PRAVDEPODOBNOSŤ A ŠTATISTIKA

Charakteristiky náhodnej premennej

doc. RNDr. Štefan Peško, CSc.

Katedra matematických metód a operačnej analýzy, FRI ŽU

26. marca 2018

Číselnými charakteristikami rozdelenia rozumieme čísla, pomocou ktorých získavame informácie o náhodnej premennej. Delíme ich na

- charakteristiky polohy – popisujú istý druh „stredu“ rozdelenia, okolo ktorého kolíšu hodnoty náhodnej premennej – stredná hodnota, medián, modus, kvantil,
- charakteristiky variability – popisujú rozptýlenosť náhodnej premennej okolo strednej hodnoty – disperzia, smerodajná odchylka,
- doplňujúce charakteristiky – dávajú ďalšie údaje o rozptýlení hodnôt okolo strednej hodnoty – koeficient šikmosti, koeficient špicatosti.

Stredná hodnota

Nech X je diskrétna náhodná premenná nadobúdajúca hodnotu x s pravdepodobnosťou $p_X(x), x \in H$. Potom strednou hodnotou náhodnej premennej X rozumieme číslo

$$\mathbb{E}(X) = \sum_{x \in H} x p_X(x). \tag{1}$$

Nech X je spojitá náhodná premenná a f_X hustota pp.. Potom strednou hodnotou náhodnej premennej X rozumieme číslo

$$\mathbb{E}(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x f_X(x) \mathrm{d}x. \tag{2}$$

ak nevlastný integrál (2) konverguje absolútne.

Poznámka:
$\mathbb{E}(X)$ popisuje hodnotu, okolo ktorej náhodne kolíšu hodnoty náhodnej premennej X.

Príklad 4.1

Hádžeme spravodlivou kockou. Ak padne párne číslo, vyhráme toľko bodov, koľko padlo na kocke a v prípade nepárneho čísla zodpovedajúcu sumu strácame. Je pre nás táto hra výhodná?

Náhodná premenná X nadobúda hodnoty z možných výhier $x \in H = \{-1, 2, -3, 4, -5, 6\}$ s pp. $p(x) = \frac{1}{6}$. Strednú hodnotu vypočítame podľa (1)

$$\mathbb{E}(X) = -1 \cdot \frac{1}{6} + 2 \cdot \frac{1}{6} - 3 \cdot \frac{1}{6} + 4 \cdot \frac{1}{6} - 5 \cdot \frac{1}{6} + 6 \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{2}.$$

Pri dlhodobom hraní získame z každej hry 50 centov a tak sa nám túto hru oplatí hrať.

Príklad 4.2

Trolejbusy MHD odchádzajú zo zastávky v 10-minútových intervaloch. Cestujúci môžu prísť na zastávku v ľubovoľnom okamihu. Aká je stredná doba čakania na autobus?

Doba čakania $T \sim R(0,10)$ a tak má hustotu pp.

$$f_T(t) = \begin{cases} \frac{1}{10} & \text{ak } t \in (0,10), \\ 0 & \text{ak } t \notin (0,10). \end{cases}$$

Podľa vzťahu (2) pre stredn[hodnotu dostávame

$$\mathbb{E}(T) = \int_{-\infty}^{\infty} t f_T(t) \mathrm{d}t = \int_0^{10} \frac{t}{10} \mathrm{d}t = \frac{1}{10} \left[\frac{t^2}{2} \right]_0^{10} = 5.$$

Cestujúci budú v priemere čakať 5 minút, čo nie je prekvapivý ale ;-) očakávaný výsledok.

Tvrdenie 8

Nech X je nezáporná náhodná premenná so strednou hodnotou μ a α je ľubovoľné kladné reálne číslo. Potom platí

$$\mathcal{P}(X \geq \alpha) \leq \frac{\mu}{\alpha}. \tag{3}$$

Dôkaz: Nech X je diskrétna resp. spojitá náhodná premenná. Potom

$$\mu = \sum_{x \in H} x p_X(x) \geq \sum_{x \in H : x \geq \alpha} x p_X(x) \geq \sum_{x \in H : x \geq \alpha} \alpha p_X(x) = \alpha \mathcal{P}(X \geq \alpha).$$

resp.

$$\mu = \int_0^\infty x f_X(x) \mathrm{d}x = \int_0^\alpha x f_X(x) \mathrm{d}x + \int_\alpha^\infty x f_X(x) \mathrm{d}x \geq \int_\alpha^\infty x f_X(x) \mathrm{d}x$$

$$\geq \alpha \int_\alpha^\infty f_X(x) \mathrm{d}x = \alpha \mathcal{P}(X \geq \alpha).$$

Príklad 4.3

Bolo zistené, že stredná doba výpočtu stochastickým algoritmom je rovná 66 minút. Aká je pravdepodobnosť, že doba výpočtu prevýši dve hodiny?

Dobu výpočtu reprezentujeme náhodnou premennou T, ktorá má zo zadania $\mathbb{E}(T) = 66$. Potom

$$\mathcal{P}(T > 120) \leq \frac{\mathbb{E}(T)}{120} = \frac{66}{120} = 0.55.$$

Tvrdenie 9

Nech X je náhodná premenná a $a, b \in \Re$. Potom platí

a) $\mathbb{E}(b) = b$,

b) $\mathbb{E}(aX + b) = a\mathbb{E}(X) + b$.

Dôkaz:

Add a) Konštantu b možno považovať za istú hodnotu diskrétnej náhodnej premennej, takže $\mathbb{E}(b) = b \cdot 1 = b$.

Add b) Ak je X diskrétna resp. spojitá náhodná premenná a $Y = aX + b$, potom

$$\mathbb{E}(Y) = \sum_{x \in H} (ax + b) p_X(x) = a \sum_{x \in H} x p_X(x) + b \sum_{x \in H} p_X(x) = a\mathbb{E}(X) + b,$$

resp.

$$\mathbb{E}(Y) = \int_{-\infty}^{\infty} (ax + b) f_X(x) \mathrm{d}x = a \int_{-\infty}^{\infty} x f_X(x) \mathrm{d}x + b \int_{-\infty}^{\infty} f_X(x) \mathrm{d}x = a\mathbb{E}(X) + b.$$

Začiatočné momenty

Nech X je diskrétna náhodná premenná nadobúdajúca hodnotu x s pravdepodobnosťou $p_X(x), x \in H$. Potom **začiatočným momentom k-teho rádu** náhodnej premennej X rozumieme číslo

$$\nu_k(X) = \sum_{x \in H} x^k p_X(x), k \in \mathbb{N}, \tag{4}$$

ak rad (4) konverguje absolútne.

Nech X je spojitá náhodná premenná a f_X hustota pp.. Potom **začiatočným momentom k-teho rádu** náhodnej premennej X rozumieme číslo

$$\nu_k(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x^k f_X(x) \mathrm{d}x, k \in \mathbb{N} \tag{5}$$

ak nevlastný integrál (5) konverguje absolútne.

Poznámka:

Zrejme $\mathbb{E}(X) = \nu_1(X)$.

Príklad 4.4

Premenná X má konštantnú hustotu pp. v intervale $(0, a)$, určte

1) $\mathbb{E}(2X + 3)$,
2) $\mathbb{E}(3X^2 - 2X + 1)$.

$X \sim R(0, a)$ s hustotou pravdepodobnosti

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{a} & \text{ak } x \in (0, a), \\ 0 & \text{ak } x \notin (0, a). \end{cases}$$

má začiatočné momenty

$$\nu_1(X) = \mathbb{E}(X) = \int_0^a \frac{x}{a} \mathrm{d}x = \frac{a}{2},$$
$$\nu_2(X) = \mathbb{E}(X^2) = \int_0^a \frac{x^2}{a} \mathrm{d}x = \frac{a^2}{3}.$$

add1) $\mathbb{E}(2X + 3) = 2\mathbb{E}(X) + 3 = a + 3$,

add2) $\mathbb{E}(3X^2 - 2X + 1) = 3\nu_2(X) - 2\mathbb{E}(X) + 1 = a^2 - 2a + 1.$

Centrálne momenty

Nech X je diskrétna náhodná premenná nadobúdajúca hodnotu x s pravdepodobnosťou $p_X(x), x \in H$. Potom centrálnym momentom k-teho rádu náhodnej premennej X rozumieme číslo

$$\mu_k(X) = \sum_{x \in H} (x - \mathbb{E}(X))^k p_X(x), k \in \mathbb{N}, \qquad (6)$$

ak rad (6) konverguje absolútne.

Nech X je spojitá náhodná premenná a f_X hustota pp.. Potom centrálnym momentom k-teho rádu náhodnej premennej X rozumieme číslo

$$\mu_k(X) = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mathbb{E}(X))^k f_X(x) \mathrm{d}x, k \in \mathbb{N}, \qquad (7)$$

ak nevlastný integrál (7) konverguje absolútne.

Rozptyl

Nech X je diskrétna náhodná premenná nadobúdajúca hodnotu x s pravdepodobnosťou $p_X(x), x \in H$. Potom centrálny moment druhého rádu $\mu_2(X)$ nazývame disperzia alebo rozptyl náhodnej premennej X, označujeme ho $\mathbb{D}(X)$ t.j.

$$\mathbb{D}(X) = \sum_{x \in H} (x - \mathbb{E}(X))^2 p_X(x). \tag{8}$$

Nech X je spojitá náhodná premenná a f_X hustota pp.. Potom centrálny moment druhého rádu $\mu_2(X)$ nazývame disperzia alebo rozptyl náhodnej premennej X , označujeme ho $\mathbb{D}(X)$ t.j.

$$\mathbb{D}(X) = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mathbb{E}(X))^2 f_X(x) \mathrm{d}x. \tag{9}$$

Poznámka:

Rozptyl je parameter rozdelenia, ktorý vyjadruje variabilitu „rozptýlenosť“ náhodnej premennej okolo strednej hodnoty.

Tvrdenie 10

Ak existujú začiatočné momenty prvého a druhého rádu náhodnej premennej X potom platí vzťah

$$\mathbb{D}(X) = \mathbb{E}(X^2) - \mathbb{E}(X)^2. \tag{10}$$

Dôkaz: Nech X je spojitá náhodná premenná. Potom

$$\begin{aligned}
\mathbb{D}(X) &= \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mathbb{E}(X))^2 f_X(x)\mathrm{d}x = \int_{-\infty}^{\infty} (x^2 - 2x\mathbb{E}(X) + \mathbb{E}(X)^2) f_X(x)\mathrm{d}x \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f_X(x)\mathrm{d}x - 2\mathbb{E}(X) \int_{-\infty}^{\infty} x f_X(x)\mathrm{d}x + \mathbb{E}(X)^2 \int_{-\infty}^{\infty} f_X(x)\mathrm{d}x \\
&= \mathbb{E}(X^2) - 2\mathbb{E}(X)\mathbb{E}(X) + \mathbb{E}(X)^2 = \mathbb{E}(X^2) - \mathbb{E}(X)^2.
\end{aligned}$$

Analogicky pre diskrétnu náhodnú premennú X.

Poznámka:

Vzťah (10) sa v praxi používa častejšie než (8) a (9).

Smerodajná odchylka

Druhú odmocninu z disperzie náhodnej premennej X nazývame smerodajná odchylka tejto premennej a označujeme ju

$$\sigma(X) = \sqrt{\mathbb{D}(X)}. \tag{11}$$

Poznámka:
V prípade, že náhodná premenná X sa meria v nejakých jednotkách (napr. v metroch), tak rozptyl $\mathbb{D}(X)$ má rozmer vo štvorcoch týchto jednotiek (napr. v metroch štvorcových). Preto sa v praxi používa smerodajná odchýlka $\sigma(X)$, ktorej rozmer je v rovnakých jednotkách ako pôvodná náhodná premenná.

Tvrdenie 11

Nech X je náhodná premenná, $a, b \in \Re$. Potom rozptyl $\mathbb{D}(X)$ má tieto vlastnosti

a) $\mathbb{D}(a) = 0$,

b) $\mathbb{D}(aX) = a^2\mathbb{D}(X)$,

c) $\mathbb{D}(a + X) = \mathbb{D}(X)$,

d) $\mathbb{D}(aX + b) = a^2\mathbb{D}(X)$.

Dôkaz: Add d) Z vlastnosti strednej hodnoty a vzťahu (10)

$$\begin{aligned}
\mathbb{D}(aX + b) &= \mathbb{E}((aX + b)^2) - \mathbb{E}^2(aX + b) \\
&= \mathbb{E}(a^2X^2 + 2abX + b^2) - \big(\mathbb{E}(aX + b)\big)^2 \\
&= a^2\mathbb{E}(X^2) + 2ab\mathbb{E}(X) + b^2 - \big(a\mathbb{E}(X) + b\big)^2 \\
&= a^2\mathbb{E}(X^2) + 2ab\mathbb{E}(X) + b^2 - a^2\mathbb{E}(X)^2 - 2ab\mathbb{E}(X) - b^2 \\
&= a^2(\mathbb{E}(X^2) - \mathbb{E}(X)^2) = a^2\mathbb{D}(X).
\end{aligned}$$

Príklad 4.5

Nech je náhodná premenná X určená hustotou pravdepodobnosti

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{3}{4}(1-x^2) & \text{ak } x \in (-1,1), \\ 0 & \text{ak } x \notin (-1,1). \end{cases}$$

Určte strednú hodnotu a disperziu náhodnej veličiny $Y = 5X + 6$.

$$\mathbb{E}(X) = \int\limits_{-1}^{1} x\frac{3}{4}(1-x^2)\mathrm{d}x = \frac{3}{4}\left[\frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{4}\right]_{-1}^{1} = 0,$$

$$\mathbb{E}(X^2) = \int\limits_{-1}^{1} x^2\frac{3}{4}(1-x^2)\mathrm{d}x = \frac{3}{4}\left[\frac{x^3}{3} - \frac{x^5}{5}\right]_{-1}^{1} = 0.2,$$

$$\mathbb{E}(Y) = \mathbb{E}(5X+6) = 5\mathbb{E}(X) + 6 = 6,$$

$$\mathbb{D}(Y) = \mathbb{D}(5X+6) = 25\mathbb{D}(X) = 25\left(\mathbb{E}(X^2) - \mathbb{E}(X)^2\right) = 5.$$

Štandartizácia (normovanie)

Hovoríme, že náhodná premenná U je normovaná ak $\mathbb{E}(U) = 0$ a $\mathbb{D}(U) = 1$.

Tvrdenie 12

Nech X je náhodná premenná, pre ktorú existuje stredná hodnota $\mathbb{E}(X)$ a disperzia $\mathbb{D}(X) > 0$. Potom je náhodná premenná

$$U = \frac{X - \mathbb{E}(X)}{\sigma(X)} \tag{12}$$

normovaná náhodná premenná.

Dôkaz: Platí

$$\mathbb{E}(U) = \mathbb{E}\left(\frac{X - \mathbb{E}(X)}{\sigma(X)}\right) = \frac{1}{\sigma(X)}\left(\mathbb{E}(X) - \mathbb{E}(\mathbb{E}(X))\right) = 0,$$

$$\mathbb{D}(U) = \frac{1}{\sigma(X)^2}\mathbb{D}(X - \mathbb{E}(X)) = \frac{\mathbb{D}(X)}{\mathbb{D}(X)} = 1.$$

Príklad 4.6

Nech $X \sim N(\mu, \sigma^2)$. Netriviálnym výpočtom možno odvodiť, že $\mathbb{E}(X) = \mu$ a $\mathbb{D}(X) = \sigma^2$. Overte, že $Z = \frac{X - \mathbb{E}(X)}{\sigma(X)} \sim N(0, 1)$.

Platí

$$\mathbb{E}(Z) = \mathbb{E}\left(\frac{X - \mathbb{E}(X)}{\sigma(X)}\right) = \frac{1}{\sigma}(\mathbb{E}(X) - \mu) = 0,$$

$$\mathbb{D}(Z) = \mathbb{D}\left(\frac{X - \mathbb{E}(X)}{\sigma(X)}\right) = \frac{1}{\sigma^2}\mathbb{D}(X) = 1.$$

Poznamenajme, že hustoty pravdepodobnosti sú pre náhodné premenné X a Z definovaná takto

$$f_X(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, \; x \in \Re,$$

$$\phi_Z(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}}, \; z \in \Re.$$

Tvrdenie 13

Pre každú náhodnú premennú X so strednou hodnotou $\mathbb{E}(X)$ a disperziou $\mathbb{D}(X)$ a pre ľubovoľné kladné reálne číslo β platí

$$\mathcal{P}(|X - \mathbb{E}(X)| \geq \beta) \leq \frac{\mathbb{D}(X)}{\beta^2}. \tag{13}$$

Dôkaz: Platí

$$\mathcal{P}(|X - \mathbb{E}(X)| \geq \beta) = \mathcal{P}((X - \mathbb{E}(X))^2 \geq \beta^2) =$$

s použitím Markovovej vlastnosti (3) na nezápornú premennú $Y = (X - \mathbb{E}(X))^2$ položiac $\alpha = \beta^2$

$$= \mathcal{P}(Y \geq \alpha) \leq \frac{\mathbb{E}(Y)}{\alpha} = \frac{\mathbb{D}(X)}{\beta^2}.$$

Príklad 4.7

Bolo zistené, že doba výpočtu stochastickým algoritmom je rovná 66 ± 24 minút. Aká je pravdepodobnosť, že rozpätie doby výpočtu bude najmenej hodinu?

Dobu výpočtu reprezentujeme náhodnou premennou T, ktorá má zo zadania $\mathbb{E}(T) = 66$ a $\sigma(T) = 24$. Potom

$$\mathcal{P}(|T - 66| \geq 60) \leq \frac{24^2}{60^2} = \frac{576}{3600} = 0.16.$$

Koeficienty šikmosti a špicatosti

Podiel centrálneho momentu tretieho rádu a tretej mocniny smerodajnej odchýlky náhodnej premennej X sa nazýva koeficient šikmosti. Označujeme ho $\alpha_1(X)$, platí

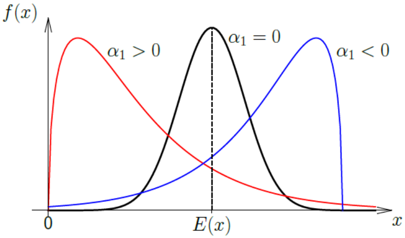
$$\alpha_1(X) = \frac{\mu_3(X)}{\sigma(X)^3}. \tag{14}$$

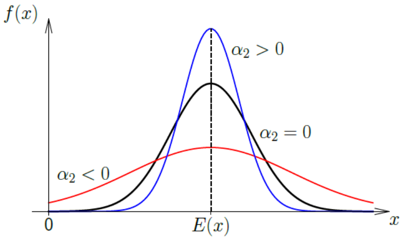
Ak $\alpha_1 = 0$ pre symetrické rozdelenie.
Ak $\alpha_1 > 0$, pri rozdelení pretiahnutejšom doprava, hodnoty sa hromadia ľavej časti.

Ak $\alpha_1 < 0$, pri rozdelení pretiahnutejšom doľava, hodnoty sa hromadia pravej časti.

Koeficient špicatosti, ktorý označujeme $\alpha_2(X)$ je určený vzťahom

$$\alpha_2(X) = \frac{\mu_4(X)}{\sigma(X)^4} - 3. \tag{15}$$





Poznámka:

Symetrické rozdelenie má $\alpha_1(X) = 0$. Z $\alpha_1(X) = 0$ ale neplynie, že rozdelenie je symetrické.

Kvantily

Číslo $x_\alpha, \alpha \in (0,1)$ nazývame α- kvantil tiež α%- kvantil ak platí

$$\mathcal{P}(X \leq x_\alpha) = \alpha,\ \mathcal{P}(X \geq x_\alpha) = 1 - \alpha. \tag{16}$$

- median: $x_{0.5}$,
- dolný kvartil: $x_{0.25}$,
- horný kvartil: $x_{0.75}$,
- percentil: $x_{0.01}, x_{0.02}, \ldots, x_{0.99}$.

Vybrané kvantily dôležitých rozdelení v štatistke sú tabelované pod názvom kritické hodnoty.

Poznámka:

Pre spojitú rastúcu distribučnú funkciu $F(x)$ platí $F(x_\alpha) = \alpha$ odkiaľ $x_\alpha = F^{-1}(\alpha)$. α%- kvantil je hodnota, ktorá delí plochu pod hustotou pravdepodobnosti v pomere $\alpha : (1-\alpha)$.

Príklad 4.8

Majme náhodnú premennú X s hustotou f_X pre ktorú je

$$f_X(x) = \begin{cases} 1 - |x-1| & \text{ak } 0 \le x \le 2, \\ 0 & \text{ináč.} \end{cases}$$

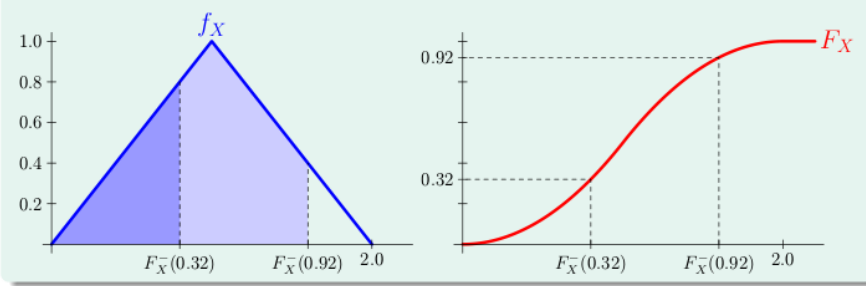
Vypopočítajte kvantily $x_{0.32}$ a $x_{0.92}$

Distribučná funkcia F_X je v tvare

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{ak } x < 0, \\ \frac{x^2}{2} & \text{ak } 0 \le x < 1, \\ 1 - \frac{(2-x)^2}{2} & \text{ak } 1 \le x < 2, \\ 1 & \text{ak } x \ge 2. \end{cases}$$

Kvantil $x_\alpha = F_X^{-1}(\alpha)$ a tak pre $x_{0.32}$ máme $0.32 = \alpha < \frac{1}{2}$ rovnicu $\alpha = \frac{x_\alpha^2}{2} \Rightarrow x_\alpha = \sqrt{2\alpha}$, teda $x_{0.32} = \sqrt{2 \cdot 0.32} = 0.8$. Podobne pre $0.92 = \alpha \ge \frac{1}{2}$ máme $\alpha = 1 - \frac{(2-x_\alpha)^2}{2} \Rightarrow x_\alpha = 1 - \sqrt{2(1-\alpha)}$ a tak dostaneme $x_{0.92} = 1.6$.

Príklad 4.8 – grafický význam

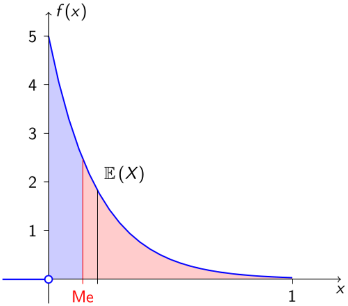


Príklad 4.9

Vypočítajte medián a strednú hodnotu náhodnej premennej $X \sim Exp(5)$.

$$F_X(x_{0.5}) = 1 - e^{-5x_{0.5}} \Rightarrow e^{-5x_{0.5}} = \frac{1}{2} \text{ a } x_{0.5} = \frac{ln(2)}{2} \approx 0.139.$$

$$\mathbb{E}(X) = \int_0^{\infty} x \cdot 5e^{-5x} \mathrm{d}x = \cdots = \frac{1}{5} = 0.2$$



Obr. 1: *Medián $Me = x_{0.5}$ náhodnej premennej $X \sim Exp(5)$*

Modus

Nech X je diskrétna náhodná premenná. Modus $\hat{x}$ je jej najpravdepodobnejšia hodnota, teda pre každé $x \in H$ platí

$$p(\hat{x}) \geq p(x). \tag{17}$$

Nech X je spojitá náhodná premenná. Modus $\hat{x}$ je hodnota, kde hustota pravdepodobnosti nadobúda svoje maximum, teda pre každé $x \in \Re$ platí

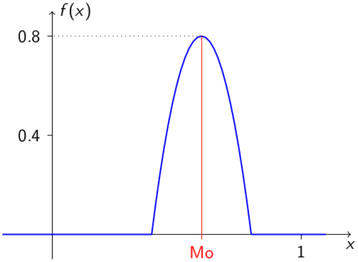
$$f(\hat{x}) \geq f(x). \tag{18}$$

Príklad 4.10

Náhodná premenná X má hustotu pravdepodobnosti

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{3}{4}(x-2)(4-x) & \text{ak } 2 < x < 4, \\ 0 & \text{ináč.} \end{cases}$$

Hustota je nenulová funkcia na intervale $(2, 4)$. Modus $\hat{x}$ hľadáme ako je stacionárny bod t.j. $f'(x) = \frac{3}{4}(6 - x) = 0$ s riešením $x = 3$.



Obr. 2: *Modus* $Mo = \hat{x} = 3$ *náhodnej premennej* X

Cvičenie

4.1 (3b) Čas čakania na autobus je náhodná premenná X určená

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{ak } x \leq 0, \\ \frac{x}{3} & \text{ak } 0 < x \leq 2, \\ \frac{x+2}{6}(2x-1) & \text{ak } 2 < x \leq 4, \\ 1 & \text{ináč.} \end{cases}$$

Vypočítajte je charakteristiky a interpretujte ich.

4.2 (3b) Vypočítajte postupne počiatočné momenty $\nu_k(X)$, $k = 1, 2, 3, 4$ ak má náhodná premenná X hustotu pp. $f(x) = Ae^{-|x|}$ pre $x \in \Re$.

4.3 (3b) Nech $X \sim Exp(\lambda)$. Odvoďte vzťahy pre $\mathbb{E}(X)$ a $\mathbb{D}(X)$.

4.4 (4b) Nech $X \sim R(a, b)$. Odvoďte vzťahy pre $\mathbb{E}(X), \mathbb{D}(X)$, $\alpha_1(X), \alpha_2(X)$ a kvantil x_α.

4.5 (5b) Nech $X \sim W(\alpha, \beta)$. Zobrazte jej kvantily $x_p, p \in (0, 1)$.

4.6 (3b) Vypočítajte a) parameter α, b) $\mathbb{E}(X), \mathbb{D}(X)$, c) $x_{0.5}, \hat{x}$ ak náhodná premenná X má $F_X(x) = \alpha x^3$ na intervale $(0, 2)$.