

# Matematická analýza 1

2023/2024

## 4. Reálne funkcie

Pre správne zobrazenie, fungovanie tooltipov, 2D a 3D animácií je nevyhnutné súbor otvoriť pomocou programu Adobe Reader (zásuvný modul Adobe PDF Plug-In webového prehliadača nestačí).

Kliknutím na text pred ikonou  získate nápomoc.

Kliknutím na skratku v modrej lište vpravo hore sa dostanete na príslušný slajd, druhým kliknutím sa dostanete na koniec tohto slajdu.

# Obsah

- 1 Základné pojmy
- 2 Operácie s funkciami
- 3 Vlastnosti funkcií I – ohraničenosť, extrémny, monotónnosť
- 4 Vlastnosti funkcií II – párnosť, nepárnosť, periodickosť, konvexnosť a konkávnosť

# Základné pojmy

Zobrazenie (funkcia)  $y = f(x) : D(f) \rightarrow H(f)$  sa nazýva:

- 
- 
-

# Základné pojmy

Zobrazenie (funkcia)  $y = f(x) : D(f) \rightarrow H(f)$  sa nazýva:

- Funkcia reálnej premennej,
- Reálna funkcia,

# Základné pojmy

Zobrazenie (funkcia)  $y = f(x) : D(f) \rightarrow H(f)$  sa nazýva:

- Funkcia reálnej premennej, ak  $x \in R$ , t. j.  $D(f) \subset R$ .
- Reálna funkcia,

# Základné pojmy

Zobrazenie (funkcia)  $y = f(x) : D(f) \rightarrow H(f)$  sa nazýva:

- Funkcia reálnej premennej, ak  $x \in R$ , t. j.  $D(f) \subset R$ .
- Reálna funkcia, ak  $f(x) \in R$ , t. j.  $H(f) \subset R$ .

# Základné pojmy

Zobrazenie (funkcia)  $y = f(x) : D(f) \rightarrow H(f)$  sa nazýva:

- Funkcia reálnej premennej, ak  $x \in R$ , t. j.  $D(f) \subset R$ .
  - Reálna funkcia, ak  $f(x) \in R$ , t. j.  $H(f) \subset R$ .
- 
- Pokým neurčíme ináč, bude funkcia znamenať reálnu funkciu reálnej premennej,

# Základné pojmy

Zobrazenie (funkcia)  $y = f(x) : D(f) \rightarrow H(f)$  sa nazýva:

- **Funkcia reálnej premennej**, ak  $x \in R$ , t. j.  $D(f) \subset R$ . [ $x \in R$  nezávislá premenná, vzor.]
- **Reálna funkcia**, ak  $f(x) \in R$ , t. j.  $H(f) \subset R$ . [ $y = f(x) \in R$  závislá premenná, funkčná hodnota, obraz.]
- Pokým neurčíme ináč, bude funkcia znamenať reálnu funkciu reálnej premennej, t. j.  $D(f), H(f) \subset R$ .



# Základné pojmy

Zobrazenie (funkcia)  $y = f(x) : D(f) \rightarrow H(f)$  sa nazýva:

- **Funkcia reálnej premennej**, ak  $x \in R$ , t. j.  $D(f) \subset R$ . [ $x \in R$  nezávislá premenná, vzor.]
- **Reálna funkcia**, ak  $f(x) \in R$ , t. j.  $H(f) \subset R$ . [ $y = f(x) \in R$  závislá premenná, funkčná hodnota, obraz.]
- Pokým neurčíme ináč, bude funkcia **znamenáť** reálnu funkciu reálnej premennej, t. j.  $D(f), H(f) \subset R$ .
- $A \subset D(f)$ ,

# Základné pojmy

Zobrazenie (funkcia)  $y = f(x) : D(f) \rightarrow H(f)$  sa nazýva:

- **Funkcia reálnej premennej**, ak  $x \in R$ , t. j.  $D(f) \subset R$ . [ $x \in R$  nezávislá premenná, vzor.]
- **Reálna funkcia**, ak  $f(x) \in R$ , t. j.  $H(f) \subset R$ . [ $y = f(x) \in R$  závislá premenná, funkčná hodnota, obraz.]
- Pokým neurčíme ináč, bude funkcia **znamenáť** reálnu funkciu reálnej premennej, t. j.  $D(f), H(f) \subset R$ .
- $A \subset D(f)$ , potom  $f(A) = \{f(x), x \in A\}$  nazývame **obraz množiny  $A$** .

# Základné pojmy

Zobrazenie (funkcia)  $y = f(x) : D(f) \rightarrow H(f)$  sa nazýva:

- **Funkcia reálnej premennej**, ak  $x \in R$ , t. j.  $D(f) \subset R$ . [ $x \in R$  nezávislá premenná, vzor.]
- **Reálna funkcia**, ak  $f(x) \in R$ , t. j.  $H(f) \subset R$ . [ $y = f(x) \in R$  závislá premenná, funkčná hodnota, obraz.]
- Pokým neurčíme ináč, bude funkcia **znamenáť** reálnu funkciu reálnej premennej, t. j.  $D(f), H(f) \subset R$ .
- $A \subset D(f)$ , potom  $f(A) = \{f(x), x \in A\}$  nazývame **obraz množiny  $A$** .
- $D(f) = \{x, \text{pre ktoré existuje } y, \text{ že } [x; y] \in f\}$  (množina všetkých vzorov)

# Základné pojmy

Zobrazenie (funkcia)  $y = f(x) : D(f) \rightarrow H(f)$  sa nazýva:

- **Funkcia reálnej premennej**, ak  $x \in R$ , t. j.  $D(f) \subset R$ . [ $x \in R$  nezávislá premenná, vzor.]
- **Reálna funkcia**, ak  $f(x) \in R$ , t. j.  $H(f) \subset R$ . [ $y = f(x) \in R$  závislá premenná, funkčná hodnota, obraz.]
- Pokým neurčíme ináč, bude funkcia **znamenáť** reálnu funkciu reálnej premennej, t. j.  $D(f), H(f) \subset R$ .
- $A \subset D(f)$ , potom  $f(A) = \{f(x), x \in A\}$  nazývame **obraz množiny A**.
- $D(f) = \{x, \text{pre ktoré existuje } y, \text{ že } [x; y] \in f\}$  (množina všetkých vzorov) sa nazýva **definičný obor f**.

# Základné pojmy

Zobrazenie (funkcia)  $y = f(x) : D(f) \rightarrow H(f)$  sa nazýva:

- **Funkcia reálnej premennej**, ak  $x \in R$ , t. j.  $D(f) \subset R$ . [ $x \in R$  nezávislá premenná, vzor.]
  - **Reálna funkcia**, ak  $f(x) \in R$ , t. j.  $H(f) \subset R$ . [ $y = f(x) \in R$  závislá premenná, funkčná hodnota, obraz.]
- 
- Pokým neurčíme ináč, bude funkcia **znamenáť** reálnu funkciu reálnej premennej, t. j.  $D(f), H(f) \subset R$ .
- 
- $A \subset D(f)$ , potom  $f(A) = \{f(x), x \in A\}$  nazývame **obraz množiny  $A$** .
- 
- $D(f) = \{x, \text{pre ktoré existuje } y, \text{ že } [x; y] \in f\}$  (množina všetkých vzorov) sa nazýva **definičný obor  $f$** .  
Ak nie je  $D(f)$  daný, potom myslíme maximálny možný,



# Základné pojmy

Zobrazenie (funkcia)  $y = f(x) : D(f) \rightarrow H(f)$  sa nazýva:

- **Funkcia reálnej premennej**, ak  $x \in R$ , t. j.  $D(f) \subset R$ . [ $x \in R$  nezávislá premenná, vzor.]
- **Reálna funkcia**, ak  $f(x) \in R$ , t. j.  $H(f) \subset R$ . [ $y = f(x) \in R$  závislá premenná, funkčná hodnota, obraz.]
- Pokým neurčíme ináč, bude funkcia znamenať reálnu funkciu reálnej premennej, t. j.  $D(f), H(f) \subset R$ .
- $A \subset D(f)$ , potom  $f(A) = \{f(x), x \in A\}$  nazývame **obraz množiny  $A$** .
- $D(f) = \{x, \text{pre ktoré existuje } y, \text{ že } [x; y] \in f\}$  (množina všetkých vzorov) sa nazýva **definičný obor  $f$** .  
Ak nie je  $D(f)$  daný, potom myslíme **maximálny možný**, tzv. **prirodzený**.

# Základné pojmy

Zobrazenie (funkcia)  $y = f(x) : D(f) \rightarrow H(f)$  sa nazýva:

- **Funkcia reálnej premennej**, ak  $x \in R$ , t. j.  $D(f) \subset R$ . [ $x \in R$  nezávislá premenná, vzor.]
- **Reálna funkcia**, ak  $f(x) \in R$ , t. j.  $H(f) \subset R$ . [ $y = f(x) \in R$  závislá premenná, funkčná hodnota, obraz.]
- Pokým neurčíme ináč, bude funkcia **znamenáť** reálnu funkciu reálnej premennej, t. j.  $D(f), H(f) \subset R$ .
- $A \subset D(f)$ , potom  $f(A) = \{f(x), x \in A\}$  nazývame **obraz množiny A**.
- $D(f) = \{x, \text{pre ktoré existuje } y, \text{ že } [x; y] \in f\}$  (množina všetkých vzorov) sa nazýva **definičný obor f**.  
Ak nie je  $D(f)$  daný, potom myslíme **maximálny možný**, tzv. **prirodzený**.
- $H(f) = \{y, \text{pre ktoré existuje } x, \text{ že } [x; y] \in f\}$  (množina všetkých obrazov)



# Základné pojmy

Zobrazenie (funkcia)  $y = f(x) : D(f) \rightarrow H(f)$  sa nazýva:

- **Funkcia reálnej premennej**, ak  $x \in R$ , t. j.  $D(f) \subset R$ . [ $x \in R$  nezávislá premenná, vzor.]
- **Reálna funkcia**, ak  $f(x) \in R$ , t. j.  $H(f) \subset R$ . [ $y = f(x) \in R$  závislá premenná, funkčná hodnota, obraz.]
- Pokým neurčíme ináč, bude funkcia **znamenáť** reálnu funkciu reálnej premennej, t. j.  $D(f), H(f) \subset R$ .
- $A \subset D(f)$ , potom  $f(A) = \{f(x), x \in A\}$  nazývame **obraz množiny A**.
- $D(f) = \{x, \text{pre ktoré existuje } y, \text{ že } [x; y] \in f\}$  (množina všetkých vzorov) sa nazýva **definičný obor f**.  
Ak nie je  $D(f)$  daný, potom myslíme **maximálny možný**, tzv. **prirodzený**.
- $H(f) = \{y, \text{pre ktoré existuje } x, \text{ že } [x; y] \in f\} = \{f(x), x \in D(f)\}$  (množina všetkých obrazov)





# Základné pojmy

Zobrazenie (funkcia)  $y = f(x) : D(f) \rightarrow H(f)$  sa nazýva:

- **Funkcia reálnej premennej**, ak  $x \in R$ , t. j.  $D(f) \subset R$ . [ $x \in R$  nezávislá premenná, vzor.]
- **Reálna funkcia**, ak  $f(x) \in R$ , t. j.  $H(f) \subset R$ . [ $y = f(x) \in R$  závislá premenná, funkčná hodnota, obraz.]
- Pokým neurčíme ináč, bude funkcia **znamenáť** reálnu funkciu reálnej premennej, t. j.  $D(f), H(f) \subset R$ .
- $A \subset D(f)$ , potom  $f(A) = \{f(x), x \in A\}$  nazývame **obraz množiny A**.
- $D(f) = \{x, \text{pre ktoré existuje } y, \text{ že } [x; y] \in f\}$  (množina všetkých vzorov) sa nazýva **definičný obor f**.  
Ak nie je  $D(f)$  daný, potom myslíme **maximálny možný**, tzv. **prirodzený**.
- $H(f) = \{y, \text{pre ktoré existuje } x, \text{ že } [x; y] \in f\} = \{f(x), x \in D(f)\} = f(D(f))$  (množina všetkých obrazov)



# Základné pojmy

Zobrazenie (funkcia)  $y = f(x) : D(f) \rightarrow H(f)$  sa nazýva:

- **Funkcia reálnej premennej**, ak  $x \in R$ , t. j.  $D(f) \subset R$ . [ $x \in R$  nezávislá premenná, vzor.]
- **Reálna funkcia**, ak  $f(x) \in R$ , t. j.  $H(f) \subset R$ . [ $y = f(x) \in R$  závislá premenná, funkčná hodnota, obraz.]
- Pokým neurčíme ináč, bude funkcia **znamenáť** reálnu funkciu reálnej premennej, t. j.  $D(f), H(f) \subset R$ .
- $A \subset D(f)$ , potom  $f(A) = \{f(x), x \in A\}$  nazývame **obraz množiny A**.
- $D(f) = \{x, \text{pre ktoré existuje } y, \text{ že } [x; y] \in f\}$  (množina všetkých vzorov) sa nazýva **definičný obor f**.  
Ak nie je  $D(f)$  daný, potom myslíme **maximálny možný**, tzv. **prirodzený**.
- $H(f) = \{y, \text{pre ktoré existuje } x, \text{ že } [x; y] \in f\} = \{f(x), x \in D(f)\} = f(D(f))$  (množina všetkých obrazov) sa nazýva **obor hodnôt f**.



# Základné pojmy

Zobrazenie (funkcia)  $y = f(x) : D(f) \rightarrow H(f)$  sa nazýva:

- **Funkcia reálnej premennej**, ak  $x \in R$ , t. j.  $D(f) \subset R$ . [ $x \in R$  nezávislá premenná, vzor.]
- **Reálna funkcia**, ak  $f(x) \in R$ , t. j.  $H(f) \subset R$ . [ $y = f(x) \in R$  závislá premenná, funkčná hodnota, obraz.]
- Pokým neurčíme ináč, bude funkcia **znamenáť** reálnu funkciu reálnej premennej, t. j.  $D(f), H(f) \subset R$ .
- $A \subset D(f)$ , potom  $f(A) = \{f(x), x \in A\}$  nazývame **obraz množiny  $A$** .
- $D(f) = \{x, \text{pre ktoré existuje } y, \text{ že } [x; y] \in f\}$  (množina všetkých vzorov) sa nazýva **definičný obor  $f$** .  
Ak nie je  $D(f)$  daný, potom myslíme **maximálny možný**, tzv. **prirodzený**.
- $H(f) = \{y, \text{pre ktoré existuje } x, \text{ že } [x; y] \in f\} = \{f(x), x \in D(f)\} = f(D(f))$  (množina všetkých obrazov) sa nazýva **obor hodnôt  $f$** .
- Množina  $\{[x; y], x \in D(f), y = f(x)\} = \{[x; f(x)], x \in D(f)\}$  sa nazýva **graf funkcie  $f$** .

# Základné pojmy

Zobrazenie (funkcia)  $y = f(x) : D(f) \rightarrow H(f)$  sa nazýva:

- **Funkcia reálnej premennej**, ak  $x \in R$ , t. j.  $D(f) \subset R$ . [ $x \in R$  nezávislá premenná, vzor.]
- **Reálna funkcia**, ak  $f(x) \in R$ , t. j.  $H(f) \subset R$ . [ $y = f(x) \in R$  závislá premenná, funkčná hodnota, obraz.]
- Pokým neurčíme ináč, bude funkcia **znamenáť** reálnu funkciu reálnej premennej, t. j.  $D(f), H(f) \subset R$ .
- $A \subset D(f)$ , potom  $f(A) = \{f(x), x \in A\}$  nazývame **obraz množiny  $A$** .
- $D(f) = \{x, \text{pre ktoré existuje } y, \text{ že } [x; y] \in f\}$  (množina všetkých vzorov) sa nazýva **definičný obor  $f$** .  
Ak nie je  $D(f)$  daný, potom myslíme **maximálny možný**, tzv. **prirodzený**.
- $H(f) = \{y, \text{pre ktoré existuje } x, \text{ že } [x; y] \in f\} = \{f(x), x \in D(f)\} = f(D(f))$  (množina všetkých obrazov) sa nazýva **obor hodnôt  $f$** .
- Množina  $\{[x; y], x \in D(f), y = f(x)\} = \{[x; f(x)], x \in D(f)\}$  sa nazýva **graf funkcie  $f$** .  
[ $f$  (reálnu funkciu reálnej premennej) tvoria usporiadané dvojice  $[x; f(x)] \in R^2$ ,

# Základné pojmy

Zobrazenie (funkcia)  $y = f(x) : D(f) \rightarrow H(f)$  sa nazýva:

- **Funkcia reálnej premennej**, ak  $x \in R$ , t. j.  $D(f) \subset R$ . [ $x \in R$  nezávislá premenná, vzor.]
- **Reálna funkcia**, ak  $f(x) \in R$ , t. j.  $H(f) \subset R$ . [ $y = f(x) \in R$  závislá premenná, funkčná hodnota, obraz.]
- Pokým neurčíme ináč, bude funkcia **znamenáť** reálnu funkciu reálnej premennej, t. j.  $D(f), H(f) \subset R$ .
- $A \subset D(f)$ , potom  $f(A) = \{f(x), x \in A\}$  nazývame **obraz množiny  $A$** .
- $D(f) = \{x, \text{pre ktoré existuje } y, \text{ že } [x; y] \in f\}$  (množina všetkých vzorov) sa nazýva **definičný obor  $f$** .  
Ak nie je  $D(f)$  daný, potom myslíme **maximálny možný**, tzv. **prirodzený**.
- $H(f) = \{y, \text{pre ktoré existuje } x, \text{ že } [x; y] \in f\} = \{f(x), x \in D(f)\} = f(D(f))$  (množina všetkých obrazov) sa nazýva **obor hodnôt  $f$** .
- Množina  $\{[x; y], x \in D(f), y = f(x)\} = \{[x; f(x)], x \in D(f)\}$  sa nazýva **graf funkcie  $f$** .  
[ $f$  (reálnu funkciu reálnej premennej) tvoria usporiadané dvojice  $[x; f(x)] \in R^2$ , t. j.  $f$  môžeme graficky zobrazit v rovine  $R^2$ .]

# Základné pojmy

Funkcia (zobrazenie)  $f : A \rightarrow B$  sa nazýva:

# Základné pojmy

Funkcia (zobrazenie)  $f : A \rightarrow B$  sa nazýva:

- Injektívna (injekcia, prostá),
- Surjektívna (surjekcia, na),
- Bijektívna (bijekcia, prostá na),

# Základné pojmy

Funkcia (zobrazenie)  $f : A \rightarrow B$  sa nazýva:

- Injektívna (injekcia, prostá), ak  $\forall x_1, x_2 \in A: x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$ .
- Surjektívna (surjekcia, na),
- Bijektívna (bijekcia, prostá na),



# Základné pojmy

Funkcia (zobrazenie)  $f : A \rightarrow B$  sa nazýva:

- Injektívna (injekcia, prostá), ak  $\forall x_1, x_2 \in A: x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$ .

Resp. (obrátaná implikácia) ak:  $\forall x_1, x_2 \in A: f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$ .

- Surjektívna (surjekcia, na),

- Bijektívna (bijekcia, prostá na),

# Základné pojmy

Funkcia (zobrazenie)  $f : A \rightarrow B$  sa nazýva:

- **Injektívna (injekcia, prostá)**, ak  $\forall x_1, x_2 \in A: x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$ .

[Rôznym vzorom  $x_1, x_2$  z množiny  $A$  prislúchajú rôzne obrazy  $f(x_1), f(x_2)$  z množiny  $B$ .]

Resp. (obrátaná implikácia) ak:  $\forall x_1, x_2 \in A: f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$ .

[Ak sa rovnajú obrazy  $f(x_1), f(x_2)$ , potom sa rovnajú aj vzory  $x_1, x_2$ .]

- **Surjektívna (surjekcia, na)**,

- **Bijektívna (bijekcia, prostá na)**,

# Základné pojmy

Funkcia (zobrazenie)  $f : A \rightarrow B$  sa nazýva:

- **Injektívna (injekcia, prostá)**, ak  $\forall x_1, x_2 \in A: x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$ .

[Rôznym vzorom  $x_1, x_2$  z množiny  $A$  prislúchajú rôzne obrazy  $f(x_1), f(x_2)$  z množiny  $B$ .]

Resp. (obrátaná implikácia) ak:  $\forall x_1, x_2 \in A: f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$ .

[Ak sa rovnajú obrazy  $f(x_1), f(x_2)$ , potom sa rovnajú aj vzory  $x_1, x_2$ .]

- **Surjektívna (surjekcia, na)**, ak  $\forall y \in B \exists x \in A: y = f(x)$ ,

- **Bijektívna (bijekcia, prostá na)**,

# Základné pojmy

Funkcia (zobrazenie)  $f : A \rightarrow B$  sa nazýva:

- **Injektívna (injekcia, prostá)**, ak  $\forall x_1, x_2 \in A: x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$ .

[Rôznym vzorom  $x_1, x_2$  z množiny  $A$  prislúchajú rôzne obrazy  $f(x_1), f(x_2)$  z množiny  $B$ .]

Resp. (obrátaná implikácia) ak:  $\forall x_1, x_2 \in A: f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$ .

[Ak sa rovnajú obrazy  $f(x_1), f(x_2)$ , potom sa rovnajú aj vzory  $x_1, x_2$ .]

- **Surjektívna (surjekcia, na)**, ak  $\forall y \in B \exists x \in A: y = f(x)$ , t. j.  $f(A) = B$ .

- **Bijektívna (bijekcia, prostá na)**,

# Základné pojmy

Funkcia (zobrazenie)  $f : A \rightarrow B$  sa nazýva:

- **Injektívna (injekcia, prostá)**, ak  $\forall x_1, x_2 \in A: x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$ .

[Rôznym vzorom  $x_1, x_2$  z množiny  $A$  prislúchajú rôzne obrazy  $f(x_1), f(x_2)$  z množiny  $B$ .]

Resp. (obrátaná implikácia) ak:  $\forall x_1, x_2 \in A: f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$ .

[Ak sa rovnajú obrazy  $f(x_1), f(x_2)$ , potom sa rovnajú aj vzory  $x_1, x_2$ .]

- **Surjektívna (surjekcia, na)**, ak  $\forall y \in B \exists x \in A: y = f(x)$ , t. j.  $f(A) = B$ .

[Ku každému obrazu  $y \in B$  existuje vzor  $x \in A$  taký, že  $y = f(x)$ .]

- **Bijektívna (bijekcia, prostá na)**,

# Základné pojmy

Funkcia (zobrazenie)  $f : A \rightarrow B$  sa nazýva:

- **Injektívna (injekcia, prostá)**, ak  $\forall x_1, x_2 \in A: x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$ .

[Rôznym vzorom  $x_1, x_2$  z množiny  $A$  prislúchajú rôzne obrazy  $f(x_1), f(x_2)$  z množiny  $B$ .]

Resp. (obrátaná implikácia) ak:  $\forall x_1, x_2 \in A: f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$ .

[Ak sa rovnajú obrazy  $f(x_1), f(x_2)$ , potom sa rovnajú aj vzory  $x_1, x_2$ .]

- **Surjektívna (surjekcia, na)**, ak  $\forall y \in B \exists x \in A: y = f(x)$ , t. j.  $f(A) = B$ .

[Ku každému obrazu  $y \in B$  existuje vzor  $x \in A$  taký, že  $y = f(x)$ .]

- **Bijektívna (bijekcia, prostá na)**, ak je injektívna a súčasne surjektívna.

# Základné pojmy

Funkcia (zobrazenie)  $f : A \rightarrow B$  sa nazýva:

- **Injektívna (injekcia, prostá)**, ak  $\forall x_1, x_2 \in A: x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$ .

[Rôznym vzorom  $x_1, x_2$  z množiny  $A$  prislúchajú rôzne obrazy  $f(x_1), f(x_2)$  z množiny  $B$ .]

Resp. (obrátaná implikácia) ak:  $\forall x_1, x_2 \in A: f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$ .

[Ak sa rovnajú obrazy  $f(x_1), f(x_2)$ , potom sa rovnajú aj vzory  $x_1, x_2$ .]

- **Surjektívna (surjekcia, na)**, ak  $\forall y \in B \exists x \in A: y = f(x)$ , t. j.  $f(A) = B$ .

[Ku každému obrazu  $y \in B$  existuje vzor  $x \in A$  taký, že  $y = f(x)$ .]

- **Bijektívna (bijekcia, prostá na)**, ak je injektívna a súčasne surjektívna.

Pre funkciu  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$ ,

# Základné pojmy

Funkcia (zobrazenie)  $f : A \rightarrow B$  sa nazýva:

- **Injektívna (injekcia, prostá)**, ak  $\forall x_1, x_2 \in A: x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$ .

[Rôznym vzorom  $x_1, x_2$  z množiny  $A$  prislúchajú rôzne obrazy  $f(x_1), f(x_2)$  z množiny  $B$ .]

Resp. (obrátená implikácia) ak:  $\forall x_1, x_2 \in A: f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$ .

[Ak sa rovnajú obrazy  $f(x_1), f(x_2)$ , potom sa rovnajú aj vzory  $x_1, x_2$ .]

- **Surjektívna (surjekcia, na)**, ak  $\forall y \in B \exists x \in A: y = f(x)$ , t. j.  $f(A) = B$ .

[Ku každému obrazu  $y \in B$  existuje vzor  $x \in A$  taký, že  $y = f(x)$ .]

- **Bijektívna (bijekcia, prostá na)**, ak je injektívna a súčasne surjektívna.

Pre funkciu  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$ , t. j. funkciu  $y = f(x): D(f) \rightarrow H(f)$  platí:



# Základné pojmy

Funkcia (zobrazenie)  $f : A \rightarrow B$  sa nazýva:

- **Injektívna (injekcia, prostá)**, ak  $\forall x_1, x_2 \in A: x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$ .

[Rôznym vzorom  $x_1, x_2$  z množiny  $A$  prislúchajú rôzne obrazy  $f(x_1), f(x_2)$  z množiny  $B$ .]

Resp. (obrátená implikácia) ak:  $\forall x_1, x_2 \in A: f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$ .

[Ak sa rovnajú obrazy  $f(x_1), f(x_2)$ , potom sa rovnajú aj vzory  $x_1, x_2$ .]

- **Surjektívna (surjekcia, na)**, ak  $\forall y \in B \exists x \in A: y = f(x)$ , t. j.  $f(A) = B$ .

[Ku každému obrazu  $y \in B$  existuje vzor  $x \in A$  taký, že  $y = f(x)$ .]

- **Bijektívna (bijekcia, prostá na)**, ak je injektívna a súčasne surjektívna.

Pre funkciu  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$ , t. j. funkciu  $y = f(x): D(f) \rightarrow H(f)$  platí:

- $f$  je vždy surjektívna,

# Základné pojmy

Funkcia (zobrazenie)  $f : A \rightarrow B$  sa nazýva:

- **Injektívna (injekcia, prostá)**, ak  $\forall x_1, x_2 \in A: x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$ .

[Rôznym vzorom  $x_1, x_2$  z množiny  $A$  prislúchajú rôzne obrazy  $f(x_1), f(x_2)$  z množiny  $B$ .]

Resp. (obrátaná implikácia) ak:  $\forall x_1, x_2 \in A: f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$ .

[Ak sa rovnajú obrazy  $f(x_1), f(x_2)$ , potom sa rovnajú aj vzory  $x_1, x_2$ .]

- **Surjektívna (surjekcia, na)**, ak  $\forall y \in B \exists x \in A: y = f(x)$ , t. j.  $f(A) = B$ .

[Ku každému obrazu  $y \in B$  existuje vzor  $x \in A$  taký, že  $y = f(x)$ .]

- **Bijektívna (bijekcia, prostá na)**, ak je injektívna a súčasne surjektívna.

Pre funkciu  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$ , t. j. funkciu  $y = f(x): D(f) \rightarrow H(f)$  platí:

- $f$  je vždy **surjektívna**, pretože  $H(f) = \{y \in R, \text{ pre ktoré existuje } x \in R, \text{ že } [x; y] \in f\}$ .

# Základné pojmy

Funkcia (zobrazenie)  $f : A \rightarrow B$  sa nazýva:

- **Injektívna (injekcia, prostá)**, ak  $\forall x_1, x_2 \in A: x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$ .

[Rôznym vzorom  $x_1, x_2$  z množiny  $A$  prislúchajú rôzne obrazy  $f(x_1), f(x_2)$  z množiny  $B$ .]

Resp. (obrátená implikácia) ak:  $\forall x_1, x_2 \in A: f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$ .

[Ak sa rovnajú obrazy  $f(x_1), f(x_2)$ , potom sa rovnajú aj vzory  $x_1, x_2$ .]

- **Surjektívna (surjekcia, na)**, ak  $\forall y \in B \exists x \in A: y = f(x)$ , t. j.  $f(A) = B$ .

[Ku každému obrazu  $y \in B$  existuje vzor  $x \in A$  taký, že  $y = f(x)$ .]

- **Bijektívna (bijekcia, prostá na)**, ak je injektívna a súčasne surjektívna.

Pre funkciu  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$ , t. j. funkciu  $y = f(x): D(f) \rightarrow H(f)$  platí:

- $f$  je vždy **surjektívna**, pretože  $H(f) = \{y \in R, \text{ pre ktoré existuje } x \in R, \text{ že } [x; y] \in f\}$ .
- $f$  je **injektívna**, ak pre všetky  $x_1, x_2 \in D(f)$ ,  $x_1 \neq x_2$  platí  $f(x_1) \neq f(x_2)$ .

# Základné pojmy

Funkcia (zobrazenie)  $f : A \rightarrow B$  sa nazýva:

- **Injektívna (injekcia, prostá)**, ak  $\forall x_1, x_2 \in A: x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$ .

[Rôznym vzorom  $x_1, x_2$  z množiny  $A$  prislúchajú rôzne obrazy  $f(x_1), f(x_2)$  z množiny  $B$ .]

Resp. (obrátená implikácia) ak:  $\forall x_1, x_2 \in A: f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$ .

[Ak sa rovnajú obrazy  $f(x_1), f(x_2)$ , potom sa rovnajú aj vzory  $x_1, x_2$ .]

- **Surjektívna (surjekcia, na)**, ak  $\forall y \in B \exists x \in A: y = f(x)$ , t. j.  $f(A) = B$ .

[Ku každému obrazu  $y \in B$  existuje vzor  $x \in A$  taký, že  $y = f(x)$ .]

- **Bijektívna (bijekcia, prostá na)**, ak je injektívna a súčasne surjektívna.

Pre funkciu  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$ , t. j. funkciu  $y = f(x): D(f) \rightarrow H(f)$  platí:

- $f$  je vždy **surjektívna**, pretože  $H(f) = \{y \in R, \text{ pre ktoré existuje } x \in R, \text{ že } [x; y] \in f\}$ .
- $f$  je **injektívna**, ak pre všetky  $x_1, x_2 \in D(f)$ ,  $x_1 \neq x_2$  platí  $f(x_1) \neq f(x_2)$ .
- $f$  je **bijektívna**, ak je injektívna

# Základné pojmy

Funkcia (zobrazenie)  $f : A \rightarrow B$  sa nazýva:

- **Injektívna (injekcia, prostá)**, ak  $\forall x_1, x_2 \in A: x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$ .

[Rôznym vzorom  $x_1, x_2$  z množiny  $A$  prislúchajú rôzne obrazy  $f(x_1), f(x_2)$  z množiny  $B$ .]

Resp. (obrátená implikácia) ak:  $\forall x_1, x_2 \in A: f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$ .

[Ak sa rovnajú obrazy  $f(x_1), f(x_2)$ , potom sa rovnajú aj vzory  $x_1, x_2$ .]

- **Surjektívna (surjekcia, na)**, ak  $\forall y \in B \exists x \in A: y = f(x)$ , t. j.  $f(A) = B$ .

[Ku každému obrazu  $y \in B$  existuje vzor  $x \in A$  taký, že  $y = f(x)$ .]

- **Bijektívna (bijekcia, prostá na)**, ak je injektívna a súčasne surjektívna.

Pre funkciu  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$ , t. j. funkciu  $y = f(x): D(f) \rightarrow H(f)$  platí:

- $f$  je vždy **surjektívna**, pretože  $H(f) = \{y \in R, \text{ pre ktoré existuje } x \in R, \text{ že } [x; y] \in f\}$ .
- $f$  je **injektívna**, ak pre všetky  $x_1, x_2 \in D(f)$ ,  $x_1 \neq x_2$  platí  $f(x_1) \neq f(x_2)$ .
- $f$  je **bijektívna**, ak je injektívna (surjektívna je vždy).

# Základné pojmy

Funkciu  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  môžeme definovať viacerými spôsobmi:

- Tabuľkou
- Grafom
- Vzťahmi
- Formulami
- Slovným popisom

# Základné pojmy

Funkciu  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  môžeme definovať viacerými spôsobmi:

- Explicitne
- Parametricky
- Implicitne

# Základné pojmy

Funkciu  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  môžeme definovať viacerými spôsobmi:

- **Explicitne** predpisom (analytickým vzorcom)  $y = f(x)$ .
- **Parametricky**
- **Implicitne**



# Základné pojmy

Funkciu  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  môžeme definovať viacerými spôsobmi:

- **Explicitne** predpisom (analytickým vzorcom)  $y = f(x)$ .
- **Parametricky** pomocnými funkciami  $x = \alpha(t)$ ,  $y = \beta(t)$ ,  $t \in J$ ,  $J \subset \mathbb{R}$ .
- **Implicitne**

# Základné pojmy

Funkciu  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  môžeme definovať viacerými spôsobmi:

- **Explicitne** predpisom (analytickým vzorcom)  $y = f(x)$ .
- **Parametricky** pomocnými funkciami  $x = \alpha(t)$ ,  $y = \beta(t)$ ,  $t \in J$ ,  $J \subset \mathbb{R}$ .

[Funkciu  $f$  môžeme vždy parametrizovať funkciami  $x = t$ ,  $y = f(t)$ ,  $t \in D(f)$ .]

- **Implicitne**



# Základné pojmy

Funkciu  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  môžeme definovať viacerými spôsobmi:

- **Explicitne** predpisom (analytickým vzorcom)  $y = f(x)$ .
- **Parametricky** pomocnými funkciami  $x = \alpha(t)$ ,  $y = \beta(t)$ ,  $t \in J$ ,  $J \subset \mathbb{R}$ .  
[Funkciu  $f$  môžeme vždy parametrizovať funkciami  $x = t$ ,  $y = f(t)$ ,  $t \in D(f)$ .]
- **Implicitne** rovnicou  $F(x, y) = 0$  a podmienkami pre  $x$ ,  $y$ .



# Základné pojmy

Funkciu  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  môžeme definovať viacerými spôsobmi:

- **Explicitne** predpisom (analytickým vzorcom)  $y = f(x)$ .
- **Parametricky** pomocnými funkciami  $x = \alpha(t)$ ,  $y = \beta(t)$ ,  $t \in J$ ,  $J \subset \mathbb{R}$ .  
[Funkciu  $f$  môžeme vždy parametrizovať funkciami  $x = t$ ,  $y = f(t)$ ,  $t \in D(f)$ .]
- **Implicitne** rovnicou  $F(x, y) = 0$  a podmienkami pre  $x$ ,  $y$ .

Napríklad funkciu  $y = |x|$ ,  $x \in \mathbb{R}$  môžeme definovať:

# Základné pojmy

Funkciu  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  môžeme definovať viacerými spôsobmi:

- **Explicitne** predpisom (analytickým vzorcom)  $y = f(x)$ .
- **Parametricky** pomocnými funkciami  $x = \alpha(t)$ ,  $y = \beta(t)$ ,  $t \in J$ ,  $J \subset \mathbb{R}$ .  
[Funkciu  $f$  môžeme vždy parametrizovať funkciami  $x = t$ ,  $y = f(t)$ ,  $t \in D(f)$ .]
- **Implicitne** rovnicou  $F(x, y) = 0$  a podmienkami pre  $x$ ,  $y$ .

Napríklad funkciu  $y = |x|$ ,  $x \in \mathbb{R}$  môžeme definovať:

● Explicitne:

● Parametricky:

● Implicitne:

# Základné pojmy

Funkciu  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  môžeme definovať viacerými spôsobmi:

- **Explicitne** predpisom (analytickým vzorcom)  $y = f(x)$ .
- **Parametricky** pomocnými funkciami  $x = \alpha(t)$ ,  $y = \beta(t)$ ,  $t \in J$ ,  $J \subset R$ .  
[Funkciu  $f$  môžeme vždy parametrizovať funkciami  $x = t$ ,  $y = f(t)$ ,  $t \in D(f)$ .]
- **Implicitne** rovnicou  $F(x, y) = 0$  a podmienkami pre  $x$ ,  $y$ .

Napríklad funkciu  $y = |x|$ ,  $x \in R$  môžeme definovať:

- **Explicitne:**  $y = \sqrt{x^2}$ ,  $x \in R$ ,
- **Parametricky:**  $x = t$ ,  $t \in R$ ,  
 $y = |t|$ ,
- **Implicitne:**  $y^2 - x^2 = 0$ ,  $y \geq 0$ ,

# Základné pojmy

Funkciu  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  môžeme definovať viacerými spôsobmi:

- **Explicitne** predpisom (analytickým vzorcom)  $y = f(x)$ .
- **Parametricky** pomocnými funkciami  $x = \alpha(t)$ ,  $y = \beta(t)$ ,  $t \in J$ ,  $J \subset \mathbb{R}$ .  
[Funkciu  $f$  môžeme vždy parametrizovať funkciami  $x = t$ ,  $y = f(t)$ ,  $t \in D(f)$ .]
- **Implicitne** rovnicou  $F(x, y) = 0$  a podmienkami pre  $x$ ,  $y$ .

Napríklad funkciu  $y = |x|$ ,  $x \in \mathbb{R}$  môžeme definovať:

• **Explicitne:**  $y = \sqrt{x^2}$ ,  $x \in \mathbb{R}$ ,      resp.  $y = \max\{-x, x\}$ ,

• **Parametricky:**  $x = t$ ,  $t \in \mathbb{R}$ ,      resp.  $x = t$ ,  $t \in \mathbb{R}$ ,  
 $y = |t|$ ,       $y = \sqrt{t^2}$ ,

• **Implicitne:**  $y^2 - x^2 = 0$ ,  $y \geq 0$ ,      resp.  $y - |x| = 0$ ,

# Základné pojmy

Funkciu  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  môžeme definovať viacerými spôsobmi:

- **Explicitne** predpisom (analytickým vzorcom)  $y = f(x)$ .
- **Parametricky** pomocnými funkciami  $x = \alpha(t)$ ,  $y = \beta(t)$ ,  $t \in J$ ,  $J \subset \mathbb{R}$ .  
[Funkciu  $f$  môžeme vždy parametrizovať funkciami  $x = t$ ,  $y = f(t)$ ,  $t \in D(f)$ .]
- **Implicitne** rovnicou  $F(x, y) = 0$  a podmienkami pre  $x$ ,  $y$ .

Napríklad funkciu  $y = |x|$ ,  $x \in \mathbb{R}$  môžeme definovať:

• **Explicitne:**  $y = \sqrt{x^2}$ ,  $x \in \mathbb{R}$ ,      resp.  $y = \max\{-x, x\}$ ,      resp.  $y = \begin{cases} -x & \text{pre } x < 0, \\ x & \text{pre } x \geq 0. \end{cases}$

• **Parametricky:**  $x = t$ ,  $t \in \mathbb{R}$ ,      resp.  $x = t$ ,  $t \in \mathbb{R}$ ,      resp.  $x = t^3$ ,  $t \in \mathbb{R}$ .  
 $y = |t|$ ,       $y = \sqrt{t^2}$ ,       $y = |t^3|$ ,

• **Implicitne:**  $y^2 - x^2 = 0$ ,  $y \geq 0$ ,      resp.  $y - |x| = 0$ ,      resp.  $y - \sqrt{x^2} = 0$ .



# Základné pojmy

## Karteziánsky súradnicový systém.

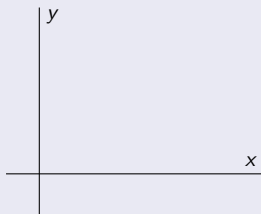
[Pravouhlý súradnicový systém.]

## Polárny súradnicový systém.

# Základné pojmy

## Karteziánsky súradnicový systém.

[Pravouhlý súradnicový systém.]



- Súradnicové osi  $x$  ( $x$ -ová os) a  $y$  ( $y$ -ová os).

## Polárny súradnicový systém.

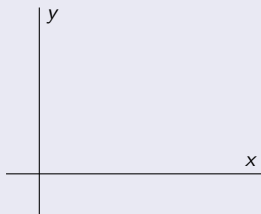
- Pól (počiatok) súradnicového systému 0.

0•

# Základné pojmy

## Karteziánsky súradnicový systém.

[Pravouhlý súradnicový systém.]



- Súradnicové osi  $x$  ( $x$ -ová os) a  $y$  ( $y$ -ová os).

[Dve na seba kolmé priamky.]

## Polárny súradnicový systém.

- Pól (počiatok) súradnicového systému 0.

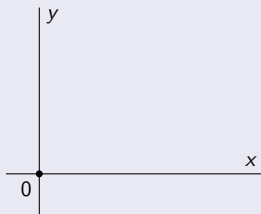
[Bod v rovine.]

0•

# Základné pojmy

## Karteziánsky súradnicový systém.

[Pravouhlý súradnicový systém.]



- Súradnicové osi  $x$  ( $x$ -ová os) a  $y$  ( $y$ -ová os).
- Počiatok súradnicového systému  $0$ .

[Dve na seba kolmé priamky.]

## Polárny súradnicový systém.

- Pól (počiatok) súradnicového systému  $0$ .
- Polárna poloos  $o$ .

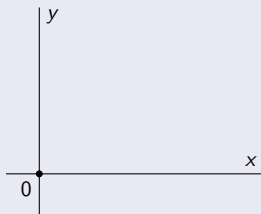
[Bod v rovine.]



# Základné pojmy

## Karteziánsky súradnicový systém.

[Pravouhlý súradnicový systém.]



- Súradnicové osi  $x$  ( $x$ -ová os) a  $y$  ( $y$ -ová os).
- Počiatok súradnicového systému  $0$ .

[Dve na seba kolmé priamky.]

[Priesečník osí  $x$  a  $y$ .]

## Polárny súradnicový systém.

[Pól zodpovedá počiatku  $0$ . Poloos  $o$  zodpovedá kladnej poloosi  $x$ .]



- Pól (počiatok) súradnicového systému  $0$ .
- Polárna poloos  $o$ .

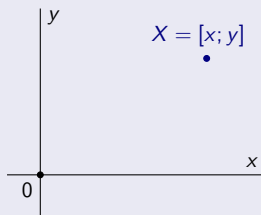
[Bod v rovine.]

[Polpriamka vychádzajúca z pólu  $0$ .]

# Základné pojmy

## Karteziánsky súradnicový systém.

[Pravouhlý súradnicový systém.]



$$X = [x; y]$$

- Súradnicové osi  $x$  ( $x$ -ová os) a  $y$  ( $y$ -ová os).

[Dve na seba kolmé priamky.]

- Počiatok súradnicového systému  $0$ .

[Priesečník osí  $x$  a  $y$ .]

- Každému bodu  $X \in R^2$  sú priradené súradnice  $[x; y]$ :

## Polárny súradnicový systém.

[Pól zodpovedá počiatku  $0$ . Poloos  $o$  zodpovedá kladnej poloosi  $x$ .]

$$X = [\varphi; \rho]$$

- Pól (počiatok) súradnicového systému  $0$ .

[Bod v rovine.]

- Polárna poloos  $o$ .

[Polpriamka vychádzajúca z pólu  $0$ .]

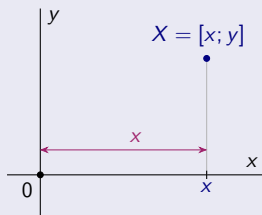
- Každému bodu  $X \in R^2$  sú priradené súradnice  $[\varphi; \rho]$ :



# Základné pojmy

## Karteziánsky súradnicový systém.

[Pravouhlý súradnicový systém.]



- Súradnicové osi  $x$  ( $x$ -ová os) a  $y$  ( $y$ -ová os).

[Dve na seba kolmé priamky.]

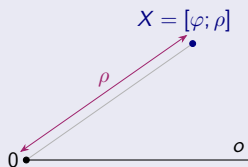
- Počiatok súradnicového systému  $0$ .

[Priesečník osí  $x$  a  $y$ .]

- Každému bodu  $X \in R^2$  sú priradené súradnice  $[x; y]$ :  
 $x \in R$  ( $x$ -ová súradnica).

## Polárny súradnicový systém.

[Pól zodpovedá počiatku  $0$ . Poloos  $o$  zodpovedá kladnej poloosi  $x$ .]



- Pól (počiatok) súradnicového systému  $0$ .

[Bod v rovine.]

- Polárna poloos  $o$ .

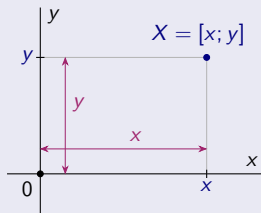
[Polpriamka vychádzajúca z pólu  $0$ .]

- Každému bodu  $X \in R^2$  sú priradené súradnice  $[\varphi; \rho]$ :  
 $\rho \geq 0$  (sprievodič, rádiusvektor).

# Základné pojmy

## Karteziánsky súradnicový systém.

[Pravouhlý súradnicový systém.]



- Súradnicové osi  $x$  ( $x$ -ová os) a  $y$  ( $y$ -ová os).

[Dve na seba kolmé priamky.]

- Počiatok súradnicového systému  $0$ .

[Priesečník osí  $x$  a  $y$ .]

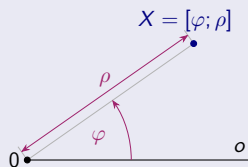
- Každému bodu  $X \in \mathbb{R}^2$  sú priradené súradnice  $[x; y]$ :

$$x \in \mathbb{R} \text{ (} x\text{-ová súradnica).}$$

$$y \in \mathbb{R} \text{ (} y\text{-ová súradnica).}$$

## Polárny súradnicový systém.

[Pól zodpovedá počiatku  $0$ . Poloos  $o$  zodpovedá kladnej poloosi  $x$ .]



- Pól (počiatok) súradnicového systému  $0$ .

[Bod v rovine.]

- Polárna poloos  $o$ .

[Polpriamka vychádzajúca z pólu  $0$ .]

- Každému bodu  $X \in \mathbb{R}^2$  sú priradené súradnice  $[\varphi; \rho]$ :

$$\rho \geq 0 \text{ (sprievodič, rádiusvektor).}$$

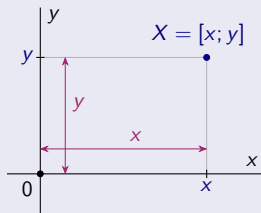
$$\varphi \in \mathbb{R} \text{ (polárny uhol, amplitúda).}$$



# Základné pojmy

## Karteziánsky súradnicový systém.

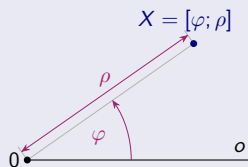
[Pravouhlý súradnicový systém.]



- **Súradnicové osi**  $x$  ( $x$ -ová os) a  $y$  ( $y$ -ová os). [Dve na seba kolmé priamky.]
  - **Počiatok súradnicového systému**  $0$ . [Priesečník osí  $x$  a  $y$ .]
- 
- Každému bodu  $X \in \mathbb{R}^2$  sú priradené súradnice  $[x; y]$ :
    - $x \in \mathbb{R}$  ( $x$ -ová súradnica).
    - $y \in \mathbb{R}$  ( $y$ -ová súradnica).

## Polárny súradnicový systém.

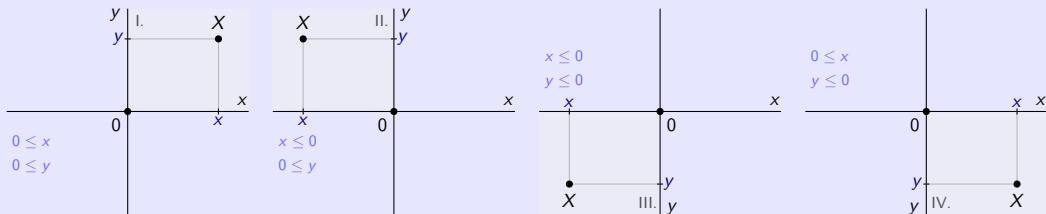
[Pól zodpovedá počiatku  $0$ . Poloos  $o$  zodpovedá kladnej poloosi  $x$ .]



- **Pól (počiatok) súradnicového systému**  $0$ . [Bod v rovine.]
  - **Polárna poloos**  $o$ . [Polpriamka vychádzajúca z pólu  $0$ .]
- 
- Každému bodu  $X \in \mathbb{R}^2$  sú priradené súradnice  $[\varphi; \rho]$ :
    - $\rho \geq 0$  (sprievodič, rádiusvektor). [Vzdialenosť  $X$  od pólu  $0$ .]
    - $\varphi \in \mathbb{R}$  (polárny uhol, amplitúda). [Orientovaný uhol poloosi  $o$  s polpriamkou  $0X$ .]

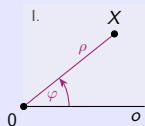
# Základné pojmy

- Bod  $X = [x; y] \in \mathbb{R}^2$  má v karteziánskom systéme jednoznačne určené súradnice  $X = [x; y]$ .

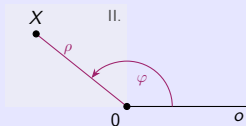


# Základné pojmy

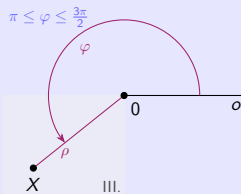
- Bod  $X = [x; y] \in \mathbb{R}^2$  má v karteziánskom systéme jednoznačne určené súradnice  $X = [x; y]$ .
- Bod  $X = [\varphi; \rho] \in \mathbb{R}^2$  má polárnom systéme nekonečne veľa vyjadrení  $X = [\varphi + 2k\pi; \rho]$ ,  $k \in \mathbb{Z}$  (ľubovoľné).



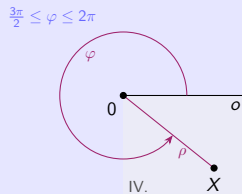
$$0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$$



$$\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \pi$$



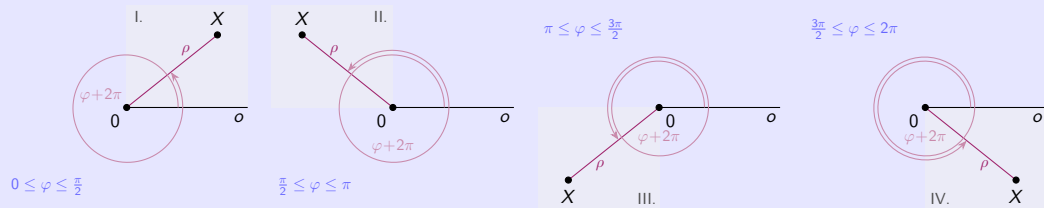
$$\pi \leq \varphi \leq \frac{3\pi}{2}$$



$$\frac{3\pi}{2} \leq \varphi \leq 2\pi$$

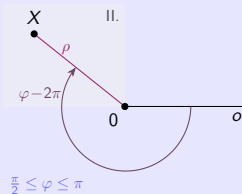
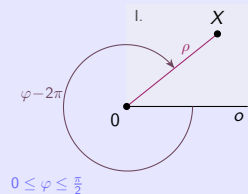
# Základné pojmy

- Bod  $X = [x; y] \in \mathbb{R}^2$  má v karteziánskom systéme jednoznačne určené súradnice  $X = [x; y]$ .
- Bod  $X = [\varphi; \rho] \in \mathbb{R}^2$  má polárnom systéme nekonečne veľa vyjadrení  $X = [\varphi + 2k\pi; \rho]$ ,  $k \in \mathbb{Z}$  (tubovoľné).

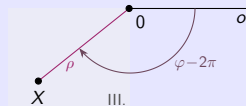


# Základné pojmy

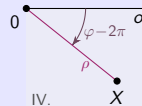
- Bod  $X = [x; y] \in \mathbb{R}^2$  má v karteziánskom systéme jednoznačne určené súradnice  $X = [x; y]$ .
- Bod  $X = [\varphi; \rho] \in \mathbb{R}^2$  má polárnom systéme nekonečne veľa vyjadrení  $X = [\varphi + 2k\pi; \rho]$ ,  $k \in \mathbb{Z}$  (tubovoľné).



$$\pi \leq \varphi \leq \frac{3\pi}{2}$$

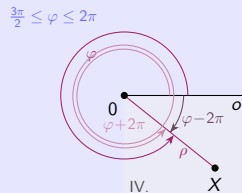
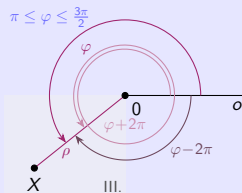
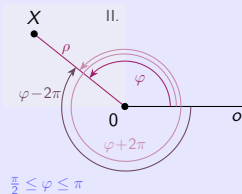
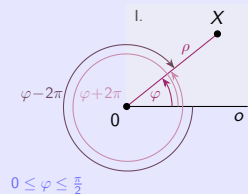


$$\frac{3\pi}{2} \leq \varphi \leq 2\pi$$



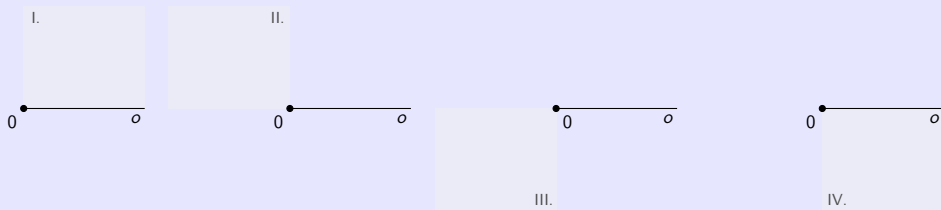
# Základné pojmy

- Bod  $X = [x; y] \in \mathbb{R}^2$  má v karteziánskom systéme jednoznačne určené súradnice  $X = [x; y]$ .
- Bod  $X = [\varphi; \rho] \in \mathbb{R}^2$  má polárnom systéme nekonečne veľa vyjadrení  $X = [\varphi + 2k\pi; \rho]$ ,  $k \in \mathbb{Z}$  (ľubovoľné).  
[Pre rozsah uhla  $\varphi$  sa zvykne určiť interval dĺžky  $2\pi$ , najčastejšie  $(0; 2\pi)$ ,  $(0; 2\pi)$ , resp.  $(-\pi; \pi)$ .]



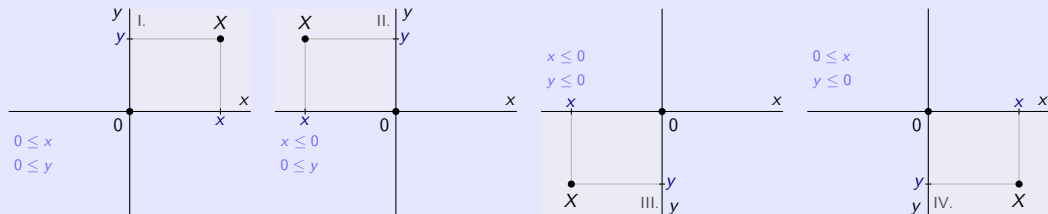
# Základné pojmy

- Bod  $X = [x; y] \in R^2$  má v karteziánskom systéme jednoznačne určené súradnice  $X = [x; y]$ .
- Bod  $X = [\varphi; \rho] \in R^2$  má polárnom systéme nekonečne veľa vyjadrení  $X = [\varphi + 2k\pi; \rho]$ ,  $k \in Z$  (ľubovoľné).  
[Pre rozsah uhla  $\varphi$  sa zvykne určiť interval dĺžky  $2\pi$ , najčastejšie  $\langle 0; 2\pi \rangle$ ,  $\langle 0; 2\pi \rangle$ , resp.  $\langle -\pi; \pi \rangle$ .]
- Pól 0 má nekonečne veľa vyjadrení  $0 = [\varphi; 0]$ , kde  $\varphi \in R$  (ľubovoľné).



# Základné pojmy

- Bod  $X = [x; y] \in R^2$  má v karteziánskom systéme jednoznačne určené súradnice  $X = [x; y]$ .
- Bod  $X = [\varphi; \rho] \in R^2$  má v polárnom systéme nekonečne veľa vyjadrení  $X = [\varphi + 2k\pi; \rho]$ ,  $k \in Z$  (ľubovoľné).  
[Pre rozsah uhla  $\varphi$  sa zvykne určiť interval dĺžky  $2\pi$ , najčastejšie  $(0; 2\pi)$ ,  $\langle 0; 2\pi \rangle$ , resp.  $\langle -\pi; \pi \rangle$ .]
- Pól  $0$  má nekonečne veľa vyjadrení  $0 = [\varphi; 0]$ , kde  $\varphi \in R$  (ľubovoľné).



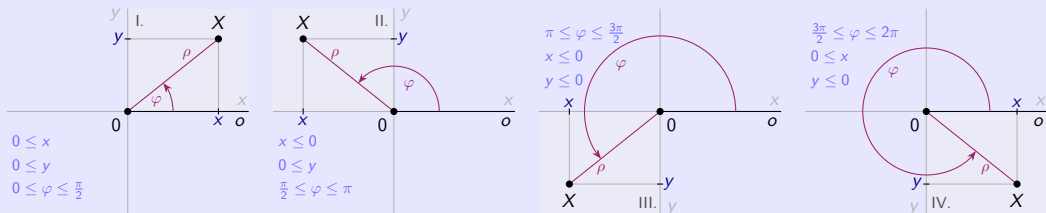
- $X = [x; y] \in R^2$ ,  $X \neq [0; 0]$ .

[Karteziánske súradnice.]



# Základné pojmy

- Bod  $X = [x; y] \in R^2$  má v karteziánskom systéme jednoznačne určené súradnice  $X = [x; y]$ .
- Bod  $X = [\varphi; \rho] \in R^2$  má v polárnom systéme nekonečne veľa vyjadrení  $X = [\varphi + 2k\pi; \rho]$ ,  $k \in Z$  (ľubovoľné).  
[Pre rozsah uhla  $\varphi$  sa zvykne určiť interval dĺžky  $2\pi$ , najčastejšie  $(0; 2\pi)$ ,  $\langle 0; 2\pi \rangle$ , resp.  $\langle -\pi; \pi \rangle$ .]
- Pól  $0$  má nekonečne veľa vyjadrení  $0 = [\varphi; 0]$ , kde  $\varphi \in R$  (ľubovoľné).

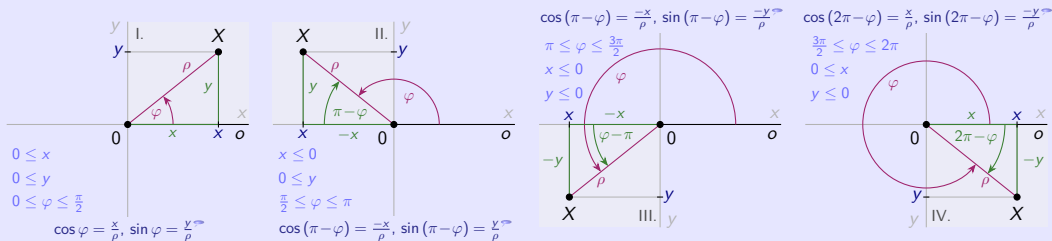


- $X = [x; y] \in R^2$ ,  $X \neq [0; 0]$ .

[Karteziánske súradnice.]

# Základné pojmy

- Bod  $X = [x; y] \in R^2$  má v karteziánskom systéme jednoznačne určené súradnice  $X = [x; y]$ .
- Bod  $X = [\varphi; \rho] \in R^2$  má v polárnom systéme nekonečne veľa vyjadrení  $X = [\varphi + 2k\pi; \rho]$ ,  $k \in Z$  (ľubovoľné).  
[Pre rozsah uhla  $\varphi$  sa zvykne určiť interval dĺžky  $2\pi$ , najčastejšie  $(0; 2\pi)$ ,  $(0; 2\pi)$ , resp.  $(-\pi; \pi)$ .]
- Pól 0 má nekonečne veľa vyjadrení  $0 = [\varphi; 0]$ , kde  $\varphi \in R$  (ľubovoľné).



- $X = [x; y] \in R^2$ ,  $X \neq [0; 0]$ .

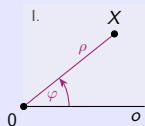
[Karteziánske súradnice.]

$$\Rightarrow \bullet \rho = \sqrt{x^2 + y^2}, \bullet \cos \varphi = \frac{x}{\rho} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}, \bullet \sin \varphi = \frac{y}{\rho} = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}.$$

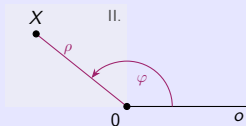
[Polárne súradnice.]

# Základné pojmy

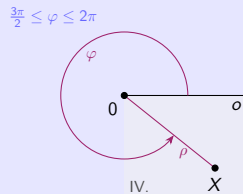
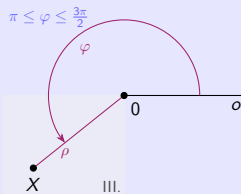
- Bod  $X = [x; y] \in R^2$  má v karteziánskom systéme jednoznačne určené súradnice  $X = [x; y]$ .
- Bod  $X = [\varphi; \rho] \in R^2$  má v polárnom systéme nekonečne veľa vyjadrení  $X = [\varphi + 2k\pi; \rho]$ ,  $k \in Z$  (ľubovoľné).  
[Pre rozsah uhla  $\varphi$  sa zvykne určiť interval dĺžky  $2\pi$ , najčastejšie  $(0; 2\pi)$ ,  $\langle 0; 2\pi \rangle$ , resp.  $\langle -\pi; \pi \rangle$ .]
- Pól 0 má nekonečne veľa vyjadrení  $0 = [\varphi; 0]$ , kde  $\varphi \in R$  (ľubovoľné).



$$0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$$



$$\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \pi$$



- $X = [x; y] \in R^2$ ,  $X \neq [0; 0]$ .

[Karteziánske súradnice.]

$$\Rightarrow \bullet \rho = \sqrt{x^2 + y^2}, \bullet \cos \varphi = \frac{x}{\rho} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}, \bullet \sin \varphi = \frac{y}{\rho} = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}.$$

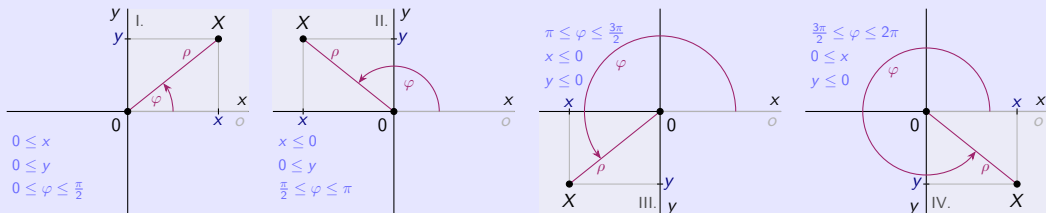
[Polárne súradnice.]

- $X = [\varphi; \rho] \in R \times \langle 0; \infty \rangle$ .

[Polárne súradnice.]

# Základné pojmy

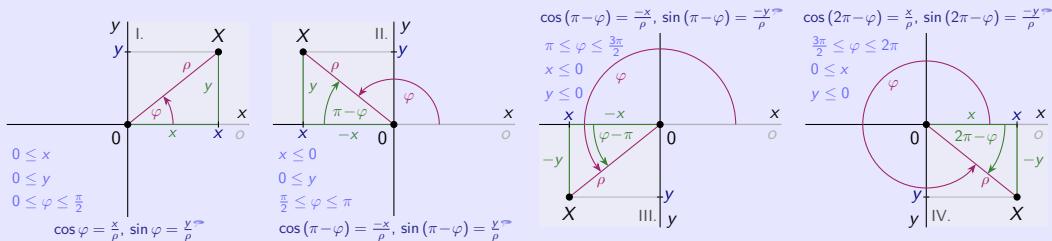
- Bod  $X = [x; y] \in R^2$  má v karteziánskom systéme jednoznačne určené súradnice  $X = [x; y]$ .
- Bod  $X = [\varphi; \rho] \in R^2$  má v polárnom systéme nekonečne veľa vyjadrení  $X = [\varphi + 2k\pi; \rho]$ ,  $k \in Z$  (ľubovoľné).  
[Pre rozsah uhla  $\varphi$  sa zvykne určiť interval dĺžky  $2\pi$ , najčastejšie  $(0; 2\pi)$ ,  $\langle 0; 2\pi \rangle$ , resp.  $\langle -\pi; \pi \rangle$ .]
- Pól 0 má nekonečne veľa vyjadrení  $0 = [\varphi; 0]$ , kde  $\varphi \in R$  (ľubovoľné).



- $X = [x; y] \in R^2$ ,  $X \neq [0; 0]$ . [Karteziánske súradnice.]
- $\Rightarrow \bullet \rho = \sqrt{x^2 + y^2}$ ,  $\bullet \cos \varphi = \frac{x}{\rho} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}$ ,  $\bullet \sin \varphi = \frac{y}{\rho} = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}$ . [Polárne súradnice.]
- $X = [\varphi; \rho] \in R \times \langle 0; \infty \rangle$ . [Polárne súradnice.]

# Základné pojmy

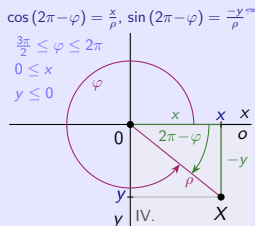
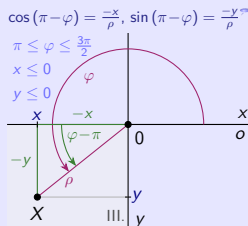
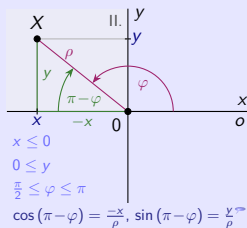
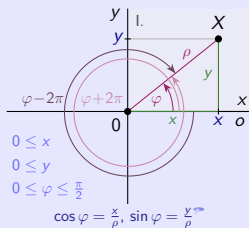
- Bod  $X = [x; y] \in R^2$  má v karteziánskom systéme jednoznačne určené súradnice  $X = [x; y]$ .
- Bod  $X = [\varphi; \rho] \in R^2$  má v polárnom systéme nekonečne veľa vyjadrení  $X = [\varphi + 2k\pi; \rho]$ ,  $k \in Z$  (ľubovoľné).  
[Pre rozsah uhla  $\varphi$  sa zvykne určiť interval dĺžky  $2\pi$ , najčastejšie  $(0; 2\pi)$ ,  $\langle 0; 2\pi \rangle$ , resp.  $\langle -\pi; \pi \rangle$ .]
- Pól  $0$  má nekonečne veľa vyjadrení  $0 = [\varphi; 0]$ , kde  $\varphi \in R$  (ľubovoľné).



- $X = [x; y] \in R^2$ ,  $X \neq [0; 0]$ . [Karteziánske súradnice.]
- $\Rightarrow$  •  $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$ , •  $\cos \varphi = \frac{x}{\rho} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}$ , •  $\sin \varphi = \frac{y}{\rho} = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}$ . [Polárne súradnice.]
- $X = [\varphi; \rho] \in R \times \langle 0; \infty \rangle$ . [Polárne súradnice.]
- $\Rightarrow$  •  $x = \rho \cos \varphi$ , •  $y = \rho \sin \varphi$ , •  $X = [\rho \cos \varphi; \rho \sin \varphi]$ . [Karteziánske súradnice.]

# Základné pojmy

- Bod  $X = [x; y] \in R^2$  má v karteziánskom systéme jednoznačne určené súradnice  $X = [x; y]$ .
- Bod  $X = [\varphi; \rho] \in R^2$  má v polárnom systéme nekonečne veľa vyjadrení  $X = [\varphi + 2k\pi; \rho]$ ,  $k \in Z$  (ľubovoľné).  
[Pre rozsah uhla  $\varphi$  sa zvykne určiť interval dĺžky  $2\pi$ , najčastejšie  $(0; 2\pi)$ ,  $\langle 0; 2\pi \rangle$ , resp.  $\langle -\pi; \pi \rangle$ .]
- Pól  $0$  má nekonečne veľa vyjadrení  $0 = [\varphi; 0]$ , kde  $\varphi \in R$  (ľubovoľné).



- $X = [x; y] \in R^2$ ,  $X \neq [0; 0]$ . [Karteziánske súradnice.]
- $\Rightarrow$  •  $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$ , •  $\cos \varphi = \frac{x}{\rho} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}$ , •  $\sin \varphi = \frac{y}{\rho} = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}$ . [Polárne súradnice.]
- $X = [\varphi; \rho] \in R \times \langle 0; \infty \rangle$ . [Polárne súradnice.]
- $\Rightarrow$  •  $x = \rho \cos \varphi$ , •  $y = \rho \sin \varphi$ , •  $X = [\rho \cos \varphi; \rho \sin \varphi]$ . [Karteziánske súradnice.]

# Základné pojmy

Funkcia  $f$  má v karteziánskom systéme (pravouhlom) tvar:

Funkcia  $f$  má v polárnom systéme tvar:

# Základné pojmy

Funkcia  $f$  má v karteziánskom systéme (pravouhľom) tvar:

- $f = \{[x; y], x \in D(f), y = f(x)\},$

Funkcia  $f$  má v polárnom systéme tvar:

- $f = \{[\varphi; \rho], \varphi \in D(f), \rho = f(\varphi)\},$



# Základné pojmy

Funkcia  $f$  má v karteziánskom systéme (pravouhlom) tvar:

$$\bullet f = \{[x; y], x \in D(f), y = f(x)\}, \text{ t.j. } \bullet f: y = f(x), x \in D(f).$$

Funkcia  $f$  má v polárnom systéme tvar:

$$\bullet f = \{[\varphi; \rho], \varphi \in D(f), \rho = f(\varphi)\}, \text{ t.j. } \bullet f: \rho = f(\varphi), \varphi \in D(f).$$

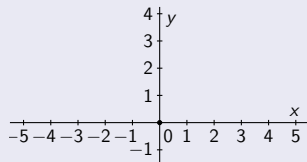
# Základné pojmy

Funkcia  $f$  má v karteziánskom systéme (pravouhlo) tvar:

$$\bullet f = \{[x; y], x \in D(f), y = f(x)\}, \text{ t. j. } \bullet f: y = f(x), x \in D(f).$$

$$\bullet y = f_1(x) = 1, x \in \mathbb{R}.$$

[Konštantná funkcia.]

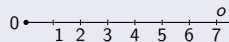


Funkcia  $f$  má v polárnom systéme tvar:

$$\bullet f = \{[\varphi; \rho], \varphi \in D(f), \rho = f(\varphi)\}, \text{ t. j. } \bullet f: \rho = f(\varphi), \varphi \in D(f).$$

$$\bullet \rho = f_1(\varphi) = 1, \varphi \in \mathbb{R}.$$

[Konštantná funkcia.]



# Základné pojmy

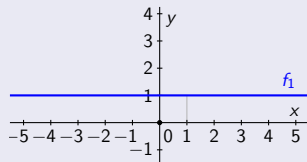
Funkcia  $f$  má v karteziánskom systéme (pravouhlo) tvar:

$$\bullet f = \{[x; y], x \in D(f), y = f(x)\}, \text{ t. j. } \bullet f: y = f(x), x \in D(f).$$

$$\bullet y = f_1(x) = 1, x \in \mathbb{R}.$$

[Konštantná funkcia.]

Grafom  $f_1$  je priamka (rovnobežná s osou  $x$ ).



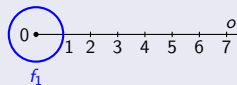
Funkcia  $f$  má v polárnom systéme tvar:

$$\bullet f = \{[\varphi; \rho], \varphi \in D(f), \rho = f(\varphi)\}, \text{ t. j. } \bullet f: \rho = f(\varphi), \varphi \in D(f).$$

$$\bullet \rho = f_1(\varphi) = 1, \varphi \in \mathbb{R}.$$

[Konštantná funkcia.]

Grafom  $f_1$  je kružnica (so stredom 0 a polomerom 1).



# Základné pojmy

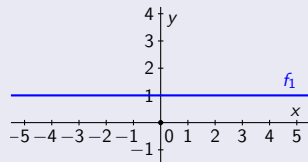
Funkcia  $f$  má v karteziánskom systéme (pravouhlo) tvar:

$$\bullet f = \{[x; y], x \in D(f), y = f(x)\}, \text{ t. j. } \bullet f: y = f(x), x \in D(f).$$

$$\bullet y = f_1(x) = 1, x \in \mathbb{R}.$$

[Konštantná funkcia.]

Grafom  $f_1$  je priamka (rovnobežná s osou  $x$ ).



Funkcia  $f$  má v polárnom systéme tvar:

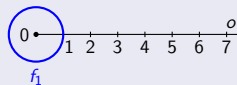
$$\bullet f = \{[\varphi; \rho], \varphi \in D(f), \rho = f(\varphi)\}, \text{ t. j. } \bullet f: \rho = f(\varphi), \varphi \in D(f).$$

$$\bullet \rho = f_1(\varphi) = 1, \varphi \in \mathbb{R}.$$

[Konštantná funkcia.]

Grafom  $f_1$  je kružnica (so stredom 0 a polomerom 1).

[Kružnica v pravouhlo systéme nie je grafom funkcie.]



# Základné pojmy

Funkcia  $f$  má v karteziánskom systéme (pravouhlo) tvar:

$$\bullet f = \{[x; y], x \in D(f), y = f(x)\}, \text{ t. j. } \bullet f: y = f(x), x \in D(f).$$

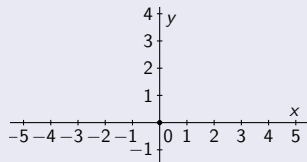
$$\bullet y = f_1(x) = 1, x \in \mathbb{R}.$$

[Konštantná funkcia.]

Grafom  $f_1$  je priamka (rovnobežná s osou  $x$ ).

$$\bullet y = f_2(x) = x, x \geq 0.$$

[Identita.]



Funkcia  $f$  má v polárnom systéme tvar:

$$\bullet f = \{[\varphi; \rho], \varphi \in D(f), \rho = f(\varphi)\}, \text{ t. j. } \bullet f: \rho = f(\varphi), \varphi \in D(f).$$

$$\bullet \rho = f_1(\varphi) = 1, \varphi \in \mathbb{R}.$$

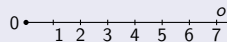
[Konštantná funkcia.]

Grafom  $f_1$  je kružnica (so stredom 0 a polomerom 1).

[Kružnica v pravouhlo systéme nie je grafom funkcie.]

$$\bullet \rho = f_2(\varphi) = \varphi, \varphi \geq 0.$$

[Identita.]



# Základné pojmy

Funkcia  $f$  má v karteziánskom systéme (pravouhlo) tvar:

$$\bullet f = \{[x; y], x \in D(f), y = f(x)\}, \text{ t. j. } \bullet f: y = f(x), x \in D(f).$$

$$\bullet y = f_1(x) = 1, x \in \mathbb{R}.$$

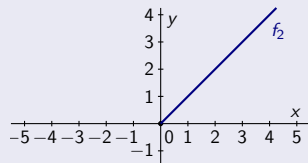
[Konštantná funkcia.]

Grafom  $f_1$  je priamka (rovnobežná s osou  $x$ ).

$$\bullet y = f_2(x) = x, x \geq 0.$$

[Identita.]

Grafom  $f_2$  je polpriamka (začínajúca v bode 0).



Funkcia  $f$  má v polárnom systéme tvar:

$$\bullet f = \{[\varphi; \rho], \varphi \in D(f), \rho = f(\varphi)\}, \text{ t. j. } \bullet f: \rho = f(\varphi), \varphi \in D(f).$$

$$\bullet \rho = f_1(\varphi) = 1, \varphi \in \mathbb{R}.$$

[Konštantná funkcia.]

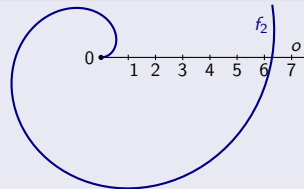
Grafom  $f_1$  je kružnica (so stredom 0 a polomerom 1).

[Kružnica v pravouhlo systéme nie je grafom funkcie.]

$$\bullet \rho = f_2(\varphi) = \varphi, \varphi \geq 0.$$

[Identita.]

Grafom  $f_2$  je špirála (začínajúca v bode 0).



# Základné pojmy

Funkcia  $f$  má v karteziánskom systéme (pravouhlo) tvar:

$$\bullet f = \{[x; y], x \in D(f), y = f(x)\}, \text{ t. j. } \bullet f: y = f(x), x \in D(f).$$

$$\bullet y = f_1(x) = 1, x \in \mathbb{R}.$$

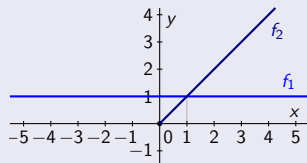
[Konštantná funkcia.]

Grafom  $f_1$  je priamka (rovnobežná s osou  $x$ ).

$$\bullet y = f_2(x) = x, x \geq 0.$$

[Identita.]

Grafom  $f_2$  je polpriamka (začínajúca v bode 0).



Funkcia  $f$  má v polárnom systéme tvar:

$$\bullet f = \{[\varphi; \rho], \varphi \in D(f), \rho = f(\varphi)\}, \text{ t. j. } \bullet f: \rho = f(\varphi), \varphi \in D(f).$$

$$\bullet \rho = f_1(\varphi) = 1, \varphi \in \mathbb{R}.$$

[Konštantná funkcia.]

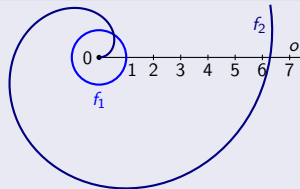
Grafom  $f_1$  je kružnica (so stredom 0 a polomerom 1).

[Kružnica v pravouhlo systéme nie je grafom funkcie.]

$$\bullet \rho = f_2(\varphi) = \varphi, \varphi \geq 0.$$

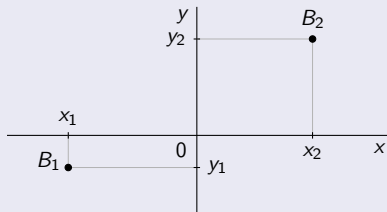
[Identita.]

Grafom  $f_2$  je špirála (začínajúca v bode 0).



# Základné pojmy

Nájdite rovnicu priamky v rovine, ktorá prechádza bodmi  $B_1 = [x_1; y_1]$ ,  $B_2 = [x_2; y_2]$ , kde  $x_1, x_2, x_3, x_4 \in \mathbb{R}$ .

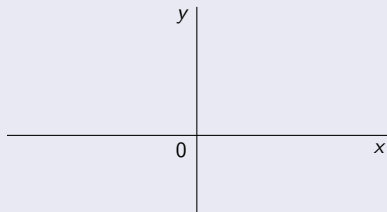




# Základné pojmy

Nájdite rovnicu priamky v rovine, ktorá prechádza bodmi  $B_1 = [x_1; y_1]$ ,  $B_2 = [x_2; y_2]$ , kde  $x_1, x_2, x_3, x_4 \in R$ .

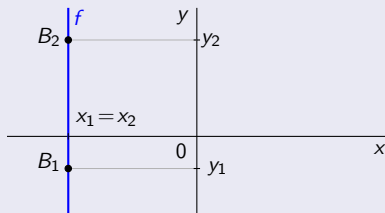
- $x_1 = x_2$ .
- $x_1 \neq x_2$ .



# Základné pojmy

Nájdite rovnicu priamky v rovine, ktorá prechádza bodmi  $B_1 = [x_1; y_1]$ ,  $B_2 = [x_2; y_2]$ , kde  $x_1, x_2, x_3, x_4 \in \mathbb{R}$ .

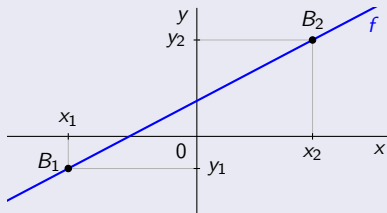
- $x_1 = x_2$ .  $\Rightarrow$  • Hľadaná priamka má tvar  $f: x = x_1, y \in \mathbb{R}$  a nereprezentuje funkciu.
- $x_1 \neq x_2$ . •



# Základné pojmy

Nájdite rovnicu priamky v rovine, ktorá prechádza bodmi  $B_1 = [x_1; y_1]$ ,  $B_2 = [x_2; y_2]$ , kde  $x_1, x_2, x_3, x_4 \in \mathbb{R}$ .

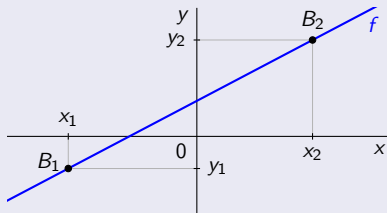
- $x_1 = x_2$ .  $\Rightarrow$  • Hľadaná priamka má tvar  $f: x = x_1, y \in \mathbb{R}$  a nereprezentuje funkciu.
- $x_1 \neq x_2$ .  $\Rightarrow$  • Hľadaná priamka je grafom funkcie  $f: y = ax + b, x \in \mathbb{R}$ .



# Základné pojmy

Nájdite rovnicu priamky v rovine, ktorá prechádza bodmi  $B_1 = [x_1; y_1]$ ,  $B_2 = [x_2; y_2]$ , kde  $x_1, x_2, x_3, x_4 \in \mathbb{R}$ .

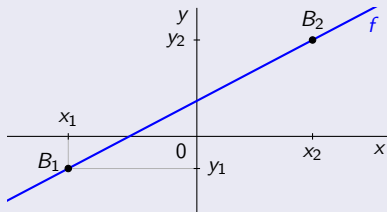
- $x_1 = x_2$ .  $\Rightarrow$  • Hľadaná priamka má tvar  $f: x = x_1, y \in \mathbb{R}$  a nereprezentuje funkciu.
- $x_1 \neq x_2$ .  $\Rightarrow$  • Hľadaná priamka je grafom funkcie  $f: y = ax + b, x \in \mathbb{R}$ . [Musíme určiť koeficienty  $a, b$ , aby  $B_1, B_2 \in f$ .]



# Základné pojmy

Nájdite rovnicu priamky v rovine, ktorá prechádza bodmi  $B_1 = [x_1; y_1]$ ,  $B_2 = [x_2; y_2]$ , kde  $x_1, x_2, x_3, x_4 \in \mathbb{R}$ .

- $x_1 = x_2$ .  $\Rightarrow$  • Hľadaná priamka má tvar  $f: x = x_1, y \in \mathbb{R}$  a nereprezentuje funkciu.
- $x_1 \neq x_2$ .  $\Rightarrow$  • Hľadaná priamka je grafom funkcie  $f: y = ax + b, x \in \mathbb{R}$ . [Musíme určiť koeficienty  $a, b$ , aby  $B_1, B_2 \in f$ .]

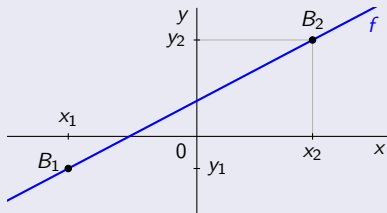


$$\bullet B_1 = [x_1; y_1] \in f. \Rightarrow \bullet y_1 = ax_1 + b.$$

# Základné pojmy

Nájdite rovnicu priamky v rovine, ktorá prechádza bodmi  $B_1 = [x_1; y_1]$ ,  $B_2 = [x_2; y_2]$ , kde  $x_1, x_2, x_3, x_4 \in \mathbb{R}$ .

- $x_1 = x_2$ .  $\Rightarrow$  • Hľadaná priamka má tvar  $f: x = x_1, y \in \mathbb{R}$  a nereprezentuje funkciu.
- $x_1 \neq x_2$ .  $\Rightarrow$  • Hľadaná priamka je grafom funkcie  $f: y = ax + b, x \in \mathbb{R}$ . [Musíme určiť koeficienty  $a, b$ , aby  $B_1, B_2 \in f$ .]

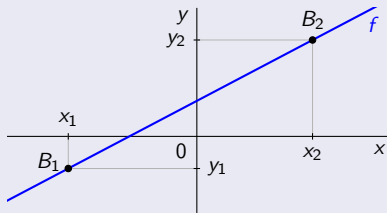


- $B_1 = [x_1; y_1] \in f$ .  $\Rightarrow$  •  $y_1 = ax_1 + b$ .
- $B_2 = [x_2; y_2] \in f$ .  $\Rightarrow$  •  $y_2 = ax_2 + b$ .

# Základné pojmy

Nájdite rovnicu priamky v rovine, ktorá prechádza bodmi  $B_1 = [x_1; y_1]$ ,  $B_2 = [x_2; y_2]$ , kde  $x_1, x_2, x_3, x_4 \in \mathbb{R}$ .

- $x_1 = x_2$ .  $\Rightarrow$  • Hľadaná priamka má tvar  $f: x = x_1, y \in \mathbb{R}$  a nereprezentuje funkciu.
- $x_1 \neq x_2$ .  $\Rightarrow$  • Hľadaná priamka je grafom funkcie  $f: y = ax + b, x \in \mathbb{R}$ . [Musíme určiť koeficienty  $a, b$ , aby  $B_1, B_2 \in f$ .]



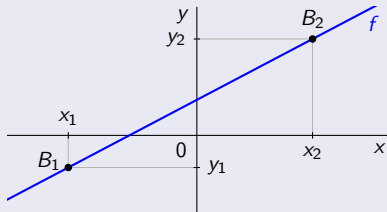
- $B_1 = [x_1; y_1] \in f$ .  $\Rightarrow$  •  $y_1 = ax_1 + b$ .
- $B_2 = [x_2; y_2] \in f$ .  $\Rightarrow$  •  $y_2 = ax_2 + b$ .

$$y_2 - y_1 = ax_2 + b - ax_1 - b$$

# Základné pojmy

Nájdite rovnicu priamky v rovine, ktorá prechádza bodmi  $B_1 = [x_1; y_1]$ ,  $B_2 = [x_2; y_2]$ , kde  $x_1, x_2, x_3, x_4 \in \mathbb{R}$ .

- $x_1 = x_2$ .  $\Rightarrow$  • Hľadaná priamka má tvar  $f: x = x_1, y \in \mathbb{R}$  a nereprezentuje funkciu.
- $x_1 \neq x_2$ .  $\Rightarrow$  • Hľadaná priamka je grafom funkcie  $f: y = ax + b, x \in \mathbb{R}$ . [Musíme určiť koeficienty  $a, b$ , aby  $B_1, B_2 \in f$ .]



- $B_1 = [x_1; y_1] \in f$ .  $\Rightarrow$  •  $y_1 = ax_1 + b$ .
- $B_2 = [x_2; y_2] \in f$ .  $\Rightarrow$  •  $y_2 = ax_2 + b$ .

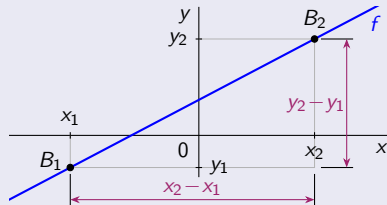
$$y_2 - y_1 = ax_2 + b - ax_1 - b = a(x_2 - x_1).$$



# Základné pojmy

Nájdite rovnicu priamky v rovine, ktorá prechádza bodmi  $B_1 = [x_1; y_1]$ ,  $B_2 = [x_2; y_2]$ , kde  $x_1, x_2, x_3, x_4 \in \mathbb{R}$ .

- $x_1 = x_2$ .  $\Rightarrow$  • Hľadaná priamka má tvar  $f: x = x_1, y \in \mathbb{R}$  a nereprezentuje funkciu.
- $x_1 \neq x_2$ .  $\Rightarrow$  • Hľadaná priamka je grafom funkcie  $f: y = ax + b, x \in \mathbb{R}$ . [Musíme určiť koeficienty  $a, b$ , aby  $B_1, B_2 \in f$ .]



$$\bullet B_1 = [x_1; y_1] \in f. \Rightarrow \bullet y_1 = ax_1 + b.$$

$$\bullet B_2 = [x_2; y_2] \in f. \Rightarrow \bullet y_2 = ax_2 + b.$$

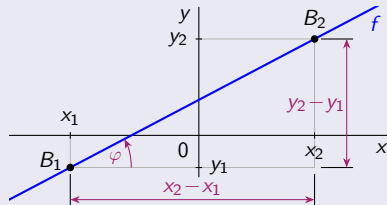
$$y_2 - y_1 = ax_2 + b - ax_1 - b = a(x_2 - x_1).$$

$$\Rightarrow \bullet a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

# Základné pojmy

Nájdite rovnicu priamky v rovine, ktorá prechádza bodmi  $B_1 = [x_1; y_1]$ ,  $B_2 = [x_2; y_2]$ , kde  $x_1, x_2, x_3, x_4 \in \mathbb{R}$ .

- $x_1 = x_2$ .  $\Rightarrow$  • Hľadaná priamka má tvar  $f: x = x_1, y \in \mathbb{R}$  a nereprezentuje funkciu.
- $x_1 \neq x_2$ .  $\Rightarrow$  • Hľadaná priamka je grafom funkcie  $f: y = ax + b, x \in \mathbb{R}$ . [Musíme určiť koeficienty  $a, b$ , aby  $B_1, B_2 \in f$ .]



$$\bullet B_1 = [x_1; y_1] \in f. \Rightarrow \bullet y_1 = ax_1 + b.$$

$$\bullet B_2 = [x_2; y_2] \in f. \Rightarrow \bullet y_2 = ax_2 + b.$$

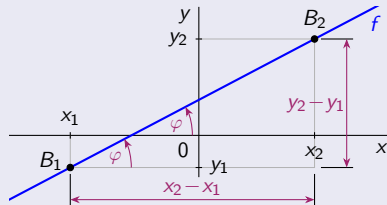
$$y_2 - y_1 = ax_2 + b - ax_1 - b = a(x_2 - x_1).$$

$$\Rightarrow \bullet a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \operatorname{tg} \varphi.$$

# Základné pojmy

Nájdite rovnicu priamky v rovine, ktorá prechádza bodmi  $B_1 = [x_1; y_1]$ ,  $B_2 = [x_2; y_2]$ , kde  $x_1, x_2, x_3, x_4 \in \mathbb{R}$ .

- $x_1 = x_2$ .  $\Rightarrow$  • Hľadaná priamka má tvar  $f: x = x_1, y \in \mathbb{R}$  a nereprezentuje funkciu.
- $x_1 \neq x_2$ .  $\Rightarrow$  • Hľadaná priamka je grafom funkcie  $f: y = ax + b, x \in \mathbb{R}$ . [Musíme určiť koeficienty  $a, b$ , aby  $B_1, B_2 \in f$ .]



$$\bullet B_1 = [x_1; y_1] \in f. \Rightarrow \bullet y_1 = ax_1 + b.$$

$$\bullet B_2 = [x_2; y_2] \in f. \Rightarrow \bullet y_2 = ax_2 + b.$$

$$y_2 - y_1 = ax_2 + b - ax_1 - b = a(x_2 - x_1).$$

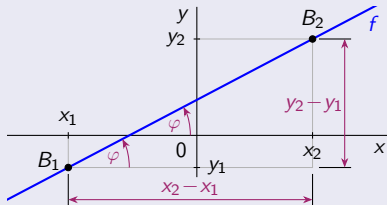
$$\Rightarrow \bullet a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \operatorname{tg} \varphi.$$

[ $a$  je smernica priamky  $f$ .]

# Základné pojmy

Nájdite rovnicu priamky v rovine, ktorá prechádza bodmi  $B_1 = [x_1; y_1]$ ,  $B_2 = [x_2; y_2]$ , kde  $x_1, x_2, x_3, x_4 \in R$ .

- $x_1 = x_2$ .  $\Rightarrow$  • Hľadaná priamka má tvar  $f: x = x_1, y \in R$  a nereprezentuje funkciu.
- $x_1 \neq x_2$ .  $\Rightarrow$  • Hľadaná priamka je grafom funkcie  $f: y = ax + b, x \in R$ . [Musíme určiť koeficienty  $a, b$ , aby  $B_1, B_2 \in f$ .]



$$\bullet B_1 = [x_1; y_1] \in f. \Rightarrow \bullet y_1 = ax_1 + b.$$

$$\bullet B_2 = [x_2; y_2] \in f. \Rightarrow \bullet y_2 = ax_2 + b.$$

$$y_2 - y_1 = ax_2 + b - ax_1 - b = a(x_2 - x_1).$$

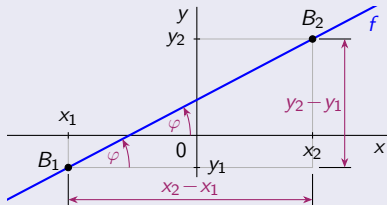
$$\Rightarrow \bullet a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \operatorname{tg} \varphi. \quad [a \text{ je smernica priamky } f.]$$

$$\Rightarrow \bullet b = y_1 - ax_1 = y_1 - \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} x_1$$

# Základné pojmy

Nájdite rovnicu priamky v rovine, ktorá prechádza bodmi  $B_1 = [x_1; y_1]$ ,  $B_2 = [x_2; y_2]$ , kde  $x_1, x_2, x_3, x_4 \in R$ .

- $x_1 = x_2$ .  $\Rightarrow$  • Hľadaná priamka má tvar  $f: x = x_1, y \in R$  a nereprezentuje funkciu.
- $x_1 \neq x_2$ .  $\Rightarrow$  • Hľadaná priamka je grafom funkcie  $f: y = ax + b, x \in R$ . [Musíme určiť koeficienty  $a, b$ , aby  $B_1, B_2 \in f$ .]



$$\bullet B_1 = [x_1; y_1] \in f. \Rightarrow \bullet y_1 = ax_1 + b.$$

$$\bullet B_2 = [x_2; y_2] \in f. \Rightarrow \bullet y_2 = ax_2 + b.$$

$$y_2 - y_1 = ax_2 + b - ax_1 - b = a(x_2 - x_1).$$

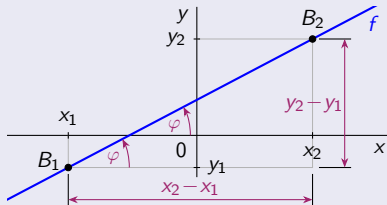
$$\Rightarrow \bullet a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \operatorname{tg} \varphi. \quad [a \text{ je smernica priamky } f.]$$

$$\Rightarrow \bullet b = y_1 - ax_1 = y_1 - \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} x_1 = \frac{y_1(x_2 - x_1) - x_1(y_2 - y_1)}{x_2 - x_1}$$

# Základné pojmy

Nájdite rovnicu priamky v rovine, ktorá prechádza bodmi  $B_1 = [x_1; y_1]$ ,  $B_2 = [x_2; y_2]$ , kde  $x_1, x_2, x_3, x_4 \in R$ .

- $x_1 = x_2$ .  $\Rightarrow$  • Hľadaná priamka má tvar  $f: x = x_1, y \in R$  a nereprezentuje funkciu.
- $x_1 \neq x_2$ .  $\Rightarrow$  • Hľadaná priamka je grafom funkcie  $f: y = ax + b, x \in R$ . [Musíme určiť koeficienty  $a, b$ , aby  $B_1, B_2 \in f$ .]



$$\bullet B_1 = [x_1; y_1] \in f. \Rightarrow \bullet y_1 = ax_1 + b.$$

$$\bullet B_2 = [x_2; y_2] \in f. \Rightarrow \bullet y_2 = ax_2 + b.$$

$$y_2 - y_1 = ax_2 + b - ax_1 - b = a(x_2 - x_1).$$

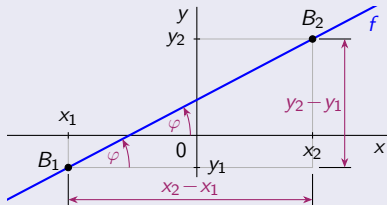
$$\Rightarrow \bullet a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \operatorname{tg} \varphi. \quad [a \text{ je smernica priamky } f.]$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \bullet b &= y_1 - ax_1 = y_1 - \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} x_1 = \frac{y_1(x_2 - x_1) - x_1(y_2 - y_1)}{x_2 - x_1} \\ &= \frac{y_1 x_2 - y_1 x_1 - (x_1 y_2 - x_1 y_1)}{x_2 - x_1} = \frac{y_1 x_2 - y_1 x_1 - y_2 x_1 + y_1 x_1}{x_2 - x_1} \end{aligned}$$

# Základné pojmy

Nájdite rovnicu priamky v rovine, ktorá prechádza bodmi  $B_1 = [x_1; y_1]$ ,  $B_2 = [x_2; y_2]$ , kde  $x_1, x_2, x_3, x_4 \in R$ .

- $x_1 = x_2$ .  $\Rightarrow$  • Hľadaná priamka má tvar  $f: x = x_1, y \in R$  a nereprezentuje funkciu.
- $x_1 \neq x_2$ .  $\Rightarrow$  • Hľadaná priamka je grafom funkcie  $f: y = ax + b, x \in R$ . [Musíme určiť koeficienty  $a, b$ , aby  $B_1, B_2 \in f$ .]



$$\bullet B_1 = [x_1; y_1] \in f. \Rightarrow \bullet y_1 = ax_1 + b.$$

$$\bullet B_2 = [x_2; y_2] \in f. \Rightarrow \bullet y_2 = ax_2 + b.$$

$$y_2 - y_1 = ax_2 + b - ax_1 - b = a(x_2 - x_1).$$

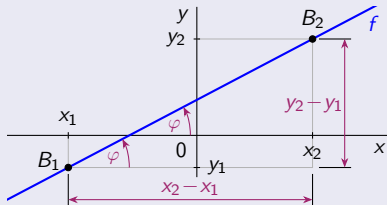
$$\Rightarrow \bullet a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \operatorname{tg} \varphi. \quad [a \text{ je smernica priamky } f.]$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \bullet b &= y_1 - ax_1 = y_1 - \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} x_1 = \frac{y_1(x_2 - x_1) - x_1(y_2 - y_1)}{x_2 - x_1} \\ &= \frac{y_1 x_2 - y_1 x_1 - (x_1 y_2 - x_1 y_1)}{x_2 - x_1} = \frac{y_1 x_2 - y_1 x_1 - y_2 x_1 + y_1 x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y_1 x_2 - y_2 x_1}{x_2 - x_1}. \end{aligned}$$

# Základné pojmy

Nájdite rovnicu priamky v rovine, ktorá prechádza bodmi  $B_1 = [x_1; y_1]$ ,  $B_2 = [x_2; y_2]$ , kde  $x_1, x_2, x_3, x_4 \in R$ .

- $x_1 = x_2$ .  $\Rightarrow$  • Hľadaná priamka má tvar  $f: x = x_1, y \in R$  a nereprezentuje funkciu.
- $x_1 \neq x_2$ .  $\Rightarrow$  • Hľadaná priamka je grafom funkcie  $f: y = ax + b, x \in R$ . [Musíme určiť koeficienty  $a, b$ , aby  $B_1, B_2 \in f$ .]



$$\bullet B_1 = [x_1; y_1] \in f. \Rightarrow \bullet y_1 = ax_1 + b.$$

$$\bullet B_2 = [x_2; y_2] \in f. \Rightarrow \bullet y_2 = ax_2 + b.$$

$$y_2 - y_1 = ax_2 + b - ax_1 - b = a(x_2 - x_1).$$

$$\Rightarrow \bullet a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \operatorname{tg} \varphi. \quad [a \text{ je smernica priamky } f.]$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \bullet b &= y_1 - ax_1 = y_1 - \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} x_1 = \frac{y_1(x_2 - x_1) - x_1(y_2 - y_1)}{x_2 - x_1} \\ &= \frac{y_1 x_2 - y_1 x_1 - (x_1 y_2 - x_1 y_1)}{x_2 - x_1} = \frac{y_1 x_2 - y_1 x_1 - y_2 x_1 + y_1 x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y_1 x_2 - y_2 x_1}{x_2 - x_1}. \end{aligned}$$

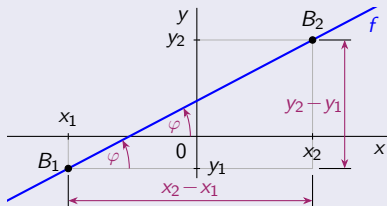
$$f: y = ax + b$$



# Základné pojmy

Nájdite rovnicu priamky v rovine, ktorá prechádza bodmi  $B_1 = [x_1; y_1]$ ,  $B_2 = [x_2; y_2]$ , kde  $x_1, x_2, x_3, x_4 \in R$ .

- $x_1 = x_2$ .  $\Rightarrow$  • Hľadaná priamka má tvar  $f: x = x_1, y \in R$  a nereprezentuje funkciu.
- $x_1 \neq x_2$ .  $\Rightarrow$  • Hľadaná priamka je grafom funkcie  $f: y = ax + b, x \in R$ . [Musíme určiť koeficienty  $a, b$ , aby  $B_1, B_2 \in f$ .]



$$\bullet B_1 = [x_1; y_1] \in f. \Rightarrow \bullet y_1 = ax_1 + b.$$

$$\bullet B_2 = [x_2; y_2] \in f. \Rightarrow \bullet y_2 = ax_2 + b.$$

$$y_2 - y_1 = ax_2 + b - ax_1 - b = a(x_2 - x_1).$$

$$\Rightarrow \bullet a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \operatorname{tg} \varphi. \quad [a \text{ je smernica priamky } f.]$$

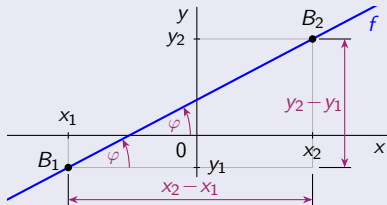
$$\begin{aligned} \Rightarrow \bullet b &= y_1 - ax_1 = y_1 - \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} x_1 = \frac{y_1(x_2 - x_1) - x_1(y_2 - y_1)}{x_2 - x_1} \\ &= \frac{y_1 x_2 - y_1 x_1 - (x_1 y_2 - x_1 y_1)}{x_2 - x_1} = \frac{y_1 x_2 - y_1 x_1 - y_2 x_1 + y_1 x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y_1 x_2 - y_2 x_1}{x_2 - x_1}. \end{aligned}$$

$$f: y = ax + b = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} x + \frac{y_1 x_2 - y_2 x_1}{x_2 - x_1}$$

# Základné pojmy

Nájdite rovnicu priamky v rovine, ktorá prechádza bodmi  $B_1 = [x_1; y_1]$ ,  $B_2 = [x_2; y_2]$ , kde  $x_1, x_2, x_3, x_4 \in R$ .

- $x_1 = x_2$ .  $\Rightarrow$  • Hľadaná priamka má tvar  $f: x = x_1, y \in R$  a nereprezentuje funkciu.
- $x_1 \neq x_2$ .  $\Rightarrow$  • Hľadaná priamka je grafom funkcie  $f: y = ax + b, x \in R$ . [Musíme určiť koeficienty  $a, b$ , aby  $B_1, B_2 \in f$ .]



$$\bullet B_1 = [x_1; y_1] \in f. \Rightarrow \bullet y_1 = ax_1 + b.$$

$$\bullet B_2 = [x_2; y_2] \in f. \Rightarrow \bullet y_2 = ax_2 + b.$$

$$y_2 - y_1 = ax_2 + b - ax_1 - b = a(x_2 - x_1).$$

$$\Rightarrow \bullet a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \operatorname{tg} \varphi. \quad [a \text{ je smernica priamky } f.]$$

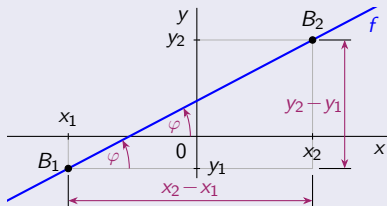
$$\begin{aligned} \Rightarrow \bullet b &= y_1 - ax_1 = y_1 - \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} x_1 = \frac{y_1(x_2 - x_1) - x_1(y_2 - y_1)}{x_2 - x_1} \\ &= \frac{y_1 x_2 - y_1 x_1 - (x_1 y_2 - x_1 y_1)}{x_2 - x_1} = \frac{y_1 x_2 - y_1 x_1 - y_2 x_1 + y_1 x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y_1 x_2 - y_2 x_1}{x_2 - x_1}. \end{aligned}$$

$$f: y = ax + b = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} x + \frac{y_1 x_2 - y_2 x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y_2 x - y_1 x + y_1 x_2 - y_2 x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y_2(x - x_1) + y_1(-x + x_2)}{x_2 - x_1}.$$

# Základné pojmy

Nájdite rovnicu priamky v rovine, ktorá prechádza bodmi  $B_1 = [x_1; y_1]$ ,  $B_2 = [x_2; y_2]$ , kde  $x_1, x_2, x_3, x_4 \in R$ .

- $x_1 = x_2$ .  $\Rightarrow$  • Hľadaná priamka má tvar  $f: x = x_1, y \in R$  a nereprezentuje funkciu.
- $x_1 \neq x_2$ .  $\Rightarrow$  • Hľadaná priamka je grafom funkcie  $f: y = ax + b, x \in R$ . [Musíme určiť koeficienty  $a, b$ , aby  $B_1, B_2 \in f$ .]



$$\bullet B_1 = [x_1; y_1] \in f. \Rightarrow \bullet y_1 = ax_1 + b.$$

$$\bullet B_2 = [x_2; y_2] \in f. \Rightarrow \bullet y_2 = ax_2 + b.$$

$$y_2 - y_1 = ax_2 + b - ax_1 - b = a(x_2 - x_1).$$

$$\Rightarrow \bullet a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \operatorname{tg} \varphi. \quad [a \text{ je smernica priamky } f.]$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \bullet b &= y_1 - ax_1 = y_1 - \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} x_1 = \frac{y_1(x_2 - x_1) - x_1(y_2 - y_1)}{x_2 - x_1} \\ &= \frac{y_1 x_2 - y_1 x_1 - (x_1 y_2 - x_1 y_1)}{x_2 - x_1} = \frac{y_1 x_2 - y_1 x_1 - y_2 x_1 + y_1 x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y_1 x_2 - y_2 x_1}{x_2 - x_1}. \end{aligned}$$

$$f: y = ax + b = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} x + \frac{y_1 x_2 - y_2 x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y_2 x - y_1 x + y_1 x_2 - y_2 x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y_2(x - x_1) + y_1(-x + x_2)}{x_2 - x_1}.$$

$$\Rightarrow \bullet f: y = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} \cdot y_2 + \frac{x_2 - x}{x_2 - x_1} \cdot y_1, x \in R.$$

# Operácie s funkciami

- Funkcie sú množiny usporiadaných dvojíc  $[x; f(x)]$ ,



# Operácie s funkciami

- Funkcie sú množiny usporiadaných dvojíc  $[x; f(x)]$ ,  
t. j. relácie a operácie s nimi, musíme chápať ako relácie a operácie s množinami.



# Operácie s funkciami

- Funkcie sú množiny usporiadaných dvojíc  $[x; f(x)]$ ,

t. j. relácie a operácie s nimi, musíme chápať ako relácie a operácie s množinami.

Funkcie  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  a  $y = g(x)$ ,  $x \in D(g)$ :

Funkcie  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  a  $y = g(x)$ ,  $x \in D(g)$ , množina  $A \subset D(f) \cap D(g)$ :

# Operácie s funkciami

- Funkcie sú množiny usporiadaných dvojíc  $[x; f(x)]$ ,

t. j. relácie a operácie s nimi, musíme chápať ako relácie a operácie s množinami.

Funkcie  $y=f(x)$ ,  $x \in D(f)$  a  $y=g(x)$ ,  $x \in D(g)$ :

- $f = g$  (funkcie  $f$  a  $g$  sa rovnajú),

- $f \neq g$  (funkcie  $f$  a  $g$  sa nerovnajú),

Funkcie  $y=f(x)$ ,  $x \in D(f)$  a  $y=g(x)$ ,  $x \in D(g)$ , množina  $A \subset D(f) \cap D(g)$ :

- $f = g$ ,  $x \in A$

# Operácie s funkciami

- Funkcie sú množiny usporiadaných dvojíc  $[x; f(x)]$ ,

t. j. relácie a operácie s nimi, musíme chápať ako relácie a operácie s množinami.

Funkcie  $y=f(x)$ ,  $x \in D(f)$  a  $y=g(x)$ ,  $x \in D(g)$ :

[Globálna vlastnosť na definičných oboroch.]

- $f = g$  (funkcie  $f$  a  $g$  sa rovnajú), ak  $D(f) = D(g)$

- $f \neq g$  (funkcie  $f$  a  $g$  sa nerovnajú),

Funkcie  $y=f(x)$ ,  $x \in D(f)$  a  $y=g(x)$ ,  $x \in D(g)$ , množina  $A \subset D(f) \cap D(g)$ :

[Lokálna vlastnosť na  $A$ .]

- $f = g$ ,  $x \in A$  (funkcie  $f$ ,  $g$  sa rovnajú na množine  $A$ ),



# Operácie s funkciami

- Funkcie sú množiny usporiadaných dvojíc  $[x; f(x)]$ ,

t. j. relácie a operácie s nimi, musíme chápať ako relácie a operácie s množinami.

Funkcie  $y=f(x)$ ,  $x \in D(f)$  a  $y=g(x)$ ,  $x \in D(g)$ :

[Globálna vlastnosť na definičných oboroch.]

- $f = g$  (funkcie  $f$  a  $g$  sa rovnajú), ak  $D(f) = D(g)$  a pre všetky  $x \in D(f)$  platí  $f(x) = g(x)$ .
- $f \neq g$  (funkcie  $f$  a  $g$  sa nerovnajú),

Funkcie  $y=f(x)$ ,  $x \in D(f)$  a  $y=g(x)$ ,  $x \in D(g)$ , množina  $A \subset D(f) \cap D(g)$ :

[Lokálna vlastnosť na  $A$ .]

- $f = g$ ,  $x \in A$  (funkcie  $f$ ,  $g$  sa rovnajú na množine  $A$ ),

# Operácie s funkciami

- Funkcie sú množiny usporiadaných dvojíc  $[x; f(x)]$ ,

t. j. relácie a operácie s nimi, musíme chápať ako relácie a operácie s množinami.

Funkcie  $y=f(x)$ ,  $x \in D(f)$  a  $y=g(x)$ ,  $x \in D(g)$ :

[Globálna vlastnosť na definičných oboroch.]

- $f = g$  (funkcie  $f$  a  $g$  sa rovnajú), ak  $D(f) = D(g)$  a pre všetky  $x \in D(f)$  platí  $f(x) = g(x)$ .
- $f \neq g$  (funkcie  $f$  a  $g$  sa nerovnajú), ak neplatí  $f = g$ ,

Funkcie  $y=f(x)$ ,  $x \in D(f)$  a  $y=g(x)$ ,  $x \in D(g)$ , množina  $A \subset D(f) \cap D(g)$ :

[Lokálna vlastnosť na  $A$ .]

- $f = g$ ,  $x \in A$  (funkcie  $f$ ,  $g$  sa rovnajú na množine  $A$ ),

# Operácie s funkciami

- Funkcie sú množiny usporiadaných dvojíc  $[x; f(x)]$ ,

t. j. relácie a operácie s nimi, musíme chápať ako relácie a operácie s množinami.

Funkcie  $y=f(x)$ ,  $x \in D(f)$  a  $y=g(x)$ ,  $x \in D(g)$ :

[Globálna vlastnosť na definičných oboroch.]

- $f = g$  (funkcie  $f$  a  $g$  sa rovnajú), ak  $D(f) = D(g)$  a pre všetky  $x \in D(f)$  platí  $f(x) = g(x)$ .
- $f \neq g$  (funkcie  $f$  a  $g$  sa nerovnajú), ak neplatí  $f = g$ , t. j.  $D(f) \neq D(g)$

Funkcie  $y=f(x)$ ,  $x \in D(f)$  a  $y=g(x)$ ,  $x \in D(g)$ , množina  $A \subset D(f) \cap D(g)$ :

[Lokálna vlastnosť na  $A$ .]

- $f = g$ ,  $x \in A$  (funkcie  $f$ ,  $g$  sa rovnajú na množine  $A$ ),

# Operácie s funkciami

- Funkcie sú množiny usporiadaných dvojíc  $[x; f(x)]$ ,

t. j. relácie a operácie s nimi, musíme chápať ako relácie a operácie s množinami.

Funkcie  $y=f(x)$ ,  $x \in D(f)$  a  $y=g(x)$ ,  $x \in D(g)$ :

[Globálna vlastnosť na definičných oboroch.]

- $f = g$  (funkcie  $f$  a  $g$  sa rovnajú), ak  $D(f) = D(g)$  a pre všetky  $x \in D(f)$  platí  $f(x) = g(x)$ .
- $f \neq g$  (funkcie  $f$  a  $g$  sa nerovnajú), ak neplatí  $f = g$ , t. j.  $D(f) \neq D(g)$  alebo  $f(x) \neq g(x)$  pre nejaké  $x \in R$ .

Funkcie  $y=f(x)$ ,  $x \in D(f)$  a  $y=g(x)$ ,  $x \in D(g)$ , množina  $A \subset D(f) \cap D(g)$ :

[Lokálna vlastnosť na  $A$ .]

- $f = g$ ,  $x \in A$  (funkcie  $f$ ,  $g$  sa rovnajú na množine  $A$ ),

# Operácie s funkciami

- Funkcie sú množiny usporiadaných dvojíc  $[x; f(x)]$ ,

t. j. relácie a operácie s nimi, musíme chápať ako relácie a operácie s množinami.

Funkcie  $y=f(x)$ ,  $x \in D(f)$  a  $y=g(x)$ ,  $x \in D(g)$ :

[Globálna vlastnosť na definičných oboroch.]

- $f = g$  (funkcie  $f$  a  $g$  sa rovnajú), ak  $D(f) = D(g)$  a pre všetky  $x \in D(f)$  platí  $f(x) = g(x)$ .
- $f \neq g$  (funkcie  $f$  a  $g$  sa nerovnajú), ak neplatí  $f = g$ , t. j.  $D(f) \neq D(g)$  alebo  $f(x) \neq g(x)$  pre nejaké  $x \in R$ .  
[Neexistuje  $g(x)$  v nejakom bode  $x \in D(f)$ ,

Funkcie  $y=f(x)$ ,  $x \in D(f)$  a  $y=g(x)$ ,  $x \in D(g)$ , množina  $A \subset D(f) \cap D(g)$ :

[Lokálna vlastnosť na  $A$ .]

- $f = g$ ,  $x \in A$  (funkcie  $f$ ,  $g$  sa rovnajú na množine  $A$ ),

# Operácie s funkciami

- Funkcie sú množiny usporiadaných dvojíc  $[x; f(x)]$ ,

t. j. relácie a operácie s nimi, musíme chápať ako relácie a operácie s množinami.

Funkcie  $y=f(x)$ ,  $x \in D(f)$  a  $y=g(x)$ ,  $x \in D(g)$ :

[Globálna vlastnosť na definičných oboroch.]

- $f = g$  (funkcie  $f$  a  $g$  sa rovnajú), ak  $D(f) = D(g)$  a pre všetky  $x \in D(f)$  platí  $f(x) = g(x)$ .
- $f \neq g$  (funkcie  $f$  a  $g$  sa nerovnajú), ak neplatí  $f = g$ , t. j.  $D(f) \neq D(g)$  alebo  $f(x) \neq g(x)$  pre nejaké  $x \in R$ .  
[Neexistuje  $g(x)$  v nejakom bode  $x \in D(f)$ , neexistuje  $f(x)$  v nejakom bode  $x \in D(g)$ ]

Funkcie  $y=f(x)$ ,  $x \in D(f)$  a  $y=g(x)$ ,  $x \in D(g)$ , množina  $A \subset D(f) \cap D(g)$ :

[Lokálna vlastnosť na  $A$ .]

- $f = g$ ,  $x \in A$  (funkcie  $f$ ,  $g$  sa rovnajú na množine  $A$ ),

# Operácie s funkciami

- Funkcie sú množiny usporiadaných dvojíc  $[x; f(x)]$ ,

t. j. relácie a operácie s nimi, musíme chápať ako relácie a operácie s množinami.

Funkcie  $y=f(x)$ ,  $x \in D(f)$  a  $y=g(x)$ ,  $x \in D(g)$ :

[Globálna vlastnosť na definičných oboroch.]

- $f = g$  (funkcie  $f$  a  $g$  sa rovnajú), ak  $D(f) = D(g)$  a pre všetky  $x \in D(f)$  platí  $f(x) = g(x)$ .
- $f \neq g$  (funkcie  $f$  a  $g$  sa nerovnajú), ak neplatí  $f = g$ , t. j.  $D(f) \neq D(g)$  alebo  $f(x) \neq g(x)$  pre nejaké  $x \in R$ .  
[Neexistuje  $g(x)$  v nejakom bode  $x \in D(f)$ , neexistuje  $f(x)$  v nejakom bode  $x \in D(g)$  alebo  $f(x) \neq g(x)$  pre nejaké  $x \in D(f) \cap D(g)$ .]

Funkcie  $y=f(x)$ ,  $x \in D(f)$  a  $y=g(x)$ ,  $x \in D(g)$ , množina  $A \subset D(f) \cap D(g)$ :

[Lokálna vlastnosť na  $A$ .]

- $f = g$ ,  $x \in A$  (funkcie  $f$ ,  $g$  sa rovnajú na množine  $A$ ),

# Operácie s funkciami

- Funkcie sú množiny usporiadaných dvojíc  $[x; f(x)]$ ,

t. j. relácie a operácie s nimi, musíme chápať ako relácie a operácie s množinami.

Funkcie  $y=f(x)$ ,  $x \in D(f)$  a  $y=g(x)$ ,  $x \in D(g)$ :

[Globálna vlastnosť na definičných oboroch.]

- $f = g$  (funkcie  $f$  a  $g$  sa rovnajú), ak  $D(f) = D(g)$  a pre všetky  $x \in D(f)$  platí  $f(x) = g(x)$ .
- $f \neq g$  (funkcie  $f$  a  $g$  sa nerovnajú), ak neplatí  $f = g$ , t. j.  $D(f) \neq D(g)$  alebo  $f(x) \neq g(x)$  pre nejaké  $x \in R$ .

[Neexistuje  $g(x)$  v nejakom bode  $x \in D(f)$ , neexistuje  $f(x)$  v nejakom bode  $x \in D(g)$  alebo  $f(x) \neq g(x)$  pre nejaké  $x \in D(f) \cap D(g)$ .]

Funkcie  $y=f(x)$ ,  $x \in D(f)$  a  $y=g(x)$ ,  $x \in D(g)$ , množina  $A \subset D(f) \cap D(g)$ :

[Lokálna vlastnosť na  $A$ .]

- $f = g$ ,  $x \in A$  (funkcie  $f$ ,  $g$  sa rovnajú na množine  $A$ ),

ak pre všetky  $x \in A$  platí  $f(x) = g(x)$ ,





# Operácie s funkciami

- Funkcie sú množiny usporiadaných dvojíc  $[x; f(x)]$ ,

t. j. relácie a operácie s nimi, musíme chápať ako relácie a operácie s množinami.

Funkcie  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  a  $y = g(x)$ ,  $x \in D(g)$ :

[Globálna vlastnosť na definičných oboroch.]

- $f = g$  (funkcie  $f$  a  $g$  sa rovnajú), ak  $D(f) = D(g)$  a pre všetky  $x \in D(f)$  platí  $f(x) = g(x)$ .
- $f \neq g$  (funkcie  $f$  a  $g$  sa nerovnajú), ak neplatí  $f = g$ , t. j.  $D(f) \neq D(g)$  alebo  $f(x) \neq g(x)$  pre nejaké  $x \in R$ .

[Neexistuje  $g(x)$  v nejakom bode  $x \in D(f)$ , neexistuje  $f(x)$  v nejakom bode  $x \in D(g)$  alebo  $f(x) \neq g(x)$  pre nejaké  $x \in D(f) \cap D(g)$ .]

Funkcie  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  a  $y = g(x)$ ,  $x \in D(g)$ , množina  $A \subset D(f) \cap D(g)$ :

[Lokálna vlastnosť na  $A$ .]

- $f = g$ ,  $x \in A$  (funkcie  $f$ ,  $g$  sa rovnajú na množine  $A$ ),

resp. •  $f < g$ ,  $x \in A$ ,

ak pre všetky  $x \in A$  platí

resp. •  $f(x) < g(x)$ ,



# Operácie s funkciami

- Funkcie sú množiny usporiadaných dvojíc  $[x; f(x)]$ ,

t. j. relácie a operácie s nimi, musíme chápať ako relácie a operácie s množinami.

Funkcie  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  a  $y = g(x)$ ,  $x \in D(g)$ :

[Globálna vlastnosť na definičných oboroch.]

- $f = g$  (funkcie  $f$  a  $g$  sa rovnajú), ak  $D(f) = D(g)$  a pre všetky  $x \in D(f)$  platí  $f(x) = g(x)$ .
- $f \neq g$  (funkcie  $f$  a  $g$  sa nerovnajú), ak neplatí  $f = g$ , t. j.  $D(f) \neq D(g)$  alebo  $f(x) \neq g(x)$  pre nejaké  $x \in R$ .

[Neexistuje  $g(x)$  v nejakom bode  $x \in D(f)$ , neexistuje  $f(x)$  v nejakom bode  $x \in D(g)$  alebo  $f(x) \neq g(x)$  pre nejaké  $x \in D(f) \cap D(g)$ .]

Funkcie  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  a  $y = g(x)$ ,  $x \in D(g)$ , množina  $A \subset D(f) \cap D(g)$ :

[Lokálna vlastnosť na  $A$ .]

- $f = g$ ,  $x \in A$  (funkcie  $f$ ,  $g$  sa rovnajú na množine  $A$ ),  
 resp. •  $f < g$ ,  $x \in A$ , resp. •  $f \leq g$ ,  $x \in A$ ,

ak pre všetky  $x \in A$  platí

- resp. •  $f(x) < g(x)$ , resp. •  $f(x) \leq g(x)$ ,



# Operácie s funkciami

- Funkcie sú množiny usporiadaných dvojíc  $[x; f(x)]$ ,

t. j. relácie a operácie s nimi, musíme chápať ako relácie a operácie s množinami.

Funkcie  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  a  $y = g(x)$ ,  $x \in D(g)$ :

[Globálna vlastnosť na definičných oboroch.]

- $f = g$  (funkcie  $f$  a  $g$  sa rovnajú), ak  $D(f) = D(g)$  a pre všetky  $x \in D(f)$  platí  $f(x) = g(x)$ .
- $f \neq g$  (funkcie  $f$  a  $g$  sa nerovnajú), ak neplatí  $f = g$ , t. j.  $D(f) \neq D(g)$  alebo  $f(x) \neq g(x)$  pre nejaké  $x \in R$ .

[Neexistuje  $g(x)$  v nejakom bode  $x \in D(f)$ , neexistuje  $f(x)$  v nejakom bode  $x \in D(g)$  alebo  $f(x) \neq g(x)$  pre nejaké  $x \in D(f) \cap D(g)$ .]

Funkcie  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  a  $y = g(x)$ ,  $x \in D(g)$ , množina  $A \subset D(f) \cap D(g)$ :

[Lokálna vlastnosť na  $A$ .]

- $f = g$ ,  $x \in A$  (funkcie  $f$ ,  $g$  sa rovnajú na množine  $A$ ),  
 resp. •  $f < g$ ,  $x \in A$ , resp. •  $f \leq g$ ,  $x \in A$ , resp. •  $f > g$ ,  $x \in A$ ,

ak pre všetky  $x \in A$  platí

- resp. •  $f(x) < g(x)$ , resp. •  $f(x) \leq g(x)$ , resp. •  $f(x) > g(x)$ ,



# Operácie s funkciami

- Funkcie sú množiny usporiadaných dvojíc  $[x; f(x)]$ ,

t. j. relácie a operácie s nimi, musíme chápať ako relácie a operácie s množinami.

Funkcie  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  a  $y = g(x)$ ,  $x \in D(g)$ :

[Globálna vlastnosť na definičných oboroch.]

- $f = g$  (funkcie  $f$  a  $g$  sa rovnajú), ak  $D(f) = D(g)$  a pre všetky  $x \in D(f)$  platí  $f(x) = g(x)$ .
- $f \neq g$  (funkcie  $f$  a  $g$  sa nerovnajú), ak neplatí  $f = g$ , t. j.  $D(f) \neq D(g)$  alebo  $f(x) \neq g(x)$  pre nejaké  $x \in R$ .

[Neexistuje  $g(x)$  v nejakom bode  $x \in D(f)$ , neexistuje  $f(x)$  v nejakom bode  $x \in D(g)$  alebo  $f(x) \neq g(x)$  pre nejaké  $x \in D(f) \cap D(g)$ .]

Funkcie  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  a  $y = g(x)$ ,  $x \in D(g)$ , množina  $A \subset D(f) \cap D(g)$ :

[Lokálna vlastnosť na  $A$ .]

- $f = g$ ,  $x \in A$  (funkcie  $f$ ,  $g$  sa rovnajú na množine  $A$ ),  
 resp. •  $f < g$ ,  $x \in A$ , resp. •  $f \leq g$ ,  $x \in A$ , resp. •  $f > g$ ,  $x \in A$ , resp. •  $f \geq g$ ,  $x \in A$ ,

ak pre všetky  $x \in A$  platí

- resp. •  $f(x) < g(x)$ , resp. •  $f(x) \leq g(x)$ , resp. •  $f(x) > g(x)$ , resp. •  $f(x) \geq g(x)$ .



# Operácie s funkciami

- Funkcie sú množiny usporiadaných dvojíc  $[x; f(x)]$ ,

t. j. relácie a operácie s nimi, musíme chápať ako relácie a operácie s množinami.

Funkcie  $y=f(x)$ ,  $x \in D(f)$  a  $y=g(x)$ ,  $x \in D(g)$ :

[Globálna vlastnosť na definičných oboroch.]

- $f = g$  (funkcie  $f$  a  $g$  sa rovnajú), ak  $D(f) = D(g)$  a pre všetky  $x \in D(f)$  platí  $f(x) = g(x)$ .
- $f \neq g$  (funkcie  $f$  a  $g$  sa nerovnajú), ak neplatí  $f = g$ , t. j.  $D(f) \neq D(g)$  alebo  $f(x) \neq g(x)$  pre nejaké  $x \in R$ .

[Neexistuje  $g(x)$  v nejakom bode  $x \in D(f)$ , neexistuje  $f(x)$  v nejakom bode  $x \in D(g)$  alebo  $f(x) \neq g(x)$  pre nejaké  $x \in D(f) \cap D(g)$ .]

Funkcie  $y=f(x)$ ,  $x \in D(f)$  a  $y=g(x)$ ,  $x \in D(g)$ , množina  $A \subset D(f) \cap D(g)$ :

[Lokálna vlastnosť na  $A$ .]

- $f = g$ ,  $x \in A$  (funkcie  $f$ ,  $g$  sa rovnajú na množine  $A$ ),  
 resp. •  $f < g$ ,  $x \in A$ , resp. •  $f \leq g$ ,  $x \in A$ , resp. •  $f > g$ ,  $x \in A$ , resp. •  $f \geq g$ ,  $x \in A$ ,

ak pre všetky  $x \in A$  platí  $f(x) = g(x)$ ,

- resp. •  $f(x) < g(x)$ , resp. •  $f(x) \leq g(x)$ , resp. •  $f(x) > g(x)$ , resp. •  $f(x) \geq g(x)$ .



# Operácie s funkciami

- Funkcie sú množiny usporiadaných dvojíc  $[x; f(x)]$ ,

t. j. relácie a operácie s nimi, musíme chápať ako relácie a operácie s množinami.

Funkcie  $y=f(x)$ ,  $x \in D(f)$  a  $y=g(x)$ ,  $x \in D(g)$ :

[Globálna vlastnosť na definičných oboroch.]

- $f = g$  (funkcie  $f$  a  $g$  sa rovnajú), ak  $D(f) = D(g)$  a pre všetky  $x \in D(f)$  platí  $f(x) = g(x)$ .
- $f \neq g$  (funkcie  $f$  a  $g$  sa nerovnajú), ak neplatí  $f = g$ , t. j.  $D(f) \neq D(g)$  alebo  $f(x) \neq g(x)$  pre nejaké  $x \in R$ .

[Neexistuje  $g(x)$  v nejakom bode  $x \in D(f)$ , neexistuje  $f(x)$  v nejakom bode  $x \in D(g)$  alebo  $f(x) \neq g(x)$  pre nejaké  $x \in D(f) \cap D(g)$ .]

Funkcie  $y=f(x)$ ,  $x \in D(f)$  a  $y=g(x)$ ,  $x \in D(g)$ , množina  $A \subset D(f) \cap D(g)$ :

[Lokálna vlastnosť na  $A$ .]

- $f = g$ ,  $x \in A$  (funkcie  $f$ ,  $g$  sa rovnajú na množine  $A$ ),  
 resp. •  $f < g$ ,  $x \in A$ , resp. •  $f \leq g$ ,  $x \in A$ , resp. •  $f > g$ ,  $x \in A$ , resp. •  $f \geq g$ ,  $x \in A$ ,  
 ak pre všetky  $x \in A$  platí  $f(x) = g(x)$ ,  
 resp. •  $f(x) < g(x)$ , resp. •  $f(x) \leq g(x)$ , resp. •  $f(x) > g(x)$ , resp. •  $f(x) \geq g(x)$ .

- Funkcie vo všeobecnosti nemôžeme porovnávať.

# Operácie s funkciami

- Funkcie sú množiny usporiadaných dvojíc  $[x; f(x)]$ ,

t. j. relácie a operácie s nimi, musíme chápať ako relácie a operácie s množinami.

Funkcie  $y=f(x)$ ,  $x \in D(f)$  a  $y=g(x)$ ,  $x \in D(g)$ :

[Globálna vlastnosť na definičných oboroch.]

- $f = g$  (funkcie  $f$  a  $g$  sa rovnajú), ak  $D(f) = D(g)$  a pre všetky  $x \in D(f)$  platí  $f(x) = g(x)$ .
- $f \neq g$  (funkcie  $f$  a  $g$  sa nerovnajú), ak neplatí  $f = g$ , t. j.  $D(f) \neq D(g)$  alebo  $f(x) \neq g(x)$  pre nejaké  $x \in R$ .  
[Neexistuje  $g(x)$  v nejakom bode  $x \in D(f)$ , neexistuje  $f(x)$  v nejakom bode  $x \in D(g)$  alebo  $f(x) \neq g(x)$  pre nejaké  $x \in D(f) \cap D(g)$ .]

Funkcie  $y=f(x)$ ,  $x \in D(f)$  a  $y=g(x)$ ,  $x \in D(g)$ , množina  $A \subset D(f) \cap D(g)$ :

[Lokálna vlastnosť na  $A$ .]

- $f = g$ ,  $x \in A$  (funkcie  $f$ ,  $g$  sa rovnajú na množine  $A$ ),  
resp. •  $f < g$ ,  $x \in A$ , resp. •  $f \leq g$ ,  $x \in A$ , resp. •  $f > g$ ,  $x \in A$ , resp. •  $f \geq g$ ,  $x \in A$ ,  
ak pre všetky  $x \in A$  platí  $f(x) = g(x)$ ,  
resp. •  $f(x) < g(x)$ , resp. •  $f(x) \leq g(x)$ , resp. •  $f(x) > g(x)$ , resp. •  $f(x) \geq g(x)$ .

- Funkcie vo všeobecnosti nemôžeme porovnávať.
- Môžeme určiť množiny, na ktorých platí  $f < g$ ,  $f = g$ ,  $f > g$ , resp.  $f \leq g$ ,  $f \geq g$ .

# Operácie s funkciami

- Funkcie **môžeme** sčítavať, odčítavať, násobiť, deliť, umocňovať. . .



# Operácie s funkciami

- Funkcie **môžeme** sčítavať, odčítavať, násobiť, deliť, umocňovať. . .

Funkcie  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  a  $y = g(x)$ ,  $x \in D(g)$ , číslo  $n \in \mathbb{N}$ .

# Operácie s funkciami

- Funkcie **môžeme** sčítavať, odčítavať, násobiť, deliť, umocňovať. . .

Funkcie  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  a  $y = g(x)$ ,  $x \in D(g)$ , číslo  $n \in \mathbb{N}$ .

Pre  $x \in D(f) \cap D(g)$  definujeme:

# Operácie s funkciami

- Funkcie **môžeme** sčítavať, odčítavať, násobiť, deliť, umocňovať. . .

Funkcie  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  a  $y = g(x)$ ,  $x \in D(g)$ , číslo  $n \in \mathbb{N}$ .

Pre  $x \in D(f) \cap D(g)$  definujeme:

- $(f \pm g)(x) = f(x) \pm g(x)$ .

# Operácie s funkciami

- Funkcie **môžeme** sčítavať, odčítavať, násobiť, deliť, umocňovať...

Funkcie  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  a  $y = g(x)$ ,  $x \in D(g)$ , číslo  $n \in \mathbb{N}$ .

Pre  $x \in D(f) \cap D(g)$  definujeme:

- $(f \pm g)(x) = f(x) \pm g(x)$ .
- $(fg)(x) = f(x) \cdot g(x)$ .

# Operácie s funkciami

- Funkcie **môžeme** sčítavať, odčítavať, násobiť, deliť, umocňovať...

Funkcie  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  a  $y = g(x)$ ,  $x \in D(g)$ , číslo  $n \in \mathbb{N}$ .

Pre  $x \in D(f) \cap D(g)$  definujeme:

- $(f \pm g)(x) = f(x) \pm g(x)$ .
- $(fg)(x) = f(x) \cdot g(x)$ .
- $\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$  pre  $g(x) \neq 0$ .

# Operácie s funkciami

- Funkcie **môžeme** sčítavať, odčítavať, násobiť, deliť, umocňovať...

Funkcie  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  a  $y = g(x)$ ,  $x \in D(g)$ , číslo  $n \in \mathbb{N}$ .

Pre  $x \in D(f) \cap D(g)$  definujeme:

$$\bullet (f \pm g)(x) = f(x) \pm g(x). \quad \bullet (fg)(x) = f(x) \cdot g(x). \quad \bullet \left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)} \text{ pre } g(x) \neq 0.$$

Pre  $x \in D(f)$  definujeme:

# Operácie s funkciami

- Funkcie **môžeme** sčítavať, odčítavať, násobiť, deliť, umocňovať...

Funkcie  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  a  $y = g(x)$ ,  $x \in D(g)$ , číslo  $n \in \mathbb{N}$ .

Pre  $x \in D(f) \cap D(g)$  definujeme:

- $(f \pm g)(x) = f(x) \pm g(x)$ .
- $(fg)(x) = f(x) \cdot g(x)$ .
- $\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$  pre  $g(x) \neq 0$ .

Pre  $x \in D(f)$  definujeme:

- $|f|(x) = |f(x)|$ .

# Operácie s funkciami

- Funkcie **môžeme** sčítavať, odčítavať, násobiť, deliť, umocňovať...

Funkcie  $y=f(x)$ ,  $x \in D(f)$  a  $y=g(x)$ ,  $x \in D(g)$ , číslo  $n \in \mathbb{N}$ .

Pre  $x \in D(f) \cap D(g)$  definujeme:

- $(f \pm g)(x) = f(x) \pm g(x)$ .
- $(fg)(x) = f(x) \cdot g(x)$ .
- $\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$  pre  $g(x) \neq 0$ .

Pre  $x \in D(f)$  definujeme:

- $|f|(x) = |f(x)|$ .
- $f^n(x) = [f(x)]^n$ .



# Operácie s funkciami

- Funkcie **môžeme** sčítavať, odčítavať, násobiť, deliť, umocňovať. . .

Funkcie  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  a  $y = g(x)$ ,  $x \in D(g)$ , číslo  $n \in \mathbb{N}$ .

Pre  $x \in D(f) \cap D(g)$  definujeme:

- $(f \pm g)(x) = f(x) \pm g(x)$ .
- $(fg)(x) = f(x) \cdot g(x)$ .
- $\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$  pre  $g(x) \neq 0$ .

Pre  $x \in D(f)$  definujeme:

- $|f|(x) = |f(x)|$ .
- $f^n(x) = [f(x)]^n$ .

Funkcia  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$ , množina  $A \subset D(f)$ .

# Operácie s funkciami

- Funkcie **môžeme** sčítavať, odčítavať, násobiť, deliť, umocňovať...

Funkcie  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  a  $y = g(x)$ ,  $x \in D(g)$ , číslo  $n \in \mathbb{N}$ .

Pre  $x \in D(f) \cap D(g)$  definujeme:

$$\bullet (f \pm g)(x) = f(x) \pm g(x). \quad \bullet (fg)(x) = f(x) \cdot g(x). \quad \bullet \left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)} \text{ pre } g(x) \neq 0.$$

Pre  $x \in D(f)$  definujeme:

$$\bullet |f|(x) = |f(x)|. \quad \bullet f^n(x) = [f(x)]^n.$$

Funkcia  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$ , množina  $A \subset D(f)$ .

Funkcia  $y = h(x)$ ,  $x \in A$  sa nazýva **zúženie (reštrikcia)** funkcie  $f$  na množinu  $A$ ,

# Operácie s funkciami

- Funkcie **môžeme** sčítavať, odčítavať, násobiť, deliť, umocňovať...

Funkcie  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  a  $y = g(x)$ ,  $x \in D(g)$ , číslo  $n \in \mathbb{N}$ .

Pre  $x \in D(f) \cap D(g)$  definujeme:

- $(f \pm g)(x) = f(x) \pm g(x)$ .
- $(fg)(x) = f(x) \cdot g(x)$ .
- $\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$  pre  $g(x) \neq 0$ .

Pre  $x \in D(f)$  definujeme:

- $|f|(x) = |f(x)|$ .
- $f^n(x) = [f(x)]^n$ .

Funkcia  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$ , množina  $A \subset D(f)$ .

Funkcia  $y = h(x)$ ,  $x \in A$  sa nazýva **zúženie (reštrikcia)** funkcie  $f$  na množinu  $A$ , označenie  $h = f|_A$ ,

# Operácie s funkciami

- Funkcie **môžeme** sčítavať, odčítavať, násobiť, deliť, umocňovať...

Funkcie  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  a  $y = g(x)$ ,  $x \in D(g)$ , číslo  $n \in \mathbb{N}$ .

Pre  $x \in D(f) \cap D(g)$  definujeme:

- $(f \pm g)(x) = f(x) \pm g(x)$ .
- $(fg)(x) = f(x) \cdot g(x)$ .
- $\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$  pre  $g(x) \neq 0$ .

Pre  $x \in D(f)$  definujeme:

- $|f|(x) = |f(x)|$ .
- $f^n(x) = [f(x)]^n$ .

Funkcia  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$ , množina  $A \subset D(f)$ .

Funkcia  $y = h(x)$ ,  $x \in A$  sa nazýva **zúženie (reštrikcia)** funkcie  $f$  na množinu  $A$ , označenie  $h = f|_A$ ,

ak pre všetky  $x \in A$  platí  $h(x) = f(x)$ .

# Operácie s funkciami

- Funkcie **môžeme** sčítavať, odčítavať, násobiť, deliť, umocňovať...

Funkcie  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  a  $y = g(x)$ ,  $x \in D(g)$ , číslo  $n \in \mathbb{N}$ .

Pre  $x \in D(f) \cap D(g)$  definujeme:

- $(f \pm g)(x) = f(x) \pm g(x)$ .
- $(fg)(x) = f(x) \cdot g(x)$ .
- $\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$  pre  $g(x) \neq 0$ .

Pre  $x \in D(f)$  definujeme:

- $|f|(x) = |f(x)|$ .
- $f^n(x) = [f(x)]^n$ .

Funkcia  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$ , množina  $A \subset D(f)$ .

Funkcia  $y = h(x)$ ,  $x \in A$  sa nazýva **zúženie (reštrikcia)** funkcie  $f$  na množinu  $A$ , označenie  $h = f|_A$ ,

ak pre všetky  $x \in A$  platí  $h(x) = f(x)$ .

[Graf funkcie  $h$  je časťou grafu funkcie  $f$ .]

# Operácie s funkciami

- Funkcie **môžeme** sčítavať, odčítavať, násobiť, deliť, umocňovať...

Funkcie  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  a  $y = g(x)$ ,  $x \in D(g)$ , číslo  $n \in \mathbb{N}$ .

Pre  $x \in D(f) \cap D(g)$  definujeme:

- $(f \pm g)(x) = f(x) \pm g(x)$ .
- $(fg)(x) = f(x) \cdot g(x)$ .
- $\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$  pre  $g(x) \neq 0$ .

Pre  $x \in D(f)$  definujeme:

- $|f|(x) = |f(x)|$ .
- $f^n(x) = [f(x)]^n$ .

Funkcia  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$ , množina  $A \subset D(f)$ .

Funkcia  $y = h(x)$ ,  $x \in A$  sa nazýva **zúženie (reštrikcia)** funkcie  $f$  na množinu  $A$ , označenie  $h = f|_A$ ,

ak pre všetky  $x \in A$  platí  $h(x) = f(x)$ .

[Graf funkcie  $h$  je časťou grafu funkcie  $f$ .]

- Dirichletova funkcia  $\chi(x) = \begin{cases} 1 & \text{pre } x \in \mathbb{Q}, \\ 0 & \text{pre } x \in \mathbb{I}. \end{cases}$
- $f: y = x^2$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .
- $g: y = x^2$ ,  $x \in \langle 0; 2 \rangle$ .
- $f: y = 0$ ,  $x \in \langle 0; 1 \rangle$ .
- $g: y = \lfloor x \rfloor$ .

# Operácie s funkciami

- Funkcie **môžeme** sčítavať, odčítavať, násobiť, deliť, umocňovať...

Funkcie  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  a  $y = g(x)$ ,  $x \in D(g)$ , číslo  $n \in \mathbb{N}$ .

Pre  $x \in D(f) \cap D(g)$  definujeme:

- $(f \pm g)(x) = f(x) \pm g(x)$ .
- $(fg)(x) = f(x) \cdot g(x)$ .
- $\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$  pre  $g(x) \neq 0$ .

Pre  $x \in D(f)$  definujeme:

- $|f|(x) = |f(x)|$ .
- $f^n(x) = [f(x)]^n$ .

Funkcia  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$ , množina  $A \subset D(f)$ .

Funkcia  $y = h(x)$ ,  $x \in A$  sa nazýva **zúženie (reštrikcia)** funkcie  $f$  na množinu  $A$ , označenie  $h = f|_A$ ,

ak pre všetky  $x \in A$  platí  $h(x) = f(x)$ .

[Graf funkcie  $h$  je časťou grafu funkcie  $f$ .]

- Dirichletova funkcia  $\chi(x) = \begin{cases} 1 & \text{pre } x \in \mathbb{Q}, \\ 0 & \text{pre } x \in \mathbb{I}. \end{cases} \Rightarrow \bullet \chi|_{\mathbb{Q}}: y = 1, x \in \mathbb{Q}$ .

- $f: y = x^2, x \in \mathbb{R}$ .
- $g: y = x^2, x \in \langle 0; 2 \rangle$ .  $\Rightarrow \bullet$

- $f: y = 0, x \in \langle 0; 1 \rangle$ .
- $g: y = \lfloor x \rfloor$ .  $\Rightarrow \bullet$

# Operácie s funkciami

- Funkcie **môžeme** sčítavať, odčítavať, násobiť, deliť, umocňovať...

Funkcie  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  a  $y = g(x)$ ,  $x \in D(g)$ , číslo  $n \in \mathbb{N}$ .

Pre  $x \in D(f) \cap D(g)$  definujeme:

- $(f \pm g)(x) = f(x) \pm g(x)$ .
- $(fg)(x) = f(x) \cdot g(x)$ .
- $\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$  pre  $g(x) \neq 0$ .

Pre  $x \in D(f)$  definujeme:

- $|f|(x) = |f(x)|$ .
- $f^n(x) = [f(x)]^n$ .

Funkcia  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$ , množina  $A \subset D(f)$ .

Funkcia  $y = h(x)$ ,  $x \in A$  sa nazýva **zúženie (reštrikcia)** funkcie  $f$  na množinu  $A$ , označenie  $h = f|_A$ ,

ak pre všetky  $x \in A$  platí  $h(x) = f(x)$ .

[Graf funkcie  $h$  je časťou grafu funkcie  $f$ .]

- Dirichletova funkcia  $\chi(x) = \begin{cases} 1 & \text{pre } x \in \mathbb{Q}, \\ 0 & \text{pre } x \in \mathbb{I}. \end{cases} \Rightarrow$ 
  - $\chi|_{\mathbb{Q}}: y = 1, x \in \mathbb{Q}$ .
  - $\chi|_{\mathbb{I}}: y = 0, x \in \mathbb{I}$ .
- $f: y = x^2, x \in \mathbb{R}$ .
- $g: y = x^2, x \in \langle 0; 2 \rangle$ .  $\Rightarrow$  •  $g = f|_{\langle 0; 2 \rangle}$ .
- $f: y = 0, x \in \langle 0; 1 \rangle$ .
- $g: y = \lfloor x \rfloor$ .  $\Rightarrow$  •  $f = g|_{\langle 0; 1 \rangle}$ .



# Operácie s funkciami

Funkcia  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$ .



# Operácie s funkciami

Funkcia  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$ .

Bod  $c \in D(f)$  sa nazýva **nulový bod (koreň)** funkcie  $f$ ,



# Operácie s funkciami

Funkcia  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$ .

Bod  $c \in D(f)$  sa nazýva **nulový bod (koreň)** funkcie  $f$ , ak platí  $f(c) = 0$ .



# Operácie s funkciami

Funkcia  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$ .

Bod  $c \in D(f)$  sa nazýva **nulový bod (koreň)** funkcie  $f$ , ak platí  $f(c) = 0$ .

- Korene funkcie  $f$  nájdeme riešením rovnice  $f(x) = 0$ ,  $x \in D(f)$ .



# Operácie s funkciami

Funkcia  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$ .

Bod  $c \in D(f)$  sa nazýva **nulový bod (koreň)** funkcie  $f$ , ak platí  $f(c) = 0$ .

- Korene funkcie  $f$  nájdeme riešením rovnice  $f(x) = 0$ ,  $x \in D(f)$ .

[V praxi väčšinou korene rovnice hľadáme pomocou približných numerických metód.]



# Operácie s funkciami

Funkcia  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$ .

Bod  $c \in D(f)$  sa nazýva **nulový bod (koreň)** funkcie  $f$ , ak platí  $f(c) = 0$ .

- Korene funkcie  $f$  nájdeme riešením rovnice  $f(x) = 0$ ,  $x \in D(f)$ .

[V praxi väčšinou korene rovnice hľadáme pomocou približných numerických metód.]

Funkcie  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  a  $y = g(x)$ ,  $x \in D(g)$ , pričom platí  $H(f) \subset D(g)$ .

# Operácie s funkciami

Funkcia  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$ .

Bod  $c \in D(f)$  sa nazýva **nulový bod (koreň)** funkcie  $f$ , ak platí  $f(c) = 0$ .

- Korene funkcie  $f$  nájdeme riešením rovnice  $f(x) = 0$ ,  $x \in D(f)$ .

[V praxi väčšinou korene rovnice hľadáme pomocou približných numerických metód.]

Funkcie  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  a  $y = g(x)$ ,  $x \in D(g)$ , pričom platí  $H(f) \subset D(g)$ .

Zloženou funkciou  $f$  a  $g$  nazývame funkciu  $y = F(x) = g[f(x)]$ ,  $x \in D(f)$ ,

# Operácie s funkciami

Funkcia  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$ .

Bod  $c \in D(f)$  sa nazýva **nulový bod (koreň)** funkcie  $f$ , ak platí  $f(c) = 0$ .

- Korene funkcie  $f$  nájdeme riešením rovnice  $f(x) = 0$ ,  $x \in D(f)$ .

[V praxi väčšinou korene rovnice hľadáme pomocou približných numerických metód.]

Funkcie  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  a  $y = g(x)$ ,  $x \in D(g)$ , pričom platí  $H(f) \subset D(g)$ .

Zloženou funkciou  $f$  a  $g$  nazývame funkciu  $y = F(x) = g[f(x)]$ ,  $x \in D(f)$ ,

označenie  $F = g(f)$ , resp.  $F = f \circ g$ .



# Operácie s funkciami

Funkcia  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$ .

Bod  $c \in D(f)$  sa nazýva **nulový bod (koreň)** funkcie  $f$ , ak platí  $f(c) = 0$ .

- Korene funkcie  $f$  nájdeme riešením rovnice  $f(x) = 0$ ,  $x \in D(f)$ .

[V praxi väčšinou korene rovnice hľadáme pomocou približných numerických metód.]

Funkcie  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  a  $y = g(x)$ ,  $x \in D(g)$ , pričom platí  $H(f) \subset D(g)$ .

Zloženou funkciou  $f$  a  $g$  nazývame funkciu  $y = F(x) = g[f(x)]$ ,  $x \in D(f)$ ,

označenie  $F = g(f)$ , resp.  $F = f \circ g$ .

- Funkcia  $f$  sa nazýva **vnútorná zložka**,



# Operácie s funkciami

Funkcia  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$ .

Bod  $c \in D(f)$  sa nazýva **nulový bod (koreň)** funkcie  $f$ , ak platí  $f(c) = 0$ .

- Korene funkcie  $f$  nájdeme riešením rovnice  $f(x) = 0$ ,  $x \in D(f)$ .

[V praxi väčšinou korene rovnice hľadáme pomocou približných numerických metód.]

Funkcie  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  a  $y = g(x)$ ,  $x \in D(g)$ , pričom platí  $H(f) \subset D(g)$ .

Zloženou funkciou  $f$  a  $g$  nazývame funkciu  $y = F(x) = g[f(x)]$ ,  $x \in D(f)$ ,

označenie  $F = g(f)$ , resp.  $F = f \circ g$ .

- Funkcia  $f$  sa nazýva **vnútorná zložka**,

- Funkcia  $g$  sa nazýva **vonkajšia zložka**.

# Operácie s funkciami

Funkcia  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$ .

Bod  $c \in D(f)$  sa nazýva **nulový bod (koreň)** funkcie  $f$ , ak platí  $f(c) = 0$ .

- Korene funkcie  $f$  nájdeme riešením rovnice  $f(x) = 0$ ,  $x \in D(f)$ .

[V praxi väčšinou korene rovnice hľadáme pomocou približných numerických metód.]

Funkcie  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  a  $y = g(x)$ ,  $x \in D(g)$ , pričom platí  $H(f) \subset D(g)$ .

Zloženou funkciou  $f$  a  $g$  nazývame funkciu  $y = F(x) = g[f(x)]$ ,  $x \in D(f)$ ,

označenie  $F = g(f)$ , resp.  $F = f \circ g$ .

- Funkcia  $f$  sa nazýva **vnútorná zložka**,

- Funkcia  $g$  sa nazýva **vonkajšia zložka**.

- Ak sú funkcie  $f$ ,  $g$  zadané analyticky  $u = f(x)$ ,  $y = g(x)$ ,  $H(f) \subset D(g)$ ,



# Operácie s funkciami

Funkcia  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$ .

Bod  $c \in D(f)$  sa nazýva **nulový bod (koreň)** funkcie  $f$ , ak platí  $f(c) = 0$ .

- Korene funkcie  $f$  nájdeme riešením rovnice  $f(x) = 0$ ,  $x \in D(f)$ .

[V praxi väčšinou korene rovnice hľadáme pomocou približných numerických metód.]

Funkcie  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  a  $y = g(x)$ ,  $x \in D(g)$ , pričom platí  $H(f) \subset D(g)$ .

Zloženou funkciou  $f$  a  $g$  nazývame funkciu  $y = F(x) = g[f(x)]$ ,  $x \in D(f)$ ,

označenie  $F = g \circ f$ , resp.  $F = f \circ g$ .

- Funkcia  $f$  sa nazýva **vnútorná zložka**,

- Funkcia  $g$  sa nazýva **vonkajšia zložka**.

- Ak sú funkcie  $f$ ,  $g$  zadané analyticky  $u = f(x)$ ,  $y = g(x)$ ,  $H(f) \subset D(g)$ ,

potom vzorec pre zloženú funkciu  $g(f)$  dostaneme, ak výraz  $f(x)$  dosadíme za  $u$  do vzorca  $g(u)$ .

# Operácie s funkciami

Funkcia  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$ .

Bod  $c \in D(f)$  sa nazýva **nulový bod (koreň)** funkcie  $f$ , ak platí  $f(c) = 0$ .

- Korene funkcie  $f$  nájdeme riešením rovnice  $f(x) = 0$ ,  $x \in D(f)$ .

[V praxi väčšinou korene rovnice hľadáme pomocou približných numerických metód.]

Funkcie  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  a  $y = g(x)$ ,  $x \in D(g)$ , pričom platí  $H(f) \subset D(g)$ .

Zloženou funkciou  $f$  a  $g$  nazývame funkciu  $y = F(x) = g[f(x)]$ ,  $x \in D(f)$ ,

označenie  $F = g(f)$ , resp.  $F = f \circ g$ .

- Funkcia  $f$  sa nazýva **vnútorná zložka**,

- Funkcia  $g$  sa nazýva **vonkajšia zložka**.

- Ak sú funkcie  $f$ ,  $g$  zadané analyticky  $u = f(x)$ ,  $y = g(x)$ ,  $H(f) \subset D(g)$ ,

potom vzorec pre zloženú funkciu  $g(f)$  dostaneme, ak výraz  $f(x)$  dosadíme za  $u$  do vzorca  $g(u)$ .

[Substitúcia premennej  $u$  výrazom  $f(x)$ .]

# Operácie s funkciami

Funkcia  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$ .

Bod  $c \in D(f)$  sa nazýva **nulový bod (koreň)** funkcie  $f$ , ak platí  $f(c) = 0$ .

- Korene funkcie  $f$  nájdeme riešením rovnice  $f(x) = 0$ ,  $x \in D(f)$ .

[V praxi väčšinou korene rovnice hľadáme pomocou približných numerických metód.]

Funkcie  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  a  $y = g(x)$ ,  $x \in D(g)$ , pričom platí  $H(f) \subset D(g)$ .

Zloženou funkciou  $f$  a  $g$  nazývame funkciu  $y = F(x) = g[f(x)]$ ,  $x \in D(f)$ ,

označenie  $F = g(f)$ , resp.  $F = f \circ g$ .

- Funkcia  $f$  sa nazýva **vnútorná zložka**,

- Funkcia  $g$  sa nazýva **vonkajšia zložka**.

- Ak sú funkcie  $f$ ,  $g$  zadané analyticky  $u = f(x)$ ,  $y = g(x)$ ,  $H(f) \subset D(g)$ ,

potom vzorec pre zloženú funkciu  $g(f)$  dostaneme, ak výraz  $f(x)$  dosadíme za  $u$  do vzorca  $g(u)$ .

[Substitúcia premennej  $u$  výrazom  $f(x)$ .]

- Rozklad (zloženej) funkcie na zložky (vnútornú a vonkajšiu) nebýva jednoznačný,

# Operácie s funkciami

Funkcia  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$ .

Bod  $c \in D(f)$  sa nazýva **nulový bod (koreň)** funkcie  $f$ , ak platí  $f(c) = 0$ .

- Korene funkcie  $f$  nájdeme riešením rovnice  $f(x) = 0$ ,  $x \in D(f)$ .

[V praxi väčšinou korene rovnice hľadáme pomocou približných numerických metód.]

Funkcie  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  a  $y = g(x)$ ,  $x \in D(g)$ , pričom platí  $H(f) \subset D(g)$ .

Zloženou funkciou  $f$  a  $g$  nazývame funkciu  $y = F(x) = g[f(x)]$ ,  $x \in D(f)$ ,

označenie  $F = g \circ f$ , resp.  $F = f \circ g$ .

- Funkcia  $f$  sa nazýva **vnútorná zložka**,

- Funkcia  $g$  sa nazýva **vonkajšia zložka**.

- Ak sú funkcie  $f$ ,  $g$  zadané analyticky  $u = f(x)$ ,  $y = g(x)$ ,  $H(f) \subset D(g)$ ,

potom vzorec pre zloženú funkciu  $g \circ f$  dostaneme, ak výraz  $f(x)$  dosadíme za  $u$  do vzorca  $g(u)$ .

[Substitúcia premennej  $u$  výrazom  $f(x)$ .]

- Rozklad (zloženej) funkcie na zložky (vnútornú a vonkajšiu) nebýva jednoznačný,

[Rozklad na zložky musíme prispôsobiť našim možnostiam a daným požiadavkám.]

# Operácie s funkciami

Funkcie  $f: y = \sin x: \mathbb{R} \rightarrow \langle -1; 1 \rangle$  a  $g: y = \sqrt{x+1}: \langle -1; \infty \rangle \rightarrow \langle 0; \infty \rangle$ .



# Operácie s funkciami

Funkcie  $f: y = \sin x: \mathbb{R} \rightarrow \langle -1; 1 \rangle$  a  $g: y = \sqrt{x+1}: \langle -1; \infty \rangle \rightarrow \langle 0; \infty \rangle$ .

Určte zložené funkcie  $f(g)$ ,  $g(f)$ ,  $f(f)$ ,  $g(g)$ .

# Operácie s funkciami

Funkcie  $f: y = \sin x: R \rightarrow \langle -1; 1 \rangle$  a  $g: y = \sqrt{x+1}: \langle -1; \infty \rangle \rightarrow \langle 0; \infty \rangle$ .

Určte zložené funkcie  $f(g)$ ,  $g(f)$ ,  $f(f)$ ,  $g(g)$ .

•  $f(g)$ :

•  $g(f)$ :

•  $f(f)$ :

•  $g(g)$ :

# Operácie s funkciami

Funkcie  $f: y = \sin x: R \rightarrow \langle -1; 1 \rangle$  a  $g: y = \sqrt{x+1}: \langle -1; \infty \rangle \rightarrow \langle 0; \infty \rangle$ .

Určte zložené funkcie  $f(g)$ ,  $g(f)$ ,  $f(f)$ ,  $g(g)$ .

- $f(g): y = f[g(x)]$

- $g(f): y = g[f(x)]$

- $f(f): y = f[f(x)]$

- $g(g): y = g[g(x)]$

# Operácie s funkciami

Funkcie  $f: y = \sin x: R \rightarrow \langle -1; 1 \rangle$  a  $g: y = \sqrt{x+1}: \langle -1; \infty \rangle \rightarrow \langle 0; \infty \rangle$ .

Určte zložené funkcie  $f(g)$ ,  $g(f)$ ,  $f(f)$ ,  $g(g)$ .

$$\bullet f(g): y = f[g(x)] = \begin{cases} f(\sqrt{x+1}) = \sin \sqrt{x+1} \end{cases}$$

$$\bullet g(f): y = g[f(x)] = \begin{cases} g(\sin x) = \sqrt{\sin x + 1} \end{cases}$$

$$\bullet f(f): y = f[f(x)] = \begin{cases} f(\sin x) = \sin(\sin x) \end{cases}$$

$$\bullet g(g): y = g[g(x)] = \begin{cases} g(\sqrt{x+1}) = \sqrt{\sqrt{x+1} + 1} \end{cases}$$

# Operácie s funkciami

Funkcie  $f: y = \sin x: R \rightarrow \langle -1; 1 \rangle$  a  $g: y = \sqrt{x+1}: \langle -1; \infty \rangle \rightarrow \langle 0; \infty \rangle$ .

Určte zložené funkcie  $f(g)$ ,  $g(f)$ ,  $f(f)$ ,  $g(g)$ .

$$\bullet f(g): y = f[g(x)] = \begin{cases} \sin(g(x)) & = \sin \sqrt{x+1} \end{cases}$$

$$\bullet g(f): y = g[f(x)] = \begin{cases} \sqrt{f(x)+1} & = \sqrt{\sin x + 1} \end{cases}$$

$$\bullet f(f): y = f[f(x)] = \begin{cases} \sin(f(x)) & = \sin(\sin x) \end{cases}$$

$$\bullet g(g): y = g[g(x)] = \begin{cases} \sqrt{g(x)+1} & = \sqrt{\sqrt{x+1} + 1} \end{cases}$$

# Operácie s funkciami

Funkcie  $f: y = \sin x: R \rightarrow \langle -1; 1 \rangle$  a  $g: y = \sqrt{x+1}: \langle -1; \infty \rangle \rightarrow \langle 0; \infty \rangle$ .

Určte zložené funkcie  $f(g)$ ,  $g(f)$ ,  $f(f)$ ,  $g(g)$ .

$$\bullet f(g): y = f[g(x)] = \begin{cases} f(\sqrt{x+1}) = \sin \sqrt{x+1} \\ \sin(g(x)) = \sin \sqrt{x+1} \end{cases}$$

$$\bullet g(f): y = g[f(x)] = \begin{cases} g(\sin x) = \sqrt{\sin x + 1} \\ \sqrt{f(x) + 1} = \sqrt{\sin x + 1} \end{cases}$$

$$\bullet f(f): y = f[f(x)] = \begin{cases} f(\sin x) = \sin(\sin x) \\ \sin(f(x)) = \sin(\sin x) \end{cases}$$

$$\bullet g(g): y = g[g(x)] = \begin{cases} g(\sqrt{x+1}) = \sqrt{\sqrt{x+1} + 1} \\ \sqrt{g(x) + 1} = \sqrt{\sqrt{x+1} + 1} \end{cases}$$

# Operácie s funkciami

Funkcie  $f: y = \sin x: R \rightarrow \langle -1; 1 \rangle$  a  $g: y = \sqrt{x+1}: \langle -1; \infty \rangle \rightarrow \langle 0; \infty \rangle$ .

Určte zložené funkcie  $f(g)$ ,  $g(f)$ ,  $f(f)$ ,  $g(g)$ .

$$\bullet f(g): y = f[g(x)] = \left\{ \begin{array}{l} f(\sqrt{x+1}) \\ \sin(g(x)) \end{array} \right\} = \sin \sqrt{x+1}: \langle -1; \infty \rangle \rightarrow \langle -1; 1 \rangle.$$

$$\bullet g(f): y = g[f(x)] = \left\{ \begin{array}{l} g(\sin x) \\ \sqrt{f(x)+1} \end{array} \right\} = \sqrt{\sin x + 1}: R \rightarrow \langle 0; \sqrt{2} \rangle.$$

$$\bullet f(f): y = f[f(x)] = \left\{ \begin{array}{l} f(\sin x) \\ \sin(f(x)) \end{array} \right\} = \sin(\sin x): R \rightarrow \langle -1; 1 \rangle.$$

$$\bullet g(g): y = g[g(x)] = \left\{ \begin{array}{l} g(\sqrt{x+1}) \\ \sqrt{g(x)+1} \end{array} \right\} = \sqrt{\sqrt{x+1} + 1}: \langle -1; \infty \rangle \rightarrow \langle 1; \infty \rangle.$$

# Operácie s funkciami

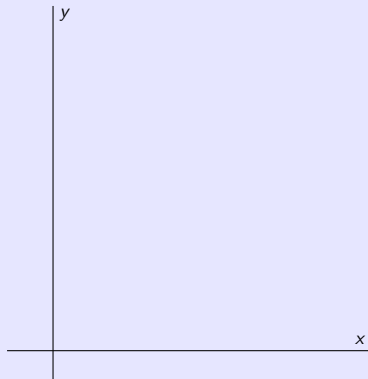
Geometrická konštrukcia grafu zloženej funkcie  $g[f]$ .



# Operácie s funkciami

Geometrická konštrukcia grafu zloženej funkcie  $g[f]$ .

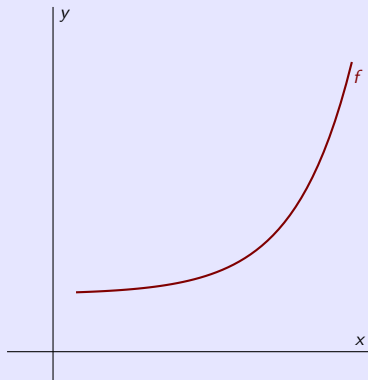
Zostrojte  $g(f)$ ,



# Operácie s funkciami

Geometrická konštrukcia grafu zloženej funkcie  $g[f]$ .

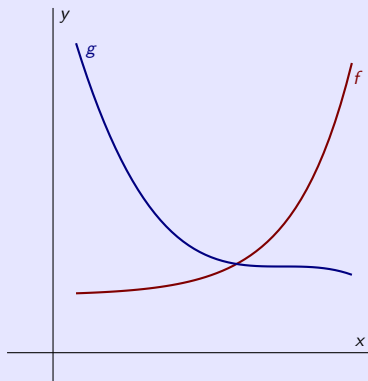
Zostrojte  $g(f)$ , ak  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  je vnútorná zložka,



# Operácie s funkciami

Geometrická konštrukcia grafu zloženej funkcie  $g[f]$ .

Zostrojte  $g(f)$ , ak  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  je vnútorná zložka,  
 $y = g(x)$ ,  $x \in D(g)$  je vonkajšia zložka,

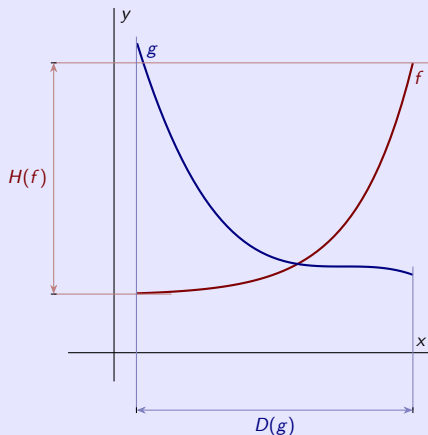


# Operácie s funkciami

Geometrická konštrukcia grafu zloženej funkcie  $g[f]$ .

Zostrojte  $g(f)$ , ak  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  je vnútorná zložka,

$y = g(x)$ ,  $x \in D(g)$  je vonkajšia zložka,  $H(f) \subset D(g)$ .

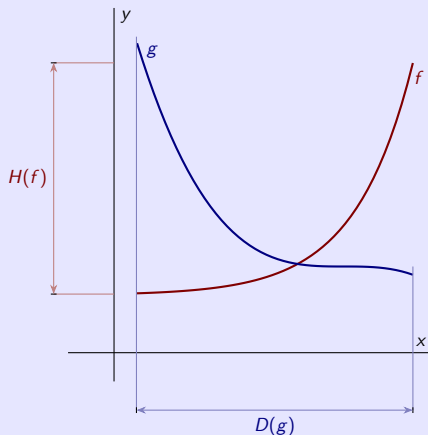


# Operácie s funkciami

Geometrická konštrukcia grafu zloženej funkcie  $g[f]$ .

Zostrojte  $g(f)$ , ak  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  je vnútorná zložka,

$y = g(x)$ ,  $x \in D(g)$  je vonkajšia zložka,  $H(f) \subset D(g)$ .

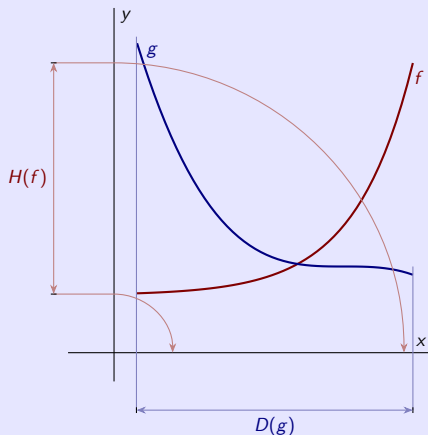


# Operácie s funkciami

Geometrická konštrukcia grafu zloženej funkcie  $g[f]$ .

Zostrojte  $g(f)$ , ak  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  je vnútorná zložka,

$y = g(x)$ ,  $x \in D(g)$  je vonkajšia zložka,  $H(f) \subset D(g)$ .

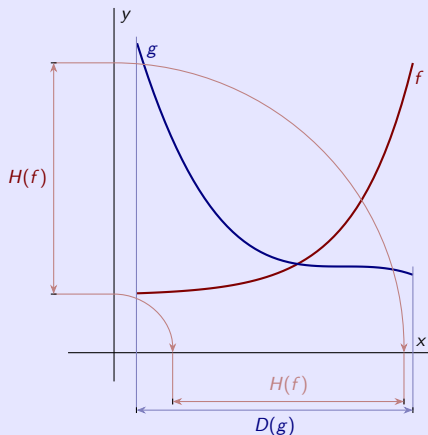


# Operácie s funkciami

Geometrická konštrukcia grafu zloženej funkcie  $g[f]$ .

Zostrojte  $g(f)$ , ak  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  je vnútorná zložka,

$y = g(x)$ ,  $x \in D(g)$  je vonkajšia zložka,  $H(f) \subset D(g)$ .

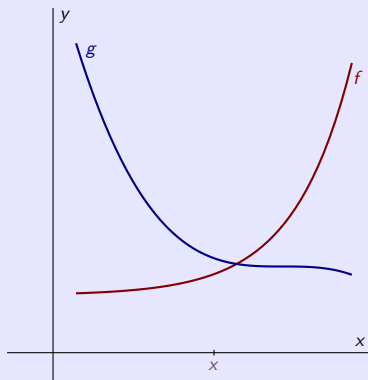


# Operácie s funkciami

Geometrická konštrukcia grafu zloženej funkcie  $g[f]$ .

Zostrojte  $g(f)$ , ak  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  je vnútorná zložka,

$y = g(x)$ ,  $x \in D(g)$  je vonkajšia zložka,  $H(f) \subset D(g)$ .



• Zvoľme na osi  $x$  bod  $x \in D(f)$ .

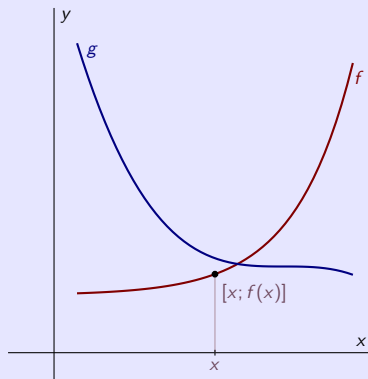


# Operácie s funkciami

Geometrická konštrukcia grafu zloženej funkcie  $g[f]$ .

Zostrojte  $g(f)$ , ak  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  je vnútorná zložka,

$y = g(x)$ ,  $x \in D(g)$  je vonkajšia zložka,  $H(f) \subset D(g)$ .



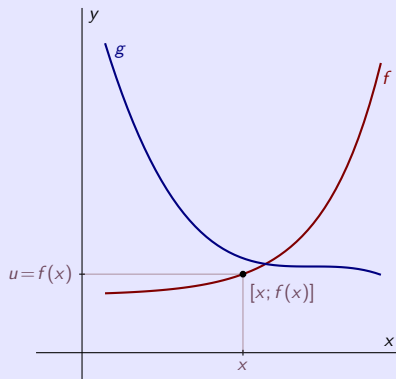
- Zvoľme na osi  $x$  bod  $x \in D(f)$ .
- Označme bod  $[x; f(x)] \in f$ .

# Operácie s funkciami

## Geometrická konštrukcia grafu zloženej funkcie $g[f]$ .

Zostrojte  $g(f)$ , ak  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  je vnútorná zložka,

$y = g(x)$ ,  $x \in D(g)$  je vonkajšia zložka,  $H(f) \subset D(g)$ .



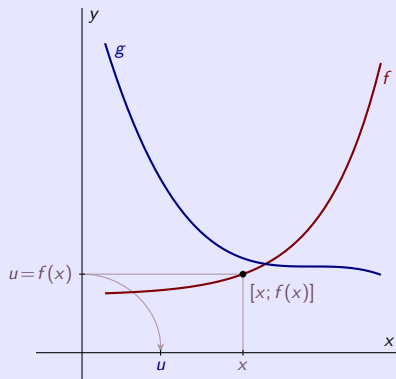
- Zvoľme na osi  $x$  bod  $x \in D(f)$ .
- Označme bod  $[x; f(x)] \in f$ .
- Označme na osi  $y$  hodnotu  $u = f(x)$ .

# Operácie s funkciami

## Geometrická konštrukcia grafu zloženej funkcie $g[f]$ .

Zostrojte  $g(f)$ , ak  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  je vnútorná zložka,

$y = g(x)$ ,  $x \in D(g)$  je vonkajšia zložka,  $H(f) \subset D(g)$ .



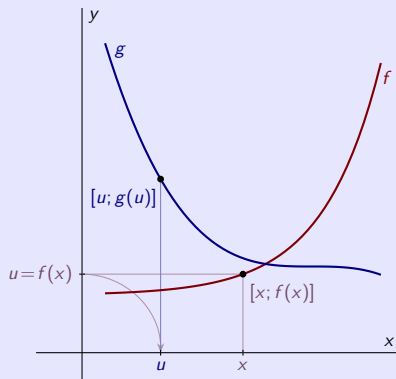
- Zvoľme na osi  $x$  bod  $x \in D(f)$ .
- Označme bod  $[x; f(x)] \in f$ .
- Označme na osi  $y$  hodnotu  $u = f(x)$ .
- Označme na osi  $x$  hodnotu  $u$ .

# Operácie s funkciami

## Geometrická konštrukcia grafu zloženej funkcie $g[f]$ .

Zostrojte  $g(f)$ , ak  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  je vnútorná zložka,

$y = g(x)$ ,  $x \in D(g)$  je vonkajšia zložka,  $H(f) \subset D(g)$ .



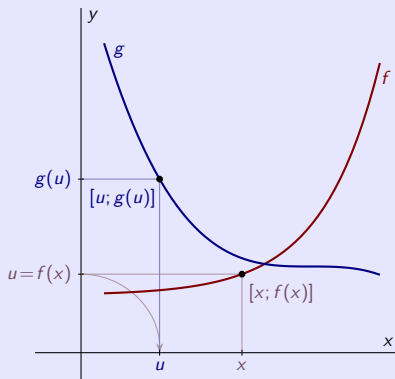
- Zvoľme na osi  $x$  bod  $x \in D(f)$ .
- Označme bod  $[x; f(x)] \in f$ .
- Označme na osi  $y$  hodnotu  $u = f(x)$ .
- Označme na osi  $x$  hodnotu  $u$ .
- Označme bod  $[u; g(u)] \in g$ .

# Operácie s funkciami

## Geometrická konštrukcia grafu zloženej funkcie $g[f]$ .

Zostrojte  $g(f)$ , ak  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  je vnútorná zložka,

$y = g(x)$ ,  $x \in D(g)$  je vonkajšia zložka,  $H(f) \subset D(g)$ .



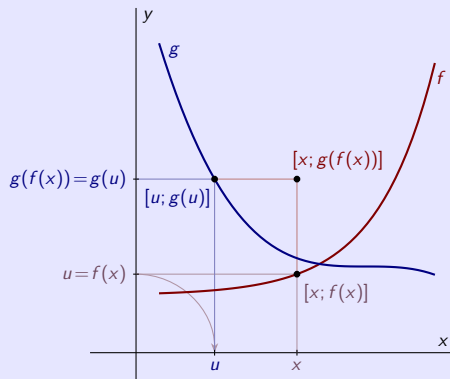
- Zvoľme na osi  $x$  bod  $x \in D(f)$ .
- Označme bod  $[x; f(x)] \in f$ .
- Označme na osi  $y$  hodnotu  $u = f(x)$ .
- Označme na osi  $x$  hodnotu  $u$ .
- Označme bod  $[u; g(u)] \in g$ .
- Označme na osi  $y$  hodnotu  $g(u)$ .

# Operácie s funkciami

## Geometrická konštrukcia grafu zloženej funkcie $g[f]$ .

Zostrojte  $g(f)$ , ak  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  je vnútorná zložka,

$y = g(x)$ ,  $x \in D(g)$  je vonkajšia zložka,  $H(f) \subset D(g)$ .



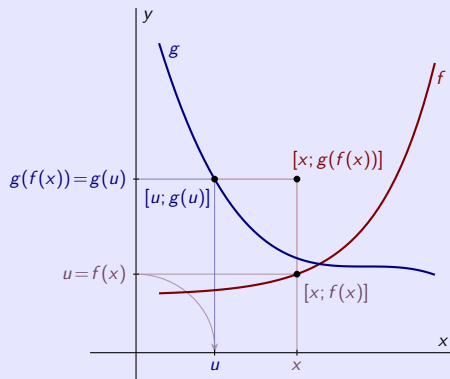
- Zvoľme na osi  $x$  bod  $x \in D(f)$ .
- Označme bod  $[x; f(x)] \in f$ .
- Označme na osi  $y$  hodnotu  $u = f(x)$ .
- Označme na osi  $x$  hodnotu  $u$ .
- Označme bod  $[u; g(u)] \in g$ .
- Označme na osi  $y$  hodnotu  $g(u)$ .
- Označme bod  $[x; g(f(x))]$ , pričom  $g(f(x)) = g(u)$ .

# Operácie s funkciami

## Geometrická konštrukcia grafu zloženej funkcie $g[f]$ .

Zostrojte  $g(f)$ , ak  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  je vnútorná zložka,

$y = g(x)$ ,  $x \in D(g)$  je vonkajšia zložka,  $H(f) \subset D(g)$ .



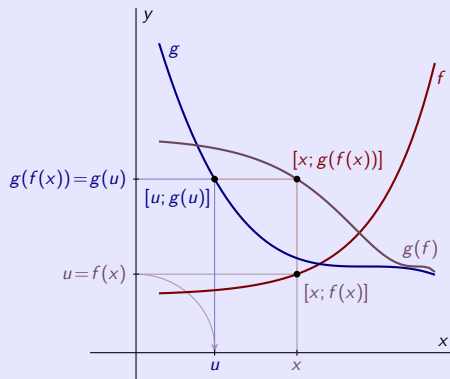
- Zvoľme na osi  $x$  bod  $x \in D(f)$ .
  - Označme bod  $[x; f(x)] \in f$ .
  - Označme na osi  $y$  hodnotu  $u = f(x)$ .
  - Označme na osi  $x$  hodnotu  $u$ .
  - Označme bod  $[u; g(u)] \in g$ .
  - Označme na osi  $y$  hodnotu  $g(u)$ .
  - Označme bod  $[x; g(f(x))]$ , pričom  $g(f(x)) = g(u)$ .
- $[x; g(f(x))]$  je hľadaný bod grafu  $g(f)$ .

# Operácie s funkciami

## Geometrická konštrukcia grafu zloženej funkcie $g[f]$ .

Zostrojte  $g(f)$ , ak  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  je vnútorná zložka,

$y = g(x)$ ,  $x \in D(g)$  je vonkajšia zložka,  $H(f) \subset D(g)$ .



- Zvoľme na osi  $x$  bod  $x \in D(f)$ .
  - Označme bod  $[x; f(x)] \in f$ .
  - Označme na osi  $y$  hodnotu  $u = f(x)$ .
  - Označme na osi  $x$  hodnotu  $u$ .
  - Označme bod  $[u; g(u)] \in g$ .
  - Označme na osi  $y$  hodnotu  $g(u)$ .
  - Označme bod  $[x; g(f(x))]$ , pričom  $g(f(x)) = g(u)$ .
- $[x; g(f(x))]$  je hľadaný bod grafu  $g(f)$ .
- 
- Postup opakujeme pre každé  $x \in D(f)$ .



# Operácie s funkciami

Funkcia  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  sa nazýva

# Operácie s funkciami

Funkcia  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  sa nazýva

identická (identita),

# Operácie s funkciami

Funkcia  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  sa nazýva

**identická (identita)**, ak sa každý obraz  $y$  zhoduje so svojim vzorom  $x$ .

# Operácie s funkciami

Funkcia  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  sa nazýva

**identická (identita)**, ak sa každý obraz  $y$  zhoduje so svojim vzorom  $x$ .

[Funkcia  $y = f(x) = x$ ,  $H(f) = D(f)$ , t. j.  $y = x$ ,  $x \in D(f)$ .]

# Operácie s funkciami

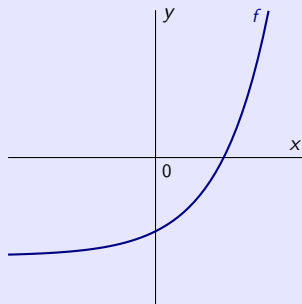
Funkcia  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  sa nazýva

**identická (identita)**, ak sa každý obraz  $y$  zhoduje so svojim vzorom  $x$ .

[Funkcia  $y = f(x) = x$ ,  $H(f) = D(f)$ , t. j.  $y = x$ ,  $x \in D(f)$ .]

Funkcia  $y = f(x): D(f) \rightarrow H(f)$  je **prostá**.

[Funkcia  $f$  je zároveň aj bijektívna.]



# Operácie s funkciami

Funkcia  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  sa nazýva

**identická (identita)**, ak sa každý obraz  $y$  zhoduje so svojim vzorom  $x$ .

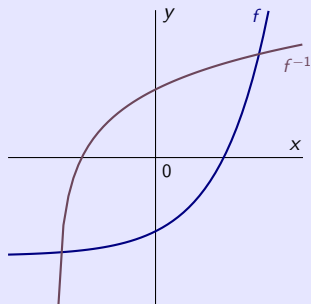
[Funkcia  $y = f(x) = x$ ,  $H(f) = D(f)$ , t. j.  $y = x$ ,  $x \in D(f)$ .]

Funkcia  $y = f(x): D(f) \rightarrow H(f)$  je **prostá**.

[Funkcia  $f$  je zároveň aj bijektívna.]

**Inverzná funkcia** k funkcii  $f$  sa nazýva funkcia

$$x = f^{-1}(y): H(f) \rightarrow D(f)$$



# Operácie s funkciami

Funkcia  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  sa nazýva

**identická (identita)**, ak sa každý obraz  $y$  zhoduje so svojim vzorom  $x$ .

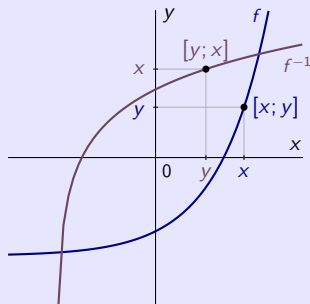
[Funkcia  $y = f(x) = x$ ,  $H(f) = D(f)$ , t. j.  $y = x$ ,  $x \in D(f)$ .]

Funkcia  $y = f(x): D(f) \rightarrow H(f)$  je **prostá**.

[Funkcia  $f$  je zároveň aj bijektívna.]

**Inverzná funkcia** k funkcii  $f$  sa nazýva funkcia

$x = f^{-1}(y): H(f) \rightarrow D(f)$  **taká, že**  $[x; y] \in f$  **práve vtedy, ak**  $[y; x] \in f^{-1}$ .



# Operácie s funkciami

Funkcia  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  sa nazýva

**identická (identita)**, ak sa každý obraz  $y$  zhoduje so svojim vzorom  $x$ .

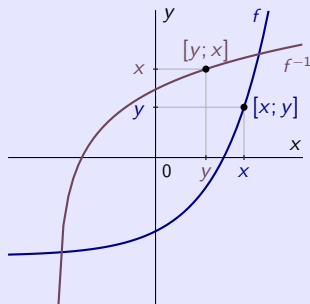
[Funkcia  $y = f(x) = x$ ,  $H(f) = D(f)$ , t. j.  $y = x$ ,  $x \in D(f)$ .]

Funkcia  $y = f(x): D(f) \rightarrow H(f)$  je **prostá**.

[Funkcia  $f$  je zároveň aj bijektívna.]

**Inverzná funkcia** k funkcii  $f$  sa nazýva funkcia

$x = f^{-1}(y): H(f) \rightarrow D(f)$  taká, že  $[x; y] \in f$  práve vtedy, ak  $[y; x] \in f^{-1}$ .



Pre funkcie  $f$  a  $f^{-1}$  platí:



# Operácie s funkciami

Funkcia  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  sa nazýva

**identická (identita)**, ak sa každý obraz  $y$  zhoduje so svojim vzorom  $x$ .

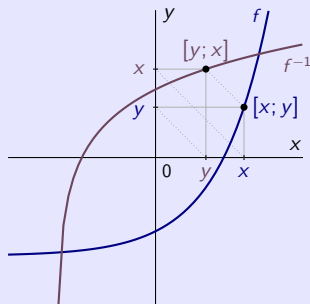
[Funkcia  $y = f(x) = x$ ,  $H(f) = D(f)$ , t. j.  $y = x$ ,  $x \in D(f)$ .]

Funkcia  $y = f(x): D(f) \rightarrow H(f)$  je **prostá**.

[Funkcia  $f$  je zároveň aj bijektívna.]

**Inverzná funkcia** k funkcii  $f$  sa nazýva funkcia

$x = f^{-1}(y): H(f) \rightarrow D(f)$  taká, že  $[x; y] \in f$  práve vtedy, ak  $[y; x] \in f^{-1}$ .



Pre funkcie  $f$  a  $f^{-1}$  platí:

$$\bullet [x; y] \in f \Leftrightarrow [y; x] \in f^{-1}.$$

[ $y = f(x) \Leftrightarrow x = f^{-1}(y)$ .]

# Operácie s funkciami

Funkcia  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  sa nazýva

**identická (identita)**, ak sa každý obraz  $y$  zhoduje so svojim vzorom  $x$ .

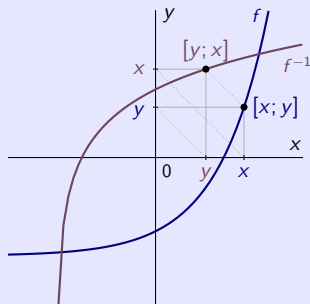
[Funkcia  $y = f(x) = x$ ,  $H(f) = D(f)$ , t. j.  $y = x$ ,  $x \in D(f)$ .]

Funkcia  $y = f(x): D(f) \rightarrow H(f)$  je **prostá**.

[Funkcia  $f$  je zároveň aj bijektívna.]

**Inverzná funkcia** k funkcii  $f$  sa nazýva funkcia

$x = f^{-1}(y): H(f) \rightarrow D(f)$  **taká, že**  $[x; y] \in f$  **práve vtedy, ak**  $[y; x] \in f^{-1}$ .



Pre funkcie  $f$  a  $f^{-1}$  platí:

- $[x; y] \in f \Leftrightarrow [y; x] \in f^{-1}$ . [ $y = f(x) \Leftrightarrow x = f^{-1}(y)$ .]
- Body  $[x; y] \in f$ ,  $[y; x] \in f^{-1}$  sa líšia iba poradím prvkov.

# Operácie s funkciami

Funkcia  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  sa nazýva

**identická (identita)**, ak sa každý obraz  $y$  zhoduje so svojim vzorom  $x$ .

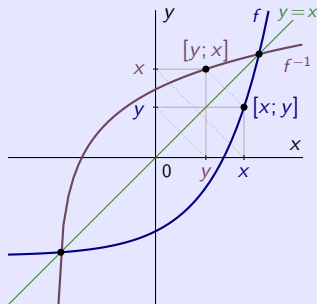
[Funkcia  $y = f(x) = x$ ,  $H(f) = D(f)$ , t. j.  $y = x$ ,  $x \in D(f)$ .]

Funkcia  $y = f(x): D(f) \rightarrow H(f)$  je **prostá**.

[Funkcia  $f$  je zároveň aj bijektívna.]

**Inverzná funkcia** k funkcii  $f$  sa nazýva funkcia

$x = f^{-1}(y): H(f) \rightarrow D(f)$  **taká, že**  $[x; y] \in f$  **práve vtedy, ak**  $[y; x] \in f^{-1}$ .



Pre funkcie  $f$  a  $f^{-1}$  platí:

- $[x; y] \in f \Leftrightarrow [y; x] \in f^{-1}$ . [ $y = f(x) \Leftrightarrow x = f^{-1}(y)$ .]
- Body  $[x; y] \in f$ ,  $[y; x] \in f^{-1}$  sa líšia iba poradím prvkov.
- Grafy funkcií  $f$ ,  $f^{-1}$  sú osovo súmerné podľa priamky  $y = x$ .

# Operácie s funkciami

Funkcia  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  sa nazýva

**identická (identita)**, ak sa každý obraz  $y$  zhoduje so svojim vzorom  $x$ .

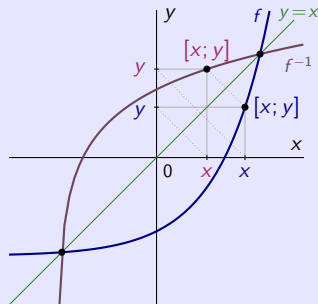
[Funkcia  $y = f(x) = x$ ,  $H(f) = D(f)$ , t. j.  $y = x$ ,  $x \in D(f)$ .]

Funkcia  $y = f(x): D(f) \rightarrow H(f)$  je **prostá**.

[Funkcia  $f$  je zároveň aj bijektívna.]

**Inverzná funkcia** k funkcii  $f$  sa nazýva funkcia

$x = f^{-1}(y): H(f) \rightarrow D(f)$  **taká, že**  $[x; y] \in f$  **práve vtedy, ak**  $[y; x] \in f^{-1}$ .



Pre funkcie  $f$  a  $f^{-1}$  platí:

- $[x; y] \in f \Leftrightarrow [y; x] \in f^{-1}$ . [ $y = f(x) \Leftrightarrow x = f^{-1}(y)$ .]
- Body  $[x; y] \in f$ ,  $[y; x] \in f^{-1}$  sa líšia iba poradím prvkov.
- Grafy funkcií  $f$ ,  $f^{-1}$  sú osovo súmerné podľa priamky  $y = x$ .
- Namiesto  $x = f^{-1}(y)$  píšeme  $y = f^{-1}(x)$ .

# Operácie s funkciami

Funkcia  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  sa nazýva

**identická (identita)**, ak sa každý obraz  $y$  zhoduje so svojim vzorom  $x$ .

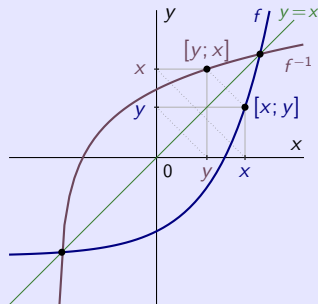
[Funkcia  $y = f(x) = x$ ,  $H(f) = D(f)$ , t. j.  $y = x$ ,  $x \in D(f)$ .]

Funkcia  $y = f(x): D(f) \rightarrow H(f)$  je **prostá**.

[Funkcia  $f$  je zároveň aj bijektívna.]

**Inverzná funkcia** k funkcii  $f$  sa nazýva funkcia

$x = f^{-1}(y): H(f) \rightarrow D(f)$  **taká, že**  $[x; y] \in f$  práve vtedy, ak  $[y; x] \in f^{-1}$ .



Pre funkcie  $f$  a  $f^{-1}$  platí:

- $[x; y] \in f \Leftrightarrow [y; x] \in f^{-1}$ . [ $y = f(x) \Leftrightarrow x = f^{-1}(y)$ .]
- Body  $[x; y] \in f$ ,  $[y; x] \in f^{-1}$  sa líšia iba poradím prvkov.
- Grafy funkcií  $f$ ,  $f^{-1}$  sú osovo súmerné podľa priamky  $y = x$ .
- Namiesto  $x = f^{-1}(y)$  píšeme  $y = f^{-1}(x)$ .

[Spravidla sa dodržiava pravidlo, že argumenty (nezávislé premenné)

oboch funkcií  $f$ ,  $f^{-1}$  značíme rovnakým symbolom  $x$ .]

# Operácie s funkciami

Funkcia  $y = f(x): D(f) \rightarrow H(f)$  je **prostá**.

[Funkcia  $f$  je zároveň aj bijektívna.]

# Operácie s funkciami

Funkcia  $y = f(x): D(f) \rightarrow H(f)$  je prostá.

[Funkcia  $f$  je zároveň aj bijektívna.]

$\Rightarrow$  •  $f^{-1}: H(f) \rightarrow D(f)$  je bijekcia.

# Operácie s funkciami

Funkcia  $y = f(x): D(f) \rightarrow H(f)$  je prostá.

[Funkcia  $f$  je zároveň aj bijektívna.]

$\Rightarrow$  •  $f^{-1}: H(f) \rightarrow D(f)$  je bijekcia.

•  $[f^{-1}]^{-1} = f.$



# Operácie s funkciami

Funkcia  $y = f(x): D(f) \rightarrow H(f)$  je prostá.

[Funkcia  $f$  je zároveň aj bijektívna.]

- $\Rightarrow$
- $f^{-1}: H(f) \rightarrow D(f)$  je bijekcia.
  - $f^{-1}[f(x)] = x$  pre všetky  $x \in D(f)$ .
  - $[f^{-1}]^{-1} = f$ .

# Operácie s funkciami

Funkcia  $y = f(x): D(f) \rightarrow H(f)$  je prostá.

[Funkcia  $f$  je zároveň aj bijektívna.]

- $\Rightarrow$
- $f^{-1}: H(f) \rightarrow D(f)$  je bijekcia.
  - $f^{-1}[f(x)] = x$  pre všetky  $x \in D(f)$ .
  - $[f^{-1}]^{-1} = f$ .
  - $f[f^{-1}(y)] = y$  pre všetky  $y \in H(f)$ .

# Operácie s funkciami

Funkcia  $y = f(x): D(f) \rightarrow H(f)$  je **prostá**.

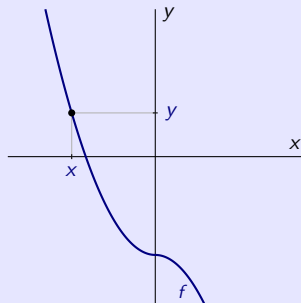
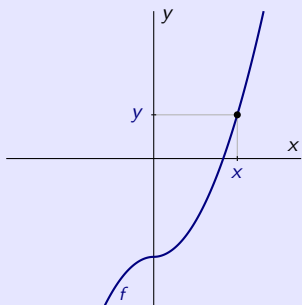
[Funkcia  $f$  je zároveň aj bijektívna.]

$\Rightarrow$  •  $f^{-1}: H(f) \rightarrow D(f)$  je bijekcia.

•  $f^{-1}[f(x)] = x$  pre všetky  $x \in D(f)$ .

•  $[f^{-1}]^{-1} = f$ .

•  $f[f^{-1}(y)] = y$  pre všetky  $y \in H(f)$ .



Funkcia  $f: D(f) \rightarrow H(f)$  je **rastúca**.

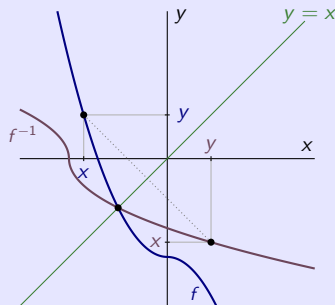
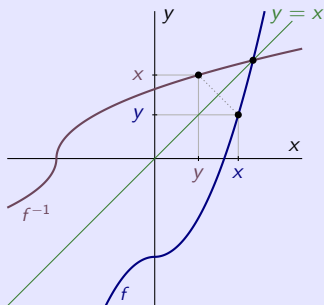
Funkcia  $f: D(f) \rightarrow H(f)$  je **klesajúca**.

# Operácie s funkciami

Funkcia  $y = f(x): D(f) \rightarrow H(f)$  je prostá.

[Funkcia  $f$  je zároveň aj bijektívna.]

- ⇒
- $f^{-1}: H(f) \rightarrow D(f)$  je bijekcia.
  - $f^{-1}[f(x)] = x$  pre všetky  $x \in D(f)$ .
  - $[f^{-1}]^{-1} = f$ .
  - $f[f^{-1}(y)] = y$  pre všetky  $y \in H(f)$ .



Funkcia  $f: D(f) \rightarrow H(f)$  je rastúca.

- ⇔
- $f^{-1}: H(f) \rightarrow D(f)$  je rastúca.

Funkcia  $f: D(f) \rightarrow H(f)$  je klesajúca.

- ⇔
- $f^{-1}: H(f) \rightarrow D(f)$  je klesajúca.

# Operácie s funkciami

Parametrický tvar funkcie  $f$  je  $x = \alpha(t)$ ,  $y = \beta(t)$ ,  $t \in J$ ,

# Operácie s funkciami

Parametrický tvar funkcie  $f$  je  $x = \alpha(t)$ ,  $y = \beta(t)$ ,  $t \in J$ , pričom  $\alpha$  je **prostá** funkcia.

# Operácie s funkciami

Parametrický tvar funkcie  $f$  je  $x = \alpha(t)$ ,  $y = \beta(t)$ ,  $t \in J$ , pričom  $\alpha$  je **prostá** funkcia.

$\Rightarrow$  • Existuje inverzná funkcia  $t = \alpha^{-1}(x): \alpha(J) \rightarrow J$ .

# Operácie s funkciami

Parametrický tvar funkcie  $f$  je  $x = \alpha(t)$ ,  $y = \beta(t)$ ,  $t \in J$ , pričom  $\alpha$  je **prostá** funkcia.

- $\Rightarrow$
- Existuje inverzná funkcia  $t = \alpha^{-1}(x): \alpha(J) \rightarrow J$ .
  - Funkcia  $f$  má explicitný tvar  $y = \beta(\alpha^{-1}(x))$ ,  $x \in \alpha(J)$ .



# Operácie s funkciami

Parametrický tvar funkcie  $f$  je  $x = \alpha(t)$ ,  $y = \beta(t)$ ,  $t \in J$ , pričom  $\alpha$  je **prostá** funkcia.

- $\Rightarrow$
- Existuje inverzná funkcia  $t = \alpha^{-1}(x): \alpha(J) \rightarrow J$ .
  - Funkcia  $f$  má explicitný tvar  $y = \beta(\alpha^{-1}(x))$ ,  $x \in \alpha(J)$ .

[Tento prechod k explicitnému vyjadreniu funkcie  $f$  nazývame vylúčenie parametra  $t$ .]

# Operácie s funkciami

Parametrický tvar funkcie  $f$  je  $x = \alpha(t)$ ,  $y = \beta(t)$ ,  $t \in J$ , pričom  $\alpha$  je **prostá** funkcia.

$\Rightarrow$  • Existuje inverzná funkcia  $t = \alpha^{-1}(x): \alpha(J) \rightarrow J$ .

• Funkcia  $f$  má explicitný tvar  $y = \beta(\alpha^{-1}(x))$ ,  $x \in \alpha(J)$ .

[Tento prechod k explicitnému vyjadreniu funkcie  $f$  nazývame **vylúčenie parametra  $t$** .]

Funkcia  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  je **rýdzo monotónna** (rastúca, resp. klesajúca).



# Operácie s funkciami

Parametrický tvar funkcie  $f$  je  $x = \alpha(t)$ ,  $y = \beta(t)$ ,  $t \in J$ , pričom  $\alpha$  je **prostá** funkcia.

$\Rightarrow$  • Existuje inverzná funkcia  $t = \alpha^{-1}(x): \alpha(J) \rightarrow J$ .

• Funkcia  $f$  má explicitný tvar  $y = \beta(\alpha^{-1}(x))$ ,  $x \in \alpha(J)$ .

[Tento prechod k explicitnému vyjadreniu funkcie  $f$  nazývame vylúčenie parametra  $t$ .]

Funkcia  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  je **rýdzo monotónna** (rastúca, resp. klesajúca).

$\Rightarrow$  • Funkcia  $f$  je **prostá** (t. j. aj bijektívna).

# Operácie s funkciami

Parametrický tvar funkcie  $f$  je  $x = \alpha(t)$ ,  $y = \beta(t)$ ,  $t \in J$ , pričom  $\alpha$  je **prostá** funkcia.

$\Rightarrow$  • Existuje inverzná funkcia  $t = \alpha^{-1}(x): \alpha(J) \rightarrow J$ .

• Funkcia  $f$  má explicitný tvar  $y = \beta(\alpha^{-1}(x))$ ,  $x \in \alpha(J)$ .

[Tento prechod k explicitnému vyjadreniu funkcie  $f$  nazývame vylúčenie parametra  $t$ .]

Funkcia  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  je **rýdzo monotónna** (rastúca, resp. klesajúca).

$\Rightarrow$  • Funkcia  $f$  je **prostá** (t. j. aj bijektívna).

[Opačné tvrdenie neplatí.]

• Funkcia  $f$  môže byť **prostá** a nemusí byť **rýdzo monotónna**.

# Operácie s funkciami

Parametrický tvar funkcie  $f$  je  $x = \alpha(t)$ ,  $y = \beta(t)$ ,  $t \in J$ , pričom  $\alpha$  je **prostá** funkcia.

$\Rightarrow$  • Existuje inverzná funkcia  $t = \alpha^{-1}(x): \alpha(J) \rightarrow J$ .

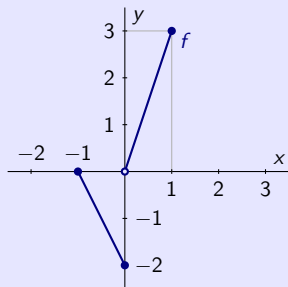
• Funkcia  $f$  má explicitný tvar  $y = \beta(\alpha^{-1}(x))$ ,  $x \in \alpha(J)$ .

[Tento prechod k explicitnému vyjadreniu funkcie  $f$  nazývame **vylúčenie parametra  $t$** .]

Funkcia  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  je **rýdzo monotónna** (rastúca, resp. klesajúca).

$\Rightarrow$  • Funkcia  $f$  je **prostá** (t. j. aj bijektívna).

[Opačné tvrdenie neplatí.]



• Funkcia  $f$  môže byť **prostá** a **nemusí byť** rýdzo monotónna.

$$\bullet f: y = \begin{cases} -2x - 2 & \text{pre } x \in \langle -1; 0 \rangle, \\ 3x & \text{pre } x \in (0; 1). \end{cases}$$

# Operácie s funkciami

Parametrický tvar funkcie  $f$  je  $x = \alpha(t)$ ,  $y = \beta(t)$ ,  $t \in J$ , pričom  $\alpha$  je **prostá** funkcia.

$\Rightarrow$  • Existuje inverzná funkcia  $t = \alpha^{-1}(x): \alpha(J) \rightarrow J$ .

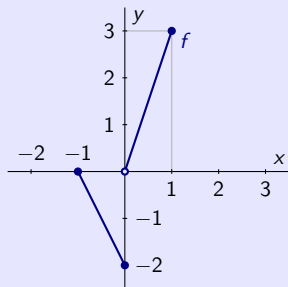
• Funkcia  $f$  má explicitný tvar  $y = \beta(\alpha^{-1}(x))$ ,  $x \in \alpha(J)$ .

[Tento prechod k explicitnému vyjadreniu funkcie  $f$  nazývame **vylúčenie parametra  $t$** .]

Funkcia  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  je **rýdzo monotónna** (rastúca, resp. klesajúca).

$\Rightarrow$  • Funkcia  $f$  je **prostá** (t. j. aj bijektívna).

[Opačné tvrdenie neplatí.]



• Funkcia  $f$  môže byť **prostá** a **nemusí byť rýdzo monotónna**.

$$f: y = \begin{cases} -2x - 2 & \text{pre } x \in \langle -1; 0 \rangle, \\ 3x & \text{pre } x \in (0; 1). \end{cases}$$

Funkcia  $f$  je **prostá**,

# Operácie s funkciami

Parametrický tvar funkcie  $f$  je  $x = \alpha(t)$ ,  $y = \beta(t)$ ,  $t \in J$ , pričom  $\alpha$  je **prostá** funkcia.

$\Rightarrow$  • Existuje inverzná funkcia  $t = \alpha^{-1}(x): \alpha(J) \rightarrow J$ .

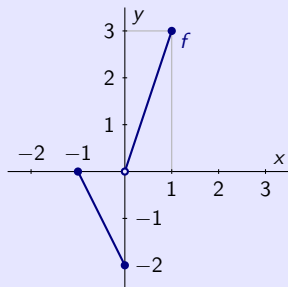
• Funkcia  $f$  má explicitný tvar  $y = \beta(\alpha^{-1}(x))$ ,  $x \in \alpha(J)$ .

[Tento prechod k explicitnému vyjadreniu funkcie  $f$  nazývame **vylúčenie parametra  $t$** .]

Funkcia  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  je **rýdzo monotónna** (rastúca, resp. klesajúca).

$\Rightarrow$  • Funkcia  $f$  je **prostá** (t. j. aj bijektívna).

[Opačné tvrdenie neplatí.]



• Funkcia  $f$  môže byť **prostá** a **nemusí byť rýdzo monotónna**.

$$f: y = \begin{cases} -2x - 2 & \text{pre } x \in \langle -1; 0 \rangle, \\ 3x & \text{pre } x \in (0; 1). \end{cases}$$

[ $f$  je klesajúca na  $\langle -1; 0 \rangle$ .]

[ $f$  je rastúca na  $(0; 1)$ .]

Funkcia  $f$  je **prostá**, **ale nie je rýdzo monotónna** na  $\langle -1; 1 \rangle$ .

# Operácie s funkciami

Parametrický tvar funkcie  $f$  je  $x = \alpha(t)$ ,  $y = \beta(t)$ ,  $t \in J$ , pričom  $\alpha$  je **prostá** funkcia.

$\Rightarrow$  • Existuje inverzná funkcia  $t = \alpha^{-1}(x): \alpha(J) \rightarrow J$ .

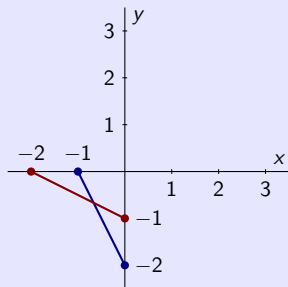
• Funkcia  $f$  má explicitný tvar  $y = \beta(\alpha^{-1}(x))$ ,  $x \in \alpha(J)$ .

[Tento prechod k explicitnému vyjadreniu funkcie  $f$  nazývame **vylúčenie parametra  $t$** .]

Funkcia  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  je **rýdzo monotónna** (rastúca, resp. klesajúca).

$\Rightarrow$  • Funkcia  $f$  je **prostá** (t. j. aj bijektívna).

[Opačné tvrdenie neplatí.]



• Funkcia  $f$  môže byť **prostá** a **nemusí byť** rýdzo monotónna.

$$\bullet f: y = \begin{cases} -2x - 2 & \text{pre } x \in \langle -1; 0 \rangle, \end{cases}$$

[ $f$  je klesajúca na  $\langle -1; 0 \rangle$ .]

[ $f$  je rastúca na  $(0; 1)$ .]

Funkcia  $f$  je **prostá**, **ale nie je** rýdzo monotónna na  $\langle -1; 1 \rangle$ .

$$\bullet f^{-1}: y = \begin{cases} -\frac{x}{2} - 1 & \text{pre } x \in \langle -2; 0 \rangle, \end{cases} \quad [y = -2x - 2. \Rightarrow 2x = -y - 2. \Rightarrow x = -\frac{y}{2} - 1.]$$



# Operácie s funkciami

Parametrický tvar funkcie  $f$  je  $x = \alpha(t)$ ,  $y = \beta(t)$ ,  $t \in J$ , pričom  $\alpha$  je **prostá** funkcia.

⇒ • Existuje inverzná funkcia  $t = \alpha^{-1}(x): \alpha(J) \rightarrow J$ .

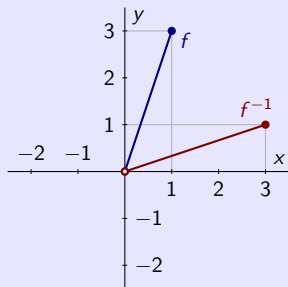
• Funkcia  $f$  má explicitný tvar  $y = \beta(\alpha^{-1}(x))$ ,  $x \in \alpha(J)$ .

[Tento prechod k explicitnému vyjadreniu funkcie  $f$  nazývame **vylúčenie parametra  $t$** .]

Funkcia  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  je **rýdzo monotónna** (rastúca, resp. klesajúca).

⇒ • Funkcia  $f$  je **prostá** (t. j. aj bijektívna).

[Opačné tvrdenie neplatí.]



• Funkcia  $f$  môže byť **prostá** a **nemusí byť rýdzo monotónna**.

•  $f: y = \begin{cases} 3x & \text{pre } x \in (0; 1). \end{cases}$

[ $f$  je klesajúca na  $\langle -1; 0 \rangle$ .]

[ $f$  je rastúca na  $(0; 1)$ .]

Funkcia  $f$  je **prostá**, **ale nie je rýdzo monotónna** na  $\langle -1; 1 \rangle$ .

•  $f^{-1}: y = \begin{cases} \frac{x}{3} & \text{pre } x \in (0; 3). \end{cases}$

[ $y=3x \Rightarrow x=\frac{y}{3}$ .]

# Operácie s funkciami

Parametrický tvar funkcie  $f$  je  $x = \alpha(t)$ ,  $y = \beta(t)$ ,  $t \in J$ , pričom  $\alpha$  je **prostá** funkcia.

⇒ • Existuje inverzná funkcia  $t = \alpha^{-1}(x): \alpha(J) \rightarrow J$ .

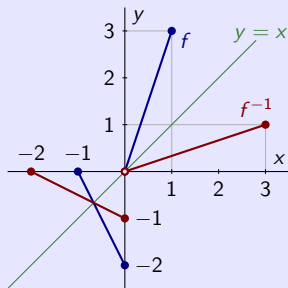
• Funkcia  $f$  má explicitný tvar  $y = \beta(\alpha^{-1}(x))$ ,  $x \in \alpha(J)$ .

[Tento prechod k explicitnému vyjadreniu funkcie  $f$  nazývame **vylúčenie parametra  $t$** .]

Funkcia  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  je **rýdzo monotónna** (rastúca, resp. klesajúca).

⇒ • Funkcia  $f$  je **prostá** (t. j. aj bijektívna).

[Opačné tvrdenie neplatí.]



• Funkcia  $f$  môže byť **prostá** a **nemusí byť rýdzo monotónna**.

$$f: y = \begin{cases} -2x - 2 & \text{pre } x \in \langle -1; 0 \rangle, \\ 3x & \text{pre } x \in (0; 1]. \end{cases}$$

[ $f$  je klesajúca na  $\langle -1; 0 \rangle$ .]

[ $f$  je rastúca na  $(0; 1]$ .]

Funkcia  $f$  je **prostá**, ale **nie je rýdzo monotónna** na  $\langle -1; 1 \rangle$ .

$$f^{-1}: y = \begin{cases} -\frac{x}{2} - 1 & \text{pre } x \in \langle -2; 0 \rangle, \\ \frac{x}{3} & \text{pre } x \in (0; 3]. \end{cases}$$

[ $y = -2x - 2 \Rightarrow 2x = -y - 2 \Rightarrow x = -\frac{y}{2} - 1$ .]

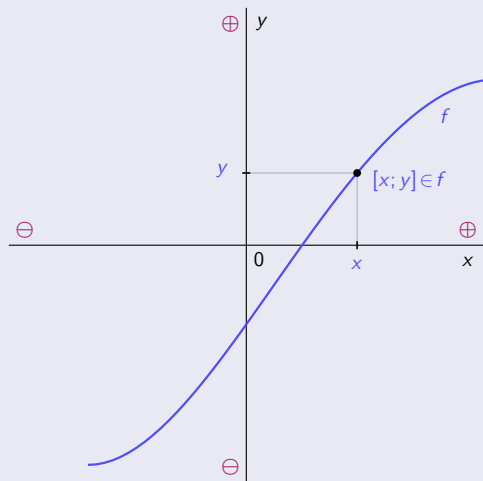
[ $y = 3x \Rightarrow x = \frac{y}{3}$ .]

# Operácie s funkciami

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie  $f^{-1}: H(f) \rightarrow D(f)$  k funkcii  $f: D(f) \rightarrow H(f)$ .

# Operácie s funkciami

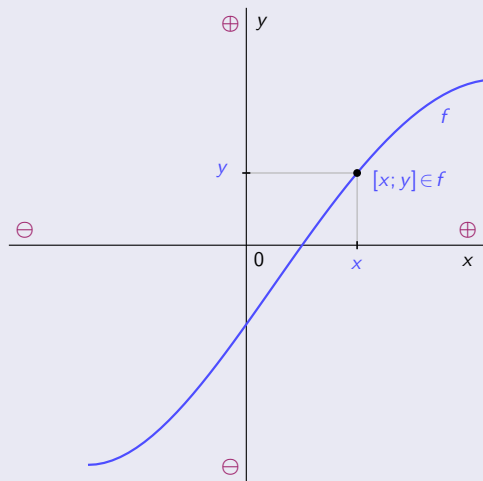
Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie  $f^{-1}: H(f) \rightarrow D(f)$  k funkcii  $f: D(f) \rightarrow H(f)$ .



- $f: D(f) \rightarrow H(f)$ , platí  $[x; y] \in f$ .

# Operácie s funkciami

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie  $f^{-1}: H(f) \rightarrow D(f)$  k funkcii  $f: D(f) \rightarrow H(f)$ .

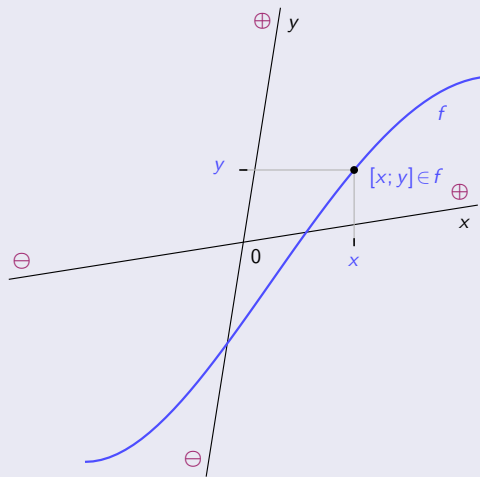


- $f: D(f) \rightarrow H(f)$ , platí  $[x; y] \in f$ .

- Vymeníme súradnicové osi  $x$  a  $y$ .

# Operácie s funkciami

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie  $f^{-1}: H(f) \rightarrow D(f)$  k funkcii  $f: D(f) \rightarrow H(f)$ .

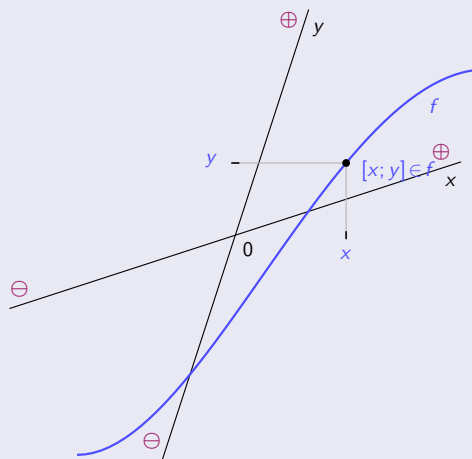


- $f: D(f) \rightarrow H(f)$ , platí  $[x; y] \in f$ .

- Vymeníme súradnicové osi  $x$  a  $y$ .

# Operácie s funkciami

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie  $f^{-1}: H(f) \rightarrow D(f)$  k funkcii  $f: D(f) \rightarrow H(f)$ .

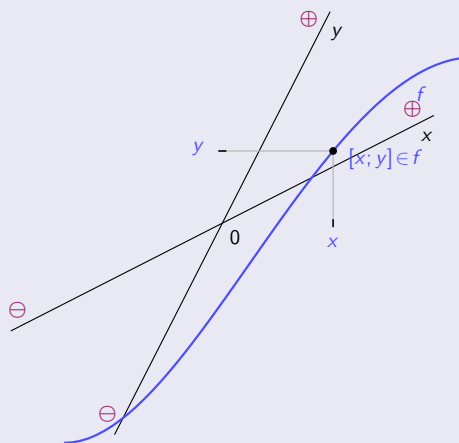


- $f: D(f) \rightarrow H(f)$ , platí  $[x; y] \in f$ .

- Vymeníme súradnicové osi  $X$  a  $Y$ .

# Operácie s funkciami

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie  $f^{-1}: H(f) \rightarrow D(f)$  k funkcii  $f: D(f) \rightarrow H(f)$ .



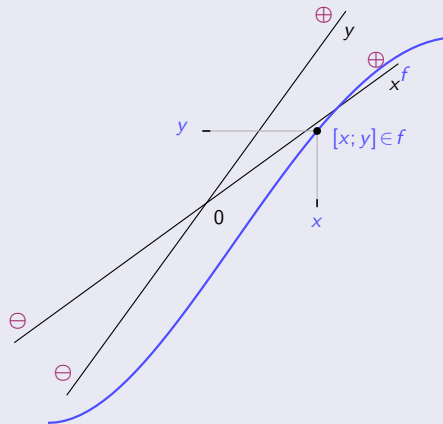
- $f: D(f) \rightarrow H(f)$ , platí  $[x; y] \in f$ .

- Vymeníme súradnicové osi  $x$  a  $y$ .



# Operácie s funkciami

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie  $f^{-1}: H(f) \rightarrow D(f)$  k funkcii  $f: D(f) \rightarrow H(f)$ .

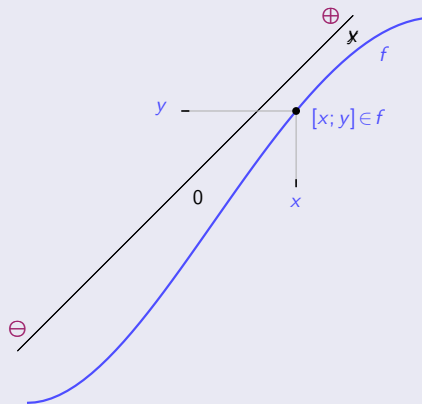


- $f: D(f) \rightarrow H(f)$ , platí  $[x; y] \in f$ .

- Vymeníme súradnicové osi  $x$  a  $y$ .

# Operácie s funkciami

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie  $f^{-1}: H(f) \rightarrow D(f)$  k funkcii  $f: D(f) \rightarrow H(f)$ .

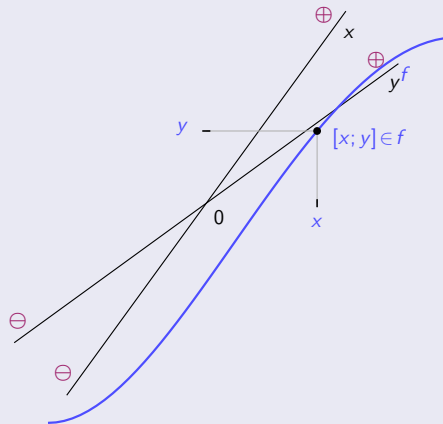


- $f: D(f) \rightarrow H(f)$ , platí  $[x; y] \in f$ .

- Vymeníme súradnicové osi  $x$  a  $y$ .

# Operácie s funkciami

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie  $f^{-1}: H(f) \rightarrow D(f)$  k funkcii  $f: D(f) \rightarrow H(f)$ .

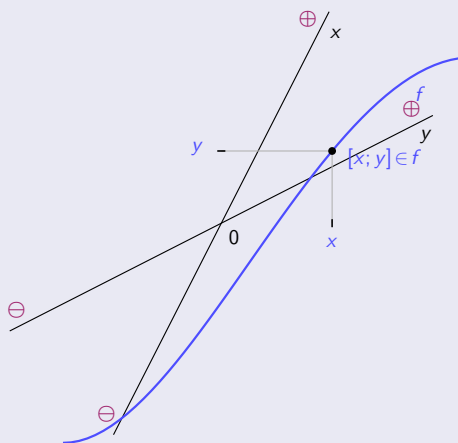


- $f: D(f) \rightarrow H(f)$ , platí  $[x; y] \in f$ .

- Vymeníme súradnicové osi  $x$  a  $y$ .

# Operácie s funkciami

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie  $f^{-1}: H(f) \rightarrow D(f)$  k funkcii  $f: D(f) \rightarrow H(f)$ .

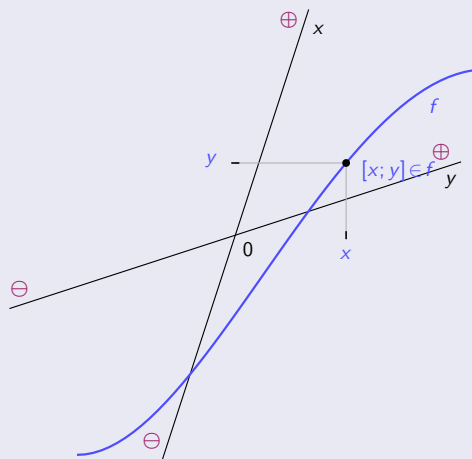


- $f: D(f) \rightarrow H(f)$ , platí  $[x; y] \in f$ .

- Vymeníme súradnicové osi  $x$  a  $y$ .

# Operácie s funkciami

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie  $f^{-1}: H(f) \rightarrow D(f)$  k funkcii  $f: D(f) \rightarrow H(f)$ .

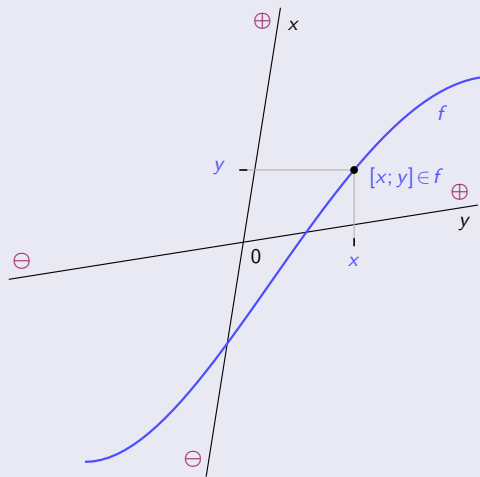


- $f: D(f) \rightarrow H(f)$ , platí  $[x; y] \in f$ .

- Vymeníme súradnicové osi  $X$  a  $Y$ .

# Operácie s funkciami

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie  $f^{-1}: H(f) \rightarrow D(f)$  k funkcii  $f: D(f) \rightarrow H(f)$ .

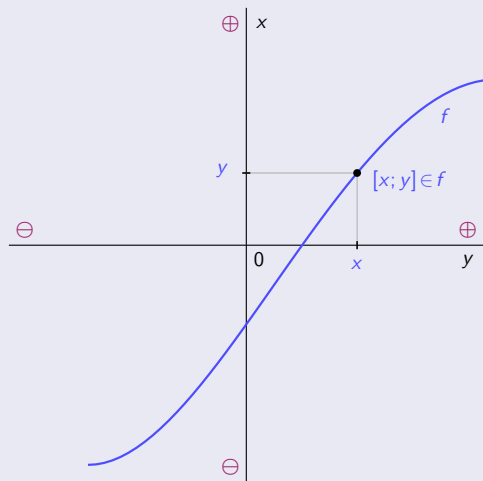


- $f: D(f) \rightarrow H(f)$ , platí  $[x; y] \in f$ .

- Vymeníme súradnicové osi  $x$  a  $y$ .

# Operácie s funkciami

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie  $f^{-1}: H(f) \rightarrow D(f)$  k funkcii  $f: D(f) \rightarrow H(f)$ .

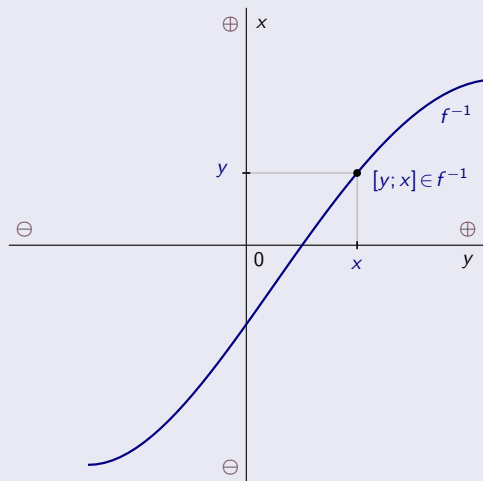


- $f: D(f) \rightarrow H(f)$ , platí  $[x; y] \in f$ .

- Vymeníme súradnicové osi  $x$  a  $y$ .

# Operácie s funkciami

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie  $f^{-1}: H(f) \rightarrow D(f)$  k funkcii  $f: D(f) \rightarrow H(f)$ .



- $f: D(f) \rightarrow H(f)$ , platí  $[x; y] \in f$ .

- Vymeníme súradnicové osi  $X$  a  $Y$ .

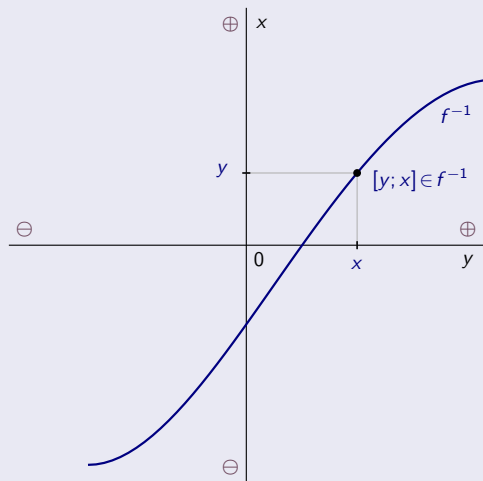
- Z grafu funkcie  $f$  sa stane graf funkcie  $f^{-1}$ .

[Bod  $[x; y] \in f$  práve vtedy, ak bod  $[y; x] \in f^{-1}$ .]



# Operácie s funkciami

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie  $f^{-1}: H(f) \rightarrow D(f)$  k funkcii  $f: D(f) \rightarrow H(f)$ .



- $f: D(f) \rightarrow H(f)$ , platí  $[x; y] \in f$ .

- Vymeníme súradnicové osi  $X$  a  $y$ .

- Z grafu funkcie  $f$  sa stane graf funkcie  $f^{-1}$ .

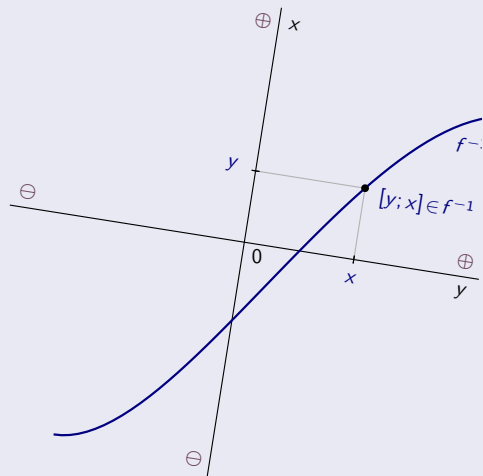
[Bod  $[x; y] \in f$  práve vtedy, ak bod  $[y; x] \in f^{-1}$ .]

- Súradnicový systém (aj graf  $f^{-1}$ ) otočíme o uhol  $-90^\circ$ .

[Systém otočíme o uhol  $\pi/2$  v smere hodinových ručičiek.]

# Operácie s funkciami

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie  $f^{-1}: H(f) \rightarrow D(f)$  k funkcii  $f: D(f) \rightarrow H(f)$ .



- $f: D(f) \rightarrow H(f)$ , platí  $[x; y] \in f$ .

- Vymeníme súradnicové osi  $X$  a  $y$ .

- Z grafu funkcie  $f$  sa stane graf funkcie  $f^{-1}$ .

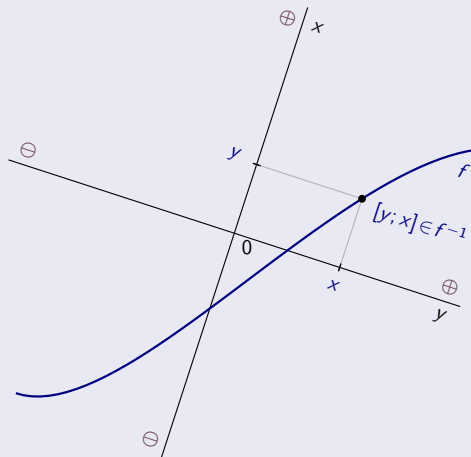
[Bod  $[x; y] \in f$  práve vtedy, ak bod  $[y; x] \in f^{-1}$ .]

- Súradnicový systém (aj graf  $f^{-1}$ ) otočíme o uhol  $-90^\circ$ .

[Systém otočíme o uhol  $\pi/2$  v smere hodinových ručičiek.]

# Operácie s funkciami

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie  $f^{-1}: H(f) \rightarrow D(f)$  k funkcii  $f: D(f) \rightarrow H(f)$ .



- $f: D(f) \rightarrow H(f)$ , platí  $[x; y] \in f$ .

- Vymeníme súradnicové osi  $X$  a  $y$ .

- Z grafu funkcie  $f$  sa stane graf funkcie  $f^{-1}$ .

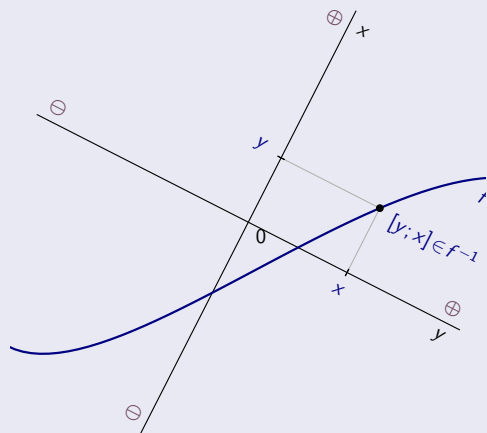
[Bod  $[x; y] \in f$  práve vtedy, ak bod  $[y; x] \in f^{-1}$ .]

- Súradnicový systém (aj graf  $f^{-1}$ ) otočíme o uhol  $-90^\circ$ .

[Systém otočíme o uhol  $\pi/2$  v smere hodinových ručičiek.]

# Operácie s funkciami

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie  $f^{-1}: H(f) \rightarrow D(f)$  k funkcii  $f: D(f) \rightarrow H(f)$ .



- $f: D(f) \rightarrow H(f)$ , platí  $[x; y] \in f$ .

- Vymeníme súradnicové osi  $X$  a  $Y$ .

- Z grafu funkcie  $f$  sa stane graf funkcie  $f^{-1}$ .

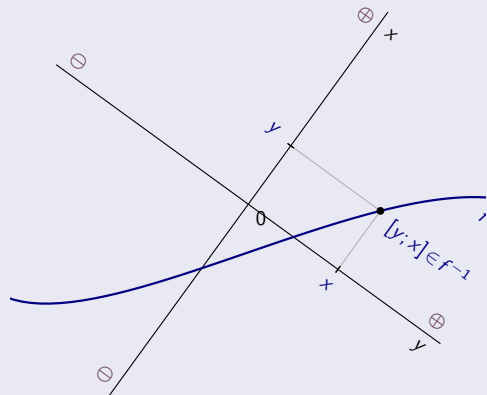
[Bod  $[x; y] \in f$  práve vtedy, ak bod  $[y; x] \in f^{-1}$ .]

- Súradnicový systém (aj graf  $f^{-1}$ ) otočíme o uhol  $-90^\circ$ .

[Systém otočíme o uhol  $\pi/2$  v smere hodinových ručičiek.]

# Operácie s funkciami

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie  $f^{-1}: H(f) \rightarrow D(f)$  k funkcii  $f: D(f) \rightarrow H(f)$ .



- $f: D(f) \rightarrow H(f)$ , platí  $[x; y] \in f$ .

- Vymeníme súradnicové osi  $x$  a  $y$ .

- Z grafu funkcie  $f$  sa stane graf funkcie  $f^{-1}$ .

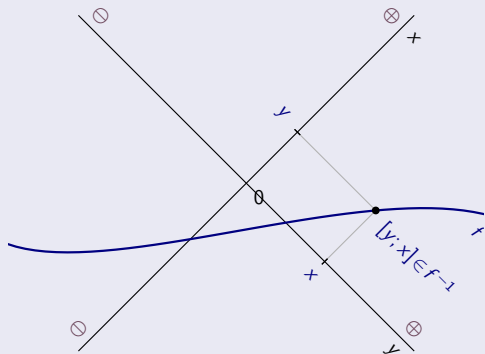
[Bod  $[x; y] \in f$  práve vtedy, ak bod  $[y; x] \in f^{-1}$ .]

- Súradnicový systém (aj graf  $f^{-1}$ ) otočíme o uhol  $-90^\circ$ .

[Systém otočíme o uhol  $\pi/2$  v smere hodinových ručičiek.]

# Operácie s funkciami

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie  $f^{-1}: H(f) \rightarrow D(f)$  k funkcii  $f: D(f) \rightarrow H(f)$ .



- $f: D(f) \rightarrow H(f)$ , platí  $[x; y] \in f$ .

- Vymeníme súradnicové osi  $X$  a  $Y$ .

- Z grafu funkcie  $f$  sa stane graf funkcie  $f^{-1}$ .

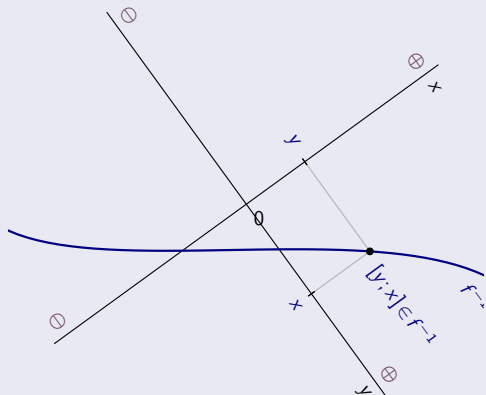
[Bod  $[x; y] \in f$  práve vtedy, ak bod  $[y; x] \in f^{-1}$ .]

- Súradnicový systém (aj graf  $f^{-1}$ ) otočíme o uhol  $-90^\circ$ .

[Systém otočíme o uhol  $\pi/2$  v smere hodinových ručičiek.]

# Operácie s funkciami

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie  $f^{-1}: H(f) \rightarrow D(f)$  k funkcii  $f: D(f) \rightarrow H(f)$ .



•  $f: D(f) \rightarrow H(f)$ , platí  $[x; y] \in f$ .

• Vymeníme súradnicové osi  $X$  a  $Y$ .

• Z grafu funkcie  $f$  sa stane graf funkcie  $f^{-1}$ .

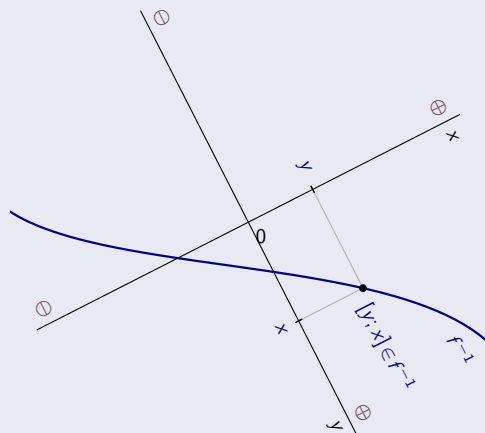
[Bod  $[x; y] \in f$  práve vtedy, ak bod  $[y; x] \in f^{-1}$ .]

• Súradnicový systém (aj graf  $f^{-1}$ ) otočíme o uhol  $-90^\circ$ .

[Systém otočíme o uhol  $\pi/2$  v smere hodinových ručičiek.]

# Operácie s funkciami

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie  $f^{-1}: H(f) \rightarrow D(f)$  k funkcii  $f: D(f) \rightarrow H(f)$ .



- $f: D(f) \rightarrow H(f)$ , platí  $[x; y] \in f$ .

- Vymeníme súradnicové osi  $X$  a  $Y$ .

- Z grafu funkcie  $f$  sa stane graf funkcie  $f^{-1}$ .

[Bod  $[x; y] \in f$  práve vtedy, ak bod  $[y; x] \in f^{-1}$ .]

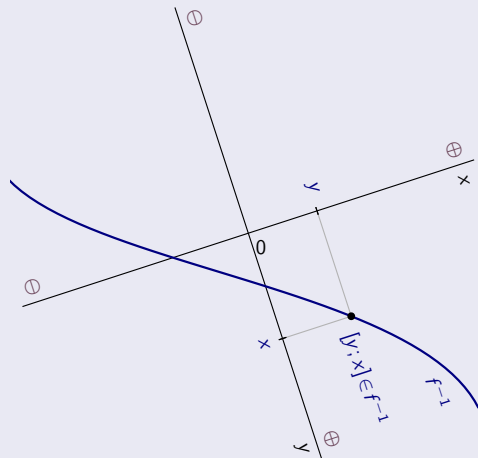
- Súradnicový systém (aj graf  $f^{-1}$ ) otočíme o uhol  $-90^\circ$ .

[Systém otočíme o uhol  $\pi/2$  v smere hodinových ručičiek.]



# Operácie s funkciami

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie  $f^{-1}: H(f) \rightarrow D(f)$  k funkcii  $f: D(f) \rightarrow H(f)$ .



- $f: D(f) \rightarrow H(f)$ , platí  $[x; y] \in f$ .

- Vymeníme súradnicové osi  $X$  a  $Y$ .

- Z grafu funkcie  $f$  sa stane graf funkcie  $f^{-1}$ .

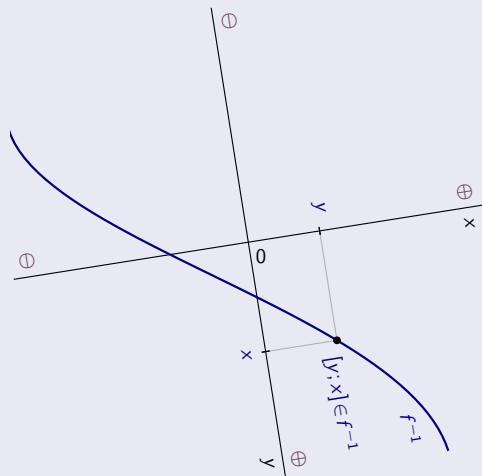
[Bod  $[x; y] \in f$  práve vtedy, ak bod  $[y; x] \in f^{-1}$ .]

- Súradnicový systém (aj graf  $f^{-1}$ ) otočíme o uhol  $-90^\circ$ .

[Systém otočíme o uhol  $\pi/2$  v smere hodinových ručičiek.]

# Operácie s funkciami

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie  $f^{-1}: H(f) \rightarrow D(f)$  k funkcii  $f: D(f) \rightarrow H(f)$ .



- $f: D(f) \rightarrow H(f)$ , platí  $[x; y] \in f$ .

- Vymeníme súradnicové osi  $x$  a  $y$ .

- Z grafu funkcie  $f$  sa stane graf funkcie  $f^{-1}$ .

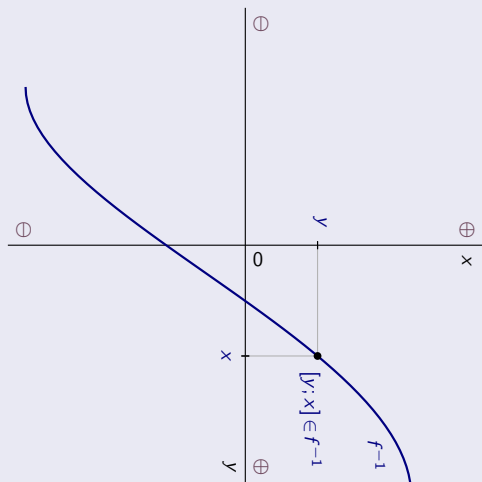
[Bod  $[x; y] \in f$  práve vtedy, ak bod  $[y; x] \in f^{-1}$ .]

- Súradnicový systém (aj graf  $f^{-1}$ ) otočíme o uhol  $-90^\circ$ .

[Systém otočíme o uhol  $\pi/2$  v smere hodinových ručičiek.]

# Operácie s funkciami

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie  $f^{-1}: H(f) \rightarrow D(f)$  k funkcii  $f: D(f) \rightarrow H(f)$ .



- $f: D(f) \rightarrow H(f)$ , platí  $[x; y] \in f$ .

- Vymeníme súradnicové osi  $x$  a  $y$ .

- Z grafu funkcie  $f$  sa stane graf funkcie  $f^{-1}$ .

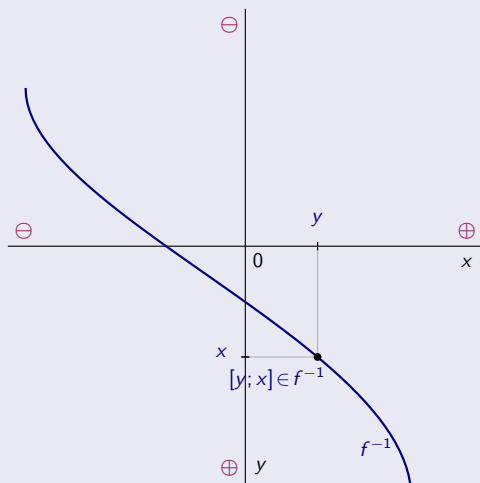
[Bod  $[x; y] \in f$  práve vtedy, ak bod  $[y; x] \in f^{-1}$ .]

- Súradnicový systém (aj graf  $f^{-1}$ ) otočíme o uhol  $-90^\circ$ .

[Systém otočíme o uhol  $\pi/2$  v smere hodinových ručičiek.]

# Operácie s funkciami

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie  $f^{-1}: H(f) \rightarrow D(f)$  k funkcii  $f: D(f) \rightarrow H(f)$ .



- $f: D(f) \rightarrow H(f)$ , platí  $[x; y] \in f$ .

- Vymeníme súradnicové osi  $X$  a  $y$ .

- Z grafu funkcie  $f$  sa stane graf funkcie  $f^{-1}$ .

[Bod  $[x; y] \in f$  práve vtedy, ak bod  $[y; x] \in f^{-1}$ .]

- Súradnicový systém (aj graf  $f^{-1}$ ) otočíme o uhol  $-90^\circ$ .

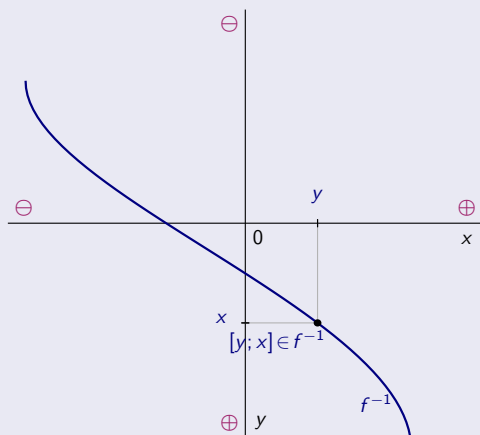
[Systém otočíme o uhol  $\pi/2$  v smere hodinových ručičiek.]

- Súradnicový systém (aj graf  $f^{-1}$ ) preklopíme okolo osi  $X$ .

[Systém zobrazíme súmerne podľa osi  $x$ .]

# Operácie s funkciami

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie  $f^{-1}: H(f) \rightarrow D(f)$  k funkcii  $f: D(f) \rightarrow H(f)$ .



- $f: D(f) \rightarrow H(f)$ , platí  $[x; y] \in f$ .

- Vymeníme súradnicové osi  $X$  a  $y$ .

- Z grafu funkcie  $f$  sa stane graf funkcie  $f^{-1}$ .

[Bod  $[x; y] \in f$  práve vtedy, ak bod  $[y; x] \in f^{-1}$ .]

- Súradnicový systém (aj graf  $f^{-1}$ ) otočíme o uhol  $-90^\circ$ .

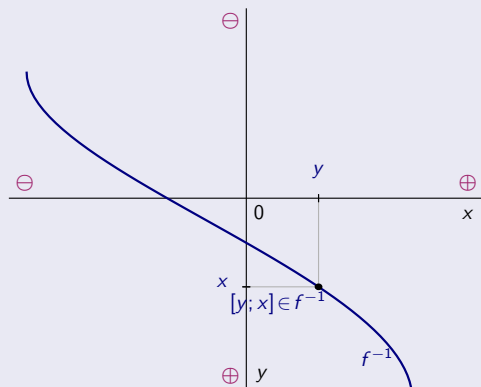
[Systém otočíme o uhol  $\pi/2$  v smere hodinových ručičiek.]

- Súradnicový systém (aj graf  $f^{-1}$ ) preklopíme okolo osi  $X$ .

[Systém zobrazíme súmerne podľa osi  $x$ .]

# Operácie s funkciami

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie  $f^{-1}: H(f) \rightarrow D(f)$  k funkcii  $f: D(f) \rightarrow H(f)$ .



- $f: D(f) \rightarrow H(f)$ , platí  $[x; y] \in f$ .

- Vymeníme súradnicové osi  $X$  a  $y$ .

- Z grafu funkcie  $f$  sa stane graf funkcie  $f^{-1}$ .

[Bod  $[x; y] \in f$  práve vtedy, ak bod  $[y; x] \in f^{-1}$ .]

- Súradnicový systém (aj graf  $f^{-1}$ ) otočíme o uhol  $-90^\circ$ .

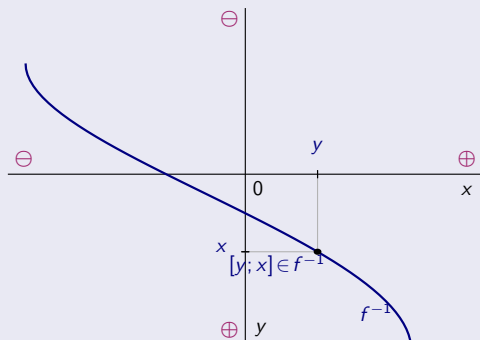
[Systém otočíme o uhol  $\pi/2$  v smere hodinových ručičiek.]

- Súradnicový systém (aj graf  $f^{-1}$ ) preklopíme okolo osi  $X$ .

[Systém zobrazíme súmerne podľa osi  $x$ .]

# Operácie s funkciami

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie  $f^{-1}: H(f) \rightarrow D(f)$  k funkcii  $f: D(f) \rightarrow H(f)$ .



- $f: D(f) \rightarrow H(f)$ , platí  $[x; y] \in f$ .

- Vymeníme súradnicové osi  $X$  a  $y$ .

- Z grafu funkcie  $f$  sa stane graf funkcie  $f^{-1}$ .

[Bod  $[x; y] \in f$  práve vtedy, ak bod  $[y; x] \in f^{-1}$ .]

- Súradnicový systém (aj graf  $f^{-1}$ ) otočíme o uhol  $-90^\circ$ .

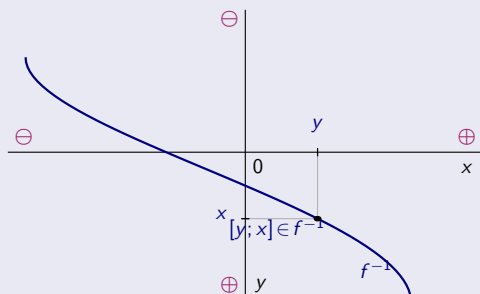
[Systém otočíme o uhol  $\pi/2$  v smere hodinových ručičiek.]

- Súradnicový systém (aj graf  $f^{-1}$ ) preklopíme okolo osi  $X$ .

[Systém zobrazíme súmerne podľa osi  $x$ .]

# Operácie s funkciami

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie  $f^{-1}: H(f) \rightarrow D(f)$  k funkcii  $f: D(f) \rightarrow H(f)$ .



- $f: D(f) \rightarrow H(f)$ , platí  $[x; y] \in f$ .

- Vymeníme súradnicové osi  $X$  a  $y$ .

- Z grafu funkcie  $f$  sa stane graf funkcie  $f^{-1}$ .

[Bod  $[x; y] \in f$  práve vtedy, ak bod  $[y; x] \in f^{-1}$ .]

- Súradnicový systém (aj graf  $f^{-1}$ ) otočíme o uhol  $-90^\circ$ .

[Systém otočíme o uhol  $\pi/2$  v smere hodinových ručičiek.]

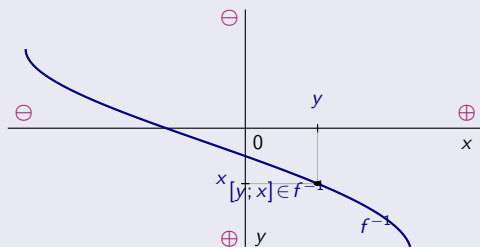
- Súradnicový systém (aj graf  $f^{-1}$ ) preklopíme okolo osi  $X$ .

[Systém zobrazíme súmerne podľa osi  $x$ .]



# Operácie s funkciami

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie  $f^{-1}: H(f) \rightarrow D(f)$  k funkcii  $f: D(f) \rightarrow H(f)$ .



- $f: D(f) \rightarrow H(f)$ , platí  $[x; y] \in f$ .

- Vymeníme súradnicové osi  $X$  a  $y$ .

- Z grafu funkcie  $f$  sa stane graf funkcie  $f^{-1}$ .

[Bod  $[x; y] \in f$  práve vtedy, ak bod  $[y; x] \in f^{-1}$ .]

- Súradnicový systém (aj graf  $f^{-1}$ ) otočíme o uhol  $-90^\circ$ .

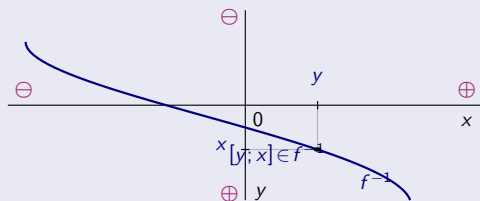
[Systém otočíme o uhol  $\pi/2$  v smere hodinových ručičiek.]

- Súradnicový systém (aj graf  $f^{-1}$ ) preklopíme okolo osi  $X$ .

[Systém zobrazíme súmerne podľa osi  $x$ .]

# Operácie s funkciami

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie  $f^{-1}: H(f) \rightarrow D(f)$  k funkcii  $f: D(f) \rightarrow H(f)$ .



- $f: D(f) \rightarrow H(f)$ , platí  $[x; y] \in f$ .

- Vymeníme súradnicové osi  $X$  a  $y$ .

- Z grafu funkcie  $f$  sa stane graf funkcie  $f^{-1}$ .

[Bod  $[x; y] \in f$  práve vtedy, ak bod  $[y; x] \in f^{-1}$ .]

- Súradnicový systém (aj graf  $f^{-1}$ ) otočíme o uhol  $-90^\circ$ .

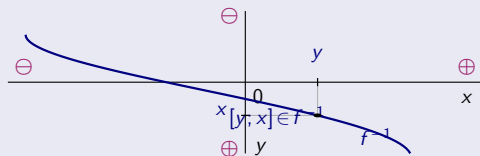
[Systém otočíme o uhol  $\pi/2$  v smere hodinových ručičiek.]

- Súradnicový systém (aj graf  $f^{-1}$ ) preklopíme okolo osi  $X$ .

[Systém zobrazíme súmerne podľa osi  $x$ .]

# Operácie s funkciami

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie  $f^{-1}: H(f) \rightarrow D(f)$  k funkcii  $f: D(f) \rightarrow H(f)$ .



- $f: D(f) \rightarrow H(f)$ , platí  $[x; y] \in f$ .

- Vymeníme súradnicové osi  $X$  a  $y$ .

- Z grafu funkcie  $f$  sa stane graf funkcie  $f^{-1}$ .

[Bod  $[x; y] \in f$  práve vtedy, ak bod  $[y; x] \in f^{-1}$ .]

- Súradnicový systém (aj graf  $f^{-1}$ ) otočíme o uhol  $-90^\circ$ .

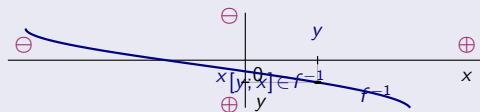
[Systém otočíme o uhol  $\pi/2$  v smere hodinových ručičiek.]

- Súradnicový systém (aj graf  $f^{-1}$ ) preklopíme okolo osi  $X$ .

[Systém zobrazíme súmerne podľa osi  $x$ .]

# Operácie s funkciami

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie  $f^{-1}: H(f) \rightarrow D(f)$  k funkcii  $f: D(f) \rightarrow H(f)$ .



- $f: D(f) \rightarrow H(f)$ , platí  $[x; y] \in f$ .

- Vymeníme súradnicové osi  $X$  a  $Y$ .

- Z grafu funkcie  $f$  sa stane graf funkcie  $f^{-1}$ .

[Bod  $[x; y] \in f$  práve vtedy, ak bod  $[y; x] \in f^{-1}$ .]

- Súradnicový systém (aj graf  $f^{-1}$ ) otočíme o uhol  $-90^\circ$ .

[Systém otočíme o uhol  $\pi/2$  v smere hodinových ručičiek.]

- Súradnicový systém (aj graf  $f^{-1}$ ) preklopíme okolo osi  $X$ .

[Systém zobrazíme súmerne podľa osi  $x$ .]

# Operácie s funkciami

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie  $f^{-1}: H(f) \rightarrow D(f)$  k funkcii  $f: D(f) \rightarrow H(f)$ .



- $f: D(f) \rightarrow H(f)$ , platí  $[x; y] \in f$ .

- Vymeníme súradnicové osi  $X$  a  $Y$ .

- Z grafu funkcie  $f$  sa stane graf funkcie  $f^{-1}$ .

[Bod  $[x; y] \in f$  práve vtedy, ak bod  $[y; x] \in f^{-1}$ .]

- Súradnicový systém (aj graf  $f^{-1}$ ) otočíme o uhol  $-90^\circ$ .

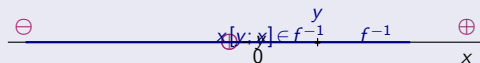
[Systém otočíme o uhol  $\pi/2$  v smere hodinových ručičiek.]

- Súradnicový systém (aj graf  $f^{-1}$ ) preklopíme okolo osi  $X$ .

[Systém zobrazíme súmerne podľa osi  $x$ .]

# Operácie s funkciami

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie  $f^{-1}: H(f) \rightarrow D(f)$  k funkcii  $f: D(f) \rightarrow H(f)$ .



- $f: D(f) \rightarrow H(f)$ , platí  $[x; y] \in f$ .

- Vymeníme súradnicové osi  $X$  a  $Y$ .

Z grafu funkcie  $f$  sa stane graf funkcie  $f^{-1}$ .

[Bod  $[x; y] \in f$  práve vtedy, ak bod  $[y; x] \in f^{-1}$ .]

- Súradnicový systém (aj graf  $f^{-1}$ ) otočíme o uhol  $-90^\circ$ .

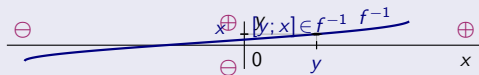
[Systém otočíme o uhol  $\pi/2$  v smere hodinových ručičiek.]

- Súradnicový systém (aj graf  $f^{-1}$ ) preklopíme okolo osi  $X$ .

[Systém zobrazíme súmerne podľa osi  $x$ .]

# Operácie s funkciami

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie  $f^{-1}: H(f) \rightarrow D(f)$  k funkcii  $f: D(f) \rightarrow H(f)$ .



- $f: D(f) \rightarrow H(f)$ , platí  $[x; y] \in f$ .

- Vymeníme súradnicové osi  $X$  a  $y$ .

- Z grafu funkcie  $f$  sa stane graf funkcie  $f^{-1}$ .

[Bod  $[x; y] \in f$  práve vtedy, ak bod  $[y; x] \in f^{-1}$ .]

- Súradnicový systém (aj graf  $f^{-1}$ ) otočíme o uhol  $-90^\circ$ .

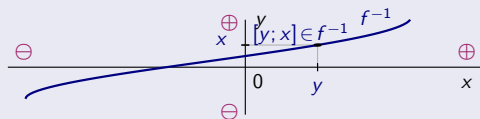
[Systém otočíme o uhol  $\pi/2$  v smere hodinových ručičiek.]

- Súradnicový systém (aj graf  $f^{-1}$ ) preklopíme okolo osi  $X$ .

[Systém zobrazíme súmerne podľa osi  $x$ .]

# Operácie s funkciami

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie  $f^{-1}: H(f) \rightarrow D(f)$  k funkcii  $f: D(f) \rightarrow H(f)$ .



- $f: D(f) \rightarrow H(f)$ , platí  $[x; y] \in f$ .

- Vymeníme súradnicové osi  $X$  a  $y$ .

- Z grafu funkcie  $f$  sa stane graf funkcie  $f^{-1}$ .

[Bod  $[x; y] \in f$  práve vtedy, ak bod  $[y; x] \in f^{-1}$ .]

- Súradnicový systém (aj graf  $f^{-1}$ ) otočíme o uhol  $-90^\circ$ .

[Systém otočíme o uhol  $\pi/2$  v smere hodinových ručičiek.]

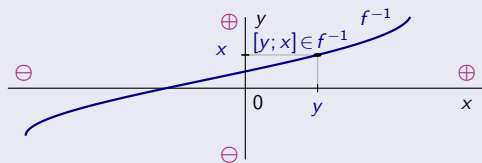
- Súradnicový systém (aj graf  $f^{-1}$ ) preklopíme okolo osi  $X$ .

[Systém zobrazíme súmerne podľa osi  $x$ .]



# Operácie s funkciami

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie  $f^{-1}: H(f) \rightarrow D(f)$  k funkcii  $f: D(f) \rightarrow H(f)$ .



- $f: D(f) \rightarrow H(f)$ , platí  $[x; y] \in f$ .

- Vymeníme súradnicové osi  $X$  a  $y$ .

- Z grafu funkcie  $f$  sa stane graf funkcie  $f^{-1}$ .

[Bod  $[x; y] \in f$  práve vtedy, ak bod  $[y; x] \in f^{-1}$ .]

- Súradnicový systém (aj graf  $f^{-1}$ ) otočíme o uhol  $-90^\circ$ .

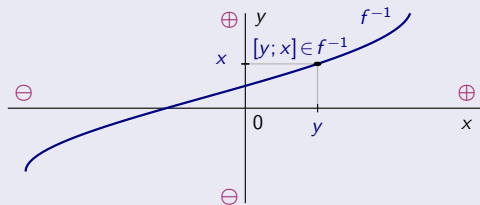
[Systém otočíme o uhol  $\pi/2$  v smere hodinových ručičiek.]

- Súradnicový systém (aj graf  $f^{-1}$ ) preklopíme okolo osi  $X$ .

[Systém zobrazíme súmerne podľa osi  $x$ .]

# Operácie s funkciami

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie  $f^{-1}: H(f) \rightarrow D(f)$  k funkcii  $f: D(f) \rightarrow H(f)$ .



- $f: D(f) \rightarrow H(f)$ , platí  $[x; y] \in f$ .

- Vymeníme súradnicové osi  $X$  a  $y$ .

- Z grafu funkcie  $f$  sa stane graf funkcie  $f^{-1}$ .

[Bod  $[x; y] \in f$  práve vtedy, ak bod  $[y; x] \in f^{-1}$ .]

- Súradnicový systém (aj graf  $f^{-1}$ ) otočíme o uhol  $-90^\circ$ .

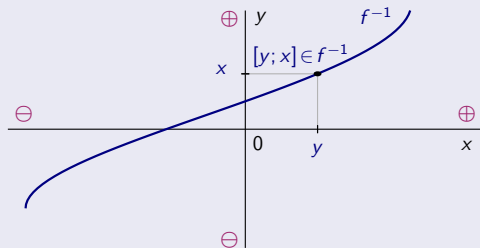
[Systém otočíme o uhol  $\pi/2$  v smere hodinových ručičiek.]

- Súradnicový systém (aj graf  $f^{-1}$ ) preklopíme okolo osi  $X$ .

[Systém zobrazíme súmerne podľa osi  $x$ .]

# Operácie s funkciami

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie  $f^{-1}: H(f) \rightarrow D(f)$  k funkcii  $f: D(f) \rightarrow H(f)$ .



- $f: D(f) \rightarrow H(f)$ , platí  $[x; y] \in f$ .

- Vymeníme súradnicové osi  $X$  a  $y$ .

- Z grafu funkcie  $f$  sa stane graf funkcie  $f^{-1}$ .

[Bod  $[x; y] \in f$  práve vtedy, ak bod  $[y; x] \in f^{-1}$ .]

- Súradnicový systém (aj graf  $f^{-1}$ ) otočíme o uhol  $-90^\circ$ .

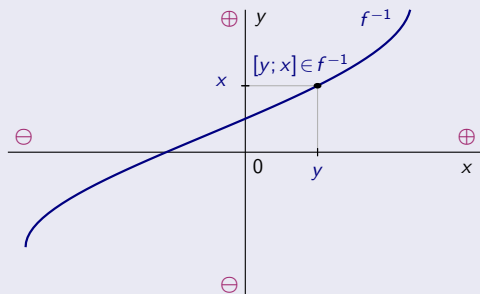
[Systém otočíme o uhol  $\pi/2$  v smere hodinových ručičiek.]

- Súradnicový systém (aj graf  $f^{-1}$ ) preklopíme okolo osi  $X$ .

[Systém zobrazíme súmerne podľa osi  $x$ .]

# Operácie s funkciami

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie  $f^{-1}: H(f) \rightarrow D(f)$  k funkcii  $f: D(f) \rightarrow H(f)$ .



- $f: D(f) \rightarrow H(f)$ , platí  $[x; y] \in f$ .

- Vymeníme súradnicové osi  $X$  a  $y$ .

- Z grafu funkcie  $f$  sa stane graf funkcie  $f^{-1}$ .

[Bod  $[x; y] \in f$  práve vtedy, ak bod  $[y; x] \in f^{-1}$ .]

- Súradnicový systém (aj graf  $f^{-1}$ ) otočíme o uhol  $-90^\circ$ .

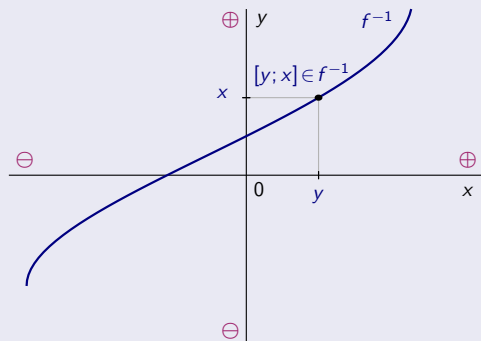
[Systém otočíme o uhol  $\pi/2$  v smere hodinových ručičiek.]

- Súradnicový systém (aj graf  $f^{-1}$ ) preklopíme okolo osi  $X$ .

[Systém zobrazíme súmerne podľa osi  $x$ .]

# Operácie s funkciami

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie  $f^{-1}: H(f) \rightarrow D(f)$  k funkcii  $f: D(f) \rightarrow H(f)$ .



•  $f: D(f) \rightarrow H(f)$ , platí  $[x; y] \in f$ .

• Vymeníme súradnicové osi  $X$  a  $y$ .

• Z grafu funkcie  $f$  sa stane graf funkcie  $f^{-1}$ .

[Bod  $[x; y] \in f$  práve vtedy, ak bod  $[y; x] \in f^{-1}$ .]

• Súradnicový systém (aj graf  $f^{-1}$ ) otočíme o uhol  $-90^\circ$ .

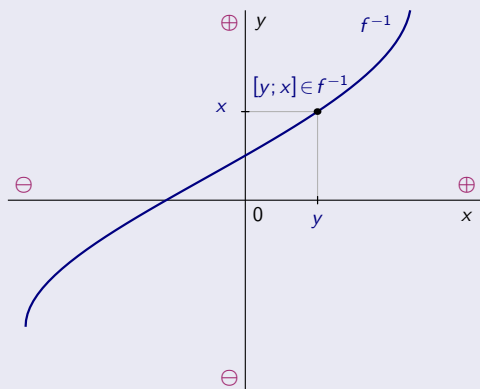
[Systém otočíme o uhol  $\pi/2$  v smere hodinových ručičiek.]

• Súradnicový systém (aj graf  $f^{-1}$ ) preklopíme okolo osi  $X$ .

[Systém zobrazíme súmerne podľa osi  $x$ .]

# Operácie s funkciami

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie  $f^{-1}: H(f) \rightarrow D(f)$  k funkcii  $f: D(f) \rightarrow H(f)$ .



- $f: D(f) \rightarrow H(f)$ , platí  $[x; y] \in f$ .

- Vymeníme súradnicové osi  $X$  a  $y$ .

- Z grafu funkcie  $f$  sa stane graf funkcie  $f^{-1}$ .

[Bod  $[x; y] \in f$  práve vtedy, ak bod  $[y; x] \in f^{-1}$ .]

- Súradnicový systém (aj graf  $f^{-1}$ ) otočíme o uhol  $-90^\circ$ .

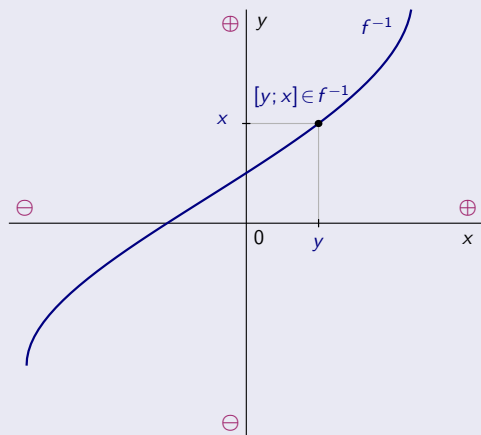
[Systém otočíme o uhol  $\pi/2$  v smere hodinových ručičiek.]

- Súradnicový systém (aj graf  $f^{-1}$ ) preklopíme okolo osi  $X$ .

[Systém zobrazíme súmerne podľa osi  $x$ .]

# Operácie s funkciami

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie  $f^{-1}: H(f) \rightarrow D(f)$  k funkcii  $f: D(f) \rightarrow H(f)$ .



- $f: D(f) \rightarrow H(f)$ , platí  $[x; y] \in f$ .

- Vymeníme súradnicové osi  $X$  a  $y$ .

- Z grafu funkcie  $f$  sa stane graf funkcie  $f^{-1}$ .

[Bod  $[x; y] \in f$  práve vtedy, ak bod  $[y; x] \in f^{-1}$ .]

- Súradnicový systém (aj graf  $f^{-1}$ ) otočíme o uhol  $-90^\circ$ .

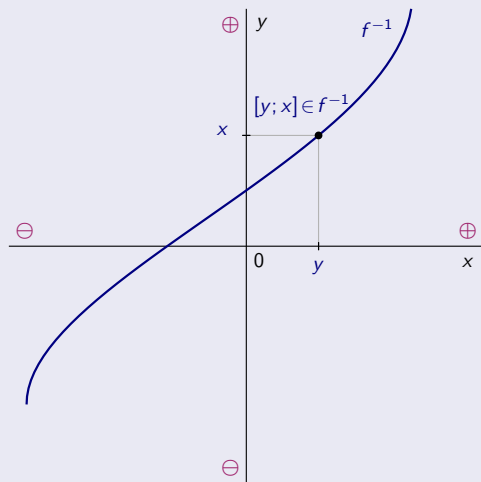
[Systém otočíme o uhol  $\pi/2$  v smere hodinových ručičiek.]

- Súradnicový systém (aj graf  $f^{-1}$ ) preklopíme okolo osi  $X$ .

[Systém zobrazíme súmerne podľa osi  $x$ .]

# Operácie s funkciami

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie  $f^{-1}: H(f) \rightarrow D(f)$  k funkcii  $f: D(f) \rightarrow H(f)$ .



- $f: D(f) \rightarrow H(f)$ , platí  $[x; y] \in f$ .

- Vymeníme súradnicové osi  $X$  a  $y$ .

- Z grafu funkcie  $f$  sa stane graf funkcie  $f^{-1}$ .

[Bod  $[x; y] \in f$  práve vtedy, ak bod  $[y; x] \in f^{-1}$ .]

- Súradnicový systém (aj graf  $f^{-1}$ ) otočíme o uhol  $-90^\circ$ .

[Systém otočíme o uhol  $\pi/2$  v smere hodinových ručičiek.]

- Súradnicový systém (aj graf  $f^{-1}$ ) preklopíme okolo osi  $X$ .

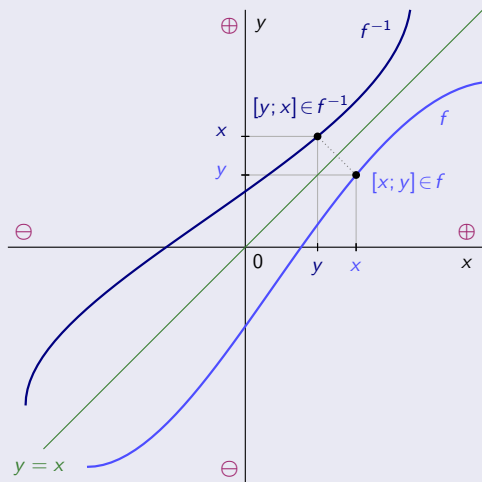
[Systém zobrazíme súmerne podľa osi  $x$ .]

Súradnicový systém (aj graf  $f^{-1}$ ) je zobrazený v zvyčajnom tvare.



# Operácie s funkciami

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie  $f^{-1}: H(f) \rightarrow D(f)$  k funkcii  $f: D(f) \rightarrow H(f)$ .



- $f: D(f) \rightarrow H(f)$ , platí  $[x; y] \in f$ .

- Vymeníme súradnicové osi  $X$  a  $Y$ .

- Z grafu funkcie  $f$  sa stane graf funkcie  $f^{-1}$ .

[Bod  $[x; y] \in f$  práve vtedy, ak bod  $[y; x] \in f^{-1}$ .]

- Súradnicový systém (aj graf  $f^{-1}$ ) otočíme o uhol  $-90^\circ$ .

[Systém otočíme o uhol  $\pi/2$  v smere hodinových ručičiek.]

- Súradnicový systém (aj graf  $f^{-1}$ ) preklopíme okolo osi  $X$ .

[Systém zobrazíme súmerne podľa osi  $x$ .]

Súradnicový systém (aj graf  $f^{-1}$ ) je zobrazený v zvyčajnom tvare.

- $f^{-1}: H(f) \rightarrow D(f)$ , platí  $[y; x] \in f^{-1}$ .

# Operácie s funkciami

Geometrická konštrukcia grafu inverznej funkcie  $f^{-1}: H(f) \rightarrow D(f)$  k funkcii  $f: D(f) \rightarrow H(f)$ .

- $f: D(f) \rightarrow H(f)$ , platí  $[x; y] \in f$ .

- Vymeníme súradnicové osi  $X$  a  $y$ .

- Z grafu funkcie  $f$  sa stane graf funkcie  $f^{-1}$ .

[Bod  $[x; y] \in f$  práve vtedy, ak bod  $[y; x] \in f^{-1}$ .]

- Súradnicový systém (aj graf  $f^{-1}$ ) otočíme o uhol  $-90^\circ$ .

[Systém otočíme o uhol  $\pi/2$  v smere hodinových ručičiek.]

- Súradnicový systém (aj graf  $f^{-1}$ ) preklopíme okolo osi  $X$ .

[Systém zobrazíme súmerne podľa osi  $x$ .]

Súradnicový systém (aj graf  $f^{-1}$ ) je zobrazený v zvyčajnom tvare.

- $f^{-1}: H(f) \rightarrow D(f)$ , platí  $[y; x] \in f^{-1}$ .



# Vlastnosti funkcií I

Vlastnosť funkcie  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  sa nazýva:

•

•

# Vlastnosti funkcií I

Vlastnosť funkcie  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  sa nazýva:

- Globálna (absolútna),
- Lokálna na množine  $A \subset D(f)$ ,

# Vlastnosti funkcií I

Vlastnosť funkcie  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  sa nazýva:

- **Globálna (absolútna)**, ak platí pre všetky  $x \in D(f)$ .
- **Lokálna** na množine  $A \subset D(f)$ , ak platí pre všetky  $x \in A$ .

# Vlastnosti funkcií I

Vlastnosť funkcie  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  sa nazýva:

- **Globálna (absolútna)**, ak platí pre všetky  $x \in D(f)$ .
- **Lokálna** na množine  $A \subset D(f)$ , ak platí pre všetky  $x \in A$ .

[Vlastnosť na celom definičnom obore  $D(f)$ .]

[Vlastnosť na podmnožine definičného oboru  $A$ .]

# Vlastnosti funkcií I

Vlastnosť funkcie  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  sa nazýva:

- **Globálna (absolútna)**, ak platí pre všetky  $x \in D(f)$ . [Vlastnosť na celom definičnom obore  $D(f)$ .]
- **Lokálna** na množine  $A \subset D(f)$ , ak platí pre všetky  $x \in A$ . [Vlastnosť na podmnožine definičného oboru  $A$ .]
- **Prívlastky** globálna, absolútna, resp. na množine  $D(f)$  často vynechávame a hovoríme „iba“ o vlastnosti funkcie  $f$ .

# Vlastnosti funkcií I

Vlastnosť funkcie  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  sa nazýva:

- **Globálna (absolútna)**, ak platí pre všetky  $x \in D(f)$ . [Vlastnosť na celom definičnom obore  $D(f)$ .]
- **Lokálna** na množine  $A \subset D(f)$ , ak platí pre všetky  $x \in A$ . [Vlastnosť na podmnožine definičného oboru  $A$ .]
- Prívlastky globálna, absolútna, resp. na množine  $D(f)$  často vynechávame a hovoríme „iba“ o vlastnosti funkcie  $f$ .
- Lokálne vlastnosti sa často vyšetrujú v nejakom okolí  $O(c) \subset D(f)$  bodu  $c \in D(f)$  alebo na intervale  $I \subset D(f)$ .



# Vlastnosti funkcií I

Vlastnosť funkcie  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  sa nazýva:

- **Globálna (absolútna)**, ak platí pre všetky  $x \in D(f)$ . [Vlastnosť na celom definičnom obore  $D(f)$ .]
- **Lokálna** na množine  $A \subset D(f)$ , ak platí pre všetky  $x \in A$ . [Vlastnosť na podmnožine definičného oboru  $A$ .]
- Prívlastky globálna, absolútna, resp. na množine  $D(f)$  často vynechávame a hovoríme „iba“ o vlastnosti funkcie  $f$ .
- Lokálne vlastnosti sa často vyšetrujú v nejakom okolí  $O(c) \subset D(f)$  bodu  $c \in D(f)$  alebo na intervale  $I \subset D(f)$ .

Funkcia  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  sa nazýva **na množine  $A \subset D(f)$** :

# Vlastnosti funkcií I

Vlastnosť funkcie  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  sa nazýva:

- **Globálna (absolútna)**, ak platí pre všetky  $x \in D(f)$ . [Vlastnosť na celom definičnom obore  $D(f)$ .]
- **Lokálna** na množine  $A \subset D(f)$ , ak platí pre všetky  $x \in A$ . [Vlastnosť na podmnožine definičného oboru  $A$ .]
- Prívlastky globálna, absolútna, resp. na množine  $D(f)$  často vynechávame a hovoríme „iba“ o vlastnosti funkcie  $f$ .
- Lokálne vlastnosti sa často vyšetrujú v nejakom okolí  $O(c) \subset D(f)$  bodu  $c \in D(f)$  alebo na intervale  $I \subset D(f)$ .

Funkcia  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  sa nazýva **na množine  $A \subset D(f)$ :**

- **Zhora ohraničená**, ak existuje číslo  $M \in \mathbb{R}$  také, že pre všetky  $x \in A$  platí  $f(x) \leq M$ .
- **Zdola ohraničená**, ak existuje číslo  $m \in \mathbb{R}$  také, že pre všetky  $x \in A$  platí  $m \leq f(x)$ .

# Vlastnosti funkcií I

Vlastnosť funkcie  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  sa nazýva:

- **Globálna (absolútna)**, ak platí pre všetky  $x \in D(f)$ . [Vlastnosť na celom definičnom obore  $D(f)$ .]
- **Lokálna** na množine  $A \subset D(f)$ , ak platí pre všetky  $x \in A$ . [Vlastnosť na podmnožine definičného oboru  $A$ .]
- Prívlastky globálna, absolútna, resp. na množine  $D(f)$  často vynechávame a hovoríme „iba“ o vlastnosti funkcie  $f$ .
- Lokálne vlastnosti sa často vyšetrujú v nejakom okolí  $O(c) \subset D(f)$  bodu  $c \in D(f)$  alebo na intervale  $I \subset D(f)$ .

Funkcia  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  sa nazýva **na množine  $A \subset D(f)$** :

- **Zhora ohraničená**, ak existuje číslo  $M \in \mathbb{R}$  také, že pre všetky  $x \in A$  platí  $f(x) \leq M$ .
- **Zhora neohraničená**, ak nie je ohraničená zhora.
- **Zdola ohraničená**, ak existuje číslo  $m \in \mathbb{R}$  také, že pre všetky  $x \in A$  platí  $m \leq f(x)$ .
- **Zdola neohraničená**, ak nie je ohraničená zdola.

# Vlastnosti funkcií I

Vlastnosť funkcie  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  sa nazýva:

- **Globálna (absolútna)**, ak platí pre všetky  $x \in D(f)$ . [Vlastnosť na celom definičnom obore  $D(f)$ .]
- **Lokálna** na množine  $A \subset D(f)$ , ak platí pre všetky  $x \in A$ . [Vlastnosť na podmnožine definičného oboru  $A$ .]
- Prívlastky globálna, absolútna, resp. na množine  $D(f)$  často vynechávame a hovoríme „iba“ o vlastnosti funkcie  $f$ .
- Lokálne vlastnosti sa často vyšetrujú v nejakom okolí  $O(c) \subset D(f)$  bodu  $c \in D(f)$  alebo na intervale  $I \subset D(f)$ .

Funkcia  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  sa nazýva **na množine  $A \subset D(f)$ :**

- **Zhora ohraničená**, ak existuje číslo  $M \in \mathbb{R}$  také, že pre všetky  $x \in A$  platí  $f(x) \leq M$ .
- **Zhora neohraničená**, ak nie je ohraničená zhora.
- **Zdola ohraničená**, ak existuje číslo  $m \in \mathbb{R}$  také, že pre všetky  $x \in A$  platí  $m \leq f(x)$ .
- **Zdola neohraničená**, ak nie je ohraničená zdola.
- **Ohraničená**, ak je ohraničená zhora a súčasne je ohraničená zdola.

# Vlastnosti funkcií I

Vlastnosť funkcie  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  sa nazýva:

- **Globálna (absolútna)**, ak platí pre všetky  $x \in D(f)$ . [Vlastnosť na celom definičnom obore  $D(f)$ .]
- **Lokálna** na množine  $A \subset D(f)$ , ak platí pre všetky  $x \in A$ . [Vlastnosť na podmnožine definičného oboru  $A$ .]
- Prívlastky globálna, absolútna, resp. na množine  $D(f)$  často vynechávame a hovoríme „iba“ o vlastnosti funkcie  $f$ .
- Lokálne vlastnosti sa často vyšetrujú v nejakom okolí  $O(c) \subset D(f)$  bodu  $c \in D(f)$  alebo na intervale  $I \subset D(f)$ .

Funkcia  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  sa nazýva **na množine  $A \subset D(f)$ :**

- **Zhora ohraničená**, ak existuje číslo  $M \in \mathbb{R}$  také, že pre všetky  $x \in A$  platí  $f(x) \leq M$ .
- **Zhora neohraničená**, ak nie je ohraničená zhora.
- **Zdola ohraničená**, ak existuje číslo  $m \in \mathbb{R}$  také, že pre všetky  $x \in A$  platí  $m \leq f(x)$ .
- **Zdola neohraničená**, ak nie je ohraničená zdola.
- **Ohraničená**, ak je ohraničená zhora a súčasne je ohraničená zdola.
- **Neohraničená**, ak nie je ohraničená zhora alebo nie je ohraničená zdola.

# Vlastnosti funkcií I

Funkcia  $f: y = x^2 + 1$ .

- Dôkaz, že  $f$  je funkcia
- Dôkaz, že  $f$  je funkcia
- Dôkaz, že  $f$  je funkcia
- Dôkaz, že  $f$  je funkcia

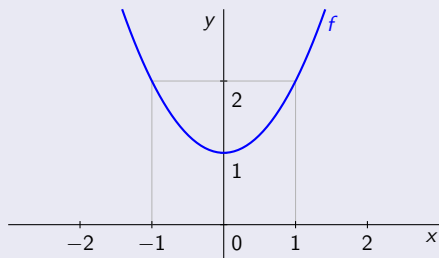
Funkcia  $f: y = \frac{1}{x^2+1}$ .

- Dôkaz, že  $f$  je funkcia
- Dôkaz, že  $f$  je funkcia
- Dôkaz, že  $f$  je funkcia
- Dôkaz, že  $f$  je funkcia

# Vlastnosti funkcií I

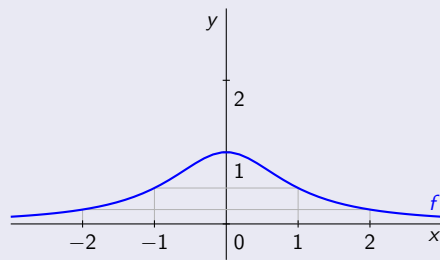
Funkcia  $f: y = x^2 + 1$ .

- $D(f) = \mathbb{R}$ .



Funkcia  $f: y = \frac{1}{x^2+1}$ .

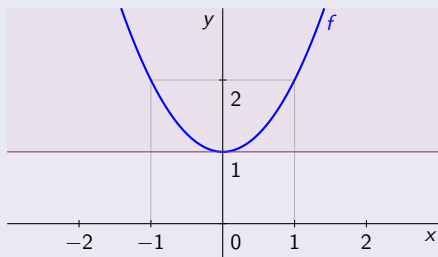
- $D(f) = \mathbb{R}$ .



# Vlastnosti funkcií I

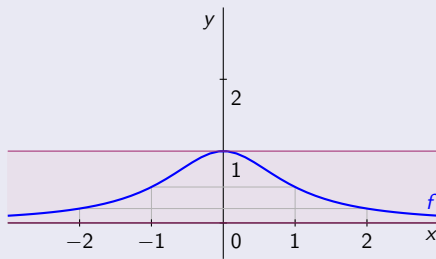
Funkcia  $f: y = x^2 + 1$ .

- $D(f) = \mathbb{R}$ .
- $f$  je ohraničená zdola.



Funkcia  $f: y = \frac{1}{x^2 + 1}$ .

- $D(f) = \mathbb{R}$ .
- $f$  je ohraničená.

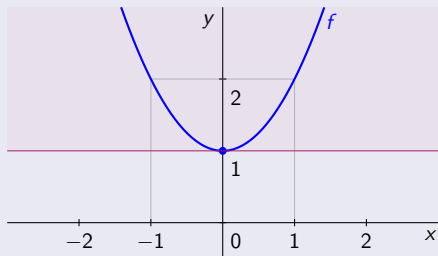




# Vlastnosti funkcií I

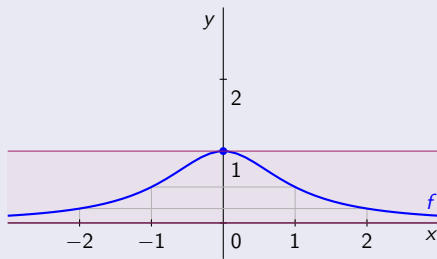
Funkcia  $f: y = x^2 + 1$ .

- $D(f) = \mathbb{R}$ .
- $f$  je ohraničená zdola. [ $1 \leq f(x)$  pre všetky  $x \in \mathbb{R}$ .]



Funkcia  $f: y = \frac{1}{x^2 + 1}$ .

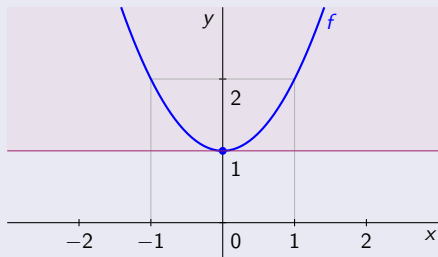
- $D(f) = \mathbb{R}$ .
- $H(f) = (0; 1)$ .
- $f$  je ohraničená. [ $0 < f(x) \leq 1$  pre všetky  $x \in \mathbb{R}$ .]



# Vlastnosti funkcií I

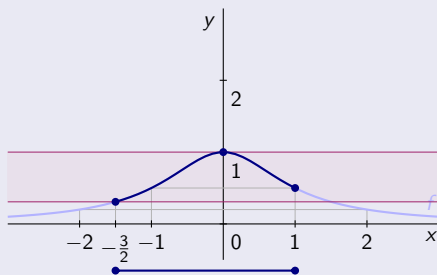
Funkcia  $f: y = x^2 + 1$ .

- $D(f) = \mathbb{R}$ .
- $H(f) = \langle 1; \infty \rangle$ .
- $f$  je ohraničená zdola. [ $1 \leq f(x)$  pre všetky  $x \in \mathbb{R}$ .]
- $f$  nie je ohraničená zhora.



Funkcia  $f: y = \frac{1}{x^2 + 1}$ .

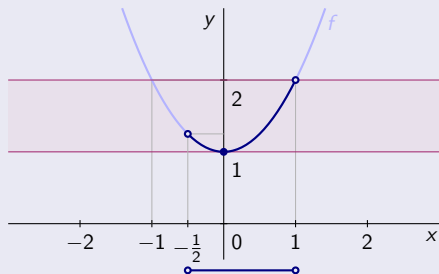
- $D(f) = \mathbb{R}$ .
- $H(f) = (0; 1)$ .
- $f$  je ohraničená. [ $0 < f(x) \leq 1$  pre všetky  $x \in \mathbb{R}$ .]
- $f$  je ohraničená na  $\langle -\frac{3}{2}; 1 \rangle$ .



# Vlastnosti funkcií I

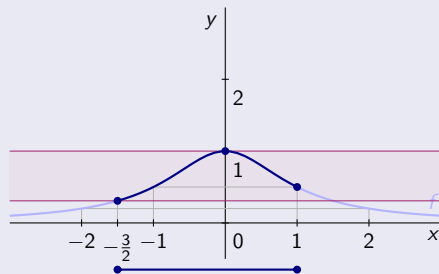
Funkcia  $f: y = x^2 + 1$ .

- $D(f) = R$ .
- $H(f) = \langle 1; \infty \rangle$ .
- $f$  je ohraničená zdola. [ $1 \leq f(x)$  pre všetky  $x \in R$ .]
- $f$  nie je ohraničená zhora.
- $f$  je ohraničená na  $(-\frac{1}{2}; 1)$ .



Funkcia  $f: y = \frac{1}{x^2 + 1}$ .

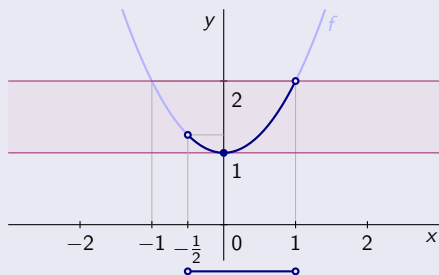
- $D(f) = R$ .
- $H(f) = (0; 1)$ .
- $f$  je ohraničená. [ $0 < f(x) \leq 1$  pre všetky  $x \in R$ .]
- $f$  je ohraničená na  $(-\frac{3}{2}; 1)$ .  
[ $\frac{4}{13} \leq f(x) \leq 1$  pre všetky  $x \in (-\frac{3}{2}; 1)$ .]



# Vlastnosti funkcií I

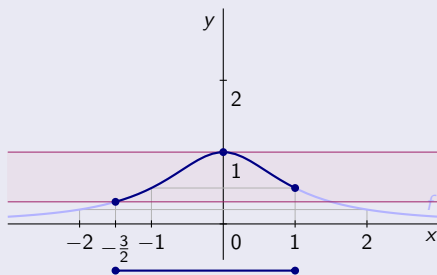
Funkcia  $f: y = x^2 + 1$ .

- $D(f) = \mathbb{R}$ .
- $H(f) = \langle 1; \infty \rangle$ .
- $f$  je ohraničená zdola. [ $1 \leq f(x)$  pre všetky  $x \in \mathbb{R}$ .]
- $f$  nie je ohraničená zhora.
- $f$  je ohraničená na  $(-\frac{1}{2}; 1)$ .  
[ $1 \leq f(x) < 2$  pre všetky  $x \in (-\frac{1}{2}; 1)$ .]



Funkcia  $f: y = \frac{1}{x^2 + 1}$ .

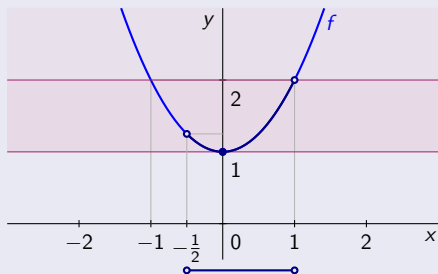
- $D(f) = \mathbb{R}$ .
- $H(f) = (0; 1)$ .
- $f$  je ohraničená. [ $0 < f(x) \leq 1$  pre všetky  $x \in \mathbb{R}$ .]
- $f$  je ohraničená na  $(-\frac{3}{2}; 1)$ .  
[ $\frac{4}{13} \leq f(x) \leq 1$  pre všetky  $x \in (-\frac{3}{2}; 1)$ .]
- $f$  je ohraničená na každej  $A \subset \mathbb{R}$ .



# Vlastnosti funkcií I

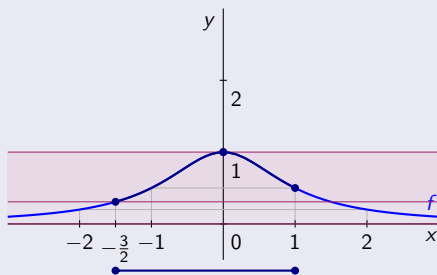
Funkcia  $f: y = x^2 + 1$ .

- $D(f) = R$ .
- $H(f) = \langle 1; \infty \rangle$ .
- $f$  je ohraničená zdola. [ $1 \leq f(x)$  pre všetky  $x \in R$ .]
- $f$  nie je ohraničená zhora.
- $f$  je ohraničená na  $(-\frac{1}{2}; 1)$ .  
[ $1 \leq f(x) < 2$  pre všetky  $x \in (-\frac{1}{2}; 1)$ .]



Funkcia  $f: y = \frac{1}{x^2 + 1}$ .

- $D(f) = R$ .
- $H(f) = (0; 1)$ .
- $f$  je ohraničená. [ $0 < f(x) \leq 1$  pre všetky  $x \in R$ .]
- $f$  je ohraničená na  $(-\frac{3}{2}; 1)$ .  
[ $\frac{4}{13} \leq f(x) \leq 1$  pre všetky  $x \in (-\frac{3}{2}; 1)$ .]
- $f$  je ohraničená na každej  $A \subset R$ .



# Vlastnosti funkcií I

Funkcia  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$ , množina  $A \subset D(f)$ .

•

•

•

•

# Vlastnosti funkcií I

Funkcia  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$ , množina  $A \subset D(f)$ .

- $\sup f(D(f)) = \sup H(f) = \sup \{f(x); x \in D(f)\},$

---

- $\inf f(D(f)) = \inf H(f) = \inf \{f(x); x \in D(f)\},$

# Vlastnosti funkcií I

Funkcia  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$ , množina  $A \subset D(f)$ .

- $\sup f(D(f)) = \sup H(f) = \sup \{f(x); x \in D(f)\}$ , označenie  $\sup f(x)$ ,
- $\inf f(D(f)) = \inf H(f) = \inf \{f(x); x \in D(f)\}$ , označenie  $\inf f(x)$ ,



# Vlastnosti funkcií I

Funkcia  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$ , množina  $A \subset D(f)$ .

- $\sup f(D(f)) = \sup H(f) = \sup \{f(x); x \in D(f)\}$ , označenie  $\sup f(x)$ ,  
sa nazýva **suprémum** funkcie  $f$ .
- $\inf f(D(f)) = \inf H(f) = \inf \{f(x); x \in D(f)\}$ , označenie  $\inf f(x)$ ,  
sa nazýva **infimum** funkcie  $f$ .

# Vlastnosti funkcií I

Funkcia  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$ , množina  $A \subset D(f)$ .

•  $\sup f(D(f)) = \sup H(f) = \sup \{f(x); x \in D(f)\}$ , označenie  $\sup f(x)$ ,  
sa nazýva **suprémum** funkcie  $f$ .

•  $\inf f(D(f)) = \inf H(f) = \inf \{f(x); x \in D(f)\}$ , označenie  $\inf f(x)$ ,  
sa nazýva **infimum** funkcie  $f$ .

•  $\sup f(A) = \sup_{x \in A} f(x) = \sup \{f(x); x \in A\}$ ,

•  $\inf f(A) = \inf_{x \in A} f(x) = \inf \{f(x); x \in A\}$ ,

# Vlastnosti funkcií I

Funkcia  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$ , množina  $A \subset D(f)$ .

•  $\sup f(D(f)) = \sup H(f) = \sup \{f(x); x \in D(f)\}$ , označenie  $\sup f(x)$ ,  
sa nazýva **suprémum** funkcie  $f$ .

•  $\inf f(D(f)) = \inf H(f) = \inf \{f(x); x \in D(f)\}$ , označenie  $\inf f(x)$ ,  
sa nazýva **infimum** funkcie  $f$ .

•  $\sup f(A) = \sup_{x \in A} f(x) = \sup \{f(x); x \in A\}$ , označenie  $\sup f(x)$ ,  $x \in A$ ,

•  $\inf f(A) = \inf_{x \in A} f(x) = \inf \{f(x); x \in A\}$ , označenie  $\inf f(x)$ ,  $x \in A$ ,

# Vlastnosti funkcií I

Funkcia  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$ , množina  $A \subset D(f)$ .

•  $\sup f(D(f)) = \sup H(f) = \sup \{f(x); x \in D(f)\}$ , označenie  $\sup f(x)$ ,  
sa nazýva **suprémum** funkcie  $f$ .

•  $\inf f(D(f)) = \inf H(f) = \inf \{f(x); x \in D(f)\}$ , označenie  $\inf f(x)$ ,  
sa nazýva **infimum** funkcie  $f$ .

•  $\sup f(A) = \sup_{x \in A} f(x) = \sup \{f(x); x \in A\}$ , označenie  $\sup f(x)$ ,  $x \in A$ ,  
sa nazýva **suprémum** funkcie  $f$  na množine  $A$ .

•  $\inf f(A) = \inf_{x \in A} f(x) = \inf \{f(x); x \in A\}$ , označenie  $\inf f(x)$ ,  $x \in A$ ,  
sa nazýva **infimum** funkcie  $f$  na množine  $A$ .

# Vlastnosti funkcií I

Funkcia  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$ , množina  $A \subset D(f)$ .

- $\sup f(D(f)) = \sup H(f) = \sup \{f(x); x \in D(f)\}$ , označenie  $\sup f(x)$ ,

sa nazýva **suprémum** funkcie  $f$ .

[Globálne suprémum na  $D(f)$ .]

- $\inf f(D(f)) = \inf H(f) = \inf \{f(x); x \in D(f)\}$ , označenie  $\inf f(x)$ ,

sa nazýva **infimum** funkcie  $f$ .

[Globálne infimum na  $D(f)$ .]

- $\sup f(A) = \sup_{x \in A} f(x) = \sup \{f(x); x \in A\}$ , označenie  $\sup f(x)$ ,  $x \in A$ ,

sa nazýva **suprémum** funkcie  $f$  na množine  $A$ .

[Lobálne suprémum na  $A$ .]

- $\inf f(A) = \inf_{x \in A} f(x) = \inf \{f(x); x \in A\}$ , označenie  $\inf f(x)$ ,  $x \in A$ ,

sa nazýva **infimum** funkcie  $f$  na množine  $A$ .

[Lobálne infimum na  $A$ .]

# Vlastnosti funkcií I

Funkcia  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$ , množina  $A \subset D(f)$ .

- $\sup f(D(f)) = \sup H(f) = \sup \{f(x); x \in D(f)\}$ , označenie  $\sup f(x)$ ,

sa nazýva **suprémum** funkcie  $f$ .

[Globálne suprémum na  $D(f)$ .]

- $\inf f(D(f)) = \inf H(f) = \inf \{f(x); x \in D(f)\}$ , označenie  $\inf f(x)$ ,

sa nazýva **infimum** funkcie  $f$ .

[Globálne infimum na  $D(f)$ .]

- $\sup f(A) = \sup_{x \in A} f(x) = \sup \{f(x); x \in A\}$ , označenie  $\sup f(x)$ ,  $x \in A$ ,

sa nazýva **suprémum** funkcie  $f$  na množine  $A$ .

[Lobálne suprémum na  $A$ .]

- $\inf f(A) = \inf_{x \in A} f(x) = \inf \{f(x); x \in A\}$ , označenie  $\inf f(x)$ ,  $x \in A$ ,

sa nazýva **infimum** funkcie  $f$  na množine  $A$ .

[Lobálne infimum na  $A$ .]

- $f$  je na množine  $A \subset D(f)$ 

|   |                 |               |
|---|-----------------|---------------|
| { | zhora           | neohraničená. |
|   | (zhora i zdola) | ohraničená.   |
|   | zdola           | neohraničená. |

# Vlastnosti funkcií I

Funkcia  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$ , množina  $A \subset D(f)$ .

- $\sup f(D(f)) = \sup H(f) = \sup \{f(x); x \in D(f)\}$ , označenie  $\sup f(x)$ ,

sa nazýva **suprémum** funkcie  $f$ .

[Globálne suprémum na  $D(f)$ .]

- $\inf f(D(f)) = \inf H(f) = \inf \{f(x); x \in D(f)\}$ , označenie  $\inf f(x)$ ,

sa nazýva **infimum** funkcie  $f$ .

[Globálne infimum na  $D(f)$ .]

- $\sup f(A) = \sup_{x \in A} f(x) = \sup \{f(x); x \in A\}$ , označenie  $\sup f(x)$ ,  $x \in A$ ,

sa nazýva **suprémum** funkcie  $f$  na množine  $A$ .

[Lobálne suprémum na  $A$ .]

- $\inf f(A) = \inf_{x \in A} f(x) = \inf \{f(x); x \in A\}$ , označenie  $\inf f(x)$ ,  $x \in A$ ,

sa nazýva **infimum** funkcie  $f$  na množine  $A$ .

[Lobálne infimum na  $A$ .]

- $f$  je na množine  $A \subset D(f)$ 

|   |                 |                             |   |                                      |
|---|-----------------|-----------------------------|---|--------------------------------------|
| { | zhora           | neohraničená. $\Rightarrow$ | • | $\sup \{f(x); x \in A\} = \infty$ .  |
|   | (zhora i zdola) | ohraničená.                 |   |                                      |
|   | zdola           | neohraničená. $\Rightarrow$ | • | $\inf \{f(x); x \in A\} = -\infty$ . |

# Vlastnosti funkcií I

Funkcia  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$ , množina  $A \subset D(f)$ .

- $\sup f(D(f)) = \sup H(f) = \sup \{f(x); x \in D(f)\}$ , označenie  $\sup f(x)$ ,

sa nazýva **suprémum** funkcie  $f$ .

[Globálne suprémum na  $D(f)$ .]

- $\inf f(D(f)) = \inf H(f) = \inf \{f(x); x \in D(f)\}$ , označenie  $\inf f(x)$ ,

sa nazýva **infimum** funkcie  $f$ .

[Globálne infimum na  $D(f)$ .]

- $\sup f(A) = \sup_{x \in A} f(x) = \sup \{f(x); x \in A\}$ , označenie  $\sup f(x)$ ,  $x \in A$ ,

sa nazýva **suprémum** funkcie  $f$  na množine  $A$ .

[Lobálne suprémum na  $A$ .]

- $\inf f(A) = \inf_{x \in A} f(x) = \inf \{f(x); x \in A\}$ , označenie  $\inf f(x)$ ,  $x \in A$ ,

sa nazýva **infimum** funkcie  $f$  na množine  $A$ .

[Lobálne infimum na  $A$ .]

- $f$  je na množine  $A \subset D(f)$ 

|   |                 |                             |   |                 |  |
|---|-----------------|-----------------------------|---|-----------------|--|
| { | zhora           | neohraničená. $\Rightarrow$ | } | $\Rightarrow$ { | <ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>\sup \{f(x); x \in A\} \in \mathbb{R}</math>.</li> <li>• <math>\inf \{f(x); x \in A\} \in \mathbb{R}</math>.</li> </ul> |
|   | (zhora i zdola) | ohraničená. $\Rightarrow$   |   |                 |  |
|   | zdola           | neohraničená.               |   |                 |  |



# Vlastnosti funkcií I

Funkcia  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$ , množina  $A \subset D(f)$ .

- $\sup f(D(f)) = \sup H(f) = \sup \{f(x); x \in D(f)\}$ , označenie  $\sup f(x)$ ,

sa nazýva **suprémum** funkcie  $f$ .

[Globálne suprémum na  $D(f)$ .]

- $\inf f(D(f)) = \inf H(f) = \inf \{f(x); x \in D(f)\}$ , označenie  $\inf f(x)$ ,

sa nazýva **infimum** funkcie  $f$ .

[Globálne infimum na  $D(f)$ .]

- $\sup f(A) = \sup_{x \in A} f(x) = \sup \{f(x); x \in A\}$ , označenie  $\sup f(x)$ ,  $x \in A$ ,

sa nazýva **suprémum** funkcie  $f$  na množine  $A$ .

[Lobálne suprémum na  $A$ .]

$\inf f(A) = \inf_{x \in A} f(x) = \inf \{f(x); x \in A\}$ , označenie  $\inf f(x)$ ,  $x \in A$ ,

sa nazýva **infimum** funkcie  $f$  na množine  $A$ .

[Lobálne infimum na  $A$ .]

- $f$  je na množine  $A \subset D(f)$ 

|   |                 |   |
|---|-----------------|---|
| { | (zhora i zdola) | } |
|---|-----------------|---|

|                                   |   |   |
|-----------------------------------|---|---|
| zhora neohraničená. $\Rightarrow$ | • $\sup \{f(x); x \in A\} = \infty$ .       |   |
| ohraničená. $\Rightarrow$         | {   | • $\sup \{f(x); x \in A\} \in \mathbb{R}$ . |
|                                   | • $\inf \{f(x); x \in A\} \in \mathbb{R}$ . |   |
| zdola neohraničená. $\Rightarrow$ | • $\inf \{f(x); x \in A\} = -\infty$ .      |   |

# Vlastnosti funkcií I

Funkcia  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$ , množina  $A \subset D(f)$ , bod  $c \in A$ .

- $f$  je **surjektívna** (plne) **na** množinu  $A$ , ak pre každý prvok  $a \in A$  existuje prvok  $x \in D(f)$  taký, že  $f(x) = a$ .
- $f$  je **injektívna** (plne) **na** množinu  $A$ , ak pre každý prvok  $a \in A$  existuje najviac jeden prvok  $x \in D(f)$  taký, že  $f(x) = a$ .
- $f$  je **biinjektívna** (plne) **na** množinu  $A$ , ak pre každý prvok  $a \in A$  existuje práve jeden prvok  $x \in D(f)$  taký, že  $f(x) = a$ .
- $f$  je **inverzovateľná** (plne) **na** množinu  $A$ , ak je biinjektívna na množinu  $A$ .

# Vlastnosti funkcií I

Funkcia  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$ , množina  $A \subset D(f)$ , bod  $c \in A$ .

Funkcia  $f$  nadobúda (má) v bode  $c$  extrém (maximum, minimum) na množine  $A$ :

# Vlastnosti funkcií I

Funkcia  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$ , množina  $A \subset D(f)$ , bod  $c \in A$ .

Funkcia  $f$  nadobúda (má) v bode  $c$  extrém (maximum, minimum) na množine  $A$ :

- $f(c)$  je maximum (maximálna, najväčšia hodnota),
- $f(c)$  je minimum (minimálna, najmenšia hodnota),

# Vlastnosti funkcií I

Funkcia  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$ , množina  $A \subset D(f)$ , bod  $c \in A$ .

Funkcia  $f$  nadobúda (má) v bode  $c$  extrém (maximum, minimum) na množine  $A$ :

- $f(c)$  je maximum (maximálna, najväčšia hodnota), označenie  $f(c) = \max f(x)$ ,  $x \in A$ ,
- $f(c)$  je minimum (minimálna, najmenšia hodnota), označenie  $f(c) = \min f(x)$ ,  $x \in A$ ,

# Vlastnosti funkcií I

Funkcia  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$ , množina  $A \subset D(f)$ , bod  $c \in A$ .

Funkcia  $f$  nadobúda (má) v bode  $c$  extrém (maximum, minimum) na množine  $A$ :

- $f(c)$  je maximum (maximálna, najväčšia hodnota), označenie  $f(c) = \max f(x)$ ,  $x \in A$ ,  
ak pre všetky  $x \in A$  platí  $f(x) \leq f(c)$ .
- $f(c)$  je minimum (minimálna, najmenšia hodnota), označenie  $f(c) = \min f(x)$ ,  $x \in A$ ,  
ak pre všetky  $x \in A$  platí  $f(c) \leq f(x)$ .

# Vlastnosti funkcií I

Funkcia  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$ , množina  $A \subset D(f)$ , bod  $c \in A$ .

Funkcia  $f$  nadobúda (má) v bode  $c$  extrém (maximum, minimum) na množine  $A$ :

- $f(c)$  je maximum (maximálna, najväčšia hodnota), označenie  $f(c) = \max f(x)$ ,  $x \in A$ ,

ak pre všetky  $x \in A$  platí  $f(x) \leq f(c)$ .

$$[f(c) = \max f(A) = \max_{x \in A} f(x) = \max \{f(x); x \in A\}.]$$

- $f(c)$  je minimum (minimálna, najmenšia hodnota), označenie  $f(c) = \min f(x)$ ,  $x \in A$ ,

ak pre všetky  $x \in A$  platí  $f(c) \leq f(x)$ .

$$[f(c) = \min f(A) = \min_{x \in A} f(x) = \min \{f(x); x \in A\}.]$$

# Vlastnosti funkcií I

Funkcia  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$ , množina  $A \subset D(f)$ , bod  $c \in A$ .

Funkcia  $f$  nadobúda (má) v bode  $c$  extrém (maximum, minimum) na množine  $A$ :

- $f(c)$  je maximum (maximálna, najväčšia hodnota), označenie  $f(c) = \max f(x)$ ,  $x \in A$ ,

ak pre všetky  $x \in A$  platí  $f(x) \leq f(c)$ .

$$[f(c) = \max f(A) = \max_{x \in A} f(x) = \max \{f(x); x \in A\}.]$$

- $f(c)$  je minimum (minimálna, najmenšia hodnota), označenie  $f(c) = \min f(x)$ ,  $x \in A$ ,

ak pre všetky  $x \in A$  platí  $f(c) \leq f(x)$ .

$$[f(c) = \min f(A) = \min_{x \in A} f(x) = \min \{f(x); x \in A\}.]$$

- $f(c)$  je ostré (rýdze) maximum,
- $f(c)$  je ostré (rýdze) minimum,



# Vlastnosti funkcií I

Funkcia  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$ , množina  $A \subset D(f)$ , bod  $c \in A$ .

Funkcia  $f$  nadobúda (má) v bode  $c$  extrém (maximum, minimum) na množine  $A$ :

- $f(c)$  je maximum (maximálna, najväčšia hodnota), označenie  $f(c) = \max f(x)$ ,  $x \in A$ ,

ak pre všetky  $x \in A$  platí  $f(x) \leq f(c)$ .

$$[f(c) = \max f(A) = \max_{x \in A} f(x) = \max \{f(x); x \in A\}.]$$

- $f(c)$  je minimum (minimálna, najmenšia hodnota), označenie  $f(c) = \min f(x)$ ,  $x \in A$ ,

ak pre všetky  $x \in A$  platí  $f(c) \leq f(x)$ .

$$[f(c) = \min f(A) = \min_{x \in A} f(x) = \min \{f(x); x \in A\}.]$$

- $f(c)$  je ostré (rýdze) maximum, ak pre všetky  $x \in A$ ,  $x \neq c$  platí  $f(x) < f(c)$ .

- $f(c)$  je ostré (rýdze) minimum, ak pre všetky  $x \in A$ ,  $x \neq c$  platí  $f(c) < f(x)$ .

# Vlastnosti funkcií I

Funkcia  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$ , množina  $A \subset D(f)$ , bod  $c \in A$ .

Funkcia  $f$  **nadobúda (má)** v bode  $c$  **extrém** (maximum, minimum) na množine  $A$ :

- $f(c)$  je **maximum** (maximálna, najväčšia hodnota), označenie  $f(c) = \max f(x)$ ,  $x \in A$ ,

ak pre všetky  $x \in A$  platí  $f(x) \leq f(c)$ .

$$[f(c) = \max f(A) = \max_{x \in A} f(x) = \max \{f(x); x \in A\}.]$$

- $f(c)$  je **minimum** (minimálna, najmenšia hodnota), označenie  $f(c) = \min f(x)$ ,  $x \in A$ ,

ak pre všetky  $x \in A$  platí  $f(c) \leq f(x)$ .

$$[f(c) = \min f(A) = \min_{x \in A} f(x) = \min \{f(x); x \in A\}.]$$

- $f(c)$  je **ostré (rýdze) maximum**, ak pre všetky  $x \in A$ ,  $x \neq c$  platí  $f(x) < f(c)$ .

- $f(c)$  je **ostré (rýdze) minimum**, ak pre všetky  $x \in A$ ,  $x \neq c$  platí  $f(c) < f(x)$ .

- Ak  $A = D(f)$ , potom sa extrémny funkcie  $f$  nazývajú **globálne (absolútne)**,

# Vlastnosti funkcií I

Funkcia  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$ , množina  $A \subset D(f)$ , bod  $c \in A$ .

Funkcia  $f$  **nadobúda (má)** v bode  $c$  **extrém** (maximum, minimum) na množine  $A$ :

- $f(c)$  je **maximum** (maximálna, najväčšia hodnota), označenie  $f(c) = \max f(x)$ ,  $x \in A$ ,

ak pre všetky  $x \in A$  platí  $f(x) \leq f(c)$ .

$$[f(c) = \max f(A) = \max_{x \in A} f(x) = \max \{f(x); x \in A\}.]$$

- $f(c)$  je **minimum** (minimálna, najmenšia hodnota), označenie  $f(c) = \min f(x)$ ,  $x \in A$ ,

ak pre všetky  $x \in A$  platí  $f(c) \leq f(x)$ .

$$[f(c) = \min f(A) = \min_{x \in A} f(x) = \min \{f(x); x \in A\}.]$$

- $f(c)$  je **ostré (rýdze) maximum**, ak pre všetky  $x \in A$ ,  $x \neq c$  platí  $f(x) < f(c)$ .

- $f(c)$  je **ostré (rýdze) minimum**, ak pre všetky  $x \in A$ ,  $x \neq c$  platí  $f(x) > f(c)$ .

- Ak  $A = D(f)$ , potom sa extrémny funkcie  $f$  nazývajú **globálne (absolútne)**,

označenie  $f(c) = \min f(x)$ , resp.  $f(c) = \max f(x)$ .

# Vlastnosti funkcií I

Funkcia  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$ , množina  $A \subset D(f)$ , bod  $c \in A$ .

Funkcia  $f$  **nadobúda (má)** v bode  $c$  **extrém** (maximum, minimum) na množine  $A$ :

- $f(c)$  je **maximum** (maximálna, najväčšia hodnota), označenie  $f(c) = \max f(x)$ ,  $x \in A$ ,

ak pre všetky  $x \in A$  platí  $f(x) \leq f(c)$ .

$$[f(c) = \max f(A) = \max_{x \in A} f(x) = \max \{f(x); x \in A\}.]$$

- $f(c)$  je **minimum** (minimálna, najmenšia hodnota), označenie  $f(c) = \min f(x)$ ,  $x \in A$ ,

ak pre všetky  $x \in A$  platí  $f(c) \leq f(x)$ .

$$[f(c) = \min f(A) = \min_{x \in A} f(x) = \min \{f(x); x \in A\}.]$$

- $f(c)$  je **ostré (rýdze) maximum**, ak pre všetky  $x \in A$ ,  $x \neq c$  platí  $f(x) < f(c)$ .

- $f(c)$  je **ostré (rýdze) minimum**, ak pre všetky  $x \in A$ ,  $x \neq c$  platí  $f(x) > f(c)$ .

- Ak  $A = D(f)$ , potom sa extrémny funkcie  $f$  nazývajú **globálne (absolútne)**,

označenie  $f(c) = \min f(x)$ , resp.  $f(c) = \max f(x)$ .

- Ak  $A \subset D(f)$ , potom sa extrémny funkcie  $f$  nazývajú **lokálne (na množine  $A$ )**.

# Vlastnosti funkcií I

Funkcia  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$ , množina  $A \subset D(f)$ , bod  $c \in A$ .

Funkcia  $f$  **nadobúda (má)** v bode  $c$  **extrém** (maximum, minimum) na množine  $A$ :

- $f(c)$  je **maximum** (maximálna, najväčšia hodnota), označenie  $f(c) = \max f(x)$ ,  $x \in A$ ,

ak pre všetky  $x \in A$  platí  $f(x) \leq f(c)$ .

$$[f(c) = \max f(A) = \max_{x \in A} f(x) = \max \{f(x); x \in A\}.]$$

- $f(c)$  je **minimum** (minimálna, najmenšia hodnota), označenie  $f(c) = \min f(x)$ ,  $x \in A$ ,

ak pre všetky  $x \in A$  platí  $f(c) \leq f(x)$ .

$$[f(c) = \min f(A) = \min_{x \in A} f(x) = \min \{f(x); x \in A\}.]$$

- $f(c)$  je **ostré (rýdze) maximum**, ak pre všetky  $x \in A$ ,  $x \neq c$  platí  $f(x) < f(c)$ .

- $f(c)$  je **ostré (rýdze) minimum**, ak pre všetky  $x \in A$ ,  $x \neq c$  platí  $f(x) > f(c)$ .

- Ak  $A = D(f)$ , potom sa extrémny funkcie  $f$  nazývajú **globálne (absolútne)**,

označenie  $f(c) = \min f(x)$ , resp.  $f(c) = \max f(x)$ .

- Ak  $A \subset D(f)$ , potom sa extrémny funkcie  $f$  nazývajú **lokálne (na množine  $A$ )**.

[Lokálne extrémny funkcie  $f$  postačí vyšetrovať na nejakom (ľubovoľnom) okolí  $O(c) \subset D(f)$  alebo na intervale  $I \subset D(f)$ .]

# Vlastnosti funkcií I

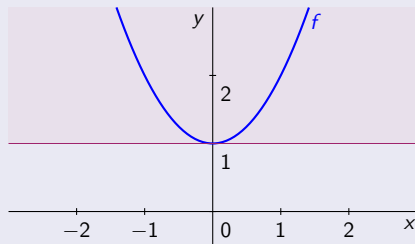
Funkcia  $f: y = x^2 + 1$ ,

Funkcia  $f: y = \frac{1}{x^2+1}$ ,

# Vlastnosti funkcií I

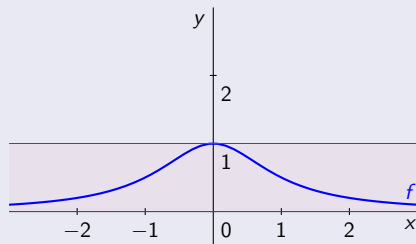
Funkcia  $f: y = x^2 + 1, R \rightarrow \langle 1; \infty \rangle$ .

- $f$  je ohraničená zdola ale nie zhora.



Funkcia  $f: y = \frac{1}{x^2+1}, R \rightarrow (0; 1)$ .

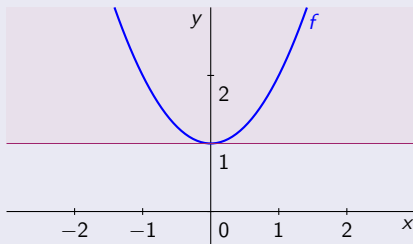
- $f$  je ohraničená zdola a aj zhora.



# Vlastnosti funkcií I

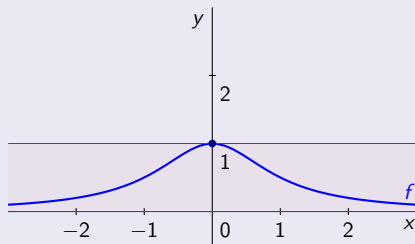
Funkcia  $f: y = x^2 + 1, R \rightarrow \langle 1; \infty \rangle$ .

- $f$  je ohraničená zdola ale nie zhora.
- $\max f(x)$  neexistuje. •  $\sup f(x) = \infty$ .



Funkcia  $f: y = \frac{1}{x^2+1}, R \rightarrow (0; 1)$ .

- $f$  je ohraničená zdola a aj zhora.
- $\max f(x) = \sup f(x) = 1$ .

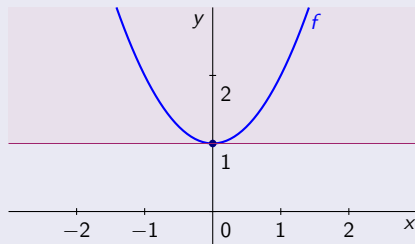




# Vlastnosti funkcií I

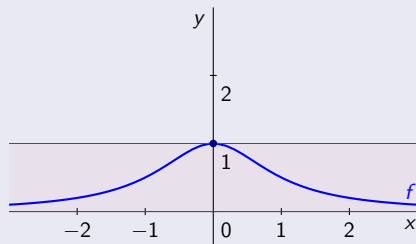
Funkcia  $f: y = x^2 + 1, R \rightarrow \langle 1; \infty \rangle$ .

- $f$  je ohraničená zdola ale nie zhora.
- $\max f(x)$  neexistuje. •  $\sup f(x) = \infty$ .
- $\min f(x) = \inf f(x) = 1$ .



Funkcia  $f: y = \frac{1}{x^2+1}, R \rightarrow (0; 1)$ .

- $f$  je ohraničená zdola a aj zhora.
- $\max f(x) = \sup f(x) = 1$ .
- $\min f(x)$  neexistuje. •  $\inf f(x) = 0$ .

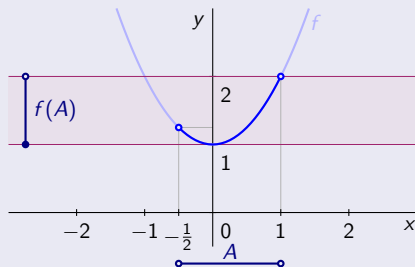


# Vlastnosti funkcií I

Funkcia  $f: y = x^2 + 1, R \rightarrow \langle 1; \infty \rangle$ .

- $f$  je ohraničená zdola ale nie zhora.
- $\max f(x)$  neexistuje. •  $\sup f(x) = \infty$ .
- $\min f(x) = \inf f(x) = 1$ .

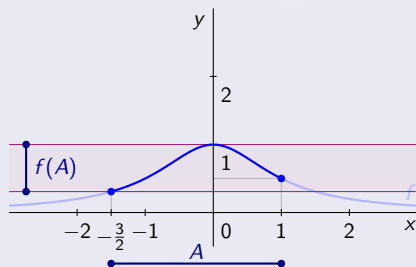
$A = (-\frac{1}{2}; 1)$ .  $\Rightarrow$  •  $f(A) = \langle 1; 2 \rangle$ .



Funkcia  $f: y = \frac{1}{x^2+1}, R \rightarrow (0; 1)$ .

- $f$  je ohraničená zdola a aj zhora.
- $\max f(x) = \sup f(x) = 1$ .
- $\min f(x)$  neexistuje. •  $\inf f(x) = 0$ .

$A = (-\frac{3}{2}; 1)$ .  $\Rightarrow$  •  $f(A) = \langle \frac{4}{13}; 1 \rangle$ .



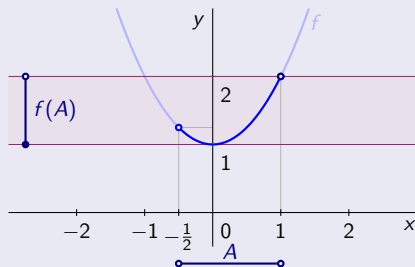
# Vlastnosti funkcií I

Funkcia  $f: y = x^2 + 1, R \rightarrow \langle 1; \infty \rangle$ .

- $f$  je ohraničená zdola ale nie zhora.
- $\max f(x)$  neexistuje. •  $\sup f(x) = \infty$ .
- $\min f(x) = \inf f(x) = 1$ .

$A = (-\frac{1}{2}; 1)$ .  $\Rightarrow$  •  $f(A) = \langle 1; 2 \rangle$ .

- $\max f(A)$  neexistuje. •  $\sup f(A) = 2$ .

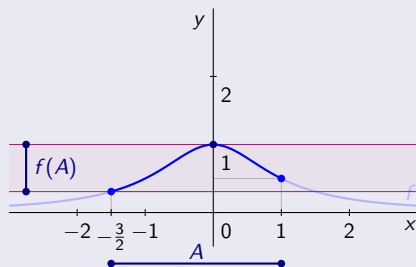


Funkcia  $f: y = \frac{1}{x^2+1}, R \rightarrow (0; 1)$ .

- $f$  je ohraničená zdola a aj zhora.
- $\max f(x) = \sup f(x) = 1$ .
- $\min f(x)$  neexistuje. •  $\inf f(x) = 0$ .

$A = \langle -\frac{3}{2}; 1 \rangle$ .  $\Rightarrow$  •  $f(A) = \langle \frac{4}{13}; 1 \rangle$ .

- $\max f(A) = \sup f(A) = 1$ .



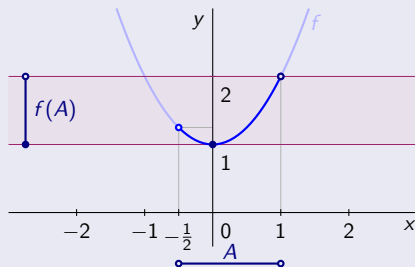
# Vlastnosti funkcií I

Funkcia  $f: y = x^2 + 1, R \rightarrow \langle 1; \infty \rangle$ .

- $f$  je ohraničená zdola ale nie zhora.
- $\max f(x)$  neexistuje. •  $\sup f(x) = \infty$ .
- $\min f(x) = \inf f(x) = 1$ .

$A = (-\frac{1}{2}; 1)$ .  $\Rightarrow$  •  $f(A) = \langle 1; 2 \rangle$ .

- $\max f(A)$  neexistuje. •  $\sup f(A) = 2$ .
- $\min f(A) = \inf f(A) = 1$ .

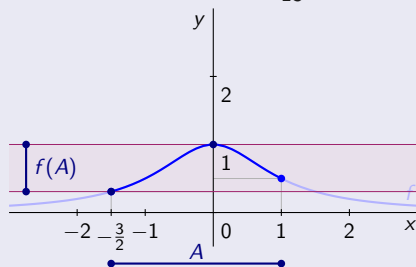


Funkcia  $f: y = \frac{1}{x^2+1}, R \rightarrow (0; 1)$ .

- $f$  je ohraničená zdola a aj zhora.
- $\max f(x) = \sup f(x) = 1$ .
- $\min f(x)$  neexistuje. •  $\inf f(x) = 0$ .

$A = \langle -\frac{3}{2}; 1 \rangle$ .  $\Rightarrow$  •  $f(A) = \langle \frac{4}{13}; 1 \rangle$ .

- $\max f(A) = \sup f(A) = 1$ .
- $\min f(A) = \inf f(A) = \frac{4}{13}$ .



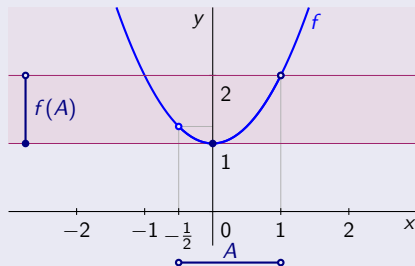
# Vlastnosti funkcií I

Funkcia  $f: y = x^2 + 1, R \rightarrow \langle 1; \infty \rangle$ .

- $f$  je ohraničená zdola ale nie zhora.
- $\max f(x)$  neexistuje. •  $\sup f(x) = \infty$ .
- $\min f(x) = \inf f(x) = 1$ .

$A = (-\frac{1}{2}; 1)$ .  $\Rightarrow$  •  $f(A) = \langle 1; 2 \rangle$ .

- $\max f(A)$  neexistuje. •  $\sup f(A) = 2$ .
- $\min f(A) = \inf f(A) = 1$ .

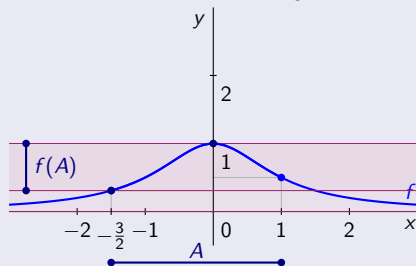


Funkcia  $f: y = \frac{1}{x^2+1}, R \rightarrow (0; 1)$ .

- $f$  je ohraničená zdola a aj zhora.
- $\max f(x) = \sup f(x) = 1$ .
- $\min f(x)$  neexistuje. •  $\inf f(x) = 0$ .

$A = \langle -\frac{3}{2}; 1 \rangle$ .  $\Rightarrow$  •  $f(A) = \langle \frac{4}{13}; 1 \rangle$ .

- $\max f(A) = \sup f(A) = 1$ .
- $\min f(A) = \inf f(A) = \frac{4}{13}$ .



# Vlastnosti funkcií I

Funkcia  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$ , množina  $A \subset D(f)$ .



•

•

•

•

•

# Vlastnosti funkcií I

Funkcia  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$ , množina  $A \subset D(f)$ .

Funkcia  $f$  sa nazýva **monotónna** na množine  $A$ :

[Ak spĺňa aspoň jednu z nasledujúcich vlastností.]

# Vlastnosti funkcií I

Funkcia  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$ , množina  $A \subset D(f)$ .

Funkcia  $f$  sa nazýva **monotónna** na množine  $A$ :

[Ak spĺňa aspoň jednu z nasledujúcich vlastností.]

- **Rastúca** (rastie),
- **Klesajúca** (klesá),



# Vlastnosti funkcií I

Funkcia  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$ , množina  $A \subset D(f)$ .

Funkcia  $f$  sa nazýva **monotónna** na množine  $A$ :

[Ak spĺňa aspoň jednu z nasledujúcich vlastností.]

- **Rastúca** (rastie),
- **Klesajúca** (klesá),
- **Neklesajúca** (neklesá),
- **Nerastúca** (nerastie),

# Vlastnosti funkcií I

Funkcia  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$ , množina  $A \subset D(f)$ .

Funkcia  $f$  sa nazýva **monotónna** na množine  $A$ :

[Ak spĺňa aspoň jednu z nasledujúcich vlastností.]

- **Rastúca** (rastie),
- **Klesajúca** (klesá),
- **Neklesajúca** (neklesá),
- **Nerastúca** (nerastie),
- **Konštantná**,

# Vlastnosti funkcií I

Funkcia  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$ , množina  $A \subset D(f)$ .

Funkcia  $f$  sa nazýva **monotónna** na množine  $A$ :

[Ak spĺňa aspoň jednu z nasledujúcich vlastností.]

• **Rastúca** (rastie),  
• **Klesajúca** (klesá),

} ak pre všetky  $x_1, x_2 \in A$ ,  $x_1 < x_2$  platí  $\begin{cases} f(x_1) < f(x_2). \\ f(x_1) > f(x_2). \end{cases}$

• **Neklesajúca** (neklesá),

• **Nerastúca** (nerastie),

• **Konštantná**,

# Vlastnosti funkcií I

Funkcia  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$ , množina  $A \subset D(f)$ .

Funkcia  $f$  sa nazýva **monotónna** na množine  $A$ :

[Ak spĺňa aspoň jednu z nasledujúcich vlastností.]

- **Rastúca** (rastie),
  - **Klesajúca** (klesá),
- } ak pre všetky  $x_1, x_2 \in A$ ,  $x_1 < x_2$  platí  $\begin{cases} f(x_1) < f(x_2). \\ f(x_1) > f(x_2). \end{cases}$
- 
- **Neklesajúca** (neklesá),
  - **Nerastúca** (nerastie),
- } ak pre všetky  $x_1, x_2 \in A$ ,  $x_1 < x_2$  platí  $\begin{cases} f(x_1) \leq f(x_2). \\ f(x_1) \geq f(x_2). \end{cases}$
- 
- **Konštantná**,

# Vlastnosti funkcií I

Funkcia  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$ , množina  $A \subset D(f)$ .

Funkcia  $f$  sa nazýva **monotónna** na množine  $A$ :

[Ak spĺňa aspoň jednu z nasledujúcich vlastností.]

- **Rastúca** (rastie),
  - **Klesajúca** (klesá),
- ak pre všetky  $x_1, x_2 \in A$ ,  $x_1 < x_2$  platí
- $$\begin{cases} f(x_1) < f(x_2). \\ f(x_1) > f(x_2). \end{cases}$$
- 
- **Neklesajúca** (neklesá),
  - **Nerastúca** (nerastie),
- ak pre všetky  $x_1, x_2 \in A$ ,  $x_1 < x_2$  platí
- $$\begin{cases} f(x_1) \leq f(x_2). \\ f(x_1) \geq f(x_2). \end{cases}$$
- 
- **Konštantná**, ak pre všetky  $x_1, x_2 \in A$  platí  $f(x_1) = f(x_2)$ ,

# Vlastnosti funkcií I

Funkcia  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$ , množina  $A \subset D(f)$ .

Funkcia  $f$  sa nazýva **monotónna** na množine  $A$ :

[Ak spĺňa aspoň jednu z nasledujúcich vlastností.]

- **Rastúca** (rastie),
  - **Klesajúca** (klesá),
- ak pre všetky  $x_1, x_2 \in A$ ,  $x_1 < x_2$  platí
- $$\begin{cases} f(x_1) < f(x_2). \\ f(x_1) > f(x_2). \end{cases}$$
- 
- **Neklesajúca** (neklesá),
  - **Nerastúca** (nerastie),
- ak pre všetky  $x_1, x_2 \in A$ ,  $x_1 < x_2$  platí
- $$\begin{cases} f(x_1) \leq f(x_2). \\ f(x_1) \geq f(x_2). \end{cases}$$
- 
- **Konštantná**, ak pre všetky  $x_1, x_2 \in A$  platí  $f(x_1) = f(x_2)$ , označenie  $f(x) = \text{konšt.}$

# Vlastnosti funkcií I

Funkcia  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$ , množina  $A \subset D(f)$ .

Funkcia  $f$  sa nazýva **monotónna** na množine  $A$ :

[Ak spĺňa aspoň jednu z nasledujúcich vlastností.]

• **Rastúca** (rastie),  
 • **Klesajúca** (klesá),

ak pre všetky  $x_1, x_2 \in A$ ,  $x_1 < x_2$  platí

$$\begin{cases} f(x_1) < f(x_2). \\ f(x_1) > f(x_2). \end{cases}$$

• **Neklesajúca** (neklesá),  
 • **Nerastúca** (nerastie),

ak pre všetky  $x_1, x_2 \in A$ ,  $x_1 < x_2$  platí

$$\begin{cases} f(x_1) \leq f(x_2). \\ f(x_1) \geq f(x_2). \end{cases}$$

• **Konštantná**, ak pre všetky  $x_1, x_2 \in A$  platí  $f(x_1) = f(x_2)$ , označenie  $f(x) = \text{konšt.}$

[Existuje  $c \in \mathbb{R}$  také, že pre všetky  $x \in A$  platí  $f(x) = c$ .]

# Vlastnosti funkcií I

Funkcia  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$ , množina  $A \subset D(f)$ .

Funkcia  $f$  sa nazýva **monotónna** na množine  $A$ :

[Ak spĺňa aspoň jednu z nasledujúcich vlastností.]

• **Rastúca** (rastie),  
 • **Klesajúca** (klesá),

ak pre všetky  $x_1, x_2 \in A$ ,  $x_1 < x_2$  platí

$\left\{ \begin{array}{l} f(x_1) < f(x_2). \\ f(x_1) > f(x_2). \end{array} \right\}$

**rýdzo (ostro) monotónna**

• **Neklesajúca** (neklesá),  
 • **Nerastúca** (nerastie),

ak pre všetky  $x_1, x_2 \in A$ ,  $x_1 < x_2$  platí

$\left\{ \begin{array}{l} f(x_1) \leq f(x_2). \\ f(x_1) \geq f(x_2). \end{array} \right.$

• **Konštantná**, ak pre všetky  $x_1, x_2 \in A$  platí  $f(x_1) = f(x_2)$ , označenie  $f(x) = \text{konšt.}$

[Existuje  $c \in \mathbb{R}$  také, že pre všetky  $x \in A$  platí  $f(x) = c$ .]



# Vlastnosti funkcií I

Funkcia  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$ , množina  $A \subset D(f)$ .

Funkcia  $f$  sa nazýva **monotónna** na množine  $A$ :

[Ak spĺňa aspoň jednu z nasledujúcich vlastností.]

• **Rastúca** (rastie),  
 • **Klesajúca** (klesá),

} ak pre všetky  $x_1, x_2 \in A$ ,  $x_1 < x_2$  platí

}  $\begin{cases} f(x_1) < f(x_2). \\ f(x_1) > f(x_2). \end{cases}$

} **rýdzo (ostro) monotónna**

• **Neklesajúca** (neklesá),  
 • **Nerastúca** (nerastie),

} ak pre všetky  $x_1, x_2 \in A$ ,  $x_1 < x_2$  platí

}  $\begin{cases} f(x_1) \leq f(x_2). \\ f(x_1) \geq f(x_2). \end{cases}$

• **Konštantná**, ak pre všetky  $x_1, x_2 \in A$  platí  $f(x_1) = f(x_2)$ , označenie  $f(x) = \text{konšt.}$

[Existuje  $c \in \mathbb{R}$  také, že pre všetky  $x \in A$  platí  $f(x) = c$ .]

• **Konštantná** funkcia (na množine  $A$ ) je súčasne **neklesajúca** a aj **nerastúca** (na množine  $A$ ).

# Vlastnosti funkcií I

Funkcia  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$ , množina  $A \subset D(f)$ .

Funkcia  $f$  sa nazýva **monotónna** na množine  $A$ :

[Ak spĺňa aspoň jednu z nasledujúcich vlastností.]

• **Rastúca** (rastie),  
 • **Klesajúca** (klesá),

$\left. \begin{array}{l} \bullet \text{ Rastúca (rastie),} \\ \bullet \text{ Klesajúca (klesá),} \end{array} \right\} \text{ ak pre všetky } x_1, x_2 \in A, x_1 < x_2 \text{ platí } \left\{ \begin{array}{l} f(x_1) < f(x_2). \\ f(x_1) > f(x_2). \end{array} \right\} \text{ rýdzo (ostro) monotónna}$

• **Neklesajúca** (neklesá),  
 • **Nerastúca** (nerastie),

$\left. \begin{array}{l} \bullet \text{ Neklesajúca (neklesá),} \\ \bullet \text{ Nerastúca (nerastie),} \end{array} \right\} \text{ ak pre všetky } x_1, x_2 \in A, x_1 < x_2 \text{ platí } \left\{ \begin{array}{l} f(x_1) \leq f(x_2). \\ f(x_1) \geq f(x_2). \end{array} \right.$

• **Konštantná**, ak pre všetky  $x_1, x_2 \in A$  platí  $f(x_1) = f(x_2)$ , označenie  $f(x) = \text{konšt.}$

[Existuje  $c \in \mathbb{R}$  také, že pre všetky  $x \in A$  platí  $f(x) = c$ .]

• Konštantná funkcia (na množine  $A$ ) je súčasne neklesajúca a aj nerastúca (na množine  $A$ ).

• Ak  $A = D(f)$ , potom **globálne (absolútne) vlastnosti** funkcie  $f$  (na celom definičnom obore).

# Vlastnosti funkcií I

Funkcia  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$ , množina  $A \subset D(f)$ .

Funkcia  $f$  sa nazýva **monotónna** na množine  $A$ :

[Ak spĺňa aspoň jednu z nasledujúcich vlastností.]

• **Rastúca** (rastie),  
 • **Klesajúca** (klesá),

ak pre všetky  $x_1, x_2 \in A$ ,  $x_1 < x_2$  platí
 
$$\begin{cases} f(x_1) < f(x_2). \\ f(x_1) > f(x_2). \end{cases}$$
**rýdzo (ostro) monotónna**

• **Neklesajúca** (neklesá),  
 • **Nerastúca** (nerastie),

ak pre všetky  $x_1, x_2 \in A$ ,  $x_1 < x_2$  platí
 
$$\begin{cases} f(x_1) \leq f(x_2). \\ f(x_1) \geq f(x_2). \end{cases}$$

• **Konštantná**, ak pre všetky  $x_1, x_2 \in A$  platí  $f(x_1) = f(x_2)$ , označenie  $f(x) = \text{konšt.}$

[Existuje  $c \in \mathbb{R}$  také, že pre všetky  $x \in A$  platí  $f(x) = c$ .]

• Konštantná funkcia (na množine  $A$ ) je súčasne neklesajúca a aj nerastúca (na množine  $A$ ).

• Ak  $A = D(f)$ , potom **globálne (absolútne) vlastnosti** funkcie  $f$  (na celom definičnom obore).

[ $f$  je rastúca,  $f$  je neklesajúca,  $f$  je monotónna, ...]

# Vlastnosti funkcií I

Funkcia  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$ , množina  $A \subset D(f)$ .

Funkcia  $f$  sa nazýva **monotónna** na množine  $A$ :

[Ak spĺňa aspoň jednu z nasledujúcich vlastností.]

• **Rastúca** (rastie),  
 • **Klesajúca** (klesá),

ak pre všetky  $x_1, x_2 \in A$ ,  $x_1 < x_2$  platí

$\left. \begin{array}{l} f(x_1) < f(x_2). \\ f(x_1) > f(x_2). \end{array} \right\}$ 
**rýdzo (ostro)**  
**monotónna**

• **Neklesajúca** (neklesá),  
 • **Nerastúca** (nerastie),

ak pre všetky  $x_1, x_2 \in A$ ,  $x_1 < x_2$  platí

$\left. \begin{array}{l} f(x_1) \leq f(x_2). \\ f(x_1) \geq f(x_2). \end{array} \right\}$

• **Konštantná**, ak pre všetky  $x_1, x_2 \in A$  platí  $f(x_1) = f(x_2)$ , označenie  $f(x) = \text{konšt.}$

[Existuje  $c \in \mathbb{R}$  také, že pre všetky  $x \in A$  platí  $f(x) = c$ .]

• **Konštantná** funkcia (na množine  $A$ ) je súčasne **neklesajúca** a aj **nerastúca** (na množine  $A$ ).

• Ak  $A = D(f)$ , potom **globálne (absolútne) vlastnosti** funkcie  $f$  (na celom definičnom obore).

[ $f$  je rastúca,  $f$  je neklesajúca,  $f$  je monotónna, ...]

• Ak  $A \subset D(f)$ , potom **lokálne vlastnosti** funkcie  $f$  (na množine  $A$ ).

# Vlastnosti funkcií I

Funkcia  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$ , množina  $A \subset D(f)$ .

Funkcia  $f$  sa nazýva **monotónna** na množine  $A$ :

[Ak spĺňa aspoň jednu z nasledujúcich vlastností.]

• **Rastúca** (rastie),  
 • **Klesajúca** (klesá),

} ak pre všetky  $x_1, x_2 \in A$ ,  $x_1 < x_2$  platí

$\left\{ \begin{array}{l} f(x_1) < f(x_2). \\ f(x_1) > f(x_2). \end{array} \right\}$

**rýdzo (ostro) monotónna**

• **Neklesajúca** (neklesá),  
 • **Nerastúca** (nerastie),

} ak pre všetky  $x_1, x_2 \in A$ ,  $x_1 < x_2$  platí

$\left\{ \begin{array}{l} f(x_1) \leq f(x_2). \\ f(x_1) \geq f(x_2). \end{array} \right.$

• **Konštantná**, ak pre všetky  $x_1, x_2 \in A$  platí  $f(x_1) = f(x_2)$ , označenie  $f(x) = \text{konšt.}$

[Existuje  $c \in \mathbb{R}$  také, že pre všetky  $x \in A$  platí  $f(x) = c$ .]

• **Konštantná** funkcia (na množine  $A$ ) je súčasne **neklesajúca** a aj **nerastúca** (na množine  $A$ ).

• Ak  $A = D(f)$ , potom **globálne (absolútne) vlastnosti** funkcie  $f$  (na celom definičnom obore).

[ $f$  je rastúca,  $f$  je neklesajúca,  $f$  je monotónna, ...]

• Ak  $A \subset D(f)$ , potom **lokálne vlastnosti** funkcie  $f$  (na množine  $A$ ).

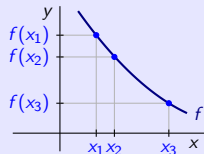
[ $f$  je rastúca na množine  $A$ ,  $f$  je neklesajúca na intervale  $A$ , ...]

# Vlastnosti funkcií I



$$f(x_1) < f(x_2) < f(x_3)$$

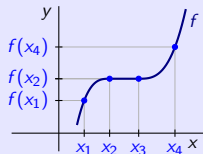
Rastúca funkcia



Klesajúca funkcia

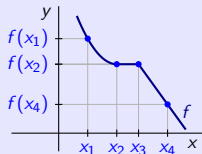
$$f(x_1) > f(x_2) > f(x_3)$$

# Vlastnosti funkcií I



$$f(x_1) < f(x_2) = f(x_3) < f(x_4)$$

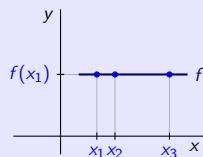
Neklesajúca funkcia



Nerastúca funkcia

$$f(x_1) > f(x_2) = f(x_3) > f(x_4)$$

# Vlastnosti funkcií I



$$f(x_1) = f(x_2) = f(x_3)$$

Konštantná funkcia

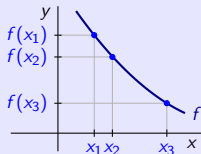


# Vlastnosti funkcií I



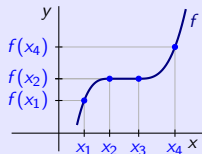
$$f(x_1) < f(x_2) < f(x_3)$$

Rastúca funkcia



Klesajúca funkcia

$$f(x_1) > f(x_2) > f(x_3)$$



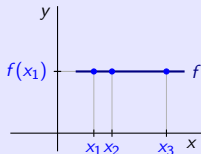
$$f(x_1) < f(x_2) = f(x_3) < f(x_4)$$

Neklesajúca funkcia



Nerastúca funkcia

$$f(x_1) > f(x_2) = f(x_3) > f(x_4)$$



$$f(x_1) = f(x_2) = f(x_3)$$

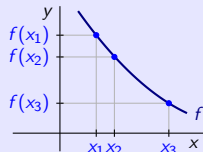
Konštantná funkcia

# Vlastnosti funkcií I



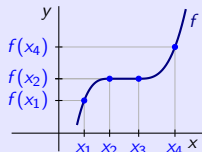
$$f(x_1) < f(x_2) < f(x_3)$$

Rastúca funkcia



Klesajúca funkcia

$$f(x_1) > f(x_2) > f(x_3)$$



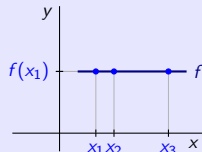
$$f(x_1) < f(x_2) = f(x_3) < f(x_4)$$

Neklesajúca funkcia



Nerastúca funkcia

$$f(x_1) > f(x_2) = f(x_3) > f(x_4)$$



$$f(x_1) = f(x_2) = f(x_3)$$

Konštantná funkcia

Funkcia  $f: y = x^2 + 1$ ,

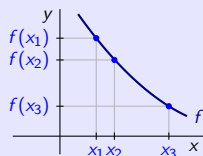
Funkcia  $f: y = \frac{1}{x^2 + 1}$ ,

# Vlastnosti funkcií I



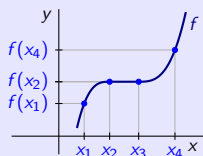
$$f(x_1) < f(x_2) < f(x_3)$$

Rastúca funkcia



Klesajúca funkcia

$$f(x_1) > f(x_2) > f(x_3)$$



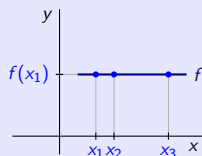
$$f(x_1) < f(x_2) = f(x_3) < f(x_4)$$

Neklesajúca funkcia



Nerastúca funkcia

$$f(x_1) > f(x_2) = f(x_3) > f(x_4)$$

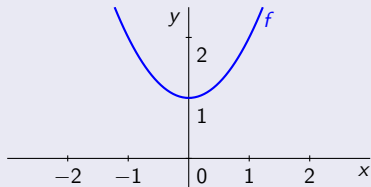


$$f(x_1) = f(x_2) = f(x_3)$$

Konštantná funkcia

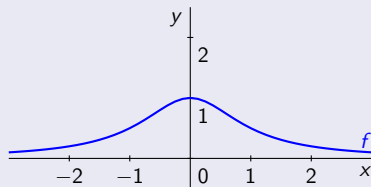
Funkcia  $f: y = x^2 + 1, R \rightarrow \langle 1; \infty \rangle$ .

- $f$  nie je monotónna.



Funkcia  $f: y = \frac{1}{x^2+1}, R \rightarrow (0; 1)$ .

- $f$  nie je monotónna.

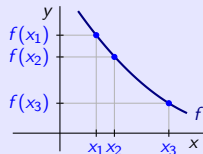


# Vlastnosti funkcií I



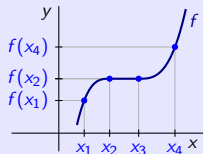
$$f(x_1) < f(x_2) < f(x_3)$$

Rastúca funkcia



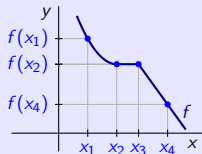
Klesajúca funkcia

$$f(x_1) > f(x_2) > f(x_3)$$



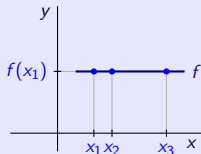
$$f(x_1) < f(x_2) = f(x_3) < f(x_4)$$

Neklesajúca funkcia



Nerastúca funkcia

$$f(x_1) > f(x_2) = f(x_3) > f(x_4)$$

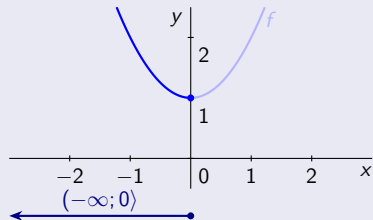


$$f(x_1) = f(x_2) = f(x_3)$$

Konštantná funkcia

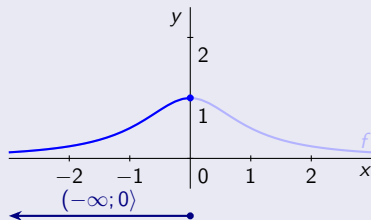
Funkcia  $f: y = x^2 + 1, R \rightarrow \langle 1; \infty \rangle$ .

- $f$  nie je monotónna.
- $f$  klesá na  $(-\infty; 0)$



Funkcia  $f: y = \frac{1}{x^2+1}, R \rightarrow (0; 1)$ .

- $f$  nie je monotónna.
- $f$  rastie na  $(-\infty; 0)$

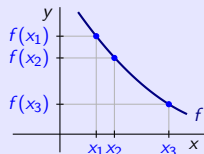


# Vlastnosti funkcií I



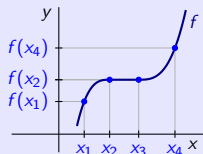
$$f(x_1) < f(x_2) < f(x_3)$$

Rastúca funkcia



Klesajúca funkcia

$$f(x_1) > f(x_2) > f(x_3)$$



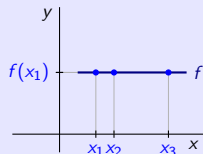
$$f(x_1) < f(x_2) = f(x_3) < f(x_4)$$

Neklesajúca funkcia



Nerastúca funkcia

$$f(x_1) > f(x_2) = f(x_3) > f(x_4)$$

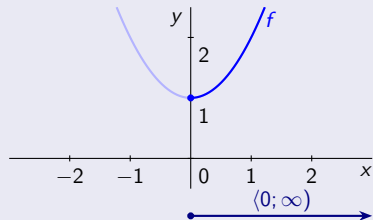


$$f(x_1) = f(x_2) = f(x_3)$$

Konštantná funkcia

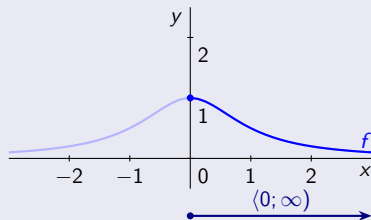
Funkcia  $f: y = x^2 + 1, R \rightarrow \langle 1; \infty \rangle$ .

- $f$  nie je monotónna.
- $f$  klesá na  $(-\infty; 0)$  a rastie na  $\langle 0; \infty \rangle$ .



Funkcia  $f: y = \frac{1}{x^2+1}, R \rightarrow (0; 1)$ .

- $f$  nie je monotónna.
- $f$  rastie na  $(-\infty; 0)$  a klesá na  $\langle 0; \infty \rangle$ .

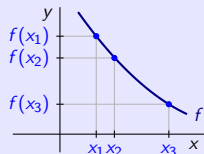


# Vlastnosti funkcií I



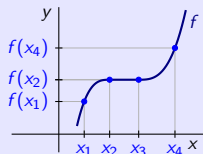
$$f(x_1) < f(x_2) < f(x_3)$$

Rastúca funkcia



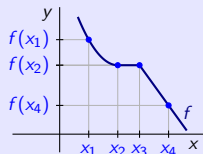
Klesajúca funkcia

$$f(x_1) > f(x_2) > f(x_3)$$



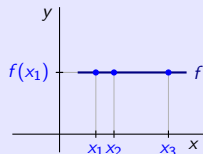
$$f(x_1) < f(x_2) = f(x_3) < f(x_4)$$

Neklesajúca funkcia



Nerastúca funkcia

$$f(x_1) > f(x_2) = f(x_3) > f(x_4)$$

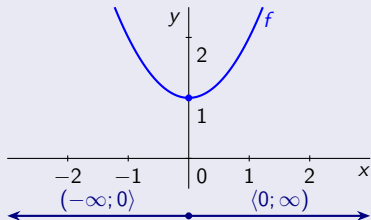


$$f(x_1) = f(x_2) = f(x_3)$$

Konštantná funkcia

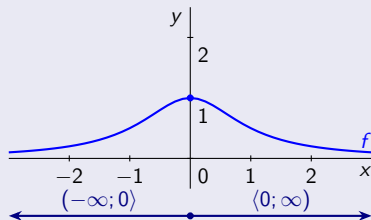
Funkcia  $f: y = x^2 + 1, R \rightarrow \langle 1; \infty \rangle$ .

- $f$  nie je monotónna.
- $f$  klesá na  $(-\infty; 0)$  a rastie na  $\langle 0; \infty \rangle$ .



Funkcia  $f: y = \frac{1}{x^2+1}, R \rightarrow (0; 1)$ .

- $f$  nie je monotónna.
- $f$  rastie na  $(-\infty; 0)$  a klesá na  $\langle 0; \infty \rangle$ .



# Vlastnosti funkcií I

- Niekedy je výhodné definovať **monotónnosť funkcie** v **konkrétnom bode** definičného oboru.



# Vlastnosti funkcií I

- Niekedy je výhodné definovať **monotónnosť funkcie** v **konkrétnom bode** definičného oboru.

Funkcia  $f: y = f(x), x \in D(f)$  bod  $c \in D(f)$ .



# Vlastnosti funkcií I

- Niekedy je výhodné definovať **monotónnosť funkcie** v **konkrétnom bode** definičného oboru.

Funkcia  $f: y = f(x), x \in D(f)$  bod  $c \in D(f)$ .

Funkcia  $f$  sa nazýva v bode  $c$ :

# Vlastnosti funkcií I

- Niekedy je výhodné definovať **monotónnosť funkcie** v **konkrétnom bode** definičného oboru.

Funkcia  $f: y = f(x), x \in D(f)$  bod  $c \in D(f)$ .

Funkcia  $f$  sa nazýva v bode  $c$ :

- Rastúca,
- Klesajúca,
- Neklesajúca,
- Nerastúca,

# Vlastnosti funkcií I

- Niekedy je výhodné definovať **monotónnosť funkcie** v **konkrétnom bode** definičného oboru.

Funkcia  $f: y = f(x), x \in D(f)$  bod  $c \in D(f)$ .

Funkcia  $f$  sa nazýva v bode  $c$ :

- **Rastúca**, ak existuje okolie  $O(c)$  také, že pre všetky
- **Klesajúca**, ak existuje okolie  $O(c)$  také, že pre všetky
- **Neklesajúca**, ak existuje okolie  $O(c)$  také, že pre všetky
- **Nerastúca**, ak existuje okolie  $O(c)$  také, že pre všetky

# Vlastnosti funkcií I

- Niekedy je výhodné definovať **monotónnosť funkcie** v **konkrétnom bode** definičného oboru.

Funkcia  $f: y = f(x), x \in D(f)$  bod  $c \in D(f)$ .

Funkcia  $f$  sa nazýva v bode  $c$ :

- Rastúca**, ak existuje okolie  $O(c)$  také, že pre všetky
 
$$\begin{cases} x \in O^-(c) & \text{platí } f(x) < f(c), \\ x \in O^+(c) & \text{platí } f(c) < f(x). \end{cases}$$
- Klesajúca**, ak existuje okolie  $O(c)$  také, že pre všetky
- Neklesajúca**, ak existuje okolie  $O(c)$  také, že pre všetky
- Nerastúca**, ak existuje okolie  $O(c)$  také, že pre všetky

# Vlastnosti funkcií I

- Niekedy je výhodné definovať **monotónnosť funkcie** v **konkrétnom bode** **definičného oboru**.

Funkcia  $f: y = f(x), x \in D(f)$  bod  $c \in D(f)$ .

Funkcia  $f$  sa nazýva v bode  $c$ :

- Rastúca**, ak existuje okolie  $O(c)$  také, že pre všetky
 
$$\begin{cases} x \in O^-(c) & \text{platí } f(x) < f(c), \\ x \in O^+(c) & \text{platí } f(c) < f(x). \end{cases}$$
- Klesajúca**, ak existuje okolie  $O(c)$  také, že pre všetky
 
$$\begin{cases} x \in O^-(c) & \text{platí } f(x) > f(c), \\ x \in O^+(c) & \text{platí } f(c) > f(x). \end{cases}$$
- Neklesajúca**, ak existuje okolie  $O(c)$  také, že pre všetky
- Nerastúca**, ak existuje okolie  $O(c)$  také, že pre všetky

# Vlastnosti funkcií I

- Niekedy je výhodné definovať **monotónnosť funkcie** v **konkrétnom bode** **definičného oboru**.

Funkcia  $f: y = f(x), x \in D(f)$  bod  $c \in D(f)$ .

Funkcia  $f$  sa nazýva v bode  $c$ :

- Rastúca**, ak existuje okolie  $O(c)$  také, že pre všetky
 
$$\begin{cases} x \in O^-(c) & \text{platí } f(x) < f(c), \\ x \in O^+(c) & \text{platí } f(c) < f(x). \end{cases}$$
- Klesajúca**, ak existuje okolie  $O(c)$  také, že pre všetky
 
$$\begin{cases} x \in O^-(c) & \text{platí } f(x) > f(c), \\ x \in O^+(c) & \text{platí } f(c) > f(x). \end{cases}$$
- Neklesajúca**, ak existuje okolie  $O(c)$  také, že pre všetky
 
$$\begin{cases} x \in O^-(c) & \text{platí } f(x) \leq f(c), \\ x \in O^+(c) & \text{platí } f(c) \leq f(x). \end{cases}$$
- Nerastúca**, ak existuje okolie  $O(c)$  také, že pre všetky

# Vlastnosti funkcií I

- Niekedy je výhodné definovať **monotónnosť funkcie** v **konkrétnom bode** **definičného oboru**.

Funkcia  $f: y = f(x), x \in D(f)$  bod  $c \in D(f)$ .

Funkcia  $f$  sa nazýva v bode  $c$ :

- Rastúca**, ak existuje okolie  $O(c)$  také, že pre všetky
 
$$\begin{cases} x \in O^-(c) & \text{platí } f(x) < f(c), \\ x \in O^+(c) & \text{platí } f(c) < f(x). \end{cases}$$
- Klesajúca**, ak existuje okolie  $O(c)$  také, že pre všetky
 
$$\begin{cases} x \in O^-(c) & \text{platí } f(x) > f(c), \\ x \in O^+(c) & \text{platí } f(c) > f(x). \end{cases}$$
- Neklesajúca**, ak existuje okolie  $O(c)$  také, že pre všetky
 
$$\begin{cases} x \in O^-(c) & \text{platí } f(x) \leq f(c), \\ x \in O^+(c) & \text{platí } f(c) \leq f(x). \end{cases}$$
- Nerastúca**, ak existuje okolie  $O(c)$  také, že pre všetky
 
$$\begin{cases} x \in O^-(c) & \text{platí } f(x) \geq f(c), \\ x \in O^+(c) & \text{platí } f(c) \geq f(x). \end{cases}$$

# Vlastnosti funkcií I

- Niekedy je výhodné definovať **monotónnosť funkcie** v **konkrétnom bode** **definičného oboru**.

Funkcia  $f: y = f(x), x \in D(f)$  bod  $c \in D(f)$ .

Funkcia  $f$  sa nazýva v bode  $c$ :

- Rastúca**, ak existuje okolie  $O(c)$  také, že pre všetky
 
$$\begin{cases} x \in O^-(c) & \text{platí } f(x) < f(c), \\ x \in O^+(c) & \text{platí } f(c) < f(x). \end{cases}$$
- Klesajúca**, ak existuje okolie  $O(c)$  také, že pre všetky
 
$$\begin{cases} x \in O^-(c) & \text{platí } f(x) > f(c), \\ x \in O^+(c) & \text{platí } f(c) > f(x). \end{cases}$$
- Neklesajúca**, ak existuje okolie  $O(c)$  také, že pre všetky
 
$$\begin{cases} x \in O^-(c) & \text{platí } f(x) \leq f(c), \\ x \in O^+(c) & \text{platí } f(c) \leq f(x). \end{cases}$$
- Nerastúca**, ak existuje okolie  $O(c)$  také, že pre všetky
 
$$\begin{cases} x \in O^-(c) & \text{platí } f(x) \geq f(c), \\ x \in O^+(c) & \text{platí } f(c) \geq f(x). \end{cases}$$

- Ak je funkcia  $f$  rastúca v bode  $c \in D(f)$ ,
- Ak je funkcia  $f$  klesajúca v bode  $c \in D(f)$ ,



# Vlastnosti funkcií I

- Niekedy je výhodné definovať **monotónnosť funkcie** v **konkrétnom bode** **definičného oboru**.

Funkcia  $f: y = f(x), x \in D(f)$  bod  $c \in D(f)$ .

Funkcia  $f$  sa nazýva v bode  $c$ :

- Rastúca**, ak existuje okolie  $O(c)$  také, že pre všetky
 
$$\begin{cases} x \in O^-(c) & \text{platí } f(x) < f(c), \\ x \in O^+(c) & \text{platí } f(c) < f(x). \end{cases}$$
- Klesajúca**, ak existuje okolie  $O(c)$  také, že pre všetky
 
$$\begin{cases} x \in O^-(c) & \text{platí } f(x) > f(c), \\ x \in O^+(c) & \text{platí } f(c) > f(x). \end{cases}$$
- Neklesajúca**, ak existuje okolie  $O(c)$  také, že pre všetky
 
$$\begin{cases} x \in O^-(c) & \text{platí } f(x) \leq f(c), \\ x \in O^+(c) & \text{platí } f(c) \leq f(x). \end{cases}$$
- Nerastúca**, ak existuje okolie  $O(c)$  také, že pre všetky
 
$$\begin{cases} x \in O^-(c) & \text{platí } f(x) \geq f(c), \\ x \in O^+(c) & \text{platí } f(c) \geq f(x). \end{cases}$$

- Ak je funkcia  $f$  rastúca v bode  $c \in D(f)$ , potom nemusí byť rastúca v jeho okolí  $O(c)$ .
- Ak je funkcia  $f$  klesajúca v bode  $c \in D(f)$ , potom nemusí byť klesajúca v jeho okolí  $O(c)$ .

# Vlastnosti funkcií I

Funkcia  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$ , interval  $(a; b) \subset D(f)$ .

# Vlastnosti funkcií I

Funkcia  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$ , interval  $(a; b) \subset D(f)$ .

- $f$  je rastúca na  $(a; b)$ .  $\Leftrightarrow$  •  $f$  je rastúca v každom bode  $c \in (a; b)$ .

# Vlastnosti funkcií I

Funkcia  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$ , interval  $(a; b) \subset D(f)$ .

- $f$  je rastúca na  $(a; b)$ .  $\Leftrightarrow$  •  $f$  je rastúca v každom bode  $c \in (a; b)$ .
- $f$  je klesajúca na  $(a; b)$ .  $\Leftrightarrow$  •  $f$  je klesajúca v každom bode  $c \in (a; b)$ .

# Vlastnosti funkcií I

Funkcia  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$ , interval  $(a; b) \subset D(f)$ .

- $f$  je rastúca na  $(a; b)$ .  $\Leftrightarrow$  •  $f$  je rastúca v každom bode  $c \in (a; b)$ .
- $f$  je klesajúca na  $(a; b)$ .  $\Leftrightarrow$  •  $f$  je klesajúca v každom bode  $c \in (a; b)$ .

Funkcia  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$ , množina  $A \subset D(f)$ .

# Vlastnosti funkcií I

Funkcia  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$ , interval  $(a; b) \subset D(f)$ .

- $f$  je rastúca na  $(a; b)$ .  $\Leftrightarrow$  •  $f$  je rastúca v každom bode  $c \in (a; b)$ .
- $f$  je klesajúca na  $(a; b)$ .  $\Leftrightarrow$  •  $f$  je klesajúca v každom bode  $c \in (a; b)$ .

Funkcia  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$ , množina  $A \subset D(f)$ .

- $f$  je konštantná na  $A$ .  $\Leftrightarrow$  •  $f$  je neklesajúca a súčasne nerastúca na množine  $A$ .

# Vlastnosti funkcií I

Funkcia  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$ , interval  $(a; b) \subset D(f)$ .

- $f$  je rastúca na  $(a; b)$ .  $\Leftrightarrow$  •  $f$  je rastúca v každom bode  $c \in (a; b)$ .
- $f$  je klesajúca na  $(a; b)$ .  $\Leftrightarrow$  •  $f$  je klesajúca v každom bode  $c \in (a; b)$ .

Funkcia  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$ , množina  $A \subset D(f)$ .

- $f$  je konštantná na  $A$ .  $\Leftrightarrow$  •  $f$  je neklesajúca a súčasne nerastúca na množine  $A$ .
- $f$  je rastúca na  $A$ .  $\Rightarrow$  { •  $f$  je neklesajúca na množine  $A$ .
- $f$  je klesajúca na  $A$ .  $\Rightarrow$  •  $f$  je nerastúca na množine  $A$ .

# Vlastnosti funkcií I

Funkcia  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$ , interval  $(a; b) \subset D(f)$ .

- $f$  je rastúca na  $(a; b)$ .  $\Leftrightarrow$  •  $f$  je rastúca v každom bode  $c \in (a; b)$ .
- $f$  je klesajúca na  $(a; b)$ .  $\Leftrightarrow$  •  $f$  je klesajúca v každom bode  $c \in (a; b)$ .

Funkcia  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$ , množina  $A \subset D(f)$ .

- $f$  je konštantná na  $A$ .  $\Leftrightarrow$  •  $f$  je neklesajúca a súčasne nerastúca na množine  $A$ .
- $f$  je rastúca na  $A$ .  $\Rightarrow$ 
  - $f$  je neklesajúca na množine  $A$ .
  - $f$  je rastúca v každom vnútornom bode  $c \in A$ .
- $f$  je klesajúca na  $A$ .  $\Rightarrow$ 
  - $f$  je nerastúca na množine  $A$ .
  - $f$  je klesajúca v každom vnútornom bode  $c \in A$ .



# Vlastnosti funkcií I

Funkcia  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$ , interval  $(a; b) \subset D(f)$ .

- $f$  je rastúca na  $(a; b)$ .  $\Leftrightarrow$  •  $f$  je rastúca v každom bode  $c \in (a; b)$ .
- $f$  je klesajúca na  $(a; b)$ .  $\Leftrightarrow$  •  $f$  je klesajúca v každom bode  $c \in (a; b)$ .

Funkcia  $y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$ , množina  $A \subset D(f)$ .

- $f$  je konštantná na  $A$ .  $\Leftrightarrow$  •  $f$  je neklesajúca a súčasne nerastúca na množine  $A$ .
- $f$  je rastúca na  $A$ .  $\Rightarrow$   $\left\{ \begin{array}{l} \bullet f \text{ je neklesajúca na množine } A. \\ \bullet f \text{ je rastúca v každom vnútornom bode } c \in A. \end{array} \right.$
- $f$  je rastúca na  $A$ .  $\Leftrightarrow$  •  $f$  je neklesajúca na množine  $A$   
a na každej podmnožine  $B \subset A$  (s aspoň dvomi prvkami) nie je konštantná.
- $f$  je klesajúca na  $A$ .  $\Rightarrow$   $\left\{ \begin{array}{l} \bullet f \text{ je nerastúca na množine } A. \\ \bullet f \text{ je klesajúca v každom vnútornom bode } c \in A. \end{array} \right.$
- $f$  je klesajúca na  $A$ .  $\Leftrightarrow$  •  $f$  je nerastúca na množine  $A$   
a na každej podmnožine  $B \subset A$  (s aspoň dvomi prvkami) nie je konštantná.

# Vlastnosti funkcií II

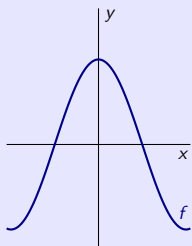
Funkcia  $f: y = f(x), x \in D(f)$  sa nazýva:

- ...
- ...
- ...

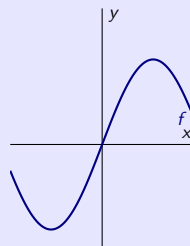
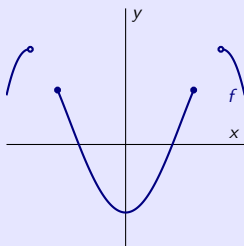
# Vlastnosti funkcií II

Funkcia  $f: y = f(x), x \in D(f)$  sa nazýva:

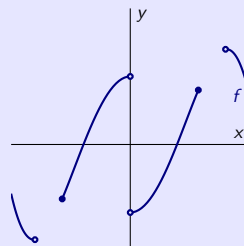
- Párna,
- Nepárna,



Párna funkcia



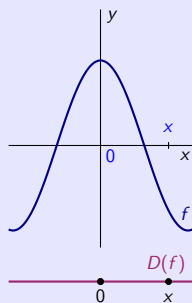
Nepárna funkcia



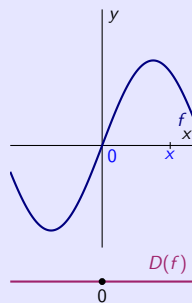
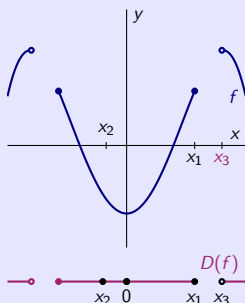
# Vlastnosti funkcií II

Funkcia  $f: y = f(x), x \in D(f)$  sa nazýva:

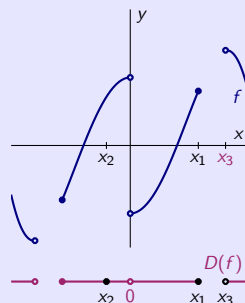
- **Párna**, ak pre všetky  $x \in D(f)$
- 
- **Nepárna**, ak pre všetky  $x \in D(f)$



Párna funkcia



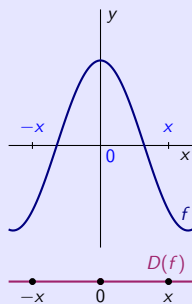
Nepárna funkcia



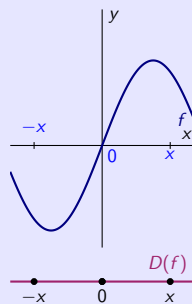
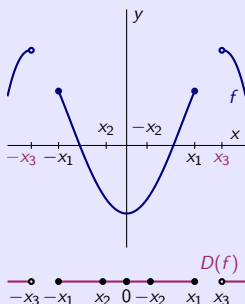
# Vlastnosti funkcií II

Funkcia  $f: y = f(x), x \in D(f)$  sa nazýva:

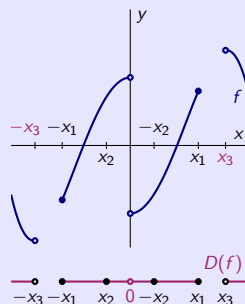
- **Párna**, ak pre všetky  $x \in D(f)$  platí  $-x \in D(f)$
- **Nepárna**, ak pre všetky  $x \in D(f)$  platí  $-x \in D(f)$



Párna funkcia



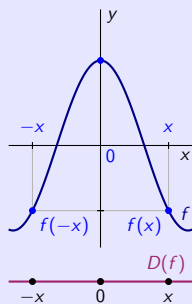
Nepárna funkcia



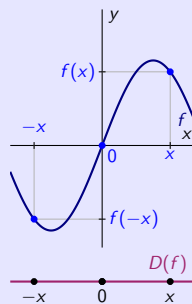
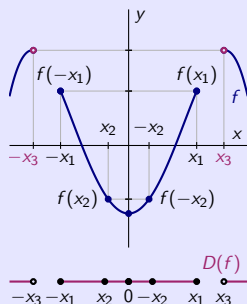
# Vlastnosti funkcií II

Funkcia  $f: y = f(x), x \in D(f)$  sa nazýva:

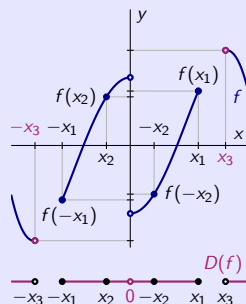
- **Párna**, ak pre všetky  $x \in D(f)$  platí  $-x \in D(f)$  a navyše  $f(x) = f(-x)$ .
- **Nepárna**, ak pre všetky  $x \in D(f)$  platí  $-x \in D(f)$  a navyše  $f(x) = -f(-x)$ .



Párna funkcia



Nepárna funkcia



# Vlastnosti funkcií II

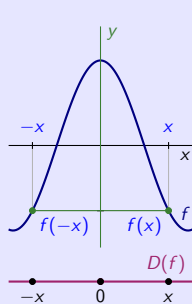
Funkcia  $f: y = f(x), x \in D(f)$  sa nazýva:

- **Párna**, ak pre všetky  $x \in D(f)$  platí  $-x \in D(f)$  a navyše  $f(x) = f(-x)$ .

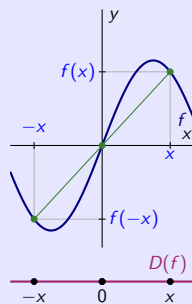
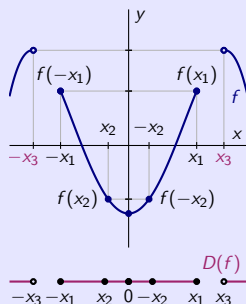
[Graf párnej funkcie je (osovo) súmerný podľa súradnicovej osi  $y$ .]

- **Nepárna**, ak pre všetky  $x \in D(f)$  platí  $-x \in D(f)$  a navyše  $f(x) = -f(-x)$ .

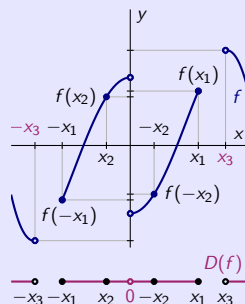
[Graf nepárnej funkcie je (bodovo) súmerný podľa počiatku súradnicového systému 0.]



Párna funkcia



Nepárna funkcia



# Vlastnosti funkcií II

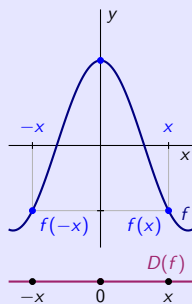
Funkcia  $f: y = f(x), x \in D(f)$  sa nazýva:

- **Párna**, ak pre všetky  $x \in D(f)$  platí  $-x \in D(f)$  a navyše  $f(x) = f(-x)$ .

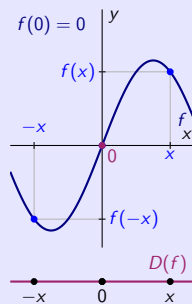
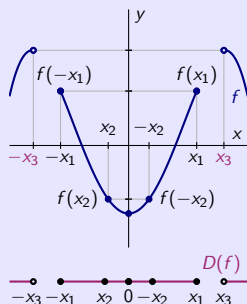
[Graf párnej funkcie je (osovo) súmerný podľa súradnicovej osi  $y$ .]

- **Nepárna**, ak pre všetky  $x \in D(f)$  platí  $-x \in D(f)$  a navyše  $f(x) = -f(-x)$ .

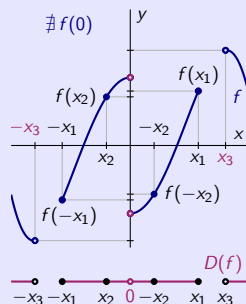
[Graf nepárnej funkcie je (bodovo) súmerný podľa počiatku súradnicového systému 0. Ak  $0 \in D(f)$ , potom platí  $f(0) = 0$ .]



Párna funkcia



Nepárna funkcia





# Vlastnosti funkcií II

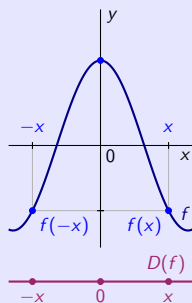
Funkcia  $f: y = f(x), x \in D(f)$  sa nazýva:

- **Párna**, ak pre všetky  $x \in D(f)$  platí  $-x \in D(f)$  a navyše  $f(x) = f(-x)$ .

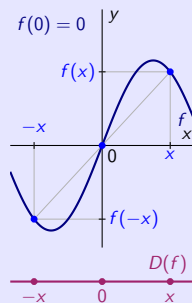
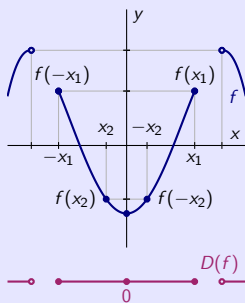
[Graf párnej funkcie je (osovo) súmerný podľa súradnicovej osi  $y$ .]

- **Nepárna**, ak pre všetky  $x \in D(f)$  platí  $-x \in D(f)$  a navyše  $f(x) = -f(-x)$ .

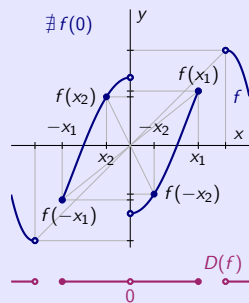
[Graf nepárnej funkcie je (bodovo) súmerný podľa počiatku súradnicového systému 0. Ak  $0 \in D(f)$ , potom platí  $f(0) = 0$ .]



Párna funkcia

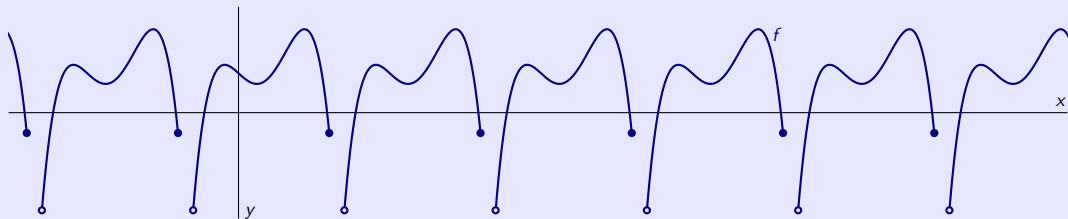


Nepárna funkcia



# Vlastnosti funkcií II

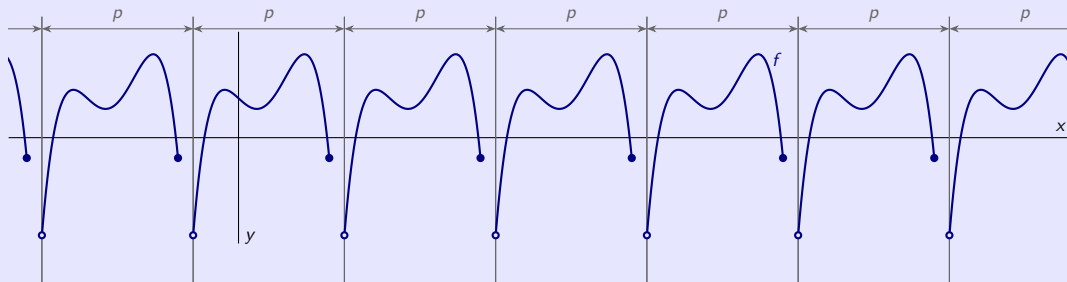
Funkcia  $f: y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  sa nazýva



# Vlastnosti funkcií II

Funkcia  $f: y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  sa nazýva

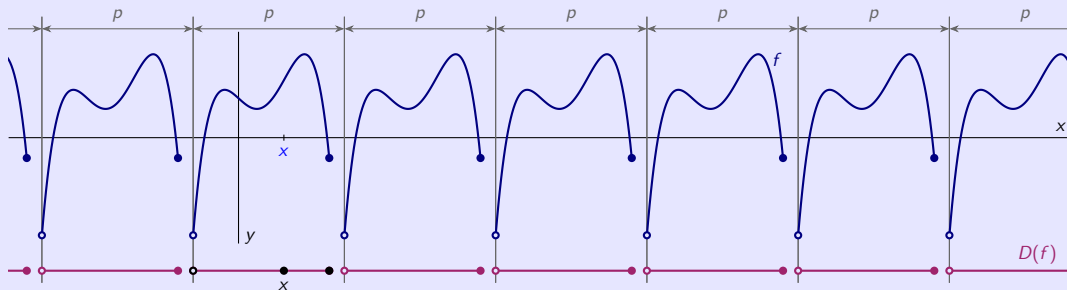
periodická, ak existuje číslo  $p \in \mathbb{R}$ ,  $p \neq 0$ , ktoré nazývame **perióda** funkcie  $f$ ,



# Vlastnosti funkcií II

Funkcia  $f: y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  sa nazýva

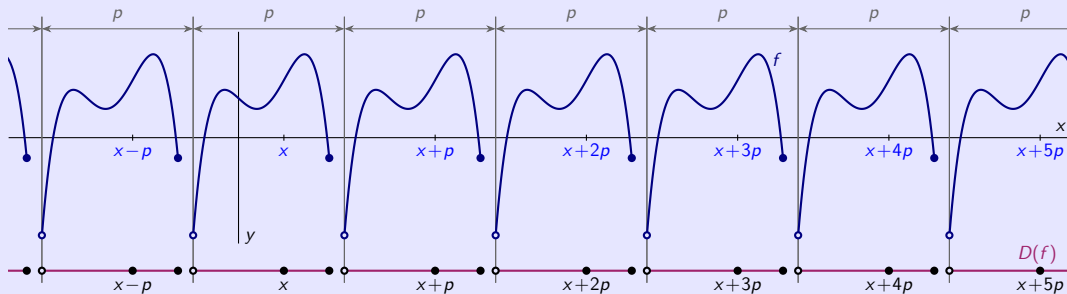
**periodická**, ak existuje číslo  $p \in \mathbb{R}$ ,  $p \neq 0$ , ktoré nazývame **perióda** funkcie  $f$ ,  
také že pre všetky  $x \in D(f)$



# Vlastnosti funkcií II

Funkcia  $f: y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  sa nazýva

**periodická**, ak existuje číslo  $p \in \mathbb{R}$ ,  $p \neq 0$ , ktoré nazývame **perióda** funkcie  $f$ ,  
také že pre všetky  $x \in D(f)$  platí  $x \pm p \in D(f)$

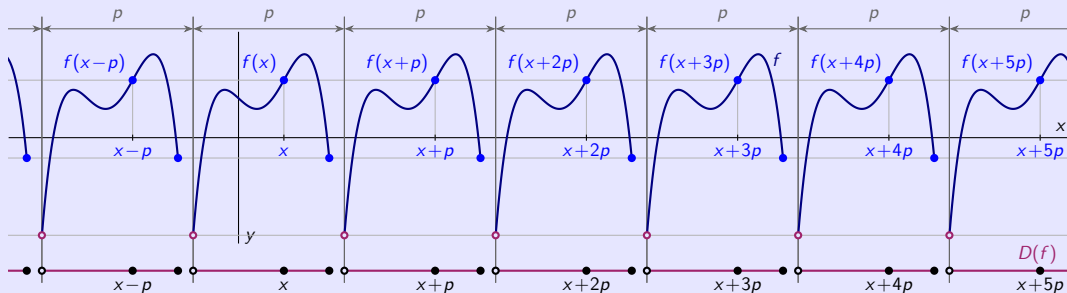


# Vlastnosti funkcií II

Funkcia  $f: y = f(x), x \in D(f)$  sa nazýva

**periodická**, ak existuje číslo  $p \in \mathbb{R}, p \neq 0$ , ktoré nazývame **perióda** funkcie  $f$ ,

také že pre všetky  $x \in D(f)$  platí  $x \pm p \in D(f)$  a navyše platí  $f(x) = f(x \pm p)$ .



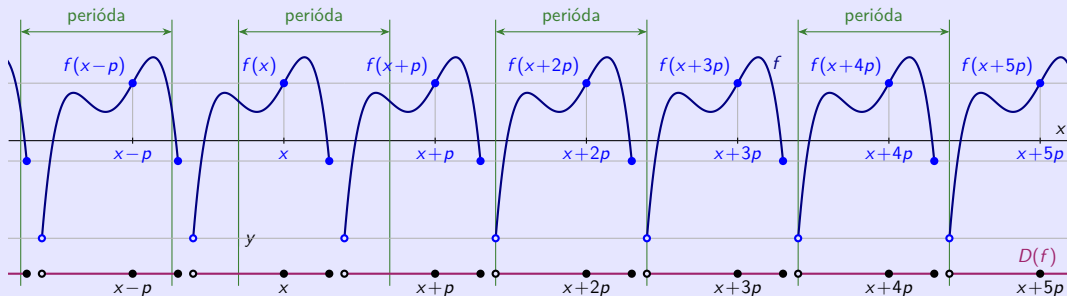
# Vlastnosti funkcií II

Funkcia  $f: y = f(x), x \in D(f)$  sa nazýva

**periodická**, ak existuje číslo  $p \in \mathbb{R}, p \neq 0$ , ktoré nazývame **perióda** funkcie  $f$ ,

také že pre všetky  $x \in D(f)$  platí  $x \pm p \in D(f)$  a navyše platí  $f(x) = f(x \pm p)$ .

- Každý interval s dĺžkou periódy  $p > 0$  sa nazýva **interval periodicity**. [Perióda môže byť aj záporná, t. j.  $p < 0$ .]



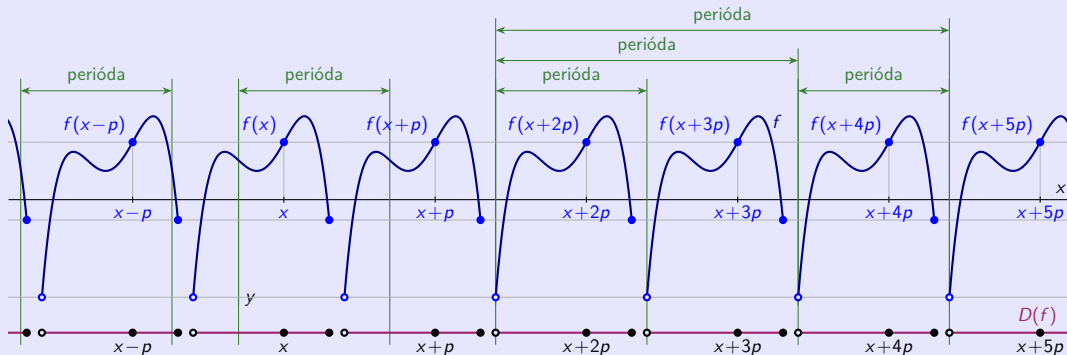
# Vlastnosti funkcií II

Funkcia  $f: y = f(x), x \in D(f)$  sa nazýva

**periodická**, ak existuje číslo  $p \in \mathbb{R}, p \neq 0$ , ktoré nazývame **perióda** funkcie  $f$ ,

také že pre všetky  $x \in D(f)$  platí  $x \pm p \in D(f)$  a navyše platí  $f(x) = f(x \pm p)$ .

- Každý interval s dĺžkou periódy  $p > 0$  sa nazýva **interval periodicity**. [Periódou môže byť aj záporná, t. j.  $p < 0$ .]





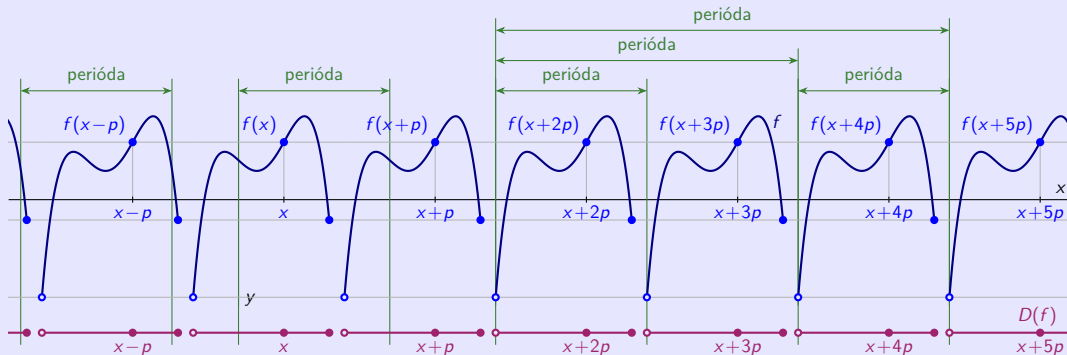
# Vlastnosti funkcií II

Funkcia  $f: y = f(x), x \in D(f)$  sa nazýva

**periodická**, ak existuje číslo  $p \in \mathbb{R}, p \neq 0$ , ktoré nazývame **perióda** funkcie  $f$ ,

také že pre všetky  $x \in D(f)$  platí  $x \pm p \in D(f)$  a navyše platí  $f(x) = f(x \pm p)$ .

- Každý interval s dĺžkou periódy  $p > 0$  sa nazýva **interval periodicity**. [Periódou môže byť aj záporná, t. j.  $p < 0$ .]
- Najmenšia kladná periódou  $p > 0$  (pokiaľ existuje)



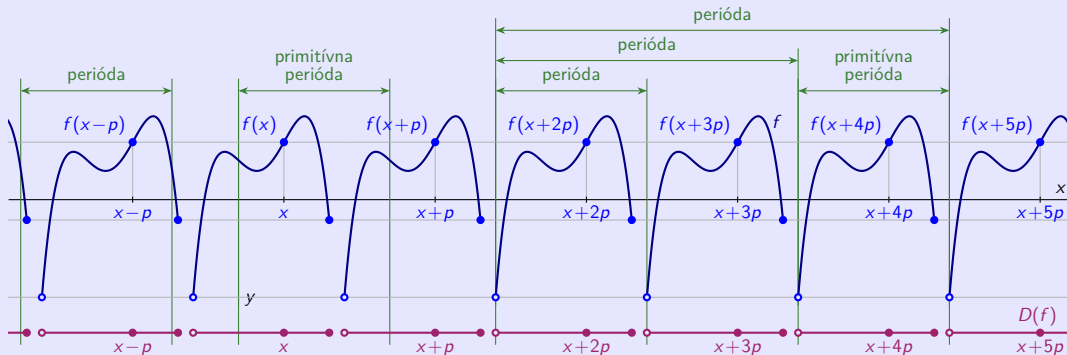
# Vlastnosti funkcií II

Funkcia  $f: y = f(x), x \in D(f)$  sa nazýva

**periodická**, ak existuje číslo  $p \in \mathbb{R}, p \neq 0$ , ktoré nazývame **perióda** funkcie  $f$ ,

také že pre všetky  $x \in D(f)$  platí  $x \pm p \in D(f)$  a navyše platí  $f(x) = f(x \pm p)$ .

- Každý interval s dĺžkou periódy  $p > 0$  sa nazýva **interval periodicity**. [Periódou môže byť aj záporná, t. j.  $p < 0$ .]
- Najmenšia kladná perióda  $p > 0$  (pokiaľ existuje) sa nazýva **primitívna (základná) perióda**.



# Vlastnosti funkcií II

Funkcia  $f: y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  je periodická s periódou  $p \in \mathbb{R}$ ,  $p \neq 0$ .

# Vlastnosti funkcií II

Funkcia  $f: y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  je periodická s periódou  $p \in \mathbb{R}$ ,  $p \neq 0$ .

$\Rightarrow$  • Pre každé  $m \in \mathbb{Z}$ ,  $m \neq 0$  je  $f$  periodická s periódou  $mp$ .

# Vlastnosti funkcií II

Funkcia  $f: y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  je periodická s periódou  $p \in \mathbb{R}$ ,  $p \neq 0$ .

$\Rightarrow$  • Pre každé  $m \in \mathbb{Z}$ ,  $m \neq 0$  je  $f$  periodická s periódou  $mp$ . [Periódami sú aj  $-p, 2p, -2p, 3p, -3p, 4p, -4p, \dots$ ]

# Vlastnosti funkcií II

Funkcia  $f: y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  je periodická s periódou  $p \in \mathbb{R}$ ,  $p \neq 0$ .

- ⇒
- Pre každé  $m \in \mathbb{Z}$ ,  $m \neq 0$  je  $f$  periodická s periódou  $mp$ . [Periódami sú aj  $-p, 2p, -2p, 3p, -3p, 4p, -4p, \dots$ ]
  - $f$  je periodická s kladnou periódou  $|p| > 0$

# Vlastnosti funkcií II

Funkcia  $f: y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  je periodická s periódou  $p \in \mathbb{R}$ ,  $p \neq 0$ .

- ⇒
- Pre každé  $m \in \mathbb{Z}$ ,  $m \neq 0$  je  $f$  periodická s periódou  $mp$ . [Periódami sú aj  $-p, 2p, -2p, 3p, -3p, 4p, -4p, \dots$ ]
  - $f$  je periodická s kladnou periódou  $|p| > 0$  a stačí ju vyšetovať na (ľubovoľnom) intervale s dĺžkou  $|p|$ .

# Vlastnosti funkcií II

Funkcia  $f: y = f(x), x \in D(f)$  je periodická s periódou  $p \in \mathbb{R}, p \neq 0$ .

- ⇒
- Pre každé  $m \in \mathbb{Z}, m \neq 0$  je  $f$  periodická s periódou  $mp$ . [Periódami sú aj  $-p, 2p, -2p, 3p, -3p, 4p, -4p, \dots$ ]
  - $f$  je periodická s kladnou periódou  $|p| > 0$  a stačí ju vyšetrovať na (ľubovoľnom) intervale s dĺžkou  $|p|$ .
  - $f$  nemusí mať primitívnu periódu.



# Vlastnosti funkcií II

Funkcia  $f: y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  je periodická s periódou  $p \in \mathbb{R}$ ,  $p \neq 0$ .

- ⇒
- Pre každé  $m \in \mathbb{Z}$ ,  $m \neq 0$  je  $f$  periodická s periódou  $mp$ . [Periódami sú aj  $-p, 2p, -2p, 3p, -3p, 4p, -4p, \dots$ ]
  - $f$  je periodická s kladnou periódou  $|p| > 0$  a stačí ju vyšetrovať na (ľubovoľnom) intervale s dĺžkou  $|p|$ .
  - $f$  nemusí mať primitívnu periódu.

[Funkcia  $y = 1$ ,  $x \in \mathbb{R}$  je periodická, periódou je každé  $p \in \mathbb{R}$ ,  $p \neq 0$ . Primitívna perióda neexistuje.]

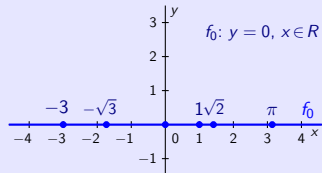
# Vlastnosti funkcií II

Funkcia  $f: y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  je periodická s periódou  $p \in \mathbb{R}$ ,  $p \neq 0$ .

- ⇒
- Pre každé  $m \in \mathbb{Z}$ ,  $m \neq 0$  je  $f$  periodická s periódou  $mp$ . [Periódami sú aj  $-p$ ,  $2p$ ,  $-2p$ ,  $3p$ ,  $-3p$ ,  $4p$ ,  $-4p$ , ...]
  - $f$  je periodická s kladnou periódou  $|p| > 0$  a stačí ju vyšetovať na (ľubovoľnom) intervale s dĺžkou  $|p|$ .
  - $f$  nemusí mať primitívnu periódu.

[Funkcia  $y = 1$ ,  $x \in \mathbb{R}$  je periodická, periódou je každé  $p \in \mathbb{R}$ ,  $p \neq 0$ . Primitívna perióda neexistuje.]

- Konštantná funkcia  $f_0: y = 0$ ,  $x \in \mathbb{R}$  je párna, je nepárna, je periodická.



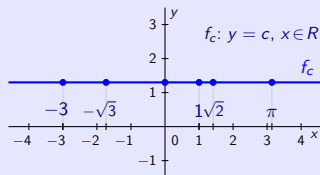
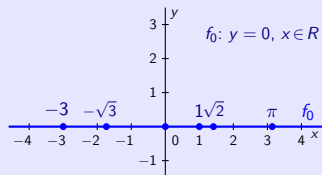
# Vlastnosti funkcií II

Funkcia  $f: y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  je periodická s periódou  $p \in \mathbb{R}$ ,  $p \neq 0$ .

- ⇒ ● Pre každé  $m \in \mathbb{Z}$ ,  $m \neq 0$  je  $f$  periodická s periódou  $mp$ . [Periódami sú aj  $-p$ ,  $2p$ ,  $-2p$ ,  $3p$ ,  $-3p$ ,  $4p$ ,  $-4p$ , ...]
- $f$  je periodická s kladnou periódou  $|p| > 0$  a stačí ju vyšetovať na (ľubovoľnom) intervale s dĺžkou  $|p|$ .
  - $f$  nemusí mať primitívnu periódu.

[Funkcia  $y = 1$ ,  $x \in \mathbb{R}$  je periodická, periódou je každé  $p \in \mathbb{R}$ ,  $p \neq 0$ . Primitívna perióda neexistuje.]

- Konštantná funkcia  $f_0: y = 0$ ,  $x \in \mathbb{R}$  je párna, je nepárna, je periodická.
- Konštantná funkcia  $f_c: y = c$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , pre  $c \in \mathbb{R}$ ,  $c \neq 0$ , je párna, nie je nepárna, je periodická.



# Vlastnosti funkcií II

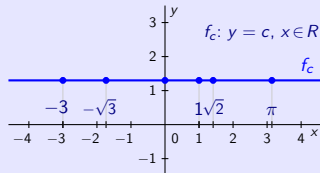
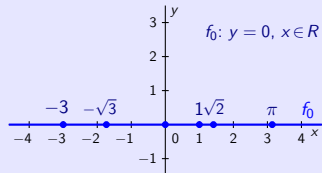
Funkcia  $f: y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  je periodická s periódou  $p \in \mathbb{R}$ ,  $p \neq 0$ .

- ⇒ ● Pre každé  $m \in \mathbb{Z}$ ,  $m \neq 0$  je  $f$  periodická s periódou  $mp$ . [Periódami sú aj  $-p$ ,  $2p$ ,  $-2p$ ,  $3p$ ,  $-3p$ ,  $4p$ ,  $-4p$ , ...]
- $f$  je periodická s kladnou periódou  $|p| > 0$  a stačí ju vyšetovať na (ľubovoľnom) intervale s dĺžkou  $|p|$ .
  - $f$  nemusí mať primitívnu periódu.

[Funkcia  $y = 1$ ,  $x \in \mathbb{R}$  je periodická, periódou je každé  $p \in \mathbb{R}$ ,  $p \neq 0$ . Primitívna perióda neexistuje.]

- Konštantná funkcia  $f_0: y = 0$ ,  $x \in \mathbb{R}$  je párna, je nepárna, je periodická.
- Konštantná funkcia  $f_c: y = c$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , pre  $c \in \mathbb{R}$ ,  $c \neq 0$ , je párna, nie je nepárna, je periodická.

[Periódou (v oboch prípadoch) je každé  $p \in \mathbb{R}$ ,  $p \neq 0$ . Primitívna perióda neexistuje.]



# Vlastnosti funkcií II

Funkcia  $f: y = f(x), x \in D(f)$  je periodická s periódou  $p \in \mathbb{R}, p \neq 0$ .

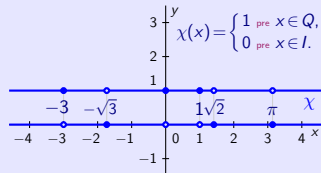
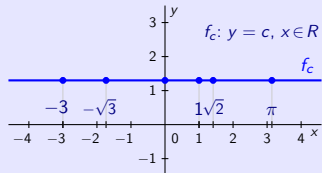
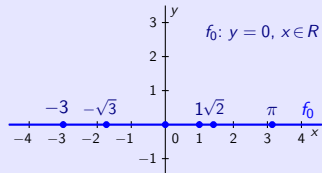
- ⇒
- Pre každé  $m \in \mathbb{Z}, m \neq 0$  je  $f$  periodická s periódou  $mp$ . [Periódami sú aj  $-p, 2p, -2p, 3p, -3p, 4p, -4p, \dots$ ]
  - $f$  je periodická s kladnou periódou  $|p| > 0$  a stačí ju vyšetovať na (ľubovoľnom) intervale s dĺžkou  $|p|$ .
  - $f$  nemusí mať primitívnu periódu.

[Funkcia  $y = 1, x \in \mathbb{R}$  je periodická, periódou je každé  $p \in \mathbb{R}, p \neq 0$ . Primitívna perióda neexistuje.]

- Konštantná funkcia  $f_0: y = 0, x \in \mathbb{R}$  je párna, je nepárna, je periodická.
- Konštantná funkcia  $f_c: y = c, x \in \mathbb{R}$ , pre  $c \in \mathbb{R}, c \neq 0$ , je párna, nie je nepárna, je periodická.

[Periódou (v oboch prípadoch) je každé  $p \in \mathbb{R}, p \neq 0$ . Primitívna perióda neexistuje.]

- Dirichletova funkcia  $y = \chi(x), x \in \mathbb{R}$  je párna, nie je nepárna, je periodická.



# Vlastnosti funkcií II

Funkcia  $f: y = f(x), x \in D(f)$  je periodická s periódou  $p \in \mathbb{R}, p \neq 0$ .

- ⇒ ● Pre každé  $m \in \mathbb{Z}, m \neq 0$  je  $f$  periodická s periódou  $mp$ . [Periódami sú aj  $-p, 2p, -2p, 3p, -3p, 4p, -4p, \dots$ ]
- $f$  je periodická s kladnou periódou  $|p| > 0$  a stačí ju vyšetovať na (ľubovoľnom) intervale s dĺžkou  $|p|$ .
  - $f$  nemusí mať primitívnu periódu.

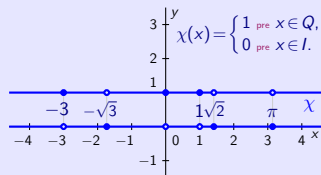
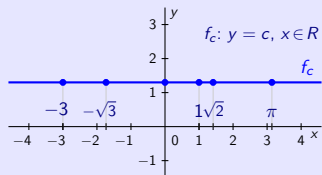
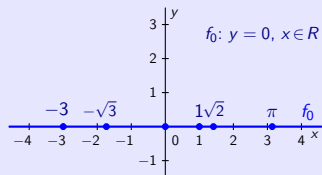
[Funkcia  $y = 1, x \in \mathbb{R}$  je periodická, periódou je každé  $p \in \mathbb{R}, p \neq 0$ . Primitívna perióda neexistuje.]

- Konštantná funkcia  $f_0: y = 0, x \in \mathbb{R}$  je párna, je nepárna, je periodická.
- Konštantná funkcia  $f_c: y = c, x \in \mathbb{R}$ , pre  $c \in \mathbb{R}, c \neq 0$ , je párna, nie je nepárna, je periodická.

[Periódou (v oboch prípadoch) je každé  $p \in \mathbb{R}, p \neq 0$ . Primitívna perióda neexistuje.]

- Dirichletova funkcia  $y = \chi(x), x \in \mathbb{R}$  je párna, nie je nepárna, je periodická.

[Periódou je každé  $p \in \mathbb{Q}, p \neq 0$ . Primitívna perióda neexistuje.]



# Vlastnosti funkcií II

Funkcia  $f: y = f(x), x \in D(f)$  je periodická s periódou  $p \in \mathbb{R}, p \neq 0$ .

- ⇒ ● Pre každé  $m \in \mathbb{Z}, m \neq 0$  je  $f$  periodická s periódou  $mp$ . [Periódami sú aj  $-p, 2p, -2p, 3p, -3p, 4p, -4p, \dots$ ]
- $f$  je periodická s kladnou periódou  $|p| > 0$  a stačí ju vyšetovať na (ľubovoľnom) intervale s dĺžkou  $|p|$ .
  - $f$  nemusí mať primitívnu periódu.

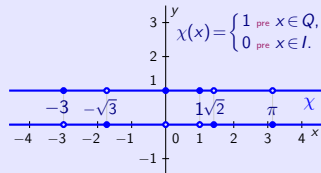
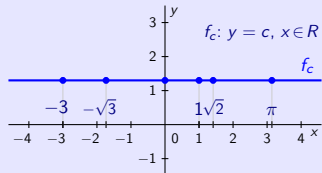
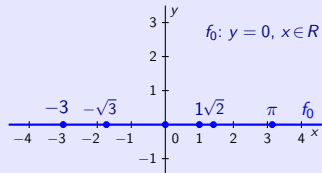
[Funkcia  $y = 1, x \in \mathbb{R}$  je periodická, periódou je každé  $p \in \mathbb{R}, p \neq 0$ . Primitívna perióda neexistuje.]

- Konštantná funkcia  $f_0: y = 0, x \in \mathbb{R}$  je párna, je nepárna, je periodická.
- Konštantná funkcia  $f_c: y = c, x \in \mathbb{R}$ , pre  $c \in \mathbb{R}, c \neq 0$ , je párna, nie je nepárna, je periodická.

[Periódou (v oboch prípadoch) je každé  $p \in \mathbb{R}, p \neq 0$ . Primitívna perióda neexistuje.]

- Dirichletova funkcia  $y = \chi(x), x \in \mathbb{R}$  je párna, nie je nepárna, je periodická.

[Periódou je každé  $p \in \mathbb{Q}, p \neq 0$ . Primitívna perióda neexistuje.  $p \notin \mathbb{I}$ , pretože súčet iracionálnych čísel môže byť racionálny, napr.  $-\pi + \pi = 0$ .]



# Vlastnosti funkcií II

Funkcia  $f: y = x - \lfloor x \rfloor, x \in \mathbb{R}$ .

- 
- 

Funkcia  $f: y = (-1)^{\lfloor x \rfloor}, x \in \mathbb{R}$ .

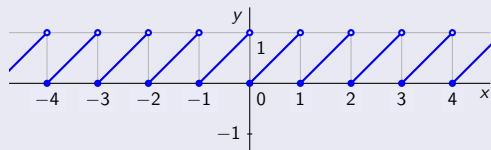
- 
-



# Vlastnosti funkcií II

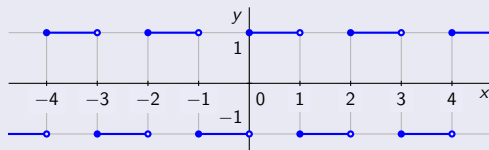
Funkcia  $f: y = x - \lfloor x \rfloor, x \in \mathbb{R}$ .

- $f$  nie je párna



Funkcia  $f: y = (-1)^{\lfloor x \rfloor}, x \in \mathbb{R}$ .

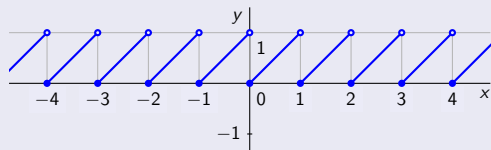
- $f$  nie je párna



# Vlastnosti funkcií II

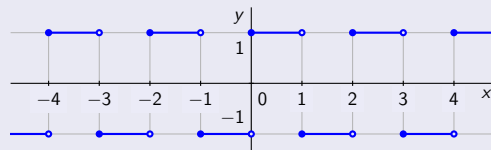
Funkcia  $f: y = x - \lfloor x \rfloor, x \in \mathbb{R}$ .

- $f$  nie je párna a nie je nepárna.



Funkcia  $f: y = (-1)^{\lfloor x \rfloor}, x \in \mathbb{R}$ .

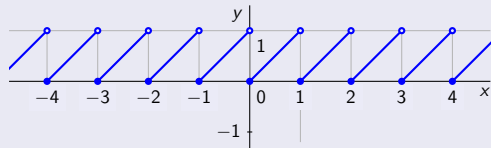
- $f$  nie je párna a nie je nepárna.



# Vlastnosti funkcií II

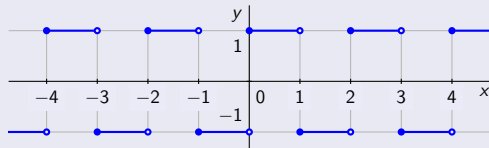
Funkcia  $f: y = x - \lfloor x \rfloor, x \in \mathbb{R}$ .

- $f$  nie je párna a nie je nepárna.
- $f$  je periodická,



Funkcia  $f: y = (-1)^{\lfloor x \rfloor}, x \in \mathbb{R}$ .

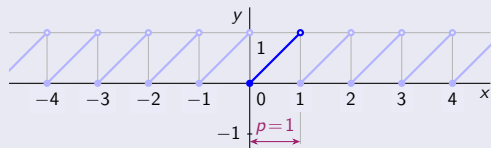
- $f$  nie je párna a nie je nepárna.
- $f$  je periodická,



# Vlastnosti funkcií II

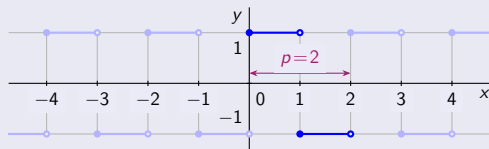
Funkcia  $f: y = x - \lfloor x \rfloor, x \in \mathbb{R}$ .

- $f$  nie je párna a nie je nepárna.
- $f$  je periodická, primitívna perióda  $p = 1$ .



Funkcia  $f: y = (-1)^{\lfloor x \rfloor}, x \in \mathbb{R}$ .

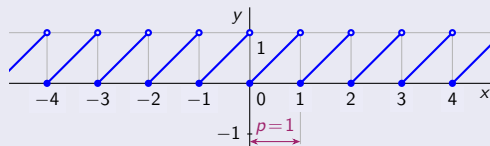
- $f$  nie je párna a nie je nepárna.
- $f$  je periodická, primitívna perióda  $p = 2$ .



# Vlastnosti funkcií II

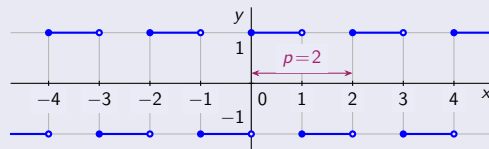
Funkcia  $f: y = x - \lfloor x \rfloor, x \in \mathbb{R}$ .

- $f$  nie je párna a nie je nepárna.
- $f$  je periodická, primitívna perióda  $p = 1$ .



Funkcia  $f: y = (-1)^{\lfloor x \rfloor}, x \in \mathbb{R}$ .

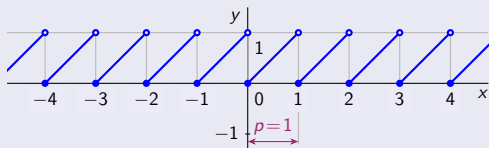
- $f$  nie je párna a nie je nepárna.
- $f$  je periodická, primitívna perióda  $p = 2$ .



# Vlastnosti funkcií II

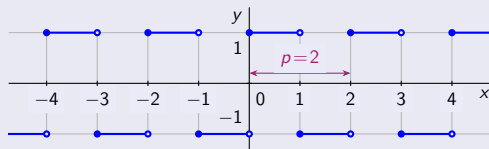
Funkcia  $f: y = x - \lfloor x \rfloor, x \in \mathbb{R}$ .

- $f$  nie je párna a nie je nepárna.
- $f$  je periodická, primitívna perióda  $p = 1$ .



Funkcia  $f: y = (-1)^{\lfloor x \rfloor}, x \in \mathbb{R}$ .

- $f$  nie je párna a nie je nepárna.
- $f$  je periodická, primitívna perióda  $p = 2$ .



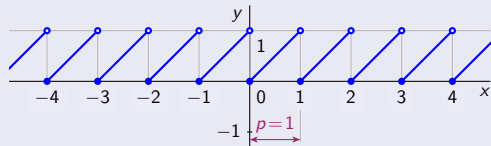
Funkcia  $f: y = \sin x, x \in \mathbb{R}$ .

Funkcia  $f: y = \cos x, x \in \mathbb{R}$ .

# Vlastnosti funkcií II

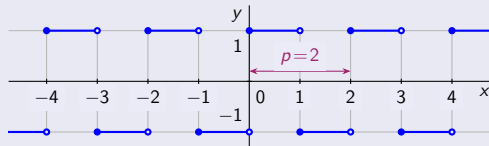
Funkcia  $f: y = x - \lfloor x \rfloor, x \in \mathbb{R}$ .

- $f$  nie je párna a nie je nepárna.
- $f$  je periodická, primitívna perióda  $p = 1$ .



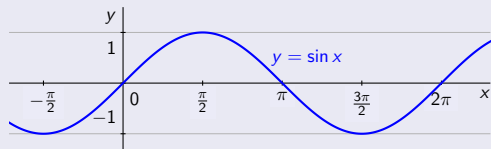
Funkcia  $f: y = (-1)^{\lfloor x \rfloor}, x \in \mathbb{R}$ .

- $f$  nie je párna a nie je nepárna.
- $f$  je periodická, primitívna perióda  $p = 2$ .



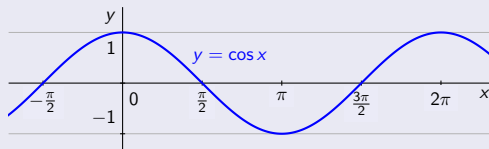
Funkcia  $f: y = \sin x, x \in \mathbb{R}$ .

- $f$  je nepárna.



Funkcia  $f: y = \cos x, x \in \mathbb{R}$ .

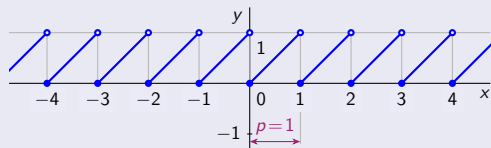
- $f$  je párna.



# Vlastnosti funkcií II

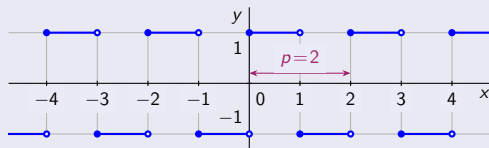
Funkcia  $f: y = x - [x], x \in \mathbb{R}$ .

- $f$  nie je párna a nie je nepárna.
- $f$  je periodická, primitívna perióda  $p = 1$ .



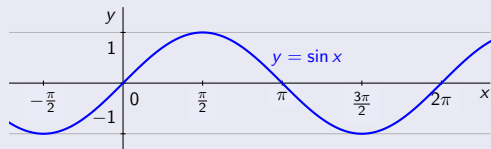
Funkcia  $f: y = (-1)^{[x]}, x \in \mathbb{R}$ .

- $f$  nie je párna a nie je nepárna.
- $f$  je periodická, primitívna perióda  $p = 2$ .



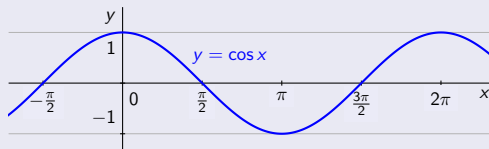
Funkcia  $f: y = \sin x, x \in \mathbb{R}$ .

- $f$  je nepárna.
- $f$  je periodická,



Funkcia  $f: y = \cos x, x \in \mathbb{R}$ .

- $f$  je párna.
- $f$  je periodická,

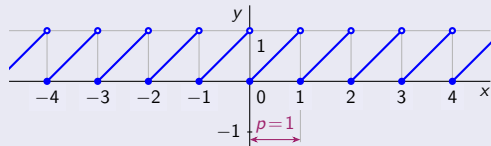




# Vlastnosti funkcií II

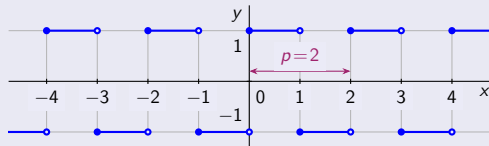
Funkcia  $f: y = x - [x], x \in \mathbb{R}$ .

- $f$  nie je párna a nie je nepárna.
- $f$  je periodická, primitívna perióda  $p = 1$ .



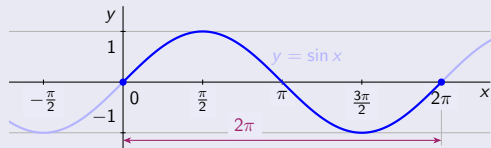
Funkcia  $f: y = (-1)^{[x]}, x \in \mathbb{R}$ .

- $f$  nie je párna a nie je nepárna.
- $f$  je periodická, primitívna perióda  $p = 2$ .



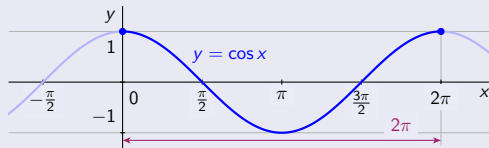
Funkcia  $f: y = \sin x, x \in \mathbb{R}$ .

- $f$  je nepárna.
- $f$  je periodická, primitívna perióda  $2\pi$ .



Funkcia  $f: y = \cos x, x \in \mathbb{R}$ .

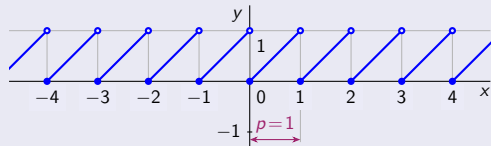
- $f$  je párna.
- $f$  je periodická, primitívna perióda  $2\pi$ .



# Vlastnosti funkcií II

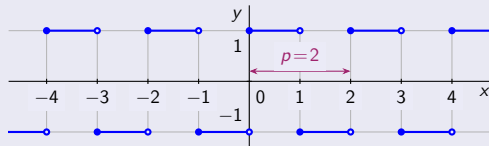
Funkcia  $f: y = x - [x], x \in \mathbb{R}$ .

- $f$  nie je párna a nie je nepárna.
- $f$  je periodická, primitívna perióda  $p = 1$ .



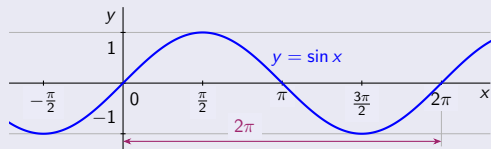
Funkcia  $f: y = (-1)^{[x]}, x \in \mathbb{R}$ .

- $f$  nie je párna a nie je nepárna.
- $f$  je periodická, primitívna perióda  $p = 2$ .



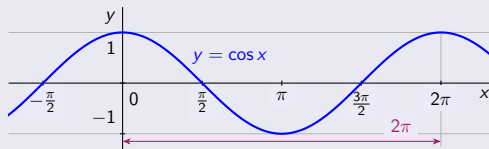
Funkcia  $f: y = \sin x, x \in \mathbb{R}$ .

- $f$  je nepárna.
- $f$  je periodická, primitívna perióda  $2\pi$ .



Funkcia  $f: y = \cos x, x \in \mathbb{R}$ .

- $f$  je párna.
- $f$  je periodická, primitívna perióda  $2\pi$ .

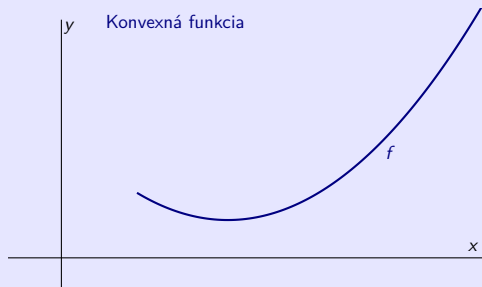




# Vlastnosti funkcií II

Funkcia  $f: y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$ , sa nazýva **na intervale**  $I \subset D(f)$ :

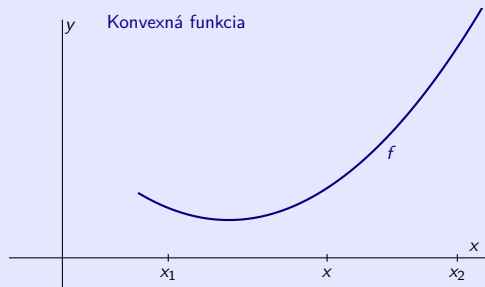
- Konvexná,
- Rýdzo (ostro) konvexná,



# Vlastnosti funkcií II

Funkcia  $f: y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$ , sa nazýva **na intervale**  $I \subset D(f)$ :

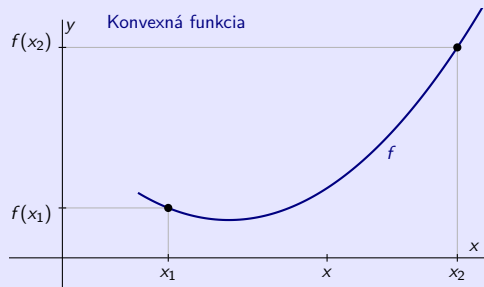
- **Konvexná,** } ak pre všetky  $x, x_1, x_2 \in I$ ,
- **Rýdzo (ostro) konvexná,** } ak pre všetky  $x, x_1, x_2 \in I$ ,



# Vlastnosti funkcií II

Funkcia  $f: y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$ , sa nazýva **na intervale**  $I \subset D(f)$ :

- **Konvexná,** } ak pre všetky  $x, x_1, x_2 \in I$ ,  $x_1 < x < x_2$
- **Rýdzo (ostro) konvexná,** } ak pre všetky  $x, x_1, x_2 \in I$ ,  $x_1 < x < x_2$

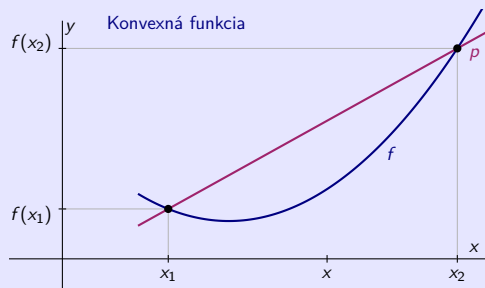


# Vlastnosti funkcií II

Funkcia  $f: y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$ , sa nazýva **na intervale**  $I \subset D(f)$ :

- **Konvexná,** } ak pre všetky  $x, x_1, x_2 \in I$ ,  $x_1 < x < x_2$  platí
- **Rýdzo (ostro) konvexná,** } ak pre všetky  $x, x_1, x_2 \in I$ ,  $x_1 < x < x_2$  platí

[Priamka  $p$  spája body  $[x_1; f(x_1)]$ ,  $[x_2; f(x_2)]$ .]



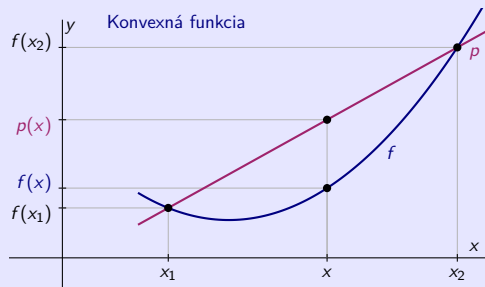
# Vlastnosti funkcií II

Funkcia  $f: y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$ , sa nazýva **na intervale**  $I \subset D(f)$ :

- **Konvexná,** } ak pre všetky  $x, x_1, x_2 \in I$ ,  $x_1 < x < x_2$  platí  $\left\{ \begin{array}{l} f(x) \leq p(x). \end{array} \right.$
- **Rýdzo (ostro) konvexná,** } ak pre všetky  $x, x_1, x_2 \in I$ ,  $x_1 < x < x_2$  platí  $\left\{ \begin{array}{l} f(x) < p(x). \end{array} \right.$

$$p(x) = f(x_1) \frac{x_2 - x}{x_2 - x_1} + f(x_2) \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$$

[Priamka  $p$  spája body  $[x_1; f(x_1)]$ ,  $[x_2; f(x_2)]$ .]





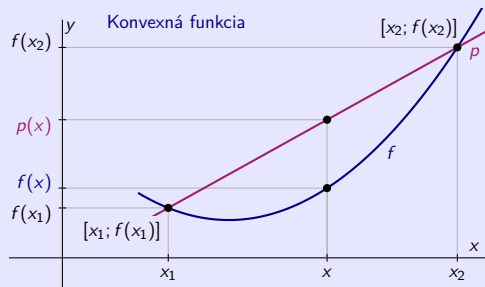
# Vlastnosti funkcií II

Funkcia  $f: y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$ , sa nazýva **na intervale**  $I \subset D(f)$ :

- **Konvexná**, } ak pre všetky  $x, x_1, x_2 \in I$ ,  $x_1 < x < x_2$  platí  $\left\{ \begin{array}{l} f(x) \leq p(x). \end{array} \right.$
- **Rýdzo (ostro) konvexná**, } ak pre všetky  $x, x_1, x_2 \in I$ ,  $x_1 < x < x_2$  platí  $\left\{ \begin{array}{l} f(x) < p(x). \end{array} \right.$

$$p(x) = f(x_1) \frac{x_2 - x}{x_2 - x_1} + f(x_2) \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$$

[Priamka  $p$  spája body  $[x_1; f(x_1)]$ ,  $[x_2; f(x_2)]$ .]



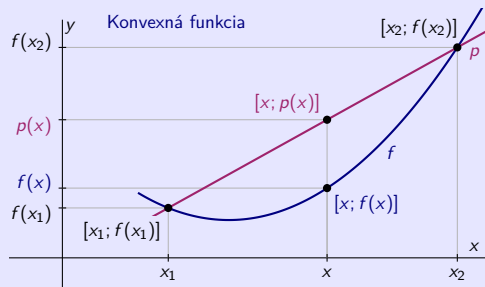
# Vlastnosti funkcií II

Funkcia  $f: y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$ , sa nazýva **na intervale**  $I \subset D(f)$ :

- **Konvexná,** } ak pre všetky  $x, x_1, x_2 \in I$ ,  $x_1 < x < x_2$  platí  $\left\{ \begin{array}{l} f(x) \leq p(x). \end{array} \right.$
- **Rýdzo (ostro) konvexná,** } ak pre všetky  $x, x_1, x_2 \in I$ ,  $x_1 < x < x_2$  platí  $\left\{ \begin{array}{l} f(x) < p(x). \end{array} \right.$

$$p(x) = f(x_1) \frac{x_2 - x}{x_2 - x_1} + f(x_2) \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$$

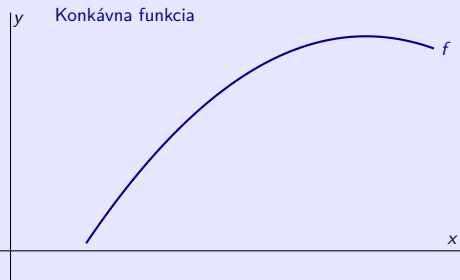
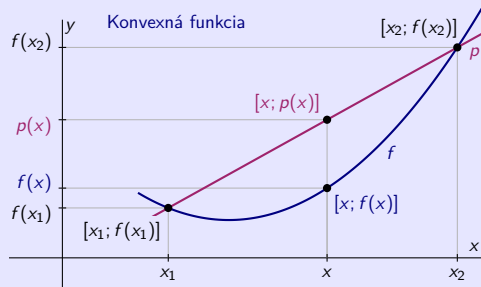
[Priamka  $p$  spája body  $[x_1; f(x_1)]$ ,  $[x_2; f(x_2)]$ .]



# Vlastnosti funkcií II

Funkcia  $f: y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$ , sa nazýva **na intervale  $I \subset D(f)$ :**

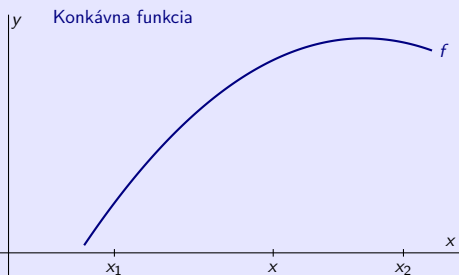
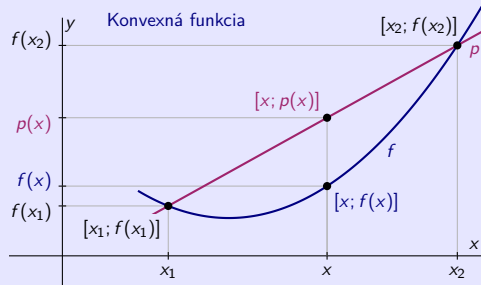
- Konkávna,
- Rýdzo (ostro) konkávna,



# Vlastnosti funkcií II

Funkcia  $f: y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$ , sa nazýva **na intervale  $I \subset D(f)$ :**

- **Konkávna,** } ak pre všetky  $x, x_1, x_2 \in I$ ,
- **Rýdzo (ostro) konkávna,** } ak pre všetky  $x, x_1, x_2 \in I$ ,

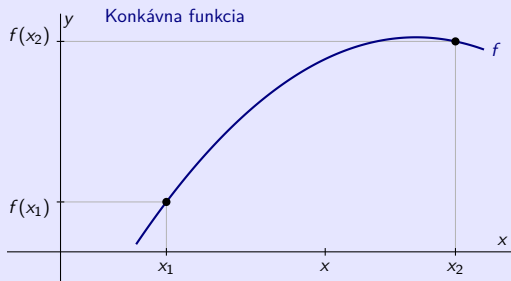
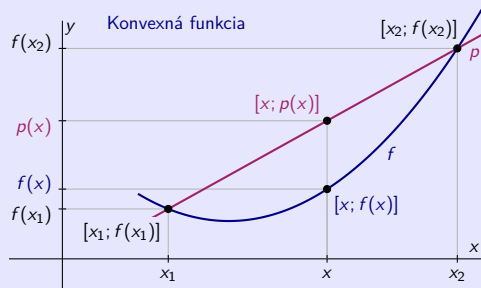


# Vlastnosti funkcií II

Funkcia  $f: y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$ , sa nazýva **na intervale  $I \subset D(f)$ :**

• **Konkávna,** } ak pre všetky  $x, x_1, x_2 \in I$ ,  $x_1 < x < x_2$

• **Rýdzo (ostro) konkávna,** } ak pre všetky  $x, x_1, x_2 \in I$ ,  $x_1 < x < x_2$

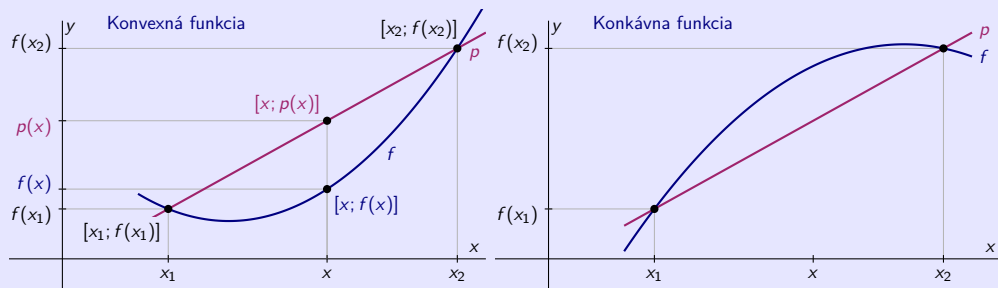


# Vlastnosti funkcií II

Funkcia  $f: y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$ , sa nazýva **na intervale  $I \subset D(f)$ :**

- **Konkávna,** } ak pre všetky  $x, x_1, x_2 \in I$ ,  $x_1 < x < x_2$  platí
- **Rýdzo (ostro) konkávna,** } ak pre všetky  $x, x_1, x_2 \in I$ ,  $x_1 < x < x_2$  platí

[Priamka  $p$  spája body  $[x_1; f(x_1)]$ ,  $[x_2; f(x_2)]$ .]



# Vlastnosti funkcií II

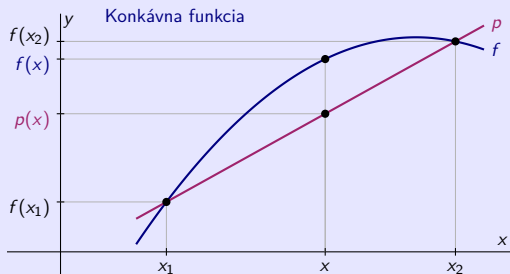
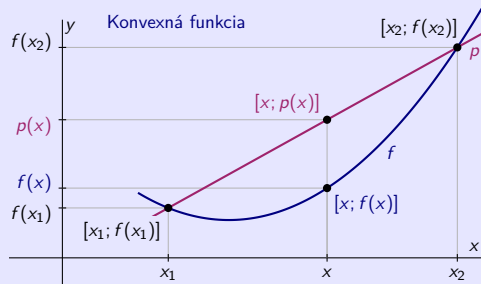
Funkcia  $f: y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$ , sa nazýva **na intervale  $I \subset D(f)$ :**

• **Konkávna,** } ak pre všetky  $x, x_1, x_2 \in I$ ,  $x_1 < x < x_2$  platí  $f(x) \geq p(x)$ .

• **Rýdzo (ostro) konkávna,** } ak pre všetky  $x, x_1, x_2 \in I$ ,  $x_1 < x < x_2$  platí  $f(x) > p(x)$ .

$$p(x) = f(x_1) \frac{x_2 - x}{x_2 - x_1} + f(x_2) \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$$

[Priamka  $p$  spája body  $[x_1; f(x_1)]$ ,  $[x_2; f(x_2)]$ .]



# Vlastnosti funkcií II

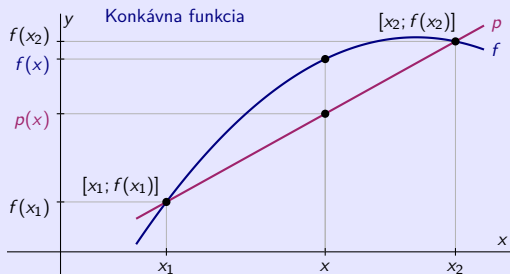
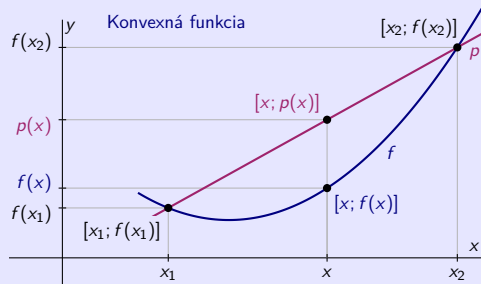
Funkcia  $f: y = f(x), x \in D(f)$ , sa nazýva **na intervale  $I \subset D(f)$ :**

• **Konkávna,** } ak pre všetky  $x, x_1, x_2 \in I, x_1 < x < x_2$  platí  $f(x) \geq p(x)$ .

• **Rýdzo (ostro) konkávna,** } ak pre všetky  $x, x_1, x_2 \in I, x_1 < x < x_2$  platí  $f(x) > p(x)$ .

$$p(x) = f(x_1) \frac{x_2 - x}{x_2 - x_1} + f(x_2) \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$$

[Priamka  $p$  spája body  $[x_1; f(x_1)], [x_2; f(x_2)]$ .]





# Vlastnosti funkcií II

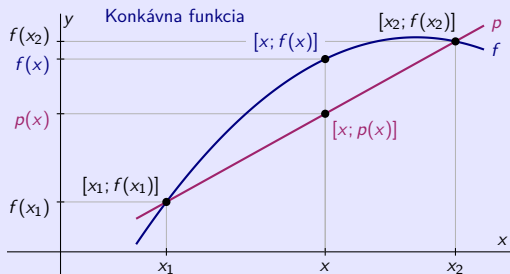
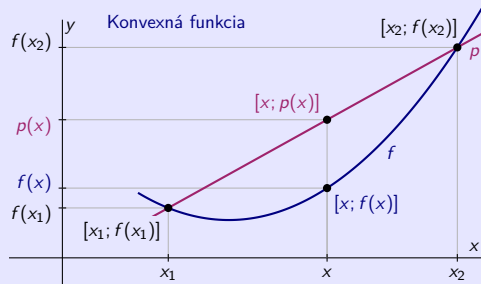
Funkcia  $f: y = f(x), x \in D(f)$ , sa nazýva **na intervale  $I \subset D(f)$ :**

• **Konkávna,** } ak pre všetky  $x, x_1, x_2 \in I, x_1 < x < x_2$  platí  $f(x) \geq p(x)$ .

• **Rýdzo (ostro) konkávna,** } ak pre všetky  $x, x_1, x_2 \in I, x_1 < x < x_2$  platí  $f(x) > p(x)$ .

$$p(x) = f(x_1) \frac{x_2 - x}{x_2 - x_1} + f(x_2) \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$$

[Priamka  $p$  spája body  $[x_1; f(x_1)], [x_2; f(x_2)]$ .]



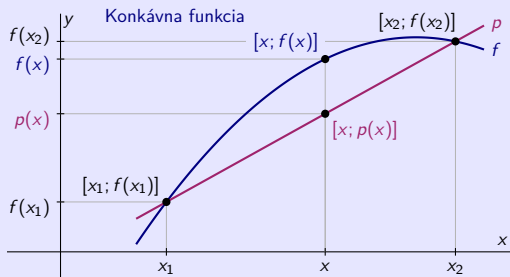
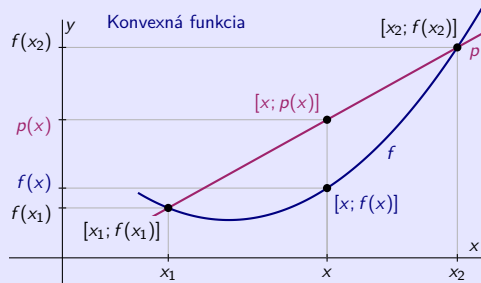
# Vlastnosti funkcií II

Funkcia  $f: y = f(x), x \in D(f)$ , sa nazýva **na intervale  $I \subset D(f)$ :**

- Konvexná, } ak pre všetky  $x, x_1, x_2 \in I, x_1 < x < x_2$  platí  $\left\{ \begin{array}{l} f(x) \leq p(x). \\ f(x) \geq p(x). \end{array} \right.$
- Konkávna, }
- Rýdzo (ostro) konvexná, } ak pre všetky  $x, x_1, x_2 \in I, x_1 < x < x_2$  platí  $\left\{ \begin{array}{l} f(x) < p(x). \\ f(x) > p(x). \end{array} \right.$
- Rýdzo (ostro) konkávna, }

$$p(x) = f(x_1) \frac{x_2 - x}{x_2 - x_1} + f(x_2) \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$$

[Priamka  $p$  spája body  $[x_1; f(x_1)], [x_2; f(x_2)]$ .]



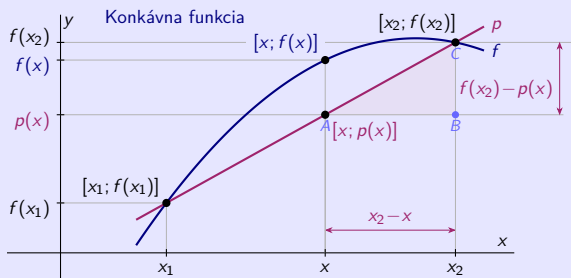
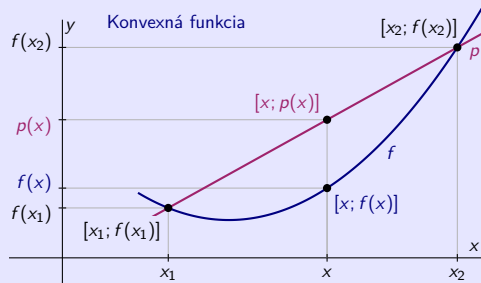
# Vlastnosti funkcií II

Funkcia  $f: y = f(x), x \in D(f)$ , sa nazýva **na intervale  $I \subset D(f)$ :**

- **Konvexná,**
  - **Konkávna,**
- ak pre všetky  $x, x_1, x_2 \in I, x_1 < x < x_2$  platí  $\begin{cases} f(x) \leq p(x). \\ f(x) \geq p(x). \end{cases}$
- **Rýdzo (ostro) konvexná,**
  - **Rýdzo (ostro) konkávna,**
- ak pre všetky  $x, x_1, x_2 \in I, x_1 < x < x_2$  platí  $\begin{cases} f(x) < p(x). \\ f(x) > p(x). \end{cases}$

• Trojuholníky  $ABC, \quad |BC| : |AB| = \frac{f(x_2) - p(x)}{x_2 - x}$

[Priamka  $p$  spája body  $[x_1; f(x_1)], [x_2; f(x_2)].$ ]



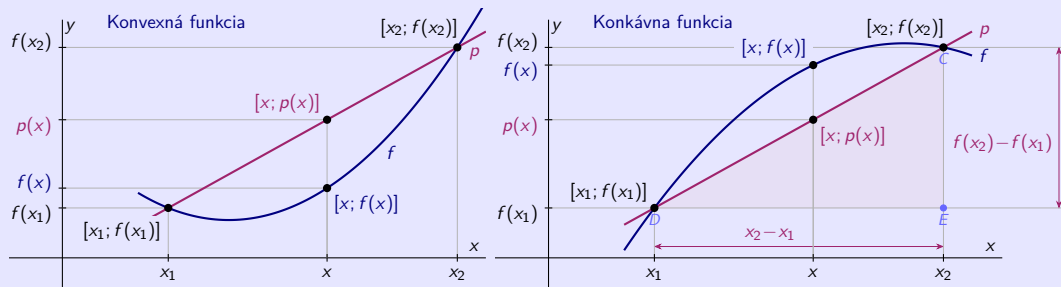
# Vlastnosti funkcií II

Funkcia  $f: y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$ , sa nazýva **na intervale**  $I \subset D(f)$ :

- **Konvexná,**
  - **Konkávna,**
- } ak pre všetky  $x, x_1, x_2 \in I$ ,  $x_1 < x < x_2$  platí  $\begin{cases} f(x) \leq p(x). \\ f(x) \geq p(x). \end{cases}$
- **Rýdzo (ostro) konvexná,**
  - **Rýdzo (ostro) konkávna,**
- } ak pre všetky  $x, x_1, x_2 \in I$ ,  $x_1 < x < x_2$  platí  $\begin{cases} f(x) < p(x). \\ f(x) > p(x). \end{cases}$

• Trojuholníky  $ABC$ ,  $DEC$        $|BC| : |AB| = \frac{f(x_2) - p(x)}{x_2 - x}$        $|EC| : |DE| = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$

[Priamka  $p$  spája body  $[x_1; f(x_1)]$ ,  $[x_2; f(x_2)]$ .]



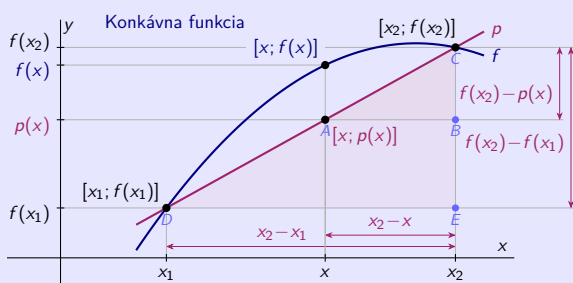
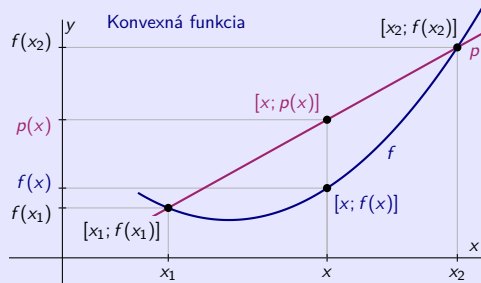
# Vlastnosti funkcií II

Funkcia  $f: y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$ , sa nazýva **na intervale**  $I \subset D(f)$ :

- **Konvexná,**
  - **Konkávna,**
- } ak pre všetky  $x, x_1, x_2 \in I$ ,  $x_1 < x < x_2$  platí  $\begin{cases} f(x) \leq p(x). \\ f(x) \geq p(x). \end{cases}$
- 
- **Rýdzo (ostro) konvexná,**
  - **Rýdzo (ostro) konkávna,**
- } ak pre všetky  $x, x_1, x_2 \in I$ ,  $x_1 < x < x_2$  platí  $\begin{cases} f(x) < p(x). \\ f(x) > p(x). \end{cases}$

• Trojuholníky  $ABC$ ,  $DEC$  sú podobné:  $|BC| : |AB| = \frac{f(x_2) - p(x)}{x_2 - x} = |EC| : |DE| = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$ .

[Priamka  $p$  spája body  $[x_1; f(x_1)]$ ,  $[x_2; f(x_2)]$ .]



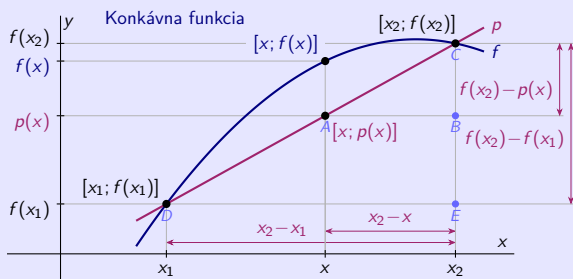
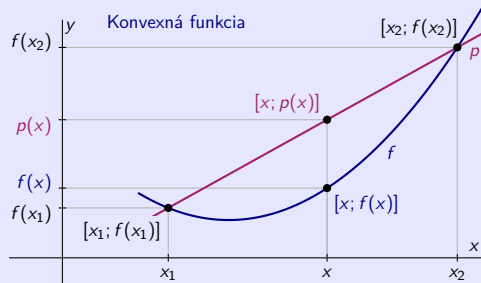
# Vlastnosti funkcií II

Funkcia  $f: y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$ , sa nazýva **na intervale**  $I \subset D(f)$ :

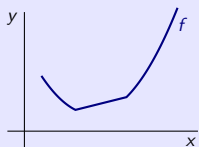
- **Konvexná,**
  - **Konkávna,**
- ak pre všetky  $x, x_1, x_2 \in I$ ,  $x_1 < x < x_2$  platí  $\begin{cases} f(x) \leq p(x). \\ f(x) \geq p(x). \end{cases}$
- **Rýdzo (ostro) konvexná,**
  - **Rýdzo (ostro) konkávna,**
- ak pre všetky  $x, x_1, x_2 \in I$ ,  $x_1 < x < x_2$  platí  $\begin{cases} f(x) < p(x). \\ f(x) > p(x). \end{cases}$

• Trojuholníky  $ABC$ ,  $DEC$  sú podobné:  $|BC| : |AB| = \frac{f(x_2) - p(x)}{x_2 - x} = |EC| : |DE| = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$ .  $\Rightarrow$  •  $p(x) = f(x_1) \frac{x_2 - x}{x_2 - x_1} + f(x_2) \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$ .

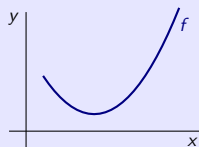
[Priamka  $p$  spája body  $[x_1; f(x_1)]$ ,  $[x_2; f(x_2)]$ .]



# Vlastnosti funkcií II

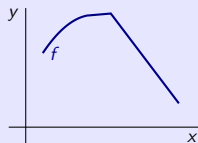


konvexná

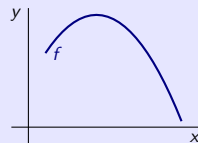


rýdzo konvexná

# Vlastnosti funkcií II



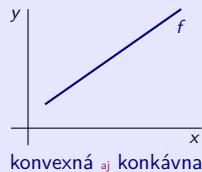
konkávna



rýdzo konkávna



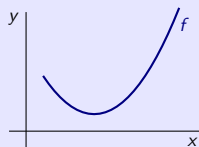
# Vlastnosti funkcií II



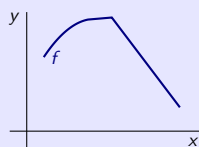
# Vlastnosti funkcií II



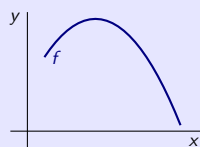
konvexná



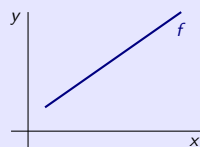
rýdzo konvexná



konkávna



rýdzo konkávna

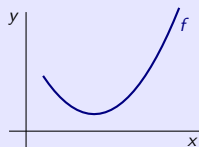


konvexná aj konkávna

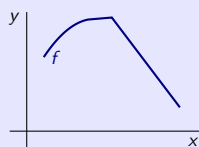
# Vlastnosti funkcií II



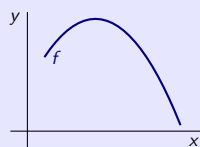
konvexná



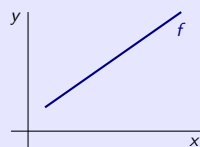
rýdzo konvexná



konkávna



rýdzo konkávna



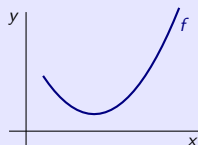
konvexná aj konkávna

Funkcia  $f: y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  je na intervale  $I \subset D(f)$ :

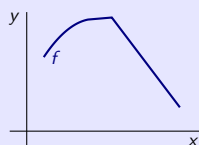
# Vlastnosti funkcií II



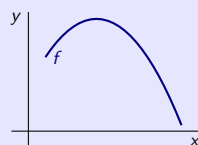
konvexná



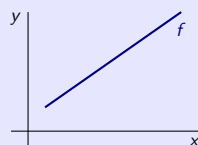
rýdzo konvexná



konkávna



rýdzo konkávna



konvexná aj konkávna

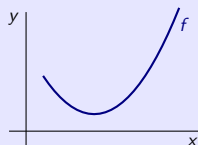
Funkcia  $f: y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  je na intervale  $I \subset D(f)$ :

- Konvexná.
- Konkávna.

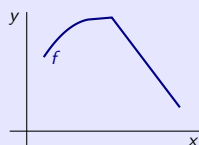
# Vlastnosti funkcií II



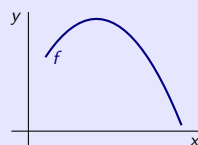
konvexná



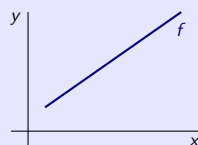
rýdzo konvexná



konkávna



rýdzo konkávna



konvexná aj konkávna

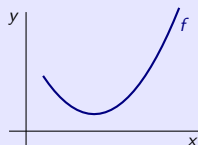
Funkcia  $f: y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  je na intervale  $I \subset D(f)$ :

- Konvexná.  $\Leftrightarrow$  • Pre všetky  $x_1, x_2 \in I$ ,  $x_1 \neq x_2$ ,  $p \in (0; 1)$ ,  $q = 1 - p$
- Konkávna.  $\Leftrightarrow$  • Pre všetky  $x_1, x_2 \in I$ ,  $x_1 \neq x_2$ ,  $p \in (0; 1)$ ,  $q = 1 - p$

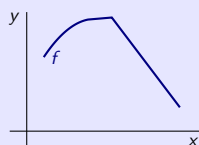
# Vlastnosti funkcií II



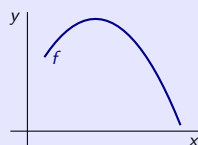
konvexná



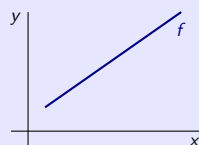
rýdzo konvexná



konkávna



rýdzo konkávna



konvexná aj konkávna

Funkcia  $f: y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  je na intervale  $I \subset D(f)$ :

- Konvexná.  $\Leftrightarrow$  • Pre všetky  $x_1, x_2 \in I$ ,  $x_1 \neq x_2$ ,  $p \in (0; 1)$ ,  $q = 1 - p$

$$\text{platí } f(px_1 + qx_2) \leq pf(x_1) + qf(x_2).$$

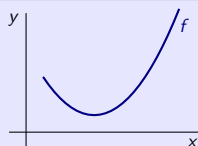
- Konkávna.  $\Leftrightarrow$  • Pre všetky  $x_1, x_2 \in I$ ,  $x_1 \neq x_2$ ,  $p \in (0; 1)$ ,  $q = 1 - p$

$$\text{platí } f(px_1 + qx_2) \geq pf(x_1) + qf(x_2).$$

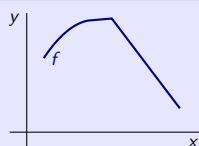
# Vlastnosti funkcií II



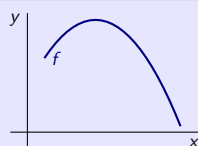
konvexná



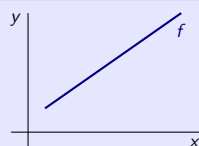
rýdzo konvexná



konkávna



rýdzo konkávna



konvexná aj konkávna

Funkcia  $f: y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  je na intervale  $I \subset D(f)$ :

- Konvexná.  $\Leftrightarrow$  • Pre všetky  $x_1, x_2 \in I$ ,  $x_1 \neq x_2$ ,  $p \in (0; 1)$ ,  $q = 1 - p$

$$\text{platí } f(px_1 + qx_2) \leq pf(x_1) + qf(x_2).$$

- Konkávna.  $\Leftrightarrow$  • Pre všetky  $x_1, x_2 \in I$ ,  $x_1 \neq x_2$ ,  $p \in (0; 1)$ ,  $q = 1 - p$

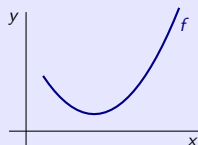
$$\text{platí } f(px_1 + qx_2) \geq pf(x_1) + qf(x_2).$$

Funkcia  $f: y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  sa nazýva **v bode**  $c \in D(f)$ :

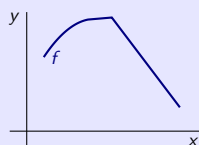
# Vlastnosti funkcií II



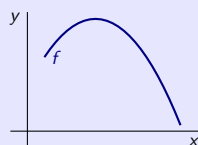
konvexná



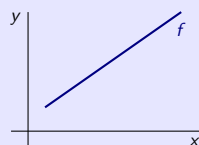
rýdzo konvexná



konkávna



rýdzo konkávna



konvexná aj konkávna

Funkcia  $f: y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  je na intervale  $I \subset D(f)$ :

- Konvexná.  $\Leftrightarrow$  • Pre všetky  $x_1, x_2 \in I$ ,  $x_1 \neq x_2$ ,  $p \in (0; 1)$ ,  $q = 1 - p$

$$\text{platí } f(px_1 + qx_2) \leq pf(x_1) + qf(x_2).$$

- Konkávna.  $\Leftrightarrow$  • Pre všetky  $x_1, x_2 \in I$ ,  $x_1 \neq x_2$ ,  $p \in (0; 1)$ ,  $q = 1 - p$

$$\text{platí } f(px_1 + qx_2) \geq pf(x_1) + qf(x_2).$$

Funkcia  $f: y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  sa nazýva **v bode**  $c \in D(f)$ :

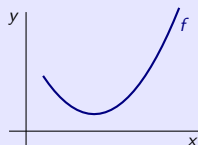
- Rýdzo konvexná,
- Rýdzo konkávna,



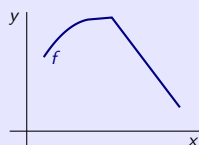
# Vlastnosti funkcií II



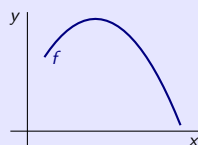
konvexná



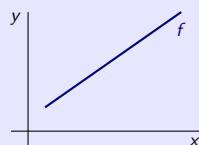
rýdzo konvexná



konkávna



rýdzo konkávna



konvexná aj konkávna

Funkcia  $f: y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  je na intervale  $I \subset D(f)$ :

- Konvexná.  $\Leftrightarrow$  • Pre všetky  $x_1, x_2 \in I$ ,  $x_1 \neq x_2$ ,  $p \in (0; 1)$ ,  $q = 1 - p$

$$\text{platí } f(px_1 + qx_2) \leq pf(x_1) + qf(x_2).$$

- Konkávna.  $\Leftrightarrow$  • Pre všetky  $x_1, x_2 \in I$ ,  $x_1 \neq x_2$ ,  $p \in (0; 1)$ ,  $q = 1 - p$

$$\text{platí } f(px_1 + qx_2) \geq pf(x_1) + qf(x_2).$$

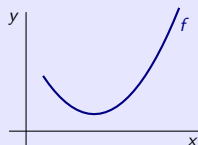
Funkcia  $f: y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  sa nazýva **v bode**  $c \in D(f)$ :

- Rýdzo konvexná,
  - Rýdzo konkávna,
- } ak existuje okolie  $O(c)$ , v ktorom je funkcia  $f$

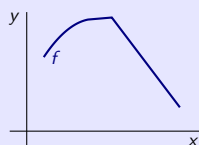
# Vlastnosti funkcií II



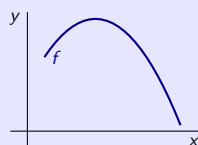
konvexná



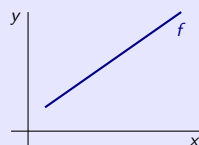
rýdzo konvexná



konkávna



rýdzo konkávna



konvexná aj konkávna

Funkcia  $f: y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  je na intervale  $I \subset D(f)$ :

- Konvexná.  $\Leftrightarrow$  • Pre všetky  $x_1, x_2 \in I$ ,  $x_1 \neq x_2$ ,  $p \in (0; 1)$ ,  $q = 1 - p$

$$\text{platí } f(px_1 + qx_2) \leq pf(x_1) + qf(x_2).$$

- Konkávna.  $\Leftrightarrow$  • Pre všetky  $x_1, x_2 \in I$ ,  $x_1 \neq x_2$ ,  $p \in (0; 1)$ ,  $q = 1 - p$

$$\text{platí } f(px_1 + qx_2) \geq pf(x_1) + qf(x_2).$$

Funkcia  $f: y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$  sa nazýva **v bode**  $c \in D(f)$ :

- Rýdzo konvexná,
  - Rýdzo konkávna,
- $$\left. \vphantom{\begin{matrix} \bullet \\ \bullet \end{matrix}} \right\} \text{ ak existuje okolie } O(c), \text{ v ktorom je funkcia } f \left\{ \begin{array}{l} \text{rýdzo konvexná.} \\ \text{rýdzo konkávna.} \end{array} \right.$$

# Vlastnosti funkcií II

Funkcia  $f: y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$ , bod  $c \in D(f)$ .

# Vlastnosti funkcií II

Funkcia  $f: y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$ , bod  $c \in D(f)$ .

Funkcia  $f$  má **inflexiu** v bode  $c$  (bod  $c$  sa nazýva **inflexný**),

# Vlastnosti funkcií II

Funkcia  $f: y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$ , bod  $c \in D(f)$ .

Funkcia  $f$  má **inflexiu** v bode  $c$  (bod  $c$  sa nazýva **inflexný**), ak existuje okolie  $O(c)$ ,

# Vlastnosti funkcií II

Funkcia  $f: y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$ , bod  $c \in D(f)$ .

Funkcia  $f$  má **inflexiu** v bode  $c$  (bod  $c$  sa nazýva **inflexný**), ak existuje okolie  $O(c)$ , také, že

- v intervale  $O^-(c)$  je  $f$  **rýdzo konvexná** a v intervale  $O^+(c)$  je  $f$  **rýdzo konkávna**,

[V bode  $c$  sa mení rýdza konvexnosť na rýdzu konkávnosť,

# Vlastnosti funkcií II

Funkcia  $f: y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$ , bod  $c \in D(f)$ .

Funkcia  $f$  má **inflexiu** v bode  $c$  (bod  $c$  sa nazýva **inflexný**), ak existuje okolie  $O(c)$ , také, že

- v intervale  $O^-(c)$  je  $f$  rýdzo konvexná a v intervale  $O^+(c)$  je  $f$  rýdzo konkávna,
- resp. • v intervale  $O^-(c)$  je  $f$  rýdzo konkávna a v intervale  $O^+(c)$  je  $f$  rýdzo konvexná.

[V bode  $c$  sa mení rýdza konvexnosť na rýdzu konkávnosť, resp. sa mení rýdza konkávnosť na rýdzu konvexnosť.]

# Vlastnosti funkcií II

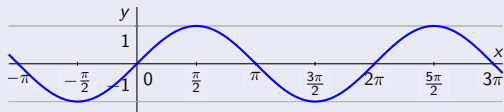
Funkcia  $f: y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$ , bod  $c \in D(f)$ .

Funkcia  $f$  má **inflexiu** v bode  $c$  (bod  $c$  sa nazýva **inflexný**), ak existuje okolie  $O(c)$ , také, že

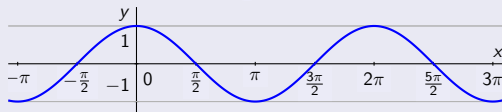
- v intervale  $O^-(c)$  je  $f$  rýdzo konvexná a v intervale  $O^+(c)$  je  $f$  rýdzo konkávna,
- resp. • v intervale  $O^-(c)$  je  $f$  rýdzo konkávna a v intervale  $O^+(c)$  je  $f$  rýdzo konvexná.

[V bode  $c$  sa mení rýdza konvexnosť na rýdzu konkávnosť, resp. sa mení rýdza konkávnosť na rýdzu konvexnosť.]

Funkcia  $f: y = \sin x$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .



Funkcia  $f: y = \cos x$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .





# Vlastnosti funkcií II

Funkcia  $f: y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$ , bod  $c \in D(f)$ .

Funkcia  $f$  má **inflexiu** v bode  $c$  (bod  $c$  sa nazýva **inflexný**), ak existuje okolie  $O(c)$ , také, že

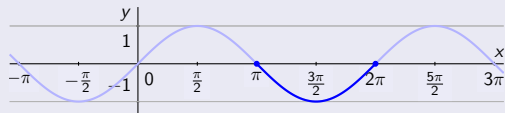
- v intervale  $O^-(c)$  je  $f$  rýdzo konvexná a v intervale  $O^+(c)$  je  $f$  rýdzo konkávna,
- resp. • v intervale  $O^-(c)$  je  $f$  rýdzo konkávna a v intervale  $O^+(c)$  je  $f$  rýdzo konvexná.

[V bode  $c$  sa mení rýdza konvexnosť na rýdzu konkávnosť, resp. sa mení rýdza konkávnosť na rýdzu konvexnosť.]

Funkcia  $f: y = \sin x$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .

- $f$  je rýdzo konvexná

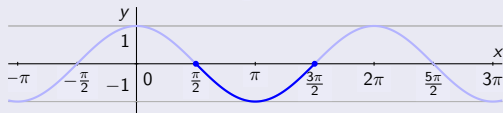
na intervale  $\langle \pi; 2\pi \rangle$ .



Funkcia  $f: y = \cos x$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .

- $f$  je rýdzo konvexná

na intervale  $\langle \frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2} \rangle$ .



# Vlastnosti funkcií II

Funkcia  $f: y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$ , bod  $c \in D(f)$ .

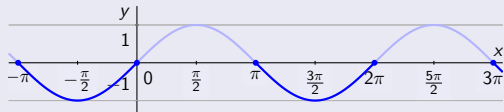
Funkcia  $f$  má **inflexiu** v bode  $c$  (bod  $c$  sa nazýva **inflexný**), ak existuje okolie  $O(c)$ , také, že

- v intervale  $O^-(c)$  je  $f$  rýdzo konvexná a v intervale  $O^+(c)$  je  $f$  rýdzo konkávna,
- resp. • v intervale  $O^-(c)$  je  $f$  rýdzo konkávna a v intervale  $O^+(c)$  je  $f$  rýdzo konvexná.

[V bode  $c$  sa mení rýdza konvexnosť na rýdzu konkávnosť, resp. sa mení rýdza konkávnosť na rýdzu konvexnosť.]

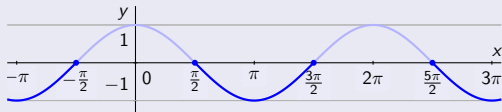
Funkcia  $f: y = \sin x$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .

- $f$  je rýdzo konvexná  
na intervaloch  $\langle \pi + 2k\pi; 2\pi + 2k\pi \rangle$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ .



Funkcia  $f: y = \cos x$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .

- $f$  je rýdzo konvexná  
na intervaloch  $\langle \frac{3\pi}{2} + 2k\pi; \frac{\pi}{2} + 2k\pi \rangle$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ .



# Vlastnosti funkcií II

Funkcia  $f: y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$ , bod  $c \in D(f)$ .

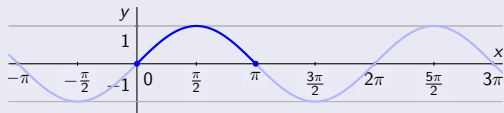
Funkcia  $f$  má **inflexiu** v bode  $c$  (bod  $c$  sa nazýva **inflexný**), ak existuje okolie  $O(c)$ , také, že

- v intervale  $O^-(c)$  je  $f$  rýdzo konvexná a v intervale  $O^+(c)$  je  $f$  rýdzo konkávna,
- resp. • v intervale  $O^-(c)$  je  $f$  rýdzo konkávna a v intervale  $O^+(c)$  je  $f$  rýdzo konvexná.

[V bode  $c$  sa mení rýdza konvexnosť na rýdzu konkávnosť, resp. sa mení rýdza konkávnosť na rýdzu konvexnosť.]

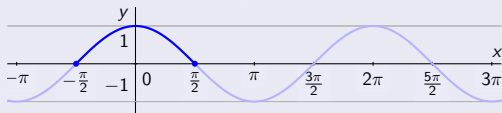
Funkcia  $f: y = \sin x$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .

- $f$  je rýdzo konvexná  
na intervaloch  $\langle \pi + 2k\pi; 2\pi + 2k\pi \rangle$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ .
- $f$  je rýdzo konkávna  
na intervale  $\langle 0; \pi \rangle$ .



Funkcia  $f: y = \cos x$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .

- $f$  je rýdzo konvexná  
na intervaloch  $\langle \frac{3\pi}{2} + 2k\pi; \frac{\pi}{2} + 2k\pi \rangle$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ .
- $f$  je rýdzo konkávna  
na intervale  $\langle -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \rangle$ .



# Vlastnosti funkcií II

Funkcia  $f: y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$ , bod  $c \in D(f)$ .

Funkcia  $f$  má **inflexiu** v bode  $c$  (bod  $c$  sa nazýva **inflexný**), ak existuje okolie  $O(c)$ , také, že

- v intervale  $O^-(c)$  je  $f$  rýdzo konvexná a v intervale  $O^+(c)$  je  $f$  rýdzo konkávna,
- resp. • v intervale  $O^-(c)$  je  $f$  rýdzo konkávna a v intervale  $O^+(c)$  je  $f$  rýdzo konvexná.

[V bode  $c$  sa mení rýdza konvexnosť na rýdzu konkávnosť, resp. sa mení rýdza konkávnosť na rýdzu konvexnosť.]

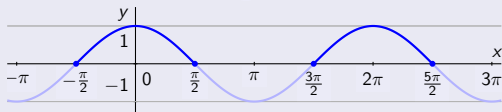
Funkcia  $f: y = \sin x$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .

- $f$  je rýdzo konvexná  
na intervaloch  $\langle \pi + 2k\pi; 2\pi + 2k\pi \rangle$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ .
- $f$  je rýdzo konkávna  
na intervaloch  $\langle 0 + 2k\pi; \pi + 2k\pi \rangle$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ .



Funkcia  $f: y = \cos x$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .

- $f$  je rýdzo konvexná  
na intervaloch  $\langle \frac{3\pi}{2} + 2k\pi; \frac{\pi}{2} + 2k\pi \rangle$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ .
- $f$  je rýdzo konkávna  
na intervaloch  $\langle -\frac{\pi}{2} + 2k\pi; \frac{\pi}{2} + 2k\pi \rangle$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ .



# Vlastnosti funkcií II

Funkcia  $f: y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$ , bod  $c \in D(f)$ .

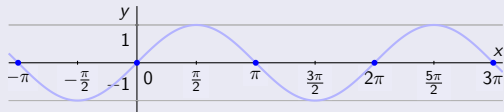
Funkcia  $f$  má **inflexiu** v bode  $c$  (bod  $c$  sa nazýva **inflexný**), ak existuje okolie  $O(c)$ , také, že

- v intervale  $O^-(c)$  je  $f$  rýdzo konvexná a v intervale  $O^+(c)$  je  $f$  rýdzo konkávna,
- resp. • v intervale  $O^-(c)$  je  $f$  rýdzo konkávna a v intervale  $O^+(c)$  je  $f$  rýdzo konvexná.

[V bode  $c$  sa mení rýdza konvexnosť na rýdzu konkávnosť, resp. sa mení rýdza konkávnosť na rýdzu konvexnosť.]

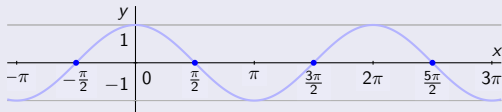
Funkcia  $f: y = \sin x$ ,  $x \in R$ .

- $f$  je rýdzo konvexná  
na intervaloch  $\langle \pi + 2k\pi; 2\pi + 2k\pi \rangle$ ,  $k \in Z$ .
- $f$  je rýdzo konkávna  
na intervaloch  $\langle 0 + 2k\pi; \pi + 2k\pi \rangle$ ,  $k \in Z$ .
- Inflexné body sú  $0 + k\pi = k\pi$ ,  $k \in Z$ .



Funkcia  $f: y = \cos x$ ,  $x \in R$ .

- $f$  je rýdzo konvexná  
na intervaloch  $\langle \frac{3\pi}{2} + 2k\pi; \frac{\pi}{2} + 2k\pi \rangle$ ,  $k \in Z$ .
- $f$  je rýdzo konkávna  
na intervaloch  $\langle -\frac{\pi}{2} + 2k\pi; \frac{\pi}{2} + 2k\pi \rangle$ ,  $k \in Z$ .
- Inflexné body sú  $\frac{\pi}{2} + k\pi$ ,  $k \in Z$ .



# Vlastnosti funkcií II

Funkcia  $f: y = f(x)$ ,  $x \in D(f)$ , bod  $c \in D(f)$ .

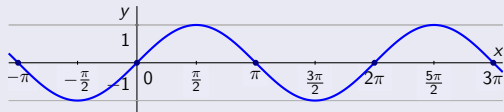
Funkcia  $f$  má **inflexiu** v bode  $c$  (bod  $c$  sa nazýva **inflexný**), ak existuje okolie  $O(c)$ , také, že

- v intervale  $O^-(c)$  je  $f$  rýdzo konvexná a v intervale  $O^+(c)$  je  $f$  rýdzo konkávna,
- resp. • v intervale  $O^-(c)$  je  $f$  rýdzo konkávna a v intervale  $O^+(c)$  je  $f$  rýdzo konvexná.

[V bode  $c$  sa mení rýdza konvexnosť na rýdzu konkávnosť, resp. sa mení rýdza konkávnosť na rýdzu konvexnosť.]

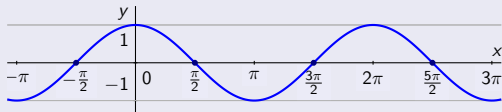
Funkcia  $f: y = \sin x$ ,  $x \in R$ .

- $f$  je rýdzo konvexná  
na intervaloch  $\langle \pi + 2k\pi; 2\pi + 2k\pi \rangle$ ,  $k \in Z$ .
- $f$  je rýdzo konkávna  
na intervaloch  $\langle 0 + 2k\pi; \pi + 2k\pi \rangle$ ,  $k \in Z$ .
- Inflexné body sú  $0 + k\pi = k\pi$ ,  $k \in Z$ .



Funkcia  $f: y = \cos x$ ,  $x \in R$ .

- $f$  je rýdzo konvexná  
na intervaloch  $\langle \frac{3\pi}{2} + 2k\pi; \frac{\pi}{2} + 2k\pi \rangle$ ,  $k \in Z$ .
- $f$  je rýdzo konkávna  
na intervaloch  $\langle -\frac{\pi}{2} + 2k\pi; \frac{\pi}{2} + 2k\pi \rangle$ ,  $k \in Z$ .
- Inflexné body sú  $\frac{\pi}{2} + k\pi$ ,  $k \in Z$ .



## Koniec 4. časti

Ďakujem za pozornosť.