

# Matematická analýza 1

2023/2024

## 1. Zopár základných pojmov

Pre správne zobrazenie, fungovanie tooltipov, 2D a 3D animácií je nevyhnutné súbor otvoriť pomocou programu Adobe Reader (zásuvný modul Adobe PDF Plug-In webového prehliadača nestačí).

Kliknutím na text pred ikonou  získate nápomoc.

Kliknutím na skratku v modrej lište vpravo hore sa dostanete na príslušný slajd, druhým kliknutím sa dostanete na koniec tohto slajdu.

# Obsah

- 1 Základné symboly
- 2 Dôkazy
- 3 Dôkaz matematickou indukciou
- 4 Množiny – základné vlastnosti
- 5 Binárne relácie a zobrazenia
- 6 Axiómy reálnych čísel
- 7 Číselné množiny a ich vlastnosti
- 8 Topologické vlastnosti čísel

# Základné symboly – Kvantifikátory

Všeobecný kvantifikátor označujeme  $\forall$  a vyjadruje:

Existenčný kvantifikátor označujeme  $\exists$  a vyjadruje:

# Základné symboly – Kvantifikátory

Všeobecný kvantifikátor označujeme  $\forall$  a vyjadruje:

Pre všetky, každý, ľubovoľný, žiadny (v zápore), . . .

Existenčný kvantifikátor označujeme  $\exists$  a vyjadruje:

Existuje, aspoň jeden, niektorý, . . .

# Základné symboly – Kvantifikátory

Všeobecný kvantifikátor označujeme  $\forall$  a vyjadruje:

Pre všetky, každý, ľubovoľný, žiadny (v zápore), . . .

Existenčný kvantifikátor označujeme  $\exists$  a vyjadruje:

Existuje, aspoň jeden, niektorý, . . .

- $\exists!$  vyjadruje: Existuje práve jeden (aspoň jeden a súčasne najviac jeden).

# Základné symboly – Kvantifikátory

Všeobecný kvantifikátor označujeme  $\forall$  a vyjadruje:

Pre všetky, každý, ľubovoľný, žiadny (v zápore), . . .

Napr. výrok „ $\forall n \in \mathbb{N}: a > 0 \Rightarrow a^n > 0$ .“

Existenčný kvantifikátor označujeme  $\exists$  a vyjadruje:

Existuje, aspoň jeden, niektorý, . . .

- $\exists!$  vyjadruje: Existuje práve jeden (aspoň jeden a súčasne najviac jeden).

Napr. výrok „ $\exists n \in \mathbb{N}: a > 0 \Rightarrow a^n > 0$ .“

# Základné symboly – Kvantifikátory

Všeobecný kvantifikátor označujeme  $\forall$  a vyjadruje:

Pre všetky, každý, ľubovoľný, žiadny (v zápore), . . .

Napr. výrok „ $\forall n \in \mathbb{N}: a > 0 \Rightarrow a^n > 0$ .“ čítame:

- „Ak  $a > 0$ , potom  $a^n > 0$  pre všetky prirodzené čísla  $n$ .“

Existenčný kvantifikátor označujeme  $\exists$  a vyjadruje:

Existuje, aspoň jeden, niektorý, . . .

- $\exists!$  vyjadruje: Existuje práve jeden (aspoň jeden a súčasne najviac jeden).

Napr. výrok „ $\exists n \in \mathbb{N}: a > 0 \Rightarrow a^n > 0$ .“ čítame:

- „Ak  $a > 0$ , potom  $a^n > 0$  pre nejaké prirodzené číslo  $n$ .“

# Základné symboly – Kvantifikátory

Všeobecný kvantifikátor označujeme  $\forall$  a vyjadruje:

Pre všetky, každý, ľubovoľný, žiadny (v zápore), . . .

Napr. výrok „ $\forall n \in \mathbb{N}: a > 0 \Rightarrow a^n > 0$ .“ čítame:

- „Ak  $a > 0$ , potom  $a^n > 0$  pre všetky prirodzené čísla  $n$ .“
- „Pre všetky  $n$  prirodzené platí, že ak  $a > 0$ , potom  $a^n > 0$ .“

[A podobne.]

Existenčný kvantifikátor označujeme  $\exists$  a vyjadruje:

Existuje, aspoň jeden, niektorý, . . .

- $\exists!$  vyjadruje: Existuje práve jeden (aspoň jeden a súčasne najviac jeden).

Napr. výrok „ $\exists n \in \mathbb{N}: a > 0 \Rightarrow a^n > 0$ .“ čítame:

- „Ak  $a > 0$ , potom  $a^n > 0$  pre nejaké prirodzené číslo  $n$ .“
- „Existuje  $n$  prirodzené také, že ak  $a > 0$ , potom  $a^n > 0$ .“

[A podobne.]



# Základné symboly – Kvantifikátory a výroky

$$\forall x \in \mathbb{R} \exists n \in \mathbb{Z}: n < x.$$
$$\exists n \in \mathbb{Z} \forall x \in \mathbb{R}: n < x.$$

# Základné symboly – Kvantifikátory a výroky

$$\forall x \in R \exists n \in Z: n < x.$$

Zmenou poradia všeobecného kvantifikátora a existenčného kvantifikátora:

$$\exists n \in Z \forall x \in R: n < x.$$

# Základné symboly – Kvantifikátory a výroky

$$\forall x \in R \exists n \in Z: n < x.$$

Pre každé  $x \in R$  existuje  $n \in Z$  také, že  $n < x$ .

Zmenou poradia všeobecného kvantifikátora a existenčného kvantifikátora:

- Zmení sa význam pôvodného výroku.

$$\exists n \in Z \forall x \in R: n < x.$$

Existuje  $n \in Z$  také, že pre každé  $x \in R$  platí  $n < x$ .

# Základné symboly – Kvantifikátory a výroky

$$\forall x \in R \exists n \in Z: n < x.$$

[Pravdivý výrok]

Pre každé  $x \in R$  existuje  $n \in Z$  také, že  $n < x$ .

Zmenou poradia všeobecného kvantifikátora a existenčného kvantifikátora:

- Zmení sa význam pôvodného výroku.
- Môžeme dostať z pravdivého výroku nepravdivý výrok.

$$\exists n \in Z \forall x \in R: n < x.$$

[Nepravdivý výrok]

Existuje  $n \in Z$  také, že pre každé  $x \in R$  platí  $n < x$ .

# Základné symboly – Kvantifikátory a výroky

$$\forall x \in R \exists n \in Z: n < x.$$

[Pravdivý výrok]

Pre každé  $x \in R$  existuje  $n \in Z$  také, že  $n < x$ .

Zmenou poradia všeobecného kvantifikátora a existenčného kvantifikátora:

- Zmení sa význam pôvodného výroku.
- Môžeme dostať z pravdivého výroku nepravdivý výrok.

$$\exists n \in Z \forall x \in R: n < x.$$

[Nepravdivý výrok]

Existuje  $n \in Z$  také, že pre každé  $x \in R$  platí  $n < x$ .

Je potrebné si uvedomiť:

# Základné symboly – Kvantifikátory a výroky

$$\forall x \in R \exists n \in Z: n < x.$$

[Pravdivý výrok]

Pre každé  $x \in R$  existuje  $n \in Z$  také, že  $n < x$ .

Zmenou poradia všeobecného kvantifikátora a existenčného kvantifikátora:

- Zmení sa význam pôvodného výroku.
- Môžeme dostať z pravdivého výroku nepravdivý výrok.

$$\exists n \in Z \forall x \in R: n < x.$$

[Nepravdivý výrok]

Existuje  $n \in Z$  také, že pre každé  $x \in R$  platí  $n < x$ .

Je potrebné si uvedomiť:

- Záleží na vzájomnom poradí kvantifikátorov!

# Základné symboly – Kvantifikátory a výroky

$$\forall x \in R \exists n \in Z: n < x.$$

[Pravdivý výrok]

Pre každé  $x \in R$  existuje  $n \in Z$  také, že  $n < x$ .

Zmenou poradia všeobecného kvantifikátora a existenčného kvantifikátora:

- Zmení sa význam pôvodného výroku.
- Môžeme dostať z pravdivého výroku nepravdivý výrok.

$$\exists n \in Z \forall x \in R: n < x.$$

[Nepravdivý výrok]

Existuje  $n \in Z$  také, že pre každé  $x \in R$  platí  $n < x$ .

Je potrebné si uvedomiť:

- Záleží na vzájomnom poradí kvantifikátorov!
- Zámenou poradia kvantifikátorov sa môže zmeniť význam výroku.

# Základné symboly – Sumátory a multiplikátory

Symbol sčítavania  $\Sigma$ .



# Základné symboly – Sumátory a multiplikátory

Symbol sčítavania  $\Sigma$ .

$$\sum_{i=1}^n a_i = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$$


- Konečná suma ( $n \in \mathbb{N}$ ).

$$\sum_{j=3}^{\infty} a_j = a_3 + a_4 + \cdots + a_n + \cdots$$


- Nekonečná suma.

# Základné symboly – Sumátory a multiplikátory

Symbol sčítavania  $\Sigma$ .

$$\sum_{i=1}^n a_i = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$$


- Konečná suma ( $n \in \mathbb{N}$ ).

$$\sum_{j=3}^{\infty} a_j = a_3 + a_4 + \cdots + a_n + \cdots$$


- Nekonečná suma.

# Základné symboly – Sumátory a multiplikátory

Symbol sčítavania  $\Sigma$ .

$$\sum_{i=1}^n a_i = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$$

pomocný index

postupne nadobúda hodnoty od prvého indexu

- Konečná suma ( $n \in \mathbb{N}$ ).

$$\sum_{j=3}^{\infty} a_j = a_3 + a_4 + \cdots + a_n + \cdots$$

pomocný index

postupne nadobúda hodnoty od prvého indexu

- Nekonečná suma.

# Základné symboly – Sumátory a multiplikátory

Symbol sčítavania  $\Sigma$ .

$$\sum_{i=1}^n a_i = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$$

pomocný index

postupne nadobúda hodnoty od prvého indexu

prvý index

začiatok indexovania

- Konečná suma ( $n \in \mathbb{N}$ ).

$$\sum_{j=3}^{\infty} a_j = a_3 + a_4 + \cdots + a_n + \cdots$$

pomocný index

postupne nadobúda hodnoty od prvého indexu

prvý index

začiatok indexovania

- Nekonečná suma.

# Základné symboly – Sumátory a multiplikátory

Symbol sčítavania  $\Sigma$ .

$$\sum_{i=1}^n a_i = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$$

pomocný index

postupne nadobúda hodnoty od prvého indexu

prvý index

začiatok indexovania

- Konečná suma ( $n \in \mathbb{N}$ ).

$$\sum_{j=3}^{\infty} a_j = a_3 + a_4 + \cdots + a_n + \cdots$$

pomocný index

postupne nadobúda hodnoty od prvého indexu

prvý index

začiatok indexovania

- Nekonečná suma.

# Základné symboly – Sumátory a multiplikátory

Symbol sčítavania  $\Sigma$ .

$$\sum_{i=1}^n a_i = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$$

pomocný index

postupne nadobúda hodnoty od prvého indexu

prvý index

začiatok indexovania

- Konečná suma ( $n \in \mathbb{N}$ ).

$$\sum_{j=3}^{\infty} a_j = a_3 + a_4 + \cdots + a_n + \cdots$$

pomocný index

postupne nadobúda hodnoty od prvého indexu

prvý index

začiatok indexovania

- Nekonečná suma.

# Základné symboly – Sumátory a multiplikátory

Symbol sčítavania  $\Sigma$ .

$$\sum_{i=1}^n a_i = a_1 + a_2 + \dots + a_n$$

pomocný index

postupne nadobúda hodnoty od prvého indexu

prvý index

začiatok indexovania

- Konečná suma ( $n \in \mathbb{N}$ ).

$$\sum_{j=3}^{\infty} a_j = a_3 + a_4 + \dots + a_n + \dots$$

pomocný index

postupne nadobúda hodnoty od prvého indexu

prvý index

začiatok indexovania

- Nekonečná suma.

# Základné symboly – Sumátory a multiplikátory

Symbol sčítavania  $\Sigma$ .

$$\sum_{i=1}^n a_i = a_1 + a_2 + \dots + a_n$$

pomocný index

postupne nadobúda hodnoty od prvého indexu po posledný index

prvý index

začiatok indexovania

- Konečná suma ( $n \in \mathbb{N}$ ).

$$\sum_{j=3}^{\infty} a_j = a_3 + a_4 + \dots + a_n + \dots$$

pomocný index

postupne nadobúda hodnoty od prvého indexu do nekonečna

prvý index

začiatok indexovania

- Nekonečná suma.



# Základné symboly – Sumátory a multiplikátory

Symbol sčítavania  $\Sigma$ .

$$\sum_{i=1}^n a_i = a_1 + a_2 + \dots + a_n$$

$n$  — posledný index koniec indexovania  
 $i=1$  — prvý index začiatok indexovania  
 pomocný index postupne nadobúda hodnoty od prvého indexu po posledný index

- Konečná suma ( $n \in \mathbb{N}$ ).

$$\sum_{j=3}^{\infty} a_j = a_3 + a_4 + \dots + a_n + \dots$$

$\infty$  — posledný index indexovanie pokračuje do nekonečna  
 $j=3$  — prvý index začiatok indexovania  
 pomocný index postupne nadobúda hodnoty od prvého indexu do nekonečna

- Nekonečná suma.

# Základné symboly – Sumátory a multiplikátory

Symbol sčítavania  $\Sigma$ .

[Analogicky aj pre symboly násobenia  $\Pi$ , prieniku  $\cap$  a zjednotenia  $\cup$ .]

$$\sum_{i=1}^n a_i = a_1 + a_2 + \dots + a_n$$

$n$  — posledný index koniec indexovania  
 $i=1$  — prvý index začiatok indexovania  
 pomocný index postupne nadobúda hodnoty od prvého indexu po posledný index

- Konečná suma ( $n \in \mathbb{N}$ ).

$$\sum_{j=3}^{\infty} a_j = a_3 + a_4 + \dots + a_n + \dots$$

$\infty$  — posledný index indexovanie pokračuje do nekonečna  
 $j=3$  — prvý index začiatok indexovania  
 pomocný index postupne nadobúda hodnoty od prvého indexu do nekonečna

- Nekonečná suma.

# Základné symboly

Súčet a súčin prvkov.

# Základné symboly

Súčet a súčin prvkov.

- $$\sum_{i=1}^{10} a_i = \sum_{n=1}^{10} a_n = \sum_{k=1}^{10} a_k = \sum_{\alpha=1}^{10} a_{\alpha} = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_9 + a_{10}.$$

# Základné symboly

Súčet a súčin prvkov.

- $\sum_{i=1}^{10} a_i = \sum_{n=1}^{10} a_n = \sum_{k=1}^{10} a_k = \sum_{\alpha=1}^{10} a_\alpha = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_9 + a_{10}.$

- $\sum_{i=1}^n a_k = a_k + \cdots + a_k = na_k.$

# Základné symboly

Súčet a súčin prvkov.

$$\bullet \sum_{i=1}^{10} a_i = \sum_{n=1}^{10} a_n = \sum_{k=1}^{10} a_k = \sum_{\alpha=1}^{10} a_{\alpha} = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_9 + a_{10}.$$

$$\bullet \sum_{i=1}^n a_k = a_k + \cdots + a_k = na_k.$$

$$\bullet \sum_{k=7}^{\infty} a_k = a_7 + a_8 + \cdots + a_k + \cdots.$$

# Základné symboly

Súčet a súčin prvkov.

$$\bullet \sum_{i=1}^{10} a_i = \sum_{n=1}^{10} a_n = \sum_{k=1}^{10} a_k = \sum_{\alpha=1}^{10} a_{\alpha} = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_9 + a_{10}.$$

$$\bullet \sum_{i=1}^n a_k = a_k + \cdots + a_k = na_k.$$

$$\bullet \sum_{k=7}^{\infty} a_k = a_7 + a_8 + \cdots + a_k + \cdots.$$

$$\bullet \prod_{k=1}^i a_k = a_1 \cdot a_2 \cdots a_i.$$

# Základné symboly

Súčet a súčin prvkov.

$$\bullet \sum_{i=1}^{10} a_i = \sum_{n=1}^{10} a_n = \sum_{k=1}^{10} a_k = \sum_{\alpha=1}^{10} a_{\alpha} = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_9 + a_{10}.$$

$$\bullet \sum_{i=1}^n a_k = a_k + \dots + a_k = na_k. \quad \bullet \sum_{k=7}^{\infty} a_k = a_7 + a_8 + \dots + a_k + \dots.$$

$$\bullet \prod_{k=1}^i a_k = a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_i. \quad \bullet \prod_{i=1}^{\infty} a_i = a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_n \cdot \dots.$$



# Základné symboly

Súčet a súčin prvkov.

$$\bullet \sum_{i=1}^{10} a_i = \sum_{n=1}^{10} a_n = \sum_{k=1}^{10} a_k = \sum_{\alpha=1}^{10} a_{\alpha} = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_9 + a_{10}.$$

$$\bullet \sum_{i=1}^n a_k = a_k + \dots + a_k = na_k. \quad \bullet \sum_{k=7}^{\infty} a_k = a_7 + a_8 + \dots + a_k + \dots.$$

$$\bullet \prod_{k=1}^i a_k = a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_i. \quad \bullet \prod_{i=1}^{\infty} a_i = a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_n \cdot \dots. \quad \bullet \prod_{i=1}^n i = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n = n!.$$

# Základné symboly

Súčet a súčin prvkov.

$$\bullet \sum_{i=1}^{10} a_i = \sum_{n=1}^{10} a_n = \sum_{k=1}^{10} a_k = \sum_{\alpha=1}^{10} a_{\alpha} = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_9 + a_{10}.$$

$$\bullet \sum_{i=1}^n a_k = a_k + \dots + a_k = na_k. \quad \bullet \sum_{k=7}^{\infty} a_k = a_7 + a_8 + \dots + a_k + \dots.$$

$$\bullet \prod_{k=1}^i a_k = a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_i. \quad \bullet \prod_{i=1}^{\infty} a_i = a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_n \cdot \dots. \quad \bullet \prod_{i=1}^n i = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n = n!.$$

Prienik a zjednotenie množín.

# Základné symboly

Súčet a súčin prvkov.

$$\bullet \sum_{i=1}^{10} a_i = \sum_{n=1}^{10} a_n = \sum_{k=1}^{10} a_k = \sum_{\alpha=1}^{10} a_{\alpha} = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_9 + a_{10}.$$

$$\bullet \sum_{i=1}^n a_k = a_k + \dots + a_k = na_k. \quad \bullet \sum_{k=7}^{\infty} a_k = a_7 + a_8 + \dots + a_k + \dots.$$

$$\bullet \prod_{k=1}^i a_k = a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_i. \quad \bullet \prod_{i=1}^{\infty} a_i = a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_n \cdot \dots. \quad \bullet \prod_{i=1}^n i = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n = n!.$$

Priemik a zjednotenie množín.

$$\bullet \bigcap_{i=1}^n A_i = A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n.$$

# Základné symboly

## Súčet a súčin prvkov.

$$\bullet \sum_{i=1}^{10} a_i = \sum_{n=1}^{10} a_n = \sum_{k=1}^{10} a_k = \sum_{\alpha=1}^{10} a_{\alpha} = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_9 + a_{10}.$$

$$\bullet \sum_{i=1}^n a_k = a_k + \dots + a_k = na_k. \quad \bullet \sum_{k=7}^{\infty} a_k = a_7 + a_8 + \dots + a_k + \dots.$$

$$\bullet \prod_{k=1}^i a_k = a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_i. \quad \bullet \prod_{i=1}^{\infty} a_i = a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_n \cdot \dots. \quad \bullet \prod_{i=1}^n i = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n = n!.$$

## Priek a zjednotenie množín.

$$\bullet \bigcap_{i=1}^n A_i = A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n. \quad \bullet \bigcap_{i=1}^{\infty} A_i = A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_3 \cap \dots.$$

# Základné symboly

## Súčet a súčin prvkov.

$$\bullet \sum_{i=1}^{10} a_i = \sum_{n=1}^{10} a_n = \sum_{k=1}^{10} a_k = \sum_{\alpha=1}^{10} a_{\alpha} = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_9 + a_{10}.$$

$$\bullet \sum_{i=1}^n a_k = a_k + \dots + a_k = na_k. \quad \bullet \sum_{k=7}^{\infty} a_k = a_7 + a_8 + \dots + a_k + \dots.$$

$$\bullet \prod_{k=1}^i a_k = a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_i. \quad \bullet \prod_{i=1}^{\infty} a_i = a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_n \cdot \dots. \quad \bullet \prod_{i=1}^n i = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n = n!.$$

## Prienik a zjednotenie množín.

$$\bullet \bigcap_{i=1}^n A_i = A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n. \quad \bullet \bigcap_{i=1}^{\infty} A_i = A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_3 \cap \dots.$$

$$\bullet \bigcup_{i=1}^n A_i = A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n.$$

# Základné symboly

## Súčet a súčin prvkov.

$$\bullet \sum_{i=1}^{10} a_i = \sum_{n=1}^{10} a_n = \sum_{k=1}^{10} a_k = \sum_{\alpha=1}^{10} a_{\alpha} = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_9 + a_{10}.$$

$$\bullet \sum_{i=1}^n a_k = a_k + \dots + a_k = na_k. \quad \bullet \sum_{k=7}^{\infty} a_k = a_7 + a_8 + \dots + a_k + \dots.$$

$$\bullet \prod_{k=1}^i a_k = a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_i. \quad \bullet \prod_{i=1}^{\infty} a_i = a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_n \cdot \dots. \quad \bullet \prod_{i=1}^n i = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n = n!.$$

## Priek a zjednotenie množín.

$$\bullet \bigcap_{i=1}^n A_i = A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n. \quad \bullet \bigcap_{i=1}^{\infty} A_i = A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_3 \cap \dots.$$

$$\bullet \bigcup_{i=1}^n A_i = A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n. \quad \bullet \bigcup_{i=1}^{\infty} A_i = A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n \cup \dots.$$

# Dôkazy

## Matematika

(ako každá vedná disciplína)

# Dôkazy

## Matematika

(ako každá vedná disciplína) je budovaná axiomaticky od najjednoduchších (primitívnych) pojmov  
a axióm (nedokazovaných tvrdení)



# Dôkazy

## Matematika

(ako každá vedná disciplína) je budovaná axiomaticky od najjednoduchších (primitívnych) pojmov  
a axióm (nedokazovaných tvrdení) k zložitejším záverom a celkom.

# Dôkazy

## Matematika

(ako každá vedná disciplína) je budovaná axiomaticky od najjednoduchších (primitívnych) pojmov  
a axióm (nedokazovaných tvrdení) k zložitejším záverom a celkom.

- Výber systému primitívnych pojmov a axióm nie je ľubovoľný.

# Dôkazy

## Matematika

(ako každá vedná disciplína) je budovaná axiomaticky od najjednoduchších (primitívnych) pojmov  
a axióm (nedokazovaných tvrdení) k zložitejším záverom a celkom.

- Výber systému primitívnych pojmov a axióm nie je ľubovoľný.
- Výber pojmov a axióm je ovplyvnený rôznymi podmienkami

# Dôkazy

## Matematika

(ako každá vedná disciplína) je budovaná axiomaticky od najjednoduchších (primitívnych) pojmov  
a axióm (nedokazovaných tvrdení) k zložitejším záverom a celkom.

- Výber systému primitívnych pojmov a axióm nie je ľubovlný.
- Výber pojmov a axióm je ovplyvnený rôznymi podmienkami  
a hlavne účelom, pre ktorý sa disciplína buduje.

# Dôkazy

## Matematika

(ako každá vedná disciplína) je budovaná axiomaticky od najjednoduchších (primitívnych) pojmov  
a axióm (nedokazovaných tvrdení) k zložitejším záverom a celkom.

- Výber systému primitívnych pojmov a axióm nie je ľubovoľný.
- Výber pojmov a axióm je ovplyvnený rôznymi podmienkami  
a hlavne účelom, pre ktorý sa disciplína buduje.

## Bezspornosť systému

# Dôkazy

## Matematika

(ako každá vedná disciplína) je budovaná axiomaticky od najjednoduchších (primitívnych) pojmov  
a axióm (nedokazovaných tvrdení) k zložitejším záverom a celkom.

- Výber systému primitívnych pojmov a axióm nie je ľubovoľný.
- Výber pojmov a axióm je ovplyvnený rôznymi podmienkami  
a hlavne účelom, pre ktorý sa disciplína buduje.

## Bezspornosť systému

Najdôležitejšia je podmienka bezspornosti systému,

# Dôkazy

## Matematika

(ako každá vedná disciplína) je budovaná axiomaticky od najjednoduchších (primitívnych) pojmov  
a axióm (nedokazovaných tvrdení) k zložitejším záverom a celkom.

- Výber systému primitívnych pojmov a axióm nie je ľubovoľný.
- Výber pojmov a axióm je ovplyvnený rôznymi podmienkami  
a hlavne účelom, pre ktorý sa disciplína buduje.

## Bezspornosť systému

Najdôležitejšia je podmienka bezspornosti systému,  
t. j. v systéme nemôžeme odvodiť výrok a súčasne jeho negáciu.

# Dôkazy

## Matematika

(ako každá vedná disciplína) je budovaná axiomaticky od najjednoduchších (primitívnych) pojmov  
a axióm (nedokazovaných tvrdení) k zložitejším záverom a celkom.

- Výber systému primitívnych pojmov a axióm nie je ľubovoľný.
- Výber pojmov a axióm je ovplyvnený rôznymi podmienkami  
a hlavne účelom, pre ktorý sa disciplína buduje.

## Bezspornosť systému

Najdôležitejšia je podmienka bezspornosti systému,  
t. j. v systéme nemôžeme odvodiť výrok a súčasne jeho negáciu.

- Na tomto základe definujeme pomocou definícií nové pojmy



# Dôkazy

## Matematika

(ako každá vedná disciplína) je budovaná axiomaticky od najjednoduchších (primitívnych) pojmov  
a axióm (nedokazovaných tvrdení) k zložitejším záverom a celkom.

- Výber systému primitívnych pojmov a axióm nie je ľubovoľný.
- Výber pojmov a axióm je ovplyvnený rôznymi podmienkami  
a hlavne účelom, pre ktorý sa disciplína buduje.

## Bezspornosť systému

Najdôležitejšia je podmienka bezspornosti systému,  
t. j. v systéme nemôžeme odvodiť výrok a súčasne jeho negáciu.

- Na tomto základe definujeme pomocou definícií nové pojmy  
a pomocou už dokázaných (t. j. dovtedy platných) viet formulujeme a dokazujeme vety nové.

# Dôkazy

Axióma.

Definícia.

Veta (tvrdenie, poučka, zákon, lema, pomocná veta).

Dôkaz (dôkaz vety, tvrdenia, lemy, ...).

# Dôkazy

## Axióma.

- Tvrdenie, o ktorom sa predpokladá, že platí. **Nedokazuje sa!**

## Definícia.

## Veta (tvrdenie, poučka, zákon, lema, pomocná veta).

## Dôkaz (dôkaz vety, tvrdenia, lemy, ...).

# Dôkazy

## Axióma.

- Tvrdenie, o ktorom sa predpokladá, že platí. **Nedokazuje sa!**

## Definícia.

- Určuje (definuje) význam nového (zavádzaného) pojmu, pomocou známych pojmov.

## Veta (tvrdenie, poučka, zákon, lema, pomocná veta).

## Dôkaz (dôkaz vety, tvrdenia, lemy, ...).

# Dôkazy

## Axióma.

- Tvrdenie, o ktorom sa predpokladá, že platí. **Nedokazuje sa!**

## Definícia.

- Určuje (definuje) význam nového (zavádzaného) pojmu, pomocou známych pojmov.
- Má tvar ekvivalencie „práve vtedy, ak“, skrátene „ak“.

## Veta (tvrdenie, poučka, zákon, lema, pomocná veta).

## Dôkaz (dôkaz vety, tvrdenia, lemy, ...).

# Dôkazy

## Axióma.

- Tvrdenie, o ktorom sa predpokladá, že platí. **Nedokazuje sa!**

## Definícia.

- Určuje (definuje) význam nového (zavádzaného) pojmu, pomocou známych pojmov.
- Má tvar ekvivalencie „práve vtedy, ak“, skrátene „ak“.

## Veta (tvrdenie, poučka, zákon, lema, pomocná veta).

- Pravdivý výrok o matematických objektoch a vzťahoch medzi nimi, ktorý je dokázaný (nie sú o ňom pochybnosti). **Dokazuje sa!**

## Dôkaz (dôkaz vety, tvrdenia, lemy, ...).

# Dôkazy

## Axióma.

- Tvrdenie, o ktorom sa predpokladá, že platí. **Nedokazuje sa!**

## Definícia.

- Určuje (definuje) význam nového (zavádzaného) pojmu, pomocou známych pojmov.
- Má tvar ekvivalencie „práve vtedy, ak“, skrátene „ak“.

## Veta (tvrdenie, poučka, zákon, lema, pomocná veta).

- Pravdivý výrok o matematických objektoch a vzťahoch medzi nimi, ktorý je dokázaný (nie sú o ňom pochybnosti). **Dokazuje sa!**
- Obsahuje predpoklady  $P$ , z ktorých vyplývajú závery  $Z$ ,

## Dôkaz (dôkaz vety, tvrdenia, lemy, ...).

# Dôkazy

## Axióma.

- Tvrdenie, o ktorom sa predpokladá, že platí. **Nedokazuje sa!**

## Definícia.

- Určuje (definuje) význam nového (zavádzaného) pojmu, pomocou známych pojmov.
- Má tvar ekvivalencie „práve vtedy, ak“, skrátene „ak“.

## Veta (tvrdenie, poučka, zákon, lema, pomocná veta).

- Pravdivý výrok o matematických objektoch a vzťahoch medzi nimi, ktorý je dokázaný (nie sú o ňom pochybnosti). **Dokazuje sa!**
- Obsahuje predpoklady  $P$ , z ktorých vyplývajú závery  $Z$ ,  
napr.  $P \Rightarrow Z, P \Leftrightarrow Z, P \Rightarrow (Z_1 \Leftrightarrow Z_2), P \Leftrightarrow Z_1 \Leftrightarrow Z_2$ .

## Dôkaz (dôkaz vety, tvrdenia, lemy, ...).



# Dôkazy

## Axióma.

- Tvrdenie, o ktorom sa predpokladá, že platí. **Nedokazuje sa!**

## Definícia.

- Určuje (definuje) význam nového (zavádzaného) pojmu, pomocou známych pojmov.
- Má tvar ekvivalencie „práve vtedy, ak“, skrátené „ak“.

## Veta (tvrdenie, poučka, zákon, lema, pomocná veta).

- Pravdivý výrok o matematických objektoch a vzťahoch medzi nimi, ktorý je dokázaný (nie sú o ňom pochybnosti). **Dokazuje sa!**
- Obsahuje predpoklady  $P$ , z ktorých vyplývajú závery  $Z$ ,  
napr.  $P \Rightarrow Z, P \Leftrightarrow Z, P \Rightarrow (Z_1 \Leftrightarrow Z_2), P \Leftrightarrow Z_1 \Leftrightarrow Z_2$ .

## Dôkaz (dôkaz vety, tvrdenia, lemy, ...).

- Logický proces, ktorého cieľom je ukázať pravdivosť vety (tvrdenia, lemy, ...) pomocou axióm, definícií a už predtým dokázaných tvrdení.

# Dôkazy – Dôkazy

**Priamy dôkaz** tvrdenia  $P \Rightarrow Z$ .

**Nepriamy dôkaz** tvrdenia  $P \Rightarrow Z$ .

**Dôkaz sporom** tvrdenia  $P \Rightarrow Z$ .

# Dôkazy – Dôkazy

**Priamy dôkaz** tvrdenia  $P \Rightarrow Z$ .

- Tvrdenie sa dokazuje priamo

**Nepriamy dôkaz** tvrdenia  $P \Rightarrow Z$ .

**Dôkaz sporom** tvrdenia  $P \Rightarrow Z$ .

# Dôkazy – Dôkazy

**Priamy dôkaz** tvrdenia  $P \Rightarrow Z$ .

- Tvrdenie sa dokazuje priamo

podľa schémy

$P \Rightarrow$  definície, axiómy, dokázané vety  $\Rightarrow Z$ .

**Nepriamy dôkaz** tvrdenia  $P \Rightarrow Z$ .

**Dôkaz sporom** tvrdenia  $P \Rightarrow Z$ .

# Dôkazy – Dôkazy

**Priamy dôkaz** tvrdenia  $P \Rightarrow Z$ .

- Tvrdenie sa dokazuje priamo

podľa schémy

$P \Rightarrow$  definície, axiómy, dokázané vety  $\Rightarrow Z$ .

**Nepriamy dôkaz** tvrdenia  $P \Rightarrow Z$ .

- Tvrdenie sa dokazuje nepriamo.

**Dôkaz sporom** tvrdenia  $P \Rightarrow Z$ .

# Dôkazy – Dôkazy

**Priamy dôkaz** tvrdenia  $P \Rightarrow Z$ .

- Tvrdenie sa dokazuje priamo

podľa schémy

$P \Rightarrow$  definície, axiómy, dokázané vety  $\Rightarrow Z$ .

**Nepriamy dôkaz** tvrdenia  $P \Rightarrow Z$ .

- Tvrdenie sa dokazuje nepriamo.
- Dokazuje sa ekvivalentná (obrátená) implikácia  $\text{non } Z \Rightarrow \text{non } P$

**Dôkaz sporom** tvrdenia  $P \Rightarrow Z$ .

# Dôkazy – Dôkazy

**Priamy dôkaz** tvrdenia  $P \Rightarrow Z$ .

- Tvrdenie sa dokazuje priamo

podľa schémy

$P \Rightarrow$  definície, axiómy, dokázané vety  $\Rightarrow Z$ .

**Nepriamy dôkaz** tvrdenia  $P \Rightarrow Z$ .

- Tvrdenie sa dokazuje nepriamo.
- Dokazuje sa ekvivalentná (obrátená) implikácia  $\text{non } Z \Rightarrow \text{non } P$

podľa schémy

$\text{non } Z \Rightarrow$  definície, axiómy, dokázané vety  $\Rightarrow \text{non } P$ .

**Dôkaz sporom** tvrdenia  $P \Rightarrow Z$ .

# Dôkazy – Dôkazy

## Priamy dôkaz tvrdenia $P \Rightarrow Z$ .

- Tvrdenie sa dokazuje priamo

podľa schémy

$P \Rightarrow$  definície, axiómy, dokázané vety  $\Rightarrow Z$

## Nepriamy dôkaz tvrdenia $P \Rightarrow Z$ .

- Tvrdenie sa dokazuje nepriamo.
- Dokazuje sa ekvivalentná (obrátená) implikácia  $non Z \Rightarrow non P$

podľa schémy

$non Z \Rightarrow$  definície, axiómy, dokázané vety  $\Rightarrow non P$

## Dôkaz sporom tvrdenia $P \Rightarrow Z$ .

- Tvrdenie sa dokazuje nepriamo, predpokladá sa neplatnosť  $P \Rightarrow Z$ .



# Dôkazy – Dôkazy

## Priamy dôkaz tvrdenia $P \Rightarrow Z$ .

- Tvrdenie sa dokazuje priamo

podľa schémy

$$P \Rightarrow \text{definície, axiómy, dokázané vety} \Rightarrow Z$$

## Nepriamy dôkaz tvrdenia $P \Rightarrow Z$ .

- Tvrdenie sa dokazuje nepriamo.
- Dokazuje sa ekvivalentná (obrátená) implikácia  $\text{non } Z \Rightarrow \text{non } P$

podľa schémy

$$\text{non } Z \Rightarrow \text{definície, axiómy, dokázané vety} \Rightarrow \text{non } P$$

## Dôkaz sporom tvrdenia $P \Rightarrow Z$ .

- Tvrdenie sa dokazuje nepriamo, predpokladá sa neplatnosť  $P \Rightarrow Z$ .
- Z predpokladu  $\text{non}(P \Rightarrow Z)$ , najčastejšie  $P \wedge \text{non } Z$ , sa dospeje k sporu

# Dôkazy – Dôkazy

## Priamy dôkaz tvrdenia $P \Rightarrow Z$ .

- Tvrdenie sa dokazuje priamo

podľa schémy

$P \Rightarrow$  definície, axiómy, dokázané vety  $\Rightarrow Z$

## Nepriamy dôkaz tvrdenia $P \Rightarrow Z$ .

- Tvrdenie sa dokazuje nepriamo.
- Dokazuje sa ekvivalentná (obrátená) implikácia  $\text{non } Z \Rightarrow \text{non } P$

podľa schémy

$\text{non } Z \Rightarrow$  definície, axiómy, dokázané vety  $\Rightarrow \text{non } P$

## Dôkaz sporom tvrdenia $P \Rightarrow Z$ .

- Tvrdenie sa dokazuje nepriamo, predpokladá sa neplatnosť  $P \Rightarrow Z$ .
- Z predpokladu  $\text{non } (P \Rightarrow Z)$ , najčastejšie  $P \wedge \text{non } Z$ , sa dospeje k sporu

podľa schémy

$\text{non } (P \Rightarrow Z) \Rightarrow$  definície, axiómy, dokázané vety  $\Rightarrow$  SPOR

# Dôkazy

Dokážte tvrdenie:

Ak je prirodzené číslo  $n$  deliteľné 4, potom je deliteľné 2.

# Dôkazy

Dokážte tvrdenie:

Ak je prirodzené číslo  $n$  deliteľné 4, potom je deliteľné 2.

Dokazujeme tvrdenie:

$$\forall n \in \mathbb{N}: 4|n \Rightarrow 2|n.$$

# Dôkazy

Dokážte tvrdenie:

Ak je prirodzené číslo  $n$  deliteľné 4, potom je deliteľné 2.

Dokazujeme tvrdenie:

[Dokážeme rôznymi spôsobmi.]

$$\forall n \in \mathbb{N}: 4|n \Rightarrow 2|n.$$

# Dôkazy

## Dokážte tvrdenie:

Ak je prirodzené číslo  $n$  deliteľné 4, potom je deliteľné 2.

Dokazujeme tvrdenie:

[Dokážeme rôznymi spôsobmi.]

$$\forall n \in \mathbb{N}: 4|n \Rightarrow 2|n.$$

- Priamy dôkaz, t. j.  $4|n \Rightarrow 2|n$ .

# Dôkazy

## Dokážte tvrdenie:

Ak je prirodzené číslo  $n$  deliteľné 4, potom je deliteľné 2.

Dokazujeme tvrdenie:

[Dokážeme rôznymi spôsobmi.]

$$\forall n \in \mathbb{N}: 4|n \Rightarrow 2|n.$$

- Priamy dôkaz, t. j.  $4|n \Rightarrow 2|n$ .

$$\forall n \in \mathbb{N}: 4|n.$$

# Dôkazy

## Dokážte tvrdenie:

Ak je prirodzené číslo  $n$  deliteľné 4, potom je deliteľné 2.

Dokazujeme tvrdenie:

[Dokážeme rôznymi spôsobmi.]

$$\forall n \in \mathbb{N}: 4|n \Rightarrow 2|n.$$

- Priamy dôkaz, t. j.  $4|n \Rightarrow 2|n$ .

$$\forall n \in \mathbb{N}: 4|n. \Rightarrow \exists k \in \mathbb{N}: n = 4k = 2 \cdot 2k = 2(2k).$$



# Dôkazy

## Dokážte tvrdenie:

Ak je prirodzené číslo  $n$  deliteľné 4, potom je deliteľné 2.

Dokazujeme tvrdenie:

[Dokážeme rôznymi spôsobmi.]

$$\forall n \in \mathbb{N}: 4|n \Rightarrow 2|n.$$

- Priamy dôkaz, t. j.  $4|n \Rightarrow 2|n$ .

$$\forall n \in \mathbb{N}: 4|n. \Rightarrow \exists k \in \mathbb{N}: n = 4k = 2 \cdot 2k = 2(2k). \Rightarrow 2|n.$$

# Dôkazy

## Dokážte tvrdenie:

Ak je prirodzené číslo  $n$  deliteľné 4, potom je deliteľné 2.

Dokazujeme tvrdenie:

[Dokážeme rôznymi spôsobmi.]

$$\forall n \in \mathbb{N}: 4|n \Rightarrow 2|n.$$

- Priamy dôkaz, t. j.  $4|n \Rightarrow 2|n$ .

$$\forall n \in \mathbb{N}: 4|n. \Rightarrow \exists k \in \mathbb{N}: n = 4k = 2 \cdot 2k = 2(2k). \Rightarrow 2|n.$$

- Nepriamy dôkaz (obrátaná implikácia), t. j.  $2 \nmid n \Rightarrow 4 \nmid n$ .

# Dôkazy

## Dokážte tvrdenie:

Ak je prirodzené číslo  $n$  deliteľné 4, potom je deliteľné 2.

Dokazujeme tvrdenie:

[Dokážeme rôznymi spôsobmi.]

$$\forall n \in \mathbb{N}: 4|n \Rightarrow 2|n.$$

- Priamy dôkaz, t. j.  $4|n \Rightarrow 2|n$ .

$$\forall n \in \mathbb{N}: 4|n. \Rightarrow \exists k \in \mathbb{N}: n = 4k = 2 \cdot 2k = 2(2k). \Rightarrow 2|n.$$

- Nepriamy dôkaz (obrátaná implikácia), t. j.  $2 \nmid n \Rightarrow 4 \nmid n$ .

$$\forall n \in \mathbb{N}: 2 \nmid n.$$

# Dôkazy

## Dokážte tvrdenie:

Ak je prirodzené číslo  $n$  deliteľné 4, potom je deliteľné 2.

Dokazujeme tvrdenie:

[Dokážeme rôznymi spôsobmi.]

$$\forall n \in \mathbb{N}: 4|n \Rightarrow 2|n.$$

- Priamy dôkaz, t. j.  $4|n \Rightarrow 2|n$ .

$$\forall n \in \mathbb{N}: 4|n. \Rightarrow \exists k \in \mathbb{N}: n = 4k = 2 \cdot 2k = 2(2k). \Rightarrow 2|n.$$

- Nepriamy dôkaz (obrátaná implikácia), t. j.  $2 \nmid n \Rightarrow 4 \nmid n$ .

$$\forall n \in \mathbb{N}: 2 \nmid n. \Rightarrow (2 \cdot 2) \nmid n,$$

# Dôkazy

## Dokážte tvrdenie:

Ak je prirodzené číslo  $n$  deliteľné 4, potom je deliteľné 2.

Dokazujeme tvrdenie:

[Dokážeme rôznymi spôsobmi.]

$$\forall n \in \mathbb{N}: 4|n \Rightarrow 2|n.$$

- Priamy dôkaz, t. j.  $4|n \Rightarrow 2|n$ .

$$\forall n \in \mathbb{N}: 4|n. \Rightarrow \exists k \in \mathbb{N}: n = 4k = 2 \cdot 2k = 2(2k). \Rightarrow 2|n.$$

- Nepriamy dôkaz (obrátaná implikácia), t. j.  $2 \nmid n \Rightarrow 4 \nmid n$ .

$$\forall n \in \mathbb{N}: 2 \nmid n. \Rightarrow (2 \cdot 2) \nmid n, \text{ t. j. } 4 \nmid n.$$

# Dôkazy

## Dokážte tvrdenie:

Ak je prirodzené číslo  $n$  deliteľné 4, potom je deliteľné 2.

Dokazujeme tvrdenie:

[Dokážeme rôznymi spôsobmi.]

$$\forall n \in \mathbb{N}: 4|n \Rightarrow 2|n.$$

- Priamy dôkaz, t. j.  $4|n \Rightarrow 2|n$ .

$$\forall n \in \mathbb{N}: 4|n. \Rightarrow \exists k \in \mathbb{N}: n = 4k = 2 \cdot 2k = 2(2k). \Rightarrow 2|n.$$

- Nepriamy dôkaz (obrátená implikácia), t. j.  $2 \nmid n \Rightarrow 4 \nmid n$ .

$$\forall n \in \mathbb{N}: 2 \nmid n. \Rightarrow (2 \cdot 2) \nmid n, \text{ t. j. } 4 \nmid n.$$

- Dôkaz sporom, t. j.  $4|n \wedge 2 \nmid n \Rightarrow \text{spor.}$

# Dôkazy

## Dokážte tvrdenie:

Ak je prirodzené číslo  $n$  deliteľné 4, potom je deliteľné 2.

Dokazujeme tvrdenie:

[Dokážeme rôznymi spôsobmi.]

$$\forall n \in \mathbb{N}: 4|n \Rightarrow 2|n.$$

- Priamy dôkaz, t. j.  $4|n \Rightarrow 2|n$ .

$$\forall n \in \mathbb{N}: 4|n. \Rightarrow \exists k \in \mathbb{N}: n = 4k = 2 \cdot 2k = 2(2k). \Rightarrow 2|n.$$

- Nepriamy dôkaz (obrátaná implikácia), t. j.  $2 \nmid n \Rightarrow 4 \nmid n$ .

$$\forall n \in \mathbb{N}: 2 \nmid n. \Rightarrow (2 \cdot 2) \nmid n, \text{ t. j. } 4 \nmid n.$$

- Dôkaz sporom, t. j.  $4|n \wedge 2 \nmid n \Rightarrow \text{spor.}$

$$\forall n \in \mathbb{N}: 4|n \text{ a súčasne } 2 \nmid n.$$

# Dôkazy

## Dokážte tvrdenie:

Ak je prirodzené číslo  $n$  deliteľné 4, potom je deliteľné 2.

Dokazujeme tvrdenie:

[Dokážeme rôznymi spôsobmi.]

$$\forall n \in \mathbb{N}: 4|n \Rightarrow 2|n.$$

- Priamy dôkaz, t. j.  $4|n \Rightarrow 2|n$ .

$$\forall n \in \mathbb{N}: 4|n. \Rightarrow \exists k \in \mathbb{N}: n = 4k = 2 \cdot 2k = 2(2k). \Rightarrow 2|n.$$

- Nepriamy dôkaz (obrátaná implikácia), t. j.  $2 \nmid n \Rightarrow 4 \nmid n$ .

$$\forall n \in \mathbb{N}: 2 \nmid n. \Rightarrow (2 \cdot 2) \nmid n, \text{ t. j. } 4 \nmid n.$$

- Dôkaz sporom, t. j.  $4|n \wedge 2 \nmid n \Rightarrow \text{spor.}$

$$\forall n \in \mathbb{N}: 4|n \text{ a súčasne } 2 \nmid n. \Rightarrow \exists k \in \mathbb{N}: n = 4k = 2(2k) \text{ a súčasne } 2 \nmid n.$$



# Dôkazy

## Dokážte tvrdenie:

Ak je prirodzené číslo  $n$  deliteľné 4, potom je deliteľné 2.

Dokazujeme tvrdenie:

[Dokážeme rôznymi spôsobmi.]

$$\forall n \in \mathbb{N}: 4|n \Rightarrow 2|n.$$

- Priamy dôkaz, t. j.  $4|n \Rightarrow 2|n$ .

$$\forall n \in \mathbb{N}: 4|n. \Rightarrow \exists k \in \mathbb{N}: n = 4k = 2 \cdot 2k = 2(2k). \Rightarrow 2|n.$$

- Nepriamy dôkaz (obrátená implikácia), t. j.  $2 \nmid n \Rightarrow 4 \nmid n$ .

$$\forall n \in \mathbb{N}: 2 \nmid n. \Rightarrow (2 \cdot 2) \nmid n, \text{ t. j. } 4 \nmid n.$$

- Dôkaz sporom, t. j.  $4|n \wedge 2 \nmid n \Rightarrow \text{spor}$ .

$$\begin{aligned} \forall n \in \mathbb{N}: 4|n \text{ a súčasne } 2 \nmid n. &\Rightarrow \exists k \in \mathbb{N}: n = 4k = 2(2k) \text{ a súčasne } 2 \nmid n. \\ &\Rightarrow 2|n \text{ a súčasne } 2 \nmid n, \end{aligned}$$

# Dôkazy

## Dokážte tvrdenie:

Ak je prirodzené číslo  $n$  deliteľné 4, potom je deliteľné 2.

Dokazujeme tvrdenie:

[Dokážeme rôznymi spôsobmi.]

$$\forall n \in \mathbb{N}: 4|n \Rightarrow 2|n.$$

- Priamy dôkaz, t. j.  $4|n \Rightarrow 2|n$ .

$$\forall n \in \mathbb{N}: 4|n. \Rightarrow \exists k \in \mathbb{N}: n = 4k = 2 \cdot 2k = 2(2k). \Rightarrow 2|n.$$

- Nepriamy dôkaz (obrátená implikácia), t. j.  $2 \nmid n \Rightarrow 4 \nmid n$ .

$$\forall n \in \mathbb{N}: 2 \nmid n. \Rightarrow (2 \cdot 2) \nmid n, \text{ t. j. } 4 \nmid n.$$

- Dôkaz sporom, t. j.  $4|n \wedge 2 \nmid n \Rightarrow \text{spor.}$

$$\forall n \in \mathbb{N}: 4|n \text{ a súčasne } 2 \nmid n. \Rightarrow \exists k \in \mathbb{N}: n = 4k = 2(2k) \text{ a súčasne } 2 \nmid n.$$

$$\Rightarrow 2|n \text{ a súčasne } 2 \nmid n, \text{ t. j. spor.}$$

# Dôkaz matematickou indukciou

- **Matematická indukcia** je dôležitý prostriedok na dokazovanie tvrdenia:  
„Prvky  $n$  nejakej podmnožiny množiny  $N$  majú určitú vlastnosť  $F(n)$ .“

# Dôkaz matematickou indukciou

- **Matematická indukcia** je dôležitý prostriedok na dokazovanie tvrdenia:  
„Prvky  $n$  nejakej podmnožiny množiny  $N$  majú určitú vlastnosť  $F(n)$ .“

---

- Najčastejšie sa používa na dokazovanie pravdivosti výrokov tvaru:  
„Pre každé  $n \in N$ ,  $n \geq n_0$ , kde  $n_0 \in N$ , platí tvrdenie  $F(n)$ .“

# Dôkaz matematickou indukciou

- **Matematická indukcia** je dôležitý prostriedok na dokazovanie tvrdenia:  
„Prvky  $n$  nejakej podmnožiny množiny  $N$  majú určitú vlastnosť  $F(n)$ .“
- Najčastejšie sa používa na dokazovanie pravdivosti výrokov tvaru:  
„Pre každé  $n \in N$ ,  $n \geq n_0$ , kde  $n_0 \in N$ , platí tvrdenie  $F(n)$ .“

Dôkaz **matematickou indukciou** pozostáva z krokov 1, 2 a záveru.

# Dôkaz matematickou indukciou

- **Matematická indukcia** je dôležitý prostriedok na dokazovanie tvrdenia:  
„Prvky  $n$  nejakej podmnožiny množiny  $N$  majú určitú vlastnosť  $F(n)$ .“
- Najčastejšie sa používa na dokazovanie pravdivosti výrokov tvaru:  
„Pre každé  $n \in N$ ,  $n \geq n_0$ , kde  $n_0 \in N$ , platí tvrdenie  $F(n)$ .“

Dôkaz **matematickou indukciou** pozostáva z krokov 1, 2 a záveru.

**Krok 1.** Ukážeme, že  $F$  platí pre prvý prvok  $n = n_0$ ,

# Dôkaz matematickou indukciou

- **Matematická indukcia** je dôležitý prostriedok na dokazovanie tvrdenia:  
„Prvky  $n$  nejakej podmnožiny množiny  $N$  majú určitú vlastnosť  $F(n)$ .“
- Najčastejšie sa používa na dokazovanie pravdivosti výrokov tvaru:  
„Pre každé  $n \in N$ ,  $n \geq n_0$ , kde  $n_0 \in N$ , platí tvrdenie  $F(n)$ .“

Dôkaz **matematickou indukciou** pozostáva z krokov 1, 2 a záveru.

**Krok 1.** Ukážeme, že  $F$  platí pre prvý prvok  $n = n_0$ ,

**Krok 2.** Predpokladáme, že  $F$  platí pre nejaké prirodzené číslo  $n = k$ ,  $k \geq n_0$   
a (za tohto predpokladu) dokážeme, že  $F$  platí pre  $n = k + 1$  (nasledovník),

# Dôkaz matematickou indukciou

- **Matematická indukcia** je dôležitý prostriedok na dokazovanie tvrdenia:  
„Prvky  $n$  nejakej podmnožiny množiny  $N$  majú určitú vlastnosť  $F(n)$ .“
- Najčastejšie sa používa na dokazovanie pravdivosti výrokov tvaru:  
„Pre každé  $n \in N$ ,  $n \geq n_0$ , kde  $n_0 \in N$ , platí tvrdenie  $F(n)$ .“

Dôkaz **matematickou indukciou** pozostáva z krokov 1, 2 a záveru.

**Krok 1.** Ukážeme, že  $F$  platí pre prvý prvok  $n = n_0$ ,

**Krok 2.** Predpokladáme, že  $F$  platí pre nejaké prirodzené číslo  $n = k$ ,  $k \geq n_0$  [Indukčný predpoklad.]  
a (za tohto predpokladu) dokážeme, že  $F$  platí pre  $n = k + 1$  (nasledovník), [Indukčný záver.]



# Dôkaz matematickou indukciou

- **Matematická indukcia** je dôležitý prostriedok na dokazovanie tvrdenia:  
„Prvky  $n$  nejakej podmnožiny množiny  $N$  majú určitú vlastnosť  $F(n)$ .“
- Najčastejšie sa používa na dokazovanie pravdivosti výrokov tvaru:  
„Pre každé  $n \in N$ ,  $n \geq n_0$ , kde  $n_0 \in N$ , platí tvrdenie  $F(n)$ .“

Dôkaz **matematickou indukciou** pozostáva z krokov 1, 2 a záveru.

**Krok 1.** Ukážeme, že  $F$  platí pre prvý prvok  $n = n_0$ ,

**Krok 2.** Predpokladáme, že  $F$  platí pre nejaké prirodzené číslo  $n = k$ ,  $k \geq n_0$  [Indukčný predpoklad.]  
a (za tohto predpokladu) dokážeme, že  $F$  platí pre  $n = k + 1$  (nasledovník), [Indukčný záver.]

**Záver.** Z kroku 1 vyplýva platnosť  $F(n_0)$ , z kroku 2 vyplýva platnosť  $F(n_0 + 1)$ ,  
z kroku 2 opäť vyplýva platnosť  $F(n_0 + 2)$ ,  $F(n_0 + 3)$ ,  $\dots$ ,

# Dôkaz matematickou indukciou

- **Matematická indukcia** je dôležitý prostriedok na dokazovanie tvrdenia:  
„Prvky  $n$  nejakej podmnožiny množiny  $N$  majú určitú vlastnosť  $F(n)$ .“
- Najčastejšie sa používa na dokazovanie pravdivosti výrokov tvaru:  
„Pre každé  $n \in N$ ,  $n \geq n_0$ , kde  $n_0 \in N$ , platí tvrdenie  $F(n)$ .“

Dôkaz **matematickou indukciou** pozostáva z krokov 1, 2 a záveru.

**Krok 1.** Ukážeme, že  $F$  platí pre prvý prvok  $n = n_0$ , t. j. dokážeme platnosť  $F(n_0)$ .

**Krok 2.** Predpokladáme, že  $F$  platí pre nejaké prirodzené číslo  $n = k$ ,  $k \geq n_0$  [Indukčný predpoklad.]  
a (za tohto predpokladu) dokážeme, že  $F$  platí pre  $n = k + 1$  (nasledovník), [Indukčný záver.]  
t. j. dokážeme platnosť implikácie  $F(k) \Rightarrow F(k + 1)$ .

**Záver.** Z kroku 1 vyplýva platnosť  $F(n_0)$ , z kroku 2 vyplýva platnosť  $F(n_0 + 1)$ ,  
z kroku 2 opäť vyplýva platnosť  $F(n_0 + 2)$ ,  $F(n_0 + 3)$ ,  $\dots$ , potom  $F$  platí pre všetky  $n \in N$ ,  $n \geq n_0$ .

# Dôkaz matematickou indukciou

- **Matematická indukcia** je dôležitý prostriedok na dokazovanie tvrdenia:  
„Prvky  $n$  nejakej podmnožiny množiny  $N$  majú určitú vlastnosť  $F(n)$ .“
- Najčastejšie sa používa na dokazovanie pravdivosti výrokov tvaru:  
„Pre každé  $n \in N$ ,  $n \geq n_0$ , kde  $n_0 \in N$ , platí tvrdenie  $F(n)$ .“

Dôkaz **matematickou indukciou** pozostáva z krokov 1, 2 a záveru.

**Krok 1.** Ukážeme, že  $F$  platí pre prvý prvok  $n = n_0$ , t. j. dokážeme platnosť  $F(n_0)$ .

[Máme začiatok, kde matematickú indukciu odštartujeme.]

**Krok 2.** Predpokladáme, že  $F$  platí pre nejaké prirodzené číslo  $n = k$ ,  $k \geq n_0$  [Indukčný predpoklad.]

a (za tohto predpokladu) dokážeme, že  $F$  platí pre  $n = k + 1$  (nasledovník), [Indukčný záver.]

t. j. dokážeme platnosť implikácie  $F(k) \Rightarrow F(k + 1)$ .

[Máme zabezpečený prechod z ľubovoľného prirodzeného čísla na nasledujúce prirodzené číslo.]

**Záver.** Z kroku 1 vyplýva platnosť  $F(n_0)$ , z kroku 2 vyplýva platnosť  $F(n_0 + 1)$ ,  
z kroku 2 opäť vyplýva platnosť  $F(n_0 + 2)$ ,  $F(n_0 + 3)$ ,  $\dots$ , potom  $F$  platí pre všetky  $n \in N$ ,  $n \geq n_0$ .

[Na základe krokov 1, 2 sa dostaneme po určitom konečnom počte na ľubovoľné prirodzené číslo.]

# Dôkaz matematickou indukciou

Dokážte tvrdenie:

Pre všetky  $n \in \mathbb{N}$ ,  $n \geq 5$  platí  $2^n > n^2$ .

# Dôkaz matematickou indukciou

Dokážte tvrdenie:

Pre všetky  $n \in \mathbb{N}$ ,  $n \geq 5$  platí  $2^n > n^2$ .

Označme vlastnosť  $F(n) : 2^n > n^2$ ,  $n \in \mathbb{N}$ .

# Dôkaz matematickou indukciou

## Dokážte tvrdenie:

Pre všetky  $n \in \mathbb{N}$ ,  $n \geq 5$  platí  $2^n > n^2$ .

Označme vlastnosť  $F(n) : 2^n > n^2$ ,  $n \in \mathbb{N}$ .

Krok 1.  $F(5) : 2^5 > 5^2$ .

Krok 2.  $F(k) : 2^k > k^2 \Rightarrow F(k+1) : 2^{k+1} > (k+1)^2$ .

# Dôkaz matematickou indukciou

## Dokážte tvrdenie:

Pre všetky  $n \in \mathbb{N}$ ,  $n \geq 5$  platí  $2^n > n^2$ .

Označme vlastnosť  $F(n) : 2^n > n^2$ ,  $n \in \mathbb{N}$ .

Krok 1.  $F(5) : 2^5 > 5^2$ .

Vzťah je splnený triviálne, pretože  $F(5) : 32 = 2^5 > 5^2 = 25$ .

Krok 2.  $F(k) : 2^k > k^2 \Rightarrow F(k+1) : 2^{k+1} > (k+1)^2$ .

# Dôkaz matematickou indukciou

## Dokážte tvrdenie:

Pre všetky  $n \in \mathbb{N}$ ,  $n \geq 5$  platí  $2^n > n^2$ .

Označme vlastnosť  $F(n) : 2^n > n^2$ ,  $n \in \mathbb{N}$ .

**Krok 1.**  $F(5) : 2^5 > 5^2$ .

Vzťah je splnený triviálne, pretože  $F(5) : 32 = 2^5 > 5^2 = 25$ .

**Krok 2.**  $F(k) : 2^k > k^2 \Rightarrow F(k+1) : 2^{k+1} > (k+1)^2$ .

Pre  $k \geq 5$  platí  $(k-1)^2 = k^2 - 2k + 1 \geq (5-1)^2 = 16$ .



# Dôkaz matematickou indukciou

## Dokážte tvrdenie:

Pre všetky  $n \in \mathbb{N}$ ,  $n \geq 5$  platí  $2^n > n^2$ .

Označme vlastnosť  $F(n) : 2^n > n^2$ ,  $n \in \mathbb{N}$ .

**Krok 1.**  $F(5) : 2^5 > 5^2$ .

Vzťah je splnený triviálne, pretože  $F(5) : 32 = 2^5 > 5^2 = 25$ .

**Krok 2.**  $F(k) : 2^k > k^2 \Rightarrow F(k+1) : 2^{k+1} > (k+1)^2$ .

Pre  $k \geq 5$  platí  $(k-1)^2 = k^2 - 2k + 1 \geq (5-1)^2 = 16$ .

$$\Rightarrow k^2 \geq 16 + 2k - 1 = 2k + 15 > 2k + 1.$$

# Dôkaz matematickou indukciou

## Dokážte tvrdenie:

Pre všetky  $n \in \mathbb{N}$ ,  $n \geq 5$  platí  $2^n > n^2$ .

Označme vlastnosť  $F(n) : 2^n > n^2$ ,  $n \in \mathbb{N}$ .

**Krok 1.**  $F(5) : 2^5 > 5^2$ .

Vzťah je splnený triviálne, pretože  $F(5) : 32 = 2^5 > 5^2 = 25$ .

**Krok 2.**  $F(k) : 2^k > k^2 \Rightarrow F(k+1) : 2^{k+1} > (k+1)^2$ .

Pre  $k \geq 5$  platí  $(k-1)^2 = k^2 - 2k + 1 \geq (5-1)^2 = 16$ .

$$\Rightarrow k^2 \geq 16 + 2k - 1 = 2k + 15 > 2k + 1.$$

Ak platí  $F(k) : 2^k > k^2$  (indukčný predpoklad),

# Dôkaz matematickou indukciou

## Dokážte tvrdenie:

Pre všetky  $n \in \mathbb{N}$ ,  $n \geq 5$  platí  $2^n > n^2$ .

Označme vlastnosť  $F(n) : 2^n > n^2$ ,  $n \in \mathbb{N}$ .

**Krok 1.**  $F(5) : 2^5 > 5^2$ .

Vzťah je splnený triviálne, pretože  $F(5) : 32 = 2^5 > 5^2 = 25$ .

**Krok 2.**  $F(k) : 2^k > k^2 \Rightarrow F(k+1) : 2^{k+1} > (k+1)^2$ .

Pre  $k \geq 5$  platí  $(k-1)^2 = k^2 - 2k + 1 \geq (5-1)^2 = 16$ .

$$\Rightarrow k^2 \geq 16 + 2k - 1 = 2k + 15 > 2k + 1.$$

Ak platí  $F(k) : 2^k > k^2$  (indukčný predpoklad), potom pre  $F(k+1)$  platí:

# Dôkaz matematickou indukciou

## Dokážte tvrdenie:

Pre všetky  $n \in \mathbb{N}$ ,  $n \geq 5$  platí  $2^n > n^2$ .

Označme vlastnosť  $F(n) : 2^n > n^2$ ,  $n \in \mathbb{N}$ .

**Krok 1.**  $F(5) : 2^5 > 5^2$ .

Vzťah je splnený triviálne, pretože  $F(5) : 32 = 2^5 > 5^2 = 25$ .

**Krok 2.**  $F(k) : 2^k > k^2 \Rightarrow F(k+1) : 2^{k+1} > (k+1)^2$ .

Pre  $k \geq 5$  platí  $(k-1)^2 = k^2 - 2k + 1 \geq (5-1)^2 = 16$ .

$$\Rightarrow k^2 \geq 16 + 2k - 1 = 2k + 15 > 2k + 1.$$

Ak platí  $F(k) : 2^k > k^2$  (indukčný predpoklad), potom pre  $F(k+1)$  platí:

$$2^{k+1} = 2 \cdot 2^k > 2k^2$$

# Dôkaz matematickou indukciou

## Dokážte tvrdenie:

Pre všetky  $n \in \mathbb{N}$ ,  $n \geq 5$  platí  $2^n > n^2$ .

Označme vlastnosť  $F(n) : 2^n > n^2$ ,  $n \in \mathbb{N}$ .

**Krok 1.**  $F(5) : 2^5 > 5^2$ .

Vzťah je splnený triviálne, pretože  $F(5) : 32 = 2^5 > 5^2 = 25$ .

**Krok 2.**  $F(k) : 2^k > k^2 \Rightarrow F(k+1) : 2^{k+1} > (k+1)^2$ .

Pre  $k \geq 5$  platí  $(k-1)^2 = k^2 - 2k + 1 \geq (5-1)^2 = 16$ .

$$\Rightarrow k^2 \geq 16 + 2k - 1 = 2k + 15 > 2k + 1.$$

Ak platí  $F(k) : 2^k > k^2$  (indukčný predpoklad), potom pre  $F(k+1)$  platí:

$$2^{k+1} = 2 \cdot 2^k > 2k^2 = k^2 + k^2$$

# Dôkaz matematickou indukciou

## Dokážte tvrdenie:

Pre všetky  $n \in \mathbb{N}$ ,  $n \geq 5$  platí  $2^n > n^2$ .

Označme vlastnosť  $F(n) : 2^n > n^2$ ,  $n \in \mathbb{N}$ .

**Krok 1.**  $F(5) : 2^5 > 5^2$ .

Vzťah je splnený triviálne, pretože  $F(5) : 32 = 2^5 > 5^2 = 25$ .

**Krok 2.**  $F(k) : 2^k > k^2 \Rightarrow F(k+1) : 2^{k+1} > (k+1)^2$ .

Pre  $k \geq 5$  platí  $(k-1)^2 = k^2 - 2k + 1 \geq (5-1)^2 = 16$ .

$$\Rightarrow k^2 \geq 16 + 2k - 1 = 2k + 15 > 2k + 1.$$

Ak platí  $F(k) : 2^k > k^2$  (indukčný predpoklad), potom pre  $F(k+1)$  platí:

$$2^{k+1} = 2 \cdot 2^k > 2k^2 = k^2 + k^2 > k^2 + (2k + 1) = k^2 + 2k + 1$$

# Dôkaz matematickou indukciou

## Dokážte tvrdenie:

Pre všetky  $n \in \mathbb{N}$ ,  $n \geq 5$  platí  $2^n > n^2$ .

Označme vlastnosť  $F(n) : 2^n > n^2$ ,  $n \in \mathbb{N}$ .

**Krok 1.**  $F(5) : 2^5 > 5^2$ .

Vzťah je splnený triviálne, pretože  $F(5) : 32 = 2^5 > 5^2 = 25$ .

**Krok 2.**  $F(k) : 2^k > k^2 \Rightarrow F(k+1) : 2^{k+1} > (k+1)^2$ .

Pre  $k \geq 5$  platí  $(k-1)^2 = k^2 - 2k + 1 \geq (5-1)^2 = 16$ .

$$\Rightarrow k^2 \geq 16 + 2k - 1 = 2k + 15 > 2k + 1.$$

Ak platí  $F(k) : 2^k > k^2$  (indukčný predpoklad), potom pre  $F(k+1)$  platí:

$$2^{k+1} = 2 \cdot 2^k > 2k^2 = k^2 + k^2 > k^2 + (2k + 1) = k^2 + 2k + 1 = (k+1)^2.$$

# Dôkaz matematickou indukciou

## Dokážte tvrdenie:

Pre všetky  $n \in \mathbb{N}$ ,  $n \geq 5$  platí  $2^n > n^2$ .

Označme vlastnosť  $F(n) : 2^n > n^2$ ,  $n \in \mathbb{N}$ .

**Krok 1.**  $F(5) : 2^5 > 5^2$ .

Vzťah je splnený triviálne, pretože  $F(5) : 32 = 2^5 > 5^2 = 25$ .

**Krok 2.**  $F(k) : 2^k > k^2 \Rightarrow F(k+1) : 2^{k+1} > (k+1)^2$ .

Pre  $k \geq 5$  platí  $(k-1)^2 = k^2 - 2k + 1 \geq (5-1)^2 = 16$ .

$$\Rightarrow k^2 \geq 16 + 2k - 1 = 2k + 15 > 2k + 1.$$

Ak platí  $F(k) : 2^k > k^2$  (indukčný predpoklad), potom pre  $F(k+1)$  platí:

$$2^{k+1} = 2 \cdot 2^k > 2k^2 = k^2 + k^2 > k^2 + (2k + 1) = k^2 + 2k + 1 = (k+1)^2.$$

$$\Rightarrow F(k+1) : 2^{k+1} > (k+1)^2 \quad (\text{indukčný záver}).$$



# Dôkaz matematickou indukciou

## Dokážte tvrdenie:

Pre všetky  $n \in \mathbb{N}$ ,  $n \geq 5$  platí  $2^n > n^2$ .

Označme vlastnosť  $F(n) : 2^n > n^2$ ,  $n \in \mathbb{N}$ .

**Krok 1.**  $F(5) : 2^5 > 5^2$ .

Vzťah je splnený triviálne, pretože  $F(5) : 32 = 2^5 > 5^2 = 25$ .

**Krok 2.**  $F(k) : 2^k > k^2 \Rightarrow F(k+1) : 2^{k+1} > (k+1)^2$ .

Pre  $k \geq 5$  platí  $(k-1)^2 = k^2 - 2k + 1 \geq (5-1)^2 = 16$ .

$$\Rightarrow k^2 \geq 16 + 2k - 1 = 2k + 15 > 2k + 1.$$

Ak platí  $F(k) : 2^k > k^2$  (indukčný predpoklad), potom pre  $F(k+1)$  platí:

$$2^{k+1} = 2 \cdot 2^k > 2k^2 = k^2 + k^2 > k^2 + (2k + 1) = k^2 + 2k + 1 = (k+1)^2.$$

$$\Rightarrow F(k+1) : 2^{k+1} > (k+1)^2 \quad (\text{indukčný záver}).$$

**Záver.** Na základe krokov 1, 2 dané tvrdenie platí.

# Dôkaz matematickou indukciou

Dokážte tvrdenie:

Pre všetky  $n \in \mathbb{N}$  platí  $1 + 3 + 5 + \cdots + (2n - 1) = n^2$ .

# Dôkaz matematickou indukciou

Dokážte tvrdenie:

Pre všetky  $n \in \mathbb{N}$  platí  $1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2$ .

Označme  $F(n) = 1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = \sum_{i=1}^n (2i - 1)$ ,  $n \in \mathbb{N}$ ,

# Dôkaz matematickou indukciou

Dokážte tvrdenie:

Pre všetky  $n \in \mathbb{N}$  platí  $1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2$ .

Označme  $F(n) = 1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = \sum_{i=1}^n (2i - 1)$ ,  $n \in \mathbb{N}$ ,

t. j. vlastnosť  $F$  má tvar  $F(n) = n^2$ ,  $n \in \mathbb{N}$ .

# Dôkaz matematickou indukciou

## Dokážte tvrdenie:

Pre všetky  $n \in \mathbb{N}$  platí  $1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2$ .

Označme  $F(n) = 1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = \sum_{i=1}^n (2i - 1)$ ,  $n \in \mathbb{N}$ ,

t. j. vlastnosť  $F$  má tvar  $F(n) = n^2$ ,  $n \in \mathbb{N}$ .

Krok 1.  $F(1) = 1^2$ .

Krok 2.  $F(k) = k^2 \Rightarrow F(k + 1) = (k + 1)^2$ .

# Dôkaz matematickou indukciou

## Dokážte tvrdenie:

Pre všetky  $n \in \mathbb{N}$  platí  $1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2$ .

Označme  $F(n) = 1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = \sum_{i=1}^n (2i - 1)$ ,  $n \in \mathbb{N}$ ,

t. j. vlastnosť  $F$  má tvar  $F(n) = n^2$ ,  $n \in \mathbb{N}$ .

**Krok 1.**  $F(1) = 1^2$ .

Vzťah je splnený triviálne, pretože  $F(1) = 1 = 1^2$ .

**Krok 2.**  $F(k) = k^2 \Rightarrow F(k + 1) = (k + 1)^2$ .

# Dôkaz matematickou indukciou

## Dokážte tvrdenie:

Pre všetky  $n \in \mathbb{N}$  platí  $1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2$ .

Označme  $F(n) = 1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = \sum_{i=1}^n (2i - 1)$ ,  $n \in \mathbb{N}$ ,

t. j. vlastnosť  $F$  má tvar  $F(n) = n^2$ ,  $n \in \mathbb{N}$ .

**Krok 1.**  $F(1) = 1^2$ .

Vzťah je splnený triviálne, pretože  $F(1) = 1 = 1^2$ .

**Krok 2.**  $F(k) = k^2 \Rightarrow F(k + 1) = (k + 1)^2$ .

Platí  $F(k) = 1 + 3 + \dots + (2k - 1) = k^2$  pre  $k \in \mathbb{N}$  (indukčný predpoklad).

# Dôkaz matematickou indukciou

## Dokážte tvrdenie:

Pre všetky  $n \in \mathbb{N}$  platí  $1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2$ .

Označme  $F(n) = 1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = \sum_{i=1}^n (2i - 1)$ ,  $n \in \mathbb{N}$ ,

t. j. vlastnosť  $F$  má tvar  $F(n) = n^2$ ,  $n \in \mathbb{N}$ .

**Krok 1.**  $F(1) = 1^2$ .

Vzťah je splnený triviálne, pretože  $F(1) = 1 = 1^2$ .

**Krok 2.**  $F(k) = k^2 \Rightarrow F(k + 1) = (k + 1)^2$ .

Platí  $F(k) = 1 + 3 + \dots + (2k - 1) = k^2$  pre  $k \in \mathbb{N}$  (indukčný predpoklad).

$\Rightarrow F(k + 1) = 1 + 3 + \dots + (2k - 1) + (2k + 1)$



# Dôkaz matematickou indukciou

## Dokážte tvrdenie:

Pre všetky  $n \in \mathbb{N}$  platí  $1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2$ .

Označme  $F(n) = 1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = \sum_{i=1}^n (2i - 1)$ ,  $n \in \mathbb{N}$ ,

t. j. vlastnosť  $F$  má tvar  $F(n) = n^2$ ,  $n \in \mathbb{N}$ .

**Krok 1.**  $F(1) = 1^2$ .

Vzťah je splnený triviálne, pretože  $F(1) = 1 = 1^2$ .

**Krok 2.**  $F(k) = k^2 \Rightarrow F(k + 1) = (k + 1)^2$ .

Platí  $F(k) = 1 + 3 + \dots + (2k - 1) = k^2$  pre  $k \in \mathbb{N}$  (indukčný predpoklad).

$$\begin{aligned} \Rightarrow F(k + 1) &= 1 + 3 + \dots + (2k - 1) + (2k + 1) \\ &= F(k) + (2k + 1) = k^2 + 2k + 1 \end{aligned}$$

# Dôkaz matematickou indukciou

## Dokážte tvrdenie:

Pre všetky  $n \in \mathbb{N}$  platí  $1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2$ .

Označme  $F(n) = 1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = \sum_{i=1}^n (2i - 1)$ ,  $n \in \mathbb{N}$ ,

t. j. vlastnosť  $F$  má tvar  $F(n) = n^2$ ,  $n \in \mathbb{N}$ .

**Krok 1.**  $F(1) = 1^2$ .

Vzťah je splnený triviálne, pretože  $F(1) = 1 = 1^2$ .

**Krok 2.**  $F(k) = k^2 \Rightarrow F(k + 1) = (k + 1)^2$ .

Platí  $F(k) = 1 + 3 + \dots + (2k - 1) = k^2$  pre  $k \in \mathbb{N}$  (indukčný predpoklad).

$$\begin{aligned} \Rightarrow F(k + 1) &= 1 + 3 + \dots + (2k - 1) + (2k + 1) \\ &= F(k) + (2k + 1) = k^2 + 2k + 1 = (k + 1)^2 \quad (\text{indukčný záver}). \end{aligned}$$

# Dôkaz matematickou indukciou

## Dokážte tvrdenie:

Pre všetky  $n \in \mathbb{N}$  platí  $1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2$ .

Označme  $F(n) = 1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = \sum_{i=1}^n (2i - 1)$ ,  $n \in \mathbb{N}$ ,

t. j. vlastnosť  $F$  má tvar  $F(n) = n^2$ ,  $n \in \mathbb{N}$ .

**Krok 1.**  $F(1) = 1^2$ .

Vzťah je splnený triviálne, pretože  $F(1) = 1 = 1^2$ .

**Krok 2.**  $F(k) = k^2 \Rightarrow F(k + 1) = (k + 1)^2$ .

Platí  $F(k) = 1 + 3 + \dots + (2k - 1) = k^2$  pre  $k \in \mathbb{N}$  (indukčný predpoklad).

$$\begin{aligned} \Rightarrow F(k + 1) &= 1 + 3 + \dots + (2k - 1) + (2k + 1) \\ &= F(k) + (2k + 1) = k^2 + 2k + 1 = (k + 1)^2 \quad (\text{indukčný záver}). \end{aligned}$$

**Záver.** Na základe krokov 1, 2 dané tvrdenie platí.

# Priamy dôkaz

Dokážte tvrdenie:

Pre všetky  $n \in \mathbb{N}$  platí  $1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2$ .

# Priamy dôkaz

Dokážte tvrdenie:

Pre všetky  $n \in \mathbb{N}$  platí  $1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2$ .

Postupnosť  $\{a_k\}_{k=1}^n = \{1, 3, 5, \dots, 2n - 1\}$  je konečná aritmetická.

# Priamy dôkaz

## Dokážte tvrdenie:

Pre všetky  $n \in \mathbb{N}$  platí  $1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2$ .

Postupnosť  $\{a_k\}_{k=1}^n = \{1, 3, 5, \dots, 2n - 1\}$  je konečná aritmetická.

- Pre  $i = 1, 2, \dots, n$  platí  $a_i = 2i - 1$ ,

# Priamy dôkaz

## Dokážte tvrdenie:

Pre všetky  $n \in \mathbb{N}$  platí  $1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2$ .

Postupnosť  $\{a_k\}_{k=1}^n = \{1, 3, 5, \dots, 2n - 1\}$  je konečná aritmetická.

- Pre  $i = 1, 2, \dots, n$  platí  $a_i = 2i - 1$ , t. j.  $a_1 = 1$ ,  $a_n = 2n - 1$ .

# Priamy dôkaz

## Dokážte tvrdenie:

Pre všetky  $n \in \mathbb{N}$  platí  $1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2$ .

Postupnosť  $\{a_k\}_{k=1}^n = \{1, 3, 5, \dots, 2n - 1\}$  je konečná aritmetická.

- Pre  $i = 1, 2, \dots, n$  platí  $a_i = 2i - 1$ , t. j.  $a_1 = 1$ ,  $a_n = 2n - 1$ .
- Postupnosť  $\{a_k\}_{k=1}^n$  má  $n$  členov



# Priamy dôkaz

## Dokážte tvrdenie:

Pre všetky  $n \in \mathbb{N}$  platí  $1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2$ .

Postupnosť  $\{a_k\}_{k=1}^n = \{1, 3, 5, \dots, 2n - 1\}$  je konečná aritmetická.

- Pre  $i = 1, 2, \dots, n$  platí  $a_i = 2i - 1$ , t. j.  $a_1 = 1$ ,  $a_n = 2n - 1$ .
- Postupnosť  $\{a_k\}_{k=1}^n$  má  $n$  členov a diferenciu  $d = 2$ .

# Priamy dôkaz

## Dokážte tvrdenie:

Pre všetky  $n \in \mathbb{N}$  platí  $1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2$ .

Postupnosť  $\{a_k\}_{k=1}^n = \{1, 3, 5, \dots, 2n - 1\}$  je konečná aritmetická.

- Pre  $i = 1, 2, \dots, n$  platí  $a_i = 2i - 1$ , t. j.  $a_1 = 1$ ,  $a_n = 2n - 1$ .
- Postupnosť  $\{a_k\}_{k=1}^n$  má  $n$  členov a diferenciu  $d = 2$ .
- Pre súčet  $s$  jej členov platí:

# Priamy dôkaz

## Dokážte tvrdenie:

Pre všetky  $n \in \mathbb{N}$  platí  $1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2$ .

Postupnosť  $\{a_k\}_{k=1}^n = \{1, 3, 5, \dots, 2n - 1\}$  je konečná aritmetická.

- Pre  $i = 1, 2, \dots, n$  platí  $a_i = 2i - 1$ , t. j.  $a_1 = 1$ ,  $a_n = 2n - 1$ .
- Postupnosť  $\{a_k\}_{k=1}^n$  má  $n$  členov a diferenciu  $d = 2$ .
- Pre súčet  $s$  jej členov platí:

$$s = a_1 + a_2 + \dots + a_n = 1 + 3 + \dots + (2n - 1) = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$$

# Priamy dôkaz

## Dokážte tvrdenie:

Pre všetky  $n \in \mathbb{N}$  platí  $1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2$ .

Postupnosť  $\{a_k\}_{k=1}^n = \{1, 3, 5, \dots, 2n - 1\}$  je konečná aritmetická.

- Pre  $i = 1, 2, \dots, n$  platí  $a_i = 2i - 1$ , t. j.  $a_1 = 1$ ,  $a_n = 2n - 1$ .
- Postupnosť  $\{a_k\}_{k=1}^n$  má  $n$  členov a diferenciu  $d = 2$ .
- Pre súčet  $s$  jej členov platí:

$$s = a_1 + a_2 + \dots + a_n = 1 + 3 + \dots + (2n - 1) = \frac{n(a_1 + a_n)}{2} = \frac{n(1 + 2n - 1)}{2} = \frac{2n^2}{2}$$

# Priamy dôkaz

## Dokážte tvrdenie:

Pre všetky  $n \in \mathbb{N}$  platí  $1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2$ .

Postupnosť  $\{a_k\}_{k=1}^n = \{1, 3, 5, \dots, 2n - 1\}$  je konečná aritmetická.

- Pre  $i = 1, 2, \dots, n$  platí  $a_i = 2i - 1$ , t. j.  $a_1 = 1$ ,  $a_n = 2n - 1$ .
- Postupnosť  $\{a_k\}_{k=1}^n$  má  $n$  členov a diferenciu  $d = 2$ .
- Pre súčet  $s$  jej členov platí:

$$s = a_1 + a_2 + \dots + a_n = 1 + 3 + \dots + (2n - 1) = \frac{n(a_1 + a_n)}{2} = \frac{n(1 + 2n - 1)}{2} = \frac{2n^2}{2} = n^2.$$

# Priamy dôkaz

## Dokážte tvrdenie:

Pre všetky  $n \in \mathbb{N}$  platí  $1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2$ .

Postupnosť  $\{a_k\}_{k=1}^n = \{1, 3, 5, \dots, 2n - 1\}$  je konečná aritmetická.

- Pre  $i = 1, 2, \dots, n$  platí  $a_i = 2i - 1$ , t. j.  $a_1 = 1$ ,  $a_n = 2n - 1$ .
- Postupnosť  $\{a_k\}_{k=1}^n$  má  $n$  členov a diferenciu  $d = 2$ .
- Pre súčet  $s$  jej členov platí:

$$s = a_1 + a_2 + \dots + a_n = 1 + 3 + \dots + (2n - 1) = \frac{n(a_1 + a_n)}{2} = \frac{n(1 + 2n - 1)}{2} = \frac{2n^2}{2} = n^2.$$

Iné riešenie.

Označme  $s = 1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1)$ ,

# Priamy dôkaz

## Dokážte tvrdenie:

Pre všetky  $n \in \mathbb{N}$  platí  $1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2$ .

Postupnosť  $\{a_k\}_{k=1}^n = \{1, 3, 5, \dots, 2n - 1\}$  je konečná aritmetická.

- Pre  $i = 1, 2, \dots, n$  platí  $a_i = 2i - 1$ , t. j.  $a_1 = 1$ ,  $a_n = 2n - 1$ .
- Postupnosť  $\{a_k\}_{k=1}^n$  má  $n$  členov a diferenciu  $d = 2$ .
- Pre súčet  $s$  jej členov platí:

$$s = a_1 + a_2 + \dots + a_n = 1 + 3 + \dots + (2n - 1) = \frac{n(a_1 + a_n)}{2} = \frac{n(1 + 2n - 1)}{2} = \frac{2n^2}{2} = n^2.$$

Iné riešenie.

Označme  $s = 1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1)$ , potom platí:

$$1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 3) + (2n - 1) = s$$

# Priamy dôkaz

## Dokážte tvrdenie:

Pre všetky  $n \in \mathbb{N}$  platí  $1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2$ .

Postupnosť  $\{a_k\}_{k=1}^n = \{1, 3, 5, \dots, 2n - 1\}$  je konečná aritmetická.

- Pre  $i = 1, 2, \dots, n$  platí  $a_i = 2i - 1$ , t. j.  $a_1 = 1$ ,  $a_n = 2n - 1$ .
- Postupnosť  $\{a_k\}_{k=1}^n$  má  $n$  členov a diferenciu  $d = 2$ .
- Pre súčet  $s$  jej členov platí:

$$s = a_1 + a_2 + \dots + a_n = 1 + 3 + \dots + (2n - 1) = \frac{n(a_1 + a_n)}{2} = \frac{n(1 + 2n - 1)}{2} = \frac{2n^2}{2} = n^2.$$

Iné riešenie.

Označme  $s = 1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1)$ , potom platí:

$$\begin{array}{ccccccccccc} 1 & + & 3 & + & 5 & + & \dots & + & (2n - 3) & + & (2n - 1) & = & s \\ (2n - 1) & + & (2n - 3) & + & (2n - 5) & + & \dots & + & 3 & + & 1 & = & s \end{array}$$



# Priamy dôkaz

## Dokážte tvrdenie:

Pre všetky  $n \in \mathbb{N}$  platí  $1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2$ .

Postupnosť  $\{a_k\}_{k=1}^n = \{1, 3, 5, \dots, 2n - 1\}$  je konečná aritmetická.

- Pre  $i = 1, 2, \dots, n$  platí  $a_i = 2i - 1$ , t. j.  $a_1 = 1$ ,  $a_n = 2n - 1$ .
- Postupnosť  $\{a_k\}_{k=1}^n$  má  $n$  členov a diferenciu  $d = 2$ .
- Pre súčet  $s$  jej členov platí:

$$s = a_1 + a_2 + \dots + a_n = 1 + 3 + \dots + (2n - 1) = \frac{n(a_1 + a_n)}{2} = \frac{n(1 + 2n - 1)}{2} = \frac{2n^2}{2} = n^2.$$

Iné riešenie.

Označme  $s = 1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1)$ , potom platí:

$$\begin{array}{cccccccccccc} 1 & + & 3 & + & 5 & + & \dots & + & (2n - 3) & + & (2n - 1) & = & s \\ (2n - 1) & + & (2n - 3) & + & (2n - 5) & + & \dots & + & 3 & + & 1 & = & s \\ \hline 2n & + & 2n & + & 2n & + & \dots & + & 2n & + & 2n & = & n \cdot 2n \end{array}$$

# Priamy dôkaz

## Dokážte tvrdenie:

Pre všetky  $n \in \mathbb{N}$  platí  $1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2$ .

Postupnosť  $\{a_k\}_{k=1}^n = \{1, 3, 5, \dots, 2n - 1\}$  je konečná aritmetická.

- Pre  $i = 1, 2, \dots, n$  platí  $a_i = 2i - 1$ , t. j.  $a_1 = 1$ ,  $a_n = 2n - 1$ .
- Postupnosť  $\{a_k\}_{k=1}^n$  má  $n$  členov a diferenciu  $d = 2$ .
- Pre súčet  $s$  jej členov platí:

$$s = a_1 + a_2 + \dots + a_n = 1 + 3 + \dots + (2n - 1) = \frac{n(a_1 + a_n)}{2} = \frac{n(1 + 2n - 1)}{2} = \frac{2n^2}{2} = n^2.$$

Iné riešenie.

Označme  $s = 1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1)$ , potom platí:

$$\begin{array}{cccccccccccc} 1 & + & 3 & + & 5 & + & \dots & + & (2n - 3) & + & (2n - 1) & = & s \\ (2n - 1) & + & (2n - 3) & + & (2n - 5) & + & \dots & + & 3 & + & 1 & = & s \\ \hline 2n & + & 2n & + & 2n & + & \dots & + & 2n & + & 2n & = & n \cdot 2n \\ & & & & & & & & & & & \Rightarrow & 2s = n \cdot 2n = 2n^2. \end{array}$$

# Priamy dôkaz

## Dokážte tvrdenie:

Pre všetky  $n \in \mathbb{N}$  platí  $1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2$ .

Postupnosť  $\{a_k\}_{k=1}^n = \{1, 3, 5, \dots, 2n - 1\}$  je konečná aritmetická.

- Pre  $i = 1, 2, \dots, n$  platí  $a_i = 2i - 1$ , t. j.  $a_1 = 1$ ,  $a_n = 2n - 1$ .
- Postupnosť  $\{a_k\}_{k=1}^n$  má  $n$  členov a diferenciu  $d = 2$ .
- Pre súčet  $s$  jej členov platí:

$$s = a_1 + a_2 + \dots + a_n = 1 + 3 + \dots + (2n - 1) = \frac{n(a_1 + a_n)}{2} = \frac{n(1 + 2n - 1)}{2} = \frac{2n^2}{2} = n^2.$$

Iné riešenie.

Označme  $s = 1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1)$ , potom platí:

$$\begin{array}{cccccccccccc} 1 & + & 3 & + & 5 & + & \dots & + & (2n - 3) & + & (2n - 1) & = & s \\ (2n - 1) & + & (2n - 3) & + & (2n - 5) & + & \dots & + & 3 & + & 1 & = & s \\ \hline 2n & + & 2n & + & 2n & + & \dots & + & 2n & + & 2n & = & n \cdot 2n \end{array}$$

$$\Rightarrow 2s = n \cdot 2n = 2n^2. \Rightarrow s = 1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1)$$

# Priamy dôkaz

## Dokážte tvrdenie:

Pre všetky  $n \in \mathbb{N}$  platí  $1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2$ .

Postupnosť  $\{a_k\}_{k=1}^n = \{1, 3, 5, \dots, 2n - 1\}$  je konečná aritmetická.

- Pre  $i = 1, 2, \dots, n$  platí  $a_i = 2i - 1$ , t. j.  $a_1 = 1$ ,  $a_n = 2n - 1$ .
- Postupnosť  $\{a_k\}_{k=1}^n$  má  $n$  členov a diferenciu  $d = 2$ .
- Pre súčet  $s$  jej členov platí:

$$s = a_1 + a_2 + \dots + a_n = 1 + 3 + \dots + (2n - 1) = \frac{n(a_1 + a_n)}{2} = \frac{n(1 + 2n - 1)}{2} = \frac{2n^2}{2} = n^2.$$

Iné riešenie.

Označme  $s = 1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1)$ , potom platí:

$$\begin{array}{cccccccccccc} 1 & + & 3 & + & 5 & + & \dots & + & (2n - 3) & + & (2n - 1) & = & s \\ (2n - 1) & + & (2n - 3) & + & (2n - 5) & + & \dots & + & 3 & + & 1 & = & s \\ \hline 2n & + & 2n & + & 2n & + & \dots & + & 2n & + & 2n & = & n \cdot 2n \end{array}$$

$$\Rightarrow 2s = n \cdot 2n = 2n^2. \Rightarrow s = 1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2.$$

# Množiny – základné vlastnosti

## Množina

je neusporiadaný súbor (skupina, súhrn) predmetov (vecí, pojmov, čísel, ...),

ktoré nazývame **prvky množiny** (t. j. nezáleží na poradí prvkov).



# Množiny – základné vlastnosti

## Množina

je neusporiadaný súbor (skupina, súhrn) predmetov (vecí, pojmov, čísel, ...),

ktoré nazývame **prvky množiny** (t. j. nezáleží na poradí prvkov).

- Prvky danej množiny sa obvykle ohraničujú zloženými zátvorkami { }.



# Množiny – základné vlastnosti

## Množina

je neusporiadaný súbor (skupina, súhrn) predmetov (vecí, pojmov, čísel, ...),

ktoré nazývame **prvky množiny** (t. j. nezáleží na poradí prvkov).

- Prvky danej množiny sa obvykle ohraničujú zloženými zátvorkami { }.
- Množina je jednoznačne určená svojimi prvkami.

# Množiny – základné vlastnosti

## Množina

je neusporiadaný súbor (skupina, súhrn) predmetov (vecí, pojmov, čísel, ...),

ktoré nazývame **prvky množiny** (t. j. nezáleží na poradí prvkov).

- Prvky danej množiny sa obvykle ohraničujú zloženými zátvorkami { }.
- Množina je jednoznačne určená svojimi prvkami.

---

- **Prázdna množina** neobsahuje žiadne prvky, označenie  $\emptyset$ , resp. {}.



# Množiny – základné vlastnosti

## Množina

je neusporiadaný súbor (skupina, súhrn) predmetov (vecí, pojmov, čísel, ...),

ktoré nazývame **prvky množiny** (t. j. nezáleží na poradí prvkov).

- Prvky danej množiny sa obvykle ohraničujú zloženými zátvorkami { }.
  - Množina je jednoznačne určená svojimi prvkami.
- 
- **Prázdna množina** neobsahuje žiadne prvky, označenie  $\emptyset$ , resp. {}.
  - **Konečná množina** má konečný počet prvkov.

# Množiny – základné vlastnosti

## Množina

je neusporiadaný súbor (skupina, súhrn) predmetov (vecí, pojmov, čísel, ...),

ktoré nazývame **prvky množiny** (t. j. nezáleží na poradí prvkov).

- Prvky danej množiny sa obvykle ohraničujú zloženými zátvorkami { }.
- Množina je jednoznačne určená svojimi prvkami.

---

- **Prázdna množina** neobsahuje žiadne prvky, označenie  $\emptyset$ , resp. {}.
- **Konečná množina** má konečný počet prvkov.
- **Nekonečná množina** nemá konečný počet prvkov (nie je konečná).

# Množiny – základné vlastnosti

## Množina

je neusporiadaný súbor (skupina, súhrn) predmetov (vecí, pojmov, čísel, ...),

ktoré nazývame **prvky množiny** (t. j. nezáleží na poradí prvkov).

- Prvky danej množiny sa obvykle ohraničujú zloženými zátvorkami { }.
- Množina je jednoznačne určená svojimi prvkami.

---

- **Prázdna množina** neobsahuje žiadne prvky, označenie  $\emptyset$ , resp. {}.
- **Konečná množina** má konečný počet prvkov.
- **Nekonečná množina** nemá konečný počet prvkov (nie je konečná).

---

- Prázdna množina je konečná.

# Množiny – základné vlastnosti

## Množina

je neusporiadaný súbor (skupina, súhrn) predmetov (vecí, pojmov, čísel, ...),

ktoré nazývame **prvky množiny** (t. j. nezáleží na poradí prvkov).

- Prvky danej množiny sa obvykle ohraničujú zloženými zátvorkami { }.
- Množina je jednoznačne určená svojimi prvkami.

---

- **Prázdna množina** neobsahuje žiadne prvky, označenie  $\emptyset$ , resp. {}.
- **Konečná množina** má konečný počet prvkov.
- **Nekonečná množina** nemá konečný počet prvkov (nie je konečná).

---

- Prázdna množina je konečná. Neexistuje prvok, ktorý by patril do  $\emptyset$ .

# Množiny – základné vlastnosti

## Množina

je neusporiadaný súbor (skupina, súhrn) predmetov (vecí, pojmov, čísel, ...),

ktoré nazývame **prvky množiny** (t. j. nezáleží na poradí prvkov).

- Prvky danej množiny sa obvykle ohraničujú zloženými zátvorkami { }.
- Množina je jednoznačne určená svojimi prvkami.

---

- **Prázdna množina** neobsahuje žiadne prvky, označenie  $\emptyset$ , resp. {}.
- **Konečná množina** má konečný počet prvkov.
- **Nekonečná množina** nemá konečný počet prvkov (nie je konečná).

---

- Prázdna množina je konečná. Neexistuje prvok, ktorý by patril do  $\emptyset$ .
- $\{\emptyset\}$  nie je prázdna množina,

# Množiny – základné vlastnosti

## Množina

je neusporiadaný súbor (skupina, súhrn) predmetov (vecí, pojmov, čísel, ...),

ktoré nazývame **prvky množiny** (t. j. nezáleží na poradí prvkov).

- Prvky danej množiny sa obvykle ohraničujú zloženými zátvorkami { }.
- Množina je jednoznačne určená svojimi prvkami.

---

- **Prázdna množina** neobsahuje žiadne prvky, označenie  $\emptyset$ , resp. {}.
- **Konečná množina** má konečný počet prvkov.
- **Nekonečná množina** nemá konečný počet prvkov (nie je konečná).

---

- Prázdna množina je konečná. Neexistuje prvok, ktorý by patril do  $\emptyset$ .
- $\{\emptyset\}$  nie je prázdna množina, ale jednoprvková množina s prvkom  $\emptyset$ .

# Množiny – základné vlastnosti

## Množina

je neusporiadaný súbor (skupina, súhrn) predmetov (vecí, pojmov, čísel, ...),

ktoré nazývame **prvky množiny** (t. j. nezáleží na poradí prvkov).

- Prvky danej množiny sa obvykle ohraničujú zloženými zátvorkami { }.
- Množina je jednoznačne určená svojimi prvkami.

- **Prázdna množina** neobsahuje žiadne prvky, označenie  $\emptyset$ , resp. {}.

- **Konečná množina** má konečný počet prvkov.

- **Nekonečná množina** nemá konečný počet prvkov (nie je konečná).

- Prázdna množina je konečná. Neexistuje prvok, ktorý by patril do  $\emptyset$ .

- $\{\emptyset\}$  nie je prázdna množina, ale jednoprvková množina s prvkom  $\emptyset$ .

$A \neq \emptyset$  čítame:

# Množiny – základné vlastnosti

## Množina

je neusporiadaný súbor (skupina, súhrn) predmetov (vecí, pojmov, čísel, ...),

ktoré nazývame **prvky množiny** (t. j. nezáleží na poradí prvkov).

- Prvky danej množiny sa obvykle ohraničujú zloženými zátvorkami { }.
- Množina je jednoznačne určená svojimi prvkami.

- **Prázdna množina** neobsahuje žiadne prvky, označenie  $\emptyset$ , resp. {}.

- **Konečná množina** má konečný počet prvkov.

- **Nekonečná množina** nemá konečný počet prvkov (nie je konečná).

- Prázdna množina je konečná. Neexistuje prvok, ktorý by patril do  $\emptyset$ .

- $\{\emptyset\}$  nie je prázdna množina, ale jednoprvková množina s prvkom  $\emptyset$ .

$A \neq \emptyset$  čítame:

„Množina A nie je prázdna“,



# Množiny – základné vlastnosti

## Množina

je neusporiadaný súbor (skupina, súhrn) predmetov (vecí, pojmov, čísel, ...),

ktoré nazývame **prvky množiny** (t. j. nezáleží na poradí prvkov).

- Prvky danej množiny sa obvykle ohraničujú zloženými zátvorkami { }.
- Množina je jednoznačne určená svojimi prvkami.

- **Prázdna množina** neobsahuje žiadne prvky, označenie  $\emptyset$ , resp. {}.

- **Konečná množina** má konečný počet prvkov.

- **Nekonečná množina** nemá konečný počet prvkov (nie je konečná).

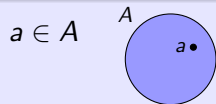
- Prázdna množina je konečná. Neexistuje prvok, ktorý by patril do  $\emptyset$ .

- $\{\emptyset\}$  nie je prázdna množina, ale jednoprvková množina s prvkom  $\emptyset$ .

$A \neq \emptyset$  čítame:

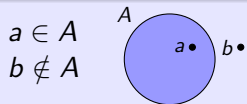
„Množina  $A$  nie je prázdna“, resp. „Množina  $A$  je neprázdna“.

# Množiny – základné vlastnosti



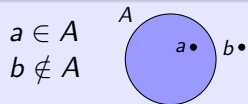
- Prvok  $a$  **patrí** do množiny  $A$ .

# Množiny – základné vlastnosti



- Prvok  $a$  **patrí** do množiny  $A$ .
- Prvok  $b$  **nepatrí** do množiny  $A$ .

# Množiny – základné vlastnosti

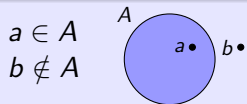


- Prvok  $a$  **patrí** do množiny  $A$ .
- Prvok  $b$  **nepatrí** do množiny  $A$ .

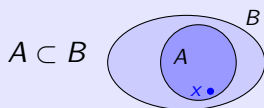


- Množina  $A$  je **podmnožinou** množiny  $B$ ,  
ak každý prvok množiny  $A$  **patrí aj** do množiny  $B$ .

# Množiny – základné vlastnosti

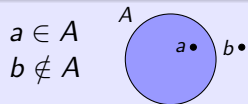


- Prvok  $a$  **patrí** do množiny  $A$ .
- Prvok  $b$  **nepatrí** do množiny  $A$ .

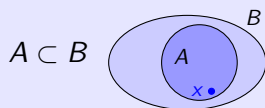


- Množina  $A$  je **podmnožinou** množiny  $B$ ,  
 ak každý prvok množiny  $A$  **patrí aj** do množiny  $B$ .  
 $A \subset B \Leftrightarrow (\forall x : x \in A \Rightarrow x \in B)$ .

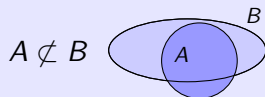
# Množiny – základné vlastnosti



- Prvok  $a$  **patrí** do množiny  $A$ .
- Prvok  $b$  **nepatrí** do množiny  $A$ .

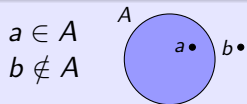


- Množina  $A$  je **podmnožinou** množiny  $B$ ,  
 ak každý prvok množiny  $A$  **patrí aj** do množiny  $B$ .  
 $A \subset B \Leftrightarrow (\forall x : x \in A \Rightarrow x \in B)$ .

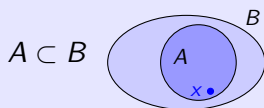


- Množina  $A$  **nie je podmnožinou** množiny  $B$ , ak **neplatí**  $A \subset B$ .

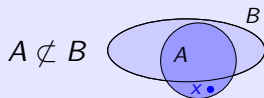
# Množiny – základné vlastnosti



- Prvok  $a$  **patrí** do množiny  $A$ .
- Prvok  $b$  **nepatrí** do množiny  $A$ .

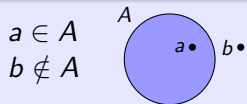


- Množina  $A$  je **podmnožinou** množiny  $B$ ,  
 ak každý prvok množiny  $A$  **patrí aj** do množiny  $B$ .  
 $A \subset B \Leftrightarrow (\forall x : x \in A \Rightarrow x \in B)$ .



- Množina  $A$  **nie je podmnožinou** množiny  $B$ , ak **neplatí**  $A \subset B$ .  
 $A \not\subset B \Leftrightarrow (\exists x : x \in A \wedge x \notin B)$ .

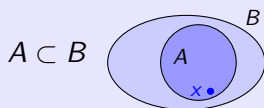
# Množiny – základné vlastnosti



- Prvok  $a$  **patrí** do množiny  $A$ .
- Prvok  $b$  **nepatrí** do množiny  $A$ .

[Neexistuje  $x$  také, že  $x \in \emptyset$ .]

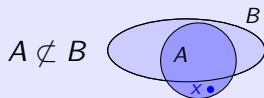
[Pre všetky  $x$  platí  $x \notin \emptyset$ .]



- Množina  $A$  je **podmnožinou** množiny  $B$ ,  
 ak každý prvok množiny  $A$  **patrí aj** do množiny  $B$ .

$$A \subset B \Leftrightarrow (\forall x : x \in A \Rightarrow x \in B).$$

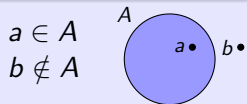
[ $\emptyset \subset B$  pre každú množinu  $B$ .]



- Množina  $A$  **nie je podmnožinou** množiny  $B$ , ak **neplatí**  $A \subset B$ .  
 $A \not\subset B \Leftrightarrow (\exists x : x \in A \wedge x \notin B)$ .



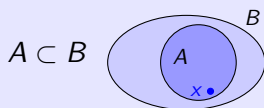
# Množiny – základné vlastnosti



- Prvok  $a$  **patrí** do množiny  $A$ .
- Prvok  $b$  **nepatrí** do množiny  $A$ .

[Neexistuje  $x$  také, že  $x \in \emptyset$ .]

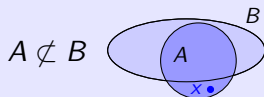
[Pre všetky  $x$  platí  $x \notin \emptyset$ .]



- Množina  $A$  je **podmnožinou** množiny  $B$ ,  
 ak každý prvok množiny  $A$  **patrí aj** do množiny  $B$ .

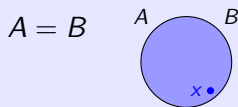
$$A \subset B \Leftrightarrow (\forall x : x \in A \Rightarrow x \in B).$$

[ $\emptyset \subset B$  pre každú množinu  $B$ .]



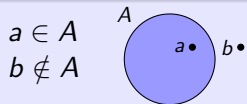
- Množina  $A$  **nie je podmnožinou** množiny  $B$ , ak **neplatí**  $A \subset B$ .

$$A \not\subset B \Leftrightarrow (\exists x : x \in A \wedge x \notin B).$$



- Množiny  $A$  a  $B$  **sa rovnajú** (sú **totožné**),  
 ak majú tie isté prvky,

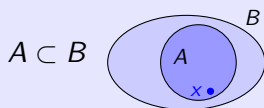
# Množiny – základné vlastnosti



- Prvok  $a$  **patrí** do množiny  $A$ .
- Prvok  $b$  **nepatrí** do množiny  $A$ .

[Neexistuje  $x$  také, že  $x \in \emptyset$ .]

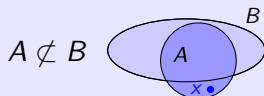
[Pre všetky  $x$  platí  $x \notin \emptyset$ .]



- Množina  $A$  je **podmnožinou** množiny  $B$ ,  
ak každý prvok množiny  $A$  **patrí aj** do množiny  $B$ .

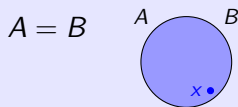
$$A \subset B \Leftrightarrow (\forall x : x \in A \Rightarrow x \in B).$$

[ $\emptyset \subset B$  pre každú množinu  $B$ .]



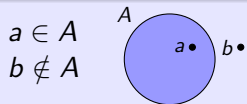
- Množina  $A$  **nie je podmnožinou** množiny  $B$ , ak **neplatí**  $A \subset B$ .

$$A \not\subset B \Leftrightarrow (\exists x : x \in A \wedge x \notin B).$$



- Množiny  $A$  a  $B$  **sa rovnajú** (sú **totožné**),  
ak majú tie isté prvky, t. j. ak  $(A \subset B \wedge B \subset A)$ .

# Množiny – základné vlastnosti



- Prvok  $a$  **patrí** do množiny  $A$ .
- Prvok  $b$  **nepatrí** do množiny  $A$ .

[Neexistuje  $x$  také, že  $x \in \emptyset$ .]

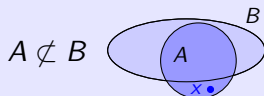
[Pre všetky  $x$  platí  $x \notin \emptyset$ .]



- Množina  $A$  je **podmnožinou** množiny  $B$ ,  
 ak každý prvok množiny  $A$  **patrí aj** do množiny  $B$ .

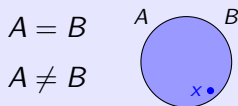
$$A \subset B \Leftrightarrow (\forall x : x \in A \Rightarrow x \in B).$$

[ $\emptyset \subset B$  pre každú množinu  $B$ .]



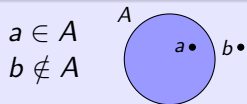
- Množina  $A$  **nie je podmnožinou** množiny  $B$ , ak **neplatí**  $A \subset B$ .

$$A \not\subset B \Leftrightarrow (\exists x : x \in A \wedge x \notin B).$$



- Množiny  $A$  a  $B$  **sa rovnajú** (sú **totožné**),  
 ak majú tie isté prvky, t. j. ak  $(A \subset B \wedge B \subset A)$ .
- Množiny  $A$  a  $B$  sú **rôzne**, ak sa **nerovnajú**.

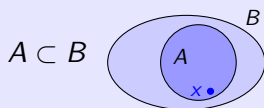
# Množiny – základné vlastnosti



- Prvok  $a$  **patrí** do množiny  $A$ .
- Prvok  $b$  **nepatrí** do množiny  $A$ .

[Neexistuje  $x$  také, že  $x \in \emptyset$ .]

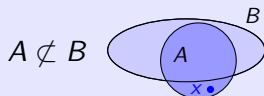
[Pre všetky  $x$  platí  $x \notin \emptyset$ .]



- Množina  $A$  je **podmnožinou** množiny  $B$ ,  
ak každý prvok množiny  $A$  **patrí aj** do množiny  $B$ .

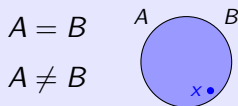
$$A \subset B \Leftrightarrow (\forall x : x \in A \Rightarrow x \in B).$$

[ $\emptyset \subset B$  pre každú množinu  $B$ .]



- Množina  $A$  **nie je podmnožinou** množiny  $B$ , ak **neplatí**  $A \subset B$ .

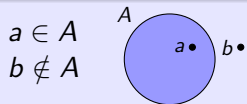
$$A \not\subset B \Leftrightarrow (\exists x : x \in A \wedge x \notin B).$$



- Množiny  $A$  a  $B$  **sa rovnajú** (sú **totožné**),  
ak majú tie isté prvky, t. j. ak  $(A \subset B \wedge B \subset A)$ .
- Množiny  $A$  a  $B$  sú **rôzne**, ak sa **nerovnajú**.

Dokázať rovnosť dvoch množín  $A = B$ ,

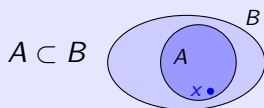
# Množiny – základné vlastnosti



- Prvok  $a$  **patrí** do množiny  $A$ .
- Prvok  $b$  **nepatrí** do množiny  $A$ .

[Neexistuje  $x$  také, že  $x \in \emptyset$ .]

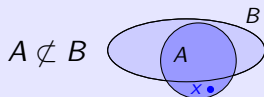
[Pre všetky  $x$  platí  $x \notin \emptyset$ .]



- Množina  $A$  je **podmnožinou** množiny  $B$ ,  
ak každý prvok množiny  $A$  **patrí aj** do množiny  $B$ .

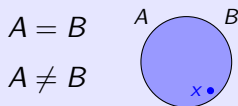
$$A \subset B \Leftrightarrow (\forall x : x \in A \Rightarrow x \in B).$$

[ $\emptyset \subset B$  pre každú množinu  $B$ .]



- Množina  $A$  **nie je podmnožinou** množiny  $B$ , ak **neplatí**  $A \subset B$ .

$$A \not\subset B \Leftrightarrow (\exists x : x \in A \wedge x \notin B).$$

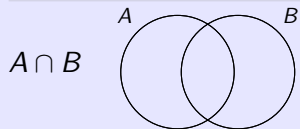


- Množiny  $A$  a  $B$  **sa rovnajú** (sú **totožné**),  
ak majú tie isté prvky, t. j. ak  $(A \subset B \wedge B \subset A)$ .
- Množiny  $A$  a  $B$  sú **rôzne**, ak sa **nerovnajú**.

**Dokázat rovnosť dvoch množín  $A = B$ ,**

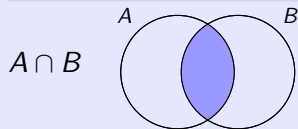
znamená dokázat obidve inklúzie  $A \subset B$  a  $B \subset A$ .

# Množiny – základné vlastnosti



- Prienik množín  $A$  a  $B$

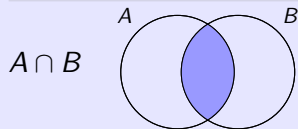
# Množiny – základné vlastnosti



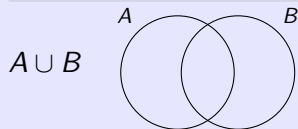
- Prienik množín  $A$  a  $B$

$$A \cap B = \{x; x \in A \wedge x \in B\}.$$

# Množiny – základné vlastnosti



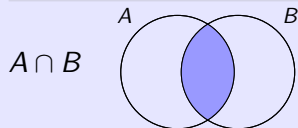
- **Prienik** množín  $A$  a  $B$   
 $A \cap B = \{x; x \in A \wedge x \in B\}.$



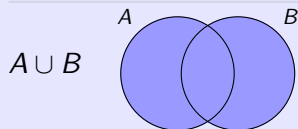
- **Zjednotenie** množín  $A$  a  $B$



# Množiny – základné vlastnosti

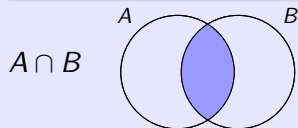


- **Prienik** množín  $A$  a  $B$   
 $A \cap B = \{x; x \in A \wedge x \in B\}.$

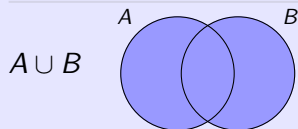


- **Zjednotenie** množín  $A$  a  $B$   
 $A \cup B = \{x; x \in A \vee x \in B\}.$

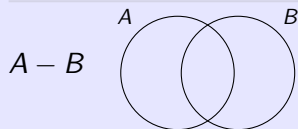
# Množiny – základné vlastnosti



- **Prienik** množín  $A$  a  $B$   
 $A \cap B = \{x; x \in A \wedge x \in B\}.$

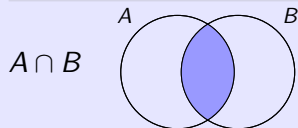


- **Zjednotenie** množín  $A$  a  $B$   
 $A \cup B = \{x; x \in A \vee x \in B\}.$

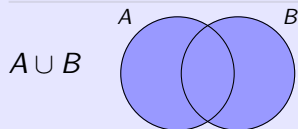


- **Rozdiel** množín  $A$  a  $B$

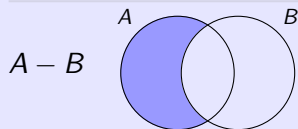
# Množiny – základné vlastnosti



- **Prienik** množín  $A$  a  $B$   
 $A \cap B = \{x; x \in A \wedge x \in B\}.$

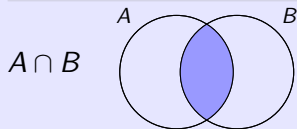


- **Zjednotenie** množín  $A$  a  $B$   
 $A \cup B = \{x; x \in A \vee x \in B\}.$

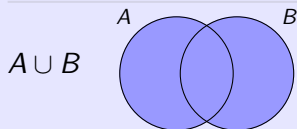


- **Rozdiel** množín  $A$  a  $B$   
 $A - B = \{x; x \in A \wedge x \notin B\}.$

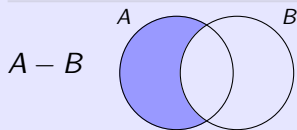
# Množiny – základné vlastnosti



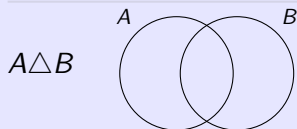
- **Prienik** množín  $A$  a  $B$   
 $A \cap B = \{x; x \in A \wedge x \in B\}.$



- **Zjednotenie** množín  $A$  a  $B$   
 $A \cup B = \{x; x \in A \vee x \in B\}.$

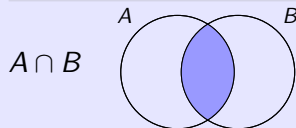


- **Rozdiel** množín  $A$  a  $B$   
 $A - B = \{x; x \in A \wedge x \notin B\}.$

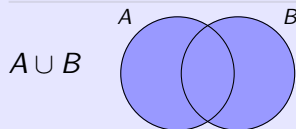


- **Symetrický rozdiel** množín  $A$  a  $B$

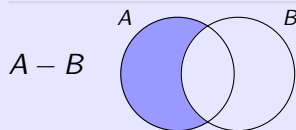
# Množiny – základné vlastnosti



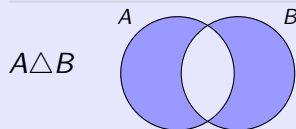
- **Prienik** množín  $A$  a  $B$   
 $A \cap B = \{x; x \in A \wedge x \in B\}.$



- **Zjednotenie** množín  $A$  a  $B$   
 $A \cup B = \{x; x \in A \vee x \in B\}.$



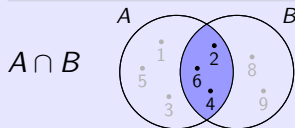
- **Rozdiel** množín  $A$  a  $B$   
 $A - B = \{x; x \in A \wedge x \notin B\}.$



- **Symetrický rozdiel** množín  $A$  a  $B$   
 $A \Delta B = (A - B) \cup (B - A).$

# Množiny – základné vlastnosti

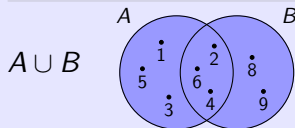
Napríklad pre  $A = \{1,2,3,4,5,6\}$ ,  $B = \{2,4,6,8,9\}$  platí:



- Prienik množín  $A$  a  $B$

$$A \cap B = \{x; x \in A \wedge x \in B\}.$$

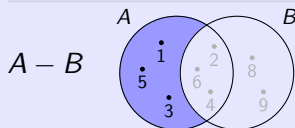
$$A \cap B = \{2,4,6\}.$$



- Zjednotenie množín  $A$  a  $B$

$$A \cup B = \{x; x \in A \vee x \in B\}.$$

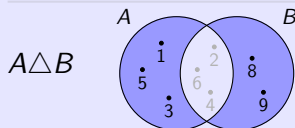
$$A \cup B = \{1,2,3,4,5,6,8,9\}.$$



- Rozdiel množín  $A$  a  $B$

$$A - B = \{x; x \in A \wedge x \notin B\}.$$

$$A - B = \{1,3,5\}.$$



- Symetrický rozdiel množín  $A$  a  $B$

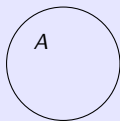
$$A \Delta B = (A - B) \cup (B - A).$$

$$A \Delta B = \{1,3,5,8,9\}.$$

# Množiny – základné vlastnosti

- Množina  $X - A$  sa nazýva doplnok (komplement, doplnková množina, komplementárna množina)

# Množiny – základné vlastnosti

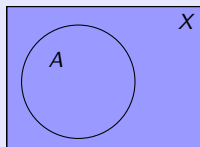


- Množina  $X - A$  sa nazýva **doplnok** (komplement, doplnková množina, komplementárna množina) množiny  $A$



# Množiny – základné vlastnosti

$$X \neq \emptyset$$

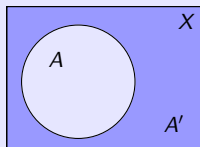


- Množina  $X - A$  sa nazýva **doplnok** (komplement, doplnková množina, komplementárna množina) množiny  $A$  do množiny  $X \neq \emptyset$ .

# Množiny – základné vlastnosti

$$A' = X - A$$

$$X \neq \emptyset$$

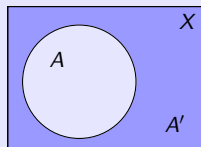


- Množina  $X - A$  sa nazýva **doplnok** (komplement, doplnková množina, komplementárna množina) množiny  $A$  do množiny  $X \neq \emptyset$ . Označenie  $A'$ , resp.  $A'_X$ .

# Množiny – základné vlastnosti

$$A' = X - A$$

$$X \neq \emptyset$$



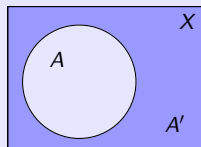
- Množina  $X - A$  sa nazýva **doplnok** (komplement, doplnková množina, komplementárna množina) množiny  $A$  do množiny  $X \neq \emptyset$ . Označenie  $A'$ , resp.  $A'_X$ .

- Množiny  $A$  a  $A' = X - A$  sú **doplnkové** (komplementárne) vzhľadom na  $X$ .

# Množiny – základné vlastnosti

$$A' = X - A$$

$$X \neq \emptyset$$



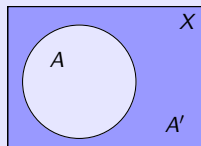
- Množina  $X - A$  sa nazýva **doplnok** (komplement, doplnková množina, komplementárna množina) množiny  $A$  do množiny  $X \neq \emptyset$ . Označenie  $A'$ , resp.  $A'_X$ .

- Množiny  $A$  a  $A' = X - A$  sú **doplnkové** (komplementárne) vzhľadom na  $X$ .
- Každý bod  $x \in X$  patrí do práve jednej z množín  $A, A'$ ,

# Množiny – základné vlastnosti

$$A' = X - A$$

$$X \neq \emptyset$$



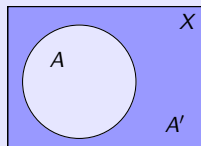
- Množina  $X - A$  sa nazýva **doplnok** (komplement, doplnková množina, komplementárna množina) množiny  $A$  do množiny  $X \neq \emptyset$ . Označenie  $A'$ , resp.  $A'_X$ .

- Množiny  $A$  a  $A' = X - A$  sú **doplnkové** (komplementárne) vzhľadom na  $X$ .
- Každý bod  $x \in X$  patrí do práve jednej z množín  $A, A'$ , t. j.  $A \cap A' = \emptyset, A \cup A' = X$ .

# Množiny – základné vlastnosti

$$A' = X - A$$

$$X \neq \emptyset$$



- Množina  $X - A$  sa nazýva **doplnok** (komplement, doplnková množina, komplementárna množina) množiny  $A$  do množiny  $X \neq \emptyset$ . Označenie  $A'$ , resp.  $A'_X$ .

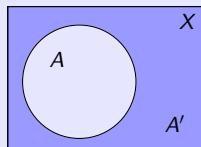
- Množiny  $A$  a  $A' = X - A$  sú **doplnkové** (komplementárne) vzhľadom na  $X$ .
- Každý bod  $x \in X$  patrí do práve jednej z množín  $A, A'$ , t. j.  $A \cap A' = \emptyset, A \cup A' = X$ .

**Potenčná množina** (množina všetkých podmnožín) množiny  $X \neq \emptyset$ ,

# Množiny – základné vlastnosti

$$A' = X - A$$

$$X \neq \emptyset$$



- Množina  $X - A$  sa nazýva **doplnok** (komplement, doplnková množina, komplementárna množina) množiny  $A$  do množiny  $X \neq \emptyset$ . Označenie  $A'$ , resp.  $A'_X$ .

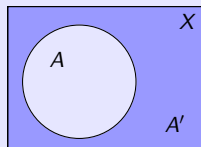
- Množiny  $A$  a  $A' = X - A$  sú **doplnkové** (komplementárne) vzhľadom na  $X$ .
- Každý bod  $x \in X$  patrí do práve jednej z množín  $A, A'$ , t. j.  $A \cap A' = \emptyset, A \cup A' = X$ .

**Potenčná množina** (množina všetkých podmnožín) množiny  $X \neq \emptyset$ , označenie  $2^X$ ,

# Množiny – základné vlastnosti

$$A' = X - A$$

$$X \neq \emptyset$$



- Množina  $X - A$  sa nazýva **doplnok** (komplement, doplnková množina, komplementárna množina) množiny  $A$  do množiny  $X \neq \emptyset$ . Označenie  $A'$ , resp.  $A'_X$ .

- Množiny  $A$  a  $A' = X - A$  sú **doplnkové** (komplementárne) vzhľadom na  $X$ .
- Každý bod  $x \in X$  patrí do práve jednej z množín  $A, A'$ , t. j.  $A \cap A' = \emptyset, A \cup A' = X$ .

**Potenčná množina** (množina všetkých podmnožín) množiny  $X \neq \emptyset$ , označenie  $2^X$ ,

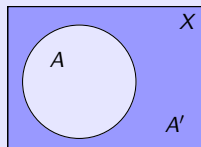
je množina obsahujúca všetky podmnožiny množiny  $X$ ,



# Množiny – základné vlastnosti

$$A' = X - A$$

$$X \neq \emptyset$$



- Množina  $X - A$  sa nazýva **doplnok** (komplement, doplnková množina, komplementárna množina) množiny  $A$  do množiny  $X \neq \emptyset$ . Označenie  $A'$ , resp.  $A'_X$ .

- Množiny  $A$  a  $A' = X - A$  sú **doplnkové** (komplementárne) vzhľadom na  $X$ .
- Každý bod  $x \in X$  patrí do práve jednej z množín  $A, A'$ , t. j.  $A \cap A' = \emptyset, A \cup A' = X$ .

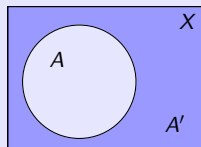
**Potenčná množina** (množina všetkých podmnožín) množiny  $X \neq \emptyset$ , označenie  $2^X$ ,

je množina obsahujúca všetky podmnožiny množiny  $X$ , t. j.  $2^X = \{A; A \subset X\}$ .

# Množiny – základné vlastnosti

$$A' = X - A$$

$$X \neq \emptyset$$



- Množina  $X - A$  sa nazýva **doplnok** (komplement, doplnková množina, komplementárna množina) množiny  $A$  do množiny  $X \neq \emptyset$ . Označenie  $A'$ , resp.  $A'_X$ .

- Množiny  $A$  a  $A' = X - A$  sú **doplnkové** (komplementárne) vzhľadom na  $X$ .
- Každý bod  $x \in X$  patrí do práve jednej z množín  $A, A'$ , t. j.  $A \cap A' = \emptyset, A \cup A' = X$ .

**Potenčná množina** (množina všetkých podmnožín) množiny  $X \neq \emptyset$ , označenie  $2^X$ ,

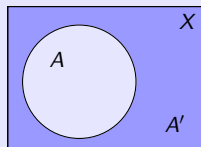
je množina obsahujúca všetky podmnožiny množiny  $X$ , t. j.  $2^X = \{A; A \subset X\}$ .

- $X$  je konečná a má  $n \in \mathbb{N}$  prvkov.

# Množiny – základné vlastnosti

$$A' = X - A$$

$$X \neq \emptyset$$



- Množina  $X - A$  sa nazýva **doplňok** (komplement, doplnková množina, komplementárna množina) množiny  $A$  do množiny  $X \neq \emptyset$ . Označenie  $A'$ , resp.  $A'_X$ .

- Množiny  $A$  a  $A' = X - A$  sú **doplnkové** (komplementárne) vzhľadom na  $X$ .
- Každý bod  $x \in X$  patrí do práve jednej z množín  $A, A'$ , t. j.  $A \cap A' = \emptyset, A \cup A' = X$ .

**Potenčná množina** (množina všetkých podmnožín) množiny  $X \neq \emptyset$ , označenie  $2^X$ ,

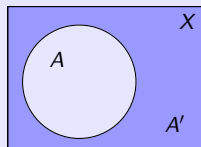
je množina obsahujúca všetky podmnožiny množiny  $X$ , t. j.  $2^X = \{A; A \subset X\}$ .

- $X$  je konečná a má  $n \in \mathbb{N}$  prvkov.  $\Rightarrow 2^X$  má  $2^n$  prvkov.

# Množiny – základné vlastnosti

$$A' = X - A$$

$$X \neq \emptyset$$



- Množina  $X - A$  sa nazýva **doplnok** (komplement, doplnková množina, komplementárna množina) množiny  $A$  do množiny  $X \neq \emptyset$ . Označenie  $A'$ , resp.  $A'_X$ .

- Množiny  $A$  a  $A' = X - A$  sú **doplnkové** (komplementárne) vzhľadom na  $X$ .
- Každý bod  $x \in X$  patrí do práve jednej z množín  $A, A'$ , t. j.  $A \cap A' = \emptyset, A \cup A' = X$ .

**Potenčná množina** (množina všetkých podmnožín) množiny  $X \neq \emptyset$ , označenie  $2^X$ ,

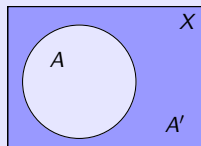
je množina obsahujúca všetky podmnožiny množiny  $X$ , t. j.  $2^X = \{A; A \subset X\}$ .

- $X$  je konečná a má  $n \in \mathbb{N}$  prvkov.  $\Rightarrow 2^X$  má  $2^n$  prvkov.
- $X = \{0\}$ .
- $X = \{0,1\}$ .
- $X = \{0,1,2\}$ .

# Množiny – základné vlastnosti

$$A' = X - A$$

$$X \neq \emptyset$$



- Množina  $X - A$  sa nazýva **doplnok** (komplement, doplnková množina, komplementárna množina) množiny  $A$  do množiny  $X \neq \emptyset$ . Označenie  $A'$ , resp.  $A'_X$ .

- Množiny  $A$  a  $A' = X - A$  sú **doplnkové** (komplementárne) vzhľadom na  $X$ .
- Každý bod  $x \in X$  patrí do práve jednej z množín  $A, A'$ , t. j.  $A \cap A' = \emptyset, A \cup A' = X$ .

**Potenčná množina** (množina všetkých podmnožín) množiny  $X \neq \emptyset$ , označenie  $2^X$ ,

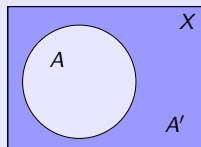
je množina obsahujúca všetky podmnožiny množiny  $X$ , t. j.  $2^X = \{A; A \subset X\}$ .

- $X$  je konečná a má  $n \in \mathbb{N}$  prvkov.  $\Rightarrow 2^X$  má  $2^n$  prvkov.
- $X = \{0\}$ .  $\Rightarrow 2^X = \{\emptyset, X\}$ .
- $X = \{0,1\}$ .  $\Rightarrow 2^X = \{\emptyset, \{0\}, \{1\}, X\}$ .
- $X = \{0,1,2\}$ .  $\Rightarrow 2^X = \{\emptyset, \{0\}, \{1\}, \{2\}, \{0,1\}, \{0,2\}, \{1,2\}, X\}$ .

# Množiny – základné vlastnosti

$$A' = X - A$$

$$X \neq \emptyset$$



- Množina  $X - A$  sa nazýva **doplnok** (komplement, doplnková množina, komplementárna množina) množiny  $A$  do množiny  $X \neq \emptyset$ . Označenie  $A'$ , resp.  $A'_X$ .

- Množiny  $A$  a  $A' = X - A$  sú **doplnkové** (komplementárne) vzhľadom na  $X$ .
- Každý bod  $x \in X$  patrí do práve jednej z množín  $A, A'$ , t. j.  $A \cap A' = \emptyset, A \cup A' = X$ .

**Potenčná množina** (množina všetkých podmnožín) množiny  $X \neq \emptyset$ , označenie  $2^X$ ,

je množina obsahujúca všetky podmnožiny množiny  $X$ , t. j.  $2^X = \{A; A \subset X\}$ .

- $X$  je konečná a má  $n \in \mathbb{N}$  prvkov.  $\Rightarrow 2^X$  má  $2^n$  prvkov.

- $X = \{0\}$ .  $\Rightarrow 2^X = \{\emptyset, X\}$ . [ $2^1 = 2$  prvky.]
- $X = \{0,1\}$ .  $\Rightarrow 2^X = \{\emptyset, \{0\}, \{1\}, X\}$ . [ $2^2 = 4$  prvky.]
- $X = \{0,1,2\}$ .  $\Rightarrow 2^X = \{\emptyset, \{0\}, \{1\}, \{2\}, \{0,1\}, \{0,2\}, \{1,2\}, X\}$ . [ $2^3 = 8$  prvky.]

# Množiny – základné vlastnosti

Usporiadaná dvojica prvkov  $x$  a  $y$ ,

# Množiny – základné vlastnosti

Usporiadaná dvojica prvkov  $x$  a  $y$ , označenie  $[x; y]$ ,



# Množiny – základné vlastnosti

**Usporiadaná dvojica** prvkov  $x$  a  $y$ , označenie  $[x; y]$ ,

je dvojica týchto prvkov  $x, y$ , v ktorej záleží na ich poradí.

# Množiny – základné vlastnosti

**Usporiadaná dvojica** prvkov  $x$  a  $y$ , označenie  $[x; y]$ ,

je dvojica týchto prvkov  $x, y$ , v ktorej záleží na ich poradí.

[Výrazy  $[1; 2]$ ,  $[2; 1]$  sú rôzne usporiadané dvojice, ale  $\{1, 2\}$ ,  $\{2, 1\}$  predstavujú rovnakú množinu!]

# Množiny – základné vlastnosti

**Usporiadaná dvojica** prvkov  $x$  a  $y$ , označenie  $[x; y]$ ,

je dvojica týchto prvkov  $x, y$ , v ktorej záleží na ich poradí.

[Výrazy  $[1; 2]$ ,  $[2; 1]$  sú rôzne usporiadané dvojice, ale  $\{1, 2\}$ ,  $\{2, 1\}$  predstavujú rovnakú množinu!]

- Usporiadané dvojice sa rovnajú,

# Množiny – základné vlastnosti

**Usporiadaná dvojica** prvkov  $x$  a  $y$ , označenie  $[x; y]$ ,

je dvojica týchto prvkov  $x, y$ , v ktorej záleží na ich poradí.

[Výrazy  $[1; 2]$ ,  $[2; 1]$  sú rôzne usporiadané dvojice, ale  $\{1, 2\}$ ,  $\{2, 1\}$  predstavujú rovnakú množinu!]

- Usporiadané dvojice sa rovnajú, t. j.  $[x_1; y_1] = [x_2; y_2]$ ,

# Množiny – základné vlastnosti

**Usporiadaná dvojica** prvkov  $x$  a  $y$ , označenie  $[x; y]$ ,

je dvojica týchto prvkov  $x, y$ , v ktorej záleží na ich poradí.

[Výrazy  $[1; 2]$ ,  $[2; 1]$  sú rôzne usporiadané dvojice, ale  $\{1, 2\}$ ,  $\{2, 1\}$  predstavujú rovnakú množinu!]

- Usporiadané dvojice **sa rovnajú**, t. j.  $[x_1; y_1] = [x_2; y_2]$ , ak  $x_1 = x_2$ ,  $y_1 = y_2$ .

# Množiny – základné vlastnosti

**Usporiadaná dvojica** prvkov  $x$  a  $y$ , označenie  $[x; y]$ ,

je dvojica týchto prvkov  $x, y$ , v ktorej záleží na ich poradí.

[Výrazy  $[1; 2]$ ,  $[2; 1]$  sú rôzne usporiadané dvojice, ale  $\{1, 2\}$ ,  $\{2, 1\}$  predstavujú rovnakú množinu!]

- Usporiadané dvojice **sa rovnajú**, t. j.  $[x_1; y_1] = [x_2; y_2]$ , ak  $x_1 = x_2$ ,  $y_1 = y_2$ .

**Karteziánskym súčinom** množín  $A \neq \emptyset$  a  $B \neq \emptyset$

# Množiny – základné vlastnosti

**Usporiadaná dvojica** prvkov  $x$  a  $y$ , označenie  $[x; y]$ ,

je dvojica týchto prvkov  $x, y$ , v ktorej záleží na ich poradí.

[Výrazy  $[1; 2]$ ,  $[2; 1]$  sú rôzne usporiadané dvojice, ale  $\{1, 2\}$ ,  $\{2, 1\}$  predstavujú rovnakú množinu!]

- Usporiadané dvojice sa rovnajú, t. j.  $[x_1; y_1] = [x_2; y_2]$ , ak  $x_1 = x_2$ ,  $y_1 = y_2$ .

**Karteziánskym súčinom** množín  $A \neq \emptyset$  a  $B \neq \emptyset$

je množina  $A \times B = \{[x; y]; x \in A \wedge y \in B\} = \{[x; y]; x \in A, y \in B\}$ .

# Množiny – základné vlastnosti

**Usporiadaná dvojica** prvkov  $x$  a  $y$ , označenie  $[x; y]$ ,

je dvojica týchto prvkov  $x, y$ , v ktorej záleží na ich poradí.

[Výrazy  $[1; 2]$ ,  $[2; 1]$  sú rôzne usporiadané dvojice, ale  $\{1, 2\}$ ,  $\{2, 1\}$  predstavujú rovnakú množinu!]

- Usporiadané dvojice sa rovnajú, t. j.  $[x_1; y_1] = [x_2; y_2]$ , ak  $x_1 = x_2$ ,  $y_1 = y_2$ .

**Karteziánskym súčinom** množín  $A \neq \emptyset$  a  $B \neq \emptyset$

je množina  $A \times B = \{[x; y]; x \in A \wedge y \in B\} = \{[x; y]; x \in A, y \in B\}$ .

[Pre  $A \neq B$  neplatí  $A \times B = B \times A$ , t. j. vo všeobecnosti  $A \times B \neq B \times A$ .]



# Množiny – základné vlastnosti

**Usporiadaná dvojica** prvkov  $x$  a  $y$ , označenie  $[x; y]$ ,

je dvojica týchto prvkov  $x, y$ , v ktorej záleží na ich poradí.

[Výrazy  $[1; 2]$ ,  $[2; 1]$  sú rôzne usporiadané dvojice, ale  $\{1, 2\}$ ,  $\{2, 1\}$  predstavujú rovnakú množinu!]

- Usporiadané dvojice sa rovnajú, t. j.  $[x_1; y_1] = [x_2; y_2]$ , ak  $x_1 = x_2$ ,  $y_1 = y_2$ .

**Karteziánskym súčinom** množín  $A \neq \emptyset$  a  $B \neq \emptyset$

je množina  $A \times B = \{[x; y]; x \in A \wedge y \in B\} = \{[x; y]; x \in A, y \in B\}$ .

[Pre  $A \neq B$  neplatí  $A \times B = B \times A$ , t. j. vo všeobecnosti  $A \times B \neq B \times A$ ]

Karteziánsky súčin množín  $A_1 \neq \emptyset, A_2 \neq \emptyset, A_3 \neq \emptyset, \dots, A_n \neq \emptyset, n \in \mathbb{N}$ :

# Množiny – základné vlastnosti

**Usporiadaná dvojica** prvkov  $x$  a  $y$ , označenie  $[x; y]$ ,

je dvojica týchto prvkov  $x, y$ , v ktorej záleží na ich poradí.

[Výrazy  $[1; 2]$ ,  $[2; 1]$  sú rôzne usporiadané dvojice, ale  $\{1, 2\}$ ,  $\{2, 1\}$  predstavujú rovnakú množinu!]

- Usporiadané dvojice sa rovnajú, t. j.  $[x_1; y_1] = [x_2; y_2]$ , ak  $x_1 = x_2$ ,  $y_1 = y_2$ .

**Karteziánskym súčinom** množín  $A \neq \emptyset$  a  $B \neq \emptyset$

je množina  $A \times B = \{[x; y]; x \in A \wedge y \in B\} = \{[x; y]; x \in A, y \in B\}$ .

[Pre  $A \neq B$  neplatí  $A \times B = B \times A$ , t. j. vo všeobecnosti  $A \times B \neq B \times A$ ]

Karteziánsky súčin množín  $A_1 \neq \emptyset$ ,  $A_2 \neq \emptyset$ ,  $A_3 \neq \emptyset$ ,  $\dots$ ,  $A_n \neq \emptyset$ ,  $n \in \mathbb{N}$ :

- $A_1 \times A_2 \times A_3 = \{[x_1; x_2; x_3]; x_1 \in A_1, x_2 \in A_2, x_3 \in A_3\}$ .

# Množiny – základné vlastnosti

**Usporiadaná dvojica** prvkov  $x$  a  $y$ , označenie  $[x; y]$ ,

je dvojica týchto prvkov  $x, y$ , v ktorej záleží na ich poradí.

[Výrazy  $[1; 2]$ ,  $[2; 1]$  sú rôzne usporiadané dvojice, ale  $\{1, 2\}$ ,  $\{2, 1\}$  predstavujú rovnakú množinu!]

- Usporiadané dvojice sa rovnajú, t. j.  $[x_1; y_1] = [x_2; y_2]$ , ak  $x_1 = x_2$ ,  $y_1 = y_2$ .

**Karteziánskym súčinom** množín  $A \neq \emptyset$  a  $B \neq \emptyset$

je množina  $A \times B = \{[x; y]; x \in A \wedge y \in B\} = \{[x; y]; x \in A, y \in B\}$ .

[Pre  $A \neq B$  neplatí  $A \times B = B \times A$ , t. j. vo všeobecnosti  $A \times B \neq B \times A$ ]

**Karteziánsky súčin množín**  $A_1 \neq \emptyset$ ,  $A_2 \neq \emptyset$ ,  $A_3 \neq \emptyset$ ,  $\dots$ ,  $A_n \neq \emptyset$ ,  $n \in \mathbb{N}$ :

- $A_1 \times A_2 \times A_3 = \{[x_1; x_2; x_3]; x_1 \in A_1, x_2 \in A_2, x_3 \in A_3\}$ .
- $A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n = \{[x_1; x_2; \dots; x_n]; x_1 \in A_1, \dots, x_n \in A_n\}$ .

# Množiny – základné vlastnosti

**Usporiadaná dvojica** prvkov  $x$  a  $y$ , označenie  $[x; y]$ ,

je dvojica týchto prvkov  $x, y$ , v ktorej záleží na ich poradí.

[Výrazy  $[1; 2]$ ,  $[2; 1]$  sú rôzne usporiadané dvojice, ale  $\{1, 2\}$ ,  $\{2, 1\}$  predstavujú rovnakú množinu!]

- Usporiadané dvojice sa rovnajú, t. j.  $[x_1; y_1] = [x_2; y_2]$ , ak  $x_1 = x_2$ ,  $y_1 = y_2$ .

**Karteziánskym súčinom** množín  $A \neq \emptyset$  a  $B \neq \emptyset$

je množina  $A \times B = \{[x; y]; x \in A \wedge y \in B\} = \{[x; y]; x \in A, y \in B\}$ .

[Pre  $A \neq B$  neplatí  $A \times B = B \times A$ , t. j. vo všeobecnosti  $A \times B \neq B \times A$ .]

**Karteziánsky súčin množín**  $A_1 \neq \emptyset$ ,  $A_2 \neq \emptyset$ ,  $A_3 \neq \emptyset$ ,  $\dots$ ,  $A_n \neq \emptyset$ ,  $n \in \mathbb{N}$ :

- $A_1 \times A_2 \times A_3 = \{[x_1; x_2; x_3]; x_1 \in A_1, x_2 \in A_2, x_3 \in A_3\}$ . [Usporiadané trojice.]
- $A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n = \{[x_1; x_2; \dots; x_n]; x_1 \in A_1, \dots, x_n \in A_n\}$ . [Usporiadané  $n$ -tice.]

# Množiny – základné vlastnosti

**Usporiadaná dvojica** prvkov  $x$  a  $y$ , označenie  $[x; y]$ ,

je dvojica týchto prvkov  $x, y$ , v ktorej záleží na ich poradí.

[Výrazy  $[1; 2]$ ,  $[2; 1]$  sú rôzne usporiadané dvojice, ale  $\{1, 2\}$ ,  $\{2, 1\}$  predstavujú rovnakú množinu!]

- Usporiadané dvojice sa rovnajú, t. j.  $[x_1; y_1] = [x_2; y_2]$ , ak  $x_1 = x_2$ ,  $y_1 = y_2$ .

**Karteziánskym súčinom** množín  $A \neq \emptyset$  a  $B \neq \emptyset$

je množina  $A \times B = \{[x; y]; x \in A \wedge y \in B\} = \{[x; y]; x \in A, y \in B\}$ .

[Pre  $A \neq B$  neplatí  $A \times B = B \times A$ , t. j. vo všeobecnosti  $A \times B \neq B \times A$ .]

**Karteziánsky súčin množín**  $A_1 \neq \emptyset, A_2 \neq \emptyset, A_3 \neq \emptyset, \dots, A_n \neq \emptyset, n \in \mathbb{N}$ :

- $A_1 \times A_2 \times A_3 = \{[x_1; x_2; x_3]; x_1 \in A_1, x_2 \in A_2, x_3 \in A_3\}$ . [Usporiadané trojice.]
- $A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n = \{[x_1; x_2; \dots; x_n]; x_1 \in A_1, \dots, x_n \in A_n\}$ . [Usporiadané  $n$ -tice.]

Pre  $A \neq \emptyset$  definujeme  $A \times A \times \dots \times A = A^n, n \in \mathbb{N}, \dots, A \times A = A^2, A = A^1$ .

# Množiny – základné vlastnosti

**Usporiadaná dvojica** prvkov  $x$  a  $y$ , označenie  $[x; y]$ ,

je dvojica týchto prvkov  $x, y$ , v ktorej záleží na ich poradí.

[Výrazy  $[1; 2]$ ,  $[2; 1]$  sú rôzne usporiadané dvojice, ale  $\{1, 2\}$ ,  $\{2, 1\}$  predstavujú rovnakú množinu!]

- Usporiadané dvojice sa rovnajú, t. j.  $[x_1; y_1] = [x_2; y_2]$ , ak  $x_1 = x_2$ ,  $y_1 = y_2$ .

**Karteziánskym súčinom** množín  $A \neq \emptyset$  a  $B \neq \emptyset$

je množina  $A \times B = \{[x; y]; x \in A \wedge y \in B\} = \{[x; y]; x \in A, y \in B\}$ .

[Pre  $A \neq B$  neplatí  $A \times B = B \times A$ , t. j. vo všeobecnosti  $A \times B \neq B \times A$ .]

**Karteziánsky súčin množín**  $A_1 \neq \emptyset$ ,  $A_2 \neq \emptyset$ ,  $A_3 \neq \emptyset$ ,  $\dots$ ,  $A_n \neq \emptyset$ ,  $n \in \mathbb{N}$ :

- $A_1 \times A_2 \times A_3 = \{[x_1; x_2; x_3]; x_1 \in A_1, x_2 \in A_2, x_3 \in A_3\}$ . [Usporiadané trojice.]
- $A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n = \{[x_1; x_2; \dots; x_n]; x_1 \in A_1, \dots, x_n \in A_n\}$ . [Usporiadané  $n$ -tice.]

Pre  $A \neq \emptyset$  definujeme  $A \times A \times \dots \times A = A^n$ ,  $n \in \mathbb{N}$ ,  $\dots$ ,  $A \times A = A^2$ ,  $A = A^1$ .

- $R = \{x_1; x_1 \in R\}$

# Množiny – základné vlastnosti

**Usporiadaná dvojica** prvkov  $x$  a  $y$ , označenie  $[x; y]$ ,

je dvojica týchto prvkov  $x, y$ , v ktorej záleží na ich poradí.

[Výrazy  $[1; 2]$ ,  $[2; 1]$  sú rôzne usporiadané dvojice, ale  $\{1, 2\}$ ,  $\{2, 1\}$  predstavujú rovnakú množinu!]

- Usporiadané dvojice sa rovnajú, t. j.  $[x_1; y_1] = [x_2; y_2]$ , ak  $x_1 = x_2$ ,  $y_1 = y_2$ .

**Karteziánskym súčinom** množín  $A \neq \emptyset$  a  $B \neq \emptyset$

je množina  $A \times B = \{[x; y]; x \in A \wedge y \in B\} = \{[x; y]; x \in A, y \in B\}$ .

[Pre  $A \neq B$  neplatí  $A \times B = B \times A$ , t. j. vo všeobecnosti  $A \times B \neq B \times A$ .]

**Karteziánsky súčin množín**  $A_1 \neq \emptyset, A_2 \neq \emptyset, A_3 \neq \emptyset, \dots, A_n \neq \emptyset, n \in \mathbb{N}$ :

- $A_1 \times A_2 \times A_3 = \{[x_1; x_2; x_3]; x_1 \in A_1, x_2 \in A_2, x_3 \in A_3\}$ . [Usporiadané trojice.]
- $A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n = \{[x_1; x_2; \dots; x_n]; x_1 \in A_1, \dots, x_n \in A_n\}$ . [Usporiadané  $n$ -tice.]

Pre  $A \neq \emptyset$  definujeme  $A \times A \times \dots \times A = A^n, n \in \mathbb{N}, \dots, A \times A = A^2, A = A^1$ .

- $R = \{x_1; x_1 \in R\}$
- $R^2 = R \times R = \{[x_1; x_2]; x_1, x_2 \in R\}$

# Množiny – základné vlastnosti

**Usporiadaná dvojica** prvkov  $x$  a  $y$ , označenie  $[x; y]$ ,

je dvojica týchto prvkov  $x, y$ , v ktorej záleží na ich poradí.

[Výrazy  $[1; 2]$ ,  $[2; 1]$  sú rôzne usporiadané dvojice, ale  $\{1, 2\}$ ,  $\{2, 1\}$  predstavujú rovnakú množinu!]

- Usporiadané dvojice sa rovnajú, t. j.  $[x_1; y_1] = [x_2; y_2]$ , ak  $x_1 = x_2$ ,  $y_1 = y_2$ .

**Karteziánskym súčinom** množín  $A \neq \emptyset$  a  $B \neq \emptyset$

je množina  $A \times B = \{[x; y]; x \in A \wedge y \in B\} = \{[x; y]; x \in A, y \in B\}$ .

[Pre  $A \neq B$  neplatí  $A \times B = B \times A$ , t. j. vo všeobecnosti  $A \times B \neq B \times A$ .]

**Karteziánsky súčin množín**  $A_1 \neq \emptyset, A_2 \neq \emptyset, A_3 \neq \emptyset, \dots, A_n \neq \emptyset, n \in \mathbb{N}$ :

- $A_1 \times A_2 \times A_3 = \{[x_1; x_2; x_3]; x_1 \in A_1, x_2 \in A_2, x_3 \in A_3\}$ . [Usporiadané trojice.]
- $A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n = \{[x_1; x_2; \dots; x_n]; x_1 \in A_1, \dots, x_n \in A_n\}$ . [Usporiadané  $n$ -tice.]

Pre  $A \neq \emptyset$  definujeme  $A \times A \times \dots \times A = A^n, n \in \mathbb{N}, \dots, A \times A = A^2, A = A^1$ .

- $R = \{x_1; x_1 \in R\}$
- $R^2 = R \times R = \{[x_1; x_2]; x_1, x_2 \in R\}$
- $R^3 = R \times R \times R = \{[x_1; x_2; x_3]; x_1, x_2, x_3 \in R\}$



# Množiny – základné vlastnosti

**Usporiadaná dvojica** prvkov  $x$  a  $y$ , označenie  $[x; y]$ ,

je dvojica týchto prvkov  $x, y$ , v ktorej záleží na ich poradí.

[Výrazy  $[1; 2]$ ,  $[2; 1]$  sú rôzne usporiadané dvojice, ale  $\{1, 2\}$ ,  $\{2, 1\}$  predstavujú rovnakú množinu!]

- Usporiadané dvojice sa rovnajú, t. j.  $[x_1; y_1] = [x_2; y_2]$ , ak  $x_1 = x_2$ ,  $y_1 = y_2$ .

**Karteziánskym súčinom** množín  $A \neq \emptyset$  a  $B \neq \emptyset$

je množina  $A \times B = \{[x; y]; x \in A \wedge y \in B\} = \{[x; y]; x \in A, y \in B\}$ .

[Pre  $A \neq B$  neplatí  $A \times B = B \times A$ , t. j. vo všeobecnosti  $A \times B \neq B \times A$ .]

**Karteziánsky súčin množín**  $A_1 \neq \emptyset$ ,  $A_2 \neq \emptyset$ ,  $A_3 \neq \emptyset$ ,  $\dots$ ,  $A_n \neq \emptyset$ ,  $n \in \mathbb{N}$ :

- $A_1 \times A_2 \times A_3 = \{[x_1; x_2; x_3]; x_1 \in A_1, x_2 \in A_2, x_3 \in A_3\}$ . [Usporiadané trojice.]
- $A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n = \{[x_1; x_2; \dots; x_n]; x_1 \in A_1, \dots, x_n \in A_n\}$ . [Usporiadané  $n$ -tice.]

Pre  $A \neq \emptyset$  definujeme  $A \times A \times \dots \times A = A^n$ ,  $n \in \mathbb{N}$ ,  $\dots$ ,  $A \times A = A^2$ ,  $A = A^1$ .

- $R = \{x_1; x_1 \in R\}$  [priamka].
- $R^2 = R \times R = \{[x_1; x_2]; x_1, x_2 \in R\}$  [rovina].
- $R^3 = R \times R \times R = \{[x_1; x_2; x_3]; x_1, x_2, x_3 \in R\}$  [3-rozmerný priestor].

# Binárne relácie a zobrazenia – Binárna relácia

$f$  je binárnou reláciou z množiny  $A \neq \emptyset$  do množiny  $B \neq \emptyset$ ,

# Binárne relácie a zobrazenia – Binárna relácia

$f$  je binárnou reláciou z množiny  $A \neq \emptyset$  do množiny  $B \neq \emptyset$ ,

ak  $f \subset A \times B$ .

# Binárne relácie a zobrazenia – Binárna relácia

$f$  je binárnou reláciou z množiny  $A \neq \emptyset$  do množiny  $B \neq \emptyset$ ,

ak  $f \subset A \times B$ .

- Skutočnosť, že prvok  $[x; y]$  patrí do relácie  $f$ , označujeme  $[x; y] \in f$ , resp.  $xfy$ .

# Binárne relácie a zobrazenia – Binárna relácia

$f$  je binárnou reláciou z množiny  $A \neq \emptyset$  do množiny  $B \neq \emptyset$ ,

ak  $f \subset A \times B$ .

- Skutočnosť, že prvok  $[x; y]$  patrí do relácie  $f$ , označujeme  $[x; y] \in f$ , resp.  $xfy$ .

Binárna relácia  $f \subset A \times B$  je zobrazením (funkciou) z množiny  $A \neq \emptyset$  do množiny  $B \neq \emptyset$ ,

# Binárne relácie a zobrazenia – Binárna relácia

$f$  je binárnou reláciou z množiny  $A \neq \emptyset$  do množiny  $B \neq \emptyset$ ,

ak  $f \subset A \times B$ .

- Skutočnosť, že prvok  $[x; y]$  patrí do relácie  $f$ , označujeme  $[x; y] \in f$ , resp.  $xfy$ .

Binárna relácia  $f \subset A \times B$  je zobrazením (funkciou) z množiny  $A \neq \emptyset$  do množiny  $B \neq \emptyset$ ,

ak pre každé  $x \in A$  existuje najviac jedno  $y \in B$  také, že  $[x; y] \in f$ .

# Binárne relácie a zobrazenia – Binárna relácia

$f$  je binárnou reláciou z množiny  $A \neq \emptyset$  do množiny  $B \neq \emptyset$ ,

ak  $f \subset A \times B$ .

[Relácia  $f$  je množina usporiadaných dvojíc  $[x; y]$ ,  $x \in A$ ,  $y \in B$ .]

- Skutočnosť, že prvok  $[x; y]$  patrí do relácie  $f$ , označujeme  $[x; y] \in f$ , resp.  $xfy$ .

Binárna relácia  $f \subset A \times B$  je zobrazením (funkciou) z množiny  $A \neq \emptyset$  do množiny  $B \neq \emptyset$ ,

ak pre každé  $x \in A$  existuje najviac jedno  $y \in B$  také, že  $[x; y] \in f$ .

[Zobrazenie (funkcia)  $f$  je množina usporiadaných dvojíc, pričom každý vzor  $x \in A$  má najviac jeden obraz  $y \in B$ .]

# Binárne relácie a zobrazenia – Binárna relácia

$f$  je binárnou reláciou z množiny  $A \neq \emptyset$  do množiny  $B \neq \emptyset$ ,

ak  $f \subset A \times B$ .

[Relácia  $f$  je množina usporiadaných dvojíc  $[x; y]$ ,  $x \in A$ ,  $y \in B$ .]

- Skutočnosť, že prvok  $[x; y]$  patrí do relácie  $f$ , označujeme  $[x; y] \in f$ , resp.  $xfy$ .

Binárna relácia  $f \subset A \times B$  je zobrazením (funkciou) z množiny  $A \neq \emptyset$  do množiny  $B \neq \emptyset$ ,

ak pre každé  $x \in A$  existuje najviac jedno  $y \in B$  také, že  $[x; y] \in f$ .

[Zobrazenie (funkcia)  $f$  je množina usporiadaných dvojíc, pričom každý vzor  $x \in A$  má najviac jeden obraz  $y \in B$ .]

Funkciu  $f$  zapisujeme:

[Uvedené zápisy sú ekvivalentné.]



# Binárne relácie a zobrazenia – Binárna relácia

$f$  je binárnou reláciou z množiny  $A \neq \emptyset$  do množiny  $B \neq \emptyset$ ,

ak  $f \subset A \times B$ .

[Relácia  $f$  je množina usporiadaných dvojíc  $[x; y]$ ,  $x \in A$ ,  $y \in B$ .]

- Skutočnosť, že prvok  $[x; y]$  patrí do relácie  $f$ , označujeme  $[x; y] \in f$ , resp.  $xfy$ .

Binárna relácia  $f \subset A \times B$  je zobrazením (funkciou) z množiny  $A \neq \emptyset$  do množiny  $B \neq \emptyset$ ,

ak pre každé  $x \in A$  existuje najviac jedno  $y \in B$  také, že  $[x; y] \in f$ .

[Zobrazenie (funkcia)  $f$  je množina usporiadaných dvojíc, pričom každý vzor  $x \in A$  má najviac jeden obraz  $y \in B$ .]

Funkciu  $f$  zapisujeme:

[Uvedené zápisy sú ekvivalentné.]

- $[x; y] \in f$ ,

# Binárne relácie a zobrazenia – Binárna relácia

$f$  je binárnou reláciou z množiny  $A \neq \emptyset$  do množiny  $B \neq \emptyset$ ,

ak  $f \subset A \times B$ .

[Relácia  $f$  je množina usporiadaných dvojíc  $[x; y]$ ,  $x \in A$ ,  $y \in B$ .]

- Skutočnosť, že prvok  $[x; y]$  patrí do relácie  $f$ , označujeme  $[x; y] \in f$ , resp.  $xfy$ .

Binárna relácia  $f \subset A \times B$  je zobrazením (funkciou) z množiny  $A \neq \emptyset$  do množiny  $B \neq \emptyset$ ,

ak pre každé  $x \in A$  existuje najviac jedno  $y \in B$  také, že  $[x; y] \in f$ .

[Zobrazenie (funkcia)  $f$  je množina usporiadaných dvojíc, pričom každý vzor  $x \in A$  má najviac jeden obraz  $y \in B$ .]

Funkciu  $f$  zapisujeme:

[Uvedené zápisy sú ekvivalentné.]

- $[x; y] \in f$ ,                      resp.    •  $y = f(x)$ ,

# Binárne relácie a zobrazenia – Binárna relácia

$f$  je binárnou reláciou z množiny  $A \neq \emptyset$  do množiny  $B \neq \emptyset$ ,

ak  $f \subset A \times B$ .

[Relácia  $f$  je množina usporiadaných dvojíc  $[x; y]$ ,  $x \in A$ ,  $y \in B$ .]

- Skutočnosť, že prvok  $[x; y]$  patrí do relácie  $f$ , označujeme  $[x; y] \in f$ , resp.  $xfy$ .

Binárna relácia  $f \subset A \times B$  je zobrazením (funkciou) z množiny  $A \neq \emptyset$  do množiny  $B \neq \emptyset$ ,

ak pre každé  $x \in A$  existuje najviac jedno  $y \in B$  také, že  $[x; y] \in f$ .

[Zobrazenie (funkcia)  $f$  je množina usporiadaných dvojíc, pričom každý vzor  $x \in A$  má najviac jeden obraz  $y \in B$ .]

Funkciu  $f$  zapisujeme:

[Uvedené zápisy sú ekvivalentné.]

- $[x; y] \in f$ ,

resp. •  $y = f(x)$ ,

resp. •  $f: x \mapsto y$ ,

# Binárne relácie a zobrazenia – Binárna relácia

$f$  je binárnou reláciou z množiny  $A \neq \emptyset$  do množiny  $B \neq \emptyset$ ,

ak  $f \subset A \times B$ .

[Relácia  $f$  je množina usporiadaných dvojíc  $[x; y]$ ,  $x \in A$ ,  $y \in B$ .]

- Skutočnosť, že prvok  $[x; y]$  patrí do relácie  $f$ , označujeme  $[x; y] \in f$ , resp.  $xfy$ .

Binárna relácia  $f \subset A \times B$  je zobrazením (funkciou) z množiny  $A \neq \emptyset$  do množiny  $B \neq \emptyset$ ,

ak pre každé  $x \in A$  existuje najviac jedno  $y \in B$  také, že  $[x; y] \in f$ .

[Zobrazenie (funkcia)  $f$  je množina usporiadaných dvojíc, pričom každý vzor  $x \in A$  má najviac jeden obraz  $y \in B$ .]

Funkciu  $f$  zapisujeme:

[Uvedené zápisy sú ekvivalentné.]

- $[x; y] \in f$ ,
- resp. •  $y = f(x)$ ,
- resp. •  $f: x \mapsto y$ ,
- resp. •  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$ ,

# Binárne relácie a zobrazenia – Binárna relácia

$f$  je binárnou reláciou z množiny  $A \neq \emptyset$  do množiny  $B \neq \emptyset$ ,

ak  $f \subset A \times B$ .

[Relácia  $f$  je množina usporiadaných dvojíc  $[x; y]$ ,  $x \in A$ ,  $y \in B$ .]

- Skutočnosť, že prvok  $[x; y]$  patrí do relácie  $f$ , označujeme  $[x; y] \in f$ , resp.  $xfy$ .

Binárna relácia  $f \subset A \times B$  je zobrazením (funkciou) z množiny  $A \neq \emptyset$  do množiny  $B \neq \emptyset$ ,

ak pre každé  $x \in A$  existuje najviac jedno  $y \in B$  také, že  $[x; y] \in f$ .

[Zobrazenie (funkcia)  $f$  je množina usporiadaných dvojíc, pričom každý vzor  $x \in A$  má najviac jeden obraz  $y \in B$ .]

Funkciu  $f$  zapisujeme:

[Uvedené zápisy sú ekvivalentné.]

- $[x; y] \in f$ ,
- resp. •  $y = f(x)$ ,
- resp. •  $f = \{[x; y] \in A \times B, y = f(x)\}$ ,
- resp. •  $f: x \mapsto y$ ,

# Binárne relácie a zobrazenia – Binárna relácia

$f$  je binárnou reláciou z množiny  $A \neq \emptyset$  do množiny  $B \neq \emptyset$ ,

ak  $f \subset A \times B$ .

[Relácia  $f$  je množina usporiadaných dvojíc  $[x; y]$ ,  $x \in A$ ,  $y \in B$ .]

- Skutočnosť, že prvok  $[x; y]$  patrí do relácie  $f$ , označujeme  $[x; y] \in f$ , resp.  $xfy$ .

Binárna relácia  $f \subset A \times B$  je zobrazením (funkciou) z množiny  $A \neq \emptyset$  do množiny  $B \neq \emptyset$ ,

ak pre každé  $x \in A$  existuje najviac jedno  $y \in B$  také, že  $[x; y] \in f$ .

[Zobrazenie (funkcia)  $f$  je množina usporiadaných dvojíc, pričom každý vzor  $x \in A$  má najviac jeden obraz  $y \in B$ .]

Funkciu  $f$  zapisujeme:

[Uvedené zápisy sú ekvivalentné.]

- $[x; y] \in f$ ,
- resp. •  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$ ,
- resp. •  $y = f(x)$ ,  $x \in A$ ,
- resp. •  $y = f(x)$ ,
- resp. •  $f = \{[x; y] \in A \times B, y = f(x)\}$ ,
- resp. •  $f: x \mapsto y$ ,

# Binárne relácie a zobrazenia – Binárna relácia

$f$  je binárnou reláciou z množiny  $A \neq \emptyset$  do množiny  $B \neq \emptyset$ ,

ak  $f \subset A \times B$ .

[Relácia  $f$  je množina usporiadaných dvojíc  $[x; y]$ ,  $x \in A$ ,  $y \in B$ .]

- Skutočnosť, že prvok  $[x; y]$  patrí do relácie  $f$ , označujeme  $[x; y] \in f$ , resp.  $xfy$ .

Binárna relácia  $f \subset A \times B$  je zobrazením (funkciou) z množiny  $A \neq \emptyset$  do množiny  $B \neq \emptyset$ ,

ak pre každé  $x \in A$  existuje najviac jedno  $y \in B$  také, že  $[x; y] \in f$ .

[Zobrazenie (funkcia)  $f$  je množina usporiadaných dvojíc, pričom každý vzor  $x \in A$  má najviac jeden obraz  $y \in B$ .]

Funkciu  $f$  zapisujeme:

[Uvedené zápisy sú ekvivalentné.]

- |       |                               |       |   |       |                      |
|-------|-------------------------------|-------|---|-------|----------------------|
|       | • $[x; y] \in f$ ,            | resp. | • $y = f(x)$ ,                                | resp. | • $f: x \mapsto y$ , |
| resp. | • $y = f(x)$ , $x \in D(f)$ , | resp. | • $f = \{[x; y] \in A \times B, y = f(x)\}$ , |       |                      |
| resp. | • $y = f(x)$ , $x \in A$ ,    | resp. | • $y = f(x): A \rightarrow B$ ,               | ...   |                      |

# Binárne relácie a zobrazenia – Binárna relácia

$f$  je **binárnou reláciou** z množiny  $A \neq \emptyset$  do množiny  $B \neq \emptyset$ ,

ak  $f \subset A \times B$ .

[Relácia  $f$  je množina usporiadaných dvojíc  $[x; y]$ ,  $x \in A$ ,  $y \in B$ .]

- Skutočnosť, že prvok  $[x; y]$  patrí do relácie  $f$ , označujeme  $[x; y] \in f$ , resp.  $xfy$ .

Binárna relácia  $f \subset A \times B$  je **zobrazením (funkciou)** z množiny  $A \neq \emptyset$  do množiny  $B \neq \emptyset$ ,

ak pre každé  $x \in A$  existuje najviac jedno  $y \in B$  také, že  $[x; y] \in f$ .

[Zobrazenie (funkcia)  $f$  je množina usporiadaných dvojíc, pričom každý vzor  $x \in A$  má najviac jeden obraz  $y \in B$ .]

Funkciu  $f$  zapisujeme:

[Uvedené zápisy sú ekvivalentné.]

- $[x; y] \in f$ ,
- resp. •  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$ ,
- resp. •  $y = f(x)$ ,  $x \in A$ ,
- resp. •  $y = f(x)$ ,
- resp. •  $f = \{[x; y] \in A \times B, y = f(x)\}$ ,
- resp. •  $y = f(x): A \rightarrow B$ , ...
- resp. •  $f: x \mapsto y$ ,

$y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  je zobrazenie,  $C \subset D(f)$ .



# Binárne relácie a zobrazenia – Binárna relácia

$f$  je **binárnou reláciou** z množiny  $A \neq \emptyset$  do množiny  $B \neq \emptyset$ ,

ak  $f \subset A \times B$ .

[Relácia  $f$  je množina usporiadaných dvojíc  $[x; y]$ ,  $x \in A$ ,  $y \in B$ .]

- Skutočnosť, že prvok  $[x; y]$  patrí do relácie  $f$ , označujeme  $[x; y] \in f$ , resp.  $xfy$ .

Binárna relácia  $f \subset A \times B$  je **zobrazením (funkciou)** z množiny  $A \neq \emptyset$  do množiny  $B \neq \emptyset$ ,

ak pre každé  $x \in A$  existuje najviac jedno  $y \in B$  také, že  $[x; y] \in f$ .

[Zobrazenie (funkcia)  $f$  je množina usporiadaných dvojíc, pričom každý vzor  $x \in A$  má najviac jeden obraz  $y \in B$ .]

Funkciu  $f$  zapisujeme:

[Uvedené zápisy sú ekvivalentné.]

- $[x; y] \in f$ ,
- resp. •  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$ ,
- resp. •  $y = f(x)$ ,  $x \in A$ ,
- resp. •  $y = f(x)$ ,
- resp. •  $f = \{[x; y] \in A \times B, y = f(x)\}$ ,
- resp. •  $y = f(x): A \rightarrow B$ , ...
- resp. •  $f: x \mapsto y$ ,

$y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  je zobrazenie,  $C \subset D(f)$ .

$f(C) = \{f(x); x \in C\}$  sa nazýva **obraz množiny  $C$**  v zobrazení  $f$ .

# Binárne relácie a zobrazenia

Funkcia (zobrazenie)  $f : y = f(x), A \rightarrow B.$

- 
- 
- 
- 
-

# Binárne relácie a zobrazenia

Funkcia (zobrazenie)  $f : y = f(x), A \rightarrow B$ .

- $x \in A$  nazývame **vzor** (nezávislá premenná) v zobrazení  $f$ .

---

- $y \in B$  nazývame **obraz** (závislá premenná, funkčná hodnota) v zobrazení  $f$ .

# Binárne relácie a zobrazenia

Funkcia (zobrazenie)  $f : y = f(x), A \rightarrow B$ .

- $x \in A$  nazývame **vzor** (nezávislá premenná) v zobrazení  $f$ .
  - $D(f) = \{x \in A; \exists y \in B, [x; y] \in f\}$  nazývame **definičný obor** (zobrazenia)  $f$ .
- 
- $y \in B$  nazývame **obraz** (závislá premenná, funkčná hodnota) v zobrazení  $f$ .

# Binárne relácie a zobrazenia

Funkcia (zobrazenie)  $f : y = f(x), A \rightarrow B$ .

- $x \in A$  nazývame **vzor** (nezávislá premenná) v zobrazení  $f$ .
  - $D(f) = \{x \in A; \exists y \in B, [x; y] \in f\}$  nazývame **definičný obor** (zobrazenia)  $f$ .
- 
- $y \in B$  nazývame **obraz** (závislá premenná, funkčná hodnota) v zobrazení  $f$ .
  - $H(f) = \{y \in B; \exists x \in A, [x; y] \in f\}$  nazývame **obor hodnôt** (zobrazenia)  $f$ .

# Binárne relácie a zobrazenia

Funkcia (zobrazenie)  $f : y = f(x), A \rightarrow B$ .

- $x \in A$  nazývame **vzor** (nezávislá premenná) v zobrazení  $f$ .
- $D(f) = \{x \in A; \exists y \in B, [x; y] \in f\}$  nazývame **definičný obor** (zobrazenia)  $f$ .

[ $D(f)$  je množina všetkých vzorov zobrazenia (funkcie)  $f$ .]

- $y \in B$  nazývame **obraz** (závislá premenná, funkčná hodnota) v zobrazení  $f$ .
- $H(f) = \{y \in B; \exists x \in A, [x; y] \in f\}$  nazývame **obor hodnôt** (zobrazenia)  $f$ .

[ $H(f) = \{f(x); x \in D(f)\}$  je množina všetkých obrazov zobrazenia (funkcie)  $f$ .]

# Binárne relácie a zobrazenia

Funkcia (zobrazenie)  $f : y = f(x), A \rightarrow B$ .

- $x \in A$  nazývame **vzor** (nezávislá premenná) v zobrazení  $f$ .
- $D(f) = \{x \in A; \exists y \in B, [x; y] \in f\}$  nazývame **definičný obor** (zobrazenia)  $f$ .

[ $D(f)$  je množina všetkých vzorov zobrazenia (funkcie)  $f$ .]

- $y \in B$  nazývame **obraz** (závislá premenná, funkčná hodnota) v zobrazení  $f$ .
- $H(f) = \{y \in B; \exists x \in A, [x; y] \in f\}$  nazývame **obor hodnôt** (zobrazenia)  $f$ .

[ $H(f) = \{f(x); x \in D(f)\}$  je množina všetkých obrazov zobrazenia (funkcie)  $f$ .]

A (a) (b) (c)

- $A = \{a, b, c\}, B = \{1, 2, 3, 4\}$ ,

B (1) (2) (3) (4)

A (a) (b) (c)

- $A = \{a, b, c\}, B = \{1, 2, 3, 4\}$ ,

B (1) (2) (3) (4)

# Binárne relácie a zobrazenia

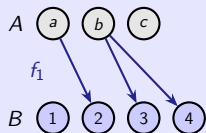
Funkcia (zobrazenie)  $f : y = f(x), A \rightarrow B$ .

- $x \in A$  nazývame **vzor** (nezávislá premenná) v zobrazení  $f$ .
- $D(f) = \{x \in A; \exists y \in B, [x; y] \in f\}$  nazývame **definičný obor** (zobrazenia)  $f$ .

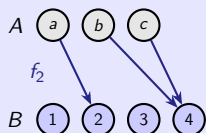
[ $D(f)$  je množina všetkých vzorov zobrazenia (funkcie)  $f$ .]

- $y \in B$  nazývame **obraz** (závislá premenná, funkčná hodnota) v zobrazení  $f$ .
- $H(f) = \{y \in B; \exists x \in A, [x; y] \in f\}$  nazývame **obor hodnôt** (zobrazenia)  $f$ .

[ $H(f) = \{f(x); x \in D(f)\}$  je množina všetkých obrazov zobrazenia (funkcie)  $f$ .]



- $A = \{a, b, c\}, B = \{1, 2, 3, 4\}, f_1 : A \rightarrow B,$   
 $f_1 = \{[a; 2], [b; 3], [b; 4]\}.$



- $A = \{a, b, c\}, B = \{1, 2, 3, 4\}, f_2 : A \rightarrow B,$   
 $f_2 = \{[a; 2], [b; 4], [c; 4]\}.$



# Binárne relácie a zobrazenia

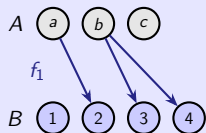
Funkcia (zobrazenie)  $f : y = f(x), A \rightarrow B$ .

- $x \in A$  nazývame **vzor** (nezávislá premenná) v zobrazení  $f$ .
- $D(f) = \{x \in A; \exists y \in B, [x; y] \in f\}$  nazývame **definičný obor** (zobrazenia)  $f$ .

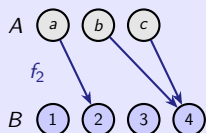
$[D(f)$  je množina všetkých vzorov zobrazenia (funkcie)  $f$ .]

- $y \in B$  nazývame **obraz** (závislá premenná, funkčná hodnota) v zobrazení  $f$ .
- $H(f) = \{y \in B; \exists x \in A, [x; y] \in f\}$  nazývame **obor hodnôt** (zobrazenia)  $f$ .

$[H(f) = \{f(x); x \in D(f)\}$  je množina všetkých obrazov zobrazenia (funkcie)  $f$ .]



- $A = \{a, b, c\}, B = \{1, 2, 3, 4\}, f_1 : A \rightarrow B,$   
 $f_1 = \{[a; 2], [b; 3], [b; 4]\}.$   
 $D(f_1) = \{a, b, c\}, H(f_1) = \{2, 3\}.$



- $A = \{a, b, c\}, B = \{1, 2, 3, 4\}, f_2 : A \rightarrow B,$   
 $f_2 = \{[a; 2], [b; 4], [c; 4]\}.$   
 $D(f_2) = \{a, b, c\}, H(f_2) = \{2, 4\}.$

# Binárne relácie a zobrazenia

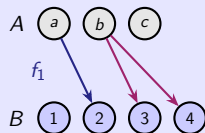
Funkcia (zobrazenie)  $f : y = f(x), A \rightarrow B$ .

- $x \in A$  nazývame **vzor** (nezávislá premenná) v zobrazení  $f$ .
- $D(f) = \{x \in A; \exists y \in B, [x; y] \in f\}$  nazývame **definičný obor** (zobrazenia)  $f$ .

$[D(f)$  je množina všetkých vzorov zobrazenia (funkcie)  $f$ .]

- $y \in B$  nazývame **obraz** (závislá premenná, funkčná hodnota) v zobrazení  $f$ .
- $H(f) = \{y \in B; \exists x \in A, [x; y] \in f\}$  nazývame **obor hodnôt** (zobrazenia)  $f$ .

$[H(f) = \{f(x); x \in D(f)\}$  je množina všetkých obrazov zobrazenia (funkcie)  $f$ .]

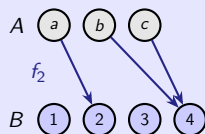


- $A = \{a, b, c\}, B = \{1, 2, 3, 4\}, f_1 : A \rightarrow B,$

$[f_1$  je relácia.]

$$f_1 = \{[a; 2], [b; 3], [b; 4]\}.$$

$[f_1$  nie je zobrazenie (nie je funkcia).]



- $A = \{a, b, c\}, B = \{1, 2, 3, 4\}, f_2 : A \rightarrow B,$

$[f_2$  je relácia.]

$$f_2 = \{[a; 2], [b; 4], [c; 4]\}.$$

$[f_2$  je zobrazenie (je funkcia).]

$$D(f_2) = \{a, b, c\}, H(f_2) = \{2, 4\}.$$

# Binárne relácie a zobrazenia

Funkcia (zobrazenie)  $f : A \rightarrow B$  sa nazýva

•

•

•

•

•

•

•

•



# Binárne relácie a zobrazenia


Funkcia (zobrazenie)  $f : A \rightarrow B$  sa nazýva

- injektívna (injekcia, prostá),
- surjektívna (surjekcia, na množinu),
- bijektívna (bijekcia, prostá na),



# Binárne relácie a zobrazenia

Funkcia (zobrazenie)  $f : A \rightarrow B$  sa nazýva

- injektívna (injekcia, prostá), ak pre všetky  $x_1, x_2 \in A$ ,  $x_1 \neq x_2$ , platí  $f(x_1) \neq f(x_2)$ .
- surjektívna (surjekcia, na množinu),
- bijektívna (bijekcia, prostá na), 

# Binárne relácie a zobrazenia

Funkcia (zobrazenie)  $f : A \rightarrow B$  sa nazýva

- **injektívna (injekcia, prostá)**, ak pre všetky  $x_1, x_2 \in A$ ,  $x_1 \neq x_2$ , platí  $f(x_1) \neq f(x_2)$ .

Resp. ak pre všetky  $x_1, x_2 \in A$  také, že  $f(x_1) = f(x_2)$  platí  $x_1 = x_2$ .

- **surjektívna (surjekcia, na množinu)**,

- **bijektívna (bijekcia, prostá na)**,



# Binárne relácie a zobrazenia

Funkcia (zobrazenie)  $f : A \rightarrow B$  sa nazýva

- **injektívna (injekcia, prostá)**, ak pre všetky  $x_1, x_2 \in A$ ,  $x_1 \neq x_2$ , platí  $f(x_1) \neq f(x_2)$ .

Resp. ak pre všetky  $x_1, x_2 \in A$  také, že  $f(x_1) = f(x_2)$  platí  $x_1 = x_2$ .

- **surjektívna (surjekcia, na množinu)**, ak pre každé  $y \in B$  existuje  $x \in A$  také, že  $y = f(x)$ .

- **bijektívna (bijekcia, prostá na)**, 

# Binárne relácie a zobrazenia

Funkcia (zobrazenie)  $f : A \rightarrow B$  sa nazýva

- **injektívna (injekcia, prostá)**, ak pre všetky  $x_1, x_2 \in A$ ,  $x_1 \neq x_2$ , platí  $f(x_1) \neq f(x_2)$ .

[Rôznym vzorom z množiny  $A$  prislúchajú rôzne obrazy z množiny  $B$ .]

Resp. ak pre všetky  $x_1, x_2 \in A$  také, že  $f(x_1) = f(x_2)$  platí  $x_1 = x_2$ .

[Obrátená implikácia: Rovnaké obrazy majú rovnaké vzory.]

- **surjektívna (surjekcia, na množinu)**, ak pre každé  $y \in B$  existuje  $x \in A$  také, že  $y = f(x)$ .

[Ku každému obrazu z množiny  $B$  existuje vzor z množiny  $A$ ,

- **bijektívna (bijekcia, prostá na)**,





# Binárne relácie a zobrazenia

Funkcia (zobrazenie)  $f : A \rightarrow B$  sa nazýva

- **injektívna (injekcia, prostá)**, ak pre všetky  $x_1, x_2 \in A$ ,  $x_1 \neq x_2$ , platí  $f(x_1) \neq f(x_2)$ .

[Rôznym vzorom z množiny  $A$  prislúchajú rôzne obrazy z množiny  $B$ .]

Resp. ak pre všetky  $x_1, x_2 \in A$  také, že  $f(x_1) = f(x_2)$  platí  $x_1 = x_2$ .

[Obrátená implikácia: Rovnaké obrazy majú rovnaké vzory.]

- **surjektívna (surjekcia, na množinu)**, ak pre každé  $y \in B$  existuje  $x \in A$  také, že  $y = f(x)$ .

[Ku každému obrazu z množiny  $B$  existuje vzor z množiny  $A$ , t. j.  $f(A) = B$ .]

- **bijektívna (bijekcia, prostá na)**,



# Binárne relácie a zobrazenia

Funkcia (zobrazenie)  $f : A \rightarrow B$  sa nazýva

- **injektívna (injekcia, prostá)**, ak pre všetky  $x_1, x_2 \in A$ ,  $x_1 \neq x_2$ , platí  $f(x_1) \neq f(x_2)$ .

[Rôznym vzorom z množiny  $A$  prislúchajú rôzne obrazy z množiny  $B$ .]

Resp. ak pre všetky  $x_1, x_2 \in A$  také, že  $f(x_1) = f(x_2)$  platí  $x_1 = x_2$ .

[Obrátená implikácia: Rovnaké obrazy majú rovnaké vzory.]

- **surjektívna (surjekcia, na množinu)**, ak pre každé  $y \in B$  existuje  $x \in A$  také, že  $y = f(x)$ .

[Ku každému obrazu z množiny  $B$  existuje vzor z množiny  $A$ , t. j.  $f(A) = B$ .]

- **bijektívna (bijekcia, prostá na)**, ak je **injektívna** a **súčasne surjektívna**.

# Binárne relácie a zobrazenia

Funkcia (zobrazenie)  $f : A \rightarrow B$  sa nazýva

- **injektívna (injekcia, prostá)**, ak pre všetky  $x_1, x_2 \in A$ ,  $x_1 \neq x_2$ , platí  $f(x_1) \neq f(x_2)$ .

[Rôznym vzorom z množiny  $A$  prislúchajú rôzne obrazy z množiny  $B$ .]

Resp. ak pre všetky  $x_1, x_2 \in A$  také, že  $f(x_1) = f(x_2)$  platí  $x_1 = x_2$ .

[Obrátená implikácia: Rovnaké obrazy majú rovnaké vzory.]

- **surjektívna (surjekcia, na množinu)**, ak pre každé  $y \in B$  existuje  $x \in A$  také, že  $y = f(x)$ .

[Ku každému obrazu z množiny  $B$  existuje vzor z množiny  $A$ , t. j.  $f(A) = B$ .]

- **bijektívna (bijekcia, prostá na)**, ak je **injektívna** a **súčasne** **surjektívna**.

**Rovnosť** funkcií  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  a  $y = g(x)$ ,  $x \in D(g)$ .

# Binárne relácie a zobrazenia

Funkcia (zobrazenie)  $f : A \rightarrow B$  sa nazýva

- **injektívna (injekcia, prostá)**, ak pre všetky  $x_1, x_2 \in A$ ,  $x_1 \neq x_2$ , platí  $f(x_1) \neq f(x_2)$ .

[Rôznym vzorom z množiny  $A$  prislúchajú rôzne obrazy z množiny  $B$ .]

Resp. ak pre všetky  $x_1, x_2 \in A$  také, že  $f(x_1) = f(x_2)$  platí  $x_1 = x_2$ .

[Obrátená implikácia: Rovnaké obrazy majú rovnaké vzory.]

- **surjektívna (surjekcia, na množinu)**, ak pre každé  $y \in B$  existuje  $x \in A$  také, že  $y = f(x)$ .

[Ku každému obrazu z množiny  $B$  existuje vzor z množiny  $A$ , t. j.  $f(A) = B$ .]

- **bijektívna (bijekcia, prostá na)**, ak je **injektívna** a **súčasne** **surjektívna**.

**Rovnosť** funkcií  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  a  $y = g(x)$ ,  $x \in D(g)$ .

- $f = g$ ,

- $f = g$  na množine  $M \subset D(f) \cap D(g)$ ,

# Binárne relácie a zobrazenia

Funkcia (zobrazenie)  $f : A \rightarrow B$  sa nazýva

- **injektívna (injekcia, prostá)**, ak pre všetky  $x_1, x_2 \in A$ ,  $x_1 \neq x_2$ , platí  $f(x_1) \neq f(x_2)$ .


[Rôznym vzorom z množiny  $A$  prislúchajú rôzne obrazy z množiny  $B$ .]

Resp. ak pre všetky  $x_1, x_2 \in A$  také, že  $f(x_1) = f(x_2)$  platí  $x_1 = x_2$ .

[Obrátená implikácia: Rovnaké obrazy majú rovnaké vzory.]

- **surjektívna (surjekcia, na množinu)**, ak pre každé  $y \in B$  existuje  $x \in A$  také, že  $y = f(x)$ .

[Ku každému obrazu z množiny  $B$  existuje vzor z množiny  $A$ , t. j.  $f(A) = B$ .]

- **bijektívna (bijekcia, prostá na)**, ak je injektívna a súčasne surjektívna. 

**Rovnosť** funkcií  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  a  $y = g(x)$ ,  $x \in D(g)$ .

- $f = g$ , ak platí ekvivalencia  $[x; y] \in f \Leftrightarrow [x; y] \in g$ , t. j.  $y = f(x) \Leftrightarrow y = g(x)$ .

- $f = g$  na množine  $M \subset D(f) \cap D(g)$ ,

# Binárne relácie a zobrazenia

Funkcia (zobrazenie)  $f : A \rightarrow B$  sa nazýva

- **injektívna (injekcia, prostá)**, ak pre všetky  $x_1, x_2 \in A$ ,  $x_1 \neq x_2$ , platí  $f(x_1) \neq f(x_2)$ .

[Rôznym vzorom z množiny  $A$  prislúchajú rôzne obrazy z množiny  $B$ .]

Resp. ak pre všetky  $x_1, x_2 \in A$  také, že  $f(x_1) = f(x_2)$  platí  $x_1 = x_2$ .

[Obrátená implikácia: Rovnaké obrazy majú rovnaké vzory.]

- **surjektívna (surjekcia, na množinu)**, ak pre každé  $y \in B$  existuje  $x \in A$  také, že  $y = f(x)$ .

[Ku každému obrazu z množiny  $B$  existuje vzor z množiny  $A$ , t. j.  $f(A) = B$ .]

- **bijektívna (bijekcia, prostá na)**, ak je **injektívna** a **súčasne** **surjektívna**.

**Rovnosť** funkcií  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  a  $y = g(x)$ ,  $x \in D(g)$ .

- $f = g$ , ak platí ekvivalencia  $[x; y] \in f \Leftrightarrow [x; y] \in g$ , t. j.  $y = f(x) \Leftrightarrow y = g(x)$ .

V praxi to znamená, ak  $D(f) = D(g)$  a pre všetky  $x \in D(f)$  platí  $f(x) = g(x)$ .

- $f = g$  na množine  $M \subset D(f) \cap D(g)$ ,

# Binárne relácie a zobrazenia

Funkcia (zobrazenie)  $f : A \rightarrow B$  sa nazýva

- **injektívna (injekcia, prostá)**, ak pre všetky  $x_1, x_2 \in A$ ,  $x_1 \neq x_2$ , platí  $f(x_1) \neq f(x_2)$ .

[Rôznym vzorom z množiny  $A$  prislúchajú rôzne obrazy z množiny  $B$ .]

Resp. ak pre všetky  $x_1, x_2 \in A$  také, že  $f(x_1) = f(x_2)$  platí  $x_1 = x_2$ .

[Obrátená implikácia: Rovnaké obrazy majú rovnaké vzory.]

- **surjektívna (surjekcia, na množinu)**, ak pre každé  $y \in B$  existuje  $x \in A$  také, že  $y = f(x)$ .

[Ku každému obrazu z množiny  $B$  existuje vzor z množiny  $A$ , t. j.  $f(A) = B$ .]

- **bijektívna (bijekcia, prostá na)**, ak je **injektívna** a **súčasne surjektívna**.

**Rovnosť** funkcií  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  a  $y = g(x)$ ,  $x \in D(g)$ .

- $f = g$ , ak platí ekvivalencia  $[x; y] \in f \Leftrightarrow [x; y] \in g$ , t. j.  $y = f(x) \Leftrightarrow y = g(x)$ .

V praxi to znamená, ak  $D(f) = D(g)$  a pre všetky  $x \in D(f)$  platí  $f(x) = g(x)$ .

- $f = g$  na množine  $M \subset D(f) \cap D(g)$ , ak pre všetky  $x \in M$  platí  $f(x) = g(x)$ .

# Binárne relácie a zobrazenia

Funkcia (zobrazenie)  $f : A \rightarrow B$  sa nazýva

- **injektívna (injekcia, prostá)**, ak pre všetky  $x_1, x_2 \in A$ ,  $x_1 \neq x_2$ , platí  $f(x_1) \neq f(x_2)$ .


[Rôznym vzorom z množiny  $A$  prislúchajú rôzne obrazy z množiny  $B$ .]

Resp. ak pre všetky  $x_1, x_2 \in A$  také, že  $f(x_1) = f(x_2)$  platí  $x_1 = x_2$ .

[Obrátená implikácia: Rovnaké obrazy majú rovnaké vzory.]

- **surjektívna (surjekcia, na množinu)**, ak pre každé  $y \in B$  existuje  $x \in A$  také, že  $y = f(x)$ .

[Ku každému obrazu z množiny  $B$  existuje vzor z množiny  $A$ , t. j.  $f(A) = B$ .]

- **bijektívna (bijekcia, prostá na)**, ak je injektívna a súčasne surjektívna. 

**Rovnosť** funkcií  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  a  $y = g(x)$ ,  $x \in D(g)$ .

- $f = g$ , ak platí ekvivalencia  $[x; y] \in f \Leftrightarrow [x; y] \in g$ , t. j.  $y = f(x) \Leftrightarrow y = g(x)$ .

[Rovnosť na ich definičných oboroch.]


V praxi to znamená, ak  $D(f) = D(g)$  a pre všetky  $x \in D(f)$  platí  $f(x) = g(x)$ .

[Zobrazenia  $f, g$  sú množiny. Rovnosť  $f = g$  musíme chápať ako rovnosť množín, t. j.  $f \subset g, g \subset f$ .]

- $f = g$  na množine  $M \subset D(f) \cap D(g)$ , ak pre všetky  $x \in M$  platí  $f(x) = g(x)$ .



# Binárne relácie a zobrazenia

A 

•  $A = \{a, b, c\}$ ,  $B = \{1, 2, 3, 4\}$ ,

B 

---

A 

•  $A = \{a, b, c, d\}$ ,  $B = \{1, 2, 3\}$ ,

B 


---

A 

•  $A = \{a, b, c, d\}$ ,  $B = \{1, 2, 3\}$ ,

B 

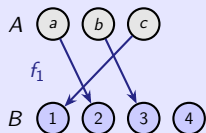
---

A 

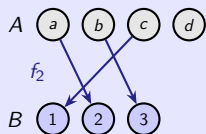
•  $A = \{a, b, c\}$ ,  $B = \{1, 2, 3\}$ ,

B 

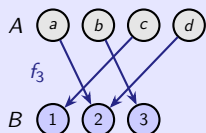
## Binárne relácie a zobrazenia



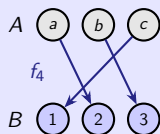
- $A = \{a, b, c\}$ ,  $B = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $f_1 : A \rightarrow B$ ,  
 $f_1 = \{[a; 2], [b; 3], [c; 1]\}$ ,



- $A = \{a, b, c, d\}$ ,  $B = \{1, 2, 3\}$ ,  $f_2 : A \rightarrow B$ ,  
 $f_2 = \{[a; 2], [b; 3], [c; 1]\}$ ,

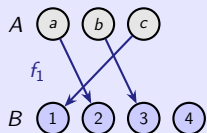


- $A = \{a, b, c, d\}$ ,  $B = \{1, 2, 3\}$ ,  $f_3 : A \rightarrow B$ ,  
 $f_3 = \{[a; 2], [b; 3], [c; 1], [d; 2]\}$ ,



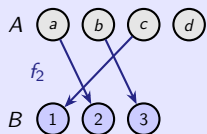
- $A = \{a, b, c\}$ ,  $B = \{1, 2, 3\}$ ,  $f_4 : A \rightarrow B$ ,  
 $f_4 = \{[a; 2], [b; 3], [c; 1]\}$ ,

# Binárne relácie a zobrazenia

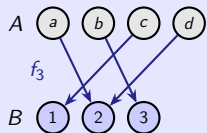


- $A = \{a, b, c\}$ ,  $B = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $f_1 : A \rightarrow B$ ,  
 $f_1 = \{[a; 2], [b; 3], [c; 1]\}$ ,

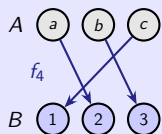
[ $f_1$  je injekcia (prsté zobrazenie).]



- $A = \{a, b, c, d\}$ ,  $B = \{1, 2, 3\}$ ,  $f_2 : A \rightarrow B$ ,  
 $f_2 = \{[a; 2], [b; 3], [c; 1]\}$ ,



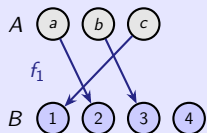
- $A = \{a, b, c, d\}$ ,  $B = \{1, 2, 3\}$ ,  $f_3 : A \rightarrow B$ ,  
 $f_3 = \{[a; 2], [b; 3], [c; 1], [d; 2]\}$ ,



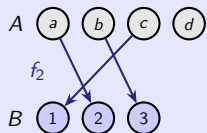
- $A = \{a, b, c\}$ ,  $B = \{1, 2, 3\}$ ,  $f_4 : A \rightarrow B$ ,  
 $f_4 = \{[a; 2], [b; 3], [c; 1]\}$ ,

[ $f_4$  je injekcia (prsté zobrazenie).]

# Binárne relácie a zobrazenia

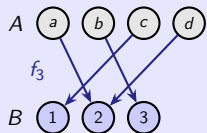


- $A = \{a, b, c\}$ ,  $B = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $f_1 : A \rightarrow B$ ,  
 $f_1 = \{[a; 2], [b; 3], [c; 1]\}$ ,



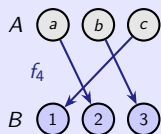
- $A = \{a, b, c, d\}$ ,  $B = \{1, 2, 3\}$ ,  $f_2 : A \rightarrow B$ ,  
 $f_2 = \{[a; 2], [b; 3], [c; 1]\}$ ,

[ $f_2$  je surjekcia (zobrazenie na).]



- $A = \{a, b, c, d\}$ ,  $B = \{1, 2, 3\}$ ,  $f_3 : A \rightarrow B$ ,  
 $f_3 = \{[a; 2], [b; 3], [c; 1], [d; 2]\}$ ,

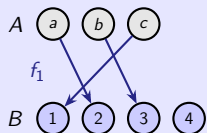
[ $f_3$  je surjekcia (zobrazenie na).]



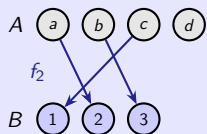
- $A = \{a, b, c\}$ ,  $B = \{1, 2, 3\}$ ,  $f_4 : A \rightarrow B$ ,  
 $f_4 = \{[a; 2], [b; 3], [c; 1]\}$ ,

[ $f_4$  je surjekcia (zobrazenie na).]

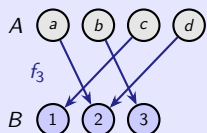
# Binárne relácie a zobrazenia



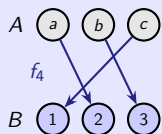
- $A = \{a, b, c\}$ ,  $B = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $f_1 : A \rightarrow B$ ,  
 $f_1 = \{[a; 2], [b; 3], [c; 1]\}$ ,



- $A = \{a, b, c, d\}$ ,  $B = \{1, 2, 3\}$ ,  $f_2 : A \rightarrow B$ ,  
 $f_2 = \{[a; 2], [b; 3], [c; 1]\}$ ,



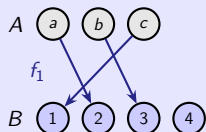
- $A = \{a, b, c, d\}$ ,  $B = \{1, 2, 3\}$ ,  $f_3 : A \rightarrow B$ ,  
 $f_3 = \{[a; 2], [b; 3], [c; 1], [d; 2]\}$ ,



- $A = \{a, b, c\}$ ,  $B = \{1, 2, 3\}$ ,  $f_4 : A \rightarrow B$ ,  
 $f_4 = \{[a; 2], [b; 3], [c; 1]\}$ ,

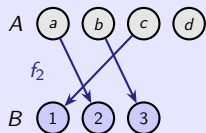
[ $f_4$  je bijekcia (prsté zobrazenie na).]

## Binárne relácie a zobrazenia



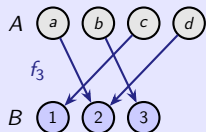
- $A = \{a, b, c\}$ ,  $B = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $f_1 : A \rightarrow B$ ,  
 $f_1 = \{[a; 2], [b; 3], [c; 1]\}$ ,

[ $f_1$  je injekcia (prosté zobrazenie).]



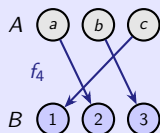
- $A = \{a, b, c, d\}$ ,  $B = \{1, 2, 3\}$ ,  $f_2 : A \rightarrow B$ ,  
 $f_2 = \{[a; 2], [b; 3], [c; 1]\}$ ,

[ $f_2$  je surjekcia (zobrazenie na).]



- $A = \{a, b, c, d\}$ ,  $B = \{1, 2, 3\}$ ,  $f_3 : A \rightarrow B$ ,  
 $f_3 = \{[a; 2], [b; 3], [c; 1], [d; 2]\}$ ,

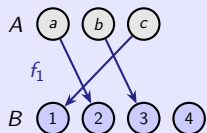
[ $f_3$  je surjekcia (zobrazenie na).]



- $A = \{a, b, c\}$ ,  $B = \{1, 2, 3\}$ ,  $f_4 : A \rightarrow B$ ,  
 $f_4 = \{[a; 2], [b; 3], [c; 1]\}$ ,

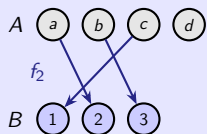
[ $f_4$  je bijekcia (prosté zobrazenie na).]

# Binárne relácie a zobrazenia



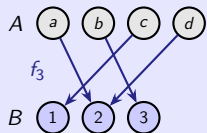
- $A = \{a, b, c\}$ ,  $B = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $f_1 : A \rightarrow B$ ,  
 $f_1 = \{[a; 2], [b; 3], [c; 1]\}$ ,  
 $D(f_1) = \{a, b, c\}$ ,  $H(f_1) = \{1, 2, 3\}$ .

[ $f_1$  je injekcia (prsté zobrazenie).]



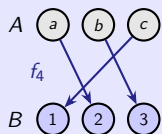
- $A = \{a, b, c, d\}$ ,  $B = \{1, 2, 3\}$ ,  $f_2 : A \rightarrow B$ ,  
 $f_2 = \{[a; 2], [b; 3], [c; 1]\}$ ,  
 $D(f_2) = \{a, b, c\}$ ,  $H(f_2) = \{1, 2, 3\}$ .

[ $f_2$  je surjekcia (zobrazenie na).]



- $A = \{a, b, c, d\}$ ,  $B = \{1, 2, 3\}$ ,  $f_3 : A \rightarrow B$ ,  
 $f_3 = \{[a; 2], [b; 3], [c; 1], [d; 2]\}$ ,  
 $D(f_3) = \{a, b, c, d\}$ ,  $H(f_3) = \{1, 2, 3\}$ .

[ $f_3$  je surjekcia (zobrazenie na).]



- $A = \{a, b, c\}$ ,  $B = \{1, 2, 3\}$ ,  $f_4 : A \rightarrow B$ ,  
 $f_4 = \{[a; 2], [b; 3], [c; 1]\}$ ,  
 $D(f_4) = \{a, b, c\}$ ,  $H(f_4) = \{1, 2, 3\}$ .

[ $f_4$  je bijekcia (prsté zobrazenie na).]

# Binárne relácie a zobrazenia

## Zloženým zobrazením (kompozíciou, zložením, zloženou funkciou)

zobrazení (funkcií)  $f: A \rightarrow B$  a  $g: C \rightarrow D$ , pričom  $H(f) \subset C$ , sa nazýva



# Binárne relácie a zobrazenia

## Zloženým zobrazením (kompozíciou, zložením, zloženou funkciou)

zobrazení (funkcií)  $f: A \rightarrow B$  a  $g: C \rightarrow D$ , pričom  $H(f) \subset C$ , sa nazýva

zobrazenie (funkcia)  $F = g(f) : A \rightarrow D$ , ktoré každému  $x \in A$

# Binárne relácie a zobrazenia

## Zloženým zobrazením (kompozíciou, zložením, zloženou funkciou)

zobrazení (funkcií)  $f: A \rightarrow B$  a  $g: C \rightarrow D$ , pričom  $H(f) \subset C$ , sa nazýva

zobrazenie (funkcia)  $F = g \circ f: A \rightarrow D$ , ktoré každému  $x \in A$

priradí hodnotu  $z = g(y) \in D$ , kde  $y = f(x)$ ,

# Binárne relácie a zobrazenia

## Zloženým zobrazením (kompozíciou, zložením, zloženou funkciou)

zobrazení (funkcií)  $f: A \rightarrow B$  a  $g: C \rightarrow D$ , pričom  $H(f) \subset C$ , sa nazýva

zobrazenie (funkcia)  $F = g \circ f: A \rightarrow D$ , ktoré každému  $x \in A$

priradí hodnotu  $z = g(y) \in D$ , kde  $y = f(x)$ , t. j. hodnotu  $z = g(f(x))$ .

# Binárne relácie a zobrazenia

## Zloženým zobrazením (kompozíciou, zložením, zloženou funkciou)

zobrazení (funkcií)  $f: A \rightarrow B$  a  $g: C \rightarrow D$ , pričom  $H(f) \subset C$ , sa nazýva

zobrazenie (funkcia)  $F = g \circ f: A \rightarrow D$ , ktoré každému  $x \in A$

priradí hodnotu  $z = g(y) \in D$ , kde  $y = f(x)$ , t. j. hodnotu  $z = g(f(x))$ .

- $f$  sa nazýva vnútorná zložka  $g \circ f$ .

# Binárne relácie a zobrazenia

## Zloženým zobrazením (kompozíciou, zložením, zloženou funkciou)

zobrazení (funkcií)  $f: A \rightarrow B$  a  $g: C \rightarrow D$ , pričom  $H(f) \subset C$ , sa nazýva

zobrazenie (funkcia)  $F = g \circ f: A \rightarrow D$ , ktoré každému  $x \in A$

priradí hodnotu  $z = g(y) \in D$ , kde  $y = f(x)$ , t. j. hodnotu  $z = g(f(x))$ .

- $f$  sa nazýva vnútorná zložka  $g \circ f$ .
- $g$  sa nazýva vonkajšia zložka  $g \circ f$ .

# Binárne relácie a zobrazenia

## Zloženým zobrazením (kompozíciou, zložením, zloženou funkciou)

zobrazení (funkcií)  $f: A \rightarrow B$  a  $g: C \rightarrow D$ , pričom  $H(f) \subset C$ , sa nazýva

zobrazenie (funkcia)  $F = g \circ f: A \rightarrow D$ , ktoré každému  $x \in A$

priradí hodnotu  $z = g(y) \in D$ , kde  $y = f(x)$ , t. j. hodnotu  $z = g(f(x))$ .

- $f$  sa nazýva **vnútorná zložka**  $g(f)$ .
- $g$  sa nazýva **vonkajšia zložka**  $g(f)$ .
- Zapisujeme  $F = g \circ f = f \circ g$ , resp.  $F(x) = g[f(x)] = [f \circ g](x)$ ,  $x \in D(f)$ .

# Binárne relácie a zobrazenia

## Zloženým zobrazením (kompozíciou, zložením, zloženou funkciou)

zobrazení (funkcií)  $f: A \rightarrow B$  a  $g: C \rightarrow D$ , pričom  $H(f) \subset C$ , sa nazýva

zobrazenie (funkcia)  $F = g(f) : A \rightarrow D$ , ktoré každému  $x \in A$

priradí hodnotu  $z = g(y) \in D$ , kde  $y = f(x)$ , t. j. hodnotu  $z = g(f(x))$ .

- $f$  sa nazýva **vnútorná zložka**  $g(f)$ .
- $g$  sa nazýva **vonkajšia zložka**  $g(f)$ .
- Zapisujeme  $F = g(f) = f \circ g$ , resp.  $F(x) = g[f(x)] = [f \circ g](x)$ ,  $x \in D(f)$ .
- $A = \{a, b, c, d\}$ ,

a

b

c

d

# Binárne relácie a zobrazenia

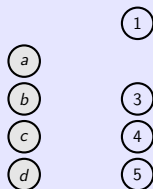
## Zloženým zobrazením (kompozíciou, zložením, zloženou funkciou)

zobrazení (funkcií)  $f: A \rightarrow B$  a  $g: C \rightarrow D$ , pričom  $H(f) \subset C$ , sa nazýva

zobrazenie (funkcia)  $F = g \circ f: A \rightarrow D$ , ktoré každému  $x \in A$

priradí hodnotu  $z = g(y) \in D$ , kde  $y = f(x)$ , t. j. hodnotu  $z = g(f(x))$ .

- $f$  sa nazýva **vnútorná zložka**  $g(f)$ .
- $g$  sa nazýva **vonkajšia zložka**  $g(f)$ .
- Zapisujeme  $F = g \circ f = f \circ g$ , resp.  $F(x) = g[f(x)] = [f \circ g](x)$ ,  $x \in D(f)$ .
- $A = \{a, b, c, d\}$ ,  $B = \{1, 3, 4, 5\}$ .





# Binárne relácie a zobrazenia

## Zloženým zobrazením (kompozíciou, zložením, zloženou funkciou)

zobrazení (funkcií)  $f: A \rightarrow B$  a  $g: C \rightarrow D$ , pričom  $H(f) \subset C$ , sa nazýva

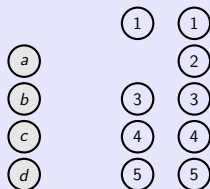
zobrazenie (funkcia)  $F = g \circ f: A \rightarrow D$ , ktoré každému  $x \in A$

priradí hodnotu  $z = g(y) \in D$ , kde  $y = f(x)$ , t. j. hodnotu  $z = g(f(x))$ .

- $f$  sa nazýva **vnútorná zložka**  $g(f)$ .
- $g$  sa nazýva **vonkajšia zložka**  $g(f)$ .
- Zapisujeme  $F = g \circ f = f \circ g$ , resp.  $F(x) = g[f(x)] = [f \circ g](x)$ ,  $x \in D(f)$ .

- $A = \{a, b, c, d\}$ ,  $B = \{1, 3, 4, 5\}$ .

- $C = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,



# Binárne relácie a zobrazenia

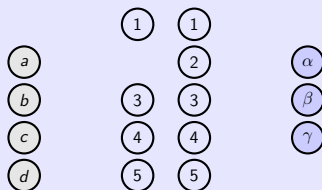
## Zloženým zobrazením (kompozíciou, zložením, zloženou funkciou)

zobrazení (funkcií)  $f: A \rightarrow B$  a  $g: C \rightarrow D$ , pričom  $H(f) \subset C$ , sa nazýva

zobrazenie (funkcia)  $F = g \circ f: A \rightarrow D$ , ktoré každému  $x \in A$

priradí hodnotu  $z = g(y) \in D$ , kde  $y = f(x)$ , t. j. hodnotu  $z = g(f(x))$ .

- $f$  sa nazýva **vnútorná zložka**  $g(f)$ .
- $g$  sa nazýva **vonkajšia zložka**  $g(f)$ .
- Zapisujeme  $F = g \circ f = f \circ g$ , resp.  $F(x) = g[f(x)] = [f \circ g](x)$ ,  $x \in D(f)$ .
- $A = \{a, b, c, d\}$ ,  $B = \{1, 3, 4, 5\}$ .
- $C = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $D = \{\alpha, \beta, \gamma\}$ .



# Binárne relácie a zobrazenia

## Zloženým zobrazením (kompozíciou, zložením, zloženou funkciou)

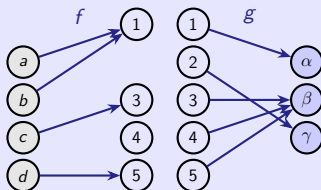
zobrazení (funkcií)  $f: A \rightarrow B$  a  $g: C \rightarrow D$ , pričom  $H(f) \subset C$ , sa nazýva

zobrazenie (funkcia)  $F = g \circ f: A \rightarrow D$ , ktoré každému  $x \in A$

priradí hodnotu  $z = g(y) \in D$ , kde  $y = f(x)$ , t. j. hodnotu  $z = g(f(x))$ .

- $f$  sa nazýva **vnútorná zložka**  $g(f)$ .
- $g$  sa nazýva **vonkajšia zložka**  $g(f)$ .
- Zapisujeme  $F = g \circ f = f \circ g$ , resp.  $F(x) = g[f(x)] = [f \circ g](x)$ ,  $x \in D(f)$ .

- $A = \{a, b, c, d\}$ ,  $B = \{1, 3, 4, 5\}$ .
- $f = \{[a; 1], [b; 1], [c; 3], [d; 5]\}: A \rightarrow B$ .
- $C = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $D = \{\alpha, \beta, \gamma\}$ .
- $g = \{[1; \alpha], [2; \gamma], [3; \beta], [4; \beta], [5; \beta]\}: C \rightarrow D$ .



# Binárne relácie a zobrazenia

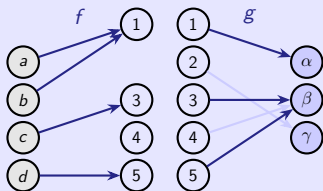
## Zloženým zobrazením (kompozíciou, zložením, zloženou funkciou)

zobrazení (funkcií)  $f: A \rightarrow B$  a  $g: C \rightarrow D$ , pričom  $H(f) \subset C$ , sa nazýva

zobrazenie (funkcia)  $F = g \circ f: A \rightarrow D$ , ktoré každému  $x \in A$

priradí hodnotu  $z = g(y) \in D$ , kde  $y = f(x)$ , t. j. hodnotu  $z = g(f(x))$ .

- $f$  sa nazýva **vnútorná zložka**  $g(f)$ .
- $g$  sa nazýva **vonkajšia zložka**  $g(f)$ .
- Zapisujeme  $F = g \circ f = f \circ g$ , resp.  $F(x) = g[f(x)] = [f \circ g](x)$ ,  $x \in D(f)$ .
- $A = \{a, b, c, d\}$ ,  $B = \{1, 3, 4, 5\}$ .
- $f = \{[a; 1], [b; 1], [c; 3], [d; 5]\}: A \rightarrow B$ .
- $C = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $D = \{\alpha, \beta, \gamma\}$ .
- $g = \{[1; \alpha], [2; \gamma], [3; \beta], [4; \beta], [5; \beta]\}: C \rightarrow D$ .



# Binárne relácie a zobrazenia

## Zloženým zobrazením (kompozíciou, zložením, zloženou funkciou)

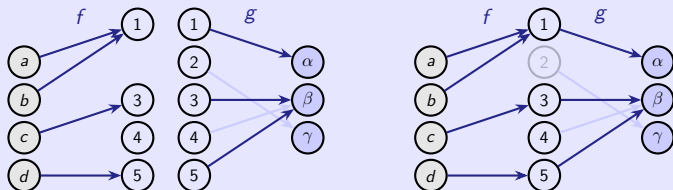
zobrazení (funkcií)  $f: A \rightarrow B$  a  $g: C \rightarrow D$ , pričom  $H(f) \subset C$ , sa nazýva

zobrazenie (funkcia)  $F = g \circ f: A \rightarrow D$ , ktoré každému  $x \in A$

priradí hodnotu  $z = g(y) \in D$ , kde  $y = f(x)$ , t. j. hodnotu  $z = g(f(x))$ .

- $f$  sa nazýva **vnútorná zložka**  $g(f)$ .
- $g$  sa nazýva **vonkajšia zložka**  $g(f)$ .
- Zapisujeme  $F = g \circ f = f \circ g$ , resp.  $F(x) = g[f(x)] = [f \circ g](x)$ ,  $x \in D(f)$ .

- $A = \{a, b, c, d\}$ ,  $B = \{1, 3, 4, 5\}$ .
- $C = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $D = \{\alpha, \beta, \gamma\}$ .
- $f = \{[a; 1], [b; 1], [c; 3], [d; 5]\}: A \rightarrow B$ .
- $g = \{[1; \alpha], [2; \gamma], [3; \beta], [4; \beta], [5; \beta]\}: C \rightarrow D$ .



# Binárne relácie a zobrazenia

## Zloženým zobrazením (kompozíciou, zložením, zloženou funkciou)

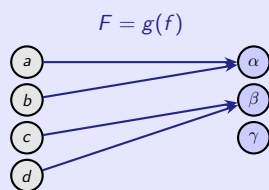
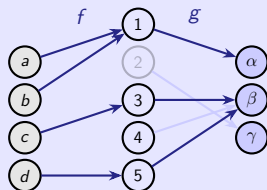
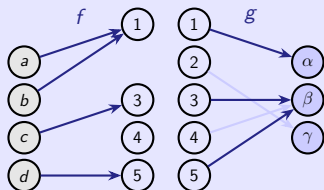
zobrazení (funkcií)  $f: A \rightarrow B$  a  $g: C \rightarrow D$ , pričom  $H(f) \subset C$ , sa nazýva

zobrazenie (funkcia)  $F = g \circ f: A \rightarrow D$ , ktoré každému  $x \in A$

priradí hodnotu  $z = g(y) \in D$ , kde  $y = f(x)$ , t. j. hodnotu  $z = g(f(x))$ .

- $f$  sa nazýva **vnútorná zložka**  $g \circ f$ .
- $g$  sa nazýva **vonkajšia zložka**  $g \circ f$ .
- Zapisujeme  $F = g \circ f = f \circ g$ , resp.  $F(x) = g[f(x)] = [f \circ g](x)$ ,  $x \in D(f)$ .

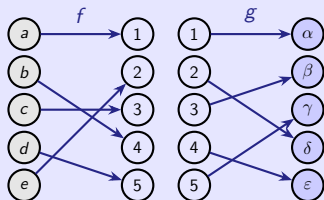
- $A = \{a, b, c, d\}$ ,  $B = \{1, 3, 4, 5\}$ .
- $C = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $D = \{\alpha, \beta, \gamma\}$ .
- $f = \{[a; 1], [b; 1], [c; 3], [d; 5]\}: A \rightarrow B$ .
- $g = \{[1; \alpha], [2; \gamma], [3; \beta], [4; \beta], [5; \beta]\}: C \rightarrow D$ .



- $F = g \circ f = \{[a; \alpha], [b; \alpha], [c; \beta], [d; \beta]\}: A \rightarrow D$ .

# Binárne relácie a zobrazenia

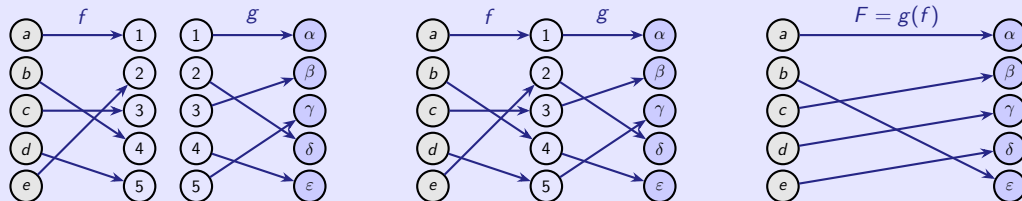
Funkcie (zobrazenia)  $f: A \rightarrow B$ ,  $g: B \rightarrow C$  sú bijekcie.



# Binárne relácie a zobrazenia

Funkcie (zobrazenia)  $f: A \rightarrow B$ ,  $g: B \rightarrow C$  sú bijekcie.

$\Rightarrow$  • Funkcia (zobrazenie)  $F = g[f]: A \rightarrow C$  je bijekcia.





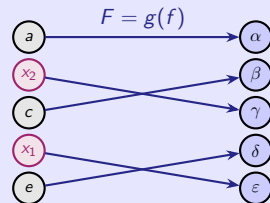
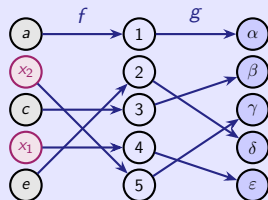
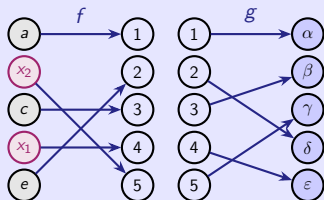
# Binárne relácie a zobrazenia

Funkcie (zobrazenia)  $f: A \rightarrow B$ ,  $g: B \rightarrow C$  sú bijekcie.

$\Rightarrow$  • Funkcia (zobrazenie)  $F = g[f]: A \rightarrow C$  je bijekcia.

Dôkaz.

•  $f$ ,  $g$  sú injekcie,  $x_1, x_2 \in A$ ,  $x_1 \neq x_2$ .



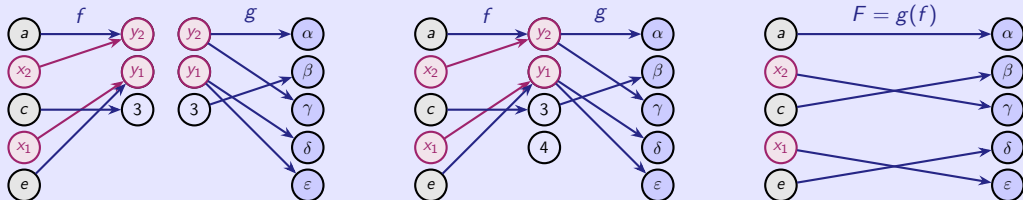
# Binárne relácie a zobrazenia

Funkcie (zobrazenia)  $f: A \rightarrow B$ ,  $g: B \rightarrow C$  sú bijekcie.

$\Rightarrow$  • Funkcia (zobrazenie)  $F = g[f]: A \rightarrow C$  je bijekcia.

Dôkaz.

•  $f, g$  sú injekcie,  $x_1, x_2 \in A$ ,  $x_1 \neq x_2$ .  $\Rightarrow y_1 = f(x_1) \neq y_2 = f(x_2)$ .



# Binárne relácie a zobrazenia

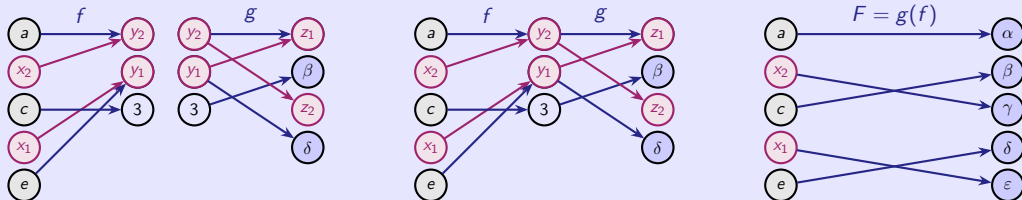
Funkcie (zobrazenia)  $f: A \rightarrow B$ ,  $g: B \rightarrow C$  sú bijekcie.

$\Rightarrow$  • Funkcia (zobrazenie)  $F = g[f]: A \rightarrow C$  je bijekcia.

Dôkaz.

•  $f, g$  sú injekcie,  $x_1, x_2 \in A$ ,  $x_1 \neq x_2$ .  $\Rightarrow y_1 = f(x_1) \neq y_2 = f(x_2)$ .

$\Rightarrow z_1 = g(y_1) \neq z_2 = g(y_2)$ .



# Binárne relácie a zobrazenia

Funkcie (zobrazenia)  $f: A \rightarrow B$ ,  $g: B \rightarrow C$  sú bijekcie.

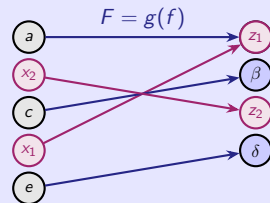
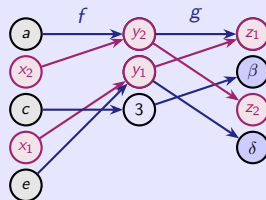
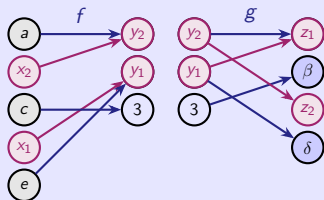
$\Rightarrow$  • Funkcia (zobrazenie)  $F = g[f]: A \rightarrow C$  je bijekcia.

Dôkaz.

•  $f$ ,  $g$  sú injekcie,  $x_1, x_2 \in A$ ,  $x_1 \neq x_2$ .  $\Rightarrow y_1 = f(x_1) \neq y_2 = f(x_2)$ .

$\Rightarrow z_1 = g(y_1) \neq z_2 = g(y_2)$ .

$\Rightarrow g(y_1) = g[f(x_1)] = F(x_1) \neq g(y_2) = g[f(x_2)] = F(x_2)$ ,



# Binárne relácie a zobrazenia

Funkcie (zobrazenia)  $f: A \rightarrow B$ ,  $g: B \rightarrow C$  sú bijekcie.

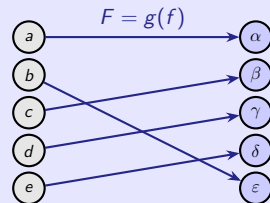
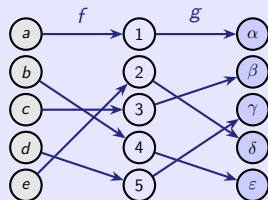
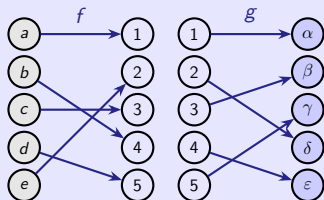
$\Rightarrow$  • Funkcia (zobrazenie)  $F = g[f]: A \rightarrow C$  je bijekcia.

Dôkaz.

•  $f$ ,  $g$  sú injekcie,  $x_1, x_2 \in A$ ,  $x_1 \neq x_2$ .  $\Rightarrow y_1 = f(x_1) \neq y_2 = f(x_2)$ .

$\Rightarrow z_1 = g(y_1) \neq z_2 = g(y_2)$ .

$\Rightarrow g(y_1) = g[f(x_1)] = F(x_1) \neq g(y_2) = g[f(x_2)] = F(x_2)$ , t. j.  $F$  je injekcia.



# Binárne relácie a zobrazenia

Funkcie (zobrazenia)  $f: A \rightarrow B$ ,  $g: B \rightarrow C$  sú bijekcie.

$\Rightarrow$  • Funkcia (zobrazenie)  $F = g[f]: A \rightarrow C$  je bijekcia.

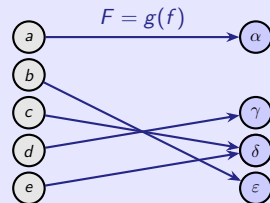
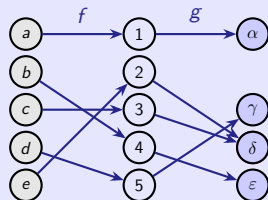
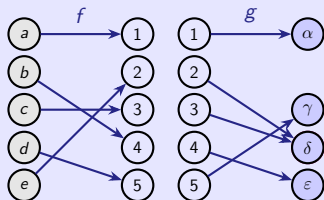
Dôkaz.

•  $f$ ,  $g$  sú injekcie,  $x_1, x_2 \in A$ ,  $x_1 \neq x_2$ .  $\Rightarrow y_1 = f(x_1) \neq y_2 = f(x_2)$ .

$\Rightarrow z_1 = g(y_1) \neq z_2 = g(y_2)$ .

$\Rightarrow g(y_1) = g[f(x_1)] = F(x_1) \neq g(y_2) = g[f(x_2)] = F(x_2)$ , t. j.  $F$  je injekcia.

•  $g$ ,  $f$  sú surjekcie,  $z \in C$ .



# Binárne relácie a zobrazenia

Funkcie (zobrazenia)  $f: A \rightarrow B$ ,  $g: B \rightarrow C$  sú bijekcie.

$\Rightarrow$  • Funkcia (zobrazenie)  $F = g[f]: A \rightarrow C$  je bijekcia.

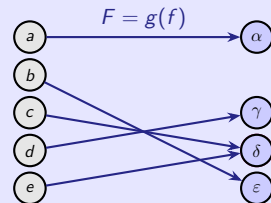
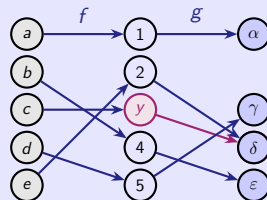
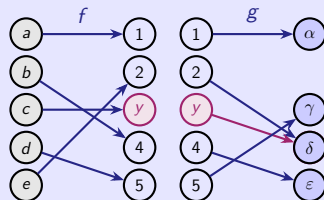
Dôkaz.

•  $f$ ,  $g$  sú injekcie,  $x_1, x_2 \in A$ ,  $x_1 \neq x_2$ .  $\Rightarrow y_1 = f(x_1) \neq y_2 = f(x_2)$ .

$\Rightarrow z_1 = g(y_1) \neq z_2 = g(y_2)$ .

$\Rightarrow g(y_1) = g[f(x_1)] = F(x_1) \neq g(y_2) = g[f(x_2)] = F(x_2)$ , t. j.  $F$  je injekcia.

•  $g$ ,  $f$  sú surjekcie,  $z \in C$ .  $\Rightarrow$  Existuje  $y \in B$ :  $z = g(y)$ .



# Binárne relácie a zobrazenia

Funkcie (zobrazenia)  $f: A \rightarrow B$ ,  $g: B \rightarrow C$  sú bijekcie.

$\Rightarrow$  • Funkcia (zobrazenie)  $F = g[f]: A \rightarrow C$  je bijekcia.

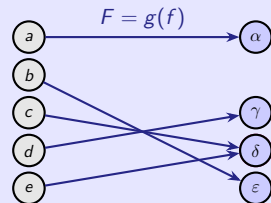
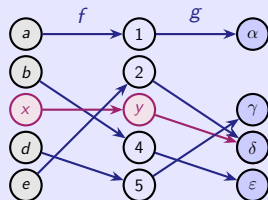
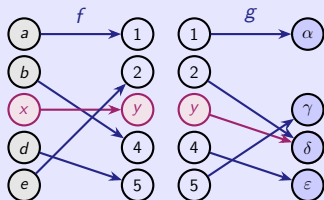
Dôkaz.

•  $f$ ,  $g$  sú injekcie,  $x_1, x_2 \in A$ ,  $x_1 \neq x_2$ .  $\Rightarrow y_1 = f(x_1) \neq y_2 = f(x_2)$ .

$\Rightarrow z_1 = g(y_1) \neq z_2 = g(y_2)$ .

$\Rightarrow g(y_1) = g[f(x_1)] = F(x_1) \neq g(y_2) = g[f(x_2)] = F(x_2)$ , t. j.  $F$  je injekcia.

•  $g$ ,  $f$  sú surjekcie,  $z \in C$ .  $\Rightarrow$  Existuje  $y \in B$ :  $z = g(y)$ .  $\Rightarrow$  Existuje  $x \in A$ :  $y = f(x)$ .





# Binárne relácie a zobrazenia

Funkcie (zobrazenia)  $f: A \rightarrow B$ ,  $g: B \rightarrow C$  sú bijekcie.

$\Rightarrow$  • Funkcia (zobrazenie)  $F = g[f]: A \rightarrow C$  je bijekcia.

Dôkaz.

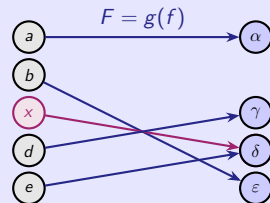
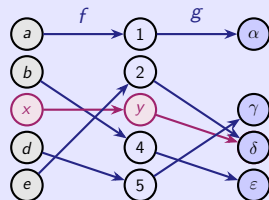
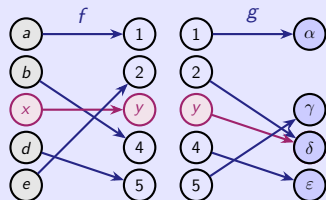
•  $f$ ,  $g$  sú injekcie,  $x_1, x_2 \in A$ ,  $x_1 \neq x_2$ .  $\Rightarrow y_1 = f(x_1) \neq y_2 = f(x_2)$ .

$\Rightarrow z_1 = g(y_1) \neq z_2 = g(y_2)$ .

$\Rightarrow g(y_1) = g[f(x_1)] = F(x_1) \neq g(y_2) = g[f(x_2)] = F(x_2)$ , t. j.  $F$  je injekcia.

•  $g$ ,  $f$  sú surjekcie,  $z \in C$ .  $\Rightarrow$  Existuje  $y \in B$ :  $z = g(y)$ .  $\Rightarrow$  Existuje  $x \in A$ :  $y = f(x)$ .

$\Rightarrow$  Existuje  $x \in A$ :  $z = g(y) = g[f(x)] = F(x)$ ,



# Binárne relácie a zobrazenia

Funkcie (zobrazenia)  $f: A \rightarrow B$ ,  $g: B \rightarrow C$  sú bijekcie.

$\Rightarrow$  • Funkcia (zobrazenie)  $F = g[f]: A \rightarrow C$  je bijekcia.

Dôkaz.

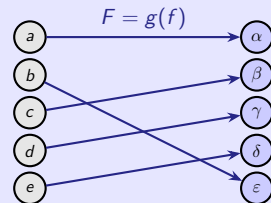
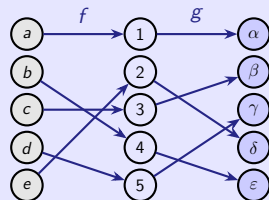
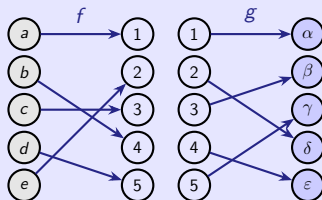
•  $f$ ,  $g$  sú injekcie,  $x_1, x_2 \in A$ ,  $x_1 \neq x_2$ .  $\Rightarrow y_1 = f(x_1) \neq y_2 = f(x_2)$ .

$\Rightarrow z_1 = g(y_1) \neq z_2 = g(y_2)$ .

$\Rightarrow g(y_1) = g[f(x_1)] = F(x_1) \neq g(y_2) = g[f(x_2)] = F(x_2)$ , t. j.  $F$  je injekcia.

•  $g$ ,  $f$  sú surjekcie,  $z \in C$ .  $\Rightarrow$  Existuje  $y \in B$ :  $z = g(y)$ .  $\Rightarrow$  Existuje  $x \in A$ :  $y = f(x)$ .

$\Rightarrow$  Existuje  $x \in A$ :  $z = g(y) = g[f(x)] = F(x)$ , t. j.  $F$  je surjekcia.



# Binárne relácie a zobrazenia

Identitou (identickou funkciou, identickým zobrazením) nazývame

# Binárne relácie a zobrazenia

Identitou (identickou funkciou, identickým zobrazením) nazývame

takú funkciu (zobrazenie)  $f$ , v ktorej sa každý obraz zhoduje so svojím vzorom,

# Binárne relácie a zobrazenia

Identitou (identickou funkciou, identickým zobrazením) nazývame

takú funkciu (zobrazenie)  $f$ , v ktorej sa každý obraz zhoduje so svojím vzorom,

t. j. platí  $x = f(x)$ ,  $x \in D(f)$ ,  $D(f) = H(f)$ ,  $f = \{[x; x], x \in D(f)\}$ .

# Binárne relácie a zobrazenia

**Identitou (identickou funkciou, identickým zobrazením)** nazývame

takú funkciu (zobrazenie)  $f$ , v ktorej sa každý obraz zhoduje so svojím vzorom,

$$\text{t. j. platí } x = f(x), x \in D(f), D(f) = H(f), f = \{[x; x], x \in D(f)\}.$$

**Inverznou funkciou (zobrazením)**  $f: A \rightarrow B$ , označenie  $f^{-1}$ , nazývame

# Binárne relácie a zobrazenia

**Identitou (identickou funkciou, identickým zobrazením)** nazývame

takú funkciu (zobrazenie)  $f$ , v ktorej sa každý obraz zhoduje so svojím vzorom,

$$\text{t. j. platí } x = f(x), x \in D(f), D(f) = H(f), f = \{[x; x], x \in D(f)\}.$$

**Inverznou funkciou (zobrazením)**  $f: A \rightarrow B$ , označenie  $f^{-1}$ , nazývame

funkciu (zobrazenie)  $x = f^{-1}(y): B \rightarrow A$

# Binárne relácie a zobrazenia

**Identitou (identickou funkciou, identickým zobrazením)** nazývame

takú funkciu (zobrazenie)  $f$ , v ktorej sa každý obraz zhoduje so svojím vzorom,

$$\text{t. j. platí } x = f(x), x \in D(f), D(f) = H(f), f = \{[x; x], x \in D(f)\}.$$

**Inverznou funkciou (zobrazením)**  $f: A \rightarrow B$ , označenie  $f^{-1}$ , nazývame

funkciu (zobrazenie)  $x = f^{-1}(y): B \rightarrow A$  takú, že platí  $[x; y] \in f \Leftrightarrow [y; x] \in f^{-1}$ ,



# Binárne relácie a zobrazenia

**Identitou (identickou funkciou, identickým zobrazením)** nazývame

takú funkciu (zobrazenie)  $f$ , v ktorej sa každý obraz zhoduje so svojím vzorom,

$$\text{t. j. platí } x = f(x), x \in D(f), D(f) = H(f), f = \{[x; x], x \in D(f)\}.$$

**Inverznou funkciou (zobrazením)**  $f: A \rightarrow B$ , označenie  $f^{-1}$ , nazývame

funkciu (zobrazenie)  $x = f^{-1}(y): B \rightarrow A$  takú, že platí  $[x; y] \in f \Leftrightarrow [y; x] \in f^{-1}$ ,

$$\text{t. j. platí } y = f(x) \Leftrightarrow f^{-1}(y) = x.$$

# Binárne relácie a zobrazenia

**Identitou (identickou funkciou, identickým zobrazením)** nazývame

takú funkciu (zobrazenie)  $f$ , v ktorej sa každý obraz zhoduje so svojím vzorom,

$$\text{t. j. platí } x = f(x), x \in D(f), D(f) = H(f), f = \{[x; x], x \in D(f)\}.$$

**Inverznou funkciou (zobrazením)**  $k$   $f: A \rightarrow B$ , označenie  $f^{-1}$ , nazývame

funkciu (zobrazenie)  $x = f^{-1}(y): B \rightarrow A$  takú, že platí  $[x; y] \in f \Leftrightarrow [y; x] \in f^{-1}$ ,

$$\text{t. j. platí } y = f(x) \Leftrightarrow f^{-1}(y) = x.$$

[Aby existovala inverzná funkcia  $f^{-1}$ , musí byť  $f: A \rightarrow B$  bijekcia.]

# Binárne relácie a zobrazenia

**Identitou (identickou funkciou, identickým zobrazením)** nazývame

takú funkciu (zobrazenie)  $f$ , v ktorej sa každý obraz zhoduje so svojím vzorom,

$$\text{t. j. platí } x = f(x), x \in D(f), D(f) = H(f), f = \{[x; x], x \in D(f)\}.$$

**Inverznou funkciou (zobrazením)**  $f: A \rightarrow B$ , označenie  $f^{-1}$ , nazývame

funkciu (zobrazenie)  $x = f^{-1}(y): B \rightarrow A$  takú, že platí  $[x; y] \in f \Leftrightarrow [y; x] \in f^{-1}$ ,

$$\text{t. j. platí } y = f(x) \Leftrightarrow f^{-1}(y) = x.$$

[Aby existovala inverzná funkcia  $f^{-1}$ , musí byť  $f: A \rightarrow B$  bijekcia.]

Funkcia (zobrazenie)  $f: A \rightarrow B$  je bijekcia.

# Binárne relácie a zobrazenia

**Identitou (identickou funkciou, identickým zobrazením)** nazývame

takú funkciu (zobrazenie)  $f$ , v ktorej sa každý obraz zhoduje so svojím vzorom,

$$\text{t. j. platí } x = f(x), x \in D(f), D(f) = H(f), f = \{[x; x], x \in D(f)\}.$$

**Inverznou funkciou (zobrazením)**  $f: A \rightarrow B$ , označenie  $f^{-1}$ , nazývame

funkciu (zobrazenie)  $x = f^{-1}(y): B \rightarrow A$  takú, že platí  $[x; y] \in f \Leftrightarrow [y; x] \in f^{-1}$ ,

$$\text{t. j. platí } y = f(x) \Leftrightarrow f^{-1}(y) = x.$$

[Aby existovala inverzná funkcia  $f^{-1}$ , musí byť  $f: A \rightarrow B$  bijekcia.]

Funkcia (zobrazenie)  $f: A \rightarrow B$  je **bijekcia**. Potom platí:

- Inverzná funkcia (zobrazenie)  $f^{-1}: B \rightarrow A$  je bijekcia.

# Binárne relácie a zobrazenia

**Identitou (identickou funkciou, identickým zobrazením)** nazývame

takú funkciu (zobrazenie)  $f$ , v ktorej sa každý obraz zhoduje so svojím vzorom,

$$\text{t. j. platí } x = f(x), x \in D(f), D(f) = H(f), f = \{[x; x], x \in D(f)\}.$$

**Inverznou funkciou (zobrazením)**  $f: A \rightarrow B$ , označenie  $f^{-1}$ , nazývame

funkciu (zobrazenie)  $x = f^{-1}(y): B \rightarrow A$  takú, že platí  $[x; y] \in f \Leftrightarrow [y; x] \in f^{-1}$ ,

$$\text{t. j. platí } y = f(x) \Leftrightarrow f^{-1}(y) = x.$$

[Aby existovala inverzná funkcia  $f^{-1}$ , musí byť  $f: A \rightarrow B$  bijekcia.]

Funkcia (zobrazenie)  $f: A \rightarrow B$  je **bijekcia**. Potom platí:

- Inverzná funkcia (zobrazenie)  $f^{-1}: B \rightarrow A$  je bijekcia.
- $(f^{-1})^{-1} = f$ .

[Inverzná funkcia k inverznej funkcii je pôvodná funkcia.]

# Binárne relácie a zobrazenia

**Identitou (identickou funkciou, identickým zobrazením)** nazývame

takú funkciu (zobrazenie)  $f$ , v ktorej sa každý obraz zhoduje so svojím vzorom,

$$\text{t. j. platí } x = f(x), x \in D(f), D(f) = H(f), f = \{[x; x], x \in D(f)\}.$$

**Inverznou funkciou (zobrazením)**  $f: A \rightarrow B$ , označenie  $f^{-1}$ , nazývame

funkciu (zobrazenie)  $x = f^{-1}(y): B \rightarrow A$  takú, že platí  $[x; y] \in f \Leftrightarrow [y; x] \in f^{-1}$ ,

$$\text{t. j. platí } y = f(x) \Leftrightarrow f^{-1}(y) = x.$$

[Aby existovala inverzná funkcia  $f^{-1}$ , musí byť  $f: A \rightarrow B$  bijekcia.]

Funkcia (zobrazenie)  $f: A \rightarrow B$  je **bijekcia**. Potom platí:

- Inverzná funkcia (zobrazenie)  $f^{-1}: B \rightarrow A$  je bijekcia.

- $(f^{-1})^{-1} = f$ .

[Inverzná funkcia k inverznej funkcii je pôvodná funkcia.]

- Pre všetky  $x \in A$  platí  $f^{-1}[f(x)] = x$ .

# Binárne relácie a zobrazenia

**Identitou (identickou funkciou, identickým zobrazením)** nazývame

takú funkciu (zobrazenie)  $f$ , v ktorej sa každý obraz zhoduje so svojím vzorom,

$$\text{t. j. platí } x = f(x), x \in D(f), D(f) = H(f), f = \{[x; x], x \in D(f)\}.$$

**Inverznou funkciou (zobrazením)**  $k$   $f: A \rightarrow B$ , označenie  $f^{-1}$ , nazývame

funkciu (zobrazenie)  $x = f^{-1}(y): B \rightarrow A$  takú, že platí  $[x; y] \in f \Leftrightarrow [y; x] \in f^{-1}$ ,

$$\text{t. j. platí } y = f(x) \Leftrightarrow f^{-1}(y) = x.$$

[Aby existovala inverzná funkcia  $f^{-1}$ , musí byť  $f: A \rightarrow B$  bijekcia.]

Funkcia (zobrazenie)  $f: A \rightarrow B$  je **bijekcia**. Potom platí:

- Inverzná funkcia (zobrazenie)  $f^{-1}: B \rightarrow A$  je bijekcia.

- $(f^{-1})^{-1} = f$ .

[Inverzná funkcia k inverznej funkcii je pôvodná funkcia.]

- Pre všetky  $x \in A$  platí  $f^{-1}[f(x)] = x$ .

- Pre všetky  $y \in B$  platí  $f[f^{-1}(y)] = y$ .

# Binárne relácie a zobrazenia

Množiny  $A, B$  sú **ekvivalentné** (majú **rovnakú mohutnosť**), označenie  $A \sim B$ ,



# Binárne relácie a zobrazenia

Množiny  $A, B$  sú **ekvivalentné** (majú **rovnakú mohutnosť**), označenie  $A \sim B$ ,

ak existuje bijekcia  $f: A \rightarrow B$ .

# Binárne relácie a zobrazenia

Množiny  $A, B$  sú **ekvivalentné** (majú **rovnakú mohutnosť**), označenie  $A \sim B$ ,

ak existuje bijekcia  $f: A \rightarrow B$ .

- Ekvivalentné množiny majú rovnaký počet prvkov.

# Binárne relácie a zobrazenia

Množiny  $A, B$  sú **ekvivalentné** (majú **rovnakú mohutnosť**), označenie  $A \sim B$ ,

ak existuje bijekcia  $f: A \rightarrow B$ .

- Ekvivalentné množiny majú rovnaký počet prvkov.

Množina  $A$

# Binárne relácie a zobrazenia

Množiny  $A, B$  sú **ekvivalentné** (majú **rovnakú mohutnosť**), označenie  $A \sim B$ ,

ak existuje bijekcia  $f: A \rightarrow B$ .

- Ekvivalentné množiny majú rovnaký počet prvkov.

Množina  $A$  je { konečná

# Binárne relácie a zobrazenia

Množiny  $A, B$  sú **ekvivalentné** (majú **rovnakú mohutnosť**), označenie  $A \sim B$ ,

ak existuje bijekcia  $f: A \rightarrow B$ .

- Ekvivalentné množiny majú rovnaký počet prvkov.

Množina  $A$  je  $\left\{ \begin{array}{l} \text{konečná ak, je} \\ \text{prázdna, t. j. } A = \emptyset \end{array} \right.$

- Prázdna množina má 0 prvkov (nemá prvky).

# Binárne relácie a zobrazenia

Množiny  $A, B$  sú **ekvivalentné** (majú **rovnakú mohutnosť**), označenie  $A \sim B$ ,

ak existuje bijekcia  $f: A \rightarrow B$ .

- Ekvivalentné množiny majú rovnaký počet prvkov.

Množina  $A$  je  $\left\{ \begin{array}{l} \text{konečná ak, je} \\ \text{prázdna, t. j. } A = \emptyset \\ \text{alebo konečne spočítateľná,} \\ \text{t. j. } A \sim \{1, 2, \dots, n\}, n \in \mathbb{N}. \end{array} \right.$

- Prázdna množina má 0 prvkov (nemá prvky).
- Konečne spočítateľná množina má  $n \in \mathbb{N}$  prvkov (konečne veľa prvkov).

# Binárne relácie a zobrazenia

Množiny  $A, B$  sú **ekvivalentné** (majú **rovnakú mohutnosť**), označenie  $A \sim B$ ,

ak existuje bijekcia  $f: A \rightarrow B$ .

- Ekvivalentné množiny majú rovnaký počet prvkov.

Množina  $A$  je  $\left\{ \begin{array}{l} \text{konečná ak, je} \\ \text{nekonečná} \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} \text{prázdna, t. j. } A = \emptyset \\ \text{alebo konečne spočítateľná,} \\ \text{t. j. } A \sim \{1, 2, \dots, n\}, n \in \mathbb{N}. \end{array} \right.$

- Prázdna množina má 0 prvkov (nemá prvky).
- Konečne spočítateľná množina má  $n \in \mathbb{N}$  prvkov (konečne veľa prvkov).

# Binárne relácie a zobrazenia

Množiny  $A, B$  sú **ekvivalentné** (majú **rovnakú mohutnosť**), označenie  $A \sim B$ ,

ak existuje bijekcia  $f: A \rightarrow B$ .

- Ekvivalentné množiny majú rovnaký počet prvkov.

Množina  $A$  je

{	konečná ak, je	{	prázdna, t. j. $A = \emptyset$
			alebo konečne spočítateľná, t. j. $A \sim \{1, 2, \dots, n\}, n \in \mathbb{N}$ .
	nekonečná ak, je	{	nekonečne spočítateľná, t. j. $A \sim \mathbb{N}$

- Prázdna množina má 0 prvkov (nemá prvky).
- Konečne spočítateľná množina má  $n \in \mathbb{N}$  prvkov (konečne veľa prvkov).
- Nekonečne spočítateľná množina má  $\infty$  prvkov (spočítateľne nekonečne veľa prvkov).



# Binárne relácie a zobrazenia

Množiny  $A, B$  sú **ekvivalentné** (majú **rovnakú mohutnosť**), označenie  $A \sim B$ ,

ak existuje bijekcia  $f: A \rightarrow B$ .

- Ekvivalentné množiny majú rovnaký počet prvkov.

Množina  $A$  je

{	konečná ak, je	{	prázdna, t. j. $A = \emptyset$
			alebo konečne spočítateľná, t. j. $A \sim \{1, 2, \dots, n\}, n \in \mathbb{N}$ .
{	nekonečná ak, je	{	nekonečne spočítateľná, t. j. $A \sim \mathbb{N}$
			alebo nespočítateľná, t. j. nie je spočítateľná.

- Prázdna množina má 0 prvkov (nemá prvky).
- Konečne spočítateľná množina má  $n \in \mathbb{N}$  prvkov (konečne veľa prvkov).
- Nekonečne spočítateľná množina má  $\infty$  prvkov (spočítateľne nekonečne veľa prvkov).
- Nespočítateľná množina má  $\infty$  prvkov (nespočítateľne nekonečne veľa prvkov).

# Binárne relácie a zobrazenia

Množiny  $A, B$  sú **ekvivalentné** (majú **rovnakú mohutnosť**), označenie  $A \sim B$ ,

ak existuje bijekcia  $f: A \rightarrow B$ .

- Ekvivalentné množiny majú rovnaký počet prvkov.

Množina  $A$  je  $\left\{ \begin{array}{l} \text{konečná ak, je} \\ \text{nekonečná ak, je} \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} \text{prázdna, t. j. } A = \emptyset \\ \text{alebo konečne spočítateľná,} \\ \text{t. j. } A \sim \{1, 2, \dots, n\}, n \in \mathbb{N}. \\ \text{nekonečne spočítateľná, t. j. } A \sim \mathbb{N} \\ \text{alebo nespočítateľná, t. j. nie je spočítateľná.} \end{array} \right\}$  spočítateľná.

- Prázdna množina má 0 prvkov (nemá prvky).
- Konečne spočítateľná množina má  $n \in \mathbb{N}$  prvkov (konečne veľa prvkov).
- Nekonečne spočítateľná množina má  $\infty$  prvkov (spočítateľne nekonečne veľa prvkov).
- Nespočítateľná množina má  $\infty$  prvkov (nespočítateľne nekonečne veľa prvkov).

# Axiómy reálnych čísel – Binárna operácia

Binárnou operáciou na množine  $A \neq \emptyset$  nazývame

# Axiómy reálnych čísel – Binárna operácia

Binárnou operáciou na množine  $A \neq \emptyset$  nazývame

zobrazenie  $\varphi: A^2 \rightarrow A$ ,

# Axiómy reálnych čísel – Binárna operácia

Binárnou operáciou na množine  $A \neq \emptyset$  nazývame

zobrazenie  $\varphi: A^2 \rightarrow A$ , t. j. zobrazenie, ktoré priradí každej usporiadanej dvojici  $[a; b] \in A^2$  nejaký prvok  $c \in A$ .

# Axiómy reálnych čísel – Binárna operácia

**Binárnou operáciou** na množine  $A \neq \emptyset$  nazývame

zobrazenie  $\varphi: A^2 \rightarrow A$ , t. j. zobrazenie, ktoré priradí každej usporiadanej dvojici  $[a; b] \in A^2$  nejaký prvok  $c \in A$ .

- Označenie  $c = \varphi(a, b)$ , resp.  $c = a\varphi b$ .

# Axiómy reálnych čísel – Binárna operácia

**Binárnou operáciou** na množine  $A \neq \emptyset$  nazývame

zobrazenie  $\varphi: A^2 \rightarrow A$ , t. j. zobrazenie, ktoré priradí každej usporiadanej dvojici  $[a; b] \in A^2$  nejaký prvok  $c \in A$ .

- Označenie  $c = \varphi(a, b)$ , resp.  $c = a\varphi b$ .

[Napr.  $c = a + b$ ,  $c = a \cdot b$ ,  $C = A \cup B$ , ap.]

# Axiómy reálnych čísel – Binárna operácia

**Binárnou operáciou** na množine  $A \neq \emptyset$  nazývame

zobrazenie  $\varphi: A^2 \rightarrow A$ , t. j. zobrazenie, ktoré priradí každej usporiadanej dvojici  $[a; b] \in A^2$  nejaký prvok  $c \in A$ .

- Označenie  $c = \varphi(a, b)$ , resp.  $c = a\varphi b$ . [Napr.  $c = a + b$ ,  $c = a \cdot b$ ,  $C = A \cup B$ , ap.]
- Číslo je jedným zo základných pojmov, s ktorým sa neustále stretávame.



# Axiómy reálnych čísel – Binárna operácia

**Binárnou operáciou** na množine  $A \neq \emptyset$  nazývame

zobrazenie  $\varphi: A^2 \rightarrow A$ , t. j. zobrazenie, ktoré priradí každej usporiadanej dvojici  $[a; b] \in A^2$  nejaký prvok  $c \in A$ .

• Označenie  $c = \varphi(a, b)$ , resp.  $c = a\varphi b$ .

[Např.  $c = a + b$ ,  $c = a \cdot b$ ,  $C = A \cup B$ , ap.]

- Číslo je jedným zo základných pojmov, s ktorým sa neustále stretávame.
- Množina komplexných čísel  $\mathbb{C}$  je najvšeobecnejšou číselnou množinou,

# Axiómy reálnych čísel – Binárna operácia

**Binárnou operáciou** na množine  $A \neq \emptyset$  nazývame

zobrazenie  $\varphi: A^2 \rightarrow A$ , t. j. zobrazenie, ktoré priradí každej usporiadanej dvojici  $[a; b] \in A^2$  nejaký prvok  $c \in A$ .

• Označenie  $c = \varphi(a, b)$ , resp.  $c = a\varphi b$ .

[Např.  $c = a + b$ ,  $c = a \cdot b$ ,  $C = A \cup B$ , ap.]

• Číslo je jedným zo základných pojmov, s ktorým sa neustále stretávame.

• Množina komplexných čísel  $C$  je najvšeobecnejšou číselnou množinou,

obsahuje imaginárnu jednotku  $i$  s vlastnosťou  $i^2 = -1$ , t. j.  $i = \sqrt{-1}$ .

# Axiómy reálnych čísel – Binárna operácia

**Binárnou operáciou** na množine  $A \neq \emptyset$  nazývame

zobrazenie  $\varphi: A^2 \rightarrow A$ , t. j. zobrazenie, ktoré priradí každej usporiadanej dvojici  $[a; b] \in A^2$  nejaký prvok  $c \in A$ .

- Označenie  $c = \varphi(a, b)$ , resp.  $c = a\varphi b$ .

[Např.  $c = a + b$ ,  $c = a \cdot b$ ,  $C = A \cup B$ , ap.]

- Číslo je jedným zo základných pojmov, s ktorým sa neustále stretávame.

- Množina komplexných čísel  $C$  je naj všeobecnejšou číselnou množinou,

obsahuje imaginárnu jednotku  $i$  s vlastnosťou  $i^2 = -1$ , t. j.  $i = \sqrt{-1}$ .

**Množina reálnych čísel  $R$**

# Axiómy reálnych čísel – Binárna operácia

**Binárnou operáciou** na množine  $A \neq \emptyset$  nazývame

zobrazenie  $\varphi: A^2 \rightarrow A$ , t. j. zobrazenie, ktoré priradí každej usporiadanej dvojici  $[a; b] \in A^2$  nejaký prvok  $c \in A$ .

- Označenie  $c = \varphi(a, b)$ , resp.  $c = a\varphi b$ .

[Např.  $c = a + b$ ,  $c = a \cdot b$ ,  $C = A \cup B$ , ap.]

- Číslo je jedným zo základných pojmov, s ktorým sa neustále stretávame.

- Množina komplexných čísel  $C$  je najvšeobecnejšou číselnou množinou,

obsahuje imaginárnu jednotku  $i$  s vlastnosťou  $i^2 = -1$ , t. j.  $i = \sqrt{-1}$ .

## Množina reálnych čísel $R$

je najdôležitejšou číselnou množinou,

# Axiómy reálnych čísel – Binárna operácia

**Binárnou operáciou** na množine  $A \neq \emptyset$  nazývame

zobrazenie  $\varphi: A^2 \rightarrow A$ , t. j. zobrazenie, ktoré priradí každej usporiadanej dvojici  $[a; b] \in A^2$  nejaký prvok  $c \in A$ .

- Označenie  $c = \varphi(a, b)$ , resp.  $c = a\varphi b$ .

[Např.  $c = a + b$ ,  $c = a \cdot b$ ,  $C = A \cup B$ , ap.]

- Číslo je jedným zo základných pojmov, s ktorým sa neustále stretávame.

- Množina komplexných čísel  $C$  je najvšeobecnejšou číselnou množinou,

obsahuje imaginárnu jednotku  $i$  s vlastnosťou  $i^2 = -1$ , t. j.  $i = \sqrt{-1}$ .

## Množina reálnych čísel $R$

je najdôležitejšou číselnou množinou, je podmnožinou množiny  $C$ .

# Axiómy reálnych čísel – Binárna operácia

**Binárnou operáciou** na množine  $A \neq \emptyset$  nazývame

zobrazenie  $\varphi: A^2 \rightarrow A$ , t. j. zobrazenie, ktoré priradí každej usporiadanej dvojici  $[a; b] \in A^2$  nejaký prvok  $c \in A$ .

- Označenie  $c = \varphi(a, b)$ , resp.  $c = a\varphi b$ .

[Např.  $c = a + b$ ,  $c = a \cdot b$ ,  $C = A \cup B$ , ap.]

- Číslo je jedným zo základných pojmov, s ktorým sa neustále stretávame.

- Množina komplexných čísel  $C$  je najvšeobecnejšou číselnou množinou,

obsahuje imaginárnu jednotku  $i$  s vlastnosťou  $i^2 = -1$ , t. j.  $i = \sqrt{-1}$ .

## Množina reálnych čísel $R$

je najdôležitejšou číselnou množinou, je podmnožinou množiny  $C$ .

- $R$  definujeme ako celok s reláciami, operáciami a ich vlastnosťami,

# Axiómy reálnych čísel – Binárna operácia

**Binárnou operáciou** na množine  $A \neq \emptyset$  nazývame

zobrazenie  $\varphi: A^2 \rightarrow A$ , t. j. zobrazenie, ktoré priradí každej usporiadanej dvojici  $[a; b] \in A^2$  nejaký prvok  $c \in A$ .

- Označenie  $c = \varphi(a, b)$ , resp.  $c = a\varphi b$ .

[Např.  $c = a + b$ ,  $c = a \cdot b$ ,  $C = A \cup B$ , ap.]

- Číslo je jedným zo základných pojmov, s ktorým sa neustále stretávame.

- Množina komplexných čísel  $C$  je najvšeobecnejšou číselnou množinou,

obsahuje imaginárnu jednotku  $i$  s vlastnosťou  $i^2 = -1$ , t. j.  $i = \sqrt{-1}$ .

## Množina reálnych čísel $R$

je najdôležitejšou číselnou množinou, je podmnožinou množiny  $C$ .

- $R$  definujeme ako celok s reláciami, operáciami a ich vlastnosťami,

ktoré zadávame pomocou tzv. **axióm reálnych čísel**.

# Axiómy reálnych čísel – Binárna operácia

**Binárnou operáciou** na množine  $A \neq \emptyset$  nazývame

zobrazenie  $\varphi: A^2 \rightarrow A$ , t. j. zobrazenie, ktoré priradí každej usporiadanej dvojici  $[a; b] \in A^2$  nejaký prvok  $c \in A$ .

- Označenie  $c = \varphi(a, b)$ , resp.  $c = a\varphi b$ .

[Např.  $c = a + b$ ,  $c = a \cdot b$ ,  $C = A \cup B$ , ap.]

- Číslo je jedným zo základných pojmov, s ktorým sa neustále stretávame.

- Množina komplexných čísel  $C$  je najvšeobecnejšou číselnou množinou,

obsahuje imaginárnu jednotku  $i$  s vlastnosťou  $i^2 = -1$ , t. j.  $i = \sqrt{-1}$ .

## Množina reálnych čísel $R$

je najdôležitejšou číselnou množinou, je podmnožinou množiny  $C$ .

- $R$  definujeme ako celok s reláciami, operáciami a ich vlastnosťami,

ktoré zadávame pomocou tzv. **axióm reálnych čísel**.

- Pokiaľ nepovieme ináč, budeme pod pojmom **číslo** rozumieť číslo reálne.



# Axiómy reálných čísel – Rovnosť čísel

## Axiómy reálnych čísel

# Axiómy reálných čísel – Rovnosť čísel

## Axiómy reálnych čísel

vyjadrujú základné vlastnosti reálnych čísel.

# Axiómy reálných čísel – Rovnosť čísel

## Axiómy reálných čísel

vyjadrujú základné vlastnosti reálnych čísel.

- Rovnosť čísel  $a$  a  $b$  (základný vzťah medzi číslami).

# Axiómy reálnych čísel – Rovnosť čísel

## Axiómy reálnych čísel

vyjadrujú základné vlastnosti reálnych čísel.

- Rovnosť čísel  $a$  a  $b$  (základný vzťah medzi číslami).

Číslo  $a$  sa rovná číslu  $b$  (čísla  $a$ ,  $b$  sa rovnajú), označenie  $a = b$ ,

# Axiómy reálnych čísel – Rovnosť čísel

## Axiómy reálnych čísel

vyjadrujú základné vlastnosti reálnych čísel.

- Rovnosť čísel  $a$  a  $b$  (základný vzťah medzi číslami).

Číslo  $a$  sa rovná číslu  $b$  (čísla  $a$ ,  $b$  sa rovnajú), označenie  $a = b$ ,

ak výrazy  $a$ ,  $b$  vyjadrujú to isté číslo.

# Axiómy reálnych čísel – Rovnosť čísel

## Axiómy reálnych čísel

vyjadrujú základné vlastnosti reálnych čísel.

- Rovnosť čísel  $a$  a  $b$  (základný vzťah medzi číslami).

Číslo  $a$  sa rovná číslu  $b$  (čísla  $a$ ,  $b$  sa rovnajú), označenie  $a = b$ ,

ak výrazy  $a$ ,  $b$  vyjadrujú to isté číslo.

Číslo  $a$  sa nerovná číslu  $b$  (čísla  $a$ ,  $b$  sa nerovnajú), označenie  $a \neq b$ ,

# Axiómy reálnych čísel – Rovnosť čísel

## Axiómy reálnych čísel

vyjadrujú základné vlastnosti reálnych čísel.

- Rovnosť čísel  $a$  a  $b$  (základný vzťah medzi číslami).

Číslo  $a$  sa rovná číslu  $b$  (čísla  $a$ ,  $b$  sa rovnajú), označenie  $a = b$ ,

ak výrazy  $a$ ,  $b$  vyjadrujú to isté číslo.

Číslo  $a$  sa nerovná číslu  $b$  (čísla  $a$ ,  $b$  sa nerovnajú), označenie  $a \neq b$ ,

ak neplatí, že sa  $a$ ,  $b$  rovnajú.

# Axiómy reálnych čísel – Rovnosť čísel

## Axiómy reálnych čísel

vyjadrujú základné vlastnosti reálnych čísel.

- Rovnosť čísel  $a$  a  $b$  (základný vzťah medzi číslami).

Číslo  $a$  sa rovná číslu  $b$  (čísla  $a$ ,  $b$  sa rovnajú), označenie  $a = b$ ,

ak výrazy  $a$ ,  $b$  vyjadrujú to isté číslo.

Číslo  $a$  sa nerovná číslu  $b$  (čísla  $a$ ,  $b$  sa nerovnajú), označenie  $a \neq b$ ,

ak neplatí, že sa  $a$ ,  $b$  rovnajú.

Pre všetky  $a, b, c \in \mathbb{R}$  platí:



# Axiómy reálnych čísel – Rovnosť čísel

## Axiómy reálnych čísel

vyjadrujú základné vlastnosti reálnych čísel.

- Rovnosť čísel  $a$  a  $b$  (základný vzťah medzi číslami).

Číslo  $a$  sa rovná číslu  $b$  (čísla  $a$ ,  $b$  sa rovnajú), označenie  $a = b$ ,

ak výrazy  $a$ ,  $b$  vyjadrujú to isté číslo.

Číslo  $a$  sa nerovná číslu  $b$  (čísla  $a$ ,  $b$  sa nerovnajú), označenie  $a \neq b$ ,

ak neplatí, že sa  $a$ ,  $b$  rovnajú.

Pre všetky  $a, b, c \in \mathbb{R}$  platí:

- $a = a$ .

# Axiómy reálnych čísel – Rovnosť čísel

## Axiómy reálnych čísel

vyjadrujú základné vlastnosti reálnych čísel.

- Rovnosť čísel  $a$  a  $b$  (základný vzťah medzi číslami).

Číslo  $a$  sa rovná číslu  $b$  (čísla  $a$ ,  $b$  sa rovnajú), označenie  $a = b$ ,

ak výrazy  $a$ ,  $b$  vyjadrujú to isté číslo.

Číslo  $a$  sa nerovná číslu  $b$  (čísla  $a$ ,  $b$  sa nerovnajú), označenie  $a \neq b$ ,

ak neplatí, že sa  $a$ ,  $b$  rovnajú.

Pre všetky  $a, b, c \in \mathbb{R}$  platí:

- $a = a$ .
- $a = b \Leftrightarrow b = a$ .

# Axiómy reálnych čísel – Rovnosť čísel

## Axiómy reálnych čísel

vyjadrujú základné vlastnosti reálnych čísel.

- Rovnosť čísel  $a$  a  $b$  (základný vzťah medzi číslami).

Číslo  $a$  sa rovná číslu  $b$  (čísla  $a$ ,  $b$  sa rovnajú), označenie  $a = b$ ,

ak výrazy  $a$ ,  $b$  vyjadrujú to isté číslo.

Číslo  $a$  sa nerovná číslu  $b$  (čísla  $a$ ,  $b$  sa nerovnajú), označenie  $a \neq b$ ,

ak neplatí, že sa  $a$ ,  $b$  rovnajú.

Pre všetky  $a, b, c \in \mathbb{R}$  platí:

- $a = a$ .
- $a = b \Leftrightarrow b = a$ .
- $a = b, b = c \Rightarrow a = c$ .

# Axiómy reálnych čísel – Rovnosť čísel

## Axiómy reálnych čísel

vyjadrujú základné vlastnosti reálnych čísel.

- Rovnosť čísel  $a$  a  $b$  (základný vzťah medzi číslami).

Číslo  $a$  sa rovná číslu  $b$  (čísla  $a$ ,  $b$  sa rovnajú), označenie  $a = b$ ,

ak výrazy  $a$ ,  $b$  vyjadrujú to isté číslo.

Číslo  $a$  sa nerovná číslu  $b$  (čísla  $a$ ,  $b$  sa nerovnajú), označenie  $a \neq b$ ,

ak neplatí, že sa  $a$ ,  $b$  rovnajú.

Pre všetky  $a, b, c \in \mathbb{R}$  platí:

[Rovnosť je reláciou ekvivalencie na  $\mathbb{R}$ .]

- $a = a$ .

[Reflexívnosť.]

- $a = b \Leftrightarrow b = a$ .

[Symetria.]

- $a = b, b = c \Rightarrow a = c$ .

[Tranzitívnosť.]

# Axiómy reálnych čísel – Axiómy sčítania a násobenia

- Axiómy sčítania a násobenia.

# Axiómy reálnych čísel – Axiómy sčítania a násobenia

- Axiómy sčítania a násobenia.

Pre všetky  $a, b, c \in \mathbb{R}$  platí:

Pre všetky  $a, b, c \in \mathbb{R}$  platí:

# Axiómy reálnych čísel – Axiómy sčítania a násobenia

- Axiómy sčítania a násobenia.

Pre všetky  $a, b, c \in R$  platí:

- $a + b = b + a.$  [Komutatívny zákon.]

Pre všetky  $a, b, c \in R$  platí:

- $a \cdot b = b \cdot a.$  [Komutatívny zákon.]

# Axiómy reálnych čísel – Axiómy sčítania a násobenia

- Axiómy sčítania a násobenia.

Pre všetky  $a, b, c \in \mathbb{R}$  platí:

- $a + b = b + a$ . [Komutatívny zákon.]
- $(a + b) + c = a + (b + c)$ . [Asociatívny zákon.]

Pre všetky  $a, b, c \in \mathbb{R}$  platí:

- $a \cdot b = b \cdot a$ . [Komutatívny zákon.]
- $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$ . [Asociatívny zákon.]



# Axiómy reálnych čísel – Axiómy sčítania a násobenia

- Axiómy sčítania a násobenia.

Pre všetky  $a, b, c \in R$  platí:

- $a + b = b + a$ . [Komutatívny zákon.]
- $(a + b) + c = a + (b + c)$ . [Asociatívny zákon.]
- $\exists! 0 \in R \forall a \in R: a = a + 0$ .  
[Existuje jediný neutrálny prvok operácie +, t. j. prvok nula 0.]

Pre všetky  $a, b, c \in R$  platí:

- $a \cdot b = b \cdot a$ . [Komutatívny zákon.]
- $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$ . [Asociatívny zákon.]
- $\exists! 1 \in R \forall a \in R: a = a \cdot 1$ .  
[Existuje jediný neutrálny prvok operácie ·, t. j. prvok jednotka 1.]

# Axiómy reálnych čísel – Axiómy sčítania a násobenia

- Axiómy sčítania a násobenia.

Pre všetky  $a, b, c \in R$  platí:

- $a + b = b + a.$  [Komutatívny zákon.]

- $(a + b) + c = a + (b + c).$  [Asociatívny zákon.]

- $\exists! 0 \in R \forall a \in R: a = a + 0.$   
[Existuje jediný neutrálny prvok operácie +, t. j. prvok nula 0.]

- $\forall a \in R \exists! x \in R: 0 = a + x.$   
[Ku každému prvku  $a \in R$  existuje symetrizačný prvok,  
t. j. opačný prvok  $x = -a.$ ]

Pre všetky  $a, b, c \in R$  platí:

- $a \cdot b = b \cdot a.$  [Komutatívny zákon.]

- $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c).$  [Asociatívny zákon.]

- $\exists! 1 \in R \forall a \in R: a = a \cdot 1.$   
[Existuje jediný neutrálny prvok operácie ·, t. j. prvok jednotka 1.]

- $\forall a \in R, a \neq 0 \exists! x \in R: 1 = a \cdot x.$   
[Ku každému prvku  $a \in R, a \neq 0$  existuje symetrizačný prvok,  
t. j. inverzný (obrátený) prvok  $x = a^{-1} = \frac{1}{a}.$ ]

# Axiómy reálnych čísel – Axiómy sčítania a násobenia

## • Axiómy sčítania a násobenia.

Pre všetky  $a, b, c \in R$  platí:  $[(R; +)]$  je komutatívna grupa.]

•  $a + b = b + a.$  [Komutatívny zákon.]

•  $(a + b) + c = a + (b + c).$  [Asociatívny zákon.]

•  $\exists! 0 \in R \forall a \in R: a = a + 0.$   
[Existuje jediný neutrálny prvok operácie +, t. j. prvok nula 0.]

•  $\forall a \in R \exists! x \in R: 0 = a + x.$   
[Ku každému prvku  $a \in R$  existuje symetrizačný prvok,  
t. j. opačný prvok  $x = -a.$ ]

Pre všetky  $a, b, c \in R$  platí:  $[(R - \{0\}; \cdot)]$  je komutatívna grupa.]

•  $a \cdot b = b \cdot a.$  [Komutatívny zákon.]

•  $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c).$  [Asociatívny zákon.]

•  $\exists! 1 \in R \forall a \in R: a = a \cdot 1.$   
[Existuje jediný neutrálny prvok operácie  $\cdot$ , t. j. prvok jednotka 1.]

•  $\forall a \in R, a \neq 0 \exists! x \in R: 1 = a \cdot x.$   
[Ku každému prvku  $a \in R, a \neq 0$  existuje symetrizačný prvok,  
t. j. inverzný (obrátený) prvok  $x = a^{-1} = \frac{1}{a}.$ ]

# Axiómy reálnych čísel – Axiómy sčítania a násobenia

## • Axiómy sčítania a násobenia.

Pre všetky  $a, b, c \in R$  platí:  $[(R; +)]$  je komutatívna grupa.]

•  $a + b = b + a.$  [Komutatívny zákon.]

•  $(a + b) + c = a + (b + c).$  [Asociatívny zákon.]

•  $\exists! 0 \in R \forall a \in R: a = a + 0.$   
[Existuje jediný neutrálny prvok operácie +, t. j. prvok nula 0.]

•  $\forall a \in R \exists! x \in R: 0 = a + x.$   
[Ku každému prvku  $a \in R$  existuje symetrizačný prvok,  
t. j. opačný prvok  $x = -a.$ ]

• Odčítanie  $a - b = a + (-b).$

Pre všetky  $a, b, c \in R$  platí:  $[(R - \{0\}; \cdot)]$  je komutatívna grupa.]

•  $a \cdot b = b \cdot a.$  [Komutatívny zákon.]

•  $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c).$  [Asociatívny zákon.]

•  $\exists! 1 \in R \forall a \in R: a = a \cdot 1.$   
[Existuje jediný neutrálny prvok operácie  $\cdot$ , t. j. prvok jednotka 1.]

•  $\forall a \in R, a \neq 0 \exists! x \in R: 1 = a \cdot x.$   
[Ku každému prvku  $a \in R, a \neq 0$  existuje symetrizačný prvok,  
t. j. inverzný (obrátený) prvok  $x = a^{-1} = \frac{1}{a}.$ ]

• Delenie  $\frac{a}{b} = a/b = a : b = a \cdot b^{-1}.$

# Axiómy reálnych čísel – Axiómy sčítania a násobenia

## • Axiómy sčítania a násobenia.

Pre všetky  $a, b, c \in R$  platí:  $[(R; +)]$  je komutatívna grupa.

•  $a + b = b + a$ . [Komutatívny zákon.]

•  $(a + b) + c = a + (b + c)$ . [Asociatívny zákon.]

•  $\exists! 0 \in R \forall a \in R: a = a + 0$ .  
[Existuje jediný neutrálny prvok operácie  $+$ , t. j. prvok nula 0.]

•  $\forall a \in R \exists! x \in R: 0 = a + x$ .  
[Ku každému prvku  $a \in R$  existuje symetrizačný prvok,  
t. j. opačný prvok  $x = -a$ .]

• Odčítanie  $a - b = a + (-b)$ .  
[Opačná (symetrizačná) operácia k sčítaniu  $+$ .]

Pre všetky  $a, b, c \in R$  platí:  $[(R - \{0\}; \cdot)]$  je komutatívna grupa.

•  $a \cdot b = b \cdot a$ . [Komutatívny zákon.]

•  $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$ . [Asociatívny zákon.]

•  $\exists! 1 \in R \forall a \in R: a = a \cdot 1$ .  
[Existuje jediný neutrálny prvok operácie  $\cdot$ , t. j. prvok jednotka 1.]

•  $\forall a \in R, a \neq 0 \exists! x \in R: 1 = a \cdot x$ .  
[Ku každému prvku  $a \in R, a \neq 0$  existuje symetrizačný prvok,  
t. j. inverzný (obrátený) prvok  $x = a^{-1} = \frac{1}{a}$ .]

• Delenie  $\frac{a}{b} = a/b = a : b = a \cdot b^{-1}$ .  
[Inverzná (symetrizačná) operácia k násobeniu  $\cdot$ .]

# Axiómy reálnych čísel – Axiómy sčítania a násobenia

## • Axiómy sčítania a násobenia.

Pre všetky  $a, b, c \in R$  platí:  $[(R; +)]$  je komutatívna grupa.]

•  $a + b = b + a.$  [Komutatívny zákon.]

•  $(a + b) + c = a + (b + c).$  [Asociatívny zákon.]

•  $\exists! 0 \in R \forall a \in R: a = a + 0.$   
[Existuje jediný neutrálny prvok operácie +, t. j. prvok nula 0.]

•  $\forall a \in R \exists! x \in R: 0 = a + x.$   
[Ku každému prvku  $a \in R$  existuje symetrizačný prvok,  
t. j. opačný prvok  $x = -a.$ ]

• Odčítanie  $a - b = a + (-b).$   
[Opačná (symetrizačná) operácia k sčítaniu +.]

Pre všetky  $a, b, c \in R$  platí:  $[(R - \{0\}; \cdot)]$  je komutatívna grupa.]

•  $a \cdot b = b \cdot a.$  [Komutatívny zákon.]

•  $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c).$  [Asociatívny zákon.]

•  $\exists! 1 \in R \forall a \in R: a = a \cdot 1.$   
[Existuje jediný neutrálny prvok operácie ·, t. j. prvok jednotka 1.]

•  $\forall a \in R, a \neq 0 \exists! x \in R: 1 = a \cdot x.$   
[Ku každému prvku  $a \in R, a \neq 0$  existuje symetrizačný prvok,  
t. j. inverzný (obrátený) prvok  $x = a^{-1} = \frac{1}{a}.$ ]

• Delenie  $\frac{a}{b} = a/b = a : b = a \cdot b^{-1}.$   
[Inverzná (symetrizačná) operácia k násobeniu ·.]

Pre všetky  $a, b, c \in R$  platí:

# Axiómy reálnych čísel – Axiómy sčítania a násobenia

## • Axiómy sčítania a násobenia.

Pre všetky  $a, b, c \in R$  platí:  $[(R; +)]$  je komutatívna grupa.]

•  $a + b = b + a.$  [Komutatívny zákon.]

•  $(a + b) + c = a + (b + c).$  [Asociatívny zákon.]

•  $\exists! 0 \in R \forall a \in R: a = a + 0.$   
[Existuje jediný neutrálny prvok operácie +, t. j. prvok nula 0.]

•  $\forall a \in R \exists! x \in R: 0 = a + x.$   
[Ku každému prvku  $a \in R$  existuje symetrizačný prvok,  
t. j. opačný prvok  $x = -a$ .]

• Odčítanie  $a - b = a + (-b).$   
[Opačná (symetrizačná) operácia k sčítaniu +.]

Pre všetky  $a, b, c \in R$  platí:  $[(R - \{0\}; \cdot)]$  je komutatívna grupa.]

•  $a \cdot b = b \cdot a.$  [Komutatívny zákon.]

•  $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c).$  [Asociatívny zákon.]

•  $\exists! 1 \in R \forall a \in R: a = a \cdot 1.$   
[Existuje jediný neutrálny prvok operácie ·, t. j. prvok jednotka 1.]

•  $\forall a \in R, a \neq 0 \exists! x \in R: 1 = a \cdot x.$   
[Ku každému prvku  $a \in R, a \neq 0$  existuje symetrizačný prvok,  
t. j. inverzný (obrátený) prvok  $x = a^{-1} = \frac{1}{a}$ .]

• Delenie  $\frac{a}{b} = a/b = a : b = a \cdot b^{-1}.$   
[Inverzná (symetrizačná) operácia k násobeniu ·.]

Pre všetky  $a, b, c \in R$  platí:

•  $(a + b)c = (ac) + (bc) = ac + bc.$  [Distributívny zákon násobenia vzhľadom na sčítanie.]

# Axiómy reálnych čísel – Axiómy sčítania a násobenia

## • Axiómy sčítania a násobenia.

$[(R; +; \cdot)]$  je komutatívne teleso, t. j. pole.]

Pre všetky  $a, b, c \in R$  platí:  $[(R; +)]$  je komutatívna grupa.]

•  $a + b = b + a.$  [Komutatívny zákon.]

•  $(a + b) + c = a + (b + c).$  [Asociatívny zákon.]

•  $\exists! 0 \in R \forall a \in R: a = a + 0.$   
[Existuje jediný neutrálny prvok operácie  $+$ , t. j. prvok nula 0.]

•  $\forall a \in R \exists! x \in R: 0 = a + x.$   
[Ku každému prvku  $a \in R$  existuje symetrizačný prvok,  
t. j. opačný prvok  $x = -a.$ ]

• Odčítanie  $a - b = a + (-b).$   
[Opačná (symetrizačná) operácia k sčítaniu  $+$ .]

Pre všetky  $a, b, c \in R$  platí:  $[(R - \{0\}; \cdot)]$  je komutatívna grupa.]

•  $a \cdot b = b \cdot a.$  [Komutatívny zákon.]

•  $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c).$  [Asociatívny zákon.]

•  $\exists! 1 \in R \forall a \in R: a = a \cdot 1.$   
[Existuje jediný neutrálny prvok operácie  $\cdot$ , t. j. prvok jednotka 1.]

•  $\forall a \in R, a \neq 0 \exists! x \in R: 1 = a \cdot x.$   
[Ku každému prvku  $a \in R, a \neq 0$  existuje symetrizačný prvok,  
t. j. inverzný (obrátený) prvok  $x = a^{-1} = \frac{1}{a}.$ ]

• Delenie  $\frac{a}{b} = a/b = a : b = a \cdot b^{-1}.$   
[Inverzná (symetrizačná) operácia k násobeniu  $\cdot$ .]

Pre všetky  $a, b, c \in R$  platí:

•  $(a + b)c = (ac) + (bc) = ac + bc.$  [Distributívny zákon násobenia vzhľadom na sčítanie.]



# Axiómy reálnych čísel – Axiómy usporiadania

- Axiómy usporiadania.



# Axiómy reálnych čísel – Axiómy usporiadania

- Axiómy usporiadania.

---

Reálne čísla porovnávame pomocou relácií usporiadania **menší**  $<$ , resp. **väčší**  $>$ .

# Axiómy reálnych čísel – Axiómy usporiadania

- Axiómy usporiadania.

---

Reálne čísla porovnávame pomocou relácií usporiadania **menší**  $<$ , resp. **väčší**  $>$ .

---

- $a \leq b$  vyjadruje  $a = b$  alebo  $a < b$  ( $a$  je menšie alebo rovné  $b$ ).

# Axiómy reálnych čísel – Axiómy usporiadania

- Axiómy usporiadania.

Reálne čísla porovnávame pomocou relácií usporiadania **menší**  $<$ , resp. **väčší**  $>$ .

- $a \leq b$  vyjadruje  $a = b$  alebo  $a < b$  ( $a$  je menšie alebo rovné  $b$ ).
- $a \geq b$  vyjadruje  $a = b$  alebo  $a > b$  ( $a$  je väčšie alebo rovné  $b$ ).

# Axiómy reálnych čísel – Axiómy usporiadania

- Axiómy usporiadania.

Reálne čísla porovnávame pomocou relácií usporiadania **menší**  $<$ , resp. **väčší**  $>$ .  
[ $a < b$ ,  $a > b$  sú ostré nerovnosti.]

•  $a \leq b$  vyjadruje  $a = b$  alebo  $a < b$  ( $a$  je menšie alebo rovné  $b$ ).

•  $a \geq b$  vyjadruje  $a = b$  alebo  $a > b$  ( $a$  je väčšie alebo rovné  $b$ ).

[ $a \leq b$ ,  $a \geq b$  sú neostré nerovnosti.]

# Axiómy reálnych čísel – Axiómy usporiadania

- Axiómy usporiadania.

Reálne čísla porovnávame pomocou relácií usporiadania **menší**  $<$ , resp. **väčší**  $>$ .

[ $a < b$ ,  $a > b$  sú ostré nerovnosti.]

- $a \leq b$  vyjadruje  $a = b$  alebo  $a < b$  ( $a$  je menšie alebo rovné  $b$ ).

- $a \geq b$  vyjadruje  $a = b$  alebo  $a > b$  ( $a$  je väčšie alebo rovné  $b$ ).

[ $a \leq b$ ,  $a \geq b$  sú neostré nerovnosti.]

Pre všetky  $a, b, c \in \mathbb{R}$  platí:

# Axiómy reálnych čísel – Axiómy usporiadania

- Axiómy usporiadania.

Reálne čísla porovnávame pomocou relácií usporiadania **menší**  $<$ , resp. **väčší**  $>$ .  
[ $a < b$ ,  $a > b$  sú ostré nerovnosti.]

- $a \leq b$  vyjadruje  $a = b$  alebo  $a < b$  ( $a$  je menšie alebo rovné  $b$ ).
- $a \geq b$  vyjadruje  $a = b$  alebo  $a > b$  ( $a$  je väčšie alebo rovné  $b$ ).  
[ $a \leq b$ ,  $a \geq b$  sú neostré nerovnosti.]

Pre všetky  $a, b, c \in \mathbb{R}$  platí: [Relácie  $<$ ,  $>$  definujú usporiadanie na množine  $\mathbb{R}$ .]

- Platí práve jeden zo vzťahov  $a < b$ ,  $a = b$ ,  $a > b$ .

# Axiómy reálnych čísel – Axiómy usporiadania

- Axiómy usporiadania.

Reálne čísla porovnávame pomocou relácií usporiadania **menší**  $<$ , resp. **väčší**  $>$ .  
[ $a < b$ ,  $a > b$  sú ostré nerovnosti.]

- $a \leq b$  vyjadruje  $a = b$  alebo  $a < b$  ( $a$  je menšie alebo rovné  $b$ ).

- $a \geq b$  vyjadruje  $a = b$  alebo  $a > b$  ( $a$  je väčšie alebo rovné  $b$ ).  
[ $a \leq b$ ,  $a \geq b$  sú neostre nerovnosti.]

Pre všetky  $a, b, c \in \mathbb{R}$  platí: [Relácie  $<$ ,  $>$  definujú usporiadanie na množine  $\mathbb{R}$ .]

- Platí práve jeden zo vzťahov  $a < b$ ,  $a = b$ ,  $a > b$ .

- $a < b$ ,  $b < c. \Rightarrow a < c.$



# Axiómy reálnych čísel – Axiómy usporiadania

- Axiómy usporiadania.

Reálne čísla porovnávame pomocou relácií usporiadania **menší**  $<$ , resp. **väčší**  $>$ .  
[ $a < b$ ,  $a > b$  sú ostré nerovnosti.]

- $a \leq b$  vyjadruje  $a = b$  alebo  $a < b$  ( $a$  je menšie alebo rovné  $b$ ).

- $a \geq b$  vyjadruje  $a = b$  alebo  $a > b$  ( $a$  je väčšie alebo rovné  $b$ ).  
[ $a \leq b$ ,  $a \geq b$  sú neostre nerovnosti.]

Pre všetky  $a, b, c \in \mathbb{R}$  platí: [Relácie  $<$ ,  $>$  definujú usporiadanie na množine  $\mathbb{R}$ .]

- Platí práve jeden zo vzťahov  $a < b$ ,  $a = b$ ,  $a > b$ .

- $a < b$ ,  $b < c$ .  $\Rightarrow$  •  $a < c$ .

- $a \not< a$ , t. j. neplatí  $a < a$ .

# Axiómy reálnych čísel – Axiómy usporiadania

- Axiómy usporiadania.

Reálne čísla porovnávame pomocou relácií usporiadania **menší**  $<$ , resp. **väčší**  $>$ .  
[ $a < b$ ,  $a > b$  sú ostré nerovnosti.]

- $a \leq b$  vyjadruje  $a = b$  alebo  $a < b$  ( $a$  je menšie alebo rovné  $b$ ).

- $a \geq b$  vyjadruje  $a = b$  alebo  $a > b$  ( $a$  je väčšie alebo rovné  $b$ ).  
[ $a \leq b$ ,  $a \geq b$  sú neostre nerovnosti.]

Pre všetky  $a, b, c \in \mathbb{R}$  platí: [Relácie  $<$ ,  $>$  definujú usporiadanie na množine  $\mathbb{R}$ .]

- Platí práve jeden zo vzťahov  $a < b$ ,  $a = b$ ,  $a > b$ .

- $a < b$ ,  $b < c$ .  $\Rightarrow$  •  $a < c$ .

- $a \not< a$ , t. j. neplatí  $a < a$ .

- $a < b$ .  $\Rightarrow$  •  $a + c < b + c$ .

# Axiómy reálnych čísel – Axiómy usporiadania

- Axiómy usporiadania.

Reálne čísla porovnávame pomocou relácií usporiadania **menší**  $<$ , resp. **väčší**  $>$ .  
[ $a < b$ ,  $a > b$  sú ostré nerovnosti.]

- $a \leq b$  vyjadruje  $a = b$  alebo  $a < b$  ( $a$  je menšie alebo rovné  $b$ ).

- $a \geq b$  vyjadruje  $a = b$  alebo  $a > b$  ( $a$  je väčšie alebo rovné  $b$ ).  
[ $a \leq b$ ,  $a \geq b$  sú neostre nerovnosti.]

Pre všetky  $a, b, c \in \mathbb{R}$  platí: [Relácie  $<$ ,  $>$  definujú usporiadanie na množine  $\mathbb{R}$ .]

- Platí práve jeden zo vzťahov  $a < b$ ,  $a = b$ ,  $a > b$ .

- $a < b$ ,  $b < c$ .  $\Rightarrow$  •  $a < c$ .

- $a \not< a$ , t. j. neplatí  $a < a$ .

- $a < b$ .  $\Rightarrow$  •  $a + c < b + c$ .

- $a < b$ ,  $c > 0$ .  $\Rightarrow$  •  $ac < bc$ .

# Axiómy reálnych čísel – Axiómy usporiadania

- Axiómy usporiadania.

Reálne čísla porovnávame pomocou relácií usporiadania **menší**  $<$ , resp. **väčší**  $>$ .  
[ $a < b$ ,  $a > b$  sú ostré nerovnosti.]

- $a \leq b$  vyjadruje  $a = b$  alebo  $a < b$  ( $a$  je menšie alebo rovné  $b$ ).

- $a \geq b$  vyjadruje  $a = b$  alebo  $a > b$  ( $a$  je väčšie alebo rovné  $b$ ).  
[ $a \leq b$ ,  $a \geq b$  sú neostre nerovnosti.]

Pre všetky  $a, b, c \in \mathbb{R}$  platí: [Relácie  $<$ ,  $>$  definujú usporiadanie na množine  $\mathbb{R}$ .]

- Platí práve jeden zo vzťahov  $a < b$ ,  $a = b$ ,  $a > b$ .

- $a < b$ ,  $b < c$ .  $\Rightarrow$  •  $a < c$ .

- $a \not< a$ , t. j. neplatí  $a < a$ .

- $a < b$ .  $\Rightarrow$  •  $a + c < b + c$ .

- $a < b$ ,  $c > 0$ .  $\Rightarrow$  •  $ac < bc$ .

Reálne číslo  $x \in \mathbb{R}$  sa nazýva:

# Axiómy reálnych čísel – Axiómy usporiadania

- Axiómy usporiadania.

Reálne čísla porovnávame pomocou relácií usporiadania **menší**  $<$ , resp. **väčší**  $>$ .  
[ $a < b$ ,  $a > b$  sú ostré nerovnosti.]

- $a \leq b$  vyjadruje  $a = b$  alebo  $a < b$  ( $a$  je menšie alebo rovné  $b$ ).

- $a \geq b$  vyjadruje  $a = b$  alebo  $a > b$  ( $a$  je väčšie alebo rovné  $b$ ).  
[ $a \leq b$ ,  $a \geq b$  sú neostre nerovnosti.]

Pre všetky  $a, b, c \in \mathbb{R}$  platí: [Relácie  $<$ ,  $>$  definujú usporiadanie na množine  $\mathbb{R}$ .]

- Platí práve jeden zo vzťahov  $a < b$ ,  $a = b$ ,  $a > b$ .

- $a < b$ ,  $b < c$ .  $\Rightarrow$  •  $a < c$ .

- $a \not< a$ , t. j. neplatí  $a < a$ .

- $a < b$ .  $\Rightarrow$  •  $a + c < b + c$ .

- $a < b$ ,  $c > 0$ .  $\Rightarrow$  •  $ac < bc$ .

Reálne číslo  $x \in \mathbb{R}$  sa nazýva:

- **Kladné**, ak platí  $x > 0$ .

# Axiómy reálnych čísel – Axiómy usporiadania

- Axiómy usporiadania.

Reálne čísla porovnávame pomocou relácií usporiadania **menší**  $<$ , resp. **väčší**  $>$ .  
[ $a < b$ ,  $a > b$  sú ostré nerovnosti.]

- $a \leq b$  vyjadruje  $a = b$  alebo  $a < b$  ( $a$  je menšie alebo rovné  $b$ ).

- $a \geq b$  vyjadruje  $a = b$  alebo  $a > b$  ( $a$  je väčšie alebo rovné  $b$ ).  
[ $a \leq b$ ,  $a \geq b$  sú neostre nerovnosti.]

Pre všetky  $a, b, c \in \mathbb{R}$  platí: [Relácie  $<$ ,  $>$  definujú usporiadanie na množine  $\mathbb{R}$ .]

- Platí práve jeden zo vzťahov  $a < b$ ,  $a = b$ ,  $a > b$ .

- $a < b$ ,  $b < c$ .  $\Rightarrow$  •  $a < c$ .

- $a \not< a$ , t. j. neplatí  $a < a$ .

- $a < b$ .  $\Rightarrow$  •  $a + c < b + c$ .

- $a < b$ ,  $c > 0$ .  $\Rightarrow$  •  $ac < bc$ .

Reálne číslo  $x \in \mathbb{R}$  sa nazýva:

- **Kladné**, ak platí  $x > 0$ .

- **Nezáporné**, ak platí  $x \geq 0$ .

# Axiómy reálnych čísel – Axiómy usporiadania

- Axiómy usporiadania.

Reálne čísla porovnávame pomocou relácií usporiadania **menší**  $<$ , resp. **väčší**  $>$ .

[ $a < b$ ,  $a > b$  sú ostré nerovnosti.]

- $a \leq b$  vyjadruje  $a = b$  alebo  $a < b$  ( $a$  je menšie alebo rovné  $b$ ).

- $a \geq b$  vyjadruje  $a = b$  alebo  $a > b$  ( $a$  je väčšie alebo rovné  $b$ ).

[ $a \leq b$ ,  $a \geq b$  sú neostre nerovnosti.]

Pre všetky  $a, b, c \in \mathbb{R}$  platí:

[Relácie  $<$ ,  $>$  definujú usporiadanie na množine  $\mathbb{R}$ .]

- Platí práve jeden zo vzťahov  $a < b$ ,  $a = b$ ,  $a > b$ .

- $a < b$ ,  $b < c$ .  $\Rightarrow$  •  $a < c$ .

- $a \not< a$ , t. j. neplatí  $a < a$ .

- $a < b$ .  $\Rightarrow$  •  $a + c < b + c$ .

- $a < b$ ,  $c > 0$ .  $\Rightarrow$  •  $ac < bc$ .

Reálne číslo  $x \in \mathbb{R}$  sa nazýva:

- **Kladné**, ak platí  $x > 0$ .

- **Záporné**, ak platí  $x < 0$ .

- **Nezáporné**, ak platí  $x \geq 0$ .

# Axiómy reálnych čísel – Axiómy usporiadania

- Axiómy usporiadania.

Reálne čísla porovnávame pomocou relácií usporiadania **menší**  $<$ , resp. **väčší**  $>$ .  
[ $a < b$ ,  $a > b$  sú ostré nerovnosti.]

- $a \leq b$  vyjadruje  $a = b$  alebo  $a < b$  ( $a$  je menšie alebo rovné  $b$ ).

- $a \geq b$  vyjadruje  $a = b$  alebo  $a > b$  ( $a$  je väčšie alebo rovné  $b$ ).  
[ $a \leq b$ ,  $a \geq b$  sú neostre nerovnosti.]

Pre všetky  $a, b, c \in \mathbb{R}$  platí: [Relácie  $<$ ,  $>$  definujú usporiadanie na množine  $\mathbb{R}$ .]

- Platí práve jeden zo vzťahov  $a < b$ ,  $a = b$ ,  $a > b$ .

- $a < b$ ,  $b < c$ .  $\Rightarrow$  •  $a < c$ .

- $a \not< a$ , t. j. neplatí  $a < a$ .

- $a < b$ .  $\Rightarrow$  •  $a + c < b + c$ .

- $a < b$ ,  $c > 0$ .  $\Rightarrow$  •  $ac < bc$ .

Reálne číslo  $x \in \mathbb{R}$  sa nazýva:

- **Kladné**, ak platí  $x > 0$ .

- **Záporné**, ak platí  $x < 0$ .

- **Nezáporné**, ak platí  $x \geq 0$ .

- **Nekladné**, ak platí  $x \leq 0$ .



# Axiómy reálnych čísel – Axiómy usporiadania

- Axiómy usporiadania.

Reálne čísla porovnávame pomocou relácií usporiadania **menší**  $<$ , resp. **väčší**  $>$ .  
[ $a < b$ ,  $a > b$  sú ostré nerovnosti.]

- $a \leq b$  vyjadruje  $a = b$  alebo  $a < b$  ( $a$  je menšie alebo rovné  $b$ ).

- $a \geq b$  vyjadruje  $a = b$  alebo  $a > b$  ( $a$  je väčšie alebo rovné  $b$ ).  
[ $a \leq b$ ,  $a \geq b$  sú neostre nerovnosti.]

Pre všetky  $a, b, c \in \mathbb{R}$  platí: [Relácie  $<$ ,  $>$  definujú usporiadanie na množine  $\mathbb{R}$ .]

- Platí práve jeden zo vzťahov  $a < b$ ,  $a = b$ ,  $a > b$ .

- $a < b$ ,  $b < c$ .  $\Rightarrow$  •  $a < c$ .

- $a \not< a$ , t. j. neplatí  $a < a$ .

- $a < b$ .  $\Rightarrow$  •  $a + c < b + c$ .

- $a < b$ ,  $c > 0$ .  $\Rightarrow$  •  $ac < bc$ .

Reálne číslo  $x \in \mathbb{R}$  sa nazýva:

- **Kladné**, ak platí  $x > 0$ .

- **Záporné**, ak platí  $x < 0$ .

- **Nezáporné**, ak platí  $x \geq 0$ .

- **Nekladné**, ak platí  $x \leq 0$ .

- Číslo  $0$  je **nezáporné** a súčasne **nekladné**.

# Axiómy reálnych čísel – Ohraničenosť

$A \subset \mathbb{R}$  je množina reálnych čísel.

**Číslo** (reálne číslo)  $a \in \mathbb{R}$  sa nazýva:

# Axiómy reálnych čísel – Ohraničenosť

$A \subset \mathbb{R}$  je množina reálnych čísel.

**Číslo** (reálne číslo)  $a \in \mathbb{R}$  sa nazýva:

- **Horné ohraničenie** množiny  $A$ , ak pre všetky  $x \in A$  platí  $x \leq a$ .

# Axiómy reálnych čísel – Ohraničenosť

$A \subset \mathbb{R}$  je množina reálnych čísel.

**Číslo** (reálne číslo)  $a \in \mathbb{R}$  sa nazýva:

- **Horné ohraničenie** množiny  $A$ , ak pre všetky  $x \in A$  platí  $x \leq a$ .
- **Dolné ohraničenie** množiny  $A$ , ak pre všetky  $x \in A$  platí  $a \leq x$ .

# Axiómy reálnych čísel – Ohraničenosť

$A \subset \mathbb{R}$  je množina reálnych čísel.

**Číslo** (reálne číslo)  $a \in \mathbb{R}$  sa nazýva:

- **Horné ohraničenie** množiny  $A$ , ak pre všetky  $x \in A$  platí  $x \leq a$ .
- **Dolné ohraničenie** množiny  $A$ , ak pre všetky  $x \in A$  platí  $a \leq x$ .

Množina  $A \subset \mathbb{R}$  sa nazýva:

# Axiómy reálnych čísel – Ohraničenosť

$A \subset \mathbb{R}$  je množina reálnych čísel.

**Číslo** (reálne číslo)  $a \in \mathbb{R}$  sa nazýva:

- **Horné ohraničenie** množiny  $A$ , ak pre všetky  $x \in A$  platí  $x \leq a$ .
- **Dolné ohraničenie** množiny  $A$ , ak pre všetky  $x \in A$  platí  $a \leq x$ .

Množina  $A \subset \mathbb{R}$  sa nazýva:

- **Ohraničená zhora**, ak existuje aspoň jedno jej horné ohraničenie.

- 
- **Neohraničená zhora**, ak nie je ohraničená zhora.

# Axiómy reálnych čísel – Ohraničenosť

$A \subset \mathbb{R}$  je množina reálnych čísel.

**Číslo** (reálne číslo)  $a \in \mathbb{R}$  sa nazýva:

- **Horné ohraničenie** množiny  $A$ , ak pre všetky  $x \in A$  platí  $x \leq a$ .
- **Dolné ohraničenie** množiny  $A$ , ak pre všetky  $x \in A$  platí  $a \leq x$ .

Množina  $A \subset \mathbb{R}$  sa nazýva:

- **Ohraničená zhora**, ak existuje aspoň jedno jej horné ohraničenie.
  - **Ohraničená zdola**, ak existuje aspoň jedno jej dolné ohraničenie.
- 
- **Neohraničená zhora**, ak nie je ohraničená zhora.
  - **Neohraničená zdola**, ak nie je ohraničená zdola.

# Axiómy reálnych čísel – Ohraničenosť

$A \subset \mathbb{R}$  je množina reálnych čísel.

**Číslo** (reálne číslo)  $a \in \mathbb{R}$  sa nazýva:

- **Horné ohraničenie** množiny  $A$ , ak pre všetky  $x \in A$  platí  $x \leq a$ .
- **Dolné ohraničenie** množiny  $A$ , ak pre všetky  $x \in A$  platí  $a \leq x$ .

Množina  $A \subset \mathbb{R}$  sa nazýva:

- **Ohraničená zhora**, ak existuje aspoň jedno jej horné ohraničenie.
  - **Ohraničená zdola**, ak existuje aspoň jedno jej dolné ohraničenie.
  - **Ohraničená**, ak je ohraničená zhora a súčasne je ohraničená zdola.
- 
- **Neohraničená zhora**, ak nie je ohraničená zhora.
  - **Neohraničená zdola**, ak nie je ohraničená zdola.
  - **Neohraničená**, ak nie je ohraničená,



# Axiómy reálnych čísel – Ohraničenosť

$A \subset \mathbb{R}$  je množina reálnych čísel.

**Číslo** (reálne číslo)  $a \in \mathbb{R}$  sa nazýva:

- **Horné ohraničenie** množiny  $A$ , ak pre všetky  $x \in A$  platí  $x \leq a$ .
- **Dolné ohraničenie** množiny  $A$ , ak pre všetky  $x \in A$  platí  $a \leq x$ .

Množina  $A \subset \mathbb{R}$  sa nazýva:

- **Ohraničená zhora**, ak existuje aspoň jedno jej horné ohraničenie.
  - **Ohraničená zdola**, ak existuje aspoň jedno jej dolné ohraničenie.
  - **Ohraničená**, ak je ohraničená zhora a súčasne je ohraničená zdola.
- 
- **Neohraničená zhora**, ak nie je ohraničená zhora.
  - **Neohraničená zdola**, ak nie je ohraničená zdola.
  - **Neohraničená**, ak nie je ohraničená, t. j. nie je ohraničená zhora alebo nie je ohraničená zdola.

# Axiómy reálnych čísel – Axióma o suprémе – AH

- Axióma o najmenšom hornom ohraničení.

[Jedna zo základných axióm.]

# Axiómy reálnych čísel – Axióma o suprémе – AH

- Axióma o najmenšom hornom ohraničení.

[Jedna zo základných axióm.]

**Horné ohraničenie** (reálne číslo)  $a \in \mathbb{R}$  (zhora ohraničenej) množiny  $A \subset \mathbb{R}$  sa nazýva:

# Axiómy reálnych čísel – Axióma o suprémě – AH

- Axióma o najmenšom hornom ohraničení.

[Jedna zo základných axióm.]

**Horné ohraničenie** (reálne číslo)  $a \in \mathbb{R}$  (zhora ohraničenej) množiny  $A \subset \mathbb{R}$  sa nazýva:

- **Maximum** (najväčší prvok, maximálny prvok) množiny  $A$ , ak  $a \in A$ .



# Axiómy reálnych čísel – Axióma o suprémě – AH

- Axióma o najmenšom hornom ohraničení.

[Jedna zo základných axióm.]

**Horné ohraničenie** (reálne číslo  $a \in \mathbb{R}$  (zhora ohraničenej) množiny  $A \subset \mathbb{R}$  sa nazýva:

- **Maximum** (najväčší prvok, maximálny prvok) množiny  $A$ , ak  $a \in A$ .
- **Suprémum** množiny  $A$ , ak  $a$  je najmenšie z horných ohraničení  $A$ .

# Axiómy reálnych čísel – Axióma o suprémе – AH

- Axióma o najmenšom hornom ohraničení.

[Jedna zo základných axióm.]

**Horné ohraničenie** (reálne číslo)  $a \in \mathbb{R}$  (zhora ohraničenej) množiny  $A \subset \mathbb{R}$  sa nazýva:

- **Maximum** (najväčší prvok, maximálny prvok) množiny  $A$ , ak  $a \in A$ . Označenie  $a = \max A$ .
- **Suprémum** množiny  $A$ , ak  $a$  je najmenšie z horných ohraničení  $A$ . Označenie  $a = \sup A$ .

# Axiómy reálnych čísel – Axióma o suprémě – AH

- Axióma o najmenšom hornom ohraničení.

[Jedna zo základných axióm.]

**Horné ohraničenie** (reálne číslo)  $a \in \mathbb{R}$  (zhora ohraničenej) množiny  $A \subset \mathbb{R}$  sa nazýva:

- **Maximum** (najväčší prvok, maximálny prvok) množiny  $A$ , ak  $a \in A$ . Označenie  $a = \max A$ .
- **Suprémum** množiny  $A$ , ak  $a$  je najmenšie z horných ohraničení  $A$ . Označenie  $a = \sup A$ .

**Dolné ohraničenie** (reálne číslo)  $a \in \mathbb{R}$  (zdola ohraničenej) množiny  $A \subset \mathbb{R}$  sa nazýva:

# Axiómy reálnych čísel – Axióma o suprémě – AH

- Axióma o najmenšom hornom ohraničení.

[Jedna zo základných axióm.]

**Horné ohraničenie** (reálne číslo  $a \in \mathbb{R}$  (zhora ohraničenej) množiny  $A \subset \mathbb{R}$  sa nazýva:

- **Maximum** (najväčší prvok, maximálny prvok) množiny  $A$ , ak  $a \in A$ . Označenie  $a = \max A$ .
- **Suprémum** množiny  $A$ , ak  $a$  je najmenšie z horných ohraničení  $A$ . Označenie  $a = \sup A$ .

**Dolné ohraničenie** (reálne číslo  $a \in \mathbb{R}$  (zdola ohraničenej) množiny  $A \subset \mathbb{R}$  sa nazýva:

- **Minimum** (najmenší prvok, minimálny prvok) množiny  $A$ , ak  $a \in A$ .



# Axiómy reálnych čísel – Axióma o suprémě – AH

- Axióma o najmenšom hornom ohraničení.

[Jedna zo základných axióm.]

**Horné ohraničenie** (reálne číslo  $a \in \mathbb{R}$  (zhora ohraničenej) množiny  $A \subset \mathbb{R}$  sa nazýva:

- **Maximum** (najväčší prvok, maximálny prvok) množiny  $A$ , ak  $a \in A$ . Označenie  $a = \max A$ .
- **Suprémum** množiny  $A$ , ak  $a$  je najmenšie z horných ohraničení  $A$ . Označenie  $a = \sup A$ .

**Dolné ohraničenie** (reálne číslo  $a \in \mathbb{R}$  (zdola ohraničenej) množiny  $A \subset \mathbb{R}$  sa nazýva:

- **Minimum** (najmenší prvok, minimálny prvok) množiny  $A$ , ak  $a \in A$ .
- **Infimum** množiny  $A$ , ak  $a$  je najväčšie z dolných ohraničení  $A$ .

# Axiómy reálnych čísel – Axióma o suprémě – AH

- Axióma o najmenšom hornom ohraničení.

[Jedna zo základných axióm.]

**Horné ohraničenie** (reálne číslo)  $a \in \mathbb{R}$  (zhora ohraničenej) množiny  $A \subset \mathbb{R}$  sa nazýva:

- **Maximum** (najväčší prvok, maximálny prvok) množiny  $A$ , ak  $a \in A$ . Označenie  $a = \max A$ .
- **Suprémum** množiny  $A$ , ak  $a$  je najmenšie z horných ohraničení  $A$ . Označenie  $a = \sup A$ .

**Dolné ohraničenie** (reálne číslo)  $a \in \mathbb{R}$  (zdola ohraničenej) množiny  $A \subset \mathbb{R}$  sa nazýva:

- **Minimum** (najmenší prvok, minimálny prvok) množiny  $A$ , ak  $a \in A$ . Označenie  $a = \min A$ .
- **Infimum** množiny  $A$ , ak  $a$  je najväčšie z dolných ohraničení  $A$ . Označenie  $a = \inf A$ .

# Axiómy reálnych čísel – Axióma o suprémě – AH

- Axióma o najmenšom hornom ohraničení.

[Jedna zo základných axióm.]

**Horné ohraničenie** (reálne číslo)  $a \in \mathbb{R}$  (zhora ohraničenej) množiny  $A \subset \mathbb{R}$  sa nazýva:

- **Maximum** (najväčší prvok, maximálny prvok) množiny  $A$ , ak  $a \in A$ . Označenie  $a = \max A$ .
- **Suprémum** množiny  $A$ , ak  $a$  je najmenšie z horných ohraničení  $A$ . Označenie  $a = \sup A$ .

**Dolné ohraničenie** (reálne číslo)  $a \in \mathbb{R}$  (zdola ohraničenej) množiny  $A \subset \mathbb{R}$  sa nazýva:

- **Minimum** (najmenší prvok, minimálny prvok) množiny  $A$ , ak  $a \in A$ . Označenie  $a = \min A$ .
- **Infimum** množiny  $A$ , ak  $a$  je najväčšie z dolných ohraničení  $A$ . Označenie  $a = \inf A$ .

Množina  $A \subset \mathbb{R}$ ,  $A \neq \emptyset$  je zhora ohraničená.

# Axiómy reálnych čísel – Axióma o suprémě – AH

- Axióma o najmenšom hornom ohraničení.

[Jedna zo základných axióm.]

**Horné ohraničenie** (reálne číslo)  $a \in \mathbb{R}$  (zhora ohraničenej) množiny  $A \subset \mathbb{R}$  sa nazýva:

- **Maximum** (najväčší prvok, maximálny prvok) množiny  $A$ , ak  $a \in A$ . Označenie  $a = \max A$ .
- **Suprémum** množiny  $A$ , ak  $a$  je najmenšie z horných ohraničení  $A$ . Označenie  $a = \sup A$ .

**Dolné ohraničenie** (reálne číslo)  $a \in \mathbb{R}$  (zdola ohraničenej) množiny  $A \subset \mathbb{R}$  sa nazýva:

- **Minimum** (najmenší prvok, minimálny prvok) množiny  $A$ , ak  $a \in A$ . Označenie  $a = \min A$ .
- **Infimum** množiny  $A$ , ak  $a$  je najväčšie z dolných ohraničení  $A$ . Označenie  $a = \inf A$ .

Množina  $A \subset \mathbb{R}$ ,  $A \neq \emptyset$  je zhora ohraničená.

$\Rightarrow$  • Existuje  $\sup A = a$  také, že  $a \in \mathbb{R}$ .

# Axiómy reálnych čísel – Axióma o suprémě – AH

- Axióma o najmenšom hornom ohraničení.

[Jedna zo základných axióm.]

**Horné ohraničenie** (reálne číslo)  $a \in \mathbb{R}$  (zhora ohraničenej) množiny  $A \subset \mathbb{R}$  sa nazýva:

- **Maximum** (najväčší prvok, maximálny prvok) množiny  $A$ , ak  $a \in A$ . Označenie  $a = \max A$ .
- **Suprémum** množiny  $A$ , ak  $a$  je najmenšie z horných ohraničení  $A$ . Označenie  $a = \sup A$ .

**Dolné ohraničenie** (reálne číslo)  $a \in \mathbb{R}$  (zdola ohraničenej) množiny  $A \subset \mathbb{R}$  sa nazýva:

- **Minimum** (najmenší prvok, minimálny prvok) množiny  $A$ , ak  $a \in A$ . Označenie  $a = \min A$ .
- **Infimum** množiny  $A$ , ak  $a$  je najväčšie z dolných ohraničení  $A$ . Označenie  $a = \inf A$ .

Množina  $A \subset \mathbb{R}$ ,  $A \neq \emptyset$  je zhora ohraničená.

[Axióma o najmenšom hornom ohraničení – AH]

$\Rightarrow$  • Existuje  $\sup A = a$  také, že  $a \in \mathbb{R}$ .

# Axiómy reálnych čísel – Axióma o suprémě – AH

- Axióma o najmenšom hornom ohraničení.

[Jedna zo základných axióm.]

**Horné ohraničenie** (reálne číslo)  $a \in \mathbb{R}$  (zhora ohraničenej) množiny  $A \subset \mathbb{R}$  sa nazýva:

- **Maximum** (najväčší prvok, maximálny prvok) množiny  $A$ , ak  $a \in A$ . Označenie  $a = \max A$ .
- **Suprémum** množiny  $A$ , ak  $a$  je najmenšie z horných ohraničení  $A$ . Označenie  $a = \sup A$ .

**Dolné ohraničenie** (reálne číslo)  $a \in \mathbb{R}$  (zdola ohraničenej) množiny  $A \subset \mathbb{R}$  sa nazýva:

- **Minimum** (najmenší prvok, minimálny prvok) množiny  $A$ , ak  $a \in A$ . Označenie  $a = \min A$ .
- **Infimum** množiny  $A$ , ak  $a$  je najväčšie z dolných ohraničení  $A$ . Označenie  $a = \inf A$ .

Množina  $A \subset \mathbb{R}$ ,  $A \neq \emptyset$  je zhora ohraničená.

[Axióma o najmenšom hornom ohraničení – AH]

- ⇒ • Existuje  $\sup A = a$  také, že  $a \in \mathbb{R}$ . [Každá neprázdna zhora ohraničená množina reálnych čísel má reálne suprémum.]

# Axiómy reálnych čísel – Axióma o suprémě – AH

- Axióma o najmenšom hornom ohraničení.

[Jedna zo základných axióm.]

**Horné ohraničenie** (reálne číslo)  $a \in \mathbb{R}$  (zhora ohraničenej) množiny  $A \subset \mathbb{R}$  sa nazýva:

- **Maximum** (najväčší prvok, maximálny prvok) množiny  $A$ , ak  $a \in A$ . Označenie  $a = \max A$ .
- **Suprémum** množiny  $A$ , ak  $a$  je najmenšie z horných ohraničení  $A$ . Označenie  $a = \sup A$ .

**Dolné ohraničenie** (reálne číslo)  $a \in \mathbb{R}$  (zdola ohraničenej) množiny  $A \subset \mathbb{R}$  sa nazýva:

- **Minimum** (najmenší prvok, minimálny prvok) množiny  $A$ , ak  $a \in A$ . Označenie  $a = \min A$ .
- **Infimum** množiny  $A$ , ak  $a$  je najväčšie z dolných ohraničení  $A$ . Označenie  $a = \inf A$ .

Množina  $A \subset \mathbb{R}$ ,  $A \neq \emptyset$  je zhora ohraničená.

[Axióma o najmenšom hornom ohraničení – AH]

$\Rightarrow$  • Existuje  $\sup A = a$  také, že  $a \in \mathbb{R}$ . [Každá neprázdna zhora ohraničená množina reálnych čísel má reálne suprémum.]

- $A = \langle 0; 1 \rangle$ .
- $A = \{0, 1, 6, 3\}$

# Axiómy reálnych čísel – Axióma o suprémě – AH

- Axióma o najmenšom hornom ohraničení.

[Jedna zo základných axióm.]

**Horné ohraničenie** (reálne číslo)  $a \in \mathbb{R}$  (zhora ohraničenej) množiny  $A \subset \mathbb{R}$  sa nazýva:

- **Maximum** (najväčší prvok, maximálny prvok) množiny  $A$ , ak  $a \in A$ . Označenie  $a = \max A$ .
- **Suprémum** množiny  $A$ , ak  $a$  je najmenšie z horných ohraničení  $A$ . Označenie  $a = \sup A$ .

**Dolné ohraničenie** (reálne číslo)  $a \in \mathbb{R}$  (zdola ohraničenej) množiny  $A \subset \mathbb{R}$  sa nazýva:

- **Minimum** (najmenší prvok, minimálny prvok) množiny  $A$ , ak  $a \in A$ . Označenie  $a = \min A$ .
- **Infimum** množiny  $A$ , ak  $a$  je najväčšie z dolných ohraničení  $A$ . Označenie  $a = \inf A$ .

Množina  $A \subset \mathbb{R}$ ,  $A \neq \emptyset$  je zhora ohraničená.

[Axióma o najmenšom hornom ohraničení – AH]

$\Rightarrow$  • Existuje  $\sup A = a$  také, že  $a \in \mathbb{R}$ . [Každá neprázdna zhora ohraničená množina reálnych čísel má reálne suprémum.]

- $A = \langle 0; 1 \rangle$ .  $\Rightarrow$  •  $\max A$  neexistuje,  $\sup A = 1$ ,

[Každé  $a \geq 1$  je horné ohraničenie  $A$ ]

- $A = \{0, 1, 6, 3\}$   $\Rightarrow$  •  $\max A = 6$ ,  $\sup A = 6$ ,

[Každé  $a \geq 6$  je horné ohraničenie  $A$ ]



# Axiómy reálnych čísel – Axióma o suprémě – AH

- Axióma o najmenšom hornom ohraničení.

[Jedna zo základných axióm.]

**Horné ohraničenie** (reálne číslo)  $a \in \mathbb{R}$  (zhora ohraničenej) množiny  $A \subset \mathbb{R}$  sa nazýva:

- **Maximum** (najväčší prvok, maximálny prvok) množiny  $A$ , ak  $a \in A$ . Označenie  $a = \max A$ .
- **Suprémum** množiny  $A$ , ak  $a$  je najmenšie z horných ohraničení  $A$ . Označenie  $a = \sup A$ .

**Dolné ohraničenie** (reálne číslo)  $a \in \mathbb{R}$  (zdola ohraničenej) množiny  $A \subset \mathbb{R}$  sa nazýva:

- **Minimum** (najmenší prvok, minimálny prvok) množiny  $A$ , ak  $a \in A$ . Označenie  $a = \min A$ .
- **Infimum** množiny  $A$ , ak  $a$  je najväčšie z dolných ohraničení  $A$ . Označenie  $a = \inf A$ .

Množina  $A \subset \mathbb{R}$ ,  $A \neq \emptyset$  je zhora ohraničená.

[Axióma o najmenšom hornom ohraničení – AH]

$\Rightarrow$  • Existuje  $\sup A = a$  také, že  $a \in \mathbb{R}$ . [Každá neprázdna zhora ohraničená množina reálnych čísel má reálne suprémum.]

- $A = \langle 0; 1 \rangle$ .  $\Rightarrow$  •  $\max A$  neexistuje,  $\sup A = 1$ ,  $\min A = 0$ ,  $\inf A = 0$ .

[Každé  $a \geq 1$  je horné ohraničenie  $A$  a každé  $a \leq 0$  je dolné ohraničenie  $A$ .]

- $A = \{0, 1, 6, 3\}$   $\Rightarrow$  •  $\max A = 6$ ,  $\sup A = 6$ ,  $\min A = 0$ ,  $\inf A = 0$ .

[Každé  $a \geq 6$  je horné ohraničenie  $A$  a každé  $a \leq 0$  je dolné ohraničenie  $A$ .]

# Číselné množiny a ich vlastnosti

Prirodzené čísla.

# Číselné množiny a ich vlastnosti

## Prirodzené čísla.

- Množinou všetkých prirodzených čísel nazývame množinu

# Číselné množiny a ich vlastnosti

## Prirodzené čísla.

$[1, 2 = 1 + 1, 3 = 2 + 1, 4 = 3 + 1, \dots, n = (n - 1) + 1, \dots]$

- Množinou všetkých prirodzených čísel nazývame množinu

$$N = \{1, 2, 3, 4, \dots, n, n + 1, n + 2, n + 3, \dots\}.$$

# Číselné množiny a ich vlastnosti

## Prirodzené čísla.

[1,  $2 = 1 + 1$ ,  $3 = 2 + 1$ ,  $4 = 3 + 1$ , ...,  $n = (n - 1) + 1$ , ...]

- Množinou všetkých prirodzených čísel nazývame množinu

$$N = \{1, 2, 3, 4, \dots, n, n + 1, n + 2, n + 3, \dots\}.$$

## Celé čísla.

# Číselné množiny a ich vlastnosti

## Prirodzené čísla.

[1,  $2 = 1 + 1$ ,  $3 = 2 + 1$ ,  $4 = 3 + 1$ , ...,  $n = (n - 1) + 1$ , ...]

- Množinou všetkých prirodzených čísel nazývame množinu

$$N = \{1, 2, 3, 4, \dots, n, n + 1, n + 2, n + 3, \dots\}.$$

## Celé čísla.

- Množinou všetkých celých čísel nazývame množinu

# Číselné množiny a ich vlastnosti

## Prirodzené čísla.

[ $1, 2 = 1 + 1, 3 = 2 + 1, 4 = 3 + 1, \dots, n = (n - 1) + 1, \dots$ ]

- Množinou všetkých prirodzených čísel nazývame množinu

$$N = \{1, 2, 3, 4, \dots, n, n + 1, n + 2, n + 3, \dots\}.$$

## Celé čísla.

[Dajú sa zapísať ako rozdiel dvoch prirodzených čísel.]

- Množinou všetkých celých čísel nazývame množinu

$$Z = \{m - n; m, n \in N\} = \{0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm n, \dots\} = \{0\} \cup \{\pm n, n \in N\}.$$

# Číselné množiny a ich vlastnosti

## Prirodzené čísla.

[ $1, 2 = 1 + 1, 3 = 2 + 1, 4 = 3 + 1, \dots, n = (n - 1) + 1, \dots$ ]

- Množinou všetkých prirodzených čísel nazývame množinu

$$N = \{1, 2, 3, 4, \dots, n, n + 1, n + 2, n + 3, \dots\}.$$

## Celé čísla.

[Dajú sa zapísať ako rozdiel dvoch prirodzených čísel.]

- Množinou všetkých celých čísel nazývame množinu

$$Z = \{m - n; m, n \in N\} = \{0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm n, \dots\} = \{0\} \cup \{\pm n, n \in N\}.$$

## Racionálne čísla.





# Číselné množiny a ich vlastnosti

## Prirodzené čísla.

[ $1, 2 = 1 + 1, 3 = 2 + 1, 4 = 3 + 1, \dots, n = (n - 1) + 1, \dots$ ]

- Množinou všetkých prirodzených čísel nazývame množinu

$$N = \{1, 2, 3, 4, \dots, n, n + 1, n + 2, n + 3, \dots\}.$$

## Celé čísla.

[Dajú sa zapísať ako rozdiel dvoch prirodzených čísel.]

- Množinou všetkých celých čísel nazývame množinu

$$Z = \{m - n; m, n \in N\} = \{0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm n, \dots\} = \{0\} \cup \{\pm n, n \in N\}.$$

## Racionálne čísla.

- Množinou všetkých racionálnych čísel nazývame množinu

# Číselné množiny a ich vlastnosti

## Prirodzené čísla.

[ $1, 2 = 1 + 1, 3 = 2 + 1, 4 = 3 + 1, \dots, n = (n - 1) + 1, \dots$ ]

- Množinou všetkých prirodzených čísel nazývame množinu

$$N = \{1, 2, 3, 4, \dots, n, n + 1, n + 2, n + 3, \dots\}.$$

## Celé čísla.

[Dajú sa zapísať ako rozdiel dvoch prirodzených čísel.]

- Množinou všetkých celých čísel nazývame množinu

$$Z = \{m - n; m, n \in N\} = \{0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm n, \dots\} = \{0\} \cup \{\pm n, n \in N\}.$$

## Racionálne čísla.

[Dajú sa vyjadriť ako  $\frac{m}{n}$ , kde  $m \in Z, n \in N$ .]

- Množinou všetkých racionálnych čísel nazývame množinu

$$Q = \left\{ \frac{m}{n}; m \in Z, n \in N \right\}.$$

# Číselné množiny a ich vlastnosti

## Prirodzené čísla.

[ $1, 2 = 1 + 1, 3 = 2 + 1, 4 = 3 + 1, \dots, n = (n - 1) + 1, \dots$ ]

- Množinou všetkých prirodzených čísel nazývame množinu

$$N = \{1, 2, 3, 4, \dots, n, n + 1, n + 2, n + 3, \dots\}.$$

## Celé čísla.

[Dajú sa zapísať ako rozdiel dvoch prirodzených čísel.]

- Množinou všetkých celých čísel nazývame množinu

$$Z = \{m - n; m, n \in N\} = \{0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm n, \dots\} = \{0\} \cup \{\pm n, n \in N\}.$$

## Racionálne čísla.

[Dajú sa vyjadriť ako  $\frac{m}{n}$ , kde  $m \in Z, n \in N$ .]

- Množinou všetkých racionálnych čísel nazývame množinu

$$Q = \left\{ \frac{m}{n}; m \in Z, n \in N \right\}.$$

## Iracionálne čísla.

# Číselné množiny a ich vlastnosti

## Prirodzené čísla.

[ $1, 2 = 1 + 1, 3 = 2 + 1, 4 = 3 + 1, \dots, n = (n - 1) + 1, \dots$ ]

- Množinou všetkých prirodzených čísel nazývame množinu

$$N = \{1, 2, 3, 4, \dots, n, n + 1, n + 2, n + 3, \dots\}.$$

## Celé čísla.

[Dajú sa zapísať ako rozdiel dvoch prirodzených čísel.]

- Množinou všetkých celých čísel nazývame množinu

$$Z = \{m - n; m, n \in N\} = \{0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm n, \dots\} = \{0\} \cup \{\pm n, n \in N\}.$$

## Racionálne čísla.

[Dajú sa vyjadriť ako  $\frac{m}{n}$ , kde  $m \in Z, n \in N$ .]

- Množinou všetkých racionálnych čísel nazývame množinu

$$Q = \left\{ \frac{m}{n}; m \in Z, n \in N \right\}.$$

## Iracionálne čísla.

- Množinou všetkých iracionálnych čísel nazývame množinu

# Číselné množiny a ich vlastnosti

## Prirodzené čísla.

[ $1, 2 = 1 + 1, 3 = 2 + 1, 4 = 3 + 1, \dots, n = (n - 1) + 1, \dots$ ]

- Množinou všetkých prirodzených čísel nazývame množinu

$$N = \{1, 2, 3, 4, \dots, n, n + 1, n + 2, n + 3, \dots\}.$$

## Celé čísla.

[Dajú sa zapísať ako rozdiel dvoch prirodzených čísel.]

- Množinou všetkých celých čísel nazývame množinu

$$Z = \{m - n; m, n \in N\} = \{0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm n, \dots\} = \{0\} \cup \{\pm n, n \in N\}.$$

## Racionálne čísla.

[Dajú sa vyjadriť ako  $\frac{m}{n}$ , kde  $m \in Z, n \in N$ .]

- Množinou všetkých racionálnych čísel nazývame množinu

$$Q = \left\{ \frac{m}{n}; m \in Z, n \in N \right\}.$$

## Iracionálne čísla.

[Reálne čísla, ktoré nie sú racionálnymi číslami.]

- Množinou všetkých iracionálnych čísel nazývame množinu

$$I = R - Q.$$

# Číselné množiny a ich vlastnosti

- Množina  $R$  je nekonečná (nespočítateľná),

# Číselné množiny a ich vlastnosti

- Množina  $R$  je nekonečná (nespočítateľná), ale všetky jej prvky sú konečné.

# Číselné množiny a ich vlastnosti

- Množina  $R$  je nekonečná (nespočítateľná), ale všetky jej prvky sú konečné.
- Počet prvkov množiny  $R$  nemôžeme vyjadriť číslom,



# Číselné množiny a ich vlastnosti

- Množina  $R$  je nekonečná (nespočítateľná), ale všetky jej prvky sú konečné.
- Počet prvkov množiny  $R$  nemôžeme vyjadriť číslom,  $R$  má  $\infty$  (nekonečne veľa) prvkov.

# Číselné množiny a ich vlastnosti

- Množina  $R$  je nekonečná (nespočítateľná), ale všetky jej prvky sú konečné.
- Počet prvkov množiny  $R$  nemôžeme vyjadriť číslom,  $R$  má  $\infty$  (nekonečne veľa) prvkov.

Množina  $A \subset R, A \neq \emptyset$ .

# Číselné množiny a ich vlastnosti

- Množina  $R$  je nekonečná (nespočítateľná), ale všetky jej prvky sú konečné.
- Počet prvkov množiny  $R$  nemôžeme vyjadriť číslom,  $R$  má  $\infty$  (nekonečne veľa) prvkov.

Množina  $A \subset R$ ,  $A \neq \emptyset$ . Potom platí:

- $\min A$  existuje.
- $\max A$  existuje.

# Číselné množiny a ich vlastnosti

- Množina  $R$  je nekonečná (nespočítateľná), ale všetky jej prvky sú konečné.
- Počet prvkov množiny  $R$  nemôžeme vyjadriť číslom,  $R$  má  $\infty$  (nekonečne veľa) prvkov.

Množina  $A \subset R$ ,  $A \neq \emptyset$ . Potom platí:

- $\min A$  existuje.  $\Rightarrow$  •  $\min A = \inf A$ .
- $\max A$  existuje.  $\Rightarrow$  •  $\max A = \sup A$ .

# Číselné množiny a ich vlastnosti

- Množina  $R$  je nekonečná (nespočítateľná), ale všetky jej prvky sú konečné.
- Počet prvkov množiny  $R$  nemôžeme vyjadriť číslom,  $R$  má  $\infty$  (nekonečne veľa) prvkov.

Množina  $A \subset R$ ,  $A \neq \emptyset$ . Potom platí:

- $\min A$  existuje.  $\Rightarrow$  •  $\min A = \inf A$ . [Pokiaľ existuje  $\min A$ , potom  $\min A = \inf A$ .]
- $\max A$  existuje.  $\Rightarrow$  •  $\max A = \sup A$ . [Pokiaľ existuje  $\max A$ , potom  $\max A = \sup A$ .]

# Číselné množiny a ich vlastnosti

- Množina  $R$  je nekonečná (nespočítateľná), ale všetky jej prvky sú konečné.
- Počet prvkov množiny  $R$  nemôžeme vyjadriť číslom,  $R$  má  $\infty$  (nekonečne veľa) prvkov.

Množina  $A \subset R$ ,  $A \neq \emptyset$ . Potom platí:

- $\min A$  existuje.  $\Rightarrow$  •  $\min A = \inf A$ . [Pokiaľ existuje  $\min A$ , potom  $\min A = \inf A$ .]
- $\max A$  existuje.  $\Rightarrow$  •  $\max A = \sup A$ . [Pokiaľ existuje  $\max A$ , potom  $\max A = \sup A$ .]

Rozšírenou množinou reálnych čísel nazývame

# Číselné množiny a ich vlastnosti

- Množina  $R$  je nekonečná (nespočítateľná), ale všetky jej prvky sú konečné.
- Počet prvkov množiny  $R$  nemôžeme vyjadriť číslom,  $R$  má  $\infty$  (nekonečne veľa) prvkov.

Množina  $A \subset R$ ,  $A \neq \emptyset$ . Potom platí:

- $\min A$  existuje.  $\Rightarrow$  •  $\min A = \inf A$ . [Pokiaľ existuje  $\min A$ , potom  $\min A = \inf A$ .]
- $\max A$  existuje.  $\Rightarrow$  •  $\max A = \sup A$ . [Pokiaľ existuje  $\max A$ , potom  $\max A = \sup A$ .]

Rozšírenou množinou reálnych čísel nazývame

$$\text{množinu } R^* = R \cup \{-\infty, \infty\}.$$

# Číselné množiny a ich vlastnosti

- Množina  $R$  je nekonečná (nespočítateľná), ale všetky jej prvky sú konečné.
- Počet prvkov množiny  $R$  nemôžeme vyjadriť číslom,  $R$  má  $\infty$  (nekonečne veľa) prvkov.

Množina  $A \subset R$ ,  $A \neq \emptyset$ . Potom platí:

- $\min A$  existuje.  $\Rightarrow$  •  $\min A = \inf A$ . [Pokiaľ existuje  $\min A$ , potom  $\min A = \inf A$ .]
- $\max A$  existuje.  $\Rightarrow$  •  $\max A = \sup A$ . [Pokiaľ existuje  $\max A$ , potom  $\max A = \sup A$ .]

Rozšírenou množinou reálnych čísel nazývame

$$\text{množinu } R^* = R \cup \{-\infty, \infty\}. \quad [\text{Množinu } R \text{ rozšírime o prvky } \pm\infty.]$$



# Číselné množiny a ich vlastnosti

- Množina  $R$  je nekonečná (nespočítateľná), ale všetky jej prvky sú konečné.
- Počet prvkov množiny  $R$  nemôžeme vyjadriť číslom,  $R$  má  $\infty$  (nekonečne veľa) prvkov.

Množina  $A \subset R$ ,  $A \neq \emptyset$ . Potom platí:

- $\min A$  existuje.  $\Rightarrow$  •  $\min A = \inf A$ . [Pokiaľ existuje  $\min A$ , potom  $\min A = \inf A$ .]
- $\max A$  existuje.  $\Rightarrow$  •  $\max A = \sup A$ . [Pokiaľ existuje  $\max A$ , potom  $\max A = \sup A$ .]

## Rozšírenou množinou reálnych čísel nazývame

množinu  $R^* = R \cup \{-\infty, \infty\}$ . [Množinu  $R$  rozšírime o prvky  $\pm\infty$ .]

- Prvky  $-\infty$  (mínus nekonečno),  $\infty = +\infty$  (nekonečno, plus nekonečno) nie sú čísla!

# Číselné množiny a ich vlastnosti

- Množina  $R$  je nekonečná (nespočítateľná), ale všetky jej prvky sú konečné.
- Počet prvkov množiny  $R$  nemôžeme vyjadriť číslom,  $R$  má  $\infty$  (nekonečne veľa) prvkov.

Množina  $A \subset R$ ,  $A \neq \emptyset$ . Potom platí:

- $\min A$  existuje.  $\Rightarrow$  •  $\min A = \inf A$ . [Pokiaľ existuje  $\min A$ , potom  $\min A = \inf A$ .]
- $\max A$  existuje.  $\Rightarrow$  •  $\max A = \sup A$ . [Pokiaľ existuje  $\max A$ , potom  $\max A = \sup A$ .]

## Rozšírenou množinou reálnych čísel nazývame

množinu  $R^* = R \cup \{-\infty, \infty\}$ . [Množinu  $R$  rozšírime o prvky  $\pm\infty$ .]

- Prvky  $-\infty$  (mínus nekonečno),  $\infty = +\infty$  (nekonečno, plus nekonečno) nie sú čísla!
- Pod pojmom číslo rozumieme konečné číslo.

# Číselné množiny a ich vlastnosti

- Množina  $R$  je nekonečná (nespočítateľná), ale všetky jej prvky sú konečné.
- Počet prvkov množiny  $R$  nemôžeme vyjadriť číslom,  $R$  má  $\infty$  (nekonečne veľa) prvkov.

Množina  $A \subset R$ ,  $A \neq \emptyset$ . Potom platí:

- $\min A$  existuje.  $\Rightarrow$  •  $\min A = \inf A$ . [Pokiaľ existuje  $\min A$ , potom  $\min A = \inf A$ .]
- $\max A$  existuje.  $\Rightarrow$  •  $\max A = \sup A$ . [Pokiaľ existuje  $\max A$ , potom  $\max A = \sup A$ .]

## Rozšírenou množinou reálnych čísel nazývame

množinu  $R^* = R \cup \{-\infty, \infty\}$ . [Množinu  $R$  rozšírime o prvky  $\pm\infty$ .]

- Prvky  $-\infty$  (mínus nekonečno),  $\infty = +\infty$  (nekonečno, plus nekonečno) nie sú čísla!
- Pod pojmom číslo rozumieme konečné číslo. [ $-\infty \notin R$ ,  $\infty \notin R$ .]

# Číselné množiny a ich vlastnosti

- Množina  $R$  je nekonečná (nespočítateľná), ale všetky jej prvky sú konečné.
- Počet prvkov množiny  $R$  nemôžeme vyjadriť číslom,  $R$  má  $\infty$  (nekonečne veľa) prvkov.

Množina  $A \subset R$ ,  $A \neq \emptyset$ . Potom platí:

- $\min A$  existuje.  $\Rightarrow$  •  $\min A = \inf A$ . [Pokiaľ existuje  $\min A$ , potom  $\min A = \inf A$ .]
- $\max A$  existuje.  $\Rightarrow$  •  $\max A = \sup A$ . [Pokiaľ existuje  $\max A$ , potom  $\max A = \sup A$ .]

## Rozšírenou množinou reálnych čísel nazývame

množinu  $R^* = R \cup \{-\infty, \infty\}$ . [Množinu  $R$  rozšírime o prvky  $\pm\infty$ .]

- Prvky  $-\infty$  (mínus nekonečno),  $\infty = +\infty$  (nekonečno, plus nekonečno) nie sú čísla!
- Pod pojmom číslo rozumieme konečné číslo. [ $-\infty \notin R$ ,  $\infty \notin R$ .]
- $R^- = \{x \in R; x < 0\}$ . [Množina všetkých záporných čísel.]

# Číselné množiny a ich vlastnosti

- Množina  $R$  je nekonečná (nespočítateľná), ale všetky jej prvky sú konečné.
- Počet prvkov množiny  $R$  nemôžeme vyjadriť číslom,  $R$  má  $\infty$  (nekonečne veľa) prvkov.

Množina  $A \subset R$ ,  $A \neq \emptyset$ . Potom platí:

- $\min A$  existuje.  $\Rightarrow$  •  $\min A = \inf A$ . [Pokiaľ existuje  $\min A$ , potom  $\min A = \inf A$ .]
- $\max A$  existuje.  $\Rightarrow$  •  $\max A = \sup A$ . [Pokiaľ existuje  $\max A$ , potom  $\max A = \sup A$ .]

Rozšírenou množinou reálnych čísel nazývame

množinu  $R^* = R \cup \{-\infty, \infty\}$ . [Množinu  $R$  rozšírime o prvky  $\pm\infty$ .]

- Prvky  $-\infty$  (mínus nekonečno),  $\infty = +\infty$  (nekonečno, plus nekonečno) nie sú čísla!
- Pod pojmom číslo rozumieme konečné číslo. [ $-\infty \notin R$ ,  $\infty \notin R$ .]

•  $R^- = \{x \in R; x < 0\}$ . [Množina všetkých záporných čísel.]

•  $R_0^- = \{x \in R; x \leq 0\}$ . [Množina všetkých nekladných čísel.]

# Číselné množiny a ich vlastnosti

- Množina  $R$  je nekonečná (nespočítateľná), ale všetky jej prvky sú konečné.
- Počet prvkov množiny  $R$  nemôžeme vyjadriť číslom,  $R$  má  $\infty$  (nekonečne veľa) prvkov.

Množina  $A \subset R$ ,  $A \neq \emptyset$ . Potom platí:

- $\min A$  existuje.  $\Rightarrow$  •  $\min A = \inf A$ . [Pokiaľ existuje  $\min A$ , potom  $\min A = \inf A$ .]
- $\max A$  existuje.  $\Rightarrow$  •  $\max A = \sup A$ . [Pokiaľ existuje  $\max A$ , potom  $\max A = \sup A$ .]

Rozšírenou množinou reálnych čísel nazývame

množinu  $R^* = R \cup \{-\infty, \infty\}$ . [Množinu  $R$  rozšírime o prvky  $\pm\infty$ .]

- Prvky  $-\infty$  (mínus nekonečno),  $\infty = +\infty$  (nekonečno, plus nekonečno) nie sú čísla!
- Pod pojmom číslo rozumieme konečné číslo. [ $-\infty \notin R$ ,  $\infty \notin R$ .]

- $R^- = \{x \in R; x < 0\}$ . [Množina všetkých záporných čísel.]
- $R_0^- = \{x \in R; x \leq 0\}$ . [Množina všetkých nekladných čísel.]
- $R^+ = \{x \in R; x > 0\}$ . [Množina všetkých kladných čísel.]

# Číselné množiny a ich vlastnosti

- Množina  $R$  je nekonečná (nespočítateľná), ale všetky jej prvky sú konečné.
- Počet prvkov množiny  $R$  nemôžeme vyjadriť číslom,  $R$  má  $\infty$  (nekonečne veľa) prvkov.

Množina  $A \subset R$ ,  $A \neq \emptyset$ . Potom platí:

- $\min A$  existuje.  $\Rightarrow$  •  $\min A = \inf A$ . [Pokiaľ existuje  $\min A$ , potom  $\min A = \inf A$ .]
- $\max A$  existuje.  $\Rightarrow$  •  $\max A = \sup A$ . [Pokiaľ existuje  $\max A$ , potom  $\max A = \sup A$ .]

## Rozšírenou množinou reálnych čísel nazývame

množinu  $R^* = R \cup \{-\infty, \infty\}$ . [Množinu  $R$  rozšírime o prvky  $\pm\infty$ .]

- Prvky  $-\infty$  (mínus nekonečno),  $\infty = +\infty$  (nekonečno, plus nekonečno) nie sú čísla!
- Pod pojmom číslo rozumieme konečné číslo. [ $-\infty \notin R$ ,  $\infty \notin R$ .]

- $R^- = \{x \in R; x < 0\}$ . [Množina všetkých záporných čísel.]
- $R_0^- = \{x \in R; x \leq 0\}$ . [Množina všetkých nekladných čísel.]
- $R^+ = \{x \in R; x > 0\}$ . [Množina všetkých kladných čísel.]
- $R_0^+ = \{x \in R; x \geq 0\}$ . [Množina všetkých nezáporných čísel.]

# Číselné množiny a ich vlastnosti

- Množina  $R$  je nekonečná (nespočítateľná), ale všetky jej prvky sú konečné.
- Počet prvkov množiny  $R$  nemôžeme vyjadriť číslom,  $R$  má  $\infty$  (nekonečne veľa) prvkov.

Množina  $A \subset R$ ,  $A \neq \emptyset$ . Potom platí:

- $\min A$  existuje.  $\Rightarrow$  •  $\min A = \inf A$ . [Pokiaľ existuje  $\min A$ , potom  $\min A = \inf A$ .]
- $\max A$  existuje.  $\Rightarrow$  •  $\max A = \sup A$ . [Pokiaľ existuje  $\max A$ , potom  $\max A = \sup A$ .]

## Rozšírenou množinou reálnych čísel nazývame

množinu  $R^* = R \cup \{-\infty, \infty\}$ . [Množinu  $R$  rozšírime o prvky  $\pm\infty$ .]

- Prvky  $-\infty$  (mínus nekonečno),  $\infty = +\infty$  (nekonečno, plus nekonečno) nie sú čísla!
- Pod pojmom číslo rozumieme konečné číslo. [ $-\infty \notin R$ ,  $\infty \notin R$ .]

- $R^- = \{x \in R; x < 0\}$ . [Množina všetkých záporných čísel.] Pre množinu  $A \subset R$  a číslo  $c \in R$  definujeme:
- $R_0^- = \{x \in R; x \leq 0\}$ . [Množina všetkých nekladných čísel.]
- $R^+ = \{x \in R; x > 0\}$ . [Množina všetkých kladných čísel.]
- $R_0^+ = \{x \in R; x \geq 0\}$ . [Množina všetkých nezáporných čísel.]



# Číselné množiny a ich vlastnosti

- Množina  $R$  je nekonečná (nespočítateľná), ale všetky jej prvky sú konečné.
- Počet prvkov množiny  $R$  nemôžeme vyjadriť číslom,  $R$  má  $\infty$  (nekonečne veľa) prvkov.

Množina  $A \subset R$ ,  $A \neq \emptyset$ . Potom platí:

- $\min A$  existuje.  $\Rightarrow$  •  $\min A = \inf A$ . [Pokiaľ existuje  $\min A$ , potom  $\min A = \inf A$ .]
- $\max A$  existuje.  $\Rightarrow$  •  $\max A = \sup A$ . [Pokiaľ existuje  $\max A$ , potom  $\max A = \sup A$ .]

## Rozšírenou množinou reálnych čísel nazývame

množinu  $R^* = R \cup \{-\infty, \infty\}$ . [Množinu  $R$  rozšírime o prvky  $\pm\infty$ .]

- Prvky  $-\infty$  (mínus nekonečno),  $\infty = +\infty$  (nekonečno, plus nekonečno) nie sú čísla!
- Pod pojmom číslo rozumieme konečné číslo. [ $-\infty \notin R$ ,  $\infty \notin R$ .]

- $R^- = \{x \in R; x < 0\}$ . [Množina všetkých záporných čísel.] Pre množinu  $A \subset R$  a číslo  $c \in R$  definujeme:
- $R_0^- = \{x \in R; x \leq 0\}$ . [Množina všetkých nekladných čísel.] •  $-A = \{-x; x \in A\}$ .
- $R^+ = \{x \in R; x > 0\}$ . [Množina všetkých kladných čísel.]
- $R_0^+ = \{x \in R; x \geq 0\}$ . [Množina všetkých nezáporných čísel.]

# Číselné množiny a ich vlastnosti

- Množina  $R$  je nekonečná (nespočítateľná), ale všetky jej prvky sú konečné.
- Počet prvkov množiny  $R$  nemôžeme vyjadriť číslom,  $R$  má  $\infty$  (nekonečne veľa) prvkov.

Množina  $A \subset R$ ,  $A \neq \emptyset$ . Potom platí:

- $\min A$  existuje.  $\Rightarrow$  •  $\min A = \inf A$ . [Pokiaľ existuje  $\min A$ , potom  $\min A = \inf A$ .]
- $\max A$  existuje.  $\Rightarrow$  •  $\max A = \sup A$ . [Pokiaľ existuje  $\max A$ , potom  $\max A = \sup A$ .]

## Rozšírenou množinou reálnych čísel nazývame

množinu  $R^* = R \cup \{-\infty, \infty\}$ . [Množinu  $R$  rozšírime o prvky  $\pm\infty$ .]

- Prvky  $-\infty$  (mínus nekonečno),  $\infty = +\infty$  (nekonečno, plus nekonečno) nie sú čísla!
- Pod pojmom číslo rozumieme konečné číslo. [ $-\infty \notin R$ ,  $\infty \notin R$ .]

- $R^- = \{x \in R; x < 0\}$ . [Množina všetkých záporných čísel.] Pre množinu  $A \subset R$  a číslo  $c \in R$  definujeme:
- $R_0^- = \{x \in R; x \leq 0\}$ . [Množina všetkých nekladných čísel.] •  $-A = \{-x; x \in A\}$ .
- $R^+ = \{x \in R; x > 0\}$ . [Množina všetkých kladných čísel.] •  $cA = \{c \cdot x; x \in A\}$ .
- $R_0^+ = \{x \in R; x \geq 0\}$ . [Množina všetkých nezáporných čísel.]

# Číselné množiny a ich vlastnosti

- Operácie a relácie definované v množine  $R$ , môžeme čiastočne rozšíriť na množinu  $R^*$ .

# Číselné množiny a ich vlastnosti

- Operácie a relácie definované v množine  $R$ , môžeme čiastočne rozšíriť na množinu  $R^*$ .

$a \in R$  ( $a$  je reálne číslo).

# Číselné množiny a ich vlastnosti

- Operácie a relácie definované v množine  $R$ , môžeme čiastočne rozšíriť na množinu  $R^*$ .

$a \in R$  ( $a$  je reálne číslo).

- $-\infty < a < \infty$ , t. j.  $a \in (-\infty; \infty)$ .

# Číselné množiny a ich vlastnosti

- Operácie a relácie definované v množine  $R$ , môžeme čiastočne rozšíriť na množinu  $R^*$ .

$a \in R$  ( $a$  je reálne číslo).

- $-\infty < a < \infty$ , t. j.  $a \in (-\infty; \infty)$ .

[Každé reálne číslo je väčšie ako  $-\infty$  a menšie ako  $\infty$ .]

# Číselné množiny a ich vlastnosti

- Operácie a relácie definované v množine  $R$ , môžeme čiastočne rozšíriť na množinu  $R^*$ .

$a \in R$  ( $a$  je reálne číslo).

- $-\infty < a < \infty$ , t. j.  $a \in (-\infty; \infty)$ .

[Každé reálne číslo je väčšie ako  $-\infty$  a menšie ako  $\infty$ .]

Pre  $\pm\infty$  a pre všetky  $a, b \in R$ ,  $b > 0$  definujeme:

# Číselné množiny a ich vlastnosti

- Operácie a relácie definované v množine  $R$ , môžeme čiastočne rozšíriť na množinu  $R^*$ .

$a \in R$  ( $a$  je reálne číslo).

- $-\infty < a < \infty$ , t. j.  $a \in (-\infty; \infty)$ .

[Každé reálne číslo je väčšie ako  $-\infty$  a menšie ako  $\infty$ .]

Pre  $\pm\infty$  a pre všetky  $a, b \in R$ ,  $b > 0$  definujeme:

- $\infty + \infty = \infty$  a  $-\infty - \infty = -\infty$ .



# Číselné množiny a ich vlastnosti

- Operácie a relácie definované v množine  $R$ , môžeme čiastočne rozšíriť na množinu  $R^*$ .

$a \in R$  ( $a$  je reálne číslo).

- $-\infty < a < \infty$ , t. j.  $a \in (-\infty; \infty)$ .

[Každé reálne číslo je väčšie ako  $-\infty$  a menšie ako  $\infty$ .]

Pre  $\pm\infty$  a pre všetky  $a, b \in R, b > 0$  definujeme:

- $\infty + \infty = \infty$  a  $-\infty - \infty = -\infty$ .
- $a \pm \infty = \pm\infty + a = \pm\infty$ .

# Číselné množiny a ich vlastnosti

- Operácie a relácie definované v množine  $R$ , môžeme čiastočne rozšíriť na množinu  $R^*$ .

$a \in R$  ( $a$  je reálne číslo).

- $-\infty < a < \infty$ , t. j.  $a \in (-\infty; \infty)$ .

[Každé reálne číslo je väčšie ako  $-\infty$  a menšie ako  $\infty$ .]

Pre  $\pm\infty$  a pre všetky  $a, b \in R, b > 0$  definujeme:

- $\infty + \infty = \infty$  a  $-\infty - \infty = -\infty$ .
- $a \pm \infty = \pm\infty + a = \pm\infty$ .
- $\pm\infty \cdot \infty = \infty \cdot (\pm\infty) = \pm\infty$ .

# Číselné množiny a ich vlastnosti

- Operácie a relácie definované v množine  $R$ , môžeme čiastočne rozšíriť na množinu  $R^*$ .

$a \in R$  ( $a$  je reálne číslo).

- $-\infty < a < \infty$ , t. j.  $a \in (-\infty; \infty)$ .

[Každé reálne číslo je väčšie ako  $-\infty$  a menšie ako  $\infty$ .]

Pre  $\pm\infty$  a pre všetky  $a, b \in R, b > 0$  definujeme:

- $\infty + \infty = \infty$  a  $-\infty - \infty = -\infty$ .

- $a \pm \infty = \pm \infty + a = \pm \infty$ .

- $\pm \infty \cdot \infty = \infty \cdot (\pm \infty) = \pm \infty$ .

- $-\infty \cdot (\pm \infty) = \pm \infty \cdot (-\infty) = \mp \infty$ .

# Číselné množiny a ich vlastnosti

- Operácie a relácie definované v množine  $R$ , môžeme čiastočne rozšíriť na množinu  $R^*$ .

$a \in R$  ( $a$  je reálne číslo).

- $-\infty < a < \infty$ , t. j.  $a \in (-\infty; \infty)$ .

[Každé reálne číslo je väčšie ako  $-\infty$  a menšie ako  $\infty$ .]

Pre  $\pm\infty$  a pre všetky  $a, b \in R, b > 0$  definujeme:

- $\infty + \infty = \infty$  a  $-\infty - \infty = -\infty$ .

- $a \pm \infty = \pm\infty + a = \pm\infty$ .

- $\pm\infty \cdot \infty = \infty \cdot (\pm\infty) = \pm\infty$ .

- $-\infty \cdot (\pm\infty) = \pm\infty \cdot (-\infty) = \mp\infty$ .

- $\pm b \cdot \infty = \infty \cdot (\pm b) = \pm\infty$ .

# Číselné množiny a ich vlastnosti

- Operácie a relácie definované v množine  $R$ , môžeme čiastočne rozšíriť na množinu  $R^*$ .

$a \in R$  ( $a$  je reálne číslo).

- $-\infty < a < \infty$ , t. j.  $a \in (-\infty; \infty)$ .

[Každé reálne číslo je väčšie ako  $-\infty$  a menšie ako  $\infty$ .]

Pre  $\pm\infty$  a pre všetky  $a, b \in R, b > 0$  definujeme:

- $\infty + \infty = \infty$  a  $-\infty - \infty = -\infty$ .

- $a \pm \infty = \pm\infty + a = \pm\infty$ .

- $\pm\infty \cdot \infty = \infty \cdot (\pm\infty) = \pm\infty$ .

- $-\infty \cdot (\pm\infty) = \pm\infty \cdot (-\infty) = \mp\infty$ .

- $\pm b \cdot \infty = \infty \cdot (\pm b) = \pm\infty$ .

- $\pm b \cdot (-\infty) = -\infty \cdot (\pm b) = \mp\infty$ .

# Číselné množiny a ich vlastnosti

- Operácie a relácie definované v množine  $R$ , môžeme čiastočne rozšíriť na množinu  $R^*$ .

$a \in R$  ( $a$  je reálne číslo).

- $-\infty < a < \infty$ , t. j.  $a \in (-\infty; \infty)$ .

[Každé reálne číslo je väčšie ako  $-\infty$  a menšie ako  $\infty$ .]

Pre  $\pm\infty$  a pre všetky  $a, b \in R, b > 0$  definujeme:

- $\infty + \infty = \infty$  a  $-\infty - \infty = -\infty$ .

- $a \pm \infty = \pm\infty + a = \pm\infty$ .

- $\pm\infty \cdot \infty = \infty \cdot (\pm\infty) = \pm\infty$ .

- $-\infty \cdot (\pm\infty) = \pm\infty \cdot (-\infty) = \mp\infty$ .

- $\pm b \cdot \infty = \infty \cdot (\pm b) = \pm\infty$ .

- $\pm b \cdot (-\infty) = -\infty \cdot (\pm b) = \mp\infty$ .

- $\frac{\infty}{\pm b} = \pm\infty$  a  $\frac{-\infty}{\pm b} = \mp\infty$ .

# Číselné množiny a ich vlastnosti

- Operácie a relácie definované v množine  $R$ , môžeme čiastočne rozšíriť na množinu  $R^*$ .

$a \in R$  ( $a$  je reálne číslo).

- $-\infty < a < \infty$ , t. j.  $a \in (-\infty; \infty)$ .

[Každé reálne číslo je väčšie ako  $-\infty$  a menšie ako  $\infty$ .]

Pre  $\pm\infty$  a pre všetky  $a, b \in R, b > 0$  definujeme:

- $\infty + \infty = \infty$  a  $-\infty - \infty = -\infty$ .

- $a \pm \infty = \pm\infty + a = \pm\infty$ .

- $\pm\infty \cdot \infty = \infty \cdot (\pm\infty) = \pm\infty$ .

- $-\infty \cdot (\pm\infty) = \pm\infty \cdot (-\infty) = \mp\infty$ .

- $\pm b \cdot \infty = \infty \cdot (\pm b) = \pm\infty$ .

- $\pm b \cdot (-\infty) = -\infty \cdot (\pm b) = \mp\infty$ .

- $\frac{\infty}{\pm b} = \pm\infty$  a  $\frac{-\infty}{\pm b} = \mp\infty$ .

- $\frac{a}{\pm\infty} = \frac{0}{\pm\infty} = 0$ .

# Číselné množiny a ich vlastnosti

- Operácie a relácie definované v množine  $R$ , môžeme čiastočne rozšíriť na množinu  $R^*$ .

$a \in R$  ( $a$  je reálne číslo).

- $-\infty < a < \infty$ , t. j.  $a \in (-\infty; \infty)$ .

[Každé reálne číslo je väčšie ako  $-\infty$  a menšie ako  $\infty$ .]

Pre  $\pm\infty$  a pre všetky  $a, b \in R, b > 0$  definujeme:

- $\infty + \infty = \infty$  a  $-\infty - \infty = -\infty$ .

- $a \pm \infty = \pm\infty + a = \pm\infty$ .

- $\pm\infty \cdot \infty = \infty \cdot (\pm\infty) = \pm\infty$ .

- $-\infty \cdot (\pm\infty) = \pm\infty \cdot (-\infty) = \mp\infty$ .

- $\pm b \cdot \infty = \infty \cdot (\pm b) = \pm\infty$ .

- $\pm b \cdot (-\infty) = -\infty \cdot (\pm b) = \mp\infty$ .

- $\frac{\infty}{\pm b} = \pm\infty$  a  $\frac{-\infty}{\pm b} = \mp\infty$ .

- $\frac{a}{\pm\infty} = \frac{0}{\pm\infty} = 0$ .

Pre  $\pm\infty$  a pre všetky  $a \in R$  nedefinujeme:



# Číselné množiny a ich vlastnosti

- Operácie a relácie definované v množine  $R$ , môžeme čiastočne rozšíriť na množinu  $R^*$ .

$a \in R$  ( $a$  je reálne číslo).

- $-\infty < a < \infty$ , t. j.  $a \in (-\infty; \infty)$ .

[Každé reálne číslo je väčšie ako  $-\infty$  a menšie ako  $\infty$ .]

Pre  $\pm\infty$  a pre všetky  $a, b \in R$ ,  $b > 0$  definujeme:

- $\infty + \infty = \infty$  a  $-\infty - \infty = -\infty$ .

- $a \pm \infty = \pm\infty + a = \pm\infty$ .

- $\pm\infty \cdot \infty = \infty \cdot (\pm\infty) = \pm\infty$ .

- $-\infty \cdot (\pm\infty) = \pm\infty \cdot (-\infty) = \mp\infty$ .

- $\pm b \cdot \infty = \infty \cdot (\pm b) = \pm\infty$ .

- $\pm b \cdot (-\infty) = -\infty \cdot (\pm b) = \mp\infty$ .

- $\frac{\infty}{\pm b} = \pm\infty$  a  $\frac{-\infty}{\pm b} = \mp\infty$ .

- $\frac{a}{\pm\infty} = \frac{0}{\pm\infty} = 0$ .

Pre  $\pm\infty$  a pre všetky  $a \in R$  nedefinujeme:

- $\infty - \infty$  a  $-\infty + \infty$ .

# Číselné množiny a ich vlastnosti

- Operácie a relácie definované v množine  $R$ , môžeme čiastočne rozšíriť na množinu  $R^*$ .

$a \in R$  ( $a$  je reálne číslo).

- $-\infty < a < \infty$ , t. j.  $a \in (-\infty; \infty)$ .

[Každé reálne číslo je väčšie ako  $-\infty$  a menšie ako  $\infty$ .]

Pre  $\pm\infty$  a pre všetky  $a, b \in R$ ,  $b > 0$  definujeme:

- $\infty + \infty = \infty$  a  $-\infty - \infty = -\infty$ .

- $a \pm \infty = \pm\infty + a = \pm\infty$ .

- $\pm\infty \cdot \infty = \infty \cdot (\pm\infty) = \pm\infty$ .

- $-\infty \cdot (\pm\infty) = \pm\infty \cdot (-\infty) = \mp\infty$ .

- $\pm b \cdot \infty = \infty \cdot (\pm b) = \pm\infty$ .

- $\pm b \cdot (-\infty) = -\infty \cdot (\pm b) = \mp\infty$ .

- $\frac{\infty}{\pm b} = \pm\infty$  a  $\frac{-\infty}{\pm b} = \mp\infty$ .

- $\frac{a}{\pm\infty} = \frac{0}{\pm\infty} = 0$ .

Pre  $\pm\infty$  a pre všetky  $a \in R$  nedefinujeme:

- $\infty - \infty$  a  $-\infty + \infty$ .

- $\pm\infty \cdot 0$  a  $0 \cdot (\pm\infty)$ .

# Číselné množiny a ich vlastnosti

- Operácie a relácie definované v množine  $R$ , môžeme čiastočne rozšíriť na množinu  $R^*$ .

$a \in R$  ( $a$  je reálne číslo).

- $-\infty < a < \infty$ , t. j.  $a \in (-\infty; \infty)$ .

[Každé reálne číslo je väčšie ako  $-\infty$  a menšie ako  $\infty$ .]

Pre  $\pm\infty$  a pre všetky  $a, b \in R$ ,  $b > 0$  definujeme:

- $\infty + \infty = \infty$  a  $-\infty - \infty = -\infty$ .

- $a \pm \infty = \pm\infty + a = \pm\infty$ .

- $\pm\infty \cdot \infty = \infty \cdot (\pm\infty) = \pm\infty$ .

- $-\infty \cdot (\pm\infty) = \pm\infty \cdot (-\infty) = \mp\infty$ .

- $\pm b \cdot \infty = \infty \cdot (\pm b) = \pm\infty$ .

- $\pm b \cdot (-\infty) = -\infty \cdot (\pm b) = \mp\infty$ .

- $\frac{\infty}{\pm b} = \pm\infty$  a  $\frac{-\infty}{\pm b} = \mp\infty$ .

- $\frac{a}{\pm\infty} = \frac{0}{\pm\infty} = 0$ .

Pre  $\pm\infty$  a pre všetky  $a \in R$  nedefinujeme:

- $\infty - \infty$  a  $-\infty + \infty$ .

- $\pm\infty \cdot 0$  a  $0 \cdot (\pm\infty)$ .

- $\frac{\pm\infty}{\pm\infty}$  a  $\frac{\pm\infty}{0}$ .

# Číselné množiny a ich vlastnosti

- Operácie a relácie definované v množine  $R$ , môžeme čiastočne rozšíriť na množinu  $R^*$ .

$a \in R$  ( $a$  je reálne číslo).

- $-\infty < a < \infty$ , t. j.  $a \in (-\infty; \infty)$ .

[Každé reálne číslo je väčšie ako  $-\infty$  a menšie ako  $\infty$ .]

Pre  $\pm\infty$  a pre všetky  $a, b \in R$ ,  $b > 0$  definujeme:

- $\infty + \infty = \infty$  a  $-\infty - \infty = -\infty$ .
- $a \pm \infty = \pm\infty + a = \pm\infty$ .
- $\pm\infty \cdot \infty = \infty \cdot (\pm\infty) = \pm\infty$ .
- $-\infty \cdot (\pm\infty) = \pm\infty \cdot (-\infty) = \mp\infty$ .
- $\pm b \cdot \infty = \infty \cdot (\pm b) = \pm\infty$ .
- $\pm b \cdot (-\infty) = -\infty \cdot (\pm b) = \mp\infty$ .
- $\frac{\infty}{\pm b} = \pm\infty$  a  $\frac{-\infty}{\pm b} = \mp\infty$ .
- $\frac{a}{\pm\infty} = \frac{0}{\pm\infty} = 0$ .

Pre  $\pm\infty$  a pre všetky  $a \in R$  nedefinujeme:

- $\infty - \infty$  a  $-\infty + \infty$ .
- $\pm\infty \cdot 0$  a  $0 \cdot (\pm\infty)$ .
- $\frac{\pm\infty}{\pm\infty}$  a  $\frac{\pm\infty}{0}$ .
- $\frac{a}{0}$  a  $\frac{0}{0}$ .

# Číselné množiny a ich vlastnosti

- Operácie a relácie definované v množine  $R$ , môžeme čiastočne rozšíriť na množinu  $R^*$ .

$a \in R$  ( $a$  je reálne číslo).

- $-\infty < a < \infty$ , t. j.  $a \in (-\infty; \infty)$ .

[Každé reálne číslo je väčšie ako  $-\infty$  a menšie ako  $\infty$ .]

Pre  $\pm\infty$  a pre všetky  $a, b \in R, b > 0$  definujeme:

- $\infty + \infty = \infty$  a  $-\infty - \infty = -\infty$ .

- $a \pm \infty = \pm \infty + a = \pm \infty$ .

- $\pm \infty \cdot \infty = \infty \cdot (\pm \infty) = \pm \infty$ .

- $-\infty \cdot (\pm \infty) = \pm \infty \cdot (-\infty) = \mp \infty$ .

- $\pm b \cdot \infty = \infty \cdot (\pm b) = \pm \infty$ .

- $\pm b \cdot (-\infty) = -\infty \cdot (\pm b) = \mp \infty$ .

- $\frac{\infty}{\pm b} = \pm \infty$  a  $\frac{-\infty}{\pm b} = \mp \infty$ .

- $\frac{a}{\pm \infty} = \frac{0}{\pm \infty} = 0$ .

Pre  $\pm\infty$  a pre všetky  $a \in R$  nedefinujeme:

- $\infty - \infty$  a  $-\infty + \infty$ .

- $\pm \infty \cdot 0$  a  $0 \cdot (\pm \infty)$ .

- $\frac{\pm \infty}{\pm \infty}$  a  $\frac{\pm \infty}{0}$ .

- $\frac{a}{0}$  a  $\frac{0}{0}$ .

[Nazývame ich neurčité výrazy a počítame ich pomocou limit.]

# Číselné množiny a ich vlastnosti

Axiómy zostávajú v platnosti aj v množine  $R^*$ .

# Číselné množiny a ich vlastnosti

Axiómy zostávajú v platnosti aj v množine  $R^*$ .

$$A \subset R^*, A \neq \emptyset.$$

# Číselné množiny a ich vlastnosti

Axiómy zostávajú v platnosti aj v množine  $R^*$ .

$A \subset R^*$ ,  $A \neq \emptyset$ .

•  $A$  je zhora ohraničená.  $\Rightarrow$  • Existuje  $\sup A \in R$ .

•  $A$  je zdola ohraničená.  $\Rightarrow$  • Existuje



# Číselné množiny a ich vlastnosti

Axiómy zostávajú v platnosti aj v množine  $R^*$ .

$A \subset R^*$ ,  $A \neq \emptyset$ .

•  $A$  je zhora ohraničená.  $\Rightarrow$  • Existuje  $\sup A \in R$ .

[Vyplýva z axiómy AH.]

•  $A$  je zdola ohraničená.  $\Rightarrow$  • Existuje

[Vyplýva z axiómy AH.]

# Číselné množiny a ich vlastnosti

Axiómy zostávajú v platnosti aj v množine  $R^*$ .

$A \subset R^*$ ,  $A \neq \emptyset$ .

- $A$  je zhora ohraničená.  $\Rightarrow$  • Existuje  $\sup A \in R$ . [Vyplýva z axiómy AH.]
- $A$  je zhora neohraničená.  $\Rightarrow$  •  $\sup A = \infty$ .

---

- $A$  je zdola ohraničená.  $\Rightarrow$  • Existuje  $\inf A \in R$ . [Vyplýva z axiómy AH.]
- $A$  je zdola neohraničená.  $\Rightarrow$  •  $\inf A = -\infty$ .

# Číselné množiny a ich vlastnosti

Axiómy zostávajú v platnosti aj v množine  $R^*$ .

$A \subset R^*$ ,  $A \neq \emptyset$ .

[Každá neprázdna množina  $A \subset R^*$  má  $\sup A \in R^*$ , aj  $\inf A \in R^*$ .]

- $A$  je zhora ohraničená.  $\Rightarrow$  • Existuje  $\sup A \in R$ . [Vyplýva z axiómy AH.]
- $A$  je zhora neohraničená.  $\Rightarrow$  •  $\sup A = \infty$ .

---

- $A$  je zdola ohraničená.  $\Rightarrow$  • Existuje  $\inf A \in R$ . [Vyplýva z axiómy AH.]
- $A$  je zdola neohraničená.  $\Rightarrow$  •  $\inf A = -\infty$ .

# Číselné množiny a ich vlastnosti

Axiómy zostávajú v platnosti aj v množine  $R^*$ .

$A \subset R^*$ ,  $A \neq \emptyset$ .

[Každá neprázdna množina  $A \subset R^*$  má  $\sup A \in R^*$ , aj  $\inf A \in R^*$ .]

•  $A$  je zhora ohraničená.  $\Rightarrow$  • Existuje  $\sup A \in R$ .

[Vyplýva z axiómy AH.]

•  $A$  je zhora neohraničená.  $\Rightarrow$  •  $\sup A = \infty$ .

•  $A$  je zdola ohraničená.  $\Rightarrow$  • Existuje  $\inf A \in R$ .

[Vyplýva z axiómy AH.]

•  $A$  je zdola neohraničená.  $\Rightarrow$  •  $\inf A = -\infty$ .

Každé  $a \in R^*$  je horným a aj dolným ohraničením množiny  $\emptyset$ .

# Číselné množiny a ich vlastnosti

Axiómy zostávajú v platnosti aj v množine  $R^*$ .

$A \subset R^*$ ,  $A \neq \emptyset$ .

[Každá neprázdna množina  $A \subset R^*$  má  $\sup A \in R^*$ , aj  $\inf A \in R^*$ .]

- $A$  je zhora ohraničená.  $\Rightarrow$  • Existuje  $\sup A \in R$ .
- $A$  je zhora neohraničená.  $\Rightarrow$  •  $\sup A = \infty$ .

[Vyplýva z axiómy AH.]

- $A$  je zdola ohraničená.  $\Rightarrow$  • Existuje  $\inf A \in R$ .
- $A$  je zdola neohraničená.  $\Rightarrow$  •  $\inf A = -\infty$ .

[Vyplýva z axiómy AH.]

Každé  $a \in R^*$  je horným a aj dolným ohraničením množiny  $\emptyset$ .

- $\sup \emptyset = -\infty$ .
- $\inf \emptyset = \infty$ .

# Číselné množiny a ich vlastnosti

Axiómy zostávajú v platnosti aj v množine  $R^*$ .

$A \subset R^*$ ,  $A \neq \emptyset$ .

[Každá neprázdna množina  $A \subset R^*$  má  $\sup A \in R^*$ , aj  $\inf A \in R^*$ .]

- $A$  je zhora ohraničená.  $\Rightarrow$  • Existuje  $\sup A \in R$ .
- $A$  je zhora neohraničená.  $\Rightarrow$  •  $\sup A = \infty$ .

[Vyplýva z axiómy AH.]

- $A$  je zdola ohraničená.  $\Rightarrow$  • Existuje  $\inf A \in R$ .
- $A$  je zdola neohraničená.  $\Rightarrow$  •  $\inf A = -\infty$ .

[Vyplýva z axiómy AH.]

Každé  $a \in R^*$  je horným a aj dolným ohraničením množiny  $\emptyset$ .

- $\sup \emptyset = -\infty$ .
- $\inf \emptyset = \infty$ .

[Najmenšie z horných ohraničení prázdnej množiny je  $-\infty$ .]

[Najväčšie z dolných ohraničení prázdnej množiny je  $\infty$ .]

# Číselné množiny a ich vlastnosti

Axiómy zostávajú v platnosti aj v množine  $R^*$ .

$A \subset R^*$ ,  $A \neq \emptyset$ .

[Každá neprázdna množina  $A \subset R^*$  má  $\sup A \in R^*$ , aj  $\inf A \in R^*$ .]

- $A$  je zhora ohraničená.  $\Rightarrow$  • Existuje  $\sup A \in R$ . [Vyplýva z axiómy AH.]
- $A$  je zhora neohraničená.  $\Rightarrow$  •  $\sup A = \infty$ .

- $A$  je zdola ohraničená.  $\Rightarrow$  • Existuje  $\inf A \in R$ . [Vyplýva z axiómy AH.]
- $A$  je zdola neohraničená.  $\Rightarrow$  •  $\inf A = -\infty$ .

Každé  $a \in R^*$  je horným a aj dolným ohraničením množiny  $\emptyset$ .

- $\sup \emptyset = -\infty$ .
- $\inf \emptyset = \infty$ .

[Najmenšie z horných ohraničení prázdnej množiny je  $-\infty$ .]

[Najväčšie z dolných ohraničení prázdnej množiny je  $\infty$ .]

$A \subset R$ .

$$-a = \inf(-A).$$

$$-a = \sup(-A).$$

# Číselné množiny a ich vlastnosti

Axiómy zostávajú v platnosti aj v množine  $R^*$ .

$A \subset R^*$ ,  $A \neq \emptyset$ .

[Každá neprázdna množina  $A \subset R^*$  má  $\sup A \in R^*$ , aj  $\inf A \in R^*$ .]

- $A$  je zhora ohraničená.  $\Rightarrow$  • Existuje  $\sup A \in R$ . [Vyplýva z axiómy AH.]
- $A$  je zhora neohraničená.  $\Rightarrow$  •  $\sup A = \infty$ .

- $A$  je zdola ohraničená.  $\Rightarrow$  • Existuje  $\inf A \in R$ . [Vyplýva z axiómy AH.]
- $A$  je zdola neohraničená.  $\Rightarrow$  •  $\inf A = -\infty$ .

Každé  $a \in R^*$  je horným a aj dolným ohraničením množiny  $\emptyset$ .

- $\sup \emptyset = -\infty$ .
- $\inf \emptyset = \infty$ .

[Najmenšie z horných ohraničení prázdnej množiny je  $-\infty$ .]

[Najväčšie z dolných ohraničení prázdnej množiny je  $\infty$ .]

$A \subset R$ . Potom platí:

- $a = \sup A. \Leftrightarrow$  •  $-a = \inf (-A)$ .
- $-a = \sup (-A)$ .



# Číselné množiny a ich vlastnosti

Axiómy zostávajú v platnosti aj v množine  $R^*$ .

$A \subset R^*$ ,  $A \neq \emptyset$ .

[Každá neprázdna množina  $A \subset R^*$  má  $\sup A \in R^*$ , aj  $\inf A \in R^*$ .]

•  $A$  je zhora ohraničená.  $\Rightarrow$  • Existuje  $\sup A \in R$ .

[Vyplýva z axiómy AH.]

•  $A$  je zhora neohraničená.  $\Rightarrow$  •  $\sup A = \infty$ .

•  $A$  je zdola ohraničená.  $\Rightarrow$  • Existuje  $\inf A \in R$ .

[Vyplýva z axiómy AH.]

•  $A$  je zdola neohraničená.  $\Rightarrow$  •  $\inf A = -\infty$ .

Každé  $a \in R^*$  je horným a aj dolným ohraničením množiny  $\emptyset$ .

•  $\sup \emptyset = -\infty$ .

[Najmenšie z horných ohraničení prázdnej množiny je  $-\infty$ .]

•  $\inf \emptyset = \infty$ .

[Najväčšie z dolných ohraničení prázdnej množiny je  $\infty$ .]

$A \subset R$ . Potom platí:

•  $a = \sup A$ .  $\Leftrightarrow$  •  $-a = \inf (-A)$ .

•  $a = \inf A$ .  $\Leftrightarrow$  •  $-a = \sup (-A)$ .

# Číselné množiny a ich vlastnosti

Axiómy zostávajú v platnosti aj v množine  $R^*$ .

$A \subset R^*$ ,  $A \neq \emptyset$ .

[Každá neprázdna množina  $A \subset R^*$  má  $\sup A \in R^*$ , aj  $\inf A \in R^*$ .]

- $A$  je zhora ohraničená.  $\Rightarrow$  • Existuje  $\sup A \in R$ . [Vyplýva z axiómy AH.]
- $A$  je zhora neohraničená.  $\Rightarrow$  •  $\sup A = \infty$ .

- $A$  je zdola ohraničená.  $\Rightarrow$  • Existuje  $\inf A \in R$ . [Vyplýva z axiómy AH.]
- $A$  je zdola neohraničená.  $\Rightarrow$  •  $\inf A = -\infty$ .

Každé  $a \in R^*$  je horným a aj dolným ohraničením množiny  $\emptyset$ .

- $\sup \emptyset = -\infty$ .
- $\inf \emptyset = \infty$ .

[Najmenšie z horných ohraničení prázdnej množiny je  $-\infty$ .]

[Najväčšie z dolných ohraničení prázdnej množiny je  $\infty$ .]

$A \subset R$ . Potom platí:

- $a = \sup A \Leftrightarrow$  •  $-a = \inf (-A)$ .
- $a = \inf A \Leftrightarrow$  •  $-a = \sup (-A)$ .

$A \neq \emptyset$ ,  $B \neq \emptyset$ ,  $A \subset B \subset R$ .

# Číselné množiny a ich vlastnosti

Axiómy zostávajú v platnosti aj v množine  $R^*$ .

$A \subset R^*$ ,  $A \neq \emptyset$ .

[Každá neprázdna množina  $A \subset R^*$  má  $\sup A \in R^*$ , aj  $\inf A \in R^*$ .]

- $A$  je zhora ohraničená.  $\Rightarrow$  Existuje  $\sup A \in R$ . [Vyplýva z axiómy AH.]
- $A$  je zhora neohraničená.  $\Rightarrow$   $\sup A = \infty$ .

- $A$  je zdola ohraničená.  $\Rightarrow$  Existuje  $\inf A \in R$ . [Vyplýva z axiómy AH.]
- $A$  je zdola neohraničená.  $\Rightarrow$   $\inf A = -\infty$ .

Každé  $a \in R^*$  je horným a aj dolným ohraničením množiny  $\emptyset$ .

- $\sup \emptyset = -\infty$ .
- $\inf \emptyset = \infty$ .

[Najmenšie z horných ohraničení prázdnej množiny je  $-\infty$ .]

[Najväčšie z dolných ohraničení prázdnej množiny je  $\infty$ .]

$A \subset R$ . Potom platí:

- $a = \sup A \Leftrightarrow -a = \inf(-A)$ .
- $a = \inf A \Leftrightarrow -a = \sup(-A)$ .

$A \neq \emptyset$ ,  $B \neq \emptyset$ ,  $A \subset B \subset R$ . Potom platí:

- $\inf B \leq \inf A$ .
- $\sup A \leq \sup B$ .

# Číselné množiny a ich vlastnosti – Intervaly

## Ohraničené intervaly.

[Krajné body intervalov sú  $a, b \in R$ ,  $a \leq b$ .]

## Neohraničené intervaly.

[Aspoň jeden z krajných bodov je  $-\infty$  alebo  $\infty$ .]

# Číselné množiny a ich vlastnosti – Intervaly

## Ohraničené intervaly.

[Krajné body intervalov sú  $a, b \in \mathbb{R}$ ,  $a \leq b$ .]

Nedegenerované intervaly, ak platí  $a < b$ .

Degenerované intervaly, ak platí  $a = b$ .

## Neohraničené intervaly.

[Aspoň jeden z krajných bodov je  $-\infty$  alebo  $\infty$ .]

# Číselné množiny a ich vlastnosti – Intervaly

## Ohraničené intervaly.

[Krajné body intervalov sú  $a, b \in R$ ,  $a \leq b$ .]

Nedegenerované intervaly, ak platí  $a < b$ .

- $(a; b) = \{x \in R; a < x < b\}$ ,

Degenerované intervaly, ak platí  $a = b$ .

## Neohraničené intervaly.

[Aspoň jeden z krajných bodov je  $-\infty$  alebo  $\infty$ .]

# Číselné množiny a ich vlastnosti – Intervaly

## Ohraničené intervaly.

[Krajné body intervalov sú  $a, b \in \mathbb{R}$ ,  $a \leq b$ .]

Nedegenerované intervaly, ak platí  $a < b$ .

- $(a; b) = \{x \in \mathbb{R}; a < x < b\}$ ,
- $\langle a; b \rangle = \{x \in \mathbb{R}; a \leq x \leq b\}$ ,

Degenerované intervaly, ak platí  $a = b$ .

## Neohraničené intervaly.

[Aspoň jeden z krajných bodov je  $-\infty$  alebo  $\infty$ .]

# Číselné množiny a ich vlastnosti – Intervaly

## Ohraničené intervaly.

[Krajné body intervalov sú  $a, b \in \mathbb{R}$ ,  $a \leq b$ .]

Nedegenerované intervaly, ak platí  $a < b$ .

- $(a; b) = \{x \in \mathbb{R}; a < x < b\}$ ,
- $\langle a; b \rangle = \{x \in \mathbb{R}; a \leq x < b\}$ ,
- $\langle a; b \rangle = \{x \in \mathbb{R}; a \leq x \leq b\}$ ,

Degenerované intervaly, ak platí  $a = b$ .

## Neohraničené intervaly.

[Aspoň jeden z krajných bodov je  $-\infty$  alebo  $\infty$ .]



# Číselné množiny a ich vlastnosti – Intervaly

## Ohraničené intervaly.

[Krajné body intervalov sú  $a, b \in \mathbb{R}$ ,  $a \leq b$ .]

Nedegenerované intervaly, ak platí  $a < b$ .

- $(a; b) = \{x \in \mathbb{R}; a < x < b\}$ ,
- $\langle a; b \rangle = \{x \in \mathbb{R}; a \leq x \leq b\}$ ,
- $\langle a; b) = \{x \in \mathbb{R}; a \leq x < b\}$ ,
- $(a; b] = \{x \in \mathbb{R}; a < x \leq b\}$ .

Degenerované intervaly, ak platí  $a = b$ .

## Neohraničené intervaly.

[Aspoň jeden z krajných bodov je  $-\infty$  alebo  $\infty$ .]

# Číselné množiny a ich vlastnosti – Intervaly

## Ohraničené intervaly.

[Krajné body intervalov sú  $a, b \in \mathbb{R}$ ,  $a \leq b$ .]

### Nedegenerované intervaly, ak platí $a < b$ .

- $(a; b) = \{x \in \mathbb{R}; a < x < b\}$ ,
- $\langle a; b \rangle = \{x \in \mathbb{R}; a \leq x \leq b\}$ ,
- $\langle a; b) = \{x \in \mathbb{R}; a \leq x < b\}$ ,
- $(a; b] = \{x \in \mathbb{R}; a < x \leq b\}$ .

### Degenerované intervaly, ak platí $a = b$ .

- $(a; a) = \emptyset$ ,

## Neohraničené intervaly.

[Aspoň jeden z krajných bodov je  $-\infty$  alebo  $\infty$ .]

# Číselné množiny a ich vlastnosti – Intervaly

## Ohraničené intervaly.

[Krajné body intervalov sú  $a, b \in R$ ,  $a \leq b$ .]

### Nedegenerované intervaly, ak platí $a < b$ .

- $(a; b) = \{x \in R; a < x < b\}$ ,
- $\langle a; b \rangle = \{x \in R; a \leq x \leq b\}$ ,
- $\langle a; b \rangle = \{x \in R; a < x < b\}$ ,
- $(a; b) = \{x \in R; a \leq x \leq b\}$ .

### Degenerované intervaly, ak platí $a = b$ .

- $(a; a) = \emptyset$ ,
- $\langle a; a \rangle = \{a\}$ .

## Neohraničené intervaly.

[Aspoň jeden z krajných bodov je  $-\infty$  alebo  $\infty$ .]

# Číselné množiny a ich vlastnosti – Intervaly

## Ohraničené intervaly.

[Krajné body intervalov sú  $a, b \in R$ ,  $a \leq b$ .]

Nedegenerované intervaly, ak platí  $a < b$ .

- $(a; b) = \{x \in R; a < x < b\}$ ,
- $\langle a; b \rangle = \{x \in R; a \leq x \leq b\}$ ,
- $\langle a; b \rangle = \{x \in R; a \leq x < b\}$ ,
- $(a; b) = \{x \in R; a < x \leq b\}$ .

Degenerované intervaly, ak platí  $a = b$ .

- $(a; a) = \emptyset$ ,
- $\langle a; a \rangle = \{a\}$ .

## Neohraničené intervaly.

[Aspoň jeden z krajných bodov je  $-\infty$  alebo  $\infty$ .]

- $(-\infty; a) = \{x \in R; x \leq a\}$ ,

# Číselné množiny a ich vlastnosti – Intervaly

## Ohraničené intervaly.

[Krajné body intervalov sú  $a, b \in R$ ,  $a \leq b$ .]

### Nedegenerované intervaly, ak platí $a < b$ .

- $(a; b) = \{x \in R; a < x < b\}$ ,
- $\langle a; b \rangle = \{x \in R; a \leq x \leq b\}$ ,
- $(a; b] = \{x \in R; a < x \leq b\}$ ,
- $[a; b) = \{x \in R; a \leq x < b\}$ .

### Degenerované intervaly, ak platí $a = b$ .

- $(a; a) = \emptyset$ ,
- $\langle a; a \rangle = \{a\}$ .

## Neohraničené intervaly.

[Aspoň jeden z krajných bodov je  $-\infty$  alebo  $\infty$ .]

- $(-\infty; a) = \{x \in R; x \leq a\}$ ,
- $(-\infty; a) = \{x \in R; x < a\}$ ,

# Číselné množiny a ich vlastnosti – Intervaly

## Ohraničené intervaly.

[Krajné body intervalov sú  $a, b \in R$ ,  $a \leq b$ .]

Nedegenerované intervaly, ak platí  $a < b$ .

- $(a; b) = \{x \in R; a < x < b\}$ ,
- $\langle a; b \rangle = \{x \in R; a \leq x \leq b\}$ ,
- $\langle a; b \rangle = \{x \in R; a < x \leq b\}$ .

Degenerované intervaly, ak platí  $a = b$ .

- $(a; a) = \emptyset$ ,
- $\langle a; a \rangle = \{a\}$ .

## Neohraničené intervaly.

[Aspoň jeden z krajných bodov je  $-\infty$  alebo  $\infty$ .]

- $(-\infty; a) = \{x \in R; x \leq a\}$ ,
- $(-\infty; a) = \{x \in R; x < a\}$ ,
- $(-\infty; \infty) = \{x \in R\} = R$ .

# Číselné množiny a ich vlastnosti – Intervaly

## Ohraničené intervaly.

[Krajné body intervalov sú  $a, b \in R$ ,  $a \leq b$ .]

### Nedegenerované intervaly, ak platí $a < b$ .

- $(a; b) = \{x \in R; a < x < b\}$ ,
- $\langle a; b \rangle = \{x \in R; a \leq x \leq b\}$ ,
- $(a; b] = \{x \in R; a < x \leq b\}$ ,
- $\langle a; b \rangle = \{x \in R; a \leq x < b\}$ .

### Degenerované intervaly, ak platí $a = b$ .

- $(a; a) = \emptyset$ ,
- $\langle a; a \rangle = \{a\}$ .

## Neohraničené intervaly.

[Aspoň jeden z krajných bodov je  $-\infty$  alebo  $\infty$ .]

- $(-\infty; a) = \{x \in R; x \leq a\}$ ,
- $\langle a; \infty \rangle = \{x \in R; a \leq x\}$ ,
- $(-\infty; a) = \{x \in R; x < a\}$ ,
- $(-\infty; \infty) = \{x \in R\} = R$ .

# Číselné množiny a ich vlastnosti – Intervaly

## Ohraničené intervaly.

[Krajné body intervalov sú  $a, b \in R$ ,  $a \leq b$ .]

### Nedegenerované intervaly, ak platí $a < b$ .

- $(a; b) = \{x \in R; a < x < b\}$ ,
- $\langle a; b \rangle = \{x \in R; a \leq x \leq b\}$ ,
- $(a; b] = \{x \in R; a < x \leq b\}$ ,
- $[a; b) = \{x \in R; a \leq x < b\}$ .

### Degenerované intervaly, ak platí $a = b$ .

- $(a; a) = \emptyset$ ,
- $\langle a; a \rangle = \{a\}$ .

## Neohraničené intervaly.

[Aspoň jeden z krajných bodov je  $-\infty$  alebo  $\infty$ .]

- $(-\infty; a) = \{x \in R; x \leq a\}$ ,
- $\langle a; \infty \rangle = \{x \in R; a \leq x\}$ ,
- $(-\infty; a) = \{x \in R; x < a\}$ ,
- $(a; \infty) = \{x \in R; a < x\}$ ,
- $(-\infty; \infty) = \{x \in R\} = R$ .



# Číselné množiny a ich vlastnosti – Intervaly

## Ohraničené intervaly.

[Krajné body intervalov sú  $a, b \in R$ ,  $a \leq b$ .]

Nedegenerované intervaly, ak platí  $a < b$ .

- $(a; b) = \{x \in R; a < x < b\}$ ,
- $\langle a; b \rangle = \{x \in R; a \leq x < b\}$ ,
- $\langle a; b \rangle = \{x \in R; a \leq x \leq b\}$ ,
- $(a; b) = \{x \in R; a < x \leq b\}$ .

Degenerované intervaly, ak platí  $a = b$ .

- $(a; a) = \emptyset$ ,
- $\langle a; a \rangle = \{a\}$ .
- Dĺžkou ohraničeného intervalu nazývame hodnotu  $b - a$ .

## Neohraničené intervaly.

[Aspoň jeden z krajných bodov je  $-\infty$  alebo  $\infty$ .]

- $(-\infty; a) = \{x \in R; x \leq a\}$ ,
- $\langle a; \infty \rangle = \{x \in R; a \leq x\}$ ,
- $(-\infty; a) = \{x \in R; x < a\}$ ,
- $(a; \infty) = \{x \in R; a < x\}$ ,
- $(-\infty; \infty) = \{x \in R\} = R$ .
- Dĺžkou neohraničeného intervalu je hodnota  $\infty$ .

# Číselné množiny a ich vlastnosti

Usporiadaná množina  $A \neq \emptyset$  sa nazýva **husto usporiadaná**,

# Číselné množiny a ich vlastnosti

Usporiadaná množina  $A \neq \emptyset$  sa nazýva **husto usporiadaná**,

ak pre všetky  $a, b \in A$ ,  $a < b$  existuje  $c \in A$  také, že  $a < c < b$ .

# Číselné množiny a ich vlastnosti

Usporiadaná množina  $A \neq \emptyset$  sa nazýva **husto usporiadaná**,

ak pre všetky  $a, b \in A$ ,  $a < b$  existuje  $c \in A$  také, že  $a < c < b$ .

Množina  $A \subset \mathbb{R}$  sa nazýva **súvislá**,

# Číselné množiny a ich vlastnosti

Usporiadaná množina  $A \neq \emptyset$  sa nazýva **husto usporiadaná**,

ak pre všetky  $a, b \in A$ ,  $a < b$  existuje  $c \in A$  také, že  $a < c < b$ .

Množina  $A \subset \mathbb{R}$  sa nazýva **súvislá**,

ak pre všetky  $a, b \in A$ ,  $a < b$  platí, že interval  $\langle a; b \rangle \subset A$ .

# Číselné množiny a ich vlastnosti

Usporiadaná množina  $A \neq \emptyset$  sa nazýva **husto usporiadaná**,

ak pre všetky  $a, b \in A$ ,  $a < b$  existuje  $c \in A$  také, že  $a < c < b$ .

Množina  $A \subset \mathbb{R}$  sa nazýva **súvislá**,

ak pre všetky  $a, b \in A$ ,  $a < b$  platí, že interval  $\langle a; b \rangle \subset A$ .

- Každý interval  $I \subset \mathbb{R}$  je súvislá množina.

# Číselné množiny a ich vlastnosti

Usporiadaná množina  $A \neq \emptyset$  sa nazýva **husto usporiadaná**,

ak pre všetky  $a, b \in A$ ,  $a < b$  existuje  $c \in A$  také, že  $a < c < b$ .

Množina  $A \subset \mathbb{R}$  sa nazýva **súvislá**,

ak pre všetky  $a, b \in A$ ,  $a < b$  platí, že interval  $\langle a; b \rangle \subset A$ .

- Každý interval  $I \subset \mathbb{R}$  je súvislá množina.

[ $\mathbb{N}$ ,  $\mathbb{Z}$ ,  $\mathbb{Q}$ ,  $I$  a ich podmnožiny nie sú súvislé množiny.]

# Číselné množiny a ich vlastnosti

Usporiadaná množina  $A \neq \emptyset$  sa nazýva **husto usporiadaná**,

ak pre všetky  $a, b \in A$ ,  $a < b$  existuje  $c \in A$  také, že  $a < c < b$ .

Množina  $A \subset \mathbb{R}$  sa nazýva **súvislá**,

ak pre všetky  $a, b \in A$ ,  $a < b$  platí, že interval  $\langle a; b \rangle \subset A$ .

- Každý interval  $I \subset \mathbb{R}$  je súvislá množina.

[ $\mathbb{N}$ ,  $\mathbb{Z}$ ,  $\mathbb{Q}$ ,  $I$  a ich podmnožiny nie sú súvislé množiny.]

- Množinu  $\mathbb{R}$  reprezentujeme priamkou  $p$ , ktorú nazývame **reálna číselná os**.





# Číselné množiny a ich vlastnosti

Usporiadaná množina  $A \neq \emptyset$  sa nazýva **husto usporiadaná**,

ak pre všetky  $a, b \in A$ ,  $a < b$  existuje  $c \in A$  také, že  $a < c < b$ .

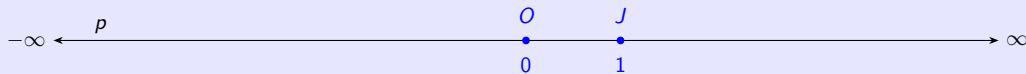
Množina  $A \subset R$  sa nazýva **súvislá**,

ak pre všetky  $a, b \in A$ ,  $a < b$  platí, že interval  $\langle a; b \rangle \subset A$ .

- Každý interval  $I \subset R$  je súvislá množina.

[ $N$ ,  $Z$ ,  $Q$ ,  $I$  a ich podmnožiny nie sú súvislé množiny.]

- Množinu  $R$  reprezentujeme priamkou  $p$ , ktorú nazývame **reálna číselná os**.
- Čísla  $0$  a  $1$  reprezentujeme bodmi  $O, J \in p$ ,



# Číselné množiny a ich vlastnosti

Usporiadaná množina  $A \neq \emptyset$  sa nazýva **husto usporiadaná**,

ak pre všetky  $a, b \in A$ ,  $a < b$  existuje  $c \in A$  také, že  $a < c < b$ .

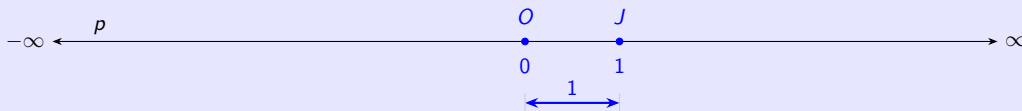
Množina  $A \subset R$  sa nazýva **súvislá**,

ak pre všetky  $a, b \in A$ ,  $a < b$  platí, že interval  $\langle a; b \rangle \subset A$ .

- Každý interval  $I \subset R$  je súvislá množina.

[ $N$ ,  $Z$ ,  $Q$ ,  $I$  a ich podmnožiny nie sú súvislé množiny.]

- Množinu  $R$  reprezentujeme priamkou  $p$ , ktorú nazývame **reálna číselná os**.
- Čísla  $0$  a  $1$  reprezentujeme bodmi  $O, J \in p$ , ich vzdialenosť definuje jednotkovú vzdialenosť  $|OJ| = 1$ .



# Číselné množiny a ich vlastnosti

Usporiadaná množina  $A \neq \emptyset$  sa nazýva **husto usporiadaná**,

ak pre všetky  $a, b \in A$ ,  $a < b$  existuje  $c \in A$  také, že  $a < c < b$ .

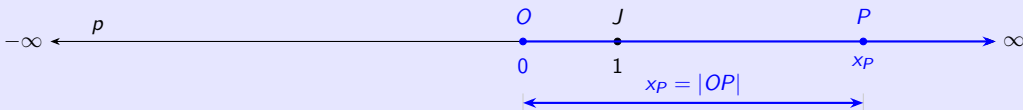
Množina  $A \subset R$  sa nazýva **súvislá**,

ak pre všetky  $a, b \in A$ ,  $a < b$  platí, že interval  $\langle a; b \rangle \subset A$ .

- Každý interval  $I \subset R$  je súvislá množina.

[ $N$ ,  $Z$ ,  $Q$ ,  $I$  a ich podmnožiny nie sú súvislé množiny.]

- Množinu  $R$  reprezentujeme priamkou  $p$ , ktorú nazývame **reálna číselná os**.
- Čísla  $0$  a  $1$  reprezentujeme bodmi  $O, J \in p$ , ich vzdialenosť definuje jednotkovú vzdialenosť  $|OJ| = 1$ .
- Bodu  $P \in \overrightarrow{OJ}$  priradíme číslo  $x_P = |OP|$ ,



# Číselné množiny a ich vlastnosti

Usporiadaná množina  $A \neq \emptyset$  sa nazýva **husto usporiadaná**,

ak pre všetky  $a, b \in A$ ,  $a < b$  existuje  $c \in A$  také, že  $a < c < b$ .

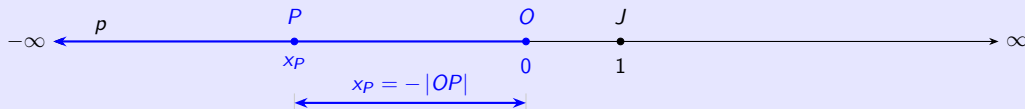
Množina  $A \subset R$  sa nazýva **súvislá**,

ak pre všetky  $a, b \in A$ ,  $a < b$  platí, že interval  $\langle a; b \rangle \subset A$ .

- Každý interval  $I \subset R$  je súvislá množina.

[ $N$ ,  $Z$ ,  $Q$ ,  $I$  a ich podmnožiny nie sú súvislé množiny.]

- Množinu  $R$  reprezentujeme priamkou  $p$ , ktorú nazývame **reálna číselná os**.
- Čísla  $0$  a  $1$  reprezentujeme bodmi  $O, J \in p$ , ich vzdialenosť definuje jednotkovú vzdialenosť  $|OJ| = 1$ .
- Bodu  $P \in \overrightarrow{OJ}$  priradíme číslo  $x_P = |OP|$ , bodu  $P \notin \overrightarrow{OJ}$  priradíme číslo  $x_P = -|OP|$ .



# Číselné množiny a ich vlastnosti

Usporiadaná množina  $A \neq \emptyset$  sa nazýva **husto usporiadaná**,

ak pre všetky  $a, b \in A$ ,  $a < b$  existuje  $c \in A$  také, že  $a < c < b$ .

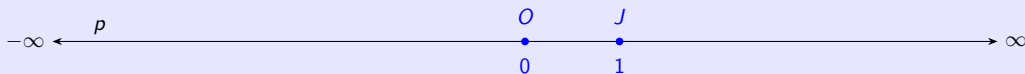
Množina  $A \subset R$  sa nazýva **súvislá**,

ak pre všetky  $a, b \in A$ ,  $a < b$  platí, že interval  $\langle a; b \rangle \subset A$ .

- Každý interval  $I \subset R$  je súvislá množina.

[ $N$ ,  $Z$ ,  $Q$ ,  $I$  a ich podmnožiny nie sú súvislé množiny.]

- Množinu  $R$  reprezentujeme priamkou  $p$ , ktorú nazývame **reálna číselná os**.
- Čísla  $0$  a  $1$  reprezentujeme bodmi  $O, J \in p$ , ich vzdialenosť definuje jednotkovú vzdialenosť  $|OJ| = 1$ .
- Bodu  $P \in \overrightarrow{OJ}$  priradíme číslo  $x_P = |OP|$ , bodu  $P \notin \overrightarrow{OJ}$  priradíme číslo  $x_P = -|OP|$ .
- Bod  $x_O = O = 0$  nazývame **nulový**, bod  $x_J = J = 1$  nazývame **jednotkový**.



# Číselné množiny a ich vlastnosti

Usporiadaná množina  $A \neq \emptyset$  sa nazýva **husto usporiadaná**,

ak pre všetky  $a, b \in A$ ,  $a < b$  existuje  $c \in A$  také, že  $a < c < b$ .

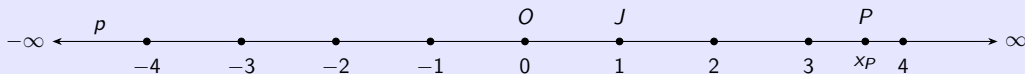
Množina  $A \subset R$  sa nazýva **súvislá**,

ak pre všetky  $a, b \in A$ ,  $a < b$  platí, že interval  $\langle a; b \rangle \subset A$ .

- Každý interval  $I \subset R$  je súvislá množina.

[ $N$ ,  $Z$ ,  $Q$ ,  $I$  a ich podmnožiny nie sú súvislé množiny.]

- Množinu  $R$  reprezentujeme priamkou  $p$ , ktorú nazývame **reálna číselná os**.
- Čísla  $0$  a  $1$  reprezentujeme bodmi  $O, J \in p$ , ich vzdialenosť definuje jednotkovú vzdialenosť  $|OJ| = 1$ .
- Bodu  $P \in \overrightarrow{OJ}$  priradíme číslo  $x_P = |OP|$ , bodu  $P \notin \overrightarrow{OJ}$  priradíme číslo  $x_P = -|OP|$ .
- Bod  $x_O = O = 0$  nazývame **nulový**, bod  $x_J = J = 1$  nazývame **jednotkový**.



# Číselné množiny a ich vlastnosti

Usporiadaná množina  $A \neq \emptyset$  sa nazýva **husto usporiadaná**,

ak pre všetky  $a, b \in A$ ,  $a < b$  existuje  $c \in A$  také, že  $a < c < b$ .

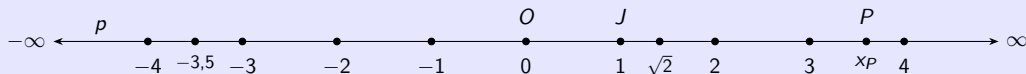
Množina  $A \subset R$  sa nazýva **súvislá**,

ak pre všetky  $a, b \in A$ ,  $a < b$  platí, že interval  $\langle a; b \rangle \subset A$ .

- Každý interval  $I \subset R$  je súvislá množina.

[ $N$ ,  $Z$ ,  $Q$ ,  $I$  a ich podmnožiny nie sú súvislé množiny.]

- Množinu  $R$  reprezentujeme priamkou  $p$ , ktorú nazývame **reálna číselná os**.
- Čísla  $0$  a  $1$  reprezentujeme bodmi  $O, J \in p$ , ich vzdialenosť definuje jednotkovú vzdialenosť  $|OJ| = 1$ .
- Bodu  $P \in \overrightarrow{OJ}$  priradíme číslo  $x_P = |OP|$ , bodu  $P \notin \overrightarrow{OJ}$  priradíme číslo  $x_P = -|OP|$ .
- Bod  $x_O = O = 0$  nazývame **nulový**, bod  $x_J = J = 1$  nazývame **jednotkový**.



# Číselné množiny a ich vlastnosti

Usporiadaná množina  $A \neq \emptyset$  sa nazýva **husto usporiadaná**,

ak pre všetky  $a, b \in A$ ,  $a < b$  existuje  $c \in A$  také, že  $a < c < b$ .

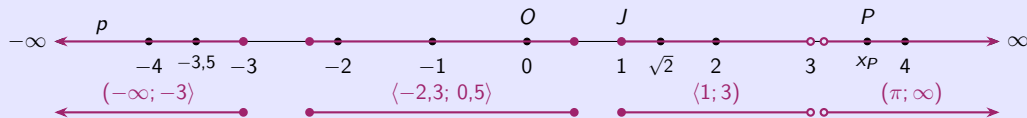
Množina  $A \subset R$  sa nazýva **súvislá**,

ak pre všetky  $a, b \in A$ ,  $a < b$  platí, že interval  $\langle a; b \rangle \subset A$ .

- Každý interval  $I \subset R$  je súvislá množina.

[ $N$ ,  $Z$ ,  $Q$ ,  $I$  a ich podmnožiny nie sú súvislé množiny.]

- Množinu  $R$  reprezentujeme priamkou  $p$ , ktorú nazývame **reálna číselná os**.
- Čísla  $0$  a  $1$  reprezentujeme bodmi  $O, J \in p$ , ich vzdialenosť definuje jednotkovú vzdialenosť  $|OJ| = 1$ .
- Bodu  $P \in \overrightarrow{OJ}$  priradíme číslo  $x_P = |OP|$ , bodu  $P \notin \overrightarrow{OJ}$  priradíme číslo  $x_P = -|OP|$ .
- Bod  $x_O = O = 0$  nazývame **nulový**, bod  $x_J = J = 1$  nazývame **jednotkový**.





# Číselné množiny a ich vlastnosti

Usporiadaná množina  $A \neq \emptyset$  sa nazýva **husto usporiadaná**,

ak pre všetky  $a, b \in A$ ,  $a < b$  existuje  $c \in A$  také, že  $a < c < b$ .

Množina  $A \subset R$  sa nazýva **súvislá**,

ak pre všetky  $a, b \in A$ ,  $a < b$  platí, že interval  $\langle a; b \rangle \subset A$ .

- Každý interval  $I \subset R$  je súvislá množina.

[ $N$ ,  $Z$ ,  $Q$ ,  $I$  a ich podmnožiny nie sú súvislé množiny.]

- Množinu  $R$  reprezentujeme priamkou  $p$ , ktorú nazývame **reálna číselná os**.
- Čísla  $0$  a  $1$  reprezentujeme bodmi  $O, J \in p$ , ich vzdialenosť definuje jednotkovú vzdialenosť  $|OJ| = 1$ .
- Bodu  $P \in \overrightarrow{OJ}$  priradíme číslo  $x_P = |OP|$ , bodu  $P \notin \overrightarrow{OJ}$  priradíme číslo  $x_P = -|OP|$ .
- Bod  $x_O = O = 0$  nazývame **nulový**, bod  $x_J = J = 1$  nazývame **jednotkový**.



# Číselné množiny a ich vlastnosti – Archimedov princíp

$a \in R, x \in R, x > 0$  (ľubovoľné čísla).

# Číselné množiny a ich vlastnosti – Archimedov princíp

$a \in R, x \in R, x > 0$  (ľubovoľné čísla).

$\Rightarrow$  • Existuje  $k \in Z$  také, že  $kx \leq a < (k + 1)x$ .

# Číselné množiny a ich vlastnosti – Archimedov princíp

$a \in \mathbb{R}, x \in \mathbb{R}, x > 0$  (ľubovoľné čísla).

[Archimedova vlastnosť reálnych čísel]

$\Rightarrow$  • Existuje  $k \in \mathbb{Z}$  také, že  $kx \leq a < (k+1)x$ .

• Špeciálne pre  $x = 1$  existuje  $k \in \mathbb{Z}$  také, že  $k \leq a < k+1$ .

# Číselné množiny a ich vlastnosti – Archimedov princíp

$a \in R, x \in R, x > 0$  (ľubovoľné čísla).

[Archimedova vlastnosť reálnych čísel]

$\Rightarrow$  • Existuje  $k \in Z$  také, že  $kx \leq a < (k+1)x$ .

• Špeciálne pre  $x = 1$  existuje  $k \in Z$  také, že  $k \leq a < k+1$ .

• Číslo  $k \in Z$  také, že  $k \leq a < k+1$ , nazývame (dolná) celá časť čísla  $a$  a označujeme  $\lfloor a \rfloor$ , resp.  $[a]$ .

# Číselné množiny a ich vlastnosti – Archimedov princíp

$a \in R, x \in R, x > 0$  (ľubovoľné čísla).

[Archimedova vlastnosť reálnych čísel]

$\Rightarrow$  • Existuje  $k \in Z$  také, že  $kx \leq a < (k + 1)x$ .

• Špeciálne pre  $x = 1$  existuje  $k \in Z$  také, že  $k \leq a < k + 1$ .

- Číslo  $k \in Z$  také, že  $k \leq a < k + 1$ , nazývame (dolná) celá časť čísla  $a$  a označujeme  $\lfloor a \rfloor$ , resp.  $[a]$ .
- Číslo  $k \in Z$  také, že  $k < a \leq k + 1$ , nazývame horná celá časť čísla  $a$  a označujeme  $\lceil a \rceil$ .

# Číselné množiny a ich vlastnosti – Archimedov princíp

$a \in R, x \in R, x > 0$  (ľubovoľné čísla).

[Archimedova vlastnosť reálnych čísel]

$\Rightarrow$  • Existuje  $k \in Z$  také, že  $kx \leq a < (k + 1)x$ .

• Špeciálne pre  $x = 1$  existuje  $k \in Z$  také, že  $k \leq a < k + 1$ .

- Číslo  $k \in Z$  také, že  $k \leq a < k + 1$ , nazývame (dolná) celá časť čísla  $a$  a označujeme  $\lfloor a \rfloor$ , resp.  $[a]$ .
- Číslo  $k \in Z$  také, že  $k < a \leq k + 1$ , nazývame horná celá časť čísla  $a$  a označujeme  $\lceil a \rceil$ .
- Rozdiel  $a - \lfloor a \rfloor$  nazývame lomená časť čísla  $a \in R$ .

# Číselné množiny a ich vlastnosti – Archimedov princíp

$a \in \mathbb{R}, x \in \mathbb{R}, x > 0$  (ľubovoľné čísla).

[Archimedova vlastnosť reálnych čísel]

$\Rightarrow$  • Existuje  $k \in \mathbb{Z}$  také, že  $kx \leq a < (k+1)x$ .

• Špeciálne pre  $x = 1$  existuje  $k \in \mathbb{Z}$  také, že  $k \leq a < k+1$ .

• Číslo  $k \in \mathbb{Z}$  také, že  $k \leq a < k+1$ , nazývame (dolná) celá časť čísla  $a$  a označujeme  $\lfloor a \rfloor$ , resp.  $[a]$ .

• Číslo  $k \in \mathbb{Z}$  také, že  $k < a \leq k+1$ , nazývame horná celá časť čísla  $a$  a označujeme  $\lceil a \rceil$ .

• Rozdiel  $a - \lfloor a \rfloor$  nazývame lomená časť čísla  $a \in \mathbb{R}$ .

$\varepsilon \in \mathbb{R}, \varepsilon > 0$  (ľubovoľné  $\varepsilon > 0$ ).



# Číselné množiny a ich vlastnosti – Archimedov princíp

$a \in \mathbb{R}, x \in \mathbb{R}, x > 0$  (ľubovoľné čísla).

[Archimedova vlastnosť reálnych čísel]

$\Rightarrow$  • Existuje  $k \in \mathbb{Z}$  také, že  $kx \leq a < (k+1)x$ .

• Špeciálne pre  $x = 1$  existuje  $k \in \mathbb{Z}$  také, že  $k \leq a < k+1$ .

• Číslo  $k \in \mathbb{Z}$  také, že  $k \leq a < k+1$ , nazývame (dolná) celá časť čísla  $a$  a označujeme  $\lfloor a \rfloor$ , resp.  $[a]$ .

• Číslo  $k \in \mathbb{Z}$  také, že  $k < a \leq k+1$ , nazývame horná celá časť čísla  $a$  a označujeme  $\lceil a \rceil$ .

• Rozdiel  $a - \lfloor a \rfloor$  nazývame lomená časť čísla  $a \in \mathbb{R}$ .

$\varepsilon \in \mathbb{R}, \varepsilon > 0$  (ľubovoľné  $\varepsilon > 0$ ).

$\Rightarrow$  • Existuje  $n \in \mathbb{N}$  také, že  $\frac{1}{n} < \varepsilon$ .

# Číselné množiny a ich vlastnosti – Archimedov princíp

$a \in \mathbb{R}, x \in \mathbb{R}, x > 0$  (ľubovoľné čísla).

[Archimedova vlastnosť reálnych čísel]

$\Rightarrow$  • Existuje  $k \in \mathbb{Z}$  také, že  $kx \leq a < (k+1)x$ .

• Špeciálne pre  $x = 1$  existuje  $k \in \mathbb{Z}$  také, že  $k \leq a < k+1$ .

• Číslo  $k \in \mathbb{Z}$  také, že  $k \leq a < k+1$ , nazývame (dolná) celá časť čísla  $a$  a označujeme  $\lfloor a \rfloor$ , resp.  $[a]$ .

• Číslo  $k \in \mathbb{Z}$  také, že  $k < a \leq k+1$ , nazývame horná celá časť čísla  $a$  a označujeme  $\lceil a \rceil$ .

• Rozdiel  $a - \lfloor a \rfloor$  nazývame lomená časť čísla  $a \in \mathbb{R}$ .

$\varepsilon \in \mathbb{R}, \varepsilon > 0$  (ľubovoľné  $\varepsilon > 0$ ).

$\Rightarrow$  • Existuje  $n \in \mathbb{N}$  také, že  $\frac{1}{n} < \varepsilon$ .

[Stačí voliť  $n \in \mathbb{N}$  tak, aby  $\frac{1}{n} < \varepsilon$ , t. j.  $\frac{1}{n} < \varepsilon$ .]

# Číselné množiny a ich vlastnosti – Archimedov princíp

$a \in \mathbb{R}, x \in \mathbb{R}, x > 0$  (ľubovoľné čísla).

[Archimedova vlastnosť reálnych čísel]

$\Rightarrow$  • Existuje  $k \in \mathbb{Z}$  také, že  $kx \leq a < (k+1)x$ .

• Špeciálne pre  $x = 1$  existuje  $k \in \mathbb{Z}$  také, že  $k \leq a < k+1$ .

• Číslo  $k \in \mathbb{Z}$  také, že  $k \leq a < k+1$ , nazývame (dolná) celá časť čísla  $a$  a označujeme  $\lfloor a \rfloor$ , resp.  $[a]$ .

• Číslo  $k \in \mathbb{Z}$  také, že  $k < a \leq k+1$ , nazývame horná celá časť čísla  $a$  a označujeme  $\lceil a \rceil$ .

• Rozdiel  $a - \lfloor a \rfloor$  nazývame lomená časť čísla  $a \in \mathbb{R}$ .

$\varepsilon \in \mathbb{R}, \varepsilon > 0$  (ľubovoľné  $\varepsilon > 0$ ).

$\Rightarrow$  • Existuje  $n \in \mathbb{N}$  také, že  $\frac{1}{n} < \varepsilon$ .

[Stačí voliť  $n \in \mathbb{N}$  tak, aby  $\frac{1}{\varepsilon} < n$ , t. j.  $\frac{1}{n} < \varepsilon$ .]

$a, b \in \mathbb{R}, a < b$  (ľubovoľné čísla).

# Číselné množiny a ich vlastnosti – Archimedov princíp

$a \in R, x \in R, x > 0$  (ľubovoľné čísla).

[Archimedova vlastnosť reálnych čísel]

$\Rightarrow$  • Existuje  $k \in Z$  také, že  $kx \leq a < (k+1)x$ .

• Špeciálne pre  $x = 1$  existuje  $k \in Z$  také, že  $k \leq a < k+1$ .

• Číslo  $k \in Z$  také, že  $k \leq a < k+1$ , nazývame (dolná) celá časť čísla  $a$  a označujeme  $\lfloor a \rfloor$ , resp.  $[a]$ .

• Číslo  $k \in Z$  také, že  $k < a \leq k+1$ , nazývame horná celá časť čísla  $a$  a označujeme  $\lceil a \rceil$ .

• Rozdiel  $a - \lfloor a \rfloor$  nazývame lomená časť čísla  $a \in R$ .

$\varepsilon \in R, \varepsilon > 0$  (ľubovoľné  $\varepsilon > 0$ ).

$\Rightarrow$  • Existuje  $n \in N$  také, že  $\frac{1}{n} < \varepsilon$ .

[Stačí voliť  $n \in N$  tak, aby  $\frac{1}{\varepsilon} < n$ , t. j.  $\frac{1}{n} < \varepsilon$ .]

$a, b \in R, a < b$  (ľubovoľné čísla).

$\Rightarrow$  • Existujú  $s \in Q$  a  $v \in I$  také, že  $s \in (a; b)$ ,  $v \in (a; b)$ .

# Číselné množiny a ich vlastnosti – Archimedov princíp

$a \in R, x \in R, x > 0$  (ľubovoľné čísla).

[Archimedova vlastnosť reálnych čísel]

$\Rightarrow$  • Existuje  $k \in Z$  také, že  $kx \leq a < (k+1)x$ .

• Špeciálne pre  $x = 1$  existuje  $k \in Z$  také, že  $k \leq a < k+1$ .

• Číslo  $k \in Z$  také, že  $k \leq a < k+1$ , nazývame (dolná) celá časť čísla  $a$  a označujeme  $\lfloor a \rfloor$ , resp.  $[a]$ .

• Číslo  $k \in Z$  také, že  $k < a \leq k+1$ , nazývame horná celá časť čísla  $a$  a označujeme  $\lceil a \rceil$ .

• Rozdiel  $a - \lfloor a \rfloor$  nazývame lomená časť čísla  $a \in R$ .

$\varepsilon \in R, \varepsilon > 0$  (ľubovoľné  $\varepsilon > 0$ ).

$\Rightarrow$  • Existuje  $n \in N$  také, že  $\frac{1}{n} < \varepsilon$ .

[Stačí voliť  $n \in N$  tak, aby  $\frac{1}{n} < \varepsilon$ , t. j.  $\frac{1}{n} < \varepsilon$ .]

$a, b \in R, a < b$  (ľubovoľné čísla).

$\Rightarrow$  • Existujú  $s \in Q$  a  $v \in I$  také, že  $s \in (a; b)$ ,  $v \in (a; b)$ .

• Pre všetky  $r \in R$  platí  $\sup \{s \in Q, s \leq r\} = \sup \{s \in I, s \leq r\} = r$ .

# Číselné množiny a ich vlastnosti – Cantorov princíp

$\langle a_n; b_n \rangle$ ,  $n \in \mathbb{N}$  sú také, že  $\langle a_{n+1}; b_{n+1} \rangle \subset \langle a_n; b_n \rangle$  pre všetky  $n \in \mathbb{N}$ .

# Číselné množiny a ich vlastnosti – Cantorov princíp

$\langle a_n; b_n \rangle$ ,  $n \in \mathbb{N}$  sú také, že  $\langle a_{n+1}; b_{n+1} \rangle \subset \langle a_n; b_n \rangle$  pre všetky  $n \in \mathbb{N}$ .

$\Rightarrow$  • Existuje  $c \in \mathbb{R}$  také, že  $c \in \bigcap_{n=1}^{\infty} \langle a_n; b_n \rangle$ .

# Číselné množiny a ich vlastnosti – Cantorov princíp

$\langle a_n; b_n \rangle$ ,  $n \in \mathbb{N}$  sú také, že  $\langle a_{n+1}; b_{n+1} \rangle \subset \langle a_n; b_n \rangle$  pre všetky  $n \in \mathbb{N}$ .

$\Rightarrow$  • Existuje  $c \in \mathbb{R}$  také, že  $c \in \bigcap_{n=1}^{\infty} \langle a_n; b_n \rangle$ .

• Ak navyše pre každé  $\varepsilon > 0$  existuje  $n \in \mathbb{N}$  také, že  $b_n - a_n < \varepsilon$ .



# Číselné množiny a ich vlastnosti – Cantorov princíp

$\langle a_n; b_n \rangle$ ,  $n \in \mathbb{N}$  sú také, že  $\langle a_{n+1}; b_{n+1} \rangle \subset \langle a_n; b_n \rangle$  pre všetky  $n \in \mathbb{N}$ .

$\Rightarrow$  • Existuje  $c \in \mathbb{R}$  také, že  $c \in \bigcap_{n=1}^{\infty} \langle a_n; b_n \rangle$ .

• Ak navyše pre každé  $\varepsilon > 0$  existuje  $n \in \mathbb{N}$  také, že  $b_n - a_n < \varepsilon$ .

$\Rightarrow$  • Existuje jediné  $c \in \mathbb{R}$  také, že  $c \in \bigcap_{n=1}^{\infty} \langle a_n; b_n \rangle$ .

# Číselné množiny a ich vlastnosti – Cantorov princíp

$\langle a_n; b_n \rangle, n \in \mathbb{N}$  sú také, že  $\langle a_{n+1}; b_{n+1} \rangle \subset \langle a_n; b_n \rangle$  pre všetky  $n \in \mathbb{N}$ .

[Cantorov princíp vložených intervalov]

$\Rightarrow$  • Existuje  $c \in \mathbb{R}$  také, že  $c \in \bigcap_{n=1}^{\infty} \langle a_n; b_n \rangle$ .

• Ak navyše pre každé  $\varepsilon > 0$  existuje  $n \in \mathbb{N}$  také, že  $b_n - a_n < \varepsilon$ .

$\Rightarrow$  • Existuje jediné  $c \in \mathbb{R}$  také, že  $c \in \bigcap_{n=1}^{\infty} \langle a_n; b_n \rangle$ .

# Číselné množiny a ich vlastnosti – Cantorov princíp

$\langle a_n; b_n \rangle, n \in \mathbb{N}$  sú také, že  $\langle a_{n+1}; b_{n+1} \rangle \subset \langle a_n; b_n \rangle$  pre všetky  $n \in \mathbb{N}$ .

[Cantorov princíp vložených intervalov]

$\Rightarrow$  • Existuje  $c \in \mathbb{R}$  také, že  $c \in \bigcap_{n=1}^{\infty} \langle a_n; b_n \rangle$ .

• Ak navyše pre každé  $\varepsilon > 0$  existuje  $n \in \mathbb{N}$  také, že  $b_n - a_n < \varepsilon$ .

$\Rightarrow$  • Existuje jediné  $c \in \mathbb{R}$  také, že  $c \in \bigcap_{n=1}^{\infty} \langle a_n; b_n \rangle$ .



# Číselné množiny a ich vlastnosti – Cantorov princíp

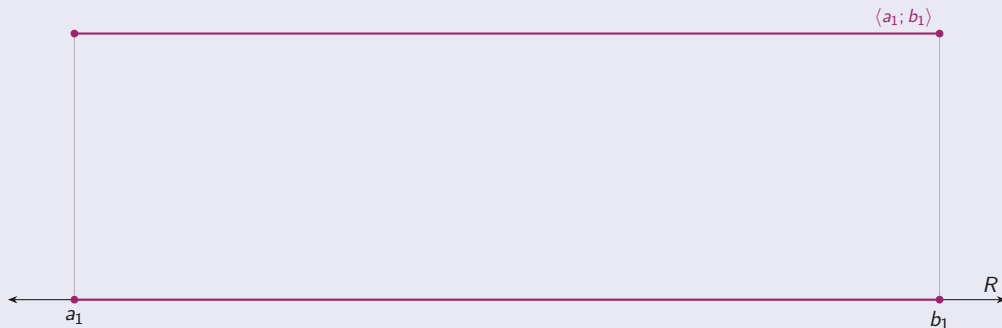
$\langle a_n; b_n \rangle$ ,  $n \in \mathbb{N}$  sú také, že  $\langle a_{n+1}; b_{n+1} \rangle \subset \langle a_n; b_n \rangle$  pre všetky  $n \in \mathbb{N}$ .

[Cantorov princíp vložených intervalov]

$\Rightarrow$  • Existuje  $c \in \mathbb{R}$  také, že  $c \in \bigcap_{n=1}^{\infty} \langle a_n; b_n \rangle$ .

• Ak navyše pre každé  $\varepsilon > 0$  existuje  $n \in \mathbb{N}$  také, že  $b_n - a_n < \varepsilon$ .

$\Rightarrow$  • Existuje jediné  $c \in \mathbb{R}$  také, že  $c \in \bigcap_{n=1}^{\infty} \langle a_n; b_n \rangle$ .



# Číselné množiny a ich vlastnosti – Cantorov princíp

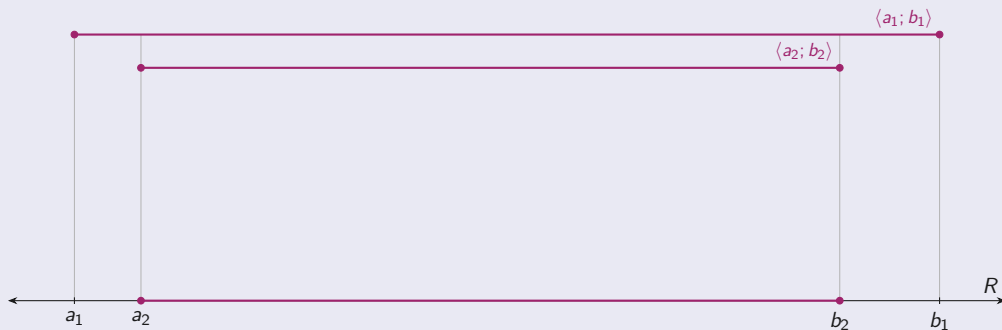
$\langle a_n; b_n \rangle$ ,  $n \in \mathbb{N}$  sú také, že  $\langle a_{n+1}; b_{n+1} \rangle \subset \langle a_n; b_n \rangle$  pre všetky  $n \in \mathbb{N}$ .

[Cantorov princíp vložených intervalov]

$\Rightarrow$  • Existuje  $c \in \mathbb{R}$  také, že  $c \in \bigcap_{n=1}^{\infty} \langle a_n; b_n \rangle$ .

• Ak navyše pre každé  $\varepsilon > 0$  existuje  $n \in \mathbb{N}$  také, že  $b_n - a_n < \varepsilon$ .

$\Rightarrow$  • Existuje jediné  $c \in \mathbb{R}$  také, že  $c \in \bigcap_{n=1}^{\infty} \langle a_n; b_n \rangle$ .



# Číselné množiny a ich vlastnosti – Cantorov princíp

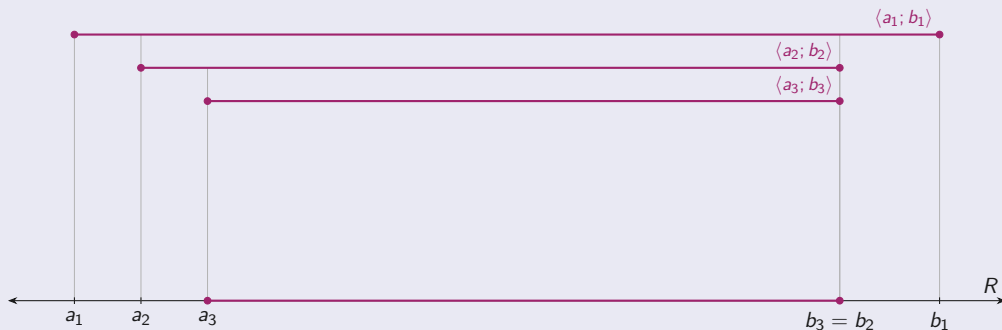
$\langle a_n; b_n \rangle$ ,  $n \in \mathbb{N}$  sú také, že  $\langle a_{n+1}; b_{n+1} \rangle \subset \langle a_n; b_n \rangle$  pre všetky  $n \in \mathbb{N}$ .

[Cantorov princíp vložených intervalov]

$\Rightarrow$  • Existuje  $c \in \mathbb{R}$  také, že  $c \in \bigcap_{n=1}^{\infty} \langle a_n; b_n \rangle$ .

• Ak navyše pre každé  $\varepsilon > 0$  existuje  $n \in \mathbb{N}$  také, že  $b_n - a_n < \varepsilon$ .

$\Rightarrow$  • Existuje jediné  $c \in \mathbb{R}$  také, že  $c \in \bigcap_{n=1}^{\infty} \langle a_n; b_n \rangle$ .



# Číselné množiny a ich vlastnosti – Cantorov princíp

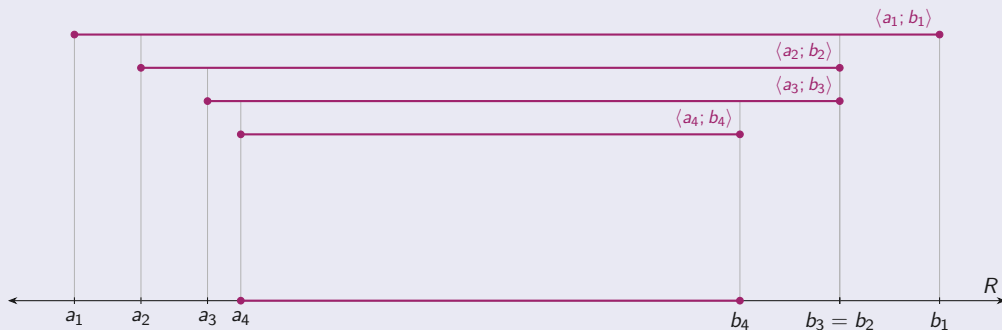
$\langle a_n; b_n \rangle$ ,  $n \in \mathbb{N}$  sú také, že  $\langle a_{n+1}; b_{n+1} \rangle \subset \langle a_n; b_n \rangle$  pre všetky  $n \in \mathbb{N}$ .

[Cantorov princíp vložených intervalov]

$\Rightarrow$  • Existuje  $c \in \mathbb{R}$  také, že  $c \in \bigcap_{n=1}^{\infty} \langle a_n; b_n \rangle$ .

• Ak navyše pre každé  $\varepsilon > 0$  existuje  $n \in \mathbb{N}$  také, že  $b_n - a_n < \varepsilon$ .

$\Rightarrow$  • Existuje jediné  $c \in \mathbb{R}$  také, že  $c \in \bigcap_{n=1}^{\infty} \langle a_n; b_n \rangle$ .



# Číselné množiny a ich vlastnosti – Cantorov princíp

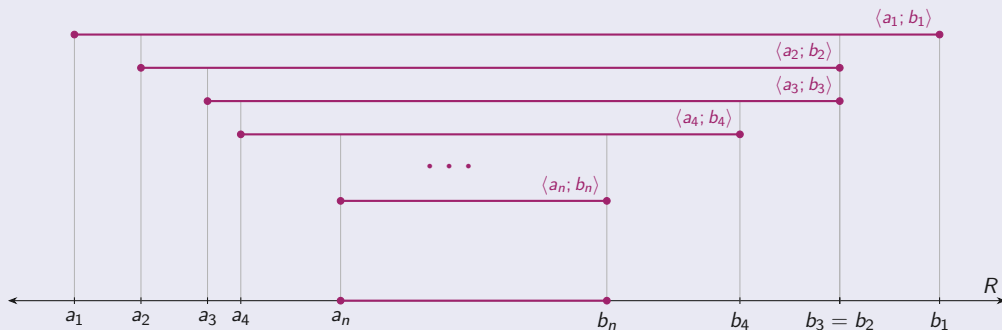
$\langle a_n; b_n \rangle$ ,  $n \in \mathbb{N}$  sú také, že  $\langle a_{n+1}; b_{n+1} \rangle \subset \langle a_n; b_n \rangle$  pre všetky  $n \in \mathbb{N}$ .

[Cantorov princíp vložených intervalov]

$\Rightarrow$  • Existuje  $c \in \mathbb{R}$  také, že  $c \in \bigcap_{n=1}^{\infty} \langle a_n; b_n \rangle$ .

• Ak navyše pre každé  $\varepsilon > 0$  existuje  $n \in \mathbb{N}$  také, že  $b_n - a_n < \varepsilon$ .

$\Rightarrow$  • Existuje jediné  $c \in \mathbb{R}$  také, že  $c \in \bigcap_{n=1}^{\infty} \langle a_n; b_n \rangle$ .





# Číselné množiny a ich vlastnosti – Cantorov princíp

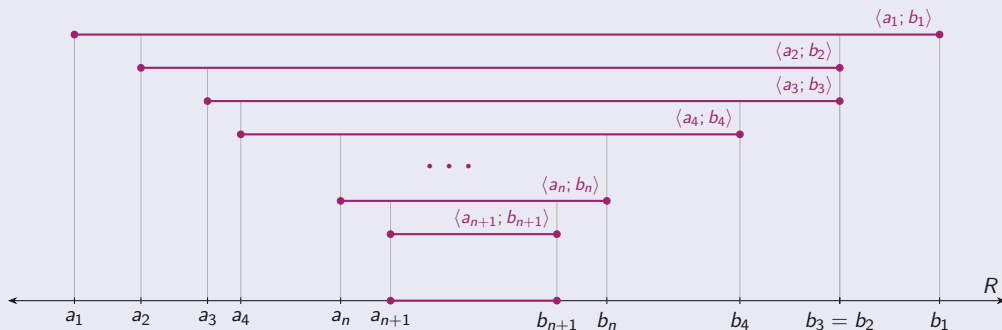
$\langle a_n; b_n \rangle$ ,  $n \in \mathbb{N}$  sú také, že  $\langle a_{n+1}; b_{n+1} \rangle \subset \langle a_n; b_n \rangle$  pre všetky  $n \in \mathbb{N}$ .

[Cantorov princíp vložených intervalov]

$\Rightarrow$  • Existuje  $c \in \mathbb{R}$  také, že  $c \in \bigcap_{n=1}^{\infty} \langle a_n; b_n \rangle$ .

• Ak navyše pre každé  $\varepsilon > 0$  existuje  $n \in \mathbb{N}$  také, že  $b_n - a_n < \varepsilon$ .

$\Rightarrow$  • Existuje jediné  $c \in \mathbb{R}$  také, že  $c \in \bigcap_{n=1}^{\infty} \langle a_n; b_n \rangle$ .



# Číselné množiny a ich vlastnosti – Cantorov princíp

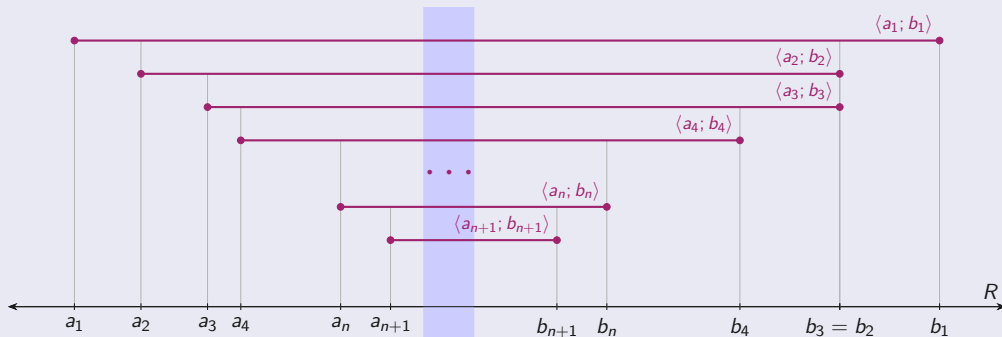
$\langle a_n; b_n \rangle$ ,  $n \in \mathbb{N}$  sú také, že  $\langle a_{n+1}; b_{n+1} \rangle \subset \langle a_n; b_n \rangle$  pre všetky  $n \in \mathbb{N}$ .

[Cantorov princíp vložených intervalov]

$\Rightarrow$  • Existuje  $c \in \mathbb{R}$  také, že  $c \in \bigcap_{n=1}^{\infty} \langle a_n; b_n \rangle$ .

• Ak navyše pre každé  $\varepsilon > 0$  existuje  $n \in \mathbb{N}$  také, že  $b_n - a_n < \varepsilon$ .

$\Rightarrow$  • Existuje jediné  $c \in \mathbb{R}$  také, že  $c \in \bigcap_{n=1}^{\infty} \langle a_n; b_n \rangle$ .



# Číselné množiny a ich vlastnosti – Cantorov princíp

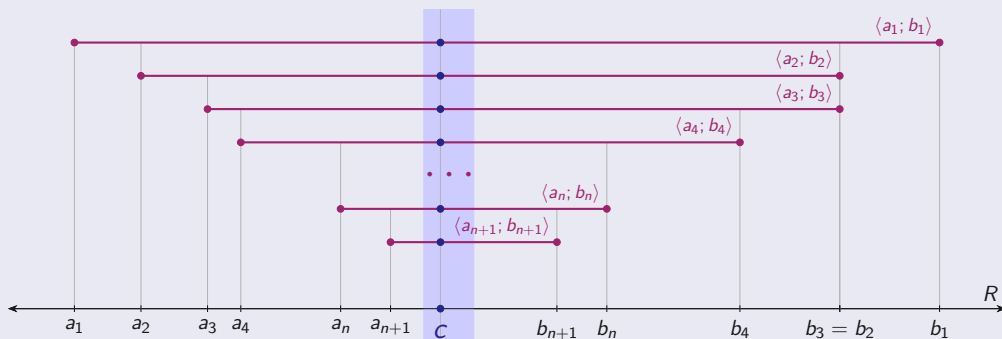
$\langle a_n; b_n \rangle$ ,  $n \in \mathbb{N}$  sú také, že  $\langle a_{n+1}; b_{n+1} \rangle \subset \langle a_n; b_n \rangle$  pre všetky  $n \in \mathbb{N}$ .

[Cantorov princíp vložených intervalov]

$\Rightarrow$  • Existuje  $c \in \mathbb{R}$  také, že  $c \in \bigcap_{n=1}^{\infty} \langle a_n; b_n \rangle$ .

• Ak navyše pre každé  $\varepsilon > 0$  existuje  $n \in \mathbb{N}$  také, že  $b_n - a_n < \varepsilon$ .

$\Rightarrow$  • Existuje jediné  $c \in \mathbb{R}$  také, že  $c \in \bigcap_{n=1}^{\infty} \langle a_n; b_n \rangle$ .



# Číselné množiny a ich vlastnosti

- Absolútnou hodnotou čísla  $a \in R$



# Číselné množiny a ich vlastnosti

- Absolútnou hodnotou čísla  $a \in R$  nazývame číslo  $|a| = \max\{-a, a\}$ .

# Číselné množiny a ich vlastnosti

- Absolútnou hodnotou čísla  $a \in \mathbb{R}$  nazývame číslo  $|a| = \max\{-a, a\}$ .

$a, b \in \mathbb{R}$  (rúbovoľné čísla).

# Číselné množiny a ich vlastnosti

- Absolútnou hodnotou čísla  $a \in \mathbb{R}$  nazývame číslo  $|a| = \max\{-a, a\}$ .

$a, b \in \mathbb{R}$  (ľubovoľné čísla). Potom platí:

- $|a| \geq 0$  a platí  $|a| = 0 \Leftrightarrow a = 0$ .

# Číselné množiny a ich vlastnosti

- Absolútnou hodnotou čísla  $a \in R$  nazývame číslo  $|a| = \max\{-a, a\}$ .

$a, b \in R$  (ľubovoľné čísla). Potom platí:

- $|a| \geq 0$  a platí  $|a| = 0 \Leftrightarrow a = 0$ .
- $|-a| = |a|$ .



# Číselné množiny a ich vlastnosti

- Absolútnou hodnotou čísla  $a \in \mathbb{R}$  nazývame číslo  $|a| = \max\{-a, a\}$ .

$a, b \in \mathbb{R}$  (rúbovoľné čísla). Potom platí:

- $|a| \geq 0$  a platí  $|a| = 0 \Leftrightarrow a = 0$ .
- $|ab| = |a| \cdot |b|$ .
- $|-a| = |a|$ .

# Číselné množiny a ich vlastnosti

- Absolútnou hodnotou čísla  $a \in \mathbb{R}$  nazývame číslo  $|a| = \max\{-a, a\}$ .

$a, b \in \mathbb{R}$  (racionálne čísla). Potom platí:

- $|a| \geq 0$  a platí  $|a| = 0 \Leftrightarrow a = 0$ .
- $|ab| = |a| \cdot |b|$ .
- $|-a| = |a|$ .
- $|\frac{a}{b}| = \frac{|a|}{|b|}$  pre  $b \neq 0$ .

# Číselné množiny a ich vlastnosti

- Absolútnou hodnotou čísla  $a \in \mathbb{R}$  nazývame číslo  $|a| = \max\{-a, a\}$ .

$a, b \in \mathbb{R}$  (rúbovoľné čísla). Potom platí:

- $|a| \geq 0$  a platí  $|a| = 0 \Leftrightarrow a = 0$ .
- $|ab| = |a| \cdot |b|$ .
- $|a + b| \leq |a| + |b|$ . [Trojuholníková nerovnosť.]
- $|-a| = |a|$ .
- $|\frac{a}{b}| = \frac{|a|}{|b|}$  pre  $b \neq 0$ .

# Číselné množiny a ich vlastnosti

- Absolútnou hodnotou čísla  $a \in \mathbb{R}$  nazývame číslo  $|a| = \max\{-a, a\}$ .

$a, b \in \mathbb{R}$  (racionálne čísla). Potom platí:

- $|a| \geq 0$  a platí  $|a| = 0 \Leftrightarrow a = 0$ .
- $|ab| = |a| \cdot |b|$ .
- $|a + b| \leq |a| + |b|$ . [Trojuholníková nerovnosť.]
- $|-a| = |a|$ .
- $|\frac{a}{b}| = \frac{|a|}{|b|}$  pre  $b \neq 0$ .
- $|a| - |b| \leq |a + b|$ .

# Číselné množiny a ich vlastnosti

- Absolútnou hodnotou čísla  $a \in \mathbb{R}$  nazývame číslo  $|a| = \max\{-a, a\}$ .

$a, b \in \mathbb{R}$  (rúbovoľné čísla). Potom platí:

- $|a| \geq 0$  a platí  $|a| = 0 \Leftrightarrow a = 0$ .
- $|ab| = |a| \cdot |b|$ .
- $|a + b| \leq |a| + |b|$ . [Trojuholníková nerovnosť.]
- $|-a| = |a|$ .
- $\left|\frac{a}{b}\right| = \frac{|a|}{|b|}$  pre  $b \neq 0$ .
- $|a| - |b| \leq |a + b|$ .

$a, x \in \mathbb{R}, \delta > 0$  (rúbovoľné čísla). Potom platí:

# Číselné množiny a ich vlastnosti

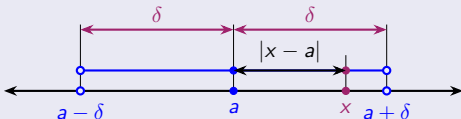
- Absolútnou hodnotou čísla  $a \in \mathbb{R}$  nazývame číslo  $|a| = \max\{-a, a\}$ .

$a, b \in \mathbb{R}$  (ľubovoľné čísla). Potom platí:

- $|a| \geq 0$  a platí  $|a| = 0 \Leftrightarrow a = 0$ .
- $|ab| = |a| \cdot |b|$ .
- $|a + b| \leq |a| + |b|$ . [Trojuholníková nerovnosť.]
- $|-a| = |a|$ .
- $|\frac{a}{b}| = \frac{|a|}{|b|}$  pre  $b \neq 0$ .
- $|a| - |b| \leq |a + b|$ .

$a, x \in \mathbb{R}, \delta > 0$  (ľubovoľné čísla). Potom platí:

- $|x - a| \leq \delta \Leftrightarrow x \in \langle a - \delta; a + \delta \rangle$ .



# Číselné množiny a ich vlastnosti

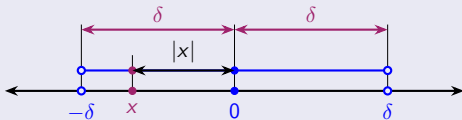
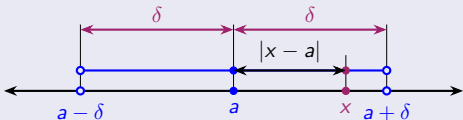
- Absolútnou hodnotou čísla  $a \in R$  nazývame číslo  $|a| = \max \{-a, a\}$ .

$a, b \in R$  (rúbovoľné čísla). Potom platí:

- $|a| \geq 0$  a platí  $|a| = 0 \Leftrightarrow a = 0$ .
- $|ab| = |a| \cdot |b|$ .
- $|a + b| \leq |a| + |b|$ . [Trojuholníková nerovnosť.]
- $|-a| = |a|$ .
- $|\frac{a}{b}| = \frac{|a|}{|b|}$  pre  $b \neq 0$ .
- $|a| - |b| \leq |a + b|$ .

$a, x \in R, \delta > 0$  (rúbovoľné čísla). Potom platí:

- $|x - a| \leq \delta \Leftrightarrow x \in \langle a - \delta; a + \delta \rangle$ .
- $|x| \leq \delta \Leftrightarrow x \in \langle -\delta; \delta \rangle$ .



# Číselné množiny a ich vlastnosti

- Absolútnou hodnotou čísla  $a \in \mathbb{R}$  nazývame číslo  $|a| = \max\{-a, a\}$ .

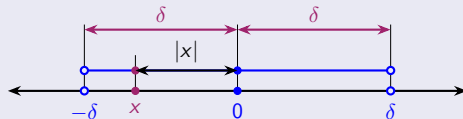
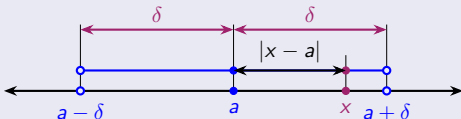
$a, b \in \mathbb{R}$  (rúbovoľné čísla). Potom platí:

- $|a| \geq 0$  a platí  $|a| = 0 \Leftrightarrow a = 0$ .
- $|ab| = |a| \cdot |b|$ .
- $|a + b| \leq |a| + |b|$ . [Trojuholníková nerovnosť.]
- $|-a| = |a|$ .
- $|\frac{a}{b}| = \frac{|a|}{|b|}$  pre  $b \neq 0$ .
- $|a| - |b| \leq |a + b|$ .

$a, x \in \mathbb{R}, \delta > 0$  (rúbovoľné čísla). Potom platí:

[Výraz  $|x - a|$  predstavuje vzdialenosť bodov  $x, a$  na číselnej osi.]

- $|x - a| \leq \delta \Leftrightarrow x \in \langle a - \delta; a + \delta \rangle$ .
- $|x| \leq \delta \Leftrightarrow x \in \langle -\delta; \delta \rangle$ .





# Číselné množiny a ich vlastnosti

- Absolútnou hodnotou čísla  $a \in \mathbb{R}$  nazývame číslo  $|a| = \max\{-a, a\}$ .

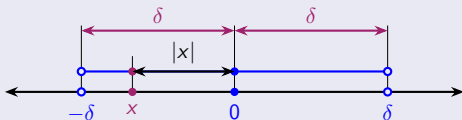
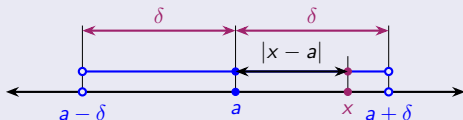
$a, b \in \mathbb{R}$  (ľubovoľné čísla). Potom platí:

- $|a| \geq 0$  a platí  $|a| = 0 \Leftrightarrow a = 0$ .
- $|ab| = |a| \cdot |b|$ .
- $|a + b| \leq |a| + |b|$ . [Trojuholníková nerovnosť.]
- $|-a| = |a|$ .
- $|\frac{a}{b}| = \frac{|a|}{|b|}$  pre  $b \neq 0$ .
- $|a| - |b| \leq |a + b|$ .

$a, x \in \mathbb{R}, \delta > 0$  (ľubovoľné čísla). Potom platí:

[Výraz  $|x - a|$  predstavuje vzdialenosť bodov  $x, a$  na číselnej osi.]

- $|x - a| \leq \delta \Leftrightarrow x \in \langle a - \delta; a + \delta \rangle$ .
- $|x| \leq \delta \Leftrightarrow x \in \langle -\delta; \delta \rangle$ .



- Pre  $a \in \mathbb{R}$  označme  $a^+ = \max\{0, a\}$ ,  $a^- = \max\{0, -a\}$ .

# Číselné množiny a ich vlastnosti

- Absolútnou hodnotou čísla  $a \in \mathbb{R}$  nazývame číslo  $|a| = \max\{-a, a\}$ .

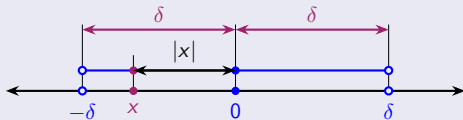
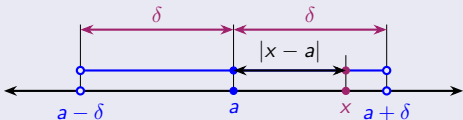
$a, b \in \mathbb{R}$  (ľubovoľné čísla). Potom platí:

- $|a| \geq 0$  a platí  $|a| = 0 \Leftrightarrow a = 0$ .
- $|ab| = |a| \cdot |b|$ .
- $|a + b| \leq |a| + |b|$ . [Trojuholníková nerovnosť.]
- $|-a| = |a|$ .
- $|\frac{a}{b}| = \frac{|a|}{|b|}$  pre  $b \neq 0$ .
- $|a| - |b| \leq |a + b|$ .

$a, x \in \mathbb{R}, \delta > 0$  (ľubovoľné čísla). Potom platí:

[Výraz  $|x - a|$  predstavuje vzdialenosť bodov  $x, a$  na číselnej osi.]

- $|x - a| \leq \delta \Leftrightarrow x \in \langle a - \delta; a + \delta \rangle$ .
- $|x| \leq \delta \Leftrightarrow x \in \langle -\delta; \delta \rangle$ .



- Pre  $a \in \mathbb{R}$  označme  $a^+ = \max\{0, a\}$ ,  $a^- = \max\{0, -a\}$ .

$$\Rightarrow |a| = a^+ + a^-. \quad a = a^+ - a^-.$$

# Číselné množiny a ich vlastnosti

- Absolútnou hodnotou čísla  $a \in \mathbb{R}$  nazývame číslo  $|a| = \max\{-a, a\}$ .

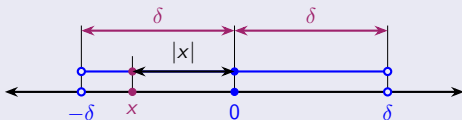
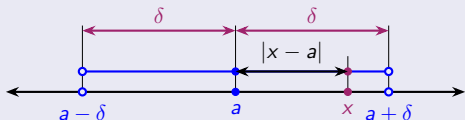
$a, b \in \mathbb{R}$  (ľubovoľné čísla). Potom platí:

- $|a| \geq 0$  a platí  $|a| = 0 \Leftrightarrow a = 0$ .
- $|ab| = |a| \cdot |b|$ .
- $|a + b| \leq |a| + |b|$ . [Trojuholníková nerovnosť.]
- $|-a| = |a|$ .
- $|\frac{a}{b}| = \frac{|a|}{|b|}$  pre  $b \neq 0$ .
- $|a| - |b| \leq |a + b|$ .

$a, x \in \mathbb{R}, \delta > 0$  (ľubovoľné čísla). Potom platí:

[Výraz  $|x - a|$  predstavuje vzdialenosť bodov  $x, a$  na číselnej osi.]

- $|x - a| \leq \delta \Leftrightarrow x \in \langle a - \delta; a + \delta \rangle$ .
- $|x| \leq \delta \Leftrightarrow x \in \langle -\delta; \delta \rangle$ .



- Pre  $a \in \mathbb{R}$  označme  $a^+ = \max\{0, a\}$ ,  $a^- = \max\{0, -a\}$ .

$$\Rightarrow \bullet |a| = a^+ + a^-. \bullet a = a^+ - a^-. \bullet a^+ = \frac{a+|a|}{2}. \bullet a^- = \frac{a-|a|}{2}.$$

# Číselné množiny a ich vlastnosti – Signum a mocniny

- Signum čísla  $a \in R$



# Číselné množiny a ich vlastnosti – Signum a mocniny

- Signum čísla  $a \in R$  sa nazýva číslo  $\text{sgn } a = \begin{cases} -1 & \text{pre } a < 0, \\ 0 & \text{pre } a = 0, \\ 1 & \text{pre } a > 0. \end{cases}$

# Číselné množiny a ich vlastnosti – Signum a mocniny

- Signum čísla  $a \in R$  sa nazýva číslo  $\text{sgn } a = \begin{cases} -1 & \text{pre } a < 0, \\ 0 & \text{pre } a = 0, \\ 1 & \text{pre } a > 0. \end{cases}$

$a, b \in R$  (ľubovoľné čísla).

# Číselné množiny a ich vlastnosti – Signum a mocniny

- Signum čísla  $a \in \mathbb{R}$  sa nazýva číslo  $\text{sgn } a = \begin{cases} -1 & \text{pre } a < 0, \\ 0 & \text{pre } a = 0, \\ 1 & \text{pre } a > 0. \end{cases}$

$a, b \in \mathbb{R}$  (ľubovoľné čísla). Potom platí:

- $a = \text{sgn } a \cdot |a|$ .

# Číselné množiny a ich vlastnosti – Signum a mocniny

- Signum čísla  $a \in \mathbb{R}$  sa nazýva číslo  $\text{sgn } a = \begin{cases} -1 & \text{pre } a < 0, \\ 0 & \text{pre } a = 0, \\ 1 & \text{pre } a > 0. \end{cases}$

$a, b \in \mathbb{R}$  (ľubovoľné čísla). Potom platí:

- $a = \text{sgn } a \cdot |a|.$
- $|a| = \text{sgn } a \cdot a.$



# Číselné množiny a ich vlastnosti – Signum a mocniny

- Signum čísla  $a \in \mathbb{R}$  sa nazýva číslo  $\text{sgn } a = \begin{cases} -1 & \text{pre } a < 0, \\ 0 & \text{pre } a = 0, \\ 1 & \text{pre } a > 0. \end{cases}$

$a, b \in \mathbb{R}$  (ľubovoľné čísla). Potom platí:

- $a = \text{sgn } a \cdot |a|.$
- $|a| = \text{sgn } a \cdot a.$
- $\text{sgn}(ab) = \text{sgn } a \cdot \text{sgn } b.$

# Číselné množiny a ich vlastnosti – Signum a mocniny

- Signum čísla  $a \in R$  sa nazýva číslo  $\text{sgn } a = \begin{cases} -1 & \text{pre } a < 0, \\ 0 & \text{pre } a = 0, \\ 1 & \text{pre } a > 0. \end{cases}$

$a, b \in R$  (ľubovoľné čísla). Potom platí:

- $a = \text{sgn } a \cdot |a|.$
- $|a| = \text{sgn } a \cdot a.$
- $\text{sgn}(ab) = \text{sgn } a \cdot \text{sgn } b.$

Pre  $n \in N, a \in R$  definujeme:

# Číselné množiny a ich vlastnosti – Signum a mocniny

- Signum čísla  $a \in R$  sa nazýva číslo  $\text{sgn } a = \begin{cases} -1 & \text{pre } a < 0, \\ 0 & \text{pre } a = 0, \\ 1 & \text{pre } a > 0. \end{cases}$

$a, b \in R$  (ľubovoľné čísla). Potom platí:

- $a = \text{sgn } a \cdot |a|.$
- $|a| = \text{sgn } a \cdot a.$
- $\text{sgn}(ab) = \text{sgn } a \cdot \text{sgn } b.$

Pre  $n \in N, a \in R$  definujeme:

$[a^n$  čítame  $n$ -tá mocnina  $a$  ( $a$  na  $n$ -tú),

- $a^n = a \cdot a \cdots a.$

# Číselné množiny a ich vlastnosti – Signum a mocniny

- Signum čísla  $a \in R$  sa nazýva číslo  $\text{sgn } a = \begin{cases} -1 & \text{pre } a < 0, \\ 0 & \text{pre } a = 0, \\ 1 & \text{pre } a > 0. \end{cases}$

$a, b \in R$  (ľubovoľné čísla). Potom platí:

- $a = \text{sgn } a \cdot |a|.$
- $|a| = \text{sgn } a \cdot a.$
- $\text{sgn}(ab) = \text{sgn } a \cdot \text{sgn } b.$

Pre  $n \in N, a \in R$  definujeme:

$[a^n$  čítame  $n$ -tá mocnina  $a$  ( $a$  na  $n$ -tú),

- $a^n = a \cdot a \cdots a.$
- Špeciálne definujeme  $a^0 = 1, \infty^n = \infty.$

# Číselné množiny a ich vlastnosti – Signum a mocniny

- Signum čísla  $a \in R$  sa nazýva číslo  $\text{sgn } a = \begin{cases} -1 & \text{pre } a < 0, \\ 0 & \text{pre } a = 0, \\ 1 & \text{pre } a > 0. \end{cases}$

$a, b \in R$  (ľubovoľné čísla). Potom platí:

- $a = \text{sgn } a \cdot |a|.$
- $|a| = \text{sgn } a \cdot a.$
- $\text{sgn}(ab) = \text{sgn } a \cdot \text{sgn } b.$

Pre  $n \in N$ ,  $a \in R$  definujeme:

$[a^n$  čítame  $n$ -tá mocnina  $a$  ( $a$  na  $n$ -tú),

- $a^n = a \cdot a \cdots a.$
- Špeciálne definujeme  $a^0 = 1$ ,  $\infty^n = \infty.$
- Nedefinujeme  $\infty^0.$

# Číselné množiny a ich vlastnosti – Signum a mocniny

- Signum čísla  $a \in \mathbb{R}$  sa nazýva číslo  $\text{sgn } a = \begin{cases} -1 & \text{pre } a < 0, \\ 0 & \text{pre } a = 0, \\ 1 & \text{pre } a > 0. \end{cases}$

$a, b \in \mathbb{R}$  (ľubovoľné čísla). Potom platí:

- $a = \text{sgn } a \cdot |a|.$
- $|a| = \text{sgn } a \cdot a.$
- $\text{sgn}(ab) = \text{sgn } a \cdot \text{sgn } b.$

Pre  $n \in \mathbb{N}$ ,  $a \in \mathbb{R}$  definujeme:

$[a^n$  čítame  $n$ -tá mocnina  $a$  ( $a$  na  $n$ -tú),

- $a^n = a \cdot a \cdots a.$
- Špeciálne definujeme  $a^0 = 1$ ,  $\infty^n = \infty$ .
- Nedefinujeme  $\infty^0$ .
- $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$  pre  $a \neq 0$ .

# Číselné množiny a ich vlastnosti – Signum a mocniny

- Signum čísla  $a \in \mathbb{R}$  sa nazýva číslo  $\text{sgn } a = \begin{cases} -1 & \text{pre } a < 0, \\ 0 & \text{pre } a = 0, \\ 1 & \text{pre } a > 0. \end{cases}$

$a, b \in \mathbb{R}$  (ľubovoľné čísla). Potom platí:

- $a = \text{sgn } a \cdot |a|.$
- $|a| = \text{sgn } a \cdot a.$
- $\text{sgn}(ab) = \text{sgn } a \cdot \text{sgn } b.$

Pre  $n \in \mathbb{N}$ ,  $a \in \mathbb{R}$  definujeme:

$[a^n$  čítame  $n$ -tá mocnina  $a$  ( $a$  na  $n$ -tú),

- $a^n = a \cdot a \cdots a.$
- Špeciálne definujeme  $a^0 = 1$ ,  $\infty^n = \infty.$
- Nedefinujeme  $\infty^0.$
- $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$  pre  $a \neq 0.$
- Špeciálne definujeme  $\infty^{-n} = \frac{1}{\infty^n} = 0.$

# Číselné množiny a ich vlastnosti – Signum a mocniny

- Signum čísla  $a \in \mathbb{R}$  sa nazýva číslo  $\text{sgn } a = \begin{cases} -1 & \text{pre } a < 0, \\ 0 & \text{pre } a = 0, \\ 1 & \text{pre } a > 0. \end{cases}$

$a, b \in \mathbb{R}$  (ľubovoľné čísla). Potom platí:

- $a = \text{sgn } a \cdot |a|.$
- $|a| = \text{sgn } a \cdot a.$
- $\text{sgn}(ab) = \text{sgn } a \cdot \text{sgn } b.$

Pre  $n \in \mathbb{N}$ ,  $a \in \mathbb{R}$  definujeme:

[ $a^n$  čítame  $n$ -tá mocnina  $a$  ( $a$  na  $n$ -tú),  $\sqrt[n]{a}$  čítame  $n$ -tá odmocnina  $a$ .]

- $a^n = a \cdot a \cdots a.$
- $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$  pre  $a \neq 0.$
- $x = \sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}} = a^{1/n}$  také, že  $x \geq 0$ ,  $x^n = a.$
- Špeciálne definujeme  $a^0 = 1$ ,  $\infty^n = \infty.$
- Nedefinujeme  $\infty^0.$
- Špeciálne definujeme  $\infty^{-n} = \frac{1}{\infty^n} = 0.$



# Číselné množiny a ich vlastnosti – Signum a mocniny

- Signum čísla  $a \in \mathbb{R}$  sa nazýva číslo  $\text{sgn } a = \begin{cases} -1 & \text{pre } a < 0, \\ 0 & \text{pre } a = 0, \\ 1 & \text{pre } a > 0. \end{cases}$

$a, b \in \mathbb{R}$  (ľubovoľné čísla). Potom platí:

- $a = \text{sgn } a \cdot |a|.$
- $|a| = \text{sgn } a \cdot a.$
- $\text{sgn}(ab) = \text{sgn } a \cdot \text{sgn } b.$

Pre  $n \in \mathbb{N}$ ,  $a \in \mathbb{R}$  definujeme:

$[a^n$  čítame  $n$ -tá mocnina  $a$  ( $a$  na  $n$ -tú),  $\sqrt[n]{a}$  čítame  $n$ -tá odmocnina  $a$ .]

- $a^n = a \cdot a \cdots a.$
- Špeciálne definujeme  $a^0 = 1$ ,  $\infty^n = \infty$ .
- Nedefinujeme  $\infty^0$ .
- $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$  pre  $a \neq 0$ .
- Špeciálne definujeme  $\infty^{-n} = \frac{1}{\infty^n} = 0$ .
- $x = \sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}} = a^{1/n}$  také, že  $x \geq 0$ ,  $x^n = a$ .
- Špeciálne zapisujeme  $\sqrt[2]{a} = \sqrt{a}$ .

# Číselné množiny a ich vlastnosti – Signum a mocniny

- **Signum** čísla  $a \in \mathbb{R}$  sa nazýva číslo  $\text{sgn } a = \begin{cases} -1 & \text{pre } a < 0, \\ 0 & \text{pre } a = 0, \\ 1 & \text{pre } a > 0. \end{cases}$

$a, b \in \mathbb{R}$  (ľubovoľné čísla). Potom platí:

- $a = \text{sgn } a \cdot |a|.$
- $|a| = \text{sgn } a \cdot a.$
- $\text{sgn}(ab) = \text{sgn } a \cdot \text{sgn } b.$

Pre  $n \in \mathbb{N}$ ,  $a \in \mathbb{R}$  definujeme:

$[a^n$  čítame  $n$ -tá mocnina  $a$  ( $a$  na  $n$ -tú),  $\sqrt[n]{a}$  čítame  $n$ -tá odmocnina  $a$ .]

- $a^n = a \cdot a \cdots a.$
- Špeciálne definujeme  $a^0 = 1$ ,  $\infty^n = \infty$ .
- Nedefinujeme  $\infty^0$ .
- $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$  pre  $a \neq 0$ .
- Špeciálne definujeme  $\infty^{-n} = \frac{1}{\infty^n} = 0$ .
- $x = \sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}} = a^{1/n}$  také, že  $x \geq 0$ ,  $x^n = a$ .
- Špeciálne zapisujeme  $\sqrt[2]{a} = \sqrt{a}$ .

Pre  $a > 0$ ,  $r \in \mathbb{R}$ ,  $s = \frac{m}{n} \in \mathbb{Q}$  ( $m \in \mathbb{Z}$ ,  $n \in \mathbb{N}$ ) definujeme:

# Číselné množiny a ich vlastnosti – Signum a mocniny

- **Signum** čísla  $a \in \mathbb{R}$  sa nazýva číslo  $\text{sgn } a = \begin{cases} -1 & \text{pre } a < 0, \\ 0 & \text{pre } a = 0, \\ 1 & \text{pre } a > 0. \end{cases}$

$a, b \in \mathbb{R}$  (ľubovoľné čísla). Potom platí:

- $a = \text{sgn } a \cdot |a|.$
- $|a| = \text{sgn } a \cdot a.$
- $\text{sgn}(ab) = \text{sgn } a \cdot \text{sgn } b.$

Pre  $n \in \mathbb{N}$ ,  $a \in \mathbb{R}$  definujeme:

$[a^n$  čítame  $n$ -tá mocnina  $a$  ( $a$  na  $n$ -tú),  $\sqrt[n]{a}$  čítame  $n$ -tá odmocnina  $a$ .]

- $a^n = a \cdot a \cdots a.$
- $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$  pre  $a \neq 0.$
- $x = \sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}} = a^{1/n}$  také, že  $x \geq 0$ ,  $x^n = a.$
- Špeciálne definujeme  $a^0 = 1$ ,  $\infty^n = \infty.$
- Nedefinujeme  $\infty^0.$
- Špeciálne definujeme  $\infty^{-n} = \frac{1}{\infty^n} = 0.$
- Špeciálne zapisujeme  $\sqrt[2]{a} = \sqrt{a}.$

Pre  $a > 0$ ,  $r \in \mathbb{R}$ ,  $s = \frac{m}{n} \in \mathbb{Q}$  ( $m \in \mathbb{Z}$ ,  $n \in \mathbb{N}$ ) definujeme:

- $a^s = a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m.$

# Číselné množiny a ich vlastnosti – Signum a mocniny

- **Signum** čísla  $a \in \mathbb{R}$  sa nazýva číslo  $\text{sgn } a = \begin{cases} -1 & \text{pre } a < 0, \\ 0 & \text{pre } a = 0, \\ 1 & \text{pre } a > 0. \end{cases}$

$a, b \in \mathbb{R}$  (ľubovoľné čísla). Potom platí:

- $a = \text{sgn } a \cdot |a|.$
- $|a| = \text{sgn } a \cdot a.$
- $\text{sgn}(ab) = \text{sgn } a \cdot \text{sgn } b.$

Pre  $n \in \mathbb{N}$ ,  $a \in \mathbb{R}$  definujeme:

$[a^n$  čítame  $n$ -tá mocnina  $a$  ( $a$  na  $n$ -tú),  $\sqrt[n]{a}$  čítame  $n$ -tá odmocnina  $a$ .]

- $a^n = a \cdot a \cdots a.$
- Špeciálne definujeme  $a^0 = 1$ ,  $\infty^n = \infty$ .
- Nedefinujeme  $\infty^0$ .
- $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$  pre  $a \neq 0$ .
- Špeciálne definujeme  $\infty^{-n} = \frac{1}{\infty^n} = 0$ .
- $x = \sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}} = a^{1/n}$  také, že  $x \geq 0$ ,  $x^n = a$ .
- Špeciálne zapisujeme  $\sqrt[2]{a} = \sqrt{a}$ .

Pre  $a > 0$ ,  $r \in \mathbb{R}$ ,  $s = \frac{m}{n} \in \mathbb{Q}$  ( $m \in \mathbb{Z}$ ,  $n \in \mathbb{N}$ ) definujeme:

- $a^s = a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m.$
- Špeciálne  $0^s = 0$  pre  $s \neq 0$ .

# Číselné množiny a ich vlastnosti – Signum a mocniny

- Signum čísla  $a \in \mathbb{R}$  sa nazýva číslo  $\text{sgn } a = \begin{cases} -1 & \text{pre } a < 0, \\ 0 & \text{pre } a = 0, \\ 1 & \text{pre } a > 0. \end{cases}$

$a, b \in \mathbb{R}$  (ľubovoľné čísla). Potom platí:

- $a = \text{sgn } a \cdot |a|.$
- $|a| = \text{sgn } a \cdot a.$
- $\text{sgn}(ab) = \text{sgn } a \cdot \text{sgn } b.$

Pre  $n \in \mathbb{N}$ ,  $a \in \mathbb{R}$  definujeme:

$[a^n$  čítame  $n$ -tá mocnina  $a$  ( $a$  na  $n$ -tú),  $\sqrt[n]{a}$  čítame  $n$ -tá odmocnina  $a$ .]

- $a^n = a \cdot a \cdots a.$
- Špeciálne definujeme  $a^0 = 1$ ,  $\infty^n = \infty$ .
- Nedefinujeme  $\infty^0$ .
- $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$  pre  $a \neq 0$ .
- Špeciálne definujeme  $\infty^{-n} = \frac{1}{\infty^n} = 0$ .
- $x = \sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}} = a^{1/n}$  také, že  $x \geq 0$ ,  $x^n = a$ .
- Špeciálne zapisujeme  $\sqrt[2]{a} = \sqrt{a}$ .

Pre  $a > 0$ ,  $r \in \mathbb{R}$ ,  $s = \frac{m}{n} \in \mathbb{Q}$  ( $m \in \mathbb{Z}$ ,  $n \in \mathbb{N}$ ) definujeme:

- $a^s = a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m.$
- Špeciálne  $0^s = 0$  pre  $s \neq 0$ .
- $a^r = \sup \{a^s; s \in \mathbb{Q}, s \leq r\}$  pre  $a > 1$ .

# Číselné množiny a ich vlastnosti – Signum a mocniny

- Signum čísla  $a \in \mathbb{R}$  sa nazýva číslo  $\text{sgn } a = \begin{cases} -1 & \text{pre } a < 0, \\ 0 & \text{pre } a = 0, \\ 1 & \text{pre } a > 0. \end{cases}$

$a, b \in \mathbb{R}$  (ľubovoľné čísla). Potom platí:

- $a = \text{sgn } a \cdot |a|.$
- $|a| = \text{sgn } a \cdot a.$
- $\text{sgn}(ab) = \text{sgn } a \cdot \text{sgn } b.$

Pre  $n \in \mathbb{N}$ ,  $a \in \mathbb{R}$  definujeme:

$[a^n$  čítame  $n$ -tá mocnina  $a$  ( $a$  na  $n$ -tú),  $\sqrt[n]{a}$  čítame  $n$ -tá odmocnina  $a$ .]

- $a^n = a \cdot a \cdots a.$
- Špeciálne definujeme  $a^0 = 1$ ,  $\infty^n = \infty.$
- Nedefinujeme  $\infty^0.$
- $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$  pre  $a \neq 0.$
- Špeciálne definujeme  $\infty^{-n} = \frac{1}{\infty^n} = 0.$
- $x = \sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}} = a^{1/n}$  také, že  $x \geq 0$ ,  $x^n = a.$
- Špeciálne zapisujeme  $\sqrt[2]{a} = \sqrt{a}.$

Pre  $a > 0$ ,  $r \in \mathbb{R}$ ,  $s = \frac{m}{n} \in \mathbb{Q}$  ( $m \in \mathbb{Z}$ ,  $n \in \mathbb{N}$ ) definujeme:

- $a^s = a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m.$
- Špeciálne  $0^s = 0$  pre  $s \neq 0.$
- $a^r = \sup \{a^s; s \in \mathbb{Q}, s \leq r\}$  pre  $a > 1.$
- Špeciálne  $1^r = 1.$

# Číselné množiny a ich vlastnosti – Signum a mocniny

- **Signum** čísla  $a \in \mathbb{R}$  sa nazýva číslo  $\text{sgn } a = \begin{cases} -1 & \text{pre } a < 0, \\ 0 & \text{pre } a = 0, \\ 1 & \text{pre } a > 0. \end{cases}$

$a, b \in \mathbb{R}$  (ľubovoľné čísla). Potom platí:

- $a = \text{sgn } a \cdot |a|.$
- $|a| = \text{sgn } a \cdot a.$
- $\text{sgn}(ab) = \text{sgn } a \cdot \text{sgn } b.$

Pre  $n \in \mathbb{N}$ ,  $a \in \mathbb{R}$  definujeme:

$[a^n$  čítame  $n$ -tá mocnina  $a$  ( $a$  na  $n$ -tú),  $\sqrt[n]{a}$  čítame  $n$ -tá odmocnina  $a$ .]

- $a^n = a \cdot a \cdots a.$
- Špeciálne definujeme  $a^0 = 1$ ,  $\infty^n = \infty.$
- Nedefinujeme  $\infty^0.$
- $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$  pre  $a \neq 0.$
- Špeciálne definujeme  $\infty^{-n} = \frac{1}{\infty^n} = 0.$
- $x = \sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}} = a^{1/n}$  také, že  $x \geq 0$ ,  $x^n = a.$
- Špeciálne zapisujeme  $\sqrt[2]{a} = \sqrt{a}.$

Pre  $a > 0$ ,  $r \in \mathbb{R}$ ,  $s = \frac{m}{n} \in \mathbb{Q}$  ( $m \in \mathbb{Z}$ ,  $n \in \mathbb{N}$ ) definujeme:

- $a^s = a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m.$
- Špeciálne  $0^s = 0$  pre  $s \neq 0.$
- $a^r = \sup \{a^s; s \in \mathbb{Q}, s \leq r\}$  pre  $a > 1.$
- Špeciálne  $1^r = 1.$
- $a^r = (a^{-1})^{-r} = \left(\frac{1}{a}\right)^{-r}$  pre  $0 < a < 1$ , t. j.  $1 < \frac{1}{a}.$

# Číselné množiny a ich vlastnosti – Signum a mocniny

- **Signum** čísla  $a \in \mathbb{R}$  sa nazýva číslo  $\text{sgn } a = \begin{cases} -1 & \text{pre } a < 0, \\ 0 & \text{pre } a = 0, \\ 1 & \text{pre } a > 0. \end{cases}$

$a, b \in \mathbb{R}$  (ľubovoľné čísla). Potom platí:

- $a = \text{sgn } a \cdot |a|.$
- $|a| = \text{sgn } a \cdot a.$
- $\text{sgn}(ab) = \text{sgn } a \cdot \text{sgn } b.$

Pre  $n \in \mathbb{N}$ ,  $a \in \mathbb{R}$  definujeme:

$[a^n$  čítame  $n$ -tá mocnina  $a$  ( $a$  na  $n$ -tú),  $\sqrt[n]{a}$  čítame  $n$ -tá odmocnina  $a$ .]

- $a^n = a \cdot a \cdots a.$
- Špeciálne definujeme  $a^0 = 1$ ,  $\infty^n = \infty$ .
- Nedefinujeme  $\infty^0$ .
- $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$  pre  $a \neq 0$ .
- Špeciálne definujeme  $\infty^{-n} = \frac{1}{\infty^n} = 0$ .
- $x = \sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}} = a^{1/n}$  také, že  $x \geq 0$ ,  $x^n = a$ .
- Špeciálne zapisujeme  $\sqrt[2]{a} = \sqrt{a}$ .

Pre  $a > 0$ ,  $r \in \mathbb{R}$ ,  $s = \frac{m}{n} \in \mathbb{Q}$  ( $m \in \mathbb{Z}$ ,  $n \in \mathbb{N}$ ) definujeme:

- $a^s = a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m.$
- Špeciálne  $0^s = 0$  pre  $s \neq 0$ .
- $a^r = \sup \{a^s; s \in \mathbb{Q}, s \leq r\}$  pre  $a > 1$ .
- Špeciálne  $1^r = 1$ .
- $a^r = (a^{-1})^{-r} = \left(\frac{1}{a}\right)^{-r}$  pre  $0 < a < 1$ , t. j.  $1 < \frac{1}{a}$ .
- Špeciálne  $0^r = 0$  pre  $r \neq 0$ .



# Topologické vlastnosti čísel – Okolia

- Okolie bodu (prvku množiny) je základný topologický pojem.

# Topologické vlastnosti čísel – Okolia

- Okolie bodu (prvku množiny) je základný topologický pojem.

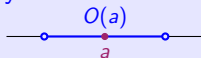
Okolie  $O(a)$  predstavuje v množinách  $R$ ,  $R^2$ ,  $R^3$  vnútro:

# Topologické vlastnosti čísel – Okolia

- Okolie bodu (prvku množiny) je základný topologický pojem.

Okolie  $O(a)$  predstavuje v množinách  $R$ ,  $R^2$ ,  $R^3$  vnútro:

- úsečky.



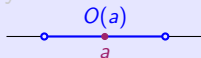
Stred  $a \in R$ .

# Topologické vlastnosti čísel – Okolia

- Okolie bodu (prvku množiny) je základný topologický pojem.

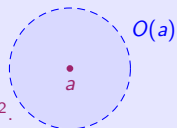
Okolie  $O(a)$  predstavuje v množinách  $R$ ,  $R^2$ ,  $R^3$  vnútro:

- úsečky.



Stred  $a \in R$ .

- kruhu.



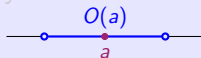
Stred  $a \in R^2$ .

# Topologické vlastnosti čísel – Okolia

- Okolie bodu (prvku množiny) je základný topologický pojem.

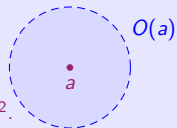
Okolie  $O(a)$  predstavuje v množinách  $R$ ,  $R^2$ ,  $R^3$  vnútro:

- úsečky.



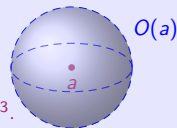
Stred  $a \in R$ .

- kruhu.



Stred  $a \in R^2$ .

- gule.



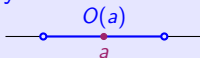
Stred  $a \in R^3$ .

# Topologické vlastnosti čísel – Okolia

- Okolie bodu (prvku množiny) je základný topologický pojem.

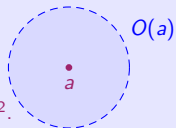
Okolie  $O(a)$  predstavuje v množinách  $R$ ,  $R^2$ ,  $R^3$  vnútro:

- úsečky.



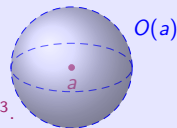
Stred  $a \in R$ .

- kruhu.



Stred  $a \in R^2$ .

- gule.



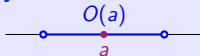
Stred  $a \in R^3$ .

# Topologické vlastnosti čísel – Okolia

- Okolie bodu (prvku množiny) je základný topologický pojem.

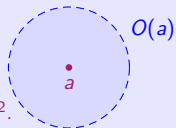
Okolie  $O(a)$  predstavuje v množinách  $R$ ,  $R^2$ ,  $R^3$  vnútro:

- úsečky.



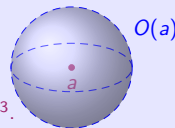
Stred  $a \in R$ .

- kruhu.



Stred  $a \in R^2$ .

- gule.



Stred  $a \in R^3$ .

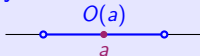
Množiny všetkých okolí bodov v  $R$ , resp.  $R^2$ , resp.  $R^3$  spĺňajú tzv. Hausdorffove axiomy:

# Topologické vlastnosti čísel – Okolia

- Okolie bodu (prvku množiny) je základný topologický pojem.

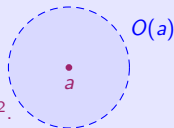
Okolie  $O(a)$  predstavuje v množinách  $R$ ,  $R^2$ ,  $R^3$  vnútro:

- úsečky.



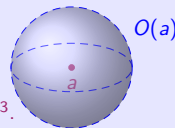
Stred  $a \in R$ .

- kruhu.



Stred  $a \in R^2$ .

- gule.



Stred  $a \in R^3$ .

Množiny všetkých okolí bodov v  $R$ , resp.  $R^2$ , resp.  $R^3$  spĺňajú tzv. Hausdorffove axiomy:

- Pre každý bod  $a \in R$ , resp.  $a \in R^2$ , resp.  $a \in R^3$  existuje aspoň jedno okolie  $O(a)$ .

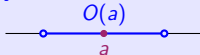


# Topologické vlastnosti čísel – Okolia

- Okolie bodu (prvku množiny) je základný topologický pojem.

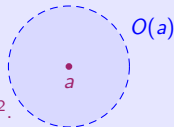
Okolie  $O(a)$  predstavuje v množinách  $R$ ,  $R^2$ ,  $R^3$  vnútro:

- úsečky.



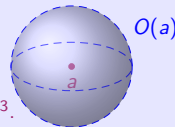
Stred  $a \in R$ .

- kruhu.



Stred  $a \in R^2$ .

- gule.



Stred  $a \in R^3$ .

Množiny všetkých okolí bodov v  $R$ , resp.  $R^2$ , resp.  $R^3$  spĺňajú tzv. Hausdorffove axiomy:

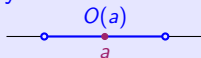
- Pre každý bod  $a \in R$ , resp.  $a \in R^2$ , resp.  $a \in R^3$  existuje aspoň jedno okolie  $O(a)$ .
- Pre každé okolie  $O(a)$  a každý bod  $b \in O(a)$  existuje okolie  $O(b)$  také, že  $O(b) \subset O(a)$ .

# Topologické vlastnosti čísel – Okolia

- Okolie bodu (prvku množiny) je základný topologický pojem.

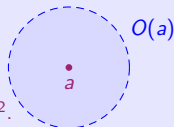
Okolie  $O(a)$  predstavuje v množinách  $R$ ,  $R^2$ ,  $R^3$  vnútro:

- úsečky.



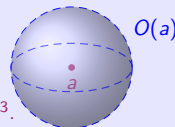
Stred  $a \in R$ .

- kruhu.



Stred  $a \in R^2$ .

- gule.



Stred  $a \in R^3$ .

Množiny všetkých okolí bodov v  $R$ , resp.  $R^2$ , resp.  $R^3$  spĺňajú tzv. Hausdorffove axiomy:

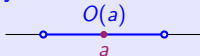
- Pre každý bod  $a \in R$ , resp.  $a \in R^2$ , resp.  $a \in R^3$  existuje aspoň jedno okolie  $O(a)$ .
- Pre každé okolie  $O(a)$  a každý bod  $b \in O(a)$  existuje okolie  $O(b)$  také, že  $O(b) \subset O(a)$ .
- Pre všetky okolia  $O_1(a)$ ,  $O_2(a)$  existuje okolie  $O(a)$  také, že  $O(a) \subset O_1(a) \cap O_2(a)$ .

# Topologické vlastnosti čísel – Okolia

- Okolie bodu (prvku množiny) je základný topologický pojem.

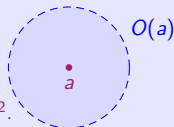
Okolie  $O(a)$  predstavuje v množinách  $R$ ,  $R^2$ ,  $R^3$  vnútro:

- úsečky.



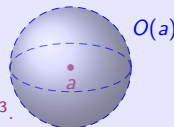
Stred  $a \in R$ .

- kruhu.



Stred  $a \in R^2$ .

- gule.



Stred  $a \in R^3$ .

Množiny všetkých okolí bodov v  $R$ , resp.  $R^2$ , resp.  $R^3$  spĺňajú tzv. Hausdorffove axiomy:

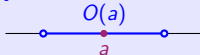
- Pre každý bod  $a \in R$ , resp.  $a \in R^2$ , resp.  $a \in R^3$  existuje aspoň jedno okolie  $O(a)$ .
- Pre každé okolie  $O(a)$  a každý bod  $b \in O(a)$  existuje okolie  $O(b)$  také, že  $O(b) \subset O(a)$ .
- Pre všetky okolia  $O_1(a)$ ,  $O_2(a)$  existuje okolie  $O(a)$  také, že  $O(a) \subset O_1(a) \cap O_2(a)$ .
- Pre všetky body  $a, b \in A$ ,  $a \neq b$  existujú okolia  $O(a)$ ,  $O(b)$  také, že  $O(a) \cap O(b) = \emptyset$ .

# Topologické vlastnosti čísel – Okolia

- Okolie bodu (prvku množiny) je základný topologický pojem.

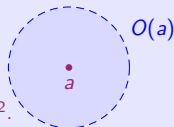
Okolie  $O(a)$  predstavuje v množinách  $R$ ,  $R^2$ ,  $R^3$  vnútro:

- úsečky.



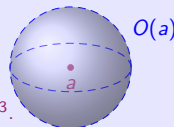
Stred  $a \in R$ .

- kruhu.



Stred  $a \in R^2$ .

- gule.



Stred  $a \in R^3$ .

Množiny všetkých okolí bodov v  $R$ , resp.  $R^2$ , resp.  $R^3$  spĺňajú tzv. Hausdorffove axiomy:

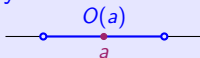
- Pre každý bod  $a \in R$ , resp.  $a \in R^2$ , resp.  $a \in R^3$  existuje aspoň jedno okolie  $O(a)$ .
- Pre každé okolie  $O(a)$  a každý bod  $b \in O(a)$  existuje okolie  $O(b)$  také, že  $O(b) \subset O(a)$ .
- Pre všetky okolia  $O_1(a)$ ,  $O_2(a)$  existuje okolie  $O(a)$  také, že  $O(a) \subset O_1(a) \cap O_2(a)$ .
- Pre všetky body  $a, b \in A$ ,  $a \neq b$  existujú okolia  $O(a)$ ,  $O(b)$  také, že  $O(a) \cap O(b) = \emptyset$ .
- Pre všetky body  $a, b \in R$ , resp.  $a, b \in R^2$ , resp.  $a, b \in R^3$ ,  
pre všetky ich okolia  $O(a), O(b)$  a každý bod  $c \in O(a) \cap O(b)$

# Topologické vlastnosti čísel – Okolia

- Okolie bodu (prvku množiny) je základný topologický pojem.

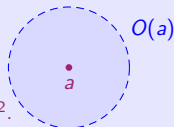
Okolie  $O(a)$  predstavuje v množinách  $R$ ,  $R^2$ ,  $R^3$  vnútro:

- úsečky.



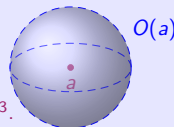
Stred  $a \in R$ .

- kruhu.



Stred  $a \in R^2$ .

- gule.



Stred  $a \in R^3$ .

Množiny všetkých okolí bodov v  $R$ , resp.  $R^2$ , resp.  $R^3$  spĺňajú tzv. Hausdorffove axiomy:

- Pre každý bod  $a \in R$ , resp.  $a \in R^2$ , resp.  $a \in R^3$  existuje aspoň jedno okolie  $O(a)$ .
- Pre každé okolie  $O(a)$  a každý bod  $b \in O(a)$  existuje okolie  $O(b)$  také, že  $O(b) \subset O(a)$ .
- Pre všetky okolia  $O_1(a)$ ,  $O_2(a)$  existuje okolie  $O(a)$  také, že  $O(a) \subset O_1(a) \cap O_2(a)$ .
- Pre všetky body  $a, b \in A$ ,  $a \neq b$  existujú okolia  $O(a)$ ,  $O(b)$  také, že  $O(a) \cap O(b) = \emptyset$ .
- Pre všetky body  $a, b \in R$ , resp.  $a, b \in R^2$ , resp.  $a, b \in R^3$ ,  
pre všetky ich okolia  $O(a), O(b)$  a každý bod  $c \in O(a) \cap O(b)$   
existuje okolie  $O(c)$  také, že  $O(c) \subset O(a) \cap O(b)$ .

# Topologické vlastnosti čísel – Okolia bodov z $\mathbb{R}^*$

Okolím s polomerom  $\delta$  ( $\delta$ -okolím, okolím) bodu  $a \in \mathbb{R}$ , kde  $\delta > 0$ ,

# Topologické vlastnosti čísel – Okolia bodov z $\mathbb{R}^*$

Okolím s polomerom  $\delta$  ( $\delta$ -okolím, okolím) bodu  $a \in \mathbb{R}$ , kde  $\delta > 0$ , nazývame

$$O_\delta(a) = (a - \delta; a + \delta)$$

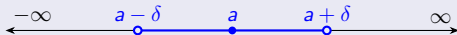


[Otvorený interval.]

# Topologické vlastnosti čísel – Okolia bodov z $\mathbb{R}^*$

**Okolím** s polomerom  $\delta$  ( $\delta$ -okolím, okolím) bodu  $a \in \mathbb{R}$ , kde  $\delta > 0$ , nazývame

$$O_\delta(a) = (a - \delta; a + \delta)$$



[Otvorený interval.]

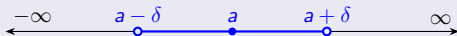
**Prstencovým  $\delta$ -okolím** (prstencovým okolím) bodu  $a \in \mathbb{R}$ , kde  $\delta > 0$ ,



# Topologické vlastnosti čísel – Okolia bodov z $\mathbb{R}^*$

**Okolím** s polomerom  $\delta$  ( $\delta$ -okolím, okolím) bodu  $a \in \mathbb{R}$ , kde  $\delta > 0$ , nazývame

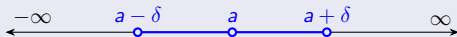
$$O_\delta(a) = (a - \delta; a + \delta)$$



[Otvorený interval.]

**Prstencovým  $\delta$ -okolím** (prstencovým okolím) bodu  $a \in \mathbb{R}$ , kde  $\delta > 0$ , nazývame

$$P_\delta(a) = O_\delta(a) - \{a\} = (a - \delta; a) \cup (a; a + \delta)$$



[Zjednotenie otvorených intervalov.]

# Topologické vlastnosti čísel – Okolia bodov z $\mathbb{R}^*$

**Okolím** s polomerom  $\delta$  ( $\delta$ -okolím, okolím) bodu  $a \in \mathbb{R}$ , kde  $\delta > 0$ , nazývame

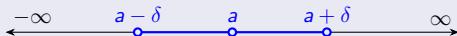
$$O_\delta(a) = (a - \delta; a + \delta)$$



[Otvorený interval.]

**Prstencovým  $\delta$ -okolím** (prstencovým okolím) bodu  $a \in \mathbb{R}$ , kde  $\delta > 0$ , nazývame

$$P_\delta(a) = O_\delta(a) - \{a\} = (a - \delta; a) \cup (a; a + \delta)$$



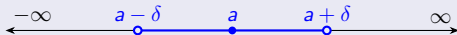
[Zjednotenie otvorených intervalov.]

**$r$ -okolím** (okolím) bodu  $\infty$ , kde  $r \in \mathbb{R}$ ,

# Topologické vlastnosti čísel – Okolia bodov z $\mathbb{R}^*$

**Okolím** s polomerom  $\delta$  ( $\delta$ -okolím, okolím) bodu  $a \in \mathbb{R}$ , kde  $\delta > 0$ , nazývame

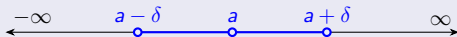
$$O_\delta(a) = (a - \delta; a + \delta)$$



[Otvorený interval.]

**Prstencovým  $\delta$ -okolím** (prstencovým okolím) bodu  $a \in \mathbb{R}$ , kde  $\delta > 0$ , nazývame

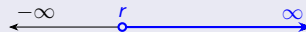
$$P_\delta(a) = O_\delta(a) - \{a\} = (a - \delta; a) \cup (a; a + \delta)$$



[Zjednotenie otvorených intervalov.]

**$r$ -okolím** (okolím) bodu  $\infty$ , kde  $r \in \mathbb{R}$ , nazývame

$$O_r(\infty) = (r; \infty)$$

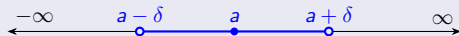


[Otvorený interval.]

# Topologické vlastnosti čísel – Okolia bodov z $\mathbb{R}^*$

**Okolím** s polomerom  $\delta$  ( $\delta$ -okolím, okolím) bodu  $a \in \mathbb{R}$ , kde  $\delta > 0$ , nazývame

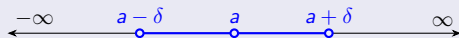
$$O_\delta(a) = (a - \delta; a + \delta)$$



[Otvorený interval.]

**Prstencovým  $\delta$ -okolím** (prstencovým okolím) bodu  $a \in \mathbb{R}$ , kde  $\delta > 0$ , nazývame

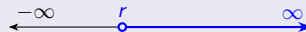
$$P_\delta(a) = O_\delta(a) - \{a\} = (a - \delta; a) \cup (a; a + \delta)$$



[Zjednotenie otvorených intervalov.]

**$r$ -okolím** (okolím) bodu  $\infty$ , kde  $r \in \mathbb{R}$ , nazývame

$$O_r(\infty) = (r; \infty)$$



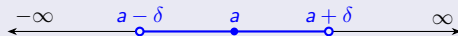
[Otvorený interval.]

**$r$ -okolím** (okolím) bodu  $-\infty$ , kde  $r \in \mathbb{R}$ ,

# Topologické vlastnosti čísel – Okolia bodov z $\mathbb{R}^*$

**Okolím** s polomerom  $\delta$  ( $\delta$ -okolím, okolím) bodu  $a \in \mathbb{R}$ , kde  $\delta > 0$ , nazývame

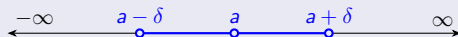
$$O_\delta(a) = (a - \delta; a + \delta)$$



[Otvorený interval.]

**Prstencovým  $\delta$ -okolím** (prstencovým okolím) bodu  $a \in \mathbb{R}$ , kde  $\delta > 0$ , nazývame

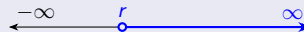
$$P_\delta(a) = O_\delta(a) - \{a\} = (a - \delta; a) \cup (a; a + \delta)$$



[Zjednotenie otvorených intervalov.]

**$r$ -okolím** (okolím) bodu  $\infty$ , kde  $r \in \mathbb{R}$ , nazývame

$$O_r(\infty) = (r; \infty)$$



[Otvorený interval.]

**$r$ -okolím** (okolím) bodu  $-\infty$ , kde  $r \in \mathbb{R}$ , nazývame

$$O_r(-\infty) = (-\infty; r)$$

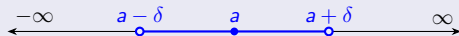


[Otvorený interval.]

# Topologické vlastnosti čísel – Okolia bodov z $\mathbb{R}^*$

**Okolím** s polomerom  $\delta$  ( $\delta$ -okolím, okolím) bodu  $a \in \mathbb{R}$ , kde  $\delta > 0$ , nazývame

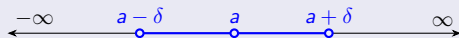
$$O_\delta(a) = (a - \delta; a + \delta) = \{x \in \mathbb{R}; a - \delta < x < a + \delta\} = \{x \in \mathbb{R}; |x - a| < \delta\}.$$



[Otvorený interval.]

**Prstencovým  $\delta$ -okolím** (prstencovým okolím) bodu  $a \in \mathbb{R}$ , kde  $\delta > 0$ , nazývame

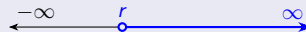
$$P_\delta(a) = O_\delta(a) - \{a\} = (a - \delta; a) \cup (a; a + \delta) = \{x \in \mathbb{R}; 0 < |x - a| < \delta\}.$$



[Zjednotenie otvorených intervalov.]

**$r$ -okolím** (okolím) bodu  $\infty$ , kde  $r \in \mathbb{R}$ , nazývame

$$O_r(\infty) = (r; \infty) = \{x \in \mathbb{R}; r < x\}.$$



[Otvorený interval.]

**$r$ -okolím** (okolím) bodu  $-\infty$ , kde  $r \in \mathbb{R}$ , nazývame

$$O_r(-\infty) = (-\infty; r) = \{x \in \mathbb{R}; x < r\}.$$



[Otvorený interval.]

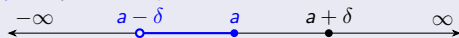
# Topologické vlastnosti čísel – Jednostranné okolia

Ľavým  $\delta$ -okolím bodu  $a \in \mathbb{R}$ , kde  $\delta > 0$ ,

# Topologické vlastnosti čísel – Jednostranné okolia

Ľavým  $\delta$ -okolím bodu  $a \in \mathbb{R}$ , kde  $\delta > 0$ , nazývame

$$O_{\delta}^{-}(a) = (a - \delta; a]$$



[Zľava otvorený, sprava uzavretý interval.]



# Topologické vlastnosti čísel – Jednostranné okolia

Ľavým  $\delta$ -okolím bodu  $a \in \mathbb{R}$ , kde  $\delta > 0$ , nazývame

$$O_{\delta}^{-}(a) = (a - \delta; a]$$



[Zľava otvorený, sprava uzavretý interval.]

Ľavým prstencovým  $\delta$ -okolím bodu  $a \in \mathbb{R}$ , kde  $\delta > 0$ ,

# Topologické vlastnosti čísel – Jednostranné okolia

Ľavým  $\delta$ -okolím bodu  $a \in \mathbb{R}$ , kde  $\delta > 0$ , nazývame

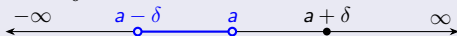
$$O_{\delta}^{-}(a) = (a - \delta; a]$$



[Zľava otvorený, sprava uzavretý interval.]

Ľavým prstencovým  $\delta$ -okolím bodu  $a \in \mathbb{R}$ , kde  $\delta > 0$ , nazývame

$$P_{\delta}^{-}(a) = O_{\delta}^{-}(a) - \{a\} = (a - \delta; a)$$



[Otvorený interval.]

# Topologické vlastnosti čísel – Jednostranné okolia

**Ľavým  $\delta$ -okolím** bodu  $a \in \mathbb{R}$ , kde  $\delta > 0$ , nazývame

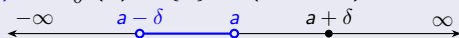
$$O_{\delta}^{-}(a) = (a - \delta; a]$$



[Zľava otvorený, sprava uzavretý interval.]

**Ľavým prstencovým  $\delta$ -okolím** bodu  $a \in \mathbb{R}$ , kde  $\delta > 0$ , nazývame

$$P_{\delta}^{-}(a) = O_{\delta}^{-}(a) - \{a\} = (a - \delta; a)$$



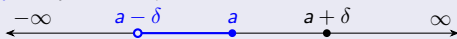
[Otvorený interval.]

**Pravým  $\delta$ -okolím** bodu  $a \in \mathbb{R}$ , kde  $\delta > 0$ ,

# Topologické vlastnosti čísel – Jednostranné okolia

**Ľavým  $\delta$ -okolím** bodu  $a \in \mathbb{R}$ , kde  $\delta > 0$ , nazývame

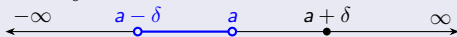
$$O_{\delta}^{-}(a) = (a - \delta; a)$$



[Ľava otvorený, sprava uzavretý interval.]

**Ľavým prstencovým  $\delta$ -okolím** bodu  $a \in \mathbb{R}$ , kde  $\delta > 0$ , nazývame

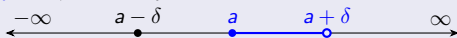
$$P_{\delta}^{-}(a) = O_{\delta}^{-}(a) - \{a\} = (a - \delta; a)$$



[Otvorený interval.]

**Pravým  $\delta$ -okolím** bodu  $a \in \mathbb{R}$ , kde  $\delta > 0$ , nazývame

$$O_{\delta}^{+}(a) = \langle a; a + \delta \rangle$$

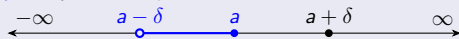


[Ľava uzavretý, sprava otvorený interval.]

# Topologické vlastnosti čísel – Jednostranné okolia

**Ľavým  $\delta$ -okolím** bodu  $a \in \mathbb{R}$ , kde  $\delta > 0$ , nazývame

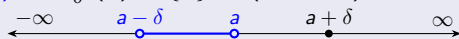
$$O_{\delta}^{-}(a) = (a - \delta; a)$$



[Zľava otvorený, sprava uzavretý interval.]

**Ľavým prstencovým  $\delta$ -okolím** bodu  $a \in \mathbb{R}$ , kde  $\delta > 0$ , nazývame

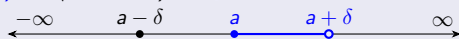
$$P_{\delta}^{-}(a) = O_{\delta}^{-}(a) - \{a\} = (a - \delta; a)$$



[Otvorený interval.]

**Pravým  $\delta$ -okolím** bodu  $a \in \mathbb{R}$ , kde  $\delta > 0$ , nazývame

$$O_{\delta}^{+}(a) = \langle a; a + \delta \rangle$$



[Zľava uzavretý, sprava otvorený interval.]

**Pravým prstencovým  $\delta$ -okolím** bodu  $a \in \mathbb{R}$ , kde  $\delta > 0$ ,

# Topologické vlastnosti čísel – Jednostranné okolia

**Ľavým  $\delta$ -okolím** bodu  $a \in \mathbb{R}$ , kde  $\delta > 0$ , nazývame

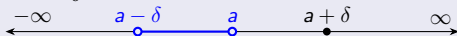
$$O_{\delta}^{-}(a) = (a - \delta; a]$$



[Zľava otvorený, sprava uzavretý interval.]

**Ľavým prstencovým  $\delta$ -okolím** bodu  $a \in \mathbb{R}$ , kde  $\delta > 0$ , nazývame

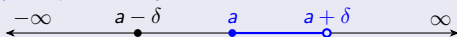
$$P_{\delta}^{-}(a) = O_{\delta}^{-}(a) - \{a\} = (a - \delta; a)$$



[Otvorený interval.]

**Pravým  $\delta$ -okolím** bodu  $a \in \mathbb{R}$ , kde  $\delta > 0$ , nazývame

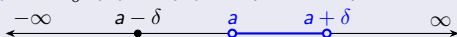
$$O_{\delta}^{+}(a) = \langle a; a + \delta \rangle$$



[Zľava uzavretý, sprava otvorený interval.]

**Pravým prstencovým  $\delta$ -okolím** bodu  $a \in \mathbb{R}$ , kde  $\delta > 0$ , nazývame

$$P_{\delta}^{+}(a) = O_{\delta}^{+}(a) - \{a\} = (a; a + \delta)$$

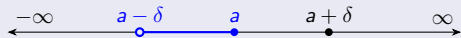


[Otvorený interval.]

# Topologické vlastnosti čísel – Jednostranné okolia

**Ľavým  $\delta$ -okolím** bodu  $a \in \mathbb{R}$ , kde  $\delta > 0$ , nazývame

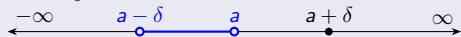
$$O_{\delta}^{-}(a) = (a - \delta; a] = \{x \in \mathbb{R}; a - \delta < x \leq a\} = \{x \in \mathbb{R}; 0 \leq a - x < \delta\}.$$



[Zľava otvorený, sprava uzavretý interval.]

**Ľavým prstencovým  $\delta$ -okolím** bodu  $a \in \mathbb{R}$ , kde  $\delta > 0$ , nazývame

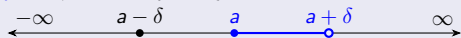
$$P_{\delta}^{-}(a) = O_{\delta}^{-}(a) - \{a\} = (a - \delta; a) = \{x \in \mathbb{R}; 0 < a - x < \delta\}.$$



[Otvorený interval.]

**Pravým  $\delta$ -okolím** bodu  $a \in \mathbb{R}$ , kde  $\delta > 0$ , nazývame

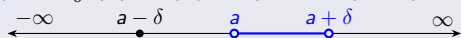
$$O_{\delta}^{+}(a) = \langle a; a + \delta) = \{x \in \mathbb{R}; a \leq x < a + \delta\} = \{x \in \mathbb{R}; 0 \leq x - a < \delta\}.$$



[Zľava uzavretý, sprava otvorený interval.]

**Pravým prstencovým  $\delta$ -okolím** bodu  $a \in \mathbb{R}$ , kde  $\delta > 0$ , nazývame

$$P_{\delta}^{+}(a) = O_{\delta}^{+}(a) - \{a\} = (a; a + \delta) = \{x \in \mathbb{R}; 0 < x - a < \delta\}.$$



[Otvorený interval.]

# Topologické vlastnosti čísel – Okolia bodov z $\mathbb{R}^*$

Grafický prehľad okolí,





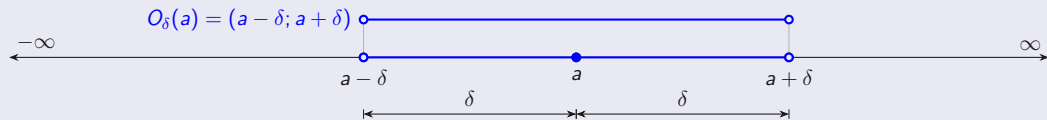
# Topologické vlastnosti čísel – Okolia bodov z $\mathbb{R}^*$

Grafický prehľad okolí, kde  $a \in \mathbb{R}$ ,  $\delta > 0$ ,



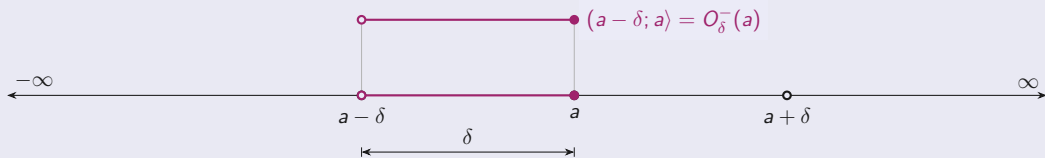
# Topologické vlastnosti čísel – Okolia bodov z $\mathbb{R}^*$

Grafický prehľad okolí, kde  $a \in \mathbb{R}$ ,  $\delta > 0$ ,



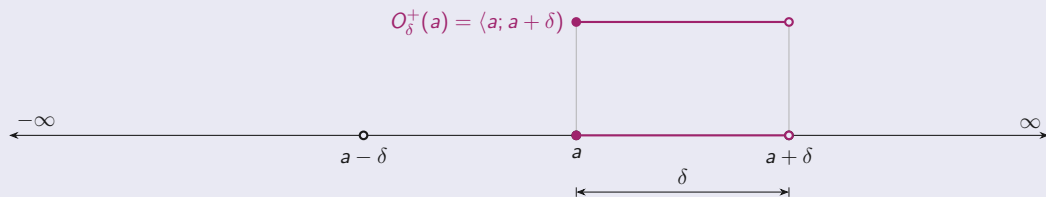
# Topologické vlastnosti čísel – Okolia bodov z $\mathbb{R}^*$

Grafický prehľad okolí, kde  $a \in \mathbb{R}$ ,  $\delta > 0$ ,



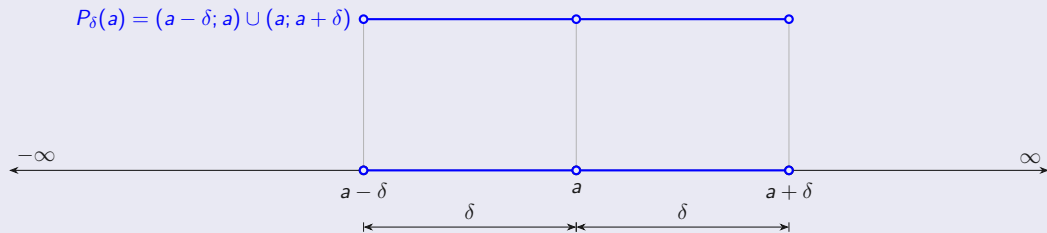
# Topologické vlastnosti čísel – Okolia bodov z $\mathbb{R}^*$

Grafický prehľad okolí, kde  $a \in \mathbb{R}$ ,  $\delta > 0$ ,



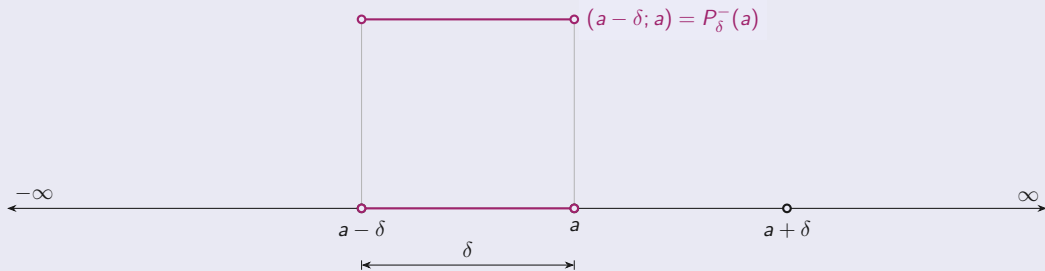
# Topologické vlastnosti čísel – Okolia bodov z $\mathbb{R}^*$

Grafický prehľad okolí, kde  $a \in \mathbb{R}$ ,  $\delta > 0$ ,



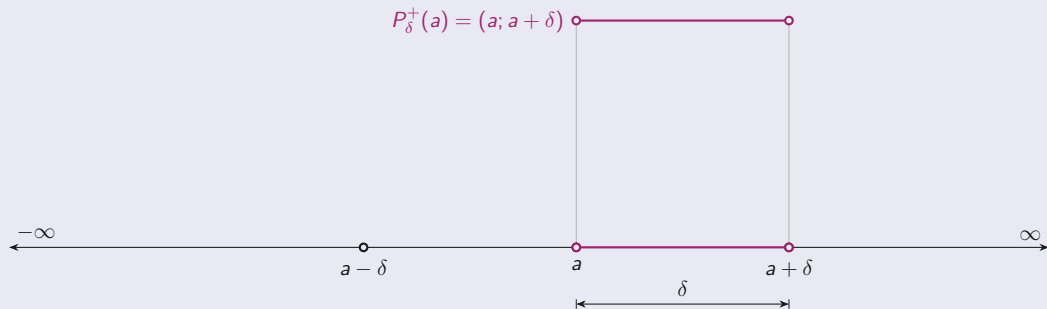
# Topologické vlastnosti čísel – Okolia bodov z $\mathbb{R}^*$

Grafický prehľad okolí, kde  $a \in \mathbb{R}$ ,  $\delta > 0$ ,



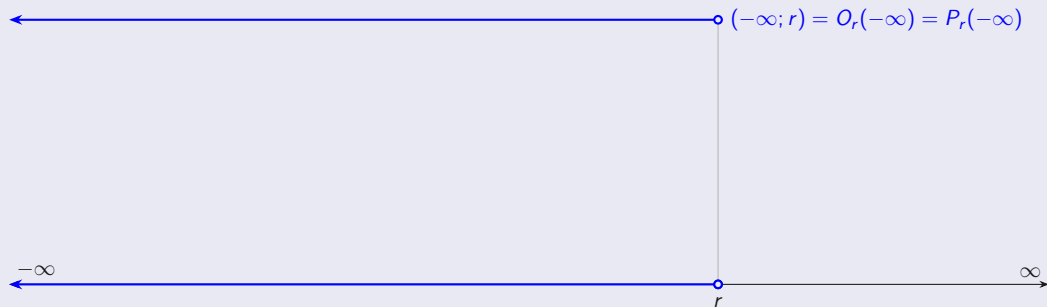
# Topologické vlastnosti čísel – Okolia bodov z $\mathbb{R}^*$

Grafický prehľad okolí, kde  $a \in \mathbb{R}$ ,  $\delta > 0$ ,



# Topologické vlastnosti čísel – Okolia bodov z $\mathbb{R}^*$

Grafický prehľad okolí, kde  $a \in \mathbb{R}$ ,  $\delta > 0$ ,  $r \in \mathbb{R}$ .





# Topologické vlastnosti čísel – Okolia bodov z $\mathbb{R}^*$

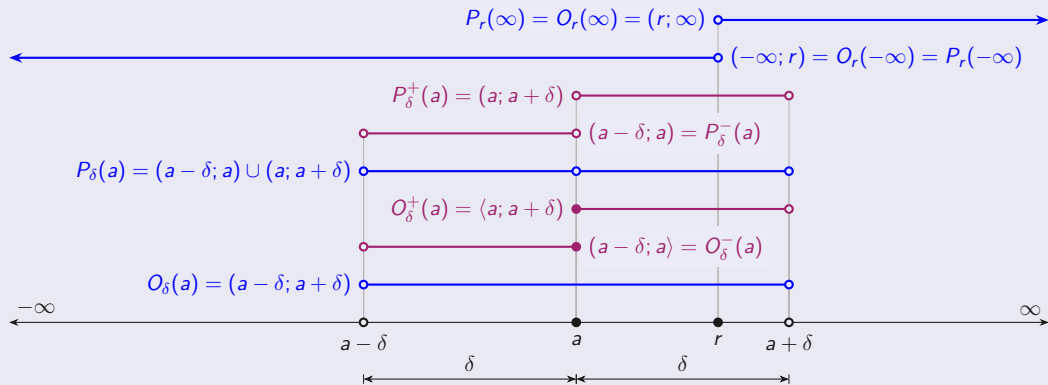
Grafický prehľad okolí, kde  $a \in \mathbb{R}$ ,  $\delta > 0$ ,  $r \in \mathbb{R}$ .

$$P_r(\infty) = O_r(\infty) = (r; \infty)$$

 $-\infty$  $r$  $\infty$

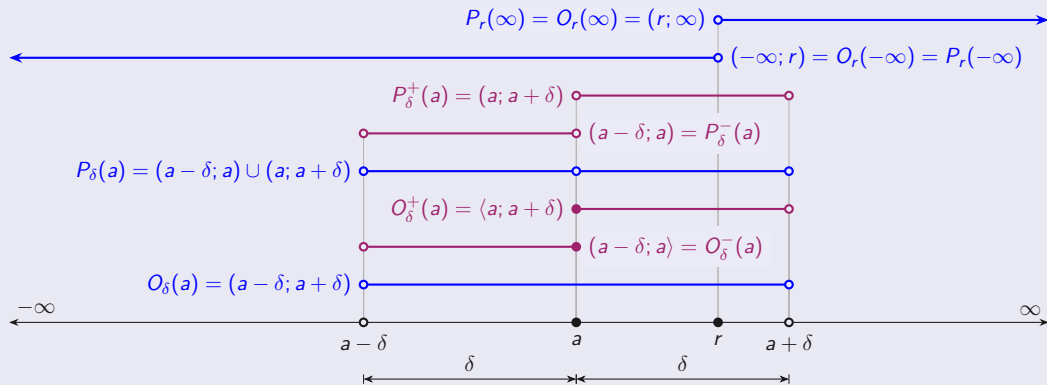
# Topologické vlastnosti čísel – Okolia bodov z $\mathbb{R}^*$

Grafický prehľad okolí, kde  $a \in \mathbb{R}$ ,  $\delta > 0$ ,  $r \in \mathbb{R}$ .



# Topologické vlastnosti čísel – Okolia bodov z $\mathbb{R}^*$

Grafický prehľad okolí, kde  $a \in \mathbb{R}$ ,  $\delta > 0$ ,  $r \in \mathbb{R}$ .

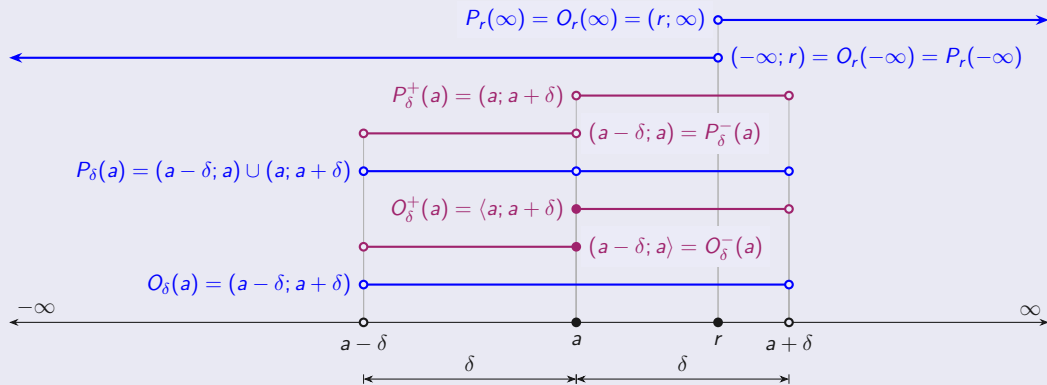


● Každý otvorený interval  $(a; b)$ , kde  $a, b \in \mathbb{R}$ ,  $a < b$ ,

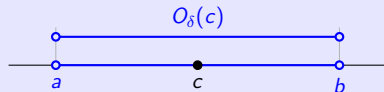


# Topologické vlastnosti čísel – Okolia bodov z $\mathbb{R}^*$

Grafický prehľad okolí, kde  $a \in \mathbb{R}$ ,  $\delta > 0$ ,  $r \in \mathbb{R}$ .

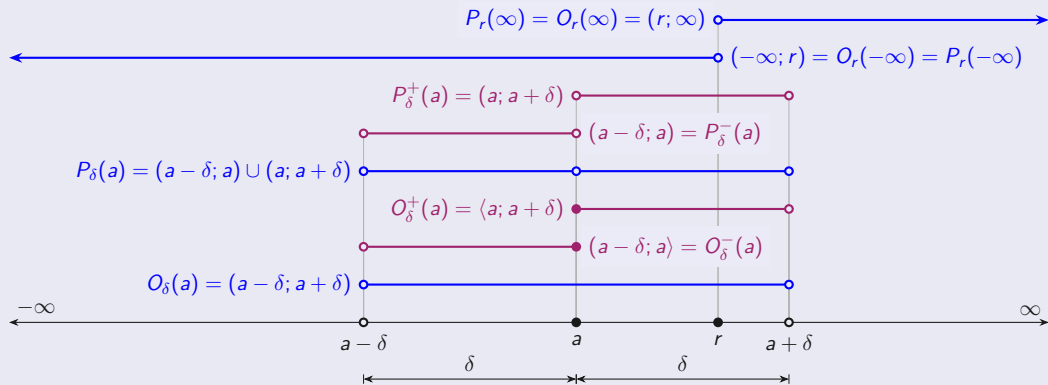


- Každý otvorený interval  $(a; b)$ , kde  $a, b \in \mathbb{R}$ ,  $a < b$ ,  
je okolím  $O_\delta(c)$  bodu  $c = \frac{a+b}{2}$   
t. j.  $(a; b) = O_\delta(c)$

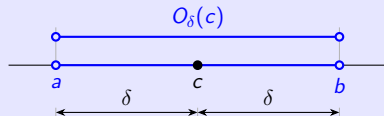


# Topologické vlastnosti čísel – Okolia bodov z $R^*$

Grafický prehľad okolí, kde  $a \in R$ ,  $\delta > 0$ ,  $r \in R$ .



- Každý otvorený interval  $(a; b)$ , kde  $a, b \in R$ ,  $a < b$ ,  
je okolím  $O_\delta(c)$  bodu  $c = \frac{a+b}{2}$  s polomerom  $\delta = \frac{b-a}{2}$ ,  
t. j.  $(a; b) = O_\delta(c) = (c - \delta; c + \delta)$ .



# Topologické vlastnosti čísel

Bod  $a \in \mathbb{R}$  nazývame:

# Topologické vlastnosti čísel

Bod  $a \in \mathbb{R}$  nazývame:

- **Vnútorý bod** množiny  $A \subset \mathbb{R}$ , ak  $a \in A$  a existuje okolie  $O(a)$  také, že  $O(a) \subset A$ .

# Topologické vlastnosti čísel

Bod  $a \in R$  nazývame:

- **Vnútorý bod** množiny  $A \subset R$ , ak  $a \in A$  a existuje okolie  $O(a)$  také, že  $O(a) \subset A$ .
- **Vonkajší bod** množiny  $A \subset R$ , ak je vnútorným bodom doplnku  $A' = R - A$ .



# Topologické vlastnosti čísel

Bod  $a \in R$  nazývame:

- **Vnútorý bod** množiny  $A \subset R$ , ak  $a \in A$  a existuje okolie  $O(a)$  také, že  $O(a) \subset A$ .
- **Vonkajší bod** množiny  $A \subset R$ , ak je vnútorným bodom doplnku  $A' = R - A$ .
- **Hraničný bod** množiny  $A \subset R$ , ak nie je ani vnútorným bodom  $A$  a ani vonkajším bodom  $A$ .

# Topologické vlastnosti čísel

Bod  $a \in R$  nazývame:

- **Vnútorý bod** množiny  $A \subset R$ , ak  $a \in A$  a existuje okolie  $O(a)$  také, že  $O(a) \subset A$ .
- **Vonkajší bod** množiny  $A \subset R$ , ak je vnútorným bodom doplnku  $A' = R - A$ .
- **Hraničný bod** množiny  $A \subset R$ , ak nie je ani vnútorným bodom  $A$  a ani vonkajším bodom  $A$ .

$A \subset R$  (ľubovoľná množina).

# Topologické vlastnosti čísel

Bod  $a \in R$  nazývame:

- **Vnútorý bod** množiny  $A \subset R$ , ak  $a \in A$  a existuje okolie  $O(a)$  také, že  $O(a) \subset A$ .
- **Vonkajší bod** množiny  $A \subset R$ , ak je vnútorným bodom doplnku  $A' = R - A$ .
- **Hraničný bod** množiny  $A \subset R$ , ak nie je ani vnútorným bodom  $A$  a ani vonkajším bodom  $A$ .

$A \subset R$  (ľubovoľná množina).

- Množinu všetkých vnútorných bodov  $A$  nazývame **vnútro**  $A$ ,

# Topologické vlastnosti čísel

Bod  $a \in R$  nazývame:

- **Vnútorý bod** množiny  $A \subset R$ , ak  $a \in A$  a existuje okolie  $O(a)$  také, že  $O(a) \subset A$ .
- **Vonkajší bod** množiny  $A \subset R$ , ak je vnútorným bodom doplnku  $A' = R - A$ .
- **Hraničný bod** množiny  $A \subset R$ , ak nie je ani vnútorným bodom  $A$  a ani vonkajším bodom  $A$ .

$A \subset R$  (ľubovoľná množina).

- Množinu všetkých vnútorných bodov  $A$  nazývame **vnútro  $A$** ,
- Množinu všetkých vonkajších bodov  $A$  nazývame **vonkajšok  $A$** ,

# Topologické vlastnosti čísel

Bod  $a \in R$  nazývame:

- **Vnútorý bod** množiny  $A \subset R$ , ak  $a \in A$  a existuje okolie  $O(a)$  také, že  $O(a) \subset A$ .
- **Vonkajší bod** množiny  $A \subset R$ , ak je vnútorným bodom doplnku  $A' = R - A$ .
- **Hraničný bod** množiny  $A \subset R$ , ak nie je ani vnútorným bodom  $A$  a ani vonkajším bodom  $A$ .

$A \subset R$  (ľubovoľná množina).

- Množinu všetkých vnútorných bodov  $A$  nazývame **vnútro  $A$** ,
- Množinu všetkých vonkajších bodov  $A$  nazývame **vonkajšok  $A$** ,
- Množinu všetkých hraničných bodov  $A$  nazývame **hranica  $A$** ,

# Topologické vlastnosti čísel

Bod  $a \in R$  nazývame:

- **Vnútorý bod** množiny  $A \subset R$ , ak  $a \in A$  a existuje okolie  $O(a)$  také, že  $O(a) \subset A$ .
- **Vonkajší bod** množiny  $A \subset R$ , ak je vnútorným bodom doplnku  $A' = R - A$ .
- **Hraničný bod** množiny  $A \subset R$ , ak nie je ani vnútorným bodom  $A$  a ani vonkajším bodom  $A$ .

$A \subset R$  (ľubovoľná množina).

- Množinu všetkých vnútorných bodov  $A$  nazývame **vnútro**  $A$ , označenie  $\text{int } A$ .
- Množinu všetkých vonkajších bodov  $A$  nazývame **vonkajšok**  $A$ , označenie  $\text{ext } A$ .
- Množinu všetkých hraničných bodov  $A$  nazývame **hranica**  $A$ , označenie  $\partial A$ .

# Topologické vlastnosti čísel

Bod  $a \in \mathbb{R}$  nazývame:

- **Vnútorý bod** množiny  $A \subset \mathbb{R}$ , ak  $a \in A$  a existuje okolie  $O(a)$  také, že  $O(a) \subset A$ .
- **Vonkajší bod** množiny  $A \subset \mathbb{R}$ , ak je vnútorným bodom doplnku  $A' = \mathbb{R} - A$ .
- **Hraničný bod** množiny  $A \subset \mathbb{R}$ , ak nie je ani vnútorným bodom  $A$  a ani vonkajším bodom  $A$ .

$A \subset \mathbb{R}$  (ľubovoľná množina).

- Množinu všetkých vnútorných bodov  $A$  nazývame **vnútro**  $A$ , označenie  $\text{int } A$ .
- Množinu všetkých vonkajších bodov  $A$  nazývame **vonkajšok**  $A$ , označenie  $\text{ext } A$ .
- Množinu všetkých hraničných bodov  $A$  nazývame **hranica**  $A$ , označenie  $\partial A$ .

$A \subset \mathbb{R}$  (ľubovoľná množina).

# Topologické vlastnosti čísel

Bod  $a \in \mathbb{R}$  nazývame:

- **Vnútorý bod** množiny  $A \subset \mathbb{R}$ , ak  $a \in A$  a existuje okolie  $O(a)$  také, že  $O(a) \subset A$ .
- **Vonkajší bod** množiny  $A \subset \mathbb{R}$ , ak je vnútorným bodom doplnku  $A' = \mathbb{R} - A$ .
- **Hraničný bod** množiny  $A \subset \mathbb{R}$ , ak nie je ani vnútorným bodom  $A$  a ani vonkajším bodom  $A$ .

$A \subset \mathbb{R}$  (ľubovoľná množina).

- Množinu všetkých vnútorných bodov  $A$  nazývame **vnútro  $A$** , označenie  $\text{int } A$ .
- Množinu všetkých vonkajších bodov  $A$  nazývame **vonkajšok  $A$** , označenie  $\text{ext } A$ .
- Množinu všetkých hraničných bodov  $A$  nazývame **hranica  $A$** , označenie  $\partial A$ .

$A \subset \mathbb{R}$  (ľubovoľná množina). Potom Platí:

- $\text{int } A \cap \text{ext } A = \text{int } A \cap \partial A = \text{ext } A \cap \partial A = \emptyset$ .



# Topologické vlastnosti čísel

Bod  $a \in \mathbb{R}$  nazývame:

- **Vnútorý bod** množiny  $A \subset \mathbb{R}$ , ak  $a \in A$  a existuje okolie  $O(a)$  také, že  $O(a) \subset A$ .
- **Vonkajší bod** množiny  $A \subset \mathbb{R}$ , ak je vnútorným bodom doplnku  $A' = \mathbb{R} - A$ .
- **Hraničný bod** množiny  $A \subset \mathbb{R}$ , ak nie je ani vnútorným bodom  $A$  a ani vonkajším bodom  $A$ .

$A \subset \mathbb{R}$  (ľubovoľná množina).

- Množinu všetkých vnútorných bodov  $A$  nazývame **vnútro**  $A$ , označenie  $\text{int } A$ .
- Množinu všetkých vonkajších bodov  $A$  nazývame **vonkajšok**  $A$ , označenie  $\text{ext } A$ .
- Množinu všetkých hraničných bodov  $A$  nazývame **hranica**  $A$ , označenie  $\partial A$ .

$A \subset \mathbb{R}$  (ľubovoľná množina). Potom Platí:

- $\text{int } A \cap \text{ext } A = \text{int } A \cap \partial A = \text{ext } A \cap \partial A = \emptyset$ .
- $\text{int } A \cup \partial A \cup \text{ext } A = \mathbb{R}$ .

# Topologické vlastnosti čísel

Bod  $a \in \mathbb{R}$  nazývame:

- **Vnútorý bod** množiny  $A \subset \mathbb{R}$ , ak  $a \in A$  a existuje okolie  $O(a)$  také, že  $O(a) \subset A$ .
- **Vonkajší bod** množiny  $A \subset \mathbb{R}$ , ak je vnútorným bodom doplnku  $A' = \mathbb{R} - A$ .
- **Hraničný bod** množiny  $A \subset \mathbb{R}$ , ak nie je ani vnútorným bodom  $A$  a ani vonkajším bodom  $A$ .

$A \subset \mathbb{R}$  (ľubovoľná množina).

- Množinu všetkých vnútorných bodov  $A$  nazývame **vnútro  $A$** , označenie  $\text{int } A$ .
- Množinu všetkých vonkajších bodov  $A$  nazývame **vonkajšok  $A$** , označenie  $\text{ext } A$ .
- Množinu všetkých hraničných bodov  $A$  nazývame **hranica  $A$** , označenie  $\partial A$ .

$A \subset \mathbb{R}$  (ľubovoľná množina). Potom Platí:

- $\text{int } A \cap \text{ext } A = \text{int } A \cap \partial A = \text{ext } A \cap \partial A = \emptyset$ .
- $\text{int } A \cup \partial A \cup \text{ext } A = \mathbb{R}$ .
- $\partial A = \partial A'$ .    •  $\text{int } A = \text{ext } A'$ .    •  $\text{ext } A = \text{int } A'$ .

# Topologické vlastnosti čísel

Bod  $a \in \mathbb{R}$  nazývame:

- **Vnútorý bod** množiny  $A \subset \mathbb{R}$ , ak  $a \in A$  a existuje okolie  $O(a)$  také, že  $O(a) \subset A$ .
- **Vonkajší bod** množiny  $A \subset \mathbb{R}$ , ak je vnútorným bodom doplnku  $A' = \mathbb{R} - A$ .
- **Hraničný bod** množiny  $A \subset \mathbb{R}$ , ak nie je ani vnútorným bodom  $A$  a ani vonkajším bodom  $A$ .

$A \subset \mathbb{R}$  (ľubovoľná množina).

- Množinu všetkých vnútorných bodov  $A$  nazývame **vnútro  $A$** , označenie  $\text{int } A$ .
- Množinu všetkých vonkajších bodov  $A$  nazývame **vonkajšok  $A$** , označenie  $\text{ext } A$ .
- Množinu všetkých hraničných bodov  $A$  nazývame **hranica  $A$** , označenie  $\partial A$ .

$A \subset \mathbb{R}$  (ľubovoľná množina). Potom Platí:

- $\text{int } A \cap \text{ext } A = \text{int } A \cap \partial A = \text{ext } A \cap \partial A = \emptyset$ . [Množiny  $\text{int } A$ ,  $\partial A$ ,  $\text{ext } A$  sú disjunktné.]
- $\text{int } A \cup \partial A \cup \text{ext } A = \mathbb{R}$ . [Zjednotenie množín  $\text{int } A$ ,  $\partial A$ ,  $\text{ext } A$  je celá reálna os.]
- $\partial A = \partial A'$ .    •  $\text{int } A = \text{ext } A'$ .    •  $\text{ext } A = \text{int } A'$ .

# Topologické vlastnosti čísel

Bod  $a \in \mathbb{R}$  nazývame:

- **Vnútorý bod** množiny  $A \subset \mathbb{R}$ , ak  $a \in A$  a existuje okolie  $O(a)$  také, že  $O(a) \subset A$ .
- **Vonkajší bod** množiny  $A \subset \mathbb{R}$ , ak je vnútorným bodom doplnku  $A' = \mathbb{R} - A$ .
- **Hraničný bod** množiny  $A \subset \mathbb{R}$ , ak nie je ani vnútorným bodom  $A$  a ani vonkajším bodom  $A$ .

$A \subset \mathbb{R}$  (ľubovoľná množina).

- Množinu všetkých vnútorných bodov  $A$  nazývame **vnútro  $A$** , označenie  $\text{int } A$ .
- Množinu všetkých vonkajších bodov  $A$  nazývame **vonkajšok  $A$** , označenie  $\text{ext } A$ .
- Množinu všetkých hraničných bodov  $A$  nazývame **hranica  $A$** , označenie  $\partial A$ .

$A \subset \mathbb{R}$  (ľubovoľná množina). Potom Platí:

- $\text{int } A \cap \text{ext } A = \text{int } A \cap \partial A = \text{ext } A \cap \partial A = \emptyset$ . [Množiny  $\text{int } A$ ,  $\partial A$ ,  $\text{ext } A$  sú disjunktné.]
- $\text{int } A \cup \partial A \cup \text{ext } A = \mathbb{R}$ . [Zjednotenie množín  $\text{int } A$ ,  $\partial A$ ,  $\text{ext } A$  je celá reálna os.]
- $\partial A = \partial A'$ .    •  $\text{int } A = \text{ext } A'$ .    •  $\text{ext } A = \text{int } A'$ .

Špeciálne platí:

# Topologické vlastnosti čísel

Bod  $a \in R$  nazývame:

- **Vnútorý bod** množiny  $A \subset R$ , ak  $a \in A$  a existuje okolie  $O(a)$  také, že  $O(a) \subset A$ .
- **Vonkajší bod** množiny  $A \subset R$ , ak je vnútorným bodom doplnku  $A' = R - A$ .
- **Hraničný bod** množiny  $A \subset R$ , ak nie je ani vnútorným bodom  $A$  a ani vonkajším bodom  $A$ .

$A \subset R$  (ľubovoľná množina).

- Množinu všetkých vnútorných bodov  $A$  nazývame **vnútro  $A$** , označenie  $\text{int } A$ .
- Množinu všetkých vonkajších bodov  $A$  nazývame **vonkajšok  $A$** , označenie  $\text{ext } A$ .
- Množinu všetkých hraničných bodov  $A$  nazývame **hranica  $A$** , označenie  $\partial A$ .

$A \subset R$  (ľubovoľná množina). Potom Platí:

- $\text{int } A \cap \text{ext } A = \text{int } A \cap \partial A = \text{ext } A \cap \partial A = \emptyset$ . [Množiny  $\text{int } A$ ,  $\partial A$ ,  $\text{ext } A$  sú disjunktné.]
- $\text{int } A \cup \partial A \cup \text{ext } A = R$ . [Zjednotenie množín  $\text{int } A$ ,  $\partial A$ ,  $\text{ext } A$  je celá reálna os.]
- $\partial A = \partial A'$ .    •  $\text{int } A = \text{ext } A'$ .    •  $\text{ext } A = \text{int } A'$ .

Špeciálne platí: •  $\text{int } \emptyset = \text{ext } R = \emptyset$ .

# Topologické vlastnosti čísel

Bod  $a \in R$  nazývame:

- **Vnútorý bod** množiny  $A \subset R$ , ak  $a \in A$  a existuje okolie  $O(a)$  také, že  $O(a) \subset A$ .
- **Vonkajší bod** množiny  $A \subset R$ , ak je vnútorným bodom doplnku  $A' = R - A$ .
- **Hraničný bod** množiny  $A \subset R$ , ak nie je ani vnútorným bodom  $A$  a ani vonkajším bodom  $A$ .

$A \subset R$  (ľubovoľná množina).

- Množinu všetkých vnútorných bodov  $A$  nazývame **vnútro  $A$** , označenie  $\text{int } A$ .
- Množinu všetkých vonkajších bodov  $A$  nazývame **vonkajšok  $A$** , označenie  $\text{ext } A$ .
- Množinu všetkých hraničných bodov  $A$  nazývame **hranica  $A$** , označenie  $\partial A$ .

$A \subset R$  (ľubovoľná množina). Potom Platí:

- $\text{int } A \cap \text{ext } A = \text{int } A \cap \partial A = \text{ext } A \cap \partial A = \emptyset$ . [Množiny  $\text{int } A$ ,  $\partial A$ ,  $\text{ext } A$  sú disjunktné.]
- $\text{int } A \cup \partial A \cup \text{ext } A = R$ . [Zjednotenie množín  $\text{int } A$ ,  $\partial A$ ,  $\text{ext } A$  je celá reálna os.]
- $\partial A = \partial A'$ .    •  $\text{int } A = \text{ext } A'$ .    •  $\text{ext } A = \text{int } A'$ .

Špeciálne platí:    •  $\text{int } \emptyset = \text{ext } R = \emptyset$ .    •  $\text{ext } \emptyset = \text{int } R = R$ .

# Topologické vlastnosti čísel

Bod  $a \in R$  nazývame:

- **Vnútorý bod** množiny  $A \subset R$ , ak  $a \in A$  a existuje okolie  $O(a)$  také, že  $O(a) \subset A$ .
- **Vonkajší bod** množiny  $A \subset R$ , ak je vnútorným bodom doplnku  $A' = R - A$ .
- **Hraničný bod** množiny  $A \subset R$ , ak nie je ani vnútorným bodom  $A$  a ani vonkajším bodom  $A$ .

$A \subset R$  (ľubovoľná množina).

- Množinu všetkých vnútorných bodov  $A$  nazývame **vnútro**  $A$ , označenie  $\text{int } A$ .
- Množinu všetkých vonkajších bodov  $A$  nazývame **vonkajšok**  $A$ , označenie  $\text{ext } A$ .
- Množinu všetkých hraničných bodov  $A$  nazývame **hranica**  $A$ , označenie  $\partial A$ .

$A \subset R$  (ľubovoľná množina). Potom Platí:

- $\text{int } A \cap \text{ext } A = \text{int } A \cap \partial A = \text{ext } A \cap \partial A = \emptyset$ . [Množiny  $\text{int } A$ ,  $\partial A$ ,  $\text{ext } A$  sú disjunktné.]
- $\text{int } A \cup \partial A \cup \text{ext } A = R$ . [Zjednotenie množín  $\text{int } A$ ,  $\partial A$ ,  $\text{ext } A$  je celá reálna os.]
- $\partial A = \partial A'$ .    •  $\text{int } A = \text{ext } A'$ .    •  $\text{ext } A = \text{int } A'$ .

Špeciálne platí:    •  $\text{int } \emptyset = \text{ext } R = \emptyset$ .    •  $\text{ext } \emptyset = \text{int } R = R$ .    •  $\partial \emptyset = \partial R = \emptyset$ .

# Topologické vlastnosti čísel

Bod  $a \in \mathbb{R}$  nazývame:

- **Vnútorý bod** množiny  $A \subset \mathbb{R}$ , ak  $a \in A$  a existuje okolie  $O(a)$  také, že  $O(a) \subset A$ .
- **Vonkajší bod** množiny  $A \subset \mathbb{R}$ , ak je vnútorným bodom doplnku  $A' = \mathbb{R} - A$ .
- **Hraničný bod** množiny  $A \subset \mathbb{R}$ , ak nie je ani vnútorným bodom  $A$  a ani vonkajším bodom  $A$ .

$A \subset \mathbb{R}$  (ľubovoľná množina).

- Množinu všetkých vnútorných bodov  $A$  nazývame **vnútro**  $A$ , označenie  $\text{int } A$ .
- Množinu všetkých vonkajších bodov  $A$  nazývame **vonkajšok**  $A$ , označenie  $\text{ext } A$ .
- Množinu všetkých hraničných bodov  $A$  nazývame **hranica**  $A$ , označenie  $\partial A$ .

$A \subset \mathbb{R}$  (ľubovoľná množina). Potom Platí:

- $\text{int } A \cap \text{ext } A = \text{int } A \cap \partial A = \text{ext } A \cap \partial A = \emptyset$ . [Množiny  $\text{int } A$ ,  $\partial A$ ,  $\text{ext } A$  sú disjunktné.]
- $\text{int } A \cup \partial A \cup \text{ext } A = \mathbb{R}$ . [Zjednotenie množín  $\text{int } A$ ,  $\partial A$ ,  $\text{ext } A$  je celá reálna os.]
- $\partial A = \partial A'$ .    •  $\text{int } A = \text{ext } A'$ .    •  $\text{ext } A = \text{int } A'$ .

Špeciálne platí:    •  $\text{int } \emptyset = \text{ext } \mathbb{R} = \emptyset$ .    •  $\text{ext } \emptyset = \text{int } \mathbb{R} = \mathbb{R}$ .    •  $\partial \emptyset = \partial \mathbb{R} = \emptyset$ .    •  $\partial Q = \mathbb{R}$ .

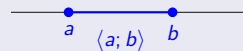
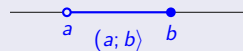
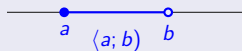
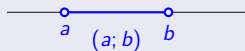


# Topologické vlastnosti čísel – Příklad

$a, b \in \mathbb{R}, a < b.$

# Topologické vlastnosti čísel – Příklad

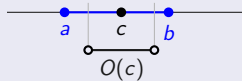
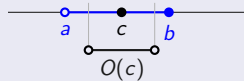
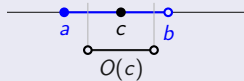
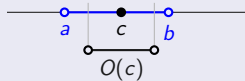
$a, b \in \mathbb{R}, a < b$ . Pre intervaly  $(a; b)$ ,  $\langle a; b \rangle$ ,  $(a; b]$ ,  $\langle a; b \rangle$  platí:



# Topologické vlastnosti čísel – Príklad

$a, b \in \mathbb{R}$ ,  $a < b$ . Pre intervaly  $(a; b)$ ,  $\langle a; b \rangle$ ,  $(a; b]$ ,  $\langle a; b \rangle$  platí:

- $\text{int}(a; b) = \text{int}\langle a; b \rangle = \text{int}(a; b] = \text{int}\langle a; b \rangle$



- $\text{int}(a; b)$

- $\text{int}\langle a; b \rangle$

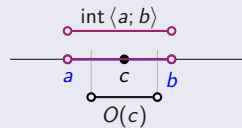
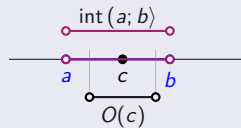
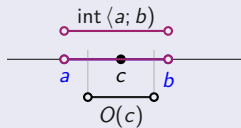
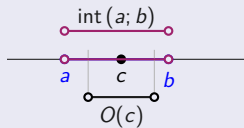
- $\text{int}(a; b]$

- $\text{int}\langle a; b \rangle$

# Topologické vlastnosti čísel – Príklad

$a, b \in \mathbb{R}$ ,  $a < b$ . Pre intervaly  $(a; b)$ ,  $\langle a; b \rangle$ ,  $(a; b]$ ,  $\langle a; b \rangle$  platí:

- $\text{int}(a; b) = \text{int}\langle a; b \rangle = \text{int}(a; b] = \text{int}\langle a; b \rangle$



- $\text{int}(a; b)$

- $\text{int}\langle a; b \rangle$

- $\text{int}(a; b]$

- $\text{int}\langle a; b \rangle$

# Topologické vlastnosti čísel – Příklad

$a, b \in \mathbb{R}, a < b$ . Pre intervaly  $(a; b)$ ,  $\langle a; b \rangle$ ,  $(a; b]$ ,  $\langle a; b \rangle$  platí:

- $\text{int}(a; b) = \text{int}\langle a; b \rangle = \text{int}(a; b] = \text{int}\langle a; b \rangle = (a; b)$ .

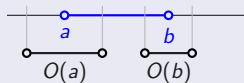


- $\text{int}(a; b) = (a; b)$ .
- $\text{int}\langle a; b \rangle = (a; b)$ .
- $\text{int}(a; b] = (a; b)$ .
- $\text{int}\langle a; b \rangle = (a; b)$ .

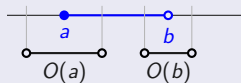
# Topologické vlastnosti čísel – Příklad

$a, b \in \mathbb{R}, a < b$ . Pre intervaly  $(a; b)$ ,  $\langle a; b \rangle$ ,  $(a; b]$ ,  $\langle a; b \rangle$  platí:

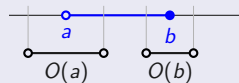
- $\text{int}(a; b) = \text{int}\langle a; b \rangle = \text{int}(a; b] = \text{int}\langle a; b \rangle = (a; b)$ .
- $\partial(a; b) = \partial\langle a; b \rangle = \partial(a; b] = \partial\langle a; b \rangle$



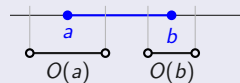
•  $\partial(a; b)$



•  $\partial\langle a; b \rangle$



•  $\partial(a; b]$



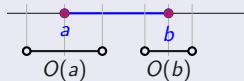
•  $\partial\langle a; b \rangle$

# Topologické vlastnosti čísel – Příklad

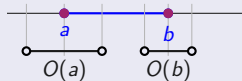
$a, b \in \mathbb{R}$ ,  $a < b$ . Pre intervaly  $(a; b)$ ,  $\langle a; b \rangle$ ,  $(a; b]$ ,  $\langle a; b \rangle$  platí:

- $\text{int}(a; b) = \text{int}\langle a; b \rangle = \text{int}(a; b] = \text{int}\langle a; b \rangle = (a; b)$ .
- $\partial(a; b) = \partial\langle a; b \rangle = \partial(a; b] = \partial\langle a; b \rangle$

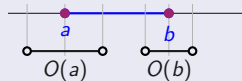
•  $\partial(a; b)$  •



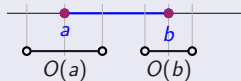
•  $\partial\langle a; b \rangle$  •



•  $\partial(a; b]$  •



•  $\partial\langle a; b \rangle$  •



•  $\partial(a; b]$

•  $\partial\langle a; b \rangle$

•  $\partial(a; b]$

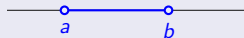
•  $\partial\langle a; b \rangle$

# Topologické vlastnosti čísel – Příklad

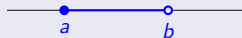
$a, b \in \mathbb{R}, a < b$ . Pre intervaly  $(a; b)$ ,  $\langle a; b \rangle$ ,  $(a; b]$ ,  $\langle a; b \rangle$  platí:

- $\text{int}(a; b) = \text{int}\langle a; b \rangle = \text{int}(a; b] = \text{int}\langle a; b \rangle = (a; b)$ .
- $\partial(a; b) = \partial\langle a; b \rangle = \partial(a; b] = \partial\langle a; b \rangle = \{a, b\}$ .

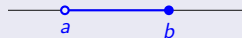
•  $\partial(a; b)$  •



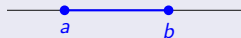
•  $\partial\langle a; b \rangle$  •



•  $\partial(a; b]$  •



•  $\partial\langle a; b \rangle$  •



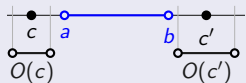
- $\partial(a; b] = \{a, b\}$ .
- $\partial\langle a; b \rangle = \{a, b\}$ .
- $\partial(a; b] = \{a, b\}$ .
- $\partial\langle a; b \rangle = \{a, b\}$ .



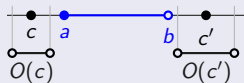
# Topologické vlastnosti čísel – Príklad

$a, b \in \mathbb{R}, a < b$ . Pre intervaly  $(a; b), \langle a; b \rangle, (a; b], \langle a; b \rangle$  platí:

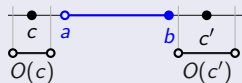
- $\text{int}(a; b) = \text{int} \langle a; b \rangle = \text{int}(a; b] = \text{int} \langle a; b \rangle = (a; b)$ .
- $\partial(a; b) = \partial \langle a; b \rangle = \partial(a; b] = \partial \langle a; b \rangle = \{a, b\}$ .
- $\text{ext}(a; b) = \text{ext} \langle a; b \rangle = \text{ext}(a; b] = \text{ext} \langle a; b \rangle$



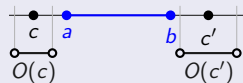
•  $\text{ext}(a; b)$



•  $\text{ext} \langle a; b \rangle$



•  $\text{ext}(a; b]$



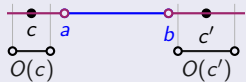
•  $\text{ext} \langle a; b \rangle$

# Topologické vlastnosti čísel – Příklad

$a, b \in \mathbb{R}, a < b$ . Pre intervaly  $(a; b), \langle a; b \rangle, (a; b], \langle a; b \rangle$  platí:

- $\text{int}(a; b) = \text{int} \langle a; b \rangle = \text{int}(a; b) = \text{int} \langle a; b \rangle = (a; b)$ .
- $\partial(a; b) = \partial \langle a; b \rangle = \partial(a; b) = \partial \langle a; b \rangle = \{a, b\}$ .
- $\text{ext}(a; b) = \text{ext} \langle a; b \rangle = \text{ext}(a; b) = \text{ext} \langle a; b \rangle$

—○  $\text{ext}(a; b)$  ○—      —○  $\text{ext} \langle a; b \rangle$  ○—      —○  $\text{ext}(a; b)$  ○—      —○  $\text{ext} \langle a; b \rangle$  ○—



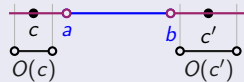
•  $\text{ext}(a; b)$



•  $\text{ext} \langle a; b \rangle$



•  $\text{ext}(a; b]$



•  $\text{ext} \langle a; b]$

# Topologické vlastnosti čísel – Příklad

$a, b \in \mathbb{R}, a < b$ . Pre intervaly  $(a; b), \langle a; b \rangle, (a; b], \langle a; b \rangle$  platí:

- $\text{int}(a; b) = \text{int} \langle a; b \rangle = \text{int}(a; b] = \text{int} \langle a; b \rangle = (a; b)$ .
- $\partial(a; b) = \partial \langle a; b \rangle = \partial(a; b] = \partial \langle a; b \rangle = \{a, b\}$ .
- $\text{ext}(a; b) = \text{ext} \langle a; b \rangle = \text{ext}(a; b] = \text{ext} \langle a; b \rangle = (-\infty; a) \cup (b; \infty) = \mathbb{R} - \langle a; b \rangle$ .

—○ ext  $(a; b)$  ○—      —○ ext  $\langle a; b \rangle$  ○—      —○ ext  $(a; b]$  ○—      —○ ext  $\langle a; b \rangle$  ○—

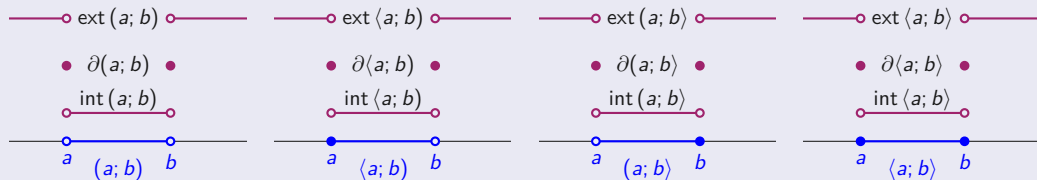


- $\text{ext}(a; b] = \mathbb{R} - \langle a; b \rangle$ .
- $\text{ext} \langle a; b \rangle = \mathbb{R} - \langle a; b \rangle$ .
- $\text{ext}(a; b) = \mathbb{R} - \langle a; b \rangle$ .
- $\text{ext} \langle a; b \rangle = \mathbb{R} - \langle a; b \rangle$ .

# Topologické vlastnosti čísel – Příklad

$a, b \in \mathbb{R}, a < b$ . Pre intervaly  $(a; b), \langle a; b \rangle, (a; b], \langle a; b \rangle$  platí:

- $\text{int}(a; b) = \text{int} \langle a; b \rangle = \text{int}(a; b] = \text{int} \langle a; b \rangle = (a; b)$ .
- $\partial(a; b) = \partial \langle a; b \rangle = \partial(a; b] = \partial \langle a; b \rangle = \{a, b\}$ .
- $\text{ext}(a; b) = \text{ext} \langle a; b \rangle = \text{ext}(a; b] = \text{ext} \langle a; b \rangle = (-\infty; a) \cup (b; \infty) = \mathbb{R} - \langle a; b \rangle$ .



- $\text{ext}(a; b) = \mathbb{R} - \langle a; b \rangle$ .
- $\text{ext} \langle a; b \rangle = \mathbb{R} - \langle a; b \rangle$ .
- $\text{ext}(a; b] = \mathbb{R} - \langle a; b \rangle$ .
- $\text{ext} \langle a; b \rangle = \mathbb{R} - \langle a; b \rangle$ .
- $\partial(a; b) = \{a, b\}$ .
- $\partial \langle a; b \rangle = \{a, b\}$ .
- $\partial(a; b] = \{a, b\}$ .
- $\partial \langle a; b \rangle = \{a, b\}$ .
- $\text{int}(a; b) = (a; b)$ .
- $\text{int} \langle a; b \rangle = (a; b)$ .
- $\text{int}(a; b] = (a; b)$ .
- $\text{int} \langle a; b \rangle = (a; b)$ .

# Topologické vlastnosti čísel – Hromadný bod – HB

Bod  $a \in \mathbb{R}^*$  sa nazýva:



# Topologické vlastnosti čísel – Hromadný bod – HB

Bod  $a \in \mathbb{R}^*$  sa nazýva:

- **Hromadný bod** množiny  $A \subset \mathbb{R}^*$ ,

ak v každom jeho okolí  $O(a)$  leží aspoň jeden bod z množiny  $A$ , ktorý je rôzny od  $a$ .

# Topologické vlastnosti čísel – Hromadný bod – HB

Bod  $a \in \mathbb{R}^*$  sa nazýva:

[Hromadný bod – HB]

- **Hromadný bod** množiny  $A \subset \mathbb{R}^*$ ,

ak v každom jeho okolí  $O(a)$  leží aspoň jeden bod z množiny  $A$ , ktorý je rôzny od  $a$ .

[Pre každé prstencové okolie  $P(a)$  platí  $P(a) \cap A \neq \emptyset$ .]

# Topologické vlastnosti čísel – Hromadný bod – HB

Bod  $a \in \mathbb{R}^*$  sa nazýva:

[Hromadný bod – HB]

- **Hromadný bod** množiny  $A \subset \mathbb{R}^*$ ,

ak v každom jeho okolí  $O(a)$  leží aspoň jeden bod z množiny  $A$ , ktorý je rôzny od  $a$ .

[Pre každé prstencové okolie  $P(a)$  platí  $P(a) \cap A \neq \emptyset$ .]

- **Izolovaný bod** množiny  $A \subset \mathbb{R}^*$ , ak nie je hromadným bodom  $A$  a platí  $a \in A$ .



# Topologické vlastnosti čísel – Hromadný bod – HB

Bod  $a \in R^*$  sa nazýva:

[Hromadný bod – HB]

- **Hromadný bod** množiny  $A \subset R^*$ ,

ak v každom jeho okolí  $O(a)$  leží aspoň jeden bod z množiny  $A$ , ktorý je rôzny od  $a$ .

[Pre každé prstencové okolie  $P(a)$  platí  $P(a) \cap A \neq \emptyset$ .]

- **Izolovaný bod** množiny  $A \subset R^*$ , ak nie je hromadným bodom  $A$  a platí  $a \in A$ .

- **Uzáverom**  $\bar{A}$  množiny  $A \subset R$  nazývame zjednotenie množiny  $A$  s množinou všetkých jej HB.



# Topologické vlastnosti čísel – Hromadný bod – HB

Bod  $a \in R^*$  sa nazýva:

[Hromadný bod – HB]

- **Hromadný bod** množiny  $A \subset R^*$ ,

ak v každom jeho okolí  $O(a)$  leží aspoň jeden bod z množiny  $A$ , ktorý je rôzny od  $a$ .

[Pre každé prstencové okolie  $P(a)$  platí  $P(a) \cap A \neq \emptyset$ .]

- **Izolovaný bod** množiny  $A \subset R^*$ , ak nie je hromadným bodom  $A$  a platí  $a \in A$ .

- **Uzáverom**  $\bar{A}$  množiny  $A \subset R$  nazývame zjednotenie množiny  $A$  s množinou všetkých jej HB.

Množina  $A \subset R$  sa nazýva:

# Topologické vlastnosti čísel – Hromadný bod – HB

Bod  $a \in R^*$  sa nazýva:

[Hromadný bod – HB]

- **Hromadný bod** množiny  $A \subset R^*$ ,

ak v každom jeho okolí  $O(a)$  leží aspoň jeden bod z množiny  $A$ , ktorý je rôzny od  $a$ .

[Pre každé prstencové okolie  $P(a)$  platí  $P(a) \cap A \neq \emptyset$ .]

- **Izolovaný bod** množiny  $A \subset R^*$ , ak nie je hromadným bodom  $A$  a platí  $a \in A$ .

- **Uzáverom**  $\bar{A}$  množiny  $A \subset R$  nazývame zjednotenie množiny  $A$  s množinou všetkých jej HB.

Množina  $A \subset R$  sa nazýva:

- **Uzavretá**, ak obsahuje všetky svoje HB, t. j. ak platí  $A = \bar{A}$ .

# Topologické vlastnosti čísel – Hromadný bod – HB

Bod  $a \in R^*$  sa nazýva:

[Hromadný bod – HB]

- **Hromadný bod** množiny  $A \subset R^*$ ,

ak v každom jeho okolí  $O(a)$  leží aspoň jeden bod z množiny  $A$ , ktorý je rôzny od  $a$ .

[Pre každé prstencové okolie  $P(a)$  platí  $P(a) \cap A \neq \emptyset$ .]

- **Izolovaný bod** množiny  $A \subset R^*$ , ak nie je hromadným bodom  $A$  a platí  $a \in A$ .

- **Uzáverom**  $\bar{A}$  množiny  $A \subset R$  nazývame zjednotenie množiny  $A$  s množinou všetkých jej HB.

Množina  $A \subset R$  sa nazýva:

- **Uzavretá**, ak obsahuje všetky svoje HB, t. j. ak platí  $A = \bar{A}$ .

- **Izolovaná**, ak obsahuje iba izolované body.

# Topologické vlastnosti čísel – Hromadný bod – HB

Bod  $a \in R^*$  sa nazýva:

[Hromadný bod – HB]

- **Hromadný bod** množiny  $A \subset R^*$ ,

ak v každom jeho okolí  $O(a)$  leží aspoň jeden bod z množiny  $A$ , ktorý je rôzny od  $a$ .

[Pre každé prstencové okolie  $P(a)$  platí  $P(a) \cap A \neq \emptyset$ .]

- **Izolovaný bod** množiny  $A \subset R^*$ , ak nie je hromadným bodom  $A$  a platí  $a \in A$ .

- **Uzáverom**  $\bar{A}$  množiny  $A \subset R$  nazývame zjednotenie množiny  $A$  s množinou všetkých jej HB.

Množina  $A \subset R$  sa nazýva:

- **Uzavretá**, ak obsahuje všetky svoje HB, t. j. ak platí  $A = \bar{A}$ .

- **Izolovaná**, ak obsahuje iba izolované body.

- **Otvorená**, ak každý jej bod je vnútorný, t. j. ak platí  $A = \text{int } A$ .

# Topologické vlastnosti čísel – Hromadný bod – HB

Bod  $a \in \mathbb{R}^*$  sa nazýva:

[Hromadný bod – HB]

- **Hromadný bod** množiny  $A \subset \mathbb{R}^*$ ,

ak v každom jeho okolí  $O(a)$  leží aspoň jeden bod z množiny  $A$ , ktorý je rôzny od  $a$ .

[Pre každé prstencové okolie  $P(a)$  platí  $P(a) \cap A \neq \emptyset$ .]

- **Izolovaný bod** množiny  $A \subset \mathbb{R}^*$ , ak nie je hromadným bodom  $A$  a platí  $a \in A$ .

- **Uzáverom**  $\bar{A}$  množiny  $A \subset \mathbb{R}$  nazývame zjednotenie množiny  $A$  s množinou všetkých jej HB.

Množina  $A \subset \mathbb{R}$  sa nazýva:

- **Uzavretá**, ak obsahuje všetky svoje HB, t. j. ak platí  $A = \bar{A}$ .

- **Izolovaná**, ak obsahuje iba izolované body.

- **Otvorená**, ak každý jej bod je vnútorný, t. j. ak platí  $A = \text{int } A$ .

- **Otvorený interval**  $(a; b)$ , kde  $a, b \in \mathbb{R}$ ,  $a < b$ , je otvorená množina.

# Topologické vlastnosti čísel – Hromadný bod – HB

Bod  $a \in R^*$  sa nazýva:

[Hromadný bod – HB]

- **Hromadný bod** množiny  $A \subset R^*$ ,  
ak v každom jeho okolí  $O(a)$  leží aspoň jeden bod z množiny  $A$ , ktorý je rôzny od  $a$ .  
[Pre každé prstencové okolie  $P(a)$  platí  $P(a) \cap A \neq \emptyset$ .]
- **Izolovaný bod** množiny  $A \subset R^*$ , ak nie je hromadným bodom  $A$  a platí  $a \in A$ .
- **Uzáverom**  $\bar{A}$  množiny  $A \subset R$  nazývame zjednotenie množiny  $A$  s množinou všetkých jej HB.

Množina  $A \subset R$  sa nazýva:

- **Uzavretá**, ak obsahuje všetky svoje HB, t. j. ak platí  $A = \bar{A}$ .
- **Izolovaná**, ak obsahuje iba izolované body.
- **Otvorená**, ak každý jej bod je vnútorný, t. j. ak platí  $A = \text{int } A$ .
- **Otvorený interval**  $(a; b)$ , kde  $a, b \in R$ ,  $a < b$ , je otvorená množina.
- **Uzavretý interval**  $\langle a; b \rangle$ , kde  $a, b \in R$ ,  $a < b$ , je uzavretá množina.

# Topologické vlastnosti čísel – Otvorené a uzavreté

Množina  $A \subset \mathbb{R}$ . Potom platí:



# Topologické vlastnosti čísel – Otvorené a uzavreté

Množina  $A \subset \mathbb{R}$ . Potom platí:

- Množina  $A$  je otvorená.  $\Leftrightarrow$
- Doplnok  $A' = \mathbb{R} - A$  je množina uzavretá.

# Topologické vlastnosti čísel – Otvorené a uzavreté

Množina  $A \subset \mathbb{R}$ . Potom platí:

- Množina  $A$  je otvorená.  $\Leftrightarrow$
- Doplnok  $A' = \mathbb{R} - A$  je množina uzavretá.

Množiny  $A, B \subset \mathbb{R}$ . Potom platí:

# Topologické vlastnosti čísel – Otvorené a uzavreté

Množina  $A \subset \mathbb{R}$ . Potom platí:

- Množina  $A$  je otvorená.  $\Leftrightarrow$  • Doplnok  $A' = \mathbb{R} - A$  je množina uzavretá.

Množiny  $A, B \subset \mathbb{R}$ . Potom platí:

- Množiny  $A, B$  sú otvorené.  $\Rightarrow$  • Množiny  $A \cap B$  a  $A \cup B$  sú otvorené.

# Topologické vlastnosti čísel – Otvorené a uzavreté

Množina  $A \subset R$ . Potom platí:

- Množina  $A$  je otvorená.  $\Leftrightarrow$  • Doplnok  $A' = R - A$  je množina uzavretá.

Množiny  $A, B \subset R$ . Potom platí:

- Množiny  $A, B$  sú otvorené.  $\Rightarrow$  • Množiny  $A \cap B$  a  $A \cup B$  sú otvorené.
- Množiny  $A, B$  sú uzavreté.  $\Rightarrow$  • Množiny  $A \cap B$  a  $A \cup B$  sú uzavreté.

# Topologické vlastnosti čísel – Otvorené a uzavreté

Množina  $A \subset \mathbb{R}$ . Potom platí:

- Množina  $A$  je otvorená.  $\Leftrightarrow$  • Doplnok  $A' = \mathbb{R} - A$  je množina uzavretá.

Množiny  $A, B \subset \mathbb{R}$ . Potom platí:

- Množiny  $A, B$  sú otvorené.  $\Rightarrow$  • Množiny  $A \cap B$  a  $A \cup B$  sú otvorené.
- Množiny  $A, B$  sú uzavreté.  $\Rightarrow$  • Množiny  $A \cap B$  a  $A \cup B$  sú uzavreté.

Množiny  $A_k \subset \mathbb{R}$ ,  $k \in \mathbb{N}$ . Potom platí:

# Topologické vlastnosti čísel – Otvorené a uzavreté

Množina  $A \subset \mathbb{R}$ . Potom platí:

- Množina  $A$  je otvorená.  $\Leftrightarrow$  • Doplnok  $A' = \mathbb{R} - A$  je množina uzavretá.

Množiny  $A, B \subset \mathbb{R}$ . Potom platí:

- Množiny  $A, B$  sú otvorené.  $\Rightarrow$  • Množiny  $A \cap B$  a  $A \cup B$  sú otvorené.
- Množiny  $A, B$  sú uzavreté.  $\Rightarrow$  • Množiny  $A \cap B$  a  $A \cup B$  sú uzavreté.

Množiny  $A_k \subset \mathbb{R}$ ,  $k \in \mathbb{N}$ . Potom platí:

- Množiny  $A_k$ ,  $k \in \mathbb{N}$  sú otvorené.  $\Rightarrow$  •  $A = \bigcup_{k=1}^{\infty} A_k$  je otvorená množina.

# Topologické vlastnosti čísel – Otvorené a uzavreté

Množina  $A \subset \mathbb{R}$ . Potom platí:

- Množina  $A$  je otvorená.  $\Leftrightarrow$  • Doplnok  $A' = \mathbb{R} - A$  je množina uzavretá.

Množiny  $A, B \subset \mathbb{R}$ . Potom platí:

- Množiny  $A, B$  sú otvorené.  $\Rightarrow$  • Množiny  $A \cap B$  a  $A \cup B$  sú otvorené.
- Množiny  $A, B$  sú uzavreté.  $\Rightarrow$  • Množiny  $A \cap B$  a  $A \cup B$  sú uzavreté.

Množiny  $A_k \subset \mathbb{R}, k \in \mathbb{N}$ . Potom platí:

- Množiny  $A_k, k \in \mathbb{N}$  sú otvorené.  $\Rightarrow$  •  $A = \bigcup_{k=1}^{\infty} A_k$  je otvorená množina.
- Množiny  $A_k, k \in \mathbb{N}$  sú uzavreté.  $\Rightarrow$  •  $A = \bigcap_{k=1}^{\infty} A_k$  je uzavretá množina.

# Topologické vlastnosti čísel – Otvorené a uzavreté

Množina  $A \subset \mathbb{R}$ . Potom platí:

- Množina  $A$  je otvorená.  $\Leftrightarrow$  • Doplnok  $A' = \mathbb{R} - A$  je množina uzavretá.

Množiny  $A, B \subset \mathbb{R}$ . Potom platí:

- Množiny  $A, B$  sú otvorené.  $\Rightarrow$  • Množiny  $A \cap B$  a  $A \cup B$  sú otvorené.
- Množiny  $A, B$  sú uzavreté.  $\Rightarrow$  • Množiny  $A \cap B$  a  $A \cup B$  sú uzavreté.

Množiny  $A_k \subset \mathbb{R}$ ,  $k \in \mathbb{N}$ . Potom platí:

- Množiny  $A_k$ ,  $k \in \mathbb{N}$  sú otvorené.  $\Rightarrow$  •  $A = \bigcup_{k=1}^{\infty} A_k$  je otvorená množina.  
[Priekop otvorených množín nemusí byť otvorená množina.]
- Množiny  $A_k$ ,  $k \in \mathbb{N}$  sú uzavreté.  $\Rightarrow$  •  $A = \bigcap_{k=1}^{\infty} A_k$  je uzavretá množina.

- Množiny  $(-\frac{1}{k}; \frac{1}{k})$ ,  $k \in \mathbb{N}$  sú otvorené,



# Topologické vlastnosti čísel – Otvorené a uzavreté

Množina  $A \subset \mathbb{R}$ . Potom platí:

- Množina  $A$  je otvorená.  $\Leftrightarrow$  • Doplnok  $A' = \mathbb{R} - A$  je množina uzavretá.

Množiny  $A, B \subset \mathbb{R}$ . Potom platí:

- Množiny  $A, B$  sú otvorené.  $\Rightarrow$  • Množiny  $A \cap B$  a  $A \cup B$  sú otvorené.
- Množiny  $A, B$  sú uzavreté.  $\Rightarrow$  • Množiny  $A \cap B$  a  $A \cup B$  sú uzavreté.

Množiny  $A_k \subset \mathbb{R}$ ,  $k \in \mathbb{N}$ . Potom platí:

- Množiny  $A_k$ ,  $k \in \mathbb{N}$  sú otvorené.  $\Rightarrow$  •  $A = \bigcup_{k=1}^{\infty} A_k$  je otvorená množina.  
[Priekop otvorených množín nemusí byť otvorená množina.]
- Množiny  $A_k$ ,  $k \in \mathbb{N}$  sú uzavreté.  $\Rightarrow$  •  $A = \bigcap_{k=1}^{\infty} A_k$  je uzavretá množina.

- Množiny  $(-\frac{1}{k}; \frac{1}{k})$ ,  $k \in \mathbb{N}$  sú otvorené, ale množina  $\bigcap_{k=1}^{\infty} (-\frac{1}{k}; \frac{1}{k}) = \{0\}$  je uzavretá.

# Topologické vlastnosti čísel – Otvorené a uzavreté

Množina  $A \subset \mathbb{R}$ . Potom platí:

- Množina  $A$  je otvorená.  $\Leftrightarrow$  • Doplnok  $A' = \mathbb{R} - A$  je množina uzavretá.

Množiny  $A, B \subset \mathbb{R}$ . Potom platí:

- Množiny  $A, B$  sú otvorené.  $\Rightarrow$  • Množiny  $A \cap B$  a  $A \cup B$  sú otvorené.
- Množiny  $A, B$  sú uzavreté.  $\Rightarrow$  • Množiny  $A \cap B$  a  $A \cup B$  sú uzavreté.

Množiny  $A_k \subset \mathbb{R}$ ,  $k \in \mathbb{N}$ . Potom platí:

- Množiny  $A_k$ ,  $k \in \mathbb{N}$  sú otvorené.  $\Rightarrow$  •  $A = \bigcup_{k=1}^{\infty} A_k$  je otvorená množina.  
[Priek otvorených množín nemusí byť otvorená množina.]
- Množiny  $A_k$ ,  $k \in \mathbb{N}$  sú uzavreté.  $\Rightarrow$  •  $A = \bigcap_{k=1}^{\infty} A_k$  je uzavretá množina.  
[Zjednotenie uzavretých množín nemusí byť uzavretá množina.]

- Množiny  $(-\frac{1}{k}; \frac{1}{k})$ ,  $k \in \mathbb{N}$  sú otvorené, ale množina  $\bigcap_{k=1}^{\infty} (-\frac{1}{k}; \frac{1}{k}) = \{0\}$  je uzavretá.
- Množiny  $\{\frac{1}{k}\}$ ,  $k \in \mathbb{N}$  sú uzavreté,

# Topologické vlastnosti čísel – Otvorené a uzavreté

Množina  $A \subset R$ . Potom platí:

- Množina  $A$  je otvorená.  $\Leftrightarrow$  • Doplnok  $A' = R - A$  je množina uzavretá.

Množiny  $A, B \subset R$ . Potom platí:

- Množiny  $A, B$  sú otvorené.  $\Rightarrow$  • Množiny  $A \cap B$  a  $A \cup B$  sú otvorené.
- Množiny  $A, B$  sú uzavreté.  $\Rightarrow$  • Množiny  $A \cap B$  a  $A \cup B$  sú uzavreté.

Množiny  $A_k \subset R, k \in N$ . Potom platí:

- Množiny  $A_k, k \in N$  sú otvorené.  $\Rightarrow$  •  $A = \bigcup_{k=1}^{\infty} A_k$  je otvorená množina.  
[Prieknik otvorených množín nemusí byť otvorená množina.]
- Množiny  $A_k, k \in N$  sú uzavreté.  $\Rightarrow$  •  $A = \bigcap_{k=1}^{\infty} A_k$  je uzavretá množina.  
[Zjednotenie uzavretých množín nemusí byť uzavretá množina.]

- Množiny  $(-\frac{1}{k}; \frac{1}{k}), k \in N$  sú otvorené, ale množina  $\bigcap_{k=1}^{\infty} (-\frac{1}{k}; \frac{1}{k}) = \{0\}$  je uzavretá.
- Množiny  $\{\frac{1}{k}\}, k \in N$  sú uzavreté, ale množina  $\bigcup_{k=1}^{\infty} \{\frac{1}{k}\} = \{\frac{1}{k}; k \in N\}$  nie je uzavretá.

# Topologické vlastnosti čísel – Otvorené a uzavreté

Množina  $A \subset R$ . Potom platí:

- Množina  $A$  je otvorená.  $\Leftrightarrow$  • Doplnok  $A' = R - A$  je množina uzavretá.

Množiny  $A, B \subset R$ . Potom platí:

- Množiny  $A, B$  sú otvorené.  $\Rightarrow$  • Množiny  $A \cap B$  a  $A \cup B$  sú otvorené.
- Množiny  $A, B$  sú uzavreté.  $\Rightarrow$  • Množiny  $A \cap B$  a  $A \cup B$  sú uzavreté.

Množiny  $A_k \subset R, k \in N$ . Potom platí:

- Množiny  $A_k, k \in N$  sú otvorené.  $\Rightarrow$  •  $A = \bigcup_{k=1}^{\infty} A_k$  je otvorená množina.  
[Prieknik otvorených množín nemusí byť otvorená množina.]
- Množiny  $A_k, k \in N$  sú uzavreté.  $\Rightarrow$  •  $A = \bigcap_{k=1}^{\infty} A_k$  je uzavretá množina.  
[Zjednotenie uzavretých množín nemusí byť uzavretá množina.]

- Množiny  $(-\frac{1}{k}; \frac{1}{k}), k \in N$  sú otvorené, ale množina  $\bigcap_{k=1}^{\infty} (-\frac{1}{k}; \frac{1}{k}) = \{0\}$  je uzavretá.

- Množiny  $\{\frac{1}{k}\}, k \in N$  sú uzavreté, ale množina  $\bigcup_{k=1}^{\infty} \{\frac{1}{k}\} = \{\frac{1}{k}; k \in N\}$  nie je uzavretá.

[Neobsahuje svoj HB 0.]

# Koniec 1. časti

Ďakujem za pozornosť.