

ŽILINSKÁ UNIVERZITA V ŽILINE
FAKULTA RIADENIA A INFORMATIKY

DIPLOMOVÁ PRÁCA

Študijný odbor: **Informačné a riadiace systémy**

Meno Priezvisko

NÁZOV DIPLOMOVEJ PRÁCE
aj na 2 riadky

Vedúci: **doc. RNDr. Štefan Peško, CSc.**

Reg.č. xxx/2022

Máj 2022

Abstrakt

PRIEZVISKO MENO: *Názov diplomovej práce* [Diplomová práca]

Žilinská Univerzita v Žiline, Fakulta riadenia a informatiky, Katedra matematických metód.

Vedúci: doc. RNDr. Štefan Peško, CSc.

Stupeň odbornej kvalifikácie: Inžinier v odbore Žilina.

FRI ŽU v Žiline, 2022 — ?? s.

Obsahom práce je...

Abstract

PRIEZVISKO MENO: *Name of the Diploma thesis* [Diploma thesis]

University of Žilina, Faculty of Management Science and Informatics, Department of mathematical methods.

Tutor: Assoc. Prof. RNDr. Štefan Peško, CSc.

Qualification level: Engineer in field Žilina:

FRI ŽU v Žiline, 2022 — ?? p.

The main idea of this ...

Prehlásenie

Prehlasujem, že som túto prácu napísal samostatne a že som uviedol všetky použité pramene a literatúru, z ktorých som čerpal.

V Žiline, dňa 30.2.2022

Meno Priezvisko

Obsah

Úvod

Hviezdičková konvencia funguje ako normálna kapitola, ale nie je číslovaná a nezobrazuje sa v obsahu. To znamená, že sa číslovanie nasledujúcich kapitol posunie — to isté sa stane aj s obsahom — ale súbor treba preložiť minimálne dva razy. Aby sa kapitola (sekcia, ...) zobrazila do obsahu je potrebné zadať príkaz:

```
\addcontentsline{toc}{chapter}{Úvod}
```

resp.

```
\addcontentsline{toc}{section}{Sekcia}
```

Súbor treba prekladať pomocou `pdflatex` `praca` `pdflatex` `praca`.

E-mail adresa a WWW stránka (interaktívne) sa píšú:

```
\href{mailto:beerb@frcatel.fri.uniza.sk}{beerb@frcatel.fri.uniza.sk}
```

```
\url{http://frcatel.fri.uniza.sk/~beerb}
```

a výsledok je:

beerb@frcatel.fri.uniza.sk

http://frcatel.fri.uniza.sk/~beerb

Tu by bolo dobré zoznámiť a zaradiť problematiku práce. Je dobré mať na pamäti, na základe akých kritérií bude oponent hodnotiť túto prácu. Náročnosť zadania sa hodnotí slovne ako malá, stredná, veľká na základe nasledujúcich kritérií:

♡ teoretické znalosti,

* invenčnosť, tvorivosť,

- experimentálna činnosť

- technické práce vrátane programovania,

- návrh algoritmu, datových štruktúr,
- informačno rešeržný prieskum a syntéza.

Dôležitejšie pre záverečné hodnotenie je však je bodové hodnotenie na základe nasledujúcich kritérií:

1. Hĺbka analýzy vo vzťahu k téme [10b]
- 1b) Adekvátnosť použitých metód [15b]
2. Splnenie cieľov zadania [20b]
3. Kvalita riešenia [15b]
4. Logická stavba, nadvúznosť, úplnosť, zrozumiteľnosť [10b]
5. Formálna gramatická úroveň práce, dokumentácie a prezentácie 10b

Ak by oponent robil toto hodnotenie v Exelovskej tabuľke a v bunke D21 by mal súčet bodov, potom výsledná známka bude

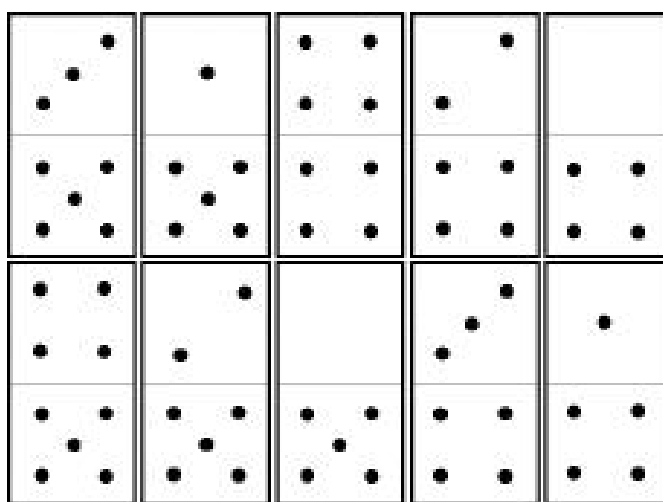
```
=if(D21>=90;"A";if(D21>=80;"B";if(D21>=70;"C";if(D21>=60;"D";if(D21>=50;"E";"Fx")))).
```

Kapitola 1

Súčasný stav problematiky

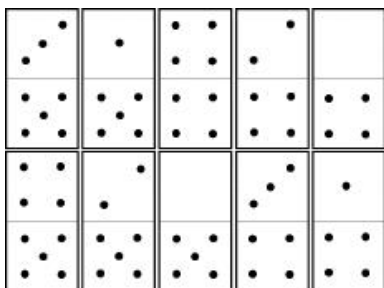
Tu je potrebné popísať doteraz získané poznatky z problematiky. Nezabudnúť dôsledne citovať autorov článkov, kníh aj internetových publikácií napr. monografia [?]. V prameňoch – spravidla posledná kapitola – treba uviesť všetku použitú literatúru. Nemala by obsahovať tie zdroje, ktoré nie sú v práci citované. A tiež nie je vhodné citovať nedôveryhodné zdroje ako sú Wikipédia ap.

Na obrázku ?? máme príklad zo zábavnej matematiky uvedený v práci Peško [?].

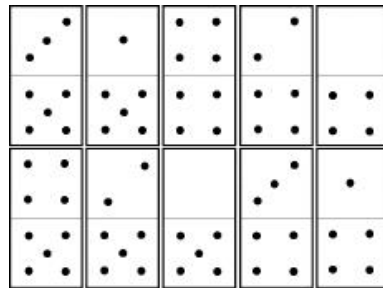


Obr. 1.1: Ako popreklápať kocky domina tak, aby rozdiel medzi súčtami horných a dolných políčok bol čo najmenší?

Alebo dva obrázky vedľa seba:



Obr. 1.2: Názov ľavého obrázku



Obr. 1.3: Názov pravého obrázku

Matematicky môžeme vzťahy označiť:

$$c_{i,j}^2 + c_{k,l} \leq \frac{c_{i,l}}{c_{k,j}} \quad (1.1)$$

a potom sa naň neskôr v texte (??) odvolávať. Ak sa pri reporte objavajú symboly (??) treba zopakovať `pdflatex` prácu.

Môžeme použiť aj iné matematické prostredia:

$$c_{i,j}^2 + c_{k,l} \leq \frac{c_{i,l}}{c_{k,j}}$$

resp.

$$c_{i,j}^2 + c_{k,l} \leq \frac{c_{i,l}}{c_{k,j}}$$

resp.

$$c_{i,j}^2 + c_{k,l} \leq \frac{c_{i,l}}{c_{k,j}}$$

resp.

$$c_{i,j}^2 + c_{k,l} \leq \frac{c_{i,l}}{c_{k,j}} \dots \text{riadok číslo 1}$$

$$c_{i,j}^2 + c_{k,l} \leq \frac{c_{i,l}}{c_{k,j}} \dots \text{riadok číslo 2}$$

$$c_{i,j}^2 + c_{k,l} \leq \frac{c_{i,l}}{c_{k,j}} \dots \text{riadok číslo 3}$$

$$c_{i,j}^2 + c_{k,l} \leq \frac{c_{i,l}}{c_{k,j}} \dots \text{riadok číslo 4}$$

resp.

$$c_{i,j}^2 + c_{k,l} \leq \frac{c_{i,l}}{c_{k,j}} \dots \text{riadok číslo 1}$$

$$c_{i,j}^2 + c_{k,l} \leq \frac{c_{i,l}}{c_{k,j}} \dots \text{riadok číslo 2}$$

$$c_{i,j}^2 + c_{k,l} \leq \frac{c_{i,l}}{c_{k,j}} \dots \text{riadok číslo 3}$$

$$c_{i,j}^2 + c_{k,l} \leq \frac{c_{i,l}}{c_{k,j}} \dots \text{riadok číslo 4} \quad (1.2)$$

resp.

$$c_{i,j}^2 + c_{k,l} \leq \frac{c_{i,l}}{c_{k,j}} \dots \text{riadok číslo 1}$$

$$c_{i,j}^2 + c_{k,l} \leq \frac{c_{i,l}}{c_{k,j}} \dots \text{riadok číslo 2}$$

$$c_{i,j}^2 + c_{k,l} \leq \frac{c_{i,l}}{c_{k,j}} \dots \text{riadok číslo 3}$$

$$c_{i,j}^2 + c_{k,l} \leq \text{xxx} \frac{c_{i,l}}{c_{k,j}} \dots \text{riadok číslo 4}$$

resp.

$$c_{i,j}^2 + c_{k,l} \leq \frac{c_{i,l}}{c_{k,j}} \dots \text{riadok číslo 1} \quad (1.3)$$

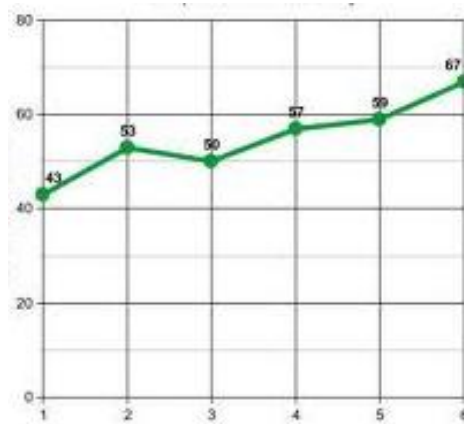
$$c_{i,j}^2 + c_{k,l} \leq \frac{c_{i,l}}{c_{k,j}} \dots \text{riadok číslo 2} \quad (1.4)$$

$$c_{i,j}^2 + c_{k,l} \leq \frac{c_{i,l}}{c_{k,j}} \dots \text{riadok číslo 3}$$

$$c_{i,j}^2 + c_{k,l} \text{ xxx } \frac{c_{i,l}}{c_{k,j}} \dots \text{riadok číslo 4} \quad (1.5)$$

Niekedy sa hodí pracovať s maticami alebo determinantami:

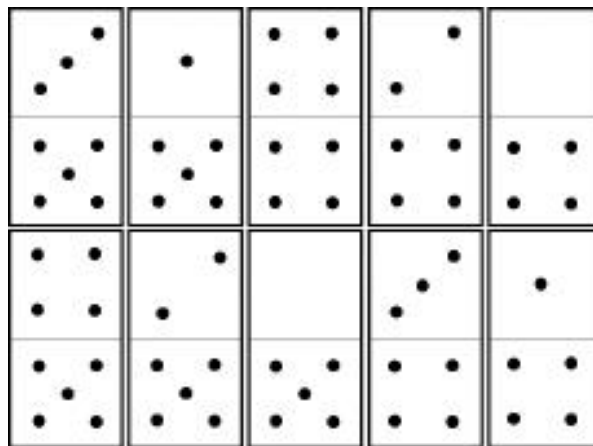
$$\mathbb{A} = \begin{pmatrix} -5 & 8 & 3 \\ 0 & -0 & 2 \\ 5 & 1 & -2 \end{pmatrix} \times \left\{ \begin{pmatrix} -5 & 8 & 3 \\ 0 & -0 & 2 \\ 5 & 1 & -2 \end{pmatrix} \right\} + \left| \begin{pmatrix} -5 & 8 & 3 \\ 0 & -0 & 2 \\ 5 & 1 & -2 \end{pmatrix} \right| + \left\| \begin{pmatrix} -5 & 8,1 & 3,4 \\ x & -0,2 & 2 \\ 5 & 1 & -2 \end{pmatrix} \right\|$$



Obr. 1.4: Obrázok

Tu je potrebné popísať doteraz získané poznatky z problematiky. Nezabudnúť dôsledne citovať autorov článkov, kníh aj internetových publikácií napr. monografia [?, ?].

Na obrázku ?? máme príklad zo zábavnej matematiky uvedený v práci Peško [?]. Porovnajme definíciu, zobrazenie a tiež umiestnenie obrázku ?? s obrázkom ??.



Obr. 1.5: Ako popreklápať kocky domina tak, aby rozdiel medzi súčtami horných a dolných políčok bol čo najmenší?

Kapitola 2

Matematický model

Tu je vhodné uviesť ďalej používané základné pojmy a tvrdenia. Čítateľ ocení ak sú tieto demonštrované na výstižných ilustračných príkladoch. Opäť nezabudnúť dôsledne citovať autorov. U vlastných výsledov sa zse nehambiť na túto skutočnosť upozorniť – napríklad názvom podkapitoly.

2.1 Problém pažravej trojhodnotovej stonožky

Nech m, n, a, b prirodzené čísla $n, m \geq 2$ a $0 < a < b$. Sú dané n -tice prirodzených čísel $a = (a_1, \dots, a_j, \dots, a_n)$ a $b = (b_1, \dots, b_j, \dots, b_n)$ také, že $a_j + b_j \leq m$. Hľadá sa taká matica $A = (a_{ij})_{m \times n}$, ktorá v každom stĺpci j obsahuje aspoň a_j prvkov rovných a a aspoň b_j prvkov rovných b , pričom rozdiel medzi najväčším a najmenším riadkovým súčtom prvkov matice A je čo najmenší.

Označme $M = \{1, 2, \dots, m\}$ a $N = \{1, 2, \dots, n\}$. Uvažujme premenné matice $X = (x_{ij})_{m \times n}$, $Y = (y_{ij})_{m \times n}$ s prvkami

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{ak } a_{ij} = a \\ 0, & \text{inak} \end{cases} \quad y_{ij} = \begin{cases} \begin{cases} 1, & \text{ak } a_{ij} = b \\ 0, & \text{inak.} \end{cases} & \end{cases} \quad y_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{ak } a_{ij} = b \\ 0, & \text{inak.} \end{cases}$$

Zátvorka `\left\{` musí mať pravý pár, napr. `\right\}` alebo, ak nechceme mať na druhej strane nič, použijeme príkaz s bodkou `\right.`.

Nech m, n, a, b prirodzené čísla $n, m \geq 2$ a $0 < a < b$. Sú dané n -tice prirodzených čísel $a = (a_1, \dots, a_j, \dots, a_n)$ a $b = (b_1, \dots, b_j, \dots, b_n)$ také, že $a_j + b_j \leq m$. Hľadá sa taká matica $A = (a_{ij})_{m \times n}$, ktorá v každom stĺpci j obsahuje aspoň a_j prvkov rovných a a aspoň b_j prvkov rovných b , pričom rozdiel medzi najväčším a najmenším riadkovým súčtom prvkov matice A je čo najmenší.

Problém možno riešiť ako nasledujúcu úlohu matematického programovania:

$$z_2 - z_1 \rightarrow \min \quad (2.1)$$

$$\sum_{i \in M} x_{ij} \geq a_j, \quad j \in N, \quad (2.2)$$

$$\sum_{i \in M} y_{ij} \geq b_j, \quad j \in N, \quad (2.3)$$

$$x_{ij} + y_{ij} \leq 1, \quad i \in M, j \in N, \quad (2.4)$$

$$\sum_{i \in M} x_{ij} + y_{ij} \leq m, \quad j \in N, \quad (2.5)$$

$$z_1 \leq \sum_{j \in N} a \cdot x_{ij} + b \cdot y_{ij} \leq z_2, \quad i \in M, \quad (2.6)$$

$$x_{ij}, y_{ij} \in \{0, 1\}, \quad i \in M, j \in N, \quad (2.7)$$

$$z_1, z_2 \geq 0. \quad (2.8)$$

alebo ináč usporiadané a niektoré sumy ináč zobrazené:

$$z_2 - z_1 \rightarrow \min \quad (2.9)$$

$$\sum_{i \in M} x_{ij} \geq a_j, \quad j \in N, \quad (2.10)$$

$$\sum_{i \in M} x_{ij} \geq a_j, \quad j \in N,$$

$$\sum_{i \in M} x_{ij} \geq a_j, \quad j \in N,$$

$$\sum_{i \in M} y_{ij} \geq b_j, \quad j \in N, \quad (2.11)$$

$$x_{ij} + y_{ij} \leq 1, \quad i \in M, j \in N, \quad (2.12)$$

$$\sum_{i \in M} x_{ij} + y_{ij} \leq m, \quad j \in N, \quad (2.13)$$

$$z_1 \leq \sum_{j \in N} a \cdot x_{ij} + b \cdot y_{ij} \leq z_2, \quad i \in M, \quad (2.14)$$

$$x_{ij}, y_{ij} \in \{0, 1\}, \quad i \in M, j \in N, \quad (2.15)$$

$$z_1, z_2 \geq 0. \quad (2.16)$$

Jednotkové hodnoty premenných x_{ij} resp. y_{ij} zodpovedajú umiestneniu hodnoty a resp. b v i -tom riadku a v j -tom stĺpci hľadanej matice. Optimálnym riešením je potom matica $A = (a_{ij})_{m \times n}$ s prvkami

$$a_{ij} = a \cdot x_{ij} + b \cdot y_{ij}.$$

V cieľovej funkcii (??) je hodnota premennej z_2 rovná najväčšiemu riadkovému súčtu prvkov matice a hodnota premennej z_1 zas najmenšiemu riadkovému súčtu. Podmienky (??) a (??) zabezpečujú, že bude vybraných najmenej a_j hodnôt a a najmenej b_j hodnôt b v každom stĺpci j . Podmienka (??) zabráni umiestneniu oboch nenulových hodnôt a, b do jediného prvku a_{ij} matice. Podmienka (??) obmedzuje zhora celkový počet nenulových prvkov v každom stĺpci počtom m – riadkov matice. Podmienkou (??) sú definované horná z_2 a dolná z_1 hranica riadkových súčtov. Obmedzenia premených (??) a (??) sú obligatorné.

Kapitola 3

Metódy riešenia

Tu treba výstižne popísať zvolené metódy riešenia. Aj je to možné porovnať ich teoreticky.

Tu sú uvedené dva príklady listingov:

```
procedure FLOYD(A)
  D = A
  for  $k \in N$  do
    for  $i \in N$  do
      for  $j \in N$  do
        if  $d_{ij} > d_{ik} + d_{kj}$  then
           $d_{ij} = d_{ik} + d_{kj}$ 
return D
```

```
using System;
public class Foo
{
  public static void Main()
  {
    Console.WriteLine("I_Love_LaTeX");//This is a comment.
  }
  /*This is a comment too.*/
}
```

Kapitola 4

Počítačové experimenty

Tu treba popísať a vyhodnotiť výsledky počítačových experimentov.

Kapitola 5

Záver

Tu treba zhodnotiť dosiahnuté výsledky a načrtnúť ďalšie možné cesty riešenia.

Literatúra

- [1] Bartsch H. J., *Matematické vzorce*, 3. revidované vydání, Praha, Mladá fronta 2000, ISBN 80-204-0607-7.
- [2] Berman G. N., *Zbierka úloh z matematickej analýzy*, Bratislava, ŠNTL 1955.
- [3] Peško, Š., *Pohodlná optimalizácia reálnych úloh v tabuľkových procesoroch*, Slovak Society for Operations Research, 7th international seminar, Application of Quantitative Methods in Research and Practice (2005), pp. 29–35, Remata, ISBN 80-225-2079-9.
- [4] World of mathematics, A Wolfram Web Resource, <http://mathworld.wolfram.com/>, WolframAlpha – computational knowledge engine, <http://www.wolframalpha.com/>.