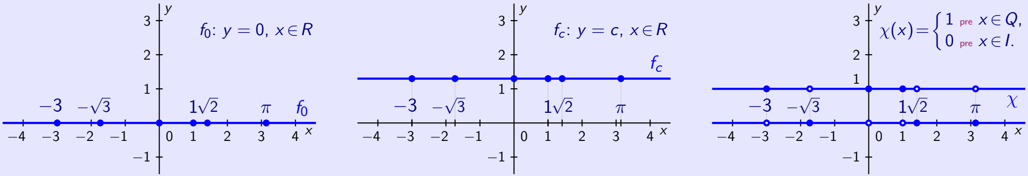
$\Rightarrow$
- Pre každé $m\in Z,\ m\neq 0$ je f periodická s periódou mp. [Periódami sú aj $-p,\ 2p,\ -2p,\ 3p,\ -3p,\ 4p,\ -4p,\ \ldots$]
- f je periodická s kladnou periódou $|p|>0$ a stačí ju vyšetrovať na (ľubovoľnom) intervale s dĺžkou $|p|$.
- f nemusí mať primitívnu periódu.

[Funkcia $y=1,\ x\in R$ je periodická, periódou je každé $p\in R,\ p\neq 0$. Primitívna perióda neexistuje.]

- Konštantná funkcia $f_0\colon y=0,\ x\in R$ je párna, je nepárna, je periodická.
- Konštantná funkcia $f_c\colon y=c,\ x\in R$, pre $c\in R,\ c\neq 0$, je párna, nie je nepárna, je periodická.

[Periódou (v oboch prípadoch) je každé $p\in R,\ p\neq 0$. Primitívna perióda neexistuje.]

- Dirichletova funkcia $y=\chi(x),\ x\in R$ je párna, nie je nepárna, je periodická.



Vlastnosti funkcií II

Funkcia $f\colon y=f(x),\ x\in D(f)$ je periodická s periódou $p\in R,\ p\neq 0$.

$\Rightarrow$
- Pre každé $m\in Z,\ m\neq 0$ je f periodická s periódou mp. [Periódami sú aj $-p,\ 2p,\ -2p,\ 3p,\ -3p,\ 4p,\ -4p,\ \ldots$]
- f je periodická s kladnou periódou $|p|>0$ a stačí ju vyšetrovať na (ľubovoľnom) intervale s dĺžkou $|p|$.
- f nemusí mať primitívnu periódu.

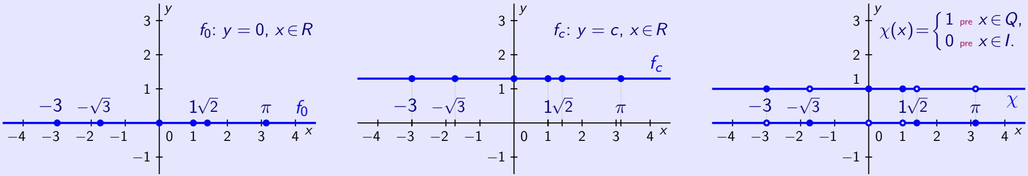
[Funkcia $y=1,\ x\in R$ je periodická, periódou je každé $p\in R,\ p\neq 0$. Primitívna perióda neexistuje.]

- Konštantná funkcia $f_0\colon y=0,\ x\in R$ je párna, je nepárna, je periodická.
- Konštantná funkcia $f_c\colon y=c,\ x\in R$, pre $c\in R,\ c\neq 0$, je párna, nie je nepárna, je periodická.

[Periódou (v oboch prípadoch) je každé $p\in R,\ p\neq 0$. Primitívna perióda neexistuje.]

- Dirichletova funkcia $y=\chi(x),\ x\in R$ je párna, nie je nepárna, je periodická.

[Periódou je každé $p\in Q,\ p\neq 0$. Primitívna perióda neexistuje.]



Vlastnosti funkcií II

Funkcia $f\colon y=f(x),\ x\in D(f)$ je periodická s periódou $p\in R,\ p\neq 0$.

$\Rightarrow$

- Pre každé $m\in Z,\ m\neq 0$ je f periodická s periódou mp. [Periódami sú aj $-p,\ 2p,\ -2p,\ 3p,\ -3p,\ 4p,\ -4p,\ \ldots$]
- f je periodická s kladnou periódou $|p|>0$ a stačí ju vyšetrovať na (ľubovoľnom) intervale s dĺžkou $|p|$.
- f nemusí mať primitívnu periódu.

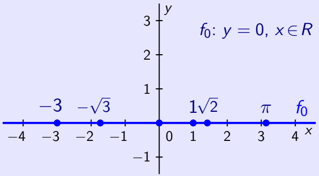
[Funkcia $y=1,\ x\in R$ je periodická, periódou je každé $p\in R,\ p\neq 0$. Primitívna perióda neexistuje.]

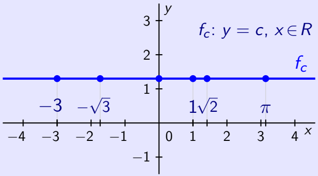
- Konštantná funkcia $f_0\colon y=0,\ x\in R$ je párna, je nepárna, je periodická.
- Konštantná funkcia $f_c\colon y=c,\ x\in R$, pre $c\in R,\ c\neq 0$, je párna, nie je nepárna, je periodická.

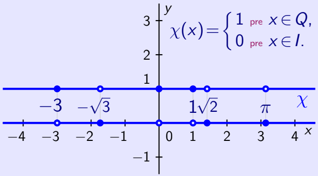
[Periódou (v oboch prípadoch) je každé $p\in R,\ p\neq 0$. Primitívna perióda neexistuje.]

- Dirichletova funkcia $y=\chi(x),\ x\in R$ je párna, nie je nepárna, je periodická.

[Periódou je každé $p\in Q,\ p\neq 0$. Primitívna perióda neexistuje. $p\notin I$, pretože súčet iracionálnych čísel môže byť racionálny, napr. $-\pi+\pi=0$.]







Vlastnosti funkcií II

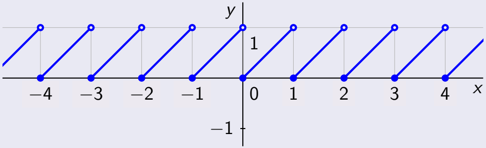
Funkcia $f\colon y = x - \lfloor x \rfloor,\ x \in R.$

Funkcia $f\colon y = (-1)^{\lfloor x \rfloor},\ x \in R.$

Vlastnosti funkcií II

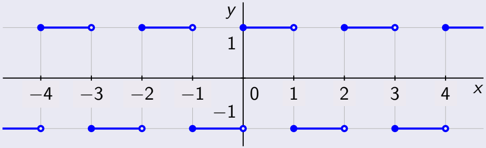
Funkcia $f\colon y = x - \lfloor x \rfloor,\ x \in R.$

- f nie je párna



Funkcia $f\colon y = (-1)^{\lfloor x \rfloor},\ x \in R.$

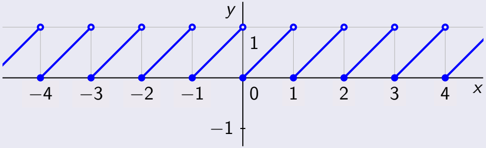
- f nie je párna



Vlastnosti funkcií II

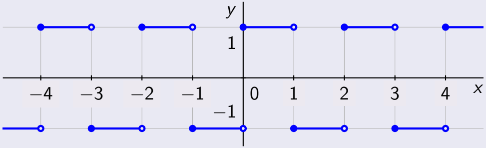
Funkcia $f\colon y = x - \lfloor x \rfloor,\ x \in R.$

- f nie je párna a nie je nepárna.



Funkcia $f\colon y = (-1)^{\lfloor x \rfloor},\ x \in R.$

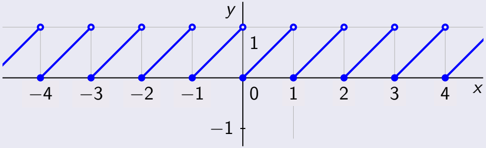
- f nie je párna a nie je nepárna.



Vlastnosti funkcií II

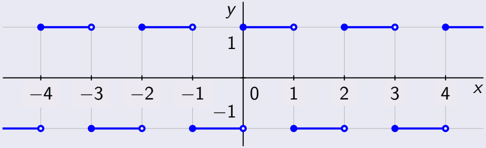
Funkcia $f\colon y = x - \lfloor x \rfloor,\ x \in R.$

- f nie je párna a nie je nepárna.
- f je periodická,



Funkcia $f\colon y = (-1)^{\lfloor x \rfloor},\ x \in R.$

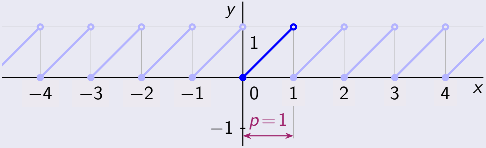
- f nie je párna a nie je nepárna.
- f je periodická,



Vlastnosti funkcií II

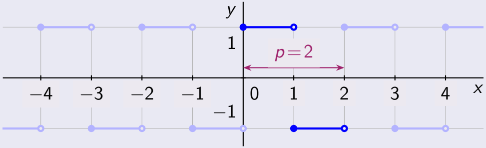
Funkcia $f\colon y = x - \lfloor x \rfloor,\ x \in R$.

- f nie je párna a nie je nepárna.
- f je periodická, primitívna perióda $p = 1$.



Funkcia $f\colon y = (-1)^{\lfloor x \rfloor},\ x \in R$.

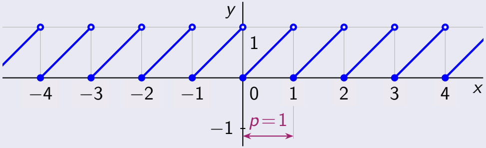
- f nie je párna a nie je nepárna.
- f je periodická, primitívna perióda $p = 2$.



Vlastnosti funkcií II

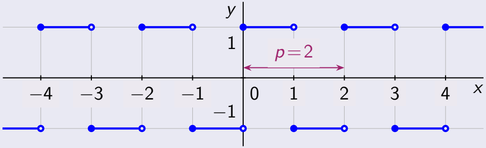
Funkcia $f\colon y = x - \lfloor x \rfloor,\ x \in R.$

- f nie je párna a nie je nepárna.
- f je periodická, primitívna perióda $p = 1.$



Funkcia $f\colon y = (-1)^{\lfloor x \rfloor},\ x \in R.$

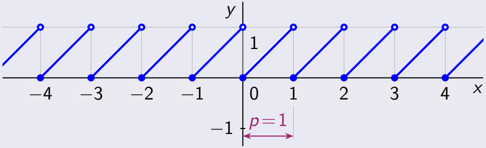
- f nie je párna a nie je nepárna.
- f je periodická, primitívna perióda $p = 2.$



Vlastnosti funkcií II

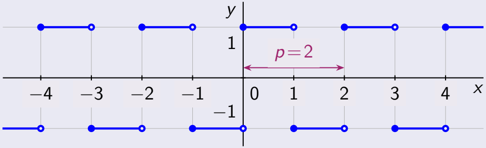
Funkcia $f\colon y = x - \lfloor x \rfloor,\ x \in R$.

- f nie je párna a nie je nepárna.
- f je periodická, primitívna perióda $p = 1$.



Funkcia $f\colon y = (-1)^{\lfloor x \rfloor},\ x \in R$.

- f nie je párna a nie je nepárna.
- f je periodická, primitívna perióda $p = 2$.



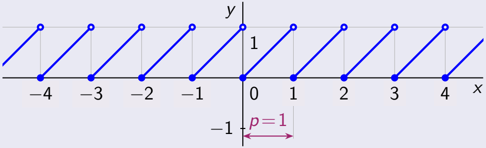
Funkcia $f\colon y = \sin x,\ x \in R$.

Funkcia $f\colon y = \cos x,\ x \in R$.

Vlastnosti funkcií II

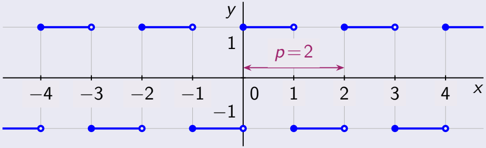
Funkcia $f\colon y = x - \lfloor x \rfloor,\ x \in R.$

- f nie je párna a nie je nepárna.
- f je periodická, primitívna perióda $p = 1$.



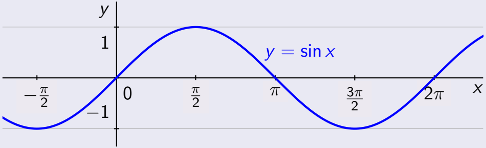
Funkcia $f\colon y = (-1)^{\lfloor x \rfloor},\ x \in R.$

- f nie je párna a nie je nepárna.
- f je periodická, primitívna perióda $p = 2$.



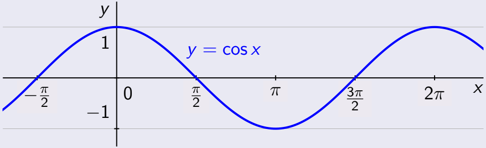
Funkcia $f\colon y = \sin x,\ x \in R.$

- f je nepárna.



Funkcia $f\colon y = \cos x,\ x \in R.$

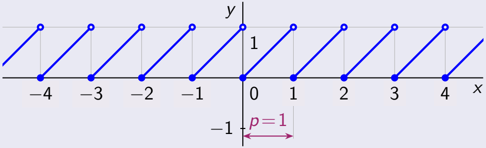
- f je párna.



Vlastnosti funkcií II

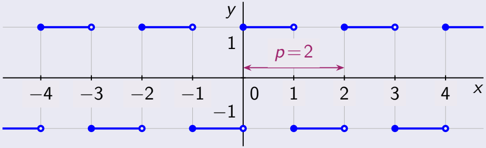
Funkcia $f\colon y = x - \lfloor x \rfloor,\ x \in R$.

- f nie je párna a nie je nepárna.
- f je periodická, primitívna perióda $p = 1$.



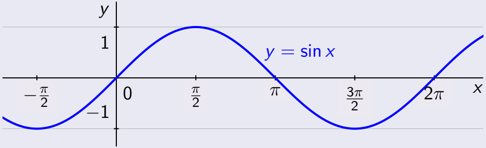
Funkcia $f\colon y = (-1)^{\lfloor x \rfloor},\ x \in R$.

- f nie je párna a nie je nepárna.
- f je periodická, primitívna perióda $p = 2$.



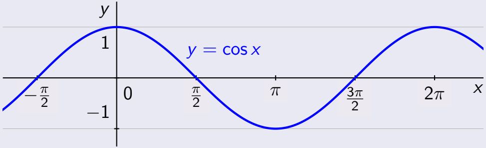
Funkcia $f\colon y = \sin x,\ x \in R$.

- f je nepárna.
- f je periodická,



Funkcia $f\colon y = \cos x,\ x \in R$.

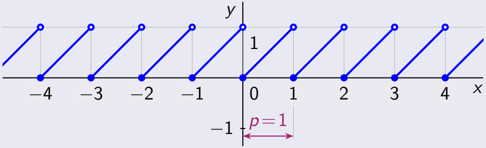
- f je párna.
- f je periodická,



Vlastnosti funkcií II

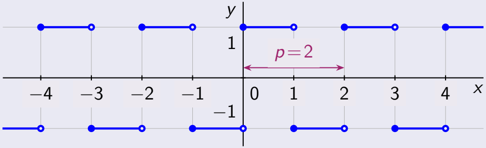
Funkcia $f\colon y = x - \lfloor x \rfloor,\ x \in R$.

- f nie je párna a nie je nepárna.
- f je periodická, primitívna perióda $p = 1$.



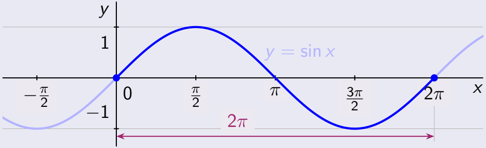
Funkcia $f\colon y = (-1)^{\lfloor x \rfloor},\ x \in R$.

- f nie je párna a nie je nepárna.
- f je periodická, primitívna perióda $p = 2$.



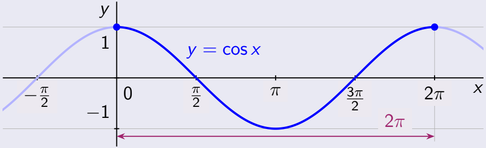
Funkcia $f\colon y = \sin x,\ x \in R$.

- f je nepárna.
- f je periodická, primitívna perióda 2π.



Funkcia $f\colon y = \cos x,\ x \in R$.

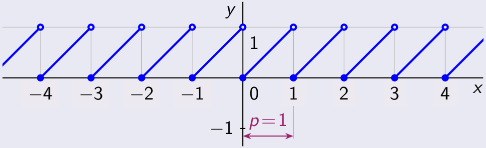
- f je párna.
- f je periodická, primitívna perióda 2π.



Vlastnosti funkcií II

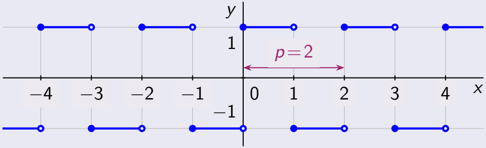
Funkcia $f\colon y = x - \lfloor x \rfloor,\ x \in R$.

- f nie je párna a nie je nepárna.
- f je periodická, primitívna perióda $p = 1$.



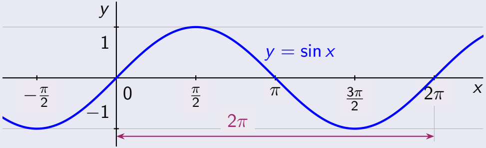
Funkcia $f\colon y = (-1)^{\lfloor x \rfloor},\ x \in R$.

- f nie je párna a nie je nepárna.
- f je periodická, primitívna perióda $p = 2$.



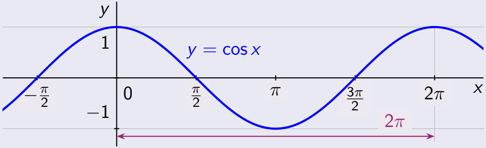
Funkcia $f\colon y = \sin x,\ x \in R$.

- f je nepárna.
- f je periodická, primitívna perióda 2π.



Funkcia $f\colon y = \cos x,\ x \in R$.

- f je párna.
- f je periodická, primitívna perióda 2π.



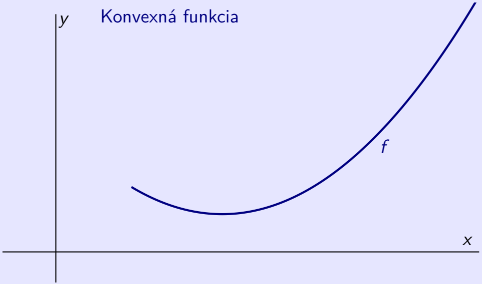
Vlastnosti funkcií II

Funkcia $f\colon y = f(x),\ x \in D(f)$, sa nazýva na intervale $I \subset D(f)$:

Vlastnosti funkcií II

Funkcia $f\colon y = f(x),\ x \in D(f)$, sa nazýva na intervale $I \subset D(f)$:

- Konvexná,
- Rýdzo (ostro) konvexná,

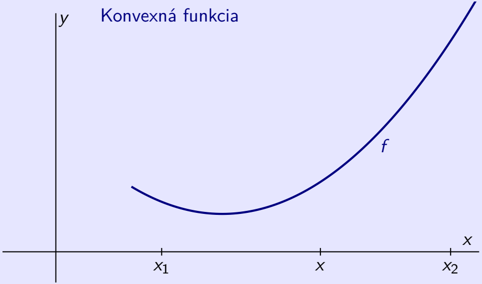


Vlastnosti funkcií II

Funkcia $f\colon y = f(x),\ x \in D(f)$, sa nazýva na intervale $I \subset D(f)$:

- Konvexná, ak pre všetky $x, x_1, x_2 \in I$,

- Rýdzo (ostro) konvexná, ak pre všetky $x, x_1, x_2 \in I$,

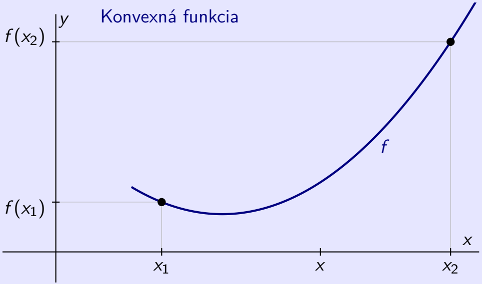


Vlastnosti funkcií II

Funkcia $f\colon y = f(x),\ x \in D(f)$, sa nazýva na intervale $I \subset D(f)$:

- Konvexná, } ak pre všetky $x, x_1, x_2 \in I,\ x_1 < x < x_2$

- Rýdzo (ostro) konvexná, } ak pre všetky $x, x_1, x_2 \in I,\ x_1 < x < x_2$

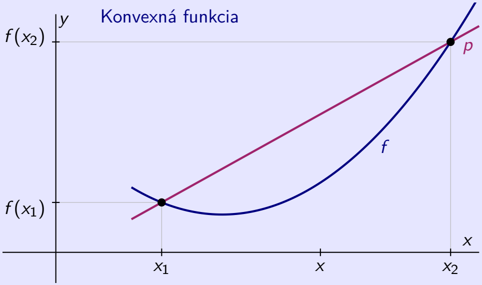


Vlastnosti funkcií II

Funkcia $f\colon y = f(x)$, $x \in D(f)$, sa nazýva na intervale $I \subset D(f)$:

- Konvexná, } ak pre všetky $x, x_1, x_2 \in I$, $x_1 < x < x_2$ platí
- Rýdzo (ostro) konvexná, } ak pre všetky $x, x_1, x_2 \in I$, $x_1 < x < x_2$ platí

[Priamka p spája body $[x_1; f(x_1)]$, $[x_2; f(x_2)]$.]



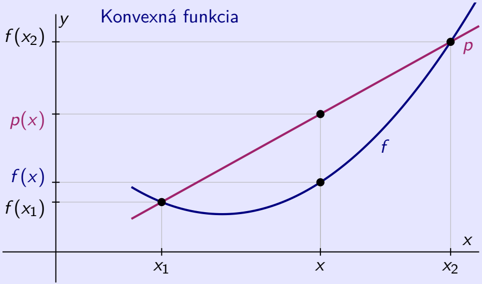
Vlastnosti funkcií II

Funkcia $f\colon y = f(x),\ x \in D(f)$, sa nazýva na intervale $I \subset D(f)$:

- Konvexná, ak pre všetky $x, x_1, x_2 \in I,\ x_1 < x < x_2$ platí $f(x) \leq p(x)$.
- Rýdzo (ostro) konvexná, ak pre všetky $x, x_1, x_2 \in I,\ x_1 < x < x_2$ platí $f(x) < p(x)$.

$p(x) = f(x_1)\frac{x_2 - x}{x_2 - x_1} + f(x_2)\frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$.

[Priamka p spája body $[x_1; f(x_1)]$, $[x_2; f(x_2)]$.]



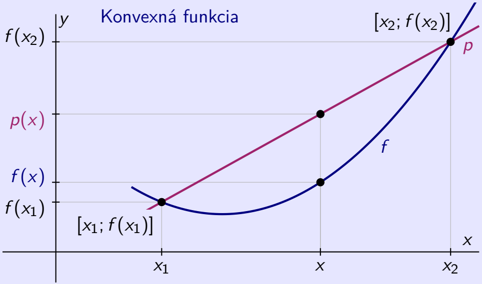
Vlastnosti funkcií II

Funkcia $f\colon y=f(x),\ x\in D(f)$, sa nazýva na intervale $I\subset D(f)$:

- Konvexná, ak pre všetky $x, x_1, x_2 \in I$, $x_1 < x < x_2$ platí $f(x) \leq p(x)$.
- Rýdzo (ostro) konvexná, ak pre všetky $x, x_1, x_2 \in I$, $x_1 < x < x_2$ platí $f(x) < p(x)$.

$p(x) = f(x_1)\frac{x_2-x}{x_2-x_1} + f(x_2)\frac{x-x_1}{x_2-x_1}$.

[Priamka p spája body $[x_1; f(x_1)]$, $[x_2; f(x_2)]$.]



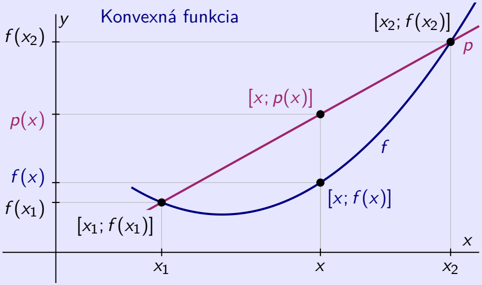
Vlastnosti funkcií II

Funkcia $f\colon y = f(x),\ x \in D(f)$, sa nazýva na intervale $I \subset D(f)$:

- Konvexná, } ak pre všetky $x, x_1, x_2 \in I,\ x_1 < x < x_2$ platí $\{ f(x) \leq p(x)$.
- Rýdzo (ostro) konvexná, } ak pre všetky $x, x_1, x_2 \in I,\ x_1 < x < x_2$ platí $\{ f(x) < p(x)$.

$p(x) = f(x_1)\frac{x_2-x}{x_2-x_1} + f(x_2)\frac{x-x_1}{x_2-x_1}$.

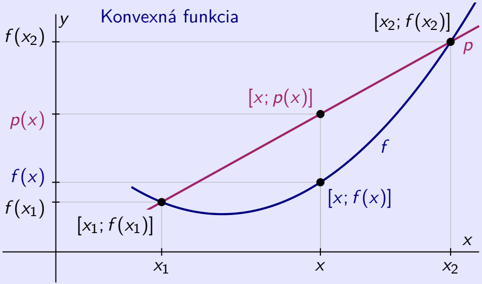
[Priamka p spája body $[x_1; f(x_1)]$, $[x_2; f(x_2)]$.]

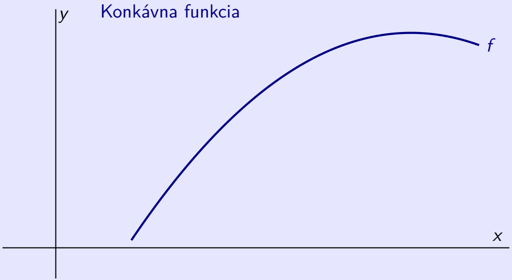


Vlastnosti funkcií II

Funkcia $f\colon y = f(x),\ x \in D(f)$, sa nazýva na intervale $I \subset D(f)$:

- Konkávna,
- Rýdzo (ostro) konkávna,

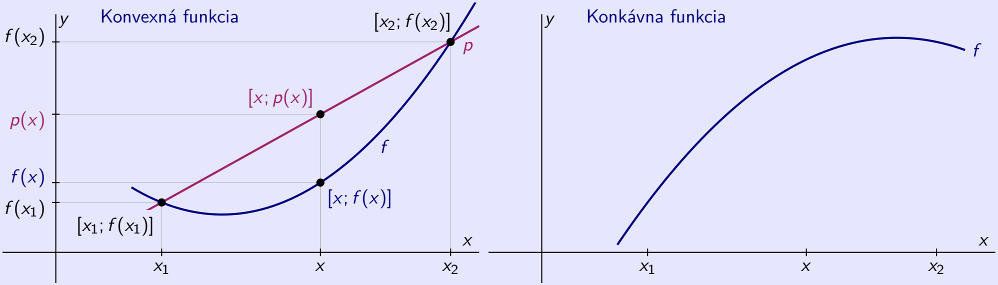




Vlastnosti funkcií II

Funkcia $f\colon y = f(x)$, $x \in D(f)$, sa nazýva na intervale $I \subset D(f)$:

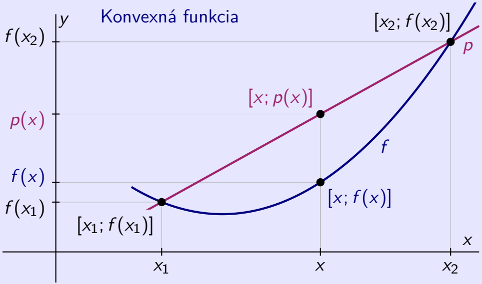
- Konkávna, $\Big\}$ ak pre všetky $x, x_1, x_2 \in I$,
- Rýdzo (ostro) konkávna, $\Big\}$ ak pre všetky $x, x_1, x_2 \in I$,

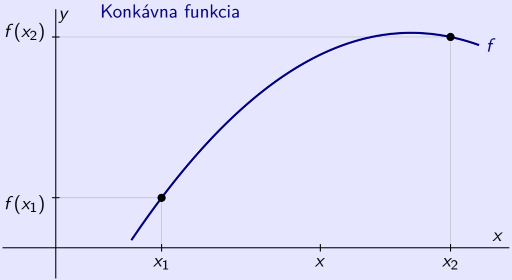


Vlastnosti funkcií II

Funkcia $f\colon y = f(x),\ x \in D(f)$, sa nazýva **na intervale $I \subset D(f)$:**

- Konkávna, $\Big\}$ ak pre všetky $x, x_1, x_2 \in I,\ x_1 < x < x_2$
- Rýdzo (ostro) konkávna, $\Big\}$ ak pre všetky $x, x_1, x_2 \in I,\ x_1 < x < x_2$



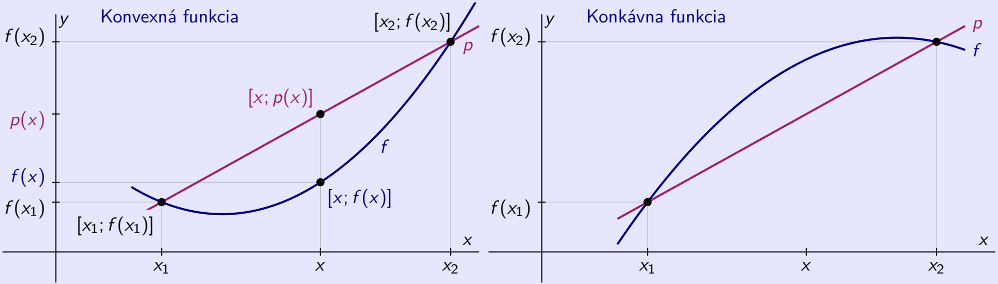


Vlastnosti funkcií II

Funkcia $f\colon y = f(x),\ x \in D(f)$, sa nazýva na intervale $I \subset D(f)$:

- Konkávna, } ak pre všetky $x, x_1, x_2 \in I,\ x_1 < x < x_2$ platí
- Rýdzo (ostro) konkávna, } ak pre všetky $x, x_1, x_2 \in I,\ x_1 < x < x_2$ platí

[Priamka p spája body $[x_1; f(x_1)]$, $[x_2; f(x_2)]$.]



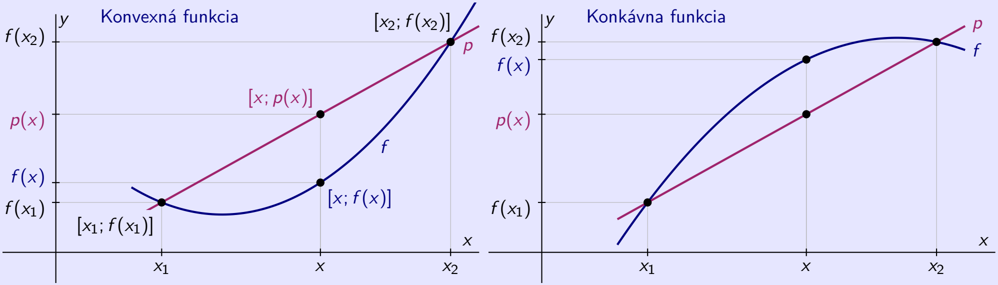
Vlastnosti funkcií II

Funkcia $f\colon y = f(x),\ x \in D(f)$, sa nazýva na intervale $I \subset D(f)$:

- Konkávna, ak pre všetky $x, x_1, x_2 \in I,\ x_1 < x < x_2$ platí $f(x) \geq p(x)$.
- Rýdzo (ostro) konkávna, ak pre všetky $x, x_1, x_2 \in I,\ x_1 < x < x_2$ platí $f(x) > p(x)$.

$p(x) = f(x_1)\frac{x_2 - x}{x_2 - x_1} + f(x_2)\frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$.

[Priamka p spája body $[x_1; f(x_1)]$, $[x_2; f(x_2)]$.]



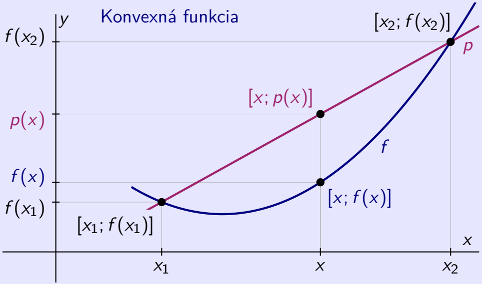
Vlastnosti funkcií II

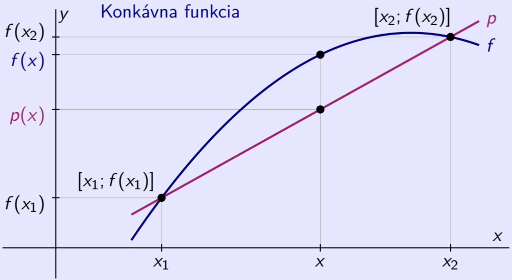
Funkcia $f\colon y = f(x),\ x \in D(f)$, sa nazýva na intervale $I \subset D(f)$:

- Konkávna, ak pre všetky $x, x_1, x_2 \in I,\ x_1 < x < x_2$ platí $f(x) \geq p(x)$.
- Rýdzo (ostro) konkávna, ak pre všetky $x, x_1, x_2 \in I,\ x_1 < x < x_2$ platí $f(x) > p(x)$.

$p(x) = f(x_1)\frac{x_2-x}{x_2-x_1} + f(x_2)\frac{x-x_1}{x_2-x_1}$.

[Priamka p spája body $[x_1; f(x_1)]$, $[x_2; f(x_2)]$.]





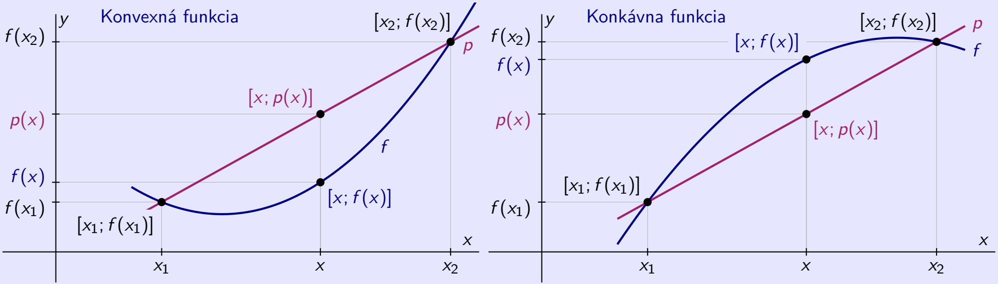
Vlastnosti funkcií II

Funkcia $f\colon y=f(x),\ x\in D(f)$, sa nazýva na intervale $I\subset D(f)$:

- Konkávna, ak pre všetky $x, x_1, x_2 \in I,\ x_1 < x < x_2$ platí $f(x) \geq p(x)$.
- Rýdzo (ostro) konkávna, ak pre všetky $x, x_1, x_2 \in I,\ x_1 < x < x_2$ platí $f(x) > p(x)$.

$p(x) = f(x_1)\frac{x_2-x}{x_2-x_1} + f(x_2)\frac{x-x_1}{x_2-x_1}$.

[Priamka p spája body $[x_1; f(x_1)]$, $[x_2; f(x_2)]$.]



Vlastnosti funkcií II

Funkcia $f\colon y = f(x),\ x \in D(f)$, sa nazýva na intervale $I \subset D(f)$:

- Konvexná,
- Konkávna,

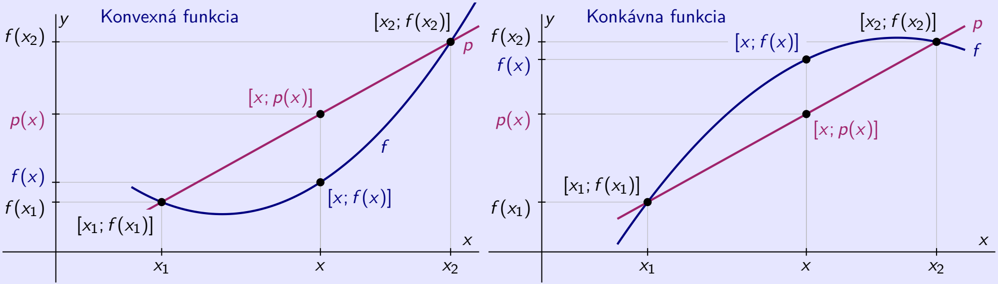
ak pre všetky $x, x_1, x_2 \in I,\ x_1 < x < x_2$ platí $\begin{cases} f(x) \leq p(x). \\ f(x) \geq p(x). \end{cases}$

- Rýdzo (ostro) konvexná,
- Rýdzo (ostro) konkávna,

ak pre všetky $x, x_1, x_2 \in I,\ x_1 < x < x_2$ platí $\begin{cases} f(x) < p(x). \\ f(x) > p(x). \end{cases}$

$p(x) = f(x_1)\frac{x_2-x}{x_2-x_1} + f(x_2)\frac{x-x_1}{x_2-x_1}.$

[Priamka p spája body $[x_1; f(x_1)]$, $[x_2; f(x_2)]$.]



Vlastnosti funkcií II

Funkcia $f\colon y = f(x),\ x \in D(f)$, sa nazýva na intervale $I \subset D(f)$:

- Konvexná,
- Konkávna,

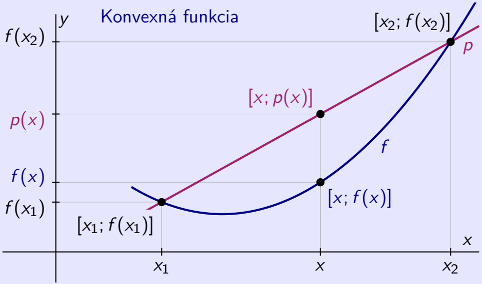
ak pre všetky $x, x_1, x_2 \in I,\ x_1 < x < x_2$ platí $\begin{cases} f(x) \leq p(x). \\ f(x) \geq p(x). \end{cases}$

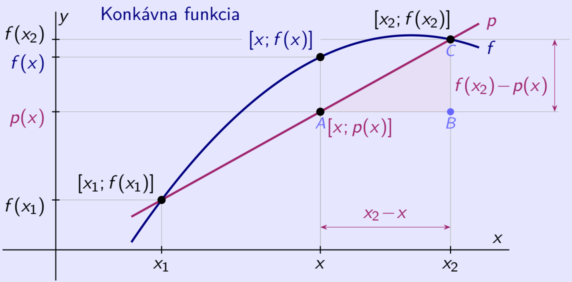
- Rýdzo (ostro) konvexná,
- Rýdzo (ostro) konkávna,

ak pre všetky $x, x_1, x_2 \in I,\ x_1 < x < x_2$ platí $\begin{cases} f(x) < p(x). \\ f(x) > p(x). \end{cases}$

- Trojuholníky ABC, $|BC| : |AB| = \frac{f(x_2)-p(x)}{x_2-x}$

[Priamka p spája body $[x_1; f(x_1)]$, $[x_2; f(x_2)]$.]





Vlastnosti funkcií II

Funkcia $f\colon y = f(x),\ x \in D(f)$, sa nazýva na intervale $I \subset D(f)$:

- Konvexná,
- Konkávna,

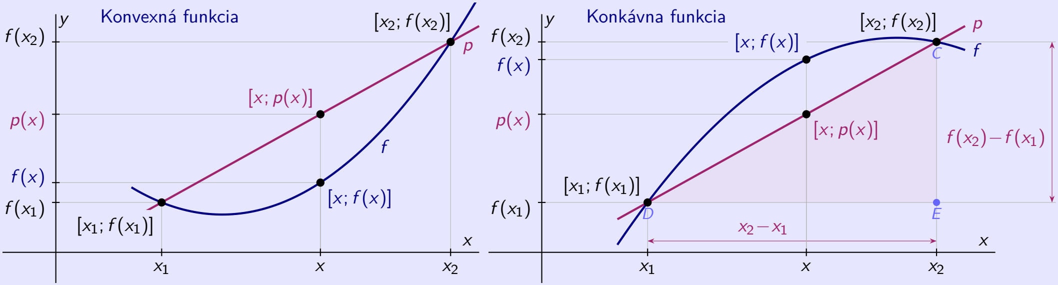
ak pre všetky $x, x_1, x_2 \in I,\ x_1 < x < x_2$ platí $\begin{cases} f(x) \leq p(x). \\ f(x) \geq p(x). \end{cases}$

- Rýdzo (ostro) konvexná,
- Rýdzo (ostro) konkávna,

ak pre všetky $x, x_1, x_2 \in I,\ x_1 < x < x_2$ platí $\begin{cases} f(x) < p(x). \\ f(x) > p(x). \end{cases}$

- Trojuholníky ABC, DEC $\quad |BC| : |AB| = \frac{f(x_2)-p(x)}{x_2-x}$ $\quad |EC| : |DE| = \frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}$

[Priamka p spája body $[x_1; f(x_1)]$, $[x_2; f(x_2)]$.]



Vlastnosti funkcií II

Funkcia $f\colon y=f(x),\ x\in D(f)$, sa nazýva na intervale $I\subset D(f)$:

- Konvexná,
- Konkávna,

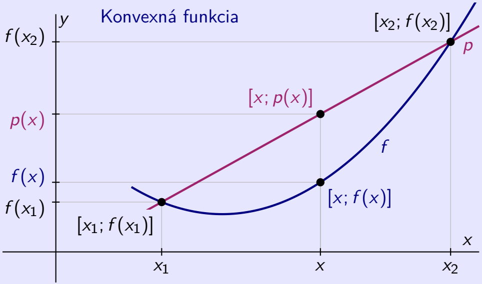
ak pre všetky $x, x_1, x_2 \in I,\ x_1 < x < x_2$ platí $\begin{cases} f(x) \leq p(x). \\ f(x) \geq p(x). \end{cases}$

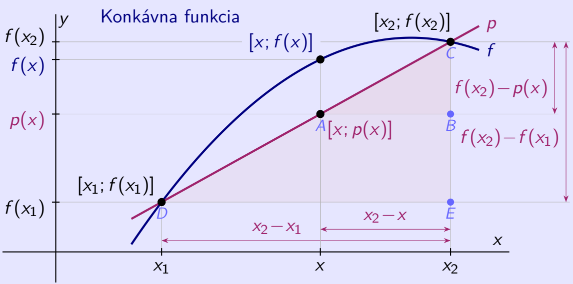
- Rýdzo (ostro) konvexná,
- Rýdzo (ostro) konkávna,

ak pre všetky $x, x_1, x_2 \in I,\ x_1 < x < x_2$ platí $\begin{cases} f(x) < p(x). \\ f(x) > p(x). \end{cases}$

- Trojuholníky ABC, DEC sú podobné: $|BC| : |AB| = \frac{f(x_2)-p(x)}{x_2-x} = |EC| : |DE| = \frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}$.

[Priamka p spája body $[x_1; f(x_1)]$, $[x_2; f(x_2)]$.]





Vlastnosti funkcií II

Funkcia $f\colon y = f(x),\ x \in D(f)$, sa nazýva na intervale $I \subset D(f)$:

- Konvexná,
- Konkávna,

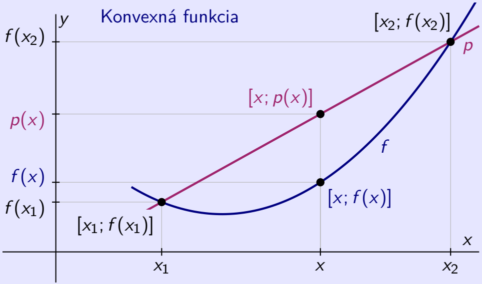
ak pre všetky $x, x_1, x_2 \in I,\ x_1 < x < x_2$ platí $\begin{cases} f(x) \le p(x). \\ f(x) \ge p(x). \end{cases}$

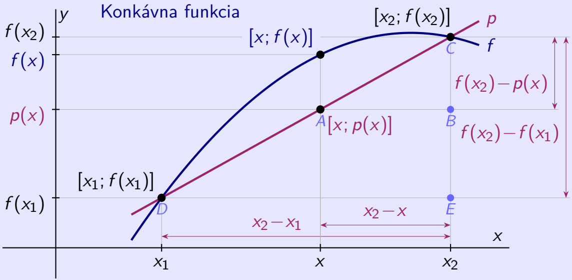
- Rýdzo (ostro) konvexná,
- Rýdzo (ostro) konkávna,

ak pre všetky $x, x_1, x_2 \in I,\ x_1 < x < x_2$ platí $\begin{cases} f(x) < p(x). \\ f(x) > p(x). \end{cases}$

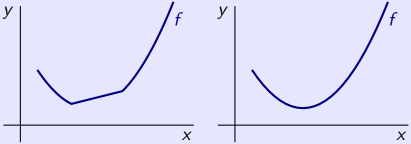
- Trojuholníky ABC, DEC sú podobné: $|BC| : |AB| = \frac{f(x_2)-p(x)}{x_2-x} = |EC| : |DE| = \frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}$. $\Rightarrow$ • $p(x) = f(x_1)\frac{x_2-x}{x_2-x_1} + f(x_2)\frac{x-x_1}{x_2-x_1}$.

[Priamka p spája body $[x_1; f(x_1)]$, $[x_2; f(x_2)]$.]



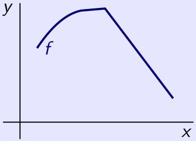


Vlastnosti funkcií II

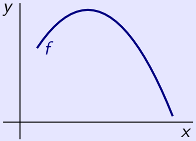


konvexná rýdzo konvexná

Vlastnosti funkcií II

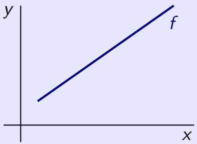


konkávna



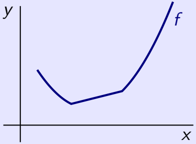
rýdzo konkávna

Vlastnosti funkcií II

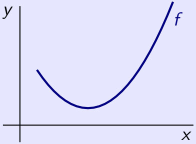


konvexná aj konkávna

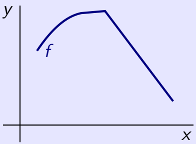
Vlastnosti funkcií II



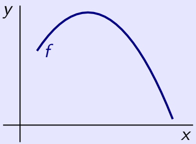
konvexná



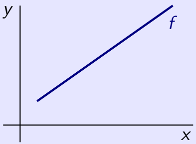
rýdzo konvexná



konkávna

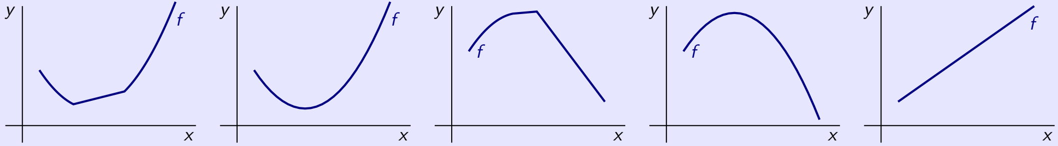


rýdzo konkávna



konvexná aj konkávna

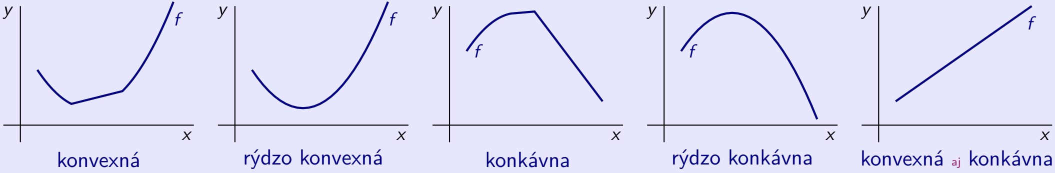
Vlastnosti funkcií II



konvexná | rýdzo konvexná | konkávna | rýdzo konkávna | konvexná aj konkávna

Funkcia $f\colon y = f(x),\ x \in D(f)$ je na intervale $I \subset D(f)$:

Vlastnosti funkcií II

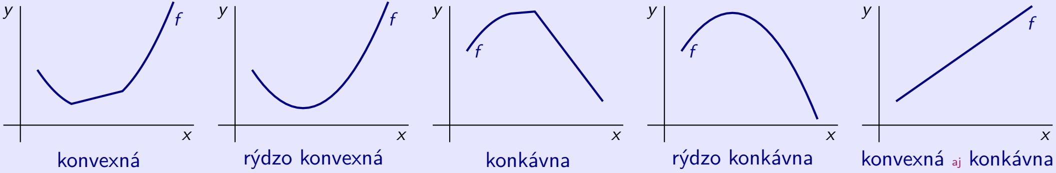


Funkcia $f\colon y = f(x),\ x \in D(f)$ je na intervale $I \subset D(f)$:

- Konvexná.

- Konkávna.

Vlastnosti funkcií II

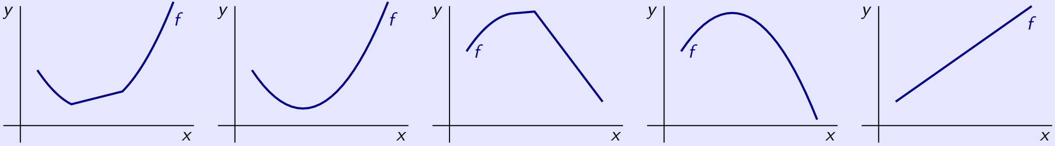


Funkcia $f\colon y = f(x),\ x \in D(f)$ je na intervale $I \subset D(f)$:

- Konvexná. $\Leftrightarrow$
  - Pre všetky $x_1, x_2 \in I,\ x_1 \neq x_2,\ p \in (0;1),\ q = 1-p$

- Konkávna. $\Leftrightarrow$
  - Pre všetky $x_1, x_2 \in I,\ x_1 \neq x_2,\ p \in (0;1),\ q = 1-p$

Vlastnosti funkcií II

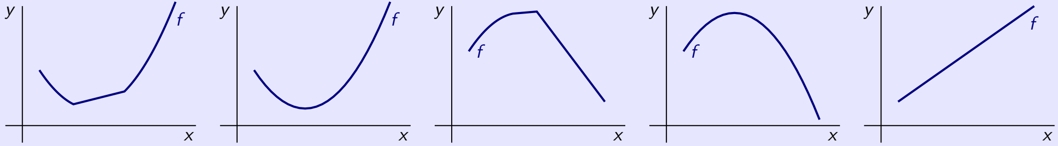


Funkcia $f\colon y=f(x),\ x\in D(f)$ je na intervale $I\subset D(f)$:

- Konvexná. $\Leftrightarrow$ • Pre všetky $x_1, x_2 \in I,\ x_1 \neq x_2,\ p\in(0;1),\ q=1-p$ platí $f(px_1+qx_2)\leq pf(x_1)+qf(x_2)$.

- Konkávna. $\Leftrightarrow$ • Pre všetky $x_1, x_2 \in I,\ x_1 \neq x_2,\ p\in(0;1),\ q=1-p$ platí $f(px_1+qx_2)\geq pf(x_1)+qf(x_2)$.

Vlastnosti funkcií II



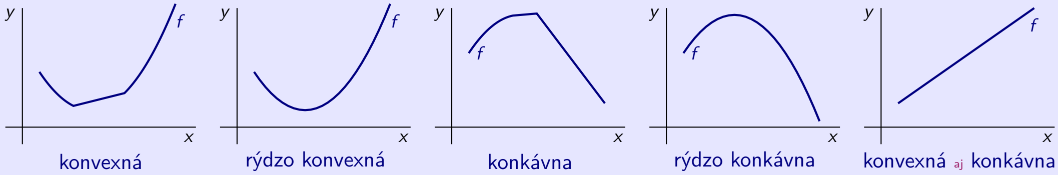
konvexná | rýdzo konvexná | konkávna | rýdzo konkávna | konvexná aj konkávna

Funkcia $f\colon y=f(x),\ x\in D(f)$ je na intervale $I\subset D(f)$:

- Konvexná. $\Leftrightarrow$ • Pre všetky $x_1, x_2 \in I,\ x_1 \neq x_2,\ p\in(0;1),\ q=1-p$ platí $f(px_1+qx_2)\leq pf(x_1)+qf(x_2)$.
- Konkávna. $\Leftrightarrow$ • Pre všetky $x_1, x_2 \in I,\ x_1 \neq x_2,\ p\in(0;1),\ q=1-p$ platí $f(px_1+qx_2)\geq pf(x_1)+qf(x_2)$.

Funkcia $f\colon y=f(x),\ x\in D(f)$ sa nazýva v bode $c\in D(f)$:

Vlastnosti funkcií II



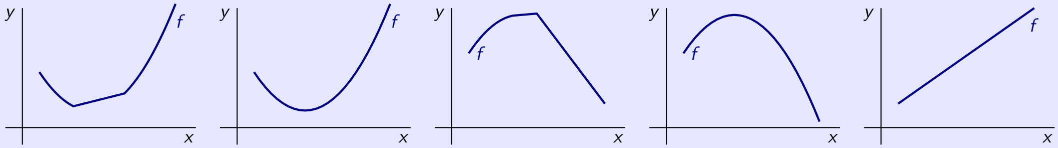
Funkcia $f\colon y = f(x),\ x \in D(f)$ je na intervale $I \subset D(f)$:

- Konvexná. $\Leftrightarrow$ • Pre všetky $x_1, x_2 \in I,\ x_1 \neq x_2,\ p \in (0;1),\ q = 1-p$ platí $f(px_1 + qx_2) \leq pf(x_1) + qf(x_2)$.
- Konkávna. $\Leftrightarrow$ • Pre všetky $x_1, x_2 \in I,\ x_1 \neq x_2,\ p \in (0;1),\ q = 1-p$ platí $f(px_1 + qx_2) \geq pf(x_1) + qf(x_2)$.

Funkcia $f\colon y = f(x),\ x \in D(f)$ sa nazýva v bode $c \in D(f)$:

- Rýdzo konvexná,
- Rýdzo konkávna,

Vlastnosti funkcií II



Funkcia $f\colon y = f(x),\ x \in D(f)$ je na intervale $I \subset D(f)$:

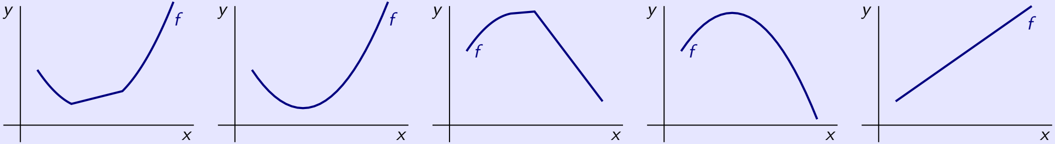
- Konvexná. $\Leftrightarrow$ • Pre všetky $x_1, x_2 \in I,\ x_1 \neq x_2,\ p \in (0;1),\ q = 1-p$ platí $f(px_1 + qx_2) \leq pf(x_1) + qf(x_2)$.
- Konkávna. $\Leftrightarrow$ • Pre všetky $x_1, x_2 \in I,\ x_1 \neq x_2,\ p \in (0;1),\ q = 1-p$ platí $f(px_1 + qx_2) \geq pf(x_1) + qf(x_2)$.

Funkcia $f\colon y = f(x),\ x \in D(f)$ sa nazýva v bode $c \in D(f)$:

- Rýdzo konvexná,
- Rýdzo konkávna,

} ak existuje okolie $O(c)$, v ktorom je funkcia f

Vlastnosti funkcií II



konvexná | rýdzo konvexná | konkávna | rýdzo konkávna | konvexná aj konkávna

Funkcia $f\colon y=f(x),\ x\in D(f)$ je na intervale $I\subset D(f)$:

- Konvexná. $\Leftrightarrow$ • Pre všetky $x_1, x_2\in I,\ x_1\neq x_2,\ p\in(0;1),\ q=1-p$ platí $f(px_1+qx_2)\leq pf(x_1)+qf(x_2)$.

- Konkávna. $\Leftrightarrow$ • Pre všetky $x_1, x_2\in I,\ x_1\neq x_2,\ p\in(0;1),\ q=1-p$ platí $f(px_1+qx_2)\geq pf(x_1)+qf(x_2)$.

Funkcia $f\colon y=f(x),\ x\in D(f)$ sa nazýva v bode $c\in D(f)$:

- Rýdzo konvexná,
- Rýdzo konkávna,

} ak existuje okolie $O(c)$, v ktorom je funkcia f { rýdzo konvexná. / rýdzo konkávna.

Vlastnosti funkcií II

Funkcia $f\colon y = f(x),\ x \in D(f)$, bod $c \in D(f)$.

Vlastnosti funkcií II

Funkcia $f\colon y = f(x)$, $x \in D(f)$, bod $c \in D(f)$.

Funkcia f má **inflexiu** v bode c (bod c sa nazýva **inflexný**),

Vlastnosti funkcií II

Funkcia $f\colon y = f(x)$, $x \in D(f)$, bod $c \in D(f)$.

Funkcia f má **inflexiu** v bode c (bod c sa nazýva **inflexný**), ak existuje okolie $O(c)$,

Vlastnosti funkcií II

Funkcia $f\colon y = f(x)$, $x \in D(f)$, bod $c \in D(f)$.

Funkcia f má inflexiu v bode c (bod c sa nazýva inflexný), ak existuje okolie $O(c)$, také, že

- v intervale $O^{-}(c)$ je f rýdzo konvexná a v intervale $O^{+}(c)$ je f rýdzo konkávna,

[V bode c sa mení rýdza konvexnosť na rýdzu konkávnosť,

Vlastnosti funkcií II

Funkcia $f\colon y = f(x)$, $x \in D(f)$, bod $c \in D(f)$.

Funkcia f má **inflexiu** v bode c (bod c sa nazýva **inflexný**), ak existuje okolie $O(c)$, také, že

- v intervale $O^-(c)$ je f rýdzo konvexná a v intervale $O^+(c)$ je f rýdzo konkávna,

resp.

- v intervale $O^-(c)$ je f rýdzo konkávna a v intervale $O^+(c)$ je f rýdzo konvexná.

[V bode c sa mení rýdza konvexnosť na rýdzu konkávnosť, resp. sa mení rýdza konkávnosť na rýdzu konvexnosť.]

Vlastnosti funkcií II

Funkcia $f\colon y = f(x),\ x \in D(f)$, bod $c \in D(f)$.

Funkcia f má **inflexiu** v bode c (bod c sa nazýva **inflexný**), ak existuje okolie $O(c)$, také, že

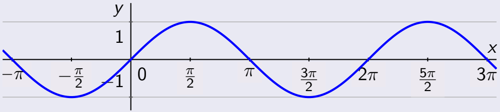
- v intervale $O^-(c)$ je f rýdzo konvexná a v intervale $O^+(c)$ je f rýdzo konkávna,

resp.

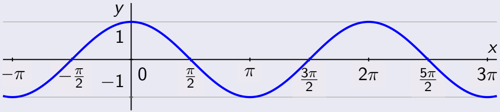
- v intervale $O^-(c)$ je f rýdzo konkávna a v intervale $O^+(c)$ je f rýdzo konvexná.

[V bode c sa mení rýdza konvexnosť na rýdzu konkávnosť, resp. sa mení rýdza konkávnosť na rýdzu konvexnosť.]

Funkcia $f\colon y = \sin x,\ x \in R$.



Funkcia $f\colon y = \cos x,\ x \in R$.



Vlastnosti funkcií II

Funkcia $f\colon y=f(x),\ x\in D(f)$, bod $c\in D(f)$.

Funkcia f má **inflexiu** v bode c (bod c sa nazýva **inflexný**), ak existuje okolie $O(c)$, také, že

- v intervale $O^{-}(c)$ je f rýdzo konvexná a v intervale $O^{+}(c)$ je f rýdzo konkávna,

resp.

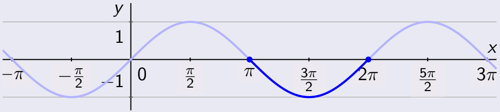
- v intervale $O^{-}(c)$ je f rýdzo konkávna a v intervale $O^{+}(c)$ je f rýdzo konvexná.

[V bode c sa mení rýdza konvexnosť na rýdzu konkávnosť, resp. sa mení rýdza konkávnosť na rýdzu konvexnosť.]

Funkcia $f\colon y=\sin x,\ x\in R$.

- f je rýdzo konvexná

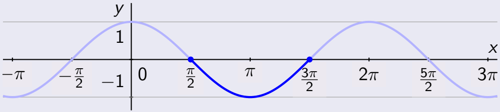
na intervale $\langle \pi; 2\pi\rangle$.



Funkcia $f\colon y=\cos x,\ x\in R$.

- f je rýdzo konvexná

na intervale $\left\langle \frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right\rangle$.



Vlastnosti funkcií II

Funkcia $f\colon y = f(x)$, $x \in D(f)$, bod $c \in D(f)$.

Funkcia f má **inflexiu** v bode c (bod c sa nazýva **inflexný**), ak existuje okolie $O(c)$, také, že

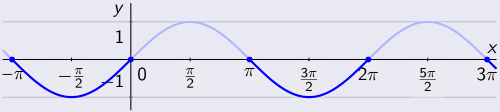
- v intervale $O^-(c)$ je f rýdzo konvexná a v intervale $O^+(c)$ je f rýdzo konkávna,

resp.
- v intervale $O^-(c)$ je f rýdzo konkávna a v intervale $O^+(c)$ je f rýdzo konvexná.

[V bode c sa mení rýdza konvexnosť na rýdzu konkávnosť, resp. sa mení rýdza konkávnosť na rýdzu konvexnosť.]

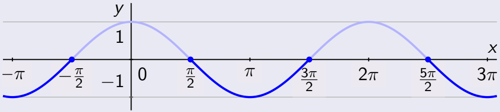
Funkcia $f\colon y = \sin x$, $x \in R$.

- f je rýdzo konvexná na intervaloch $\langle \pi + 2k\pi; 2\pi + 2k\pi \rangle$, $k \in Z$.



Funkcia $f\colon y = \cos x$, $x \in R$.

- f je rýdzo konvexná na intervaloch $\langle \frac{3\pi}{2} + 2k\pi; \frac{\pi}{2} + 2k\pi \rangle$, $k \in Z$.



Vlastnosti funkcií II

Funkcia $f\colon y=f(x),\ x\in D(f)$, bod $c\in D(f)$.

Funkcia f má **inflexiu** v bode c (bod c sa nazýva **inflexný**), ak existuje okolie $O(c)$, také, že

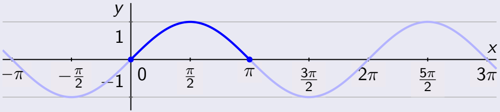
- v intervale $O^-(c)$ je f rýdzo konvexná a v intervale $O^+(c)$ je f rýdzo konkávna,

resp.
- v intervale $O^-(c)$ je f rýdzo konkávna a v intervale $O^+(c)$ je f rýdzo konvexná.

[V bode c sa mení rýdza konvexnosť na rýdzu konkávnosť, resp. sa mení rýdza konkávnosť na rýdzu konvexnosť.]

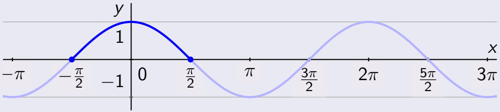
Funkcia $f\colon y=\sin x,\ x\in R$.

- f je rýdzo konvexná na intervaloch $\langle \pi+2k\pi; 2\pi+2k\pi\rangle,\ k\in Z$.
- f je rýdzo konkávna na intervale $\langle 0;\pi\rangle$.



Funkcia $f\colon y=\cos x,\ x\in R$.

- f je rýdzo konvexná na intervaloch $\langle \frac{3\pi}{2}+2k\pi; \frac{\pi}{2}+2k\pi\rangle,\ k\in Z$.
- f je rýdzo konkávna na intervale $\langle -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\rangle$.



Vlastnosti funkcií II

Funkcia $f\colon y = f(x),\ x \in D(f)$, bod $c \in D(f)$.

Funkcia f má **inflexiu** v bode c (bod c sa nazýva **inflexný**), ak existuje okolie $O(c)$, také, že

- v intervale $O^-(c)$ je f rýdzo konvexná a v intervale $O^+(c)$ je f rýdzo konkávna,

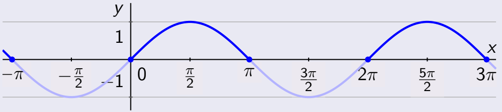
resp.

- v intervale $O^-(c)$ je f rýdzo konkávna a v intervale $O^+(c)$ je f rýdzo konvexná.

[V bode c sa mení rýdza konvexnosť na rýdzu konkávnosť, resp. sa mení rýdza konkávnosť na rýdzu konvexnosť.]

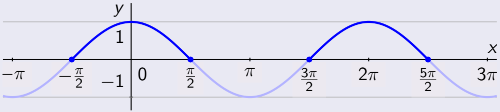
Funkcia $f\colon y = \sin x,\ x \in R$.

- f je rýdzo konvexná na intervaloch $\langle \pi + 2k\pi; 2\pi + 2k\pi \rangle,\ k \in Z$.
- f je rýdzo konkávna na intervaloch $\langle 0 + 2k\pi; \pi + 2k\pi \rangle,\ k \in Z$.



Funkcia $f\colon y = \cos x,\ x \in R$.

- f je rýdzo konvexná na intervaloch $\langle \frac{3\pi}{2} + 2k\pi; \frac{\pi}{2} + 2k\pi \rangle,\ k \in Z$.
- f je rýdzo konkávna na intervaloch $\langle -\frac{\pi}{2} + 2k\pi; \frac{\pi}{2} + 2k\pi \rangle,\ k \in Z$.



Vlastnosti funkcií II

Funkcia $f\colon y=f(x),\ x\in D(f)$, bod $c\in D(f)$.

Funkcia f má **inflexiu** v bode c (bod c sa nazýva **inflexný**), ak existuje okolie $O(c)$, také, že

- v intervale $O^-(c)$ je f rýdzo konvexná a v intervale $O^+(c)$ je f rýdzo konkávna,

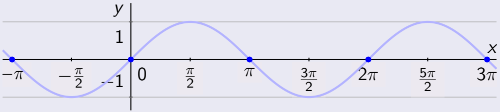
resp.

- v intervale $O^-(c)$ je f rýdzo konkávna a v intervale $O^+(c)$ je f rýdzo konvexná.

[V bode c sa mení rýdza konvexnosť na rýdzu konkávnosť, resp. sa mení rýdza konkávnosť na rýdzu konvexnosť.]

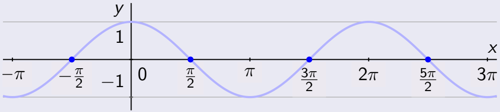
Funkcia $f\colon y=\sin x,\ x\in R$.

- f je rýdzo konvexná na intervaloch $\langle \pi+2k\pi; 2\pi+2k\pi\rangle,\ k\in Z$.
- f je rýdzo konkávna na intervaloch $\langle 0+2k\pi; \pi+2k\pi\rangle,\ k\in Z$.
- Inflexné body sú $0+k\pi=k\pi,\ k\in Z$.



Funkcia $f\colon y=\cos x,\ x\in R$.

- f je rýdzo konvexná na intervaloch $\langle \frac{3\pi}{2}+2k\pi; \frac{\pi}{2}+2k\pi\rangle,\ k\in Z$.
- f je rýdzo konkávna na intervaloch $\langle -\frac{\pi}{2}+2k\pi; \frac{\pi}{2}+2k\pi\rangle,\ k\in Z$.
- Inflexné body sú $\frac{\pi}{2}+k\pi,\ k\in Z$.



Vlastnosti funkcií II

Funkcia $f\colon y=f(x),\ x\in D(f)$, bod $c\in D(f)$.

Funkcia f má **inflexiu** v bode c (bod c sa nazýva **inflexný**), ak existuje okolie $O(c)$, také, že

- v intervale $O^-(c)$ je f rýdzo konvexná a v intervale $O^+(c)$ je f rýdzo konkávna,

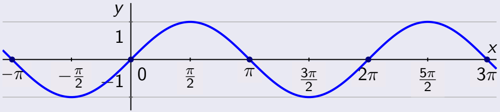
resp.

- v intervale $O^-(c)$ je f rýdzo konkávna a v intervale $O^+(c)$ je f rýdzo konvexná.

[V bode c sa mení rýdza konvexnosť na rýdzu konkávnosť, resp. sa mení rýdza konkávnosť na rýdzu konvexnosť.]

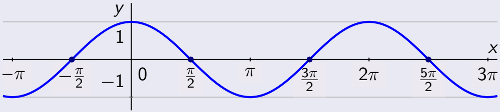
Funkcia $f\colon y=\sin x,\ x\in R$.

- f je rýdzo konvexná na intervaloch $\langle \pi+2k\pi; 2\pi+2k\pi\rangle$, $k\in Z$.
- f je rýdzo konkávna na intervaloch $\langle 0+2k\pi; \pi+2k\pi\rangle$, $k\in Z$.
- Inflexné body sú $0+k\pi=k\pi$, $k\in Z$.



Funkcia $f\colon y=\cos x,\ x\in R$.

- f je rýdzo konvexná na intervaloch $\langle \frac{3\pi}{2}+2k\pi; \frac{\pi}{2}+2k\pi\rangle$, $k\in Z$.
- f je rýdzo konkávna na intervaloch $\langle -\frac{\pi}{2}+2k\pi; \frac{\pi}{2}+2k\pi\rangle$, $k\in Z$.
- Inflexné body sú $\frac{\pi}{2}+k\pi$, $k\in Z$.



Koniec 4. časti

Ďakujem za pozornosť.