

Vektorové priestory, báza

1. Zistite, či daná množina vektorov tvorí vektorový priestor nad poľom F :

– $U = \{(x, y, 0) : x, y \in F\}, F = R,$

– $W = \{(x, 1, y) : x, y \in F\}, F = Z_5.$

2. Zapište vektor \vec{v} ako lineárnu kombináciu vektorov nad poľom R :

– $\vec{v} = (5, -6, 4), \vec{v}_1 = (2, -1, 1), \vec{v}_2 = (1, -2, 3), \vec{v}_3 = (2, -2, -1),$

– $\vec{v} = (1, 0, 3, 4), \vec{v}_1 = (2, 1, 0, 1), \vec{v}_2 = (1, 2, 3, 0), \vec{v}_3 = (0, 2, 2, -1),$

– $\vec{v} = (1, 3), \vec{v}_1 = (1, 2), \vec{v}_2 = (1, 0), \vec{v}_3 = (0, -1).$

3. Zapište vektor \vec{v} ako lineárnu kombináciu vektorov nad poľom Z_7 :

– $\vec{v} = (1, 6, 4), \vec{v}_1 = (1, 2, 1), \vec{v}_2 = (1, 2, 3), \vec{v}_3 = (2, 5, 1),$

– $\vec{v} = (1, 0, 3, 4), \vec{v}_1 = (2, 1, 0, 1), \vec{v}_2 = (1, 2, 3, 0), \vec{v}_3 = (0, 2, 2, 1),$

– $\vec{v} = (1, 3), \vec{v}_1 = (2, 1), \vec{v}_2 = (1, 0), \vec{v}_3 = (0, 1).$

4. Zistite, či sú dané vektory lineárne závislé alebo nezávislé:

– $\vec{v}_1 = (1, -1, 1), \vec{v}_2 = (2, -1, 1), \vec{v}_3 = (1, 2, 1), \vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3 \in V_3(R),$

– $\vec{v}_1 = (1, 0, 3, 4), \vec{v}_2 = (2, 1, 0, 0), \vec{v}_3 = (1, 0, 3, 0), \vec{v}_4 = (0, 2, 2, -1),$
 $\vec{v}_1, \dots, \vec{v}_4 \in V_4(R),$

– $\vec{v}_1 = (1, 1, 1), \vec{v}_2 = (2, 4, 1), \vec{v}_3 = (2, 2, 1), \vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3 \in V_3(Z_5).$

5. Zistite, či dané vektory tvoria bázu vektorového priestoru.

– a) $V_3(R), (1, 1, 0), (2, 0, 1), (3, 3, 3),$

– b) $V_3(Z_7), (6, 1, 2), (1, 0, 1), (0, 2, 3).$

5. Akú dimenziu má vektorový podpriestor $V_5(R)$ generovaný množinou usporiadaných päťíc T :

– a) $T = \{(0, 0, 0, 0, 0), (1, 1, 1, 1, 0), (1, 1, 1, 0, 1), (1, 1, -1, 0, -1), (2, 2, 0, 0, -1), (3, 3, 1, 0, 0)\},$

– b) vyberte z T nejakú jeho bázu,

– b) vyberte z T všetky jeho bázy.